

DA, P. et al. (1996), 'Discapacidades y necesidades de servicios s personas mayores detectadas en la encuesta de salud OARS'. Medicina Clínica. Número 106. Barcelona

ERMAN, S. Y PITACCO, E. (1999), 'Actuarial models for ility insurance'. Chapman and Hall. Londres.

M, J.M. (1969), 'Markov chain models in life insurance'. Blätter utschen Gesellschaft für Versicherungsmathematiker IX, no 2, -107.

, (2000), 'Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado lud de 1999'. Madrid

, (2001), 'Proyecciones de población'. Madrid.

ACCO, E. (1995), 'Modelli attuariali per le assicurazioni sulla e'. CERAP. Milano

ERA, J. (2001), 'El seguro de dependencia'. Actuarios.Madrid.

RÍGUEZ, G. (2000), 'La protección social de la dependencia. sterio de Trabajo y Asuntos Sociales'. Servicios Sociales. id.

SPA (2001), 'Seguro de dependencia: estimación del nivel de ndencia, necesidades de recursos y proyecciones de futuro'.

LTHUIS, H (1994), 'Life insurance Mathematics (The ovian model)'. CAIRE Education series n. 2. University of terdam. Bruselas.

MEDICIÓN DEL ENVEJECIMIENTO Y DISCAPACIDAD DE LA POBLACIÓN EN ESPAÑA A PARTIR DE LA ESPERANZA DE VIDA RESIDUAL¹

Irene Albarrán², Mercedes Ayuso³, Montserrat Guillén³ y Malena Monteverde³

RESUMEN

La mayor longevidad de la población es un fenómeno mundial de mayores dimensiones en los países desarrollados. Este hecho, junto a otros, hacen prever un incremento en la demanda de atención a la población de tercera edad con discapacidades. Resulta imprescindible realizar un estudio cuantitativo que valore simultáneamente expectativas de longevidad y presencia de discapacidades. Para ello se propone utilizar el concepto de esperanza de vida residual.

En el presente artículo se proporcionan resultados sobre las distintas componentes de la esperanza de vida residual en los mayores de 65 años para la población española.

PALABRAS CLAVE: longevidad, esperanza de vida, discapacidad y dependencia, modelos con múltiples causas de salida, estadística actuarial vida.

¹ Los autores agradecen especialmente el apoyo del Ministerio de Ciencia y Tecnología a través del proyecto de investigación "El Seguro de Dependencia en España: longevidad y demanda de prestaciones" (ref. SEC2001-3672), y anteriormente con el proyecto SEC1999-0369. Asimismo agradecen el apoyo recibido a través del proyecto SEC 2001-2581, y del mismo modo se agradece a la Junta de Extremadura su ayuda para realizar el proyecto 2PRO1B018.

² Facultad de Estudios Empresariales y Turismo. Universidad de Extremadura. Av. de la Universidad s/n. Cáceres, 10071. telf: 927 25 74 80 ext. 7913, fax: 927 25 74 81, ialbaloz@unex.es.

³ Departamento de Econometría. Universidad de Barcelona. Av. Diagonal 609, Barcelona, 08034, telf: 934 02 14 09, fax: 934 02 18 21. ayuso@eco.ub.es.

INTRODUCCIÓN

El envejecimiento de la población es un fenómeno mundial que se ha produciendo paulatinamente a lo largo de décadas especialmente en países más desarrollados. Sin embargo, en los últimos años dicho proceso ha cobrado mayor intensidad, fundamentalmente como consecuencia de la mayor longevidad de las personas mayores, generando interrogantes sobre la sostenibilidad de los servicios que la población envejecida requiere.

Numerosos estudios llevados a cabo para distintos países muestran cómo se ha ido produciendo el proceso de envejecimiento de la población. A principios del siglo pasado en Inglaterra la esperanza de vida no superaba los 45 años de edad y tan solo el 6.3% de la población total se encontraba en lo que denominamos la población de mayor edad. Sin embargo, en la actualidad la población mayor de 65 años representa más del 16% de la población de dicho país, tal y como muestra Smith (1999). En los últimos años la longevidad ha cobrado mayor intensidad debido a que se está produciendo un importante incremento de los años de vida de las personas de edades más avanzadas. Entre 1971 y 1991 el número de personas con una edad entre 65 y 74 años aumentó menos del 1%. Por el contrario, durante el mismo período, el grupo de edad de 85 años y más experimentó un aumento de un 46%, siguiendo a Smith (1999).

De hecho, Guillén y Nielsen (2001) también verifican este proceso de envejecimiento de la población en España aunque con algunas particularidades. Por un lado, el incremento de la longevidad en este país también ha sido muy significativo. La población mayor de 65 años pasa del 8,2% en 1960 al 17% en el 2000. Por otra parte, la baja de la natalidad que se viene registrando, acentúa aún más el fenómeno del envejecimiento con importantes efectos económicos, sociales y aseguradores a medio y largo plazo.

En el sistema de Seguridad Social, los servicios de salud y el cuidado y atención a las personas con discapacidades son áreas especialmente sensibles a los cambios demográficos que se han experimentado y que se encuentran vinculados esencialmente a las personas pertenecientes a los grupos de edad más avanzada.

Los conceptos fundamentales para el estudio de la longevidad y la presencia y duración de las discapacidades son dos: la esperanza de vida, que se utiliza como un índice de medición de la longevidad de una población; y la tasa de discapacidad, que mide el porcentaje de personas (respecto al total de la población) que presentan alguna restricción o falta de capacidad para realizar una actividad dentro del rango considerado como normal para el ser humano⁴. En las últimas etapas de la vida la tasa de discapacidad va creciendo, y es en este punto donde surge la necesidad de evaluar la calidad de la esperanza de vida residual distinguiendo entre aquellos años que se espera vivir sin discapacidades y los que se espera vivir con algún tipo de discapacidad que altere la autonomía para realizar las actividades diarias.

La aparición de una población cada vez más envejecida, así como los cambios que se están produciendo en las pautas de vida familiares (la mujer se incorpora al mercado laboral, las personas mayores demandan una mejor calidad de vida,...) hace pensar en una mayor demanda de atención a la población con discapacidades en los grupos de edad más avanzada. El análisis de la cobertura de esta demanda mediante sistemas sostenibles precisa de estudios cuantitativos en los que el cálculo de la esperanza de vida del individuo libre de discapacidades y discapacitado es fundamental.

El presente artículo tiene por objeto avanzar en la medición simultánea de longevidad y discapacidades a partir de la desagregación del concepto de esperanza de vida residual. En el apartado 2 se explica la relación existente entre la mayor longevidad y las discapacidades de la población. En el apartado 3 se describe la información sobre población con discapacidad disponible actualmente para España. A continuación, en el apartado 4, se presenta la metodología empleada para calcular las distintas probabilidades por rangos de edad de que los individuos posean algún tipo de discapacidad, distinguiendo entre varones y mujeres. Se utiliza una aproximación metodológica análoga a la utilizada en modelos actuariales de análisis de colectivos con múltiples causas de salida (en

⁴ En base a la definición de discapacidad adoptada por la Clasificación Internacional de Deficiencias, Discapacidades y Minusvalías (ICDIIH).

caso, el fallecimiento y la discapacidad). En el último apartado, se presentan los resultados más relevantes y las conclusiones.

LONGEVIDAD Y DISCAPACIDADES DE LA POBLACIÓN

Mayhew (2000) se estudian las consecuencias del envejecimiento de la población sobre el número de personas con discapacidad y sobre gastos en servicios de salud y en servicios de cuidados de larga duración (*long-term care*), para dos grupos de países: uno formado por países más desarrollados y otro de países menos desarrollados. De los principales resultados se desprende que el número de personas con discapacidad crecerá sustancialmente en los próximos años, aunque con comportamientos diferentes según el grupo de países que se considere. Mientras que para los países más desarrollados se espera una estabilización en el crecimiento del número de personas con discapacidades alrededor del 2050, en los países menos desarrollados se estima que dicho crecimiento continuará para todos los grupos de edad.

Por su parte, los resultados de otro estudio realizado recientemente en los EU, por Spillman *et al.* (2000) muestran el notable efecto que tiene la mayor longevidad sobre los gastos en cuidados de larga duración. En el trabajo se estima que el total de gastos desde los 65 años hasta la muerte se incrementa desde \$31.181 (en dólares de 1990) por persona que muere a la edad de 65 años a más de \$200.000 para los que fallecen a los 90 años. Además, se señala que dicho incremento se debe fundamentalmente al fuerte aumento en gastos de servicios privados de tercera edad de las personas más ancianas (especialmente en gastos de cuidados de larga duración). En el mismo trabajo también se concluye que el efecto de la longevidad sobre el gasto en salarios y de servicios médicos difiere del efecto sobre el gasto en cuidados de larga duración. Mientras el primero se incrementa a una tasa reducida según aumenta la edad de fallecimiento, el segundo (el gasto en cuidados de larga duración) se incrementa con la edad a una tasa creciente.

La relevancia presente y futura del fenómeno del envejecimiento de la población y la atención y cuidado a personas con discapacidades, particularmente en los grupos de edad más avanzada, afecta tanto al sector público como al privado. El sector privado y, en particular, las compañías aseguradoras juegan un importante papel dentro de este contexto ya que pueden ofrecer alternativas a la más que probable insuficiente cobertura social, mediante la comercialización de seguros de dependencia. Por su parte, el hecho de que se encuentre disponible la información necesaria para realizar estimaciones sobre el envejecimiento de la población, así como la disponibilidad de datos actuales sobre personas con discapacidades en España, y el hecho de que no exista un análisis exhaustivo del envejecimiento de la población conjuntamente con las discapacidades de las personas de la tercera edad para este país, son factores que nos han conducido a proponer nuevos instrumentos de análisis que puedan ser útiles para el diseño de sistemas de prestación y financiación de los servicios de atención a las personas mayores en España.

La experiencia internacional nos brinda interesantes alternativas en materia de política económica para la prestación de servicios de cuidado a los ancianos discapacitados. Países como Estados Unidos, Reino Unido y Alemania son algunos ejemplos de sistemas con diferentes combinaciones de prestaciones públicas y privadas que cuentan, además, con algún mecanismo de seguro de dependencia.

3. LA POBLACIÓN DE MAYOR EDAD CON DISCAPACIDADES EN ESPAÑA

En este apartado se realiza un breve análisis descriptivo de la población con discapacidad en España haciendo especial énfasis en la población de 65 años y más. Pero antes es necesario puntualizar lo que se entiende por *discapacidad* y su relación con algunos conceptos vinculados como son el de *deficiencia* y *minusvalía*, en base a las definiciones adoptadas por el INE en la Encuesta de Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud de 1999, que es la fuente de información de donde se han extraído los datos utilizados en el presente trabajo.

Discapacidad se define como cualquier limitación grave que afecte durante un período de tiempo significativo (establecido en más de un año) la capacidad para realizar actividades, y cuyo origen sea una enfermedad. Esta última a su vez, se define como toda pérdida o alteración de un órgano o de su función. Por su parte, la minusvalía se refiere a las limitaciones causadas por las deficiencias, pero que se relacionan estrictamente asociadas con las actividades del individuo dentro de su entorno social (es decir en el trabajo, el ámbito educativo, familiar, etc.).

El trabajo reciente realizado por el Instituto Nacional de Estadística (INE, 2000) muestra que actualmente en este país las personas con discapacidad se concentran fundamentalmente en los rangos de edad superiores a los 65 años (con el 58,74% del total de personas con discapacidad). El número de personas mayores de 64 años que presentan algún tipo de discapacidad es de 2.072.652, un 32,2% de la población de ese grupo de edad, y a partir de los 80 años las tasas de personas con discapacidades aumentan sustancialmente. Para el grupo de edad comprendido entre 80 y 84 años, la tasa es del 47,4% y para el 85 y más años llega al 63,6% (INE, 2000).

Además, también se observa que las tasas de discapacidad de las mujeres mayores son superiores a las de los hombres en el rango de edades superior a 65 años. Según Guralnik *et al.* (1997) tales diferencias no son el resultado de que las mujeres desarrollen discapacidades más habitualmente que los hombres, sino simplemente debido a que suelen sobrevivir más con sus discapacidades. El mismo resultado se obtiene para datos españoles en Sécúli *et al.* (2001).

Por lo explicado en el apartado anterior, cabe esperar que en los próximos años el número de personas con discapacidades se incrementará, y consecuentemente aumente la demanda de servicios de asistencia al sector público o al sector privado, aún más si se tienen en cuenta los cambios que se están produciendo en el seno de las familias, que afectan directamente a la capacidad que tienen las mismas para atender a las personas mayores con dificultades en el desarrollo de su vida cotidiana. Por otra parte, teniendo en cuenta que el total de gastos de atención se incrementa con la edad (dado que las discapacidades, en general, tienden a incrementarse y no a la inversa),

entonces, la mayor demanda de servicios asociada al incremento del número de personas discapacitadas, sumado a la mayor longevidad de las mismas, conducen a prever un incremento del gasto en servicios de atención a las personas mayores con discapacidad.

Para poder medir la situación real en España, proponemos realizar un análisis cuantitativo y estudiar el comportamiento de la esperanza de vida en términos de los distintos estados en los que puede encontrarse el individuo, es decir sin discapacidad o discapacitado. Evidentemente ésta es sólo una primera aproximación, puesto que no todas las discapacidades van a generar el mismo grado de dependencia. Sin embargo, este es un primer paso para cuantificar, con un cierto grado de desagregación, los niveles de calidad de vida esperados para la población de mayor edad y la duración de los mismos. En particular, deberá distinguirse el nivel de severidad de la dependencia que presentan las personas con discapacidad y su vinculación a las expectativas de vida.

Es evidente el interés creciente que suscitan, en España desde distintos ámbitos, los efectos que el envejecimiento de la población tendrá sobre el número de personas con discapacidades y los servicios asociados a este grupo de población. Desde el punto de vista del sector público es imprescindible cuantificar los costes que la demanda de servicios asociados con la dependencia va a generar en el futuro y su sostenibilidad. A nuestro entender, y dado que se dispone de información detallada sobre el comportamiento experimentado por la población española, es ineludible que se utilicen escenarios realistas que incorporen en los modelos económicos, el comportamiento que la longevidad y la calidad de vida de la población española de mayor edad van a tener en el futuro.

Entre las fuentes de información con las que se cuenta en la actualidad cabe destacar la Encuesta de Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, del INE, realizada durante el año 1999. La información recogida en dicha encuesta es muy amplia y no se limita solamente a detectar el número de personas con discapacidad por edad y sexo, sino que también incluye un conjunto de variables útiles para el cálculo de proyecciones y la estimación de gastos de asistencia como: los tipos de discapacidad, el grado de severidad de la discapacidad, el

ónóstico evolutivo o los tipos de ayuda solicitados por las personas n alguna discapacidad, entre otras.

continuación se presentan algunas tablas descriptivas sobre discapacidad, elaboradas en base a la información que brinda la cuesta citada y a proyecciones de población para 1999 del INE.

TABLA 1

Población total, población con discapacidad, tasa de discapacidad global para todas las edades⁵, por sexo.

Grupo de edad	Población con discap. Varones	Población Total Varones	Tasa de Discap. Varones	Población con discap. Mujeres	Población Total Mujeres	Tasa de Discap. Mujeres
total (de 6 a más de 85)	1.448.248	18.608.232	7,8%	2.030.398	19.521.818	10,4%

Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE: Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero. Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

GRAFICO 1

Tasa de discapacidad por sexos

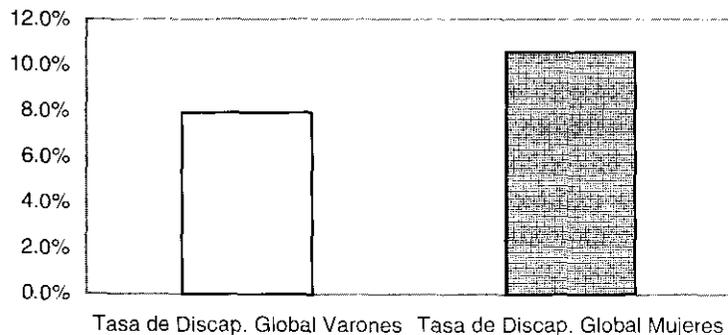


TABLA 2

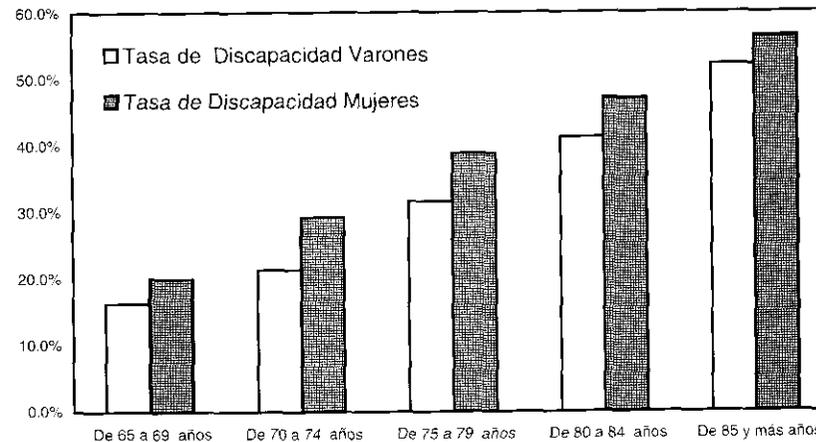
Población total, población con discapacidad y tasa de discapacidad Por grupos de edad a partir de 65 años y por sexos

Grupo de edad	Población con discap. Varones	Población Total Varones	Tasa de Discapacidad Varones	Población con discap. Mujeres	Población Total Mujeres	Tasa de Discapacidad Mujeres
De 65 a 69 años	161.083	987.570	16,3%	225.255	1.126.667	20,0%
De 70 a 74 años	168.643	790.578	21,3%	288.626	988.257	29,2%
De 75 a 79 años	172.670	546.288	31,6%	304.256	784.302	38,8%
De 80 a 84 años	120.382	292.200	41,2%	250.319	531.565	47,1%
De 85 y más años	111.031	212.817	52,2%	270.388	479.318	56,4%
Total de 65 a más de 85 años	733.809	2.829.453	25,9%	1.338.844	3.910.109	34,2%

Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE: Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero. Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

GRAFICO 2

Tasa de discapacidad por grupos de edad a partir de 65 años y por sexos



Aunque no se presentan los datos, la tasa de discapacidad de los varones es, en general, mayor que la tasa de discapacidad de las mujeres entre los rangos de edades más jóvenes (hasta el rango de 40

⁵ Se computan las personas a partir de los 6 años, dado que antes de dicha edad el INE considera que se trata de limitaciones y no de discapacidades, dada la gran incertidumbre que hay con los niños más pequeños sobre si las restricciones son de carácter transitorio o permanente.

44 años). Para los rangos de edades más avanzadas dicho resultado invierte, y la tasa de discapacidad de las mujeres resulta superior.

Así, la tasa de discapacidad global de las mujeres es del 10,6% mientras que la de los hombres del 7,9% (Tabla 1), y ello es explicado por la mayor tasa de discapacidad de las mujeres mayores que es del 22,2% para las mujeres de 65 años y más, y del 25,9% para los varones de esas mismas edades (Tabla 2).

Además, tanto para los varones como para las mujeres, la población con discapacidad se concentra fundamentalmente en los grupos de mayor edad. Sin embargo, en el caso de las mujeres dicha concentración es más acentuada que en el caso de los varones.

TABLA 3

Población con discapacidad y tasas de discapacidad por tipo de discapacidad, para ambos sexos

Tipo De Discapacidad	Población Con discapacidad 65 años y más	Tasa de Discapacidad 65 años y más
Desplazarse fuera ...	1.352.194	20,1%
Realizar las tareas hogar	984.881	14,6%
Desplazarse	809.383	12,0%
Ver	697.779	10,4%
Oír	665.480	9,9%
Utilizar brazos y manos	644.887	9,6%
Cuidarse a sí mismo	561.830	8,3%
Relación con otras personas	338.519	5,1%
Aprender, aplicar ...	335.426	5,0%
Comunicarse	180.264	2,7%

Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE: Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero. Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

Observando los tipos de discapacidades se desprende que aquellas más comunes entre la población de mayor edad son las asociadas con “desplazarse fuera del hogar” (que representa un 20,1% de la población de esa edad), “realizar tareas del hogar” (14,6%),

“desplazarse” (12%) y “ver” (10,4%). Por debajo del 10% se encontrarían los siguientes tipos de discapacidades: “oír” (9,9%), “utilizar brazos y manos” (9,6%), “cuidar de sí mismo” (8,3%), “relacionarse con otras personas” (5,1%), “aprender, aplicar conocimientos y desarrollar tareas” (5%), y “comunicarse” (2,7%).

Para todos los tipos de discapacidad podría observarse como aumenta la tasa de discapacidad conforme lo hace la edad del individuo.

TABLA 4

Tasas de discapacidad para algunos tipos por rangos de edad de 65 años y más y por sexos

Grupo de edad	Tasa de discapacidad Tipo de Discapacidad		
	Realizar tareas del hogar	Desplazarse fuera del hogar	Cuidar de sí mismo
De 65 a 69 años	6,0%	10,5%	2,8%
De 70 a 74 años	9,9%	16,0%	4,6%
De 75 a 79 años	15,8%	21,9%	7,8%
De 80 a 84 años	24,6%	30,2%	14,6%
De 85 a más años	38,8%	43,9%	28,3%

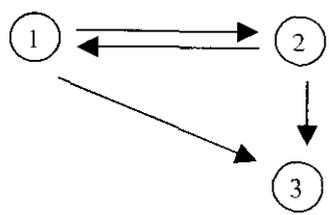
Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE: Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero. Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

Sin embargo, la observación de la tabla 4 muestra que los incrementos de las tasas no son iguales para todos los tipos de discapacidad. Entre los tipos de discapacidad que presentan mayores incrementos con la edad se encuentran “realizar tareas del hogar” (que pasa de una tasa del 6% de la población en el rango de edad de 65 a 69 años al 38,8% de la población en el rango de edad de 85 años y más); “desplazarse fuera del hogar” (que pasa del 10,5% al 43,9%); y “cuidar de sí mismo” (del 2,8% al 28,3%). En general, el resto de las discapacidades también presentan incrementos significativos.

METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DESAGREGADO DE LA ESPERANZA DE VIDA.

el análisis del comportamiento de las discapacidades se utiliza un modelo actuarial con múltiples causas de salida, en el que se reflejan diferentes estados en que puede encontrarse el individuo a lo largo del tiempo.

Este esquema planteado queda recogido en la Figura 1. En el estado 1 el individuo no está discapacitado; en el estado 2 el individuo muestra algún tipo de discapacidad, y finalmente (en el estado 3) el individuo fallecido.



1, No discapacitado; 2, discapacitado; 3, fallecimiento

Figura 1

En nuestro caso y para simplificar, supondremos (más adelante) transiciones de discapacidad permanente con lo que la probabilidad de volver del estado 2 al estado 1 es cero. Este supuesto nos parece bastante realista en el contexto de las personas de edades seniles, ya que la aparición de trastornos en la realización de tareas cotidianas no suele revertirse. Nos movemos, por tanto, en el contexto, de un Modelo Básico de Discapacidad (MBD). En el marco de este modelo cabe distinguir el cálculo de dos tipos de probabilidades: aquéllas asociadas a la permanencia del individuo en un estado a lo largo del periodo considerado, y aquéllas asociadas a la transición entre estados (en nuestro caso, de no discapacidad a discapacidad, de no discapacidad a fallecimiento o de discapacidad a fallecimiento).

4.1. Notación utilizada

Definimos las siguientes probabilidades para un individuo de edad x , inicialmente no discapacitado siguiendo la misma notación que Haberman y Pitacco (1999):

p_x^{aa} = Probabilidad de que un individuo no discapacitado de edad x sobreviva no discapacitado en $x + 1$.

q_x^{aa} = Probabilidad de que un individuo no discapacitado de edad x fallezca entre x y $x + 1$ como no discapacitado.

p_x^{ai} = Probabilidad de que un individuo no discapacitado de edad x sobreviva discapacitado en $x + 1$.

q_x^{ai} = Probabilidad de que un individuo no discapacitado de edad x fallezca entre x y $x + 1$ como discapacitado.

p_x^a = Probabilidad de que un individuo no discapacitado de edad x sobreviva en $x + 1$.

q_x^a = Probabilidad de que un individuo no discapacitado de edad x fallezca entre x y $x + 1$.

w_x = Probabilidad de discapacitarse entre x y $x + 1$.

De las anteriores definiciones se obtienen las siguientes relaciones fundamentales:

$$p_x^a = p_x^{aa} + p_x^{ai}$$

$$q_x^a = q_x^{aa} + q_x^{ai}$$

$$p_x^a + q_x^a = 1$$

$$w_x = p_x^{ai} + q_x^{ai}$$

as probabilidades para un individuo inicialmente discapacitado
 endrán dadas por la siguiente notación:

p_x^{ii} = Probabilidad de que un individuo discapacitado de edad x
 sobreviva discapacitado en $x + 1$.

p_x^{ii} = Probabilidad de que un individuo discapacitado de edad x
 fallezca entre x y $x + 1$ como discapacitado.

p_x^{ia} = Probabilidad de que un individuo discapacitado de edad x
 sobreviva no discapacitado en $x + 1$ (en nuestro caso, cero).

q_x^{ia} = Probabilidad de que un individuo discapacitado de edad x
 fallezca entre x y $x + 1$ como no discapacitado (en nuestro caso,
 cero).

p_x^i = Probabilidad de que un individuo discapacitado de edad x
 sobreviva en $x + 1$.

q_x^i = Probabilidad de que un individuo discapacitado de edad x
 fallezca entre x y $x + 1$.

r_x = Probabilidad de rehabilitarse a lo largo del periodo (en nuestro
 caso, cero).

endo ahora las relaciones fundamentales:

$$p_x^i = p_x^{ii} + p_x^{ia}; \text{ en nuestro caso, } p_x^i = p_x^{ii}.$$

$$q_x^i = q_x^{ii} + q_x^{ia}; \text{ en nuestro caso, } q_x^i = q_x^{ii}.$$

$$p_x^i + q_x^i = 1.$$

$$r_x = p_x^{ia} + q_x^{ia}; \text{ en nuestro caso, } r_x = 0.$$

Tenemos que manifestar a lo largo de este apartado que vamos a
 implementar esta metodología a datos ofrecidos en grupos de edad
 correspondientes a cinco años, nuestra unidad de agrupación para las
 edades será, en consecuencia, el quinquenio. Sin embargo, las
 probabilidades y transiciones se refieren siempre a probabilidades
 anuales.

4.2 Probabilidades de fallecimiento y de supervivencia

Para la realización de los cálculos denotaremos, como es habitual, por
 q_x a la probabilidad anual de fallecimiento desde cualquier estado
 inicial. Para la población española supondremos que esta probabilidad
 es fija y conocida, y tomaremos las tasas brutas de mortalidad
 estimadas por el INE para dicha población.

De todos modos, para las tasas de mortalidad condicionadas al estado
 inicial del individuo, deberemos realizar algunos supuestos básicos.
 Dichas hipótesis las hemos mantenido en línea con lo realizado en
 otros países (ver Haberman y Pitacco, 1999), intentando preservar el
 mayor grado de generalidad posible. En primer lugar, hemos
 establecido una primera relación entre la probabilidad de estar
 discapacitado en la edad x , t_x , y la probabilidad de discapacitarse w_x ,
 tal como se define en el apartado anterior.

Supuesto 1. $w_x = k_1 t_x + (1 - k_1) t_{x+1}$, siendo k_1 una constante.

Por lo tanto, w_x puede suponerse que se sitúa entre las
 correspondientes probabilidades de ser discapacitado de los dos
 grupos de edad, t_x y t_{x+1} . Si $k_1=0,5$ entonces la probabilidad de
 discapacitarse es igual a la media entre la probabilidad de estar
 discapacitado en el grupo de edad x y la probabilidad de estar
 discapacitado en el grupo de edad $x+1$. Parece razonable pensar que k_1
 deberá ser una constante situada entre 0 y 1.

En segundo lugar, estableceremos una relación lo más general posible entre la probabilidad de fallecimiento para individuos en los dos estados vivos posibles.

Supuesto 2. $\frac{q_x^{ii}}{q_x^{aaa}} = k_2$, siendo k_2 una constante positiva.

En estas circunstancias, parece que todo conduce a pensar que $k_2 \geq 1$, ya que supuestamente los discapacitados pueden tener mayores complicaciones médicas y, por consiguiente experimentar una probabilidad de fallecimiento superior a los no discapacitados.

Finalmente, supondremos que la probabilidad de fallecimiento para un individuo que pasa de no discapacitado a discapacitado es una combinación lineal entre las probabilidades de fallecimiento correspondientes a los individuos que permanecen en un mismo estado.

Al decir el supuesto conduce a utilizar la siguiente igualdad: $q_x^{ii} = q_x^{aaa}(1-t_x) + q_x^{ii}t_x$. En realidad cabría la posibilidad de generalizar este supuesto introduciendo alguna constante más, sin embargo, nos parece una aproximación razonable y hemos evitado la introducción de mayores complicaciones para preservar un cierto grado de simplicidad en los resultados.

En base a los supuestos anteriores, y atendiendo a los distintos estados de transiciones posibles, podemos descomponer la probabilidad de fallecimiento para un individuo de edad x en tres partes:

$$q_x = q_x^{aaa}(1-t_x)(1-w_x) + q_x^{ai}(1-t_x)w_x + q_x^{ii}t_x.$$

La interpretación de esta descomposición establece que el primer término es la contribución de los que se mantienen en el estado de no discapacitados, el segundo recoge la contribución a la probabilidad de fallecimiento que proporcionan los individuos que antes de fallecer

pasan de no discapacitados a discapacitados y, finalmente, el último sumando se interpreta como la parte correspondiente a los individuos que fallecen siendo discapacitados.

Para descomponer, de manera análoga a la probabilidad de fallecimiento, la probabilidad de supervivencia, debemos realizar tres supuestos. El primero es que se cumple el supuesto 1 para algún k_1 . El segundo es suponer una relación entre las probabilidades de supervivencia condicionadas al estado inicial (siempre que éste se mantenga) y finalmente, deberemos fijar una relación entre estas últimas probabilidades de supervivencia y la correspondiente a los individuos que cambian de estado durante el periodo considerado. En definitiva, supondremos que:

$$\frac{p_x^{ii}}{p_x^{aaa}} = k_3, \text{ siendo } k_3 \text{ una constante positiva,}$$

$$p_x^{ai} = p_x^{aaa}(1-t_x) + p_x^{ii}t_x.$$

Análogamente al razonamiento utilizado para las probabilidades de fallecimiento, parece apropiado suponer que $k_3 \leq 1$.

Así pues, la probabilidad de supervivencia en el contexto del modelo MBD queda descompuesta como sigue:

$$p_x = p_x^{aaa}(1-t_x)(1-w_x) + p_x^{ai}(1-t_x)w_x + p_x^{ii}t_x. \quad (1)$$

4.3 Esperanza de vida residual

La esperanza de vida residual se define como el número medio de años de vida para los individuos de edad x hasta su fallecimiento (ver éste y otros conceptos en Ayuso *et al.*, 2001). Se calcula de la forma,

$$e_x = \sum_{t=1}^{\infty-x} t p_x = p_x + {}_2p_x + {}_3p_x + {}_4p_x + \dots + {}_{\infty-x}p_x$$

ado

${}_k P_x$, la probabilidad de que un individuo de edad x viva k años más.

ω , la máxima edad posible.

el contexto de los modelos con múltiples causas de salida resulta fundamental diferenciar dentro del número esperado de años de vida a partir de una determinada edad, cuantos corresponden puramente a años de vida sin discapacidad y con discapacidad. Nótese que esto no es equivalente a la esperanza de vida para el grupo de los discapacitados y para el de los no discapacitados, respectivamente. Al contrario, se trata de estudiar la naturaleza de la esperanza de vida residual para un individuo sin conocer la situación que tendrá, es decir estado, en el momento de llegar a la edad para la cual se calcula la esperanza de vida residual. Por ejemplo, esta circunstancia se dará si queremos proyectar la esperanza de vida residual para colectivos diferentes, distinguiendo entre los años de vida con y sin discapacidad.

que continúan en dicho estado hasta su fallecimiento responderá a la expresión:

$${}^i e_x = \sum_{t=1}^{\omega-x} {}^i p_x = {}^i p_x + {}^i p_x \cdot {}^i p_{x+1} + {}^i p_x \cdot {}^i p_{x+1} \cdot {}^i p_{x+2} + \dots$$

Análogamente, la parte de la esperanza de vida resultante de la contribución de los individuos que en la edad x no están discapacitados y que permanecen en dicho estado hasta su fallecimiento (conocida también como esperanza de vida libre de incapacidad⁶) vendrá dada por:

$${}^{aa} e_x = \sum_{t=1}^{\omega-x} {}^{aa} p_x = {}^{aa} p_x + {}^{aa} p_x \cdot {}^{aa} p_{x+1} + {}^{aa} p_x \cdot {}^{aa} p_{x+1} \cdot {}^{aa} p_{x+2} + \dots$$

descomponiendo la probabilidad de supervivencia para un individuo de edad x formulada en (1) obtendremos las siguientes expresiones para la probabilidad de que un individuo discapacitado continúe vivo discapacitado al cabo de un periodo (${}^i p_x$), y para la probabilidad de que un individuo no discapacitado continúe vivo y no discapacitado al cabo de un periodo (${}^{aa} p_x$). Estas expresiones que utilizaremos en el apartado desagregado de la esperanza de vida residual no son más que diferentes sumandos que surgen de la descomposición propuesta en la expresión (1).

La esperanza de vida residual para los individuos de edad x , tal como la conocemos, vendrá dada por la suma de las dos expresiones anteriores (${}^i e_x$ y ${}^{aa} e_x$), a las que habrá que sumar la parte de esperanza de vida residual que resulta en los cambios de estado y que es fruto de que los individuos se discapacitan y sobreviven, a lo largo del periodo analizado, pasando de un estado al otro.

$$\begin{aligned} {}^i p_x &= p_x^i t_x, \\ {}^{aa} p_x &= p_x^{aa} (1 - t_x)(1 - w_x). \end{aligned}$$

5.- RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Presentamos a continuación los resultados obtenidos al implementar la metodología expuesta en el apartado anterior utilizando los datos sobre el número de personas discapacitadas en los grupos de mayor edad en España, obtenidos de la Encuesta de Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud. Igualmente emplearemos las estimaciones sobre tasas anuales brutas de fallecimiento proporcionadas por el INE.

en esta forma, la esperanza de vida residual si atendemos a la contribución correspondiente al estado de discapacitados a la edad x y

⁶ Estimación para 1986 en: Tercera evaluación en España del programa regional europeo. Salud para todos. Madrid, Ministerio de Salud y Consumo; tabla núm. 4.5.1, p.76, 1995.

Las tasas brutas de mortalidad para la población española en 1999, considerando la población total y por sexos, quedan recogidas en la tabla 5.

TABLA 5

Tasas anuales brutas de mortalidad 1999 por mil habitantes y por sexo

Grupo de Edad	Tasa bruta de mortalidad		
	Ambos Sexos	Varones	Mujeres
De 65 a 69 años	14,95	22,22	8,68
De 70 a 74 años	24,31	34,95	15,89
De 75 a 79 años	42,28	58,83	30,85
De 80 a 84 años	74,53	96,10	62,59
De 85 y más años	178,58	200,70	168,70

Fuente: INE

Las tasas brutas de mortalidad de la población española de mayor edad muestran el comportamiento esperado. La tasa de mortalidad se incrementa con la edad, tanto para los varones como para las mujeres, pesentándose tasas mayores para los primeros.

La probabilidad de fallecimiento para un individuo de edad x puede descomponerse en tres sumandos, como veíamos en el apartado anterior, por lo que utilizando las tasas de mortalidad, las tasas de discapacidad y las hipótesis planteadas, obtenemos las distintas componentes de la probabilidad de fallecimiento estimadas para cada grupo de edad. En primer lugar nos referimos al colectivo de aquellas personas que se mantienen no discapacitadas; en segundo lugar a las personas que cambian de estado antes de fallecer y, finalmente, al grupo de personas que se mantienen discapacitadas hasta el fallecimiento. Los resultados para el total de individuos y para hombres y mujeres separadamente se muestran en las tablas 6, 7 y 8.

TABLA 6

Probabilidad de fallecimiento estimada por rangos de edad a partir de 65 años ambos sexos

Grupo de edad	Probabilidades de fallecimiento			
	q_x	ND-ND $q_x^{aa} (1 - t_x)(1 - w_x)$	ND-D $q_x^{ai} (1 - t_x)w_x$	D-D $q_x^{ii} t_x$
De 65 a 69 años	0,01495	0,00666	0,00256	0,00573
De 70 a 74 años	0,02431	0,00766	0,00516	0,01149
De 75 a 79 años	0,04228	0,00849	0,00989	0,02389
De 80 a 84 años	0,07453	0,00953	0,01815	0,04685
Más de 85	0,17858	0,01515	0,03911	0,12432

$k_1=0,5$; $k_2=3$.

Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE:

Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero. Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

TABLA 7

Probabilidad de fallecimiento estimada por rangos de edad a partir de 65 años varones

Grupo de edad	Probabilidades de fallecimiento			
	q_x	ND-ND $q_x^{aa} (1 - t_x)(1 - w_x)$	ND-D $q_x^{ai} (1 - t_x)w_x$	D-D $q_x^{ii} t_x$
De 65 a 69 años	0,02222	0,01096	0,00337	0,00789
De 70 a 74 años	0,03495	0,01334	0,00685	0,01476
De 75 a 79 años	0,05883	0,01430	0,01336	0,03117
De 80 a 84 años	0,09610	0,01470	0,02347	0,05793
Más de 85	0,20070	0,01993	0,04442	0,13635

$k_1=0,5$; $k_2=3$.

Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE:

Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero. Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

TABLA 8

Probabilidad de fallecimiento estimada por rangos de edad a partir de 65 años
Mujeres

Grupo de edad	Probabilidades de fallecimiento			
	q_x	ND-ND $q_x^{aa} (1-t_x)(1-w_x)$	ND-D $q_x^{ai} (1-t_x)w_x$	D-D $q_x^{ii} t_x$
65 a 69 años	0,00868	0,00354	0,00162	0,00352
70 a 74 años	0,01589	0,00430	0,00351	0,00807
75 a 79 años	0,03085	0,00544	0,00727	0,01813
80 a 84 años	0,06259	0,00726	0,01513	0,04020
Más de 85	0,16870	0,01332	0,03670	0,11868

$k_1=0,5$; $k_2=3$.
Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE:
Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero.
Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

En las tablas anteriores se desprende una cada vez mayor contribución de la última columna respecto a la correspondiente q_x . Otro hecho destacable es la importancia relativa del segundo sumando, es decir el correspondiente a los cambios de estado. Ello refleja la importancia de los cambios de estado que se dan en estos grupos de edades. Aunque en las tablas se presentan los resultados para $k_1=0,5$ y $k_2=3$, esencialmente la naturaleza de las conclusiones se mantiene ante cambios de estos parámetros. Los que se han elegido pensamos que constituyen un escenario realista.

Al aplicar un tratamiento similar se puede realizar la descomposición de las probabilidades de supervivencia y pasar al cálculo de la esperanza de vida residual y a su descomposición. Utilizando los procedimientos sugeridos en el apartado de metodología, vemos en la tabla 9 como se descompone la esperanza de vida residual de los viudos en los distintos grupos de edad. Por ejemplo, un individuo del grupo de edad de 70 a 74 años tendría una esperanza de vida residual de 17,42 años. De los resultados se desprende que 3,7 años corresponden a una esperanza de vida completamente sin discapacidad, 1,9 a la correspondiente esperanza de vida residual con alguna discapacidad. El resto de años se entienden como tiempo en el que el viuido puede hallarse transitando entre el estado de no

discapacidad y el de discapacidad y pueden equipararse a una calidad de vida intermedia entre los dos estados, o bien en un escenario más fatalista, equipararlos a los años con discapacidad.

TABLA 9

Esperanza de vida residual estimada total, sin discapacidad y con discapacidad, ambos sexos

Grupo de edad	e_x	$^{aa}e_x$	$^{ii}e_x$
De 65 a 69 años	22,1	5,5	1,2
De 70 a 74 años	17,4	3,7	1,9
De 75 a 79 años	12,9	2,4	2,7
De 80 a 84 años	8,4	1,5	3,0
Más de 85	4,1	0,8	2,3

$k_1=0,5$; $k_3=1$
Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE:
Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero.
Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

TABLA 10

Esperanza de vida residual estimada total, sin discapacidad y con discapacidad, varones

Grupo de edad	e_x	$^{aa}e_x$	$^{ii}e_x$
De 65 a 69 años	21,3	6,2	1,0
De 70 a 74 años	16,7	4,3	1,5
De 75 a 79 años	12,4	2,7	2,3
De 80 a 84 años	8,1	1,7	2,6
Más de 85	4,0	0,9	2,1

$k_1=0,5$; $k_3=1$
Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE:
Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero.
Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

TABLA 11

Esperanza de vida residual estimada total, sin discapacidad y con discapacidad, mujeres

Grupo de edad	e_x	$^{aa}e_x$	$^{ii}e_x$
De 65 a 69 años	22,7	5,0	1,4
De 70 a 74 años	17,9	3,3	2,3
De 75 a 79 años	13,2	2,2	3,1
De 80 a 84 años	8,6	1,4	3,2
Más de 85	4,6	0,8	2,3

$k_1=0,5$; $k_3=1$

Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE:

Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero.

Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

más interesante a destacar de los resultados hallados en las Tablas 10 y 11, son las diferencias entre ambos sexos. Se percibe, como en los análisis nacionales e internacionales, la existencia de una mayor longevidad en las mujeres, pero para ellas, también una mayor proporción de años de esperanza de vida residual considerados como años con alguna discapacidad. La última columna es siempre superior a la de las mujeres que en los hombres si se compara por grupos de edad.

Con este cambio, la mayor prevalencia de discapacidades en las mujeres implica que de su esperanza de vida residual, sólo puede esperarse una reducida aportación que netamente correspondería a un estado de no discapacidad. Concluimos pues que el número esperado de años que le quedara por vivir una mujer que ha llegado a una edad x sin ninguna discapacidad es menor (en el rango de edades estudiado) al de un hombre de la misma edad.

De los resultados también se desprende que el porcentaje de la esperanza de vida residual que supone la componente que genera el estado de discapacidad ($^{ii}e_x$), va aumentando para llegar a más del 50% en el grupo de edad de los 85 años y más.

Los anteriores resultados se han obtenido suponiendo que la probabilidad de supervivencia es idéntica tanto para los discapacitados como para los no discapacitados. A continuación, se presentan los escenarios que se obtienen al fijar que la probabilidad de supervivencia es un 20% inferior para los discapacitados.

TABLA 12

Esperanza de vida residual estimada total, sin discapacidad y con discapacidad, ambos sexos

Grupo de edad	e_x	$^{aa}e_x$	$^{ii}e_x$
De 65 a 69 años	22,1	5,98876	0,98824
De 70 a 74 años	17,4	4,12477	1,56692
De 75 a 79 años	12,9	2,70072	2,31598
De 80 a 84 años	8,4	1,71154	2,67199
Más de 85	4,1	0,95965	2,09926

$k_1=0,5$; $k_3=0,8$

Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE:

Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero.

Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

TABLA 13

Esperanza de vida residual estimada total, sin discapacidad y con discapacidad varones

Grupo de edad	e_x	$^{aa}e_x$	$^{ii}e_x$
De 65 a 69 años	21,3	6,7	0,8
De 70 a 74 años	16,7	4,7	1,2
De 75 a 79 años	12,4	3,1	1,9
De 80 a 84 años	8,1	1,9	2,3
Más de 85	4,0	1,0	1,9

$k_1=0,5$; $k_3=0,8$

Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE:

Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero.

Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

TABLA 14

esperanza de vida residual estimada total, sin discapacidad y con discapacidad mujeres

Grupo de edad	e_x	^{aa} e_x	ⁱⁱ e_x
De 65 a 69 años	22,7	5,5	1,1
De 70 a 74 años	17,9	3,7	1,9
De 75 a 79 años	13,2	2,5	2,6
De 80 a 84 años	8,6	1,6	2,9
Más de 85	4,2	0,9	2,2

$k_1=0,5$; $k_3=0,8$

Fuentes: Elaboración propia sobre la base de datos del INE:

Proyecciones de población de 1999, revisión del padrón municipal de habitantes a 1 de enero.

Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999.

Por último, es importante resaltar que los resultados de esperanza de vida residual desagregada obtenidos, deben ser interpretados como el número de años mínimos esperados que los individuos, de los distintos rangos de edad, vivirán como discapacitados o no discapacitados, ya que no se ha entrado a analizar las componentes de esperanza de vida residual de las personas que se encuentran en etapas de transición (es decir que parte del tiempo están no discapacitados y otra parte si lo están). Por otra parte, los datos reflejan las esperanzas de vida estimadas en el punto medio de los intervalos de edad.

BIBLIOGRAFÍA

Albarrán, I., Guillén, M. and J.P. Nielsen (2001). Longevity studies based on kernel hazard estimation. *Insurance: Mathematics & Economics* 28, 2, 191-204.

Albarrán, I., J.M. Nielsen et al. (1997). The impact of disability in older men. *Journal of the American Medical Association* 278(3), 311-315.

Albarrán, I. and E. Pitacco (1999). *Actuarial Models for Disability Insurance*. Chapman & Hall.

Instituto Nacional de Estadística (2000). *Avances de Resultados, Datos básicos, cifras provisionales, Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999*. INE.

Instituto Nacional de Estadística (2000). *Metodología, Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999*. INE.

Instituto Nacional de Estadística (2002). Base de datos provisional, Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud, 1999. <http://www.ine.es/discapa/discapamenu.htm>

Mayhew, L. (2000). *Health and Elderly Care Expenditure in an Aging World. Research Reports, RR-00-21*, International Institute for Applied Systems Analysis.

Séculi, E., Fusté, J., Brugulat, P., Juncá, S., Rué, M. and M. Guillén (2001). Percepción del estado de salud en hombres y mujeres en las últimas etapas de la vida. *Gaceta Sanitaria* 15, 217-223.

Smith R.G. et al. (1999). Long-Term Care for the Elderly. *British Actuarial Journal* vol. 5, part II, nº 22.

Spillman, B.C. et al. (2000). The Effect of Longevity on Spending for Acute and Long-Term Care. *The New England Journal of Medicine* vol. 342, nº19, 1409-1415.