

# Análisis dinámico de la invalidez. Aplicación a los seguros de riesgo

**Ana Vicente Merino<sup>1</sup>**

Universidad Complutense de Madrid. Departamento de Economía Financiera y Actuarial

**Enrique Pociello García<sup>2</sup>**

Universidad de Barcelona. Departamento de Matemática Económica, Financiera y actuarial

**Javier Varea Soler<sup>3</sup>**

## SINOPSIS:

En los momentos actuales hay cierta preocupación por los problemas derivados del envejecimiento de la población que afectan tanto a los países desarrollados, como a los que están en vías de desarrollo, en cuanto la repercusión que tienen en la previsión social.

Paralelo a este proceso está el de la incapacidad o invalidez considerada como la alteración de la salud del ser humano, creando estados de necesidad que se manifiestan en la alteración de la salud lo que requiere una asistencia médica curativa, con el consiguiente incremento de gastos, disminuyendo también la capacidad del individuo para conseguir las rentas que constituyen su medio habitual de vida. Es por ello que ante las necesidades derivadas del riesgo de invalidez se trate de dar una determinada cobertura.

Los agentes sociales muestran una gran preocupación por los aspectos de la previsión social, por lo que es necesario el desarrollo de técnicas que permitan evaluar el costo futuro de las contingencias, entre las que se encuentra la invalidez o incapacidad para el trabajo.

Este estudio se va a centrar en la repercusión que puede tener en la previsión social el hecho de que un individuo pueda ver anulada su capacidad laboral en cuanto que implica la imposibilidad de conseguir las suficientes ganancias para supervivir. Se plantea un análisis biométrico de la prestación de invalidez definiendo un modelo que nos permita ver la incidencia que tiene la entrada al disfrute de esta prestación. El modelo se denomina práctico en cuanto que no contempla la «reactividad» es decir, el paso de inválido a activo nuevamente.

El tratamiento se hace a partir de una aplicación al colectivo de trabajadores por cuenta ajena o Régimen General del Sistema de Seguridad Social en España, intentando el modelo explicar el comportamiento de las tasas reales de entrada en invalidez o incapacidad según los distintos grados, que dependen de la pérdida de capacidad de ganancia.

Se definen las probabilidades fundamentales y se presenta el modelo a través de estimación paramétrica de las tasas de entrada en invalidez haciendo una aplicación práctica.

## PALABRAS CLAVE:

Ajuste paramétrico, funciones transformadas de Gompertz-Makeham, gran invalidez, invalidez total, invalidez absoluta, modelo práctico de invalidez, orden efectivo, pensiones, previsión social, probabilidades fundamentales, reactividad, riesgo de invalidez, test de los signos, test de Wald-Wolfowitz, test t-student

<sup>1</sup> anavicente@ccee.ucm.es

<sup>2</sup> pociello@eco.ub.es

<sup>3</sup> varea@eco.ub.es

## 1. INTRODUCCION

Cuando se habla de dar protección a los individuos, ante las necesidades que pueden surgir a lo largo de su vida, habitualmente se piensa en las derivadas del fallecimiento o jubilación, que en caso de dar la cobertura a través del seguro de vida se realiza mediante los seguros de supervivencia y seguros de vida ahorro.

Pero existe el riesgo de invalidez, que si bien es menos frecuente que los anteriores, no deja de tener importancia por las carencias que esta situación puede provocar.

Si bien esta contingencia tiene una cobertura en el sistema público de Seguridad Social, también puede ser objeto de atención por parte del sector asegurador y su cobertura se encaja en los seguros Vida Riesgo, a los que tradicionalmente se les ha prestado menor atención que al seguro Vida Ahorro, situación que se refleja en los menores volúmenes de primas y provisiones técnicas.

La cobertura del riesgo de invalidez, en pocas ocasiones se presenta de forma autónoma, la mayoría de las veces está vinculado a otros seguros como el de préstamos (principalmente hipotecario), fallecimiento y en forma colectiva derivada de convenios de las empresas con sus empleados.

El número de contratos Vida Riesgo en nuestro país es de 9,3 millones, pero la mayoría de ellos son seguros combinados como los que anteriormente hemos referido y que no llegan a cubrir suficientemente las necesidades creadas ante el riesgo de invalidez, siendo más usual las prestaciones de capital que las devengadas en forma de renta.

Cualquiera que sea la forma en que se dé cobertura a este riesgo, es necesario realizar la correspondiente tarifa en la que se tendrán en cuenta los elementos básicos que la conforman como: definición del concepto de invalidez, tipo de prestación, forma de reconocimiento de la invalidez, gastos y comisiones inherentes a la propia compañía, y los recargos que pudiera imputarse en las situaciones creadas por especial siniestralidad.

Para determinar las primas de los seguros de invalidez así como las reservas y demás parámetros que configuran este seguro se parte de la probabilidad de invalidarse además de la probabilidad de fallecer inválido o volver a la actividad, entre otras situaciones.

En España a estos efectos no se dispone todavía de la suficiente experiencia estadística para el cálculo de la tarifa de primas de invalidez. Es por ello que el objetivo de este estudio es mostrar la tablas de invalidez, en las que se representa la probabilidad de entrada en invalidez, que si bien se hace con un planteamiento general, puede ocurrir que no se adecuen suficientemente al colectivo al que se van a aplicar, ya que la experiencia se deriva del colectivo de una parte de la población ocupada y es la relativa a los trabajadores por cuenta ajena del Régimen General de la Seguridad Social derivada de las situaciones de enfermedad común o accidente no laboral.

Se hace mucho hincapié en los problemas derivados del envejecimiento de la población, pero paralelamente al proceso del envejecimiento, representado por el hecho de llegar a una edad avanzada, está el proceso de la **incapacidad o invalidez** considerada como la alteración de la salud del ser humano, creando estados de necesidad que se manifiestan en dos aspectos. Por un lado, la alteración de la salud, reclama el restablecimiento de la normalidad física lo que requiere una asistencia médica curativa y rehabilitadora junto con una prestación farmacéutica, lo que provoca un aumento en los gastos habituales de los individuos. Por otra parte, esta alteración de la salud, a menudo supone una limitación o anulación de la capacidad del individuo para conseguir las suficientes rentas o ingresos que constituyen su medio habitual de vida. Es por ello que la acción protectora de los sistemas de previsión social en general y de la Seguridad Social en particular, extienden su cobertura hacia estas contingencias conocidas como incapacidad permanente o invalidez.

La acción protectora de ésta contingencia se diversifica en función de la situación de necesidad que se cree, pero este estudio se va a centrar en la repercusión que puede tener en cuanto que la anulación de la capacidad laboral implica una carencia de capacidad de conseguir las suficientes ganancias sin limitación en el tiempo, es decir la observación proviene de la cobertura económica en forma de pensiones vitalicias a largo plazo.

Con el propósito de impulsar informes que avancen en el desarrollo de un mayor conocimiento en este ámbito se incardina este estudio, sobre un análisis biométrico de la pensión de invalidez que en principio abarcará el tratamiento de la tasa de siniestralidad de incapacidad

que debería completarse con el papel de la mortalidad de este colectivo y al que seguirán otros como el conocido como Seguro de Dependencia.

Todos los trabajadores de España están cubiertos contra los riesgos de vejez, muerte e invalidez a través del Sistema de Seguridad Social. Así pues la pensión de invalidez es una de las prestaciones que configuran el marco de la acción protectora de la Seguridad Social. La mayoría de la cobertura del riesgo de invalidez tanto en los seguros privados como en los diversos sistemas de previsión social complementaria, suelen tener definida la calificación de invalidez en los mismos términos que El Sistema de Seguridad Social, e incluso llega a ser previa esta calificación para el reconocimiento de estas pensiones.

En el momento actual con una gran sensibilización de los agentes sociales por la previsión social hace que sea necesario el desarrollo de técnicas que permitan evaluar el costo futuro de contingencias tales como la invalidez o incapacidad para el trabajo. Es por ello que los actuarios se ven en la necesidad de elaborar modelos cuya complejidad podrá ser paliada cuando para su aplicación la información necesaria esté disponible.

Nuestra preocupación por este tema data de hace mucho tiempo al ver como la medida de la invalidez o incapacidad permanente (a estos efectos se usa de forma indiferenciada ambos términos) se realizaba en la mayoría de los casos en base a la Orden de 1977 del Ministerio de Hacienda relativa a la regulación de los seguros de grupo sobre la vida humana.

La evolución de esta contingencia al principio de los años 80 presentaba determinadas disfuncionalidades, de tal forma que en el año 1983 la tasa de siniestralidad para los trabajadores por cuenta ajena del Régimen General alcanzó su punto máximo situándose en el 13,14 por 1000 frente al 6 por 1000 al comienzo de los años 90 cifra que ya estaba más acorde con la situación sanitaria del país. Es por ello que fue en el año 1991 cuando se hizo un primer trabajo con datos referentes a 1989-1990, justificando la inquietud por este tema y que ha ido en aumento. Este hecho unido a nuestro papel dentro del Instituto de Actuarios Españoles y teniendo muy presente nuestra preocupación por el contenido del artículo 34 del RD 2486/1998 de 20 de noviembre por el que se aprueba el Reglamento de Ordenación y supervisión de los Seguros Privados en el que se regula este tema, nos ha movido a

comenzar una serie de estudios, que en la actualidad parten de otro básico titulado «Un modelo actuarial para el tratamiento de la pensión de invalidez» presentado al 5º Congreso Panamericano de Actuarios<sup>1</sup>.

Es así, que ante la insuficiencia de estudios relativos a esta contingencia y dado que cada vez es mayor su demanda, se presenta este trabajo planteando distintas distribuciones actuariales de la invalidez o incapacidad con el convencimiento de que resultará de gran utilidad tanto para los estudiosos de temas actuariales como para los profesionales.

## 2. LA CONTINGENCIA DE INCAPACIDAD PERMANENTE EN LA NORMATIVA ESPAÑOLA

Se va a hacer alusión a las principales normas que determinan la entrada en invalidez puesto que su frecuencia a efectos de este estudio va a estar condicionada por ellas.

### 2.1 Ley General de la Seguridad Social

La ley general de la Seguridad Social regula en la acción protectora, como contingencia protegible, la Incapacidad Permanente en su modalidad contributiva y la define como «la situación del trabajador que, después de haber estado sometido al tratamiento prescrito y de haber sido dado de alta médicamente, presenta reducciones anatómicas o funcionales graves, susceptibles de determinación objetiva y previsiblemente definitivas, que disminuyan o anulen su capacidad laboral. No obstará a tal calificación la posibilidad de recuperación de la capacidad laboral del inválido, si dicha posibilidad se estima médicamente como incierta o a largo plazo».

Si bien el Real Decreto Legislativo 1/1994, de 20 de junio, por el que se aprueba el Texto refundido de la Ley General de la Seguridad Social regula la prestación de **Invalidez**, de conformidad con lo establecido en la ley 24/1997, de 15 de julio, de Consolidación y Racionalización del Sistema de Seguridad Social: «Las

<sup>1</sup> Véase información del Congreso en este número 21 de ACTUARIOS en la sección de El Instituto Informa

referencias que se contienen en el texto refundido de la Ley General de la Seguridad Social, y en las normas de desarrollo, a la 'invalidez permanente', se entenderán efectuadas a la **Incapacidad Permanente**. De ahí que por abuso de la costumbre se utilice de forma indiferenciada los términos de invalidez o incapacidad cuando la referencia sea respecto de la cobertura de éstas situaciones de necesidad. En su modalidad contributiva la invalidez permanente, cualquiera que sea su causa determinante, se clasificará con arreglo a los siguientes grados:

- a) Incapacidad permanente parcial para la profesión habitual.
- b) Incapacidad permanente total para la profesión habitual.
- c) Incapacidad permanente absoluta para todo trabajo.
- d) Gran Invalidez.

Se entenderá por profesión habitual, en caso de accidente, sea o no de trabajo, la desempeñada normalmente por el trabajador al tiempo de sufrirlo. En caso de enfermedad común o profesional, aquella a la que el trabajador dedicaba su actividad fundamental durante el periodo de tiempo, anterior a la iniciación de la incapacidad.

Se entenderá por incapacidad permanente total para la profesión habitual la que inhabilite al trabajador para la realización de todas o de las fundamentales tareas de dicha profesión, siempre que pueda dedicarse a otra distinta. Tendrá la calificación de absoluta para todo trabajo la que inhabilite por completo al trabajador para toda profesión u oficio. Si como consecuencia de pérdidas anatómicas o funcionales el trabajador necesita la asistencia de otra persona para los actos más esenciales de la vida la calificación es de gran invalidez.

### 2.1.1. Beneficiarios

Tendrán derecho a las prestaciones por incapacidad permanente las personas incluidas en el Régimen General que sean declaradas en tal situación y que, hubieran cubierto el periodo mínimo de cotización, salvo que aquella sea debida a accidente sea o no laboral, o a enfermedad profesional, en cuyo caso no será exigido ningún periodo previo de cotización, además de cumplir

las condiciones del derecho a las prestaciones tales como estar afiliado en alta o en situación asimilada a alta, al sobrevenir la contingencia o situación protegida, salvo disposición legal expresa en contrario. El periodo mínimo de cotización exigible será:

Si el sujeto causante tiene menos de veintiséis años de edad, la mitad del tiempo transcurrido entre la fecha en que cumplió los dieciocho años y la del hecho causante de la pensión.

Si el causante tiene cumplidos veintiséis años de edad, un cuarto del tiempo transcurrido entre la fecha en que se hayan cumplido los veinte años y el día en que se hubiese producido el hecho causante, con un mínimo, en todo caso de cinco años. En este supuesto, al menos la quinta parte del periodo de cotización exigible deberá estar comprendido dentro de los diez años inmediatamente anteriores al hecho causante.

No obstante lo anterior, las pensiones de incapacidad permanente en los grados de absoluta para todo trabajo o gran invalidez derivadas de contingencias comunes podrán causarse aunque los interesados no se encuentren en el momento del hecho causante en alta o asimilada a la de alta. En tales supuestos, el periodo mínimo de cotización exigible será, en todo caso, de quince años.

### 2.1.2. Cuantía de las prestaciones y base reguladora

Respecto de la **cuantía de las prestaciones**, será distinta según el grado de incapacidad reconocido:

- En el caso de incapacidad permanente parcial, una cantidad a tanto alzado equivalente a veinticuatro mensualidades de la base reguladora que sirvió de cálculo para determinar la prestación de incapacidad laboral transitoria, de la que procede.
- Para la incapacidad permanente total, una pensión equivalente al 55 por 100 de la base reguladora. A partir de los 55 años, el trabajador por su edad, falta de preparación general o especializada, que se presume la dificultad de obtener empleo en actividad distinta de la habitual, se puede reconocer un incremento de pensión del 20 por 100 de la base reguladora.
- Para la incapacidad permanente absoluta, una pensión vitalicia del 100 por 100 de la base reguladora.

- {Para la Gran Invalidez, la pensión que se señala para la incapacidad absoluta se incrementará en un 50 por 100, para que el inválido pueda remunerar a la persona que le atiende.

La **base reguladora** de las pensiones de incapacidad permanente derivada de enfermedad común será el cociente que resulte de dividir por 112 las bases de cotización del interesado durante los 96 meses inmediatamente anteriores a aquel en que se produzca el hecho causante. El cómputo de dichas bases se realizará conforme a las siguientes reglas:

Las bases correspondientes a los veinticuatro meses anteriores a aquel en que se produzca el hecho causante se computarán en su valor nominal.

Las restantes bases de cotización se actualizarán de acuerdo con la evolución que haya experimentado el índice de precios al consumo desde los meses a que aquellas correspondan hasta el mes inmediato anterior a aquel en que se inicie el periodo de bases no actualizables a que se refiere el apartado anterior.

$$B_r = \frac{\sum_{i=1}^{24} B_i + \sum_{i=25}^{96} B_i \cdot \frac{I_{25}}{I_i}}{112} \quad (2.1)$$

siendo:

$B_r$  = Base reguladora.

$B_i$  = Base de cotización del mes  $i$ -ésimo anterior al del hecho causante.

$I_i$  = Índice General de Precios al Consumo del mes  $i$ -ésimo anterior al del hecho

Causante, donde  $i = \{1, 2, \dots, 96\}$ .

En el supuesto en que se exija un periodo mínimo de cotización inferior a ocho años, la base reguladora se obtendrá teniendo en cuenta el mismo número de meses que se exigen para acreditar el periodo mínimo. Si como consecuencia de la determinación de la cuantía de la pensión ésta resultara inferior a la pensión mínima definida para este tipo de prestaciones, existe la garantía de pensiones mínimas, cuya cuantía y condiciones se establecen anualmente en las correspondientes normas. Una vez reconocida la cuantía de la pensión será revalorizable al principio de cada año, en función del Índice de Precios al Consumo correspondiente al periodo noviembre-noviembre del año anterior.

Las pensiones de incapacidad permanente, cuando sus beneficiarios cumplan 65 años, pasarán a denominarse

pensiones de jubilación, sin que ello implique modificación alguna respecto de las condiciones de la pensión que se viniese percibiendo. No se reconocerá el derecho a las prestaciones de incapacidad permanente, cualquiera que sea la contingencia que las origine, cuando el beneficiario tenga 65 años y reúna todos los requisitos para acceder a la pensión de jubilación. (Ley 24/1997 de 15 de julio de Consolidación y Racionalización del Sistema de Seguridad Social).

La pensión vitalicia de incapacidad permanente total para la profesión habitual, será compatible con el salario que pueda percibir el trabajador, pero será incompatible con la percepción del incremento previsto a que anteriormente se ha hecho referencia. Las pensiones vitalicias en caso de incapacidad absoluta o de gran invalidez no impedirán el ejercicio de aquellas actividades, sean o no lucrativas, compatibles con el estado del inválido y que no representen un cambio en su capacidad de trabajo a efectos de revisión. Existe la posibilidad de revisión de los grados de incapacidad reconocidos a instancias del propio interesado o de la Entidad Gestora.

## 2.2. Ley de Planes y Fondos de Pensiones y Ley de Entidades de Previsión Social

El Real Decreto Legislativo 1/2002 de 29 de noviembre por el que se aprueba el texto refundido de la Ley de Regulación de los Planes y Fondos de Pensiones cuando hace referencia al Régimen Financiero de los Planes de Pensiones especifica las contingencias por las que satisfarán las prestaciones y entre las que enumera está la invalidez laboral total y permanente para la profesión habitual o absoluta y permanente para todo trabajo que a su vez dice pueden ser en forma de renta, capital o mixtas.

También el Reglamento que regula la Entidades de Previsión Social al hablar de la cobertura de riesgos dice que las Mutualidades de Previsión social podrán asumir las previsiones de riesgo sobre las personas siendo las contingencias que se pueden cubrir, las de muerte, vejez, accidente e invalidez para el trabajo, viudedad orfandad etc.

Si bien estas normas no detallan las condiciones en

que se ha de hacer la cobertura de la invalidez, la realidad nos muestra que la mayoría de las entidades e instituciones tienen regulados como requisitos, sobre todo a efectos del reconocimiento de las prestaciones, los mismos que en el caso de la Seguridad Social.

Pero si interesa destacar en este apartado el artículo 34 del RD 2486/ de 20 de noviembre por el que se aprueba el Reglamento de ordenación y Supervisión de los Seguros Privados donde se marcan los requisitos que han de cumplir el tema objeto de este estudio:

1. *Las tablas de mortalidad, supervivencia y de invalidez deberán cumplir los siguientes requisitos:*

a) *Estar basadas en experiencia nacional o extranjera, ajustada a tratamientos estadístico-actuariales generalmente aceptados.*

b) *La mortalidad, supervivencia e invalidez reflejadas en las mismas deberán encontrarse dentro de los intervalos de confianza generalmente admitidos para la experiencia española.*

c) *El final del periodo de observación considerado para la elaboración de las tablas no podrá ser anterior en más de veinte años a la fecha del cálculo de la provisión.*

d) *Cuando se utilicen tablas basadas en la experiencia propia del colectivo asegurado, la información estadística en la que se basen deberá cumplir los requisitos de homogeneidad y representatividad del riesgo, incluyendo sobre el mismo información suficiente que permita una inferencia estadística e indicando el tamaño de la muestra, el método de obtención de la misma y el periodo a que se refiere, el cual deberá adecuarse a lo previsto en el párrafo c) anterior.*

e) *En los seguros de supervivencia, deberán incorporar al efecto del tanto de disminución de la mortalidad considerando una evolución desfavorable de la misma, salvo que el mismo haya sido tenido en cuenta en el cómputo del periodo de observación a que se refiere el párrafo c) anterior.*

*No obstante lo anterior, podrán utilizarse tablas más prudentes que, sin cumplir alguno de los requisitos anteriores, tengan un margen de seguridad superior al que resulta de éstos.*

2. *Si en la fecha de cálculo de la provisión se constata la inadecuación de las tablas inicialmente utilizadas al comportamiento real del colectivo asegurado, siempre que sobre la evolución real del riesgo exista información suficiente como para permitir una inferencia estadística, se efectuará si procede una sobredotación de la provisión de seguros de vida para reflejar las nuevas probabilidades.*

### 2.3. Ley del Impuesto de la Renta de las Personas Físicas.

Según la normativa del Impuesto de la Renta de las Personas Físicas hay determinadas rentas que están exentas del impuesto y no tienen que declararse ni computarse a efectos de la obligación de declarar. Entre ellas están las prestaciones reconocidas al contribuyente por la Seguridad Social o por las entidades que la sustituyan, como consecuencia de incapacidad permanente absoluta o gran invalidez.

Así mismo, se declaran exentas las prestaciones satisfechas por cualquier otra entidad o empresa que aún no teniendo el carácter de prestaciones públicas, se perciban como consecuencia de incapacidad permanente absoluta o de gran invalidez.

La cuantía exenta tiene como límite el importe de la prestación máxima que reconozca la Seguridad Social por el concepto que corresponda. El exceso tributaría como rendimiento de trabajo.

### 3. MODELO PRACTICO DE INVALIDEZ: DEFINICIONES Y PROBABILIDADES FUNDAMENTALES

Cualquier valoración actuarial refiere sus cálculos a términos de «valores actuales» en los que no sólo influyen los valores financieros sino también las correspondientes distribuciones de probabilidad que están ligadas a las nociones fundamentales de «orden» y «efectivos». Se denomina:

- **Orden** a un grupo de personas de la misma edad, cuyo número, en función del paso del tiempo, varía bajo la acción de una sólo o varias causas de salida.

Si se trata de una sola causa, el orden es simple, si son tenidas en cuenta varias causas el orden es compuesto.

- Se denomina **efectivo** a un grupo de personas de la misma edad cuyo número, varía a través del tiempo, bajo la acción de una o varias causas de salida y entrada.

El tratamiento del modelo actuarial de la invalidez o incapacidad para el trabajo requiere establecer que el orden  $l_x$  de supervivientes permita distinguir los activos de los inválidos, es decir, las personas capaces de trabajar de las que no lo son. Con el paso del tiempo cada uno de estos grupos evoluciona bajo los efectos de la mortalidad (la de activos puede ser diferente de la de inválidos) y por el paso del estado de activo al de inválido, o del estado de invalidez al de activo. A cada uno de estos sucesos se les asocia una probabilidad.

El esquema que permite representar la evolución en el tiempo, de un grupo de personas distinguiendo las que son activas de las que no lo son se denomina «modelo actuarial para activos e inválidos». Si no se tiene en cuenta la «reactividad» es decir, el paso de inválido a activo nuevamente, se simplifican los cálculos, y en este caso se habla de **modelo práctico**. Por el contrario cuando se tiene en cuenta la reactividad se conoce como **modelo racional**.

En el caso que nos ocupa y utilizando como base el Sistema de Seguridad Social Español se hará referencia al modelo práctico puesto que no se tiene constancia de que pueda ser muy determinante la posibilidad de que un trabajador que pasa a la situación de invalidez vuelva a la de actividad ya que a pesar de estar regulada esta situación, la evolución de los datos de gestión, tramitación de expedientes, solicitudes y resoluciones desde el año 1998 se ha reducido tendiendo a estabilizarse en torno a tasas de incapacidad aceptables, sin olvidar que la situación económica del país, el mercado laboral y el nivel de paro hace que sea difícil que estos pensionistas se reinserten al mundo laboral otra vez.

Consideramos el orden simple  $l_x$  en dos partes. Un orden compuesto de los activos sobre los que se trata: dos causas de salida, la muerte y la invalidez. Un efectivo de inválidos sobre los que se trata: una causa de salida, la muerte y una causa de entrada la invalidez.

En estas condiciones decimos que la descomposición

de  $l_x$ , sigue el modelo práctico, es decir, no tiene en cuenta la reactividad (o vuelta a la situación de actividad). La fórmula de recurrencia 3.1 junto con la que define la tasa de entrada en invalidez 3.2 permite obtener la evolución del número de activos considerando las dos causas de salida muerte e invalidez, así como el número de entradas en invalidez, completando así las probabilidades fundamentales para posteriormente definir el modelo, siendo:

$$L_{x+1}^a = L_x^a \cdot (1 - q_x^a) \cdot (1 - i_x) \quad (3.1)$$

$$i_x = \frac{b_x}{L_x^a} \quad (3.2)$$

donde,

- $L_x^a$  y  $L_{x+1}^a$ : número de supervivientes de edad  $x+1$  y  $x$ .
- $q_x^a$ : probabilidad de morir activo a la edad  $x$ .
- $i_x$ : probabilidad de invalidarse a la edad  $x$ .
- $b_x$ : número de activos de edad  $x$  que entran en invalidez procedentes de  $L_x^a$ .

El conocimiento de estas probabilidades fundamentales permite la construcción de tablas de supervivencia, de válidos activos e inválidos. El modelo aplicado permite ver la evolución de un colectivo a partir de una edad  $x_0$  (inicial para el trabajo) en el que aparecen como causas de salida el fenómeno de la invalidación y el de fallecimiento, teniendo en cuenta que a cada edad un individuo puede fallecer o invalidarse siempre que hubiera permanecido activo.

Para realizar una tarifa de invalidez tanto si es con pago de capital o de rentas es necesario conocer la tasa de siniestralidad inherente a este riesgo que mide la frecuencia de llegar a la situación de incapacidad y el tiempo que permanecerá en esta situación, que finalizará por muerte o reactividad.

Si bien es poco frecuente realizar estadísticas sobre la tasa de entrada en invalidez, es mucho menos la elaboración de frecuencias de mortalidad de los inválidos y su rehabilitación.

Hay muchas teorías sobre el comportamiento de estos dos parámetros. Sobre la probabilidad de reactividad se dice que a menor grado de invalidez mayor es la probabilidad de volver a la actividad y cuanto mayor sea el grado de invalidez mayor será la probabilidad de morir.

Pero estas afirmaciones no son tan evidentes ya que factores como los progresos médicos que podrían paliar estas situaciones, la realidad nos dice que la entrada en invalidez es irreversible, por lo que este concepto rara vez es tenido en cuenta, sobre todo en las valoraciones actuariales. (Acudir a experiencias de otros países es problemático ya que las situaciones socio-laborales no siempre son homogéneas)

Si bien comercialmente es más usual ofrecer el seguro de invalidez como complementario a uno de vida, no hay inconveniente en presentarlo de forma independiente, en cuya tarificación, si bien la influencia de la frecuencia de ser incapacitado que condiciona la prima de riesgo es igual, no así ocurre con los diversos costes adicionales que implica este tipo de operaciones (mayor coste de administración al gestionarse las pólizas de forma individual, de adquisición o comisiones) lo que resultaría una prima de tarifa superior al que se ofreciera en grupo o como seguro complementario.

Una nota técnica sobre el seguro de invalidez, además de la referencia a las disposiciones generales de la tarifa como descripción de las prestaciones aseguradas y sus cuantías, edad de entrada, formas de pago de la prima, etc, ha de aludir a las bases de cálculo entre cuyos conceptos a tener en cuenta está la frecuencia de incapacitación que conforma la prima de riesgo y los otros recargos que determinan la prima de tarifa.

El elemento de mayor incertidumbre es precisamente el cálculo de la frecuencia formalizada en las correspondientes tablas actuariales que se consideran el instrumento básico del desarrollo de este tipo de seguros. Estas tablas se pueden presentar en tantos grupos diferenciados como distintos factores de selección se puedan hacer, ya que factores sociales, laborales, profesionales o genéticos implican un mayor o menor riesgo, situación que puede paliarse en la tarifa con la medición propia de sus respectivas probabilidades o aumentando ésta con un porcentaje de recargo por riesgo sobre la prima de riesgo.

A partir de las tablas actuariales que se presentan en este estudio, datos relativos a la mortalidad de inválidos y frecuencias de reactividad se elaborarían los símbolos de conmutación que permitirían determinar los valores de las primas de riesgo para el caso de coberturas tanto en forma de rentas como de capital.

#### 4. AMBITO DE LAS OBSERVACIONES Y BASES DE DATOS

El estudio que se presenta se refiere al colectivo de trabajadores por cuenta ajena del Régimen General de la Seguridad Social en España a través de la observación del número de afiliados en alta y número de altas de invalidez por enfermedad común y accidente no laboral, distribuidas por edades, pero dado lo complejo de disponer de edades anualizadas se han tomado las distribuciones para tramos quinquenales, comenzando a la edad de 20 años y siendo el valor máximo 65 años.

El primer problema que se planteó fue la información básica y la elección del periodo de observación. La información base ha sido el número de afiliados en alta en el Régimen General de la Seguridad Social en España y el número de nuevas altas en la pensión de invalidez, en sus diversos grados, de los periodos 1997 -2001.

No se ha creído conveniente utilizar datos retrospectivos mucho más allá de ese año, puesto que si bien el origen de esta pensión es el estado sanitario de la población, a veces puede haber otros factores a lo largo de la vida profesional que también influyan. En estos momentos parece que las circunstancias económicas, sociales y sanitarias son homogéneas con las del periodo de observación.

La conveniencia de no ampliar mucho el periodo de observación se realiza a partir del análisis de la evolución de la tasa bruta de incapacidad permanente que expresada en tanto por mil para el total del Sistema de Seguridad Social es:

<b>Año</b>	<b>Tasa %</b>
1981	10,95
1983	15,43
1985	13,24
1990	6,29
1997	6,78
2000	4,43
2001	4,42

Como se observa, en el año 1.983 la siniestralidad por invalidez alcanza su punto máximo 15,43 %, cifra sobre

la que incidieron circunstancias económicas y sociales del momento, que hace que se tomen medidas tanto normativas como de gestión para reconducir estas tasas a niveles aceptables situándose en la cota mínima del 4,42 % en los últimos años para el conjunto de los regímenes del sistema de Seguridad Social. A efectos del estudio, son las cifras referidas a los tres últimos años las que se consideran como más estabilizadas y que son objeto de atención. A confirmar nuestros razonamientos colabora el análisis de la evolución del número de expedientes de incapacidad permanente, solicitados y resueltos por la Seguridad Social, concluyéndose que no era conveniente a estos efectos remontarse más allá del año 1998 y es precisamente en los tres últimos años cuando se observa una regulación en su calificación que hace que tienda a estabilizarse a una tasa de incapacidad aceptable. De no ser así nos encontraríamos agrupando comportamientos de colectivos de fechas distantes que no serían homogéneos.

**Cuadro 4.2**

Evolución del número de expedientes de incapacidad permanente

	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Exp. solicitados	180.858	176.653	150.749	135.842	136.871	145.547
Exp. resueltos	175.125	198.666	156.282	146.456	136.615	145.215

Las cifras de trabajadores afiliados al Régimen General que se han utilizado se corresponden con el de situaciones que generan obligación de cotizar y están referidos a valores medios anuales, procedentes de los ficheros de afiliación a la Seguridad Social cuya gestión corresponde a la Tesorería General de la Seguridad Social.

Los datos sobre el número de inválidos proceden del fichero de gestión de pensiones del Instituto nacional de la Seguridad Social. Las competencias para declarar la situación de incapacidad permanente, a los efectos de reconocimiento de las correspondientes prestaciones económicas, corresponde a las Direcciones Provinciales del Instituto Nacional de la Seguridad Social, según los dictámenes-propuesta de los Equipos de Valoración de Incapacidades, pudiendo el INSS revisar en todo

momento la incapacidad declarada y su grado, en tanto que el beneficiario no haya cumplido la edad mínima establecida para la pensión de jubilación. En el cuadro siguiente se presentan los principales parámetros que representan el fenómeno de la invalidez tales como la evolución de las tasa medias totales de invalidez y la edad media de entrada en la pensión de invalidez según los distintos grados de calificación.

**Cuadro 4.3**

Evolución tasa invalidez

Año	Nº cotizantes	Nº inválidos	Tasa ‰
1997	9.172.700	60.821	6,63
1998	9.763.000	51.769	5,30
1999	10.431.100	49.223	4,72
2000	11.106.000	46.837	4,22
2001	11.656.800	49.490	4,25

**Cuadro 4.4**

Edad media de entrada en invalidez (años)

Grado de inv.	1997	1998	1999	2000	2001
Inv. total(55%)	42,8	43,9	44,2	44,3	44,6
Inv. total (75%)	57,4	58,1	58,1	58,2	58,2
Inv. Absoluta	48,3	49,1	49,5	49,7	49,7
Gran Invalidez	47,5	48,0	48,3	47,7	46,5
Suma invalidez	48,5	49,4	49,4	49,6	49,8

La edad media de las altas de invalidez en todos sus grados se observa que va creciendo, que si bien depende de los propios procesos, también influye la proporción de personas activas que hay en cada tramo de edades fenómeno que tiene gran incidencia en el sistema junto con el hecho de que cada vez sea menor la tasa de siniestralidad o de entrada en invalidez. También se recogen en las siguientes tablas la evolución para el periodo 1997-2000 de las diferentes tasas observadas de invalidez clasificadas por grupos de edades a partir de los datos obtenidos de la información del Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales, considerando los 3 tipos de invalidez permanente: invalidez total, invalidez absoluta y gran invalidez.

**Cuadro 4.4**

Evolución de la tasa observada de invalidez total

Edad	1997	1998	1999	2000	2001
16-19	0,000444	0,000240	0,000174	0,000122	0,000107
20-24	0,000537	0,000300	0,000258	0,000235	0,000210
25-29	0,000819	0,000512	0,000450	0,000354	0,000330
30-34	0,001354	0,000944	0,000853	0,000729	0,000704
35-39	0,002209	0,001678	0,001543	0,001365	0,001253
40-44	0,003603	0,002741	0,002448	0,002124	0,002026
45-49	0,005957	0,004461	0,004135	0,003290	0,003351
50-54	0,009577	0,007626	0,006875	0,006030	0,005953
55-59	0,018461	0,015141	0,013158	0,012173	0,011894
60-64	0,015725	0,016818	0,014704	0,012858	0,013642

**Cuadro 4.5**

Evolución de la tasa observada de invalidez absoluta

Edad	1997	1998	1999	2000	2001
16-19	0,000329	0,000120	0,000094	0,000113	0,000079
20-24	0,000420	0,000223	0,000136	0,000153	0,000144
25-29	0,000619	0,000426	0,000308	0,000266	0,000279
30-34	0,001236	0,000786	0,000693	0,000592	0,000573
35-39	0,001697	0,001386	0,001140	0,001034	0,001021
40-44	0,002468	0,001952	0,001812	0,001568	0,001637
45-49	0,003668	0,003174	0,002791	0,002634	0,002641
50-54	0,005886	0,004965	0,004794	0,004315	0,004603
55-59	0,010458	0,009134	0,008644	0,008169	0,008087
60-64	0,014300	0,013193	0,012847	0,012204	0,012226

**Cuadro 4.6**

Evolución de la tasa observada de gran invalidez

Edad	1997	1998	1999	2000	2001
16-19	0,000041	0,000018	0,000019	0,000032	0,000058
20-24	0,000036	0,000020	0,000023	0,000035	0,000039
25-29	0,000031	0,000027	0,000023	0,000029	0,000029
30-34	0,000046	0,000044	0,000033	0,000035	0,000041
35-39	0,000067	0,000051	0,000054	0,000048	0,000055
40-44	0,000089	0,000081	0,000074	0,000063	0,000083
45-49	0,000160	0,000108	0,000126	0,000108	0,000121
50-54	0,000239	0,000175	0,000187	0,000204	0,000194
55-59	0,000342	0,000380	0,000421	0,000362	0,000338
60-64	0,000609	0,000546	0,000546	0,000665	0,000537

La siguiente tabla recoge la tasa de invalidez agregada que se obtiene como suma de los tres tipos de invalidez permanente, anteriormente contemplados.

**Cuadro 4.7**

Evolución de la tasa observada de la suma de invalidez

Edad	1997	1998	1999	2000	2001
16-19	0,000814	0,000378	0,000287	0,000266	0,000244
20-24	0,000993	0,000542	0,000417	0,000422	0,000393
25-29	0,001470	0,000965	0,000782	0,000649	0,000637
30-34	0,002636	0,001775	0,001580	0,001356	0,001318
35-39	0,003972	0,003115	0,002736	0,002447	0,002328
40-44	0,006161	0,004775	0,004334	0,003755	0,003746
45-49	0,009785	0,007743	0,007052	0,006032	0,006113
50-54	0,015702	0,012767	0,011855	0,010549	0,010749
55-59	0,029261	0,024655	0,022223	0,020703	0,020319
60-64	0,030634	0,030557	0,028097	0,025727	0,026404

Las tasas así definidas constituyen la base estadística para establecer el correspondiente modelo teórico. En total, para cada grado de invalidez considerado, se dispone de 10 tasas observadas correspondientes a grupos de edades diferentes. A efectos de modelización, hemos tomado la edad central de cada uno de los grupos de edades considerados, habiendo definido la misma como la semisuma de las edades extremas de cada grupo.

Como resultado disponemos de 10 valores  $(i_t, x_t)$  siendo  $t=1,2, \dots, 10$  donde  $i_t$  representa la tasa de invalidez observada del grupo  $t$ -ésimo y  $x_t$  la edad central del mismo grupo de edades. En este modelo suponemos que la variable edad  $x$  es continua tomando valores positivos y que la función  $i_t$  es continua y derivable en el intervalo de definición.

## 5. ESTUDIO DINÁMICO DE LA INVALIDEZ

El riesgo de invalidez a diferencia del riesgo de fallecimiento es un riesgo con gran carga subjetiva puesto que su evaluación está sujeta a apreciaciones personales de los agentes e instituciones que intervienen en su

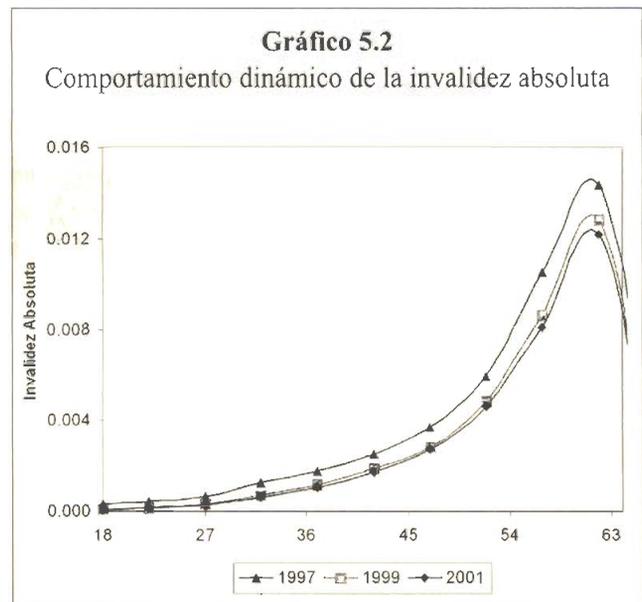
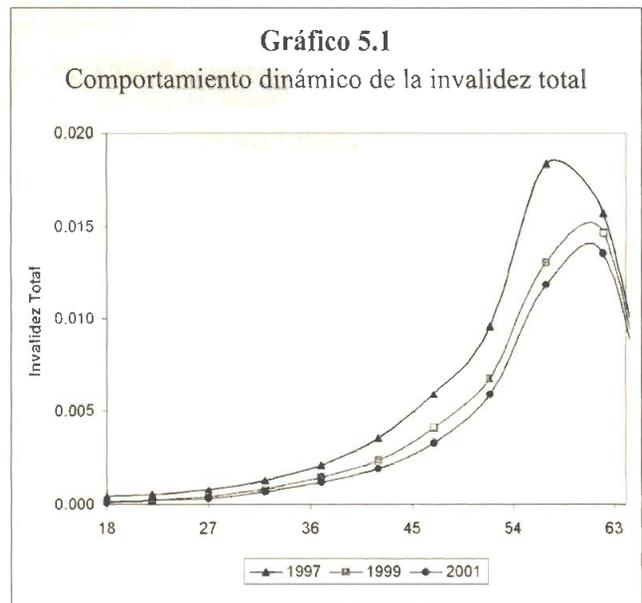
cualificación: el marco legislativo, el asegurador, las evaluaciones y dictámenes médicos, las decisiones judiciales, la actitud moral y predisposición del asegurado (riesgo por azar moral). La incidencia del riesgo de invalidez, como todo riesgo personal que afecta al estado de salud de la persona, va evolucionando a lo largo del tiempo, a causa, principalmente, de factores socio-económicos (coyuntura económica, calidad de vida, renta, condiciones empleo, legislación, fiscalidad, etc.), demográficos (estructura población por edades y sexo) culturales (hábitos de la población) y sanitarios (mejora de la salud de la persona, avances en la medicina, etc).

Entendemos por estudio de la dinamicidad del riesgo de invalidez al análisis de la evolución de la tasa de incidencia de invalidez a lo largo del tiempo. En esta sección llevamos a cabo un estudio dinámico del riesgo de invalidez durante el periodo comprendido entre los años 1997 y 2001. Para ello, en primer lugar hemos recurrido a representar gráficamente la evolución de la incidencia de las diferentes clases de invalidez contempladas: total, absoluta, gran invalidez y, finalmente, la invalidez agregada que se obtiene como suma de las tres causas de invalidez anteriores.

Se presenta la representación dinámica de la evolución de la incidencia real de las diferentes clases de invalidez permanente que demuestra como la tendencia general es una disminución de las tasas observadas correspondientes, a excepción de la gran invalidez en la que la tasa de incidencia es considerablemente estable. No debemos olvidar el conjunto de causas que inciden en esta prestación no sólo las sanitarias sino también las económicas o sociales.

Tal como observamos en el gráfico 5.4, la tendencia de la incidencia de la invalidez es muy clara: la tasa de invalidez agregada va disminuyendo a lo largo del periodo de tiempo contemplado. Este comportamiento está explicado por factores fundamentalmente económicos tales como la mejora de calidad de vida, aumento de la renta, mejora de las condiciones de trabajo, disminución de la precariedad laboral, etc.

La invalidez total y la absoluta reflejan perfectamente esta tendencia para todas las edades de la persona mientras que la gran invalidez muestra un comportamiento más inestable, pues si bien adivinamos una disminución

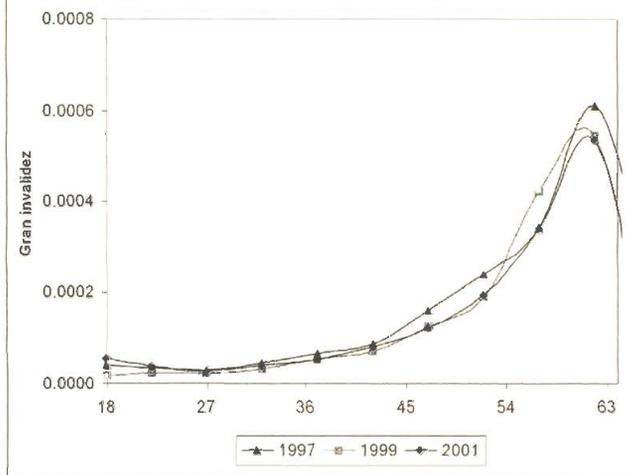


en general de su tasa de incidencia, existen dos grupos de edades comprendidos entre 18 y 27 años y 54 y 61 años respectivamente, que no respetan este comportamiento, aunque las diferencias entre los años considerados son muy escasas. Nosotros asociamos este comportamiento anómalo a errores estadísticos derivados de la toma de datos.

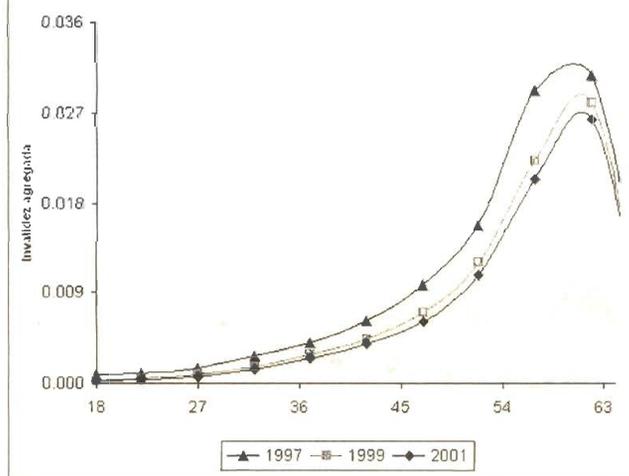
A efectos de analizar el comportamiento dinámico en el tiempo de las diferentes clases de invalidez hemos propuesto un modelo en el que vamos a calcular dos tablas diferentes de invalidez. La primera, tabla del

**Gráfico 5.3**

Comportamiento dinámico de la gran invalidez

**Gráfico 5.4**

Comportamiento dinámico de la invalidez agregada



2000, tiene en cuenta los datos de invalidez referidos a los años 1999 y 2000. La segunda, tabla del 2001, recoge los valores observados para los años 2000 y 2001. Dada la evolución tan marcada de la incidencia de invalidez en el tiempo, hemos creído que tomar la experiencia estadística de años anteriores podría distorsionar los valores de las tasas para el año a que se refieren.

Se ha creído conveniente tomar para cada tabla la experiencia de los dos últimos años con el objeto de neutralizar los efectos asociados a la gestión y a la coyuntura económica. El trabajo presentado inicia un

estudio continuado de la invalidez pues es nuestra intención ampliarlo en años sucesivos con la nueva información estadística disponible referente a invalidez o incapacidad permanente.

## 6. METODOLOGIA UTILIZADA: ESTIMACION PARAMETRICA

Las tasas de invalidez observadas están sujetas a fluctuaciones aleatorias achacables a diferentes circunstancias: errores muestrales en la recogida de información, tamaño del colectivo, tramos de edades con pocas observaciones, etc. El proceso estadístico que tiene como principal objeto corregir estas irregularidades se denomina estimación y consiste en transformar los valores observados de la variable dependiente, en valores más regulares que denominamos valores estimados o ajustados. Una buena estimación debe reunir las siguientes cualidades:

- Bondad de ajuste. Las intensidades y probabilidades anuales de transición estimadas deben ajustarse bien a las observadas para que de esta forma sean representativas de la experiencia.
- Suavidad y alisamiento del ajuste. El concepto de suavidad hace referencia al valor de las diferencias sucesivas, tomando como intervalo de diferencia un año. La estimación no debe manifestar irregularidades ni registrar cambios bruscos en los valores estimados adyacentes. Por ello, es importante que la estimación sea razonablemente suave.

Existen dos metodologías de ajuste, distintas entre sí, que a continuación describimos brevemente:

- Estimación paramétrica: Engloba métodos que buscan una función de ajuste que se adapte lo mejor posible a la experiencia disponible. En ellos, prevalece el proceso de ajuste global sobre el análisis local de la experiencia. El alisamiento de las estimaciones así obtenidas suele ser muy satisfactorio.
- Estimación no paramétrica: Son métodos en los que prevalece el estudio local de los valores observados sobre el proceso de ajuste global de la experiencia. Por ello, suelen ofrecer un ajuste muy bueno. Como cualidad adicional, destacamos que su aplicación permite combinar el nivel de ajuste con la suavidad de la estimación.

En el estudio llevado a cabo hemos adoptado el primer enfoque basado en una estimación paramétrica. El proceso de estimación paramétrica consta de dos etapas claramente diferenciadas entre sí:

Elección de una determinada función de ajuste.

Aplicación de un método de optimización que permita obtener los parámetros estimados de la función de ajuste.

Respecto al tipo de función de ajuste adoptado, hemos recurrido a funciones transformadas de Gompertz-Makeham de orden  $(r,s)$ , siendo  $r \geq 0, s \geq 0$ .

$$GM_x^{ij}(r, s) = \sum_{k=0}^{r-1} \alpha_k \cdot x^k + e^{\sum_{m=0}^{s-1} \beta_m \cdot x^m} \quad (6.1)$$

$$GM_x^y(r, s) = pol_1(x) + e^{pol_2(x)}$$

Siguiendo a **Forfair, D.O. et al. (1988)**, a efectos de mejorar la calidad del ajuste hemos reemplazando  $x$  por  $t = (x-u)/v$ , donde  $u$  y  $v$  se fijan de forma que  $t$  varíe aproximadamente entre  $-1$  y  $1$  para todas las edades consideradas. En nuestro caso hemos adoptado los valores  $u = 42,5$  y  $v = 24,5$ .

En el proceso de ajuste hemos ensayado para cada contingencia de invalidez permanente estudiada funciones  $GM_x(r,s)$  siendo  $(r,s) \in \{(0,3), (1,2), (2,1), (0,4), (1,3), (2,2), (3,1), (4,0), (0,5), (1,4), (2,3), (3,2), (0,6), (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1), (6,0), (0,7), (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1), (7,0), (0,8), (1,7), (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2), (7,1), (8,0)\}$  de no más de 5 parámetros significativos (contraste t-student con un nivel de significación del 95%, para lo cual el estadístico t-student debe ser mayor a 1.96) a efectos de evitar una sobreparametrización del modelo.

Para hallar los valores de los parámetros de las funciones de ajuste hemos adoptado el método de los errores cuadráticos (MCO) inspirado en la minimización de la suma de los errores cuadráticos,  $e_i$ .

$$\sum_{i=1}^{10} (t_i - \hat{t}_i)^2 = \sum_{i=1}^{10} (e_i)^2 \quad (6.2)$$

Para valorar los resultados de la estimación, debemos considerar dos aspectos básicos: el ajuste y el alisamiento. El ajuste se puede verificar analíticamente mediante tests no paramétricos como el test de los signos, test de las rachas, test de correlación, test de  $\chi^2$ , test

de Kolmogorov-Smirnov, etc. Nosotros hemos adoptado los dos primeros. Gráficamente, podemos corroborar la bondad del ajuste representando los valores ajustados y comparándolos con sus valores observados o bien representando los residuos de la estimación. La valoración del alisamiento o suavidad del ajuste puede realizarse de forma gráfica, comprobando que la estimación no presente irregularidades ni cambios bruscos en los valores adyacentes.

El test de los signos tiene en consideración el signo de las desviaciones relativas, también llamados residuos. De acuerdo con este test, la probabilidad de que el signo  $e_i$  de sea positivo o negativo es la misma e igual a 0,5. Por tal motivo se asume la hipótesis teórica de el número de residuos positivos, representado por ND, se distribuye según una distribución binomial de parámetros  $\omega$  y  $1/2$ .

$$ND \approx Binomial(\omega, 0,5)$$

En base a la anterior hipótesis, calculamos y representamos por  $p$ , la probabilidad de que el número de residuos positivos sea igual o menor al obtenido en la información disponible. Si  $0,025 < p < 0,975$  el test resulta satisfactorio, al considerarse la probabilidad resultante ni demasiado pequeña ni excesivamente elevada. En caso contrario, el número de desviaciones relativas de signo positivo es excesivamente bajo o elevado, lo que denota una mala calidad del ajuste

$$p = \sum_{r=0}^{ND} \binom{\omega}{r} \cdot 0,5^\omega \quad (6.3)$$

El test de Wald-Wolfowitz o test de las rachas parte de la consideración de que si el ajuste es correcto, los signos de los residuos  $e_i$  deben distribuirse aleatoriamente, sin, por tanto, haber un número excesivamente alto o bajo de cambios de signo. El Test de Wald-Wolfowitz se aplica calculando el número de rachas o iteraciones de los residuos del mismo signo. Asumimos que existen  $n_1$  residuos positivos y residuos negativos, siendo  $n_1 + n_2 = \omega$  (6.3.1). Definimos  $p$  como la probabilidad de obtener  $NR$  rachas. Si  $NR = 2k$  (número par), entonces  $p$  se obtiene como sigue:

$$p = \frac{2 \cdot (n_1 - 1)!}{(k-1)! \cdot (n_1 - k)!} \cdot \frac{(n_2 - 1)!}{(k-1)! \cdot (n_2 - k)!} \cdot \frac{n_1! \cdot n_2!}{\omega!} \quad (6.4)$$

Si  $NR = 2k + 1$  (número impar),  $p$  se obtiene a partir de esta expresión.

$$p = \frac{(n_1 - 1)!}{(k-1)! \cdot (n_1 - k)!} \cdot \frac{(n_2 - 1)!}{k! \cdot (n_2 - 1 - k)!} \cdot \frac{n_1! n_2!}{\omega!} + \frac{(n_1 - 1)!}{k! (n_1 - k - 1)!} \cdot \frac{(n_2 - 1)!}{(k-1)! (n_2 - k)!} \cdot \frac{n_1! n_2!}{\omega!} \quad (6.5)$$

Como bien señala **Forfair, D.O. et al. (1988)**, un valor pequeño de  $p$  conlleva un número excesivamente pequeño de rachas que representa poca bondad de ajuste. Un valor alto de  $p$  representa un número excesivo de rachas que puede perjudicar su suavidad. Un valor intermedio de  $p$  resulta satisfactorio. Seguidamente, recogemos los resultados de los tests estadísticos de los signos y de las rachas que confirman la calidad del ajuste.

## 7. RESULTADO NUMERICO DEL AJUSTE

En esta sección vamos a representar los resultados asociados al ajuste paramétrico realizado sobre los tasas observadas de invalidez durante los años 1999, 2000, 2001 recogidos en las tablas 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7. Acompañamos cada uno de los ajustes realizados con un análisis estadístico sobre la bondad de ajuste de la estimación obtenida, el nivel de alisamiento del ajuste y la significación individual de los parámetros utilizados en la función paramétrica de ajuste.

### 7.1. Invalidez total

Tras probar las diferentes funciones paramétricas propuestas en la sección 6 hemos seleccionado una función GM(0,7) con 4 parámetros significativos, tanto para la tabla 2000 como para la tabla 2001, tal como queda recogido en la expresión 7.1. Seguidamente, planteamos el análisis estadístico para contrastar la fiabilidad del ajuste realizado.

$$\hat{i}_{totx} = e^{B_0 + B_1 \cdot \left(\frac{x-425}{245}\right) + B_3 \cdot \left(\frac{x-425}{245}\right)^3 + B_6 \cdot \left(\frac{x-425}{245}\right)^6} \quad (7.1)$$

**Cuadro 7.1**  
Ajuste Tabla de invalidez total 2000

Parámetro	Valor estimado	Desviación standard	t-student
B0	-6,032685105	,040771490	-147,966642
B1	2,300868641	,139490767	16,494373
B3	2,465965433	,288960165	8,533707
B6	-5,204126315	,279006859	-18,652688
Diferencias positivas:		4	
Diferencias negativas:		7	
Empates:		0	
Total:		11	
<b>Valor del test de los signos:</b>		0,2744	
Número de rachas:		5	
Valor del test de Wald-Wolfowitz:		0,2455	

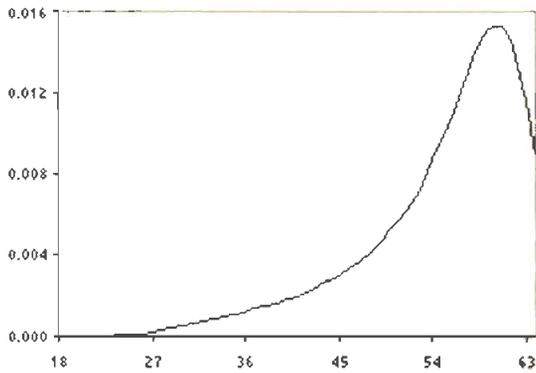
**Cuadro 7.2**  
Ajuste Tabla de invalidez total 2001

Parámetro	Valor estimado	Desviación standard	t-student
B0	-6,142982141	,0475229672	-130,680851
B1	2,425323594	,158874621	15,270780
B3	2,362907773	,313737922	7,531492
B6	-5,095031005	,293075998	-17,384675
Diferencias positivas:		8	
Diferencias negativas:		3	
Empates:		0	
Total:		11	
<b>Valor del test de los signos:</b>		0,96728	
Número de rachas:		5	
Valor del test de Wald-Wolfowitz:		0,2455	

El ajuste de la tabla de invalidez total 2000 es individualmente significativo puesto que el valor absoluto del estadístico t-student está claramente por encima de 1,96. A nivel global la bondad del ajuste también es satisfactoria tal como así indica el coeficiente de determinación igual al 99,92% y los test de los signos y de las rachas

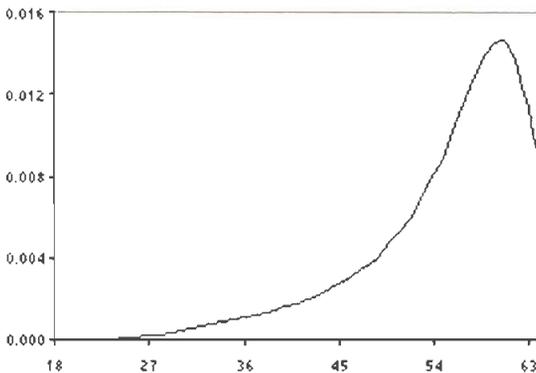
**Gráfico 7.1**

Tabla de invalidez total 2000



**Gráfico 7.2**

Tabla de invalidez 2001



toman valores entorno a 0,25 totalmente aceptables. Respecto al alisamiento del ajuste, tal como observamos en el gráfico 7.1, la representación gráfica del ajuste no presenta ninguna irregularidad reseñable lo que significa que el nivel de suavidad del ajuste es plenamente satisfactorio.

El ajuste de la tabla de invalidez total 2001 es igualmente significativo a nivel individual. A nivel global el coeficiente de determinación sigue siendo elevado, el 99,91%, lo que indica que el ajuste a los datos observados es realmente muy elevado lo cual era uno de los objetivos iniciales del estudio. El test de Wald-Wolfo-

witz toma el mismo valor que la tabla 2000 lo cual es correcto. El test de los signos toma un valor elevado, sin llegar a alcanzar la cuota superior de aceptación del mismo que se encuentra en 0,975 con lo cual podemos afirmar que a nivel global la calidad del ajuste es buena. El nivel de alisamiento de la estimación es suficiente, tal como queda plasmado en el gráfico 7.2, puesto que no se observan ni irregularidades apreciables ni cambios bruscos de comportamiento. Seguidamente, representamos los valores de la tablas. Si realizamos un seguimiento de los valores que toman ambas tablas observamos como las tasas de invalidez total van aumentando de valor hasta la edad de 61 años, momento a partir del cual decrece hasta la edad final de 64 años. Por otra parte, observamos como ambas tablas mantienen el comportamiento dinámico señalado en la sección 5 puesto que las tasas de invalidez total de la tabla 2001 son siempre inferiores a las de la tabla 2000.

**Tabla 7.1**  
Invalidez total

	Tabla 2000	Tabla 2001
18	0,000000	0,000000
19	0,000001	0,000000
20	0,000002	0,000002
21	0,000006	0,000005
22	0,000014	0,000012
23	0,000030	0,000026
24	0,000056	0,000048
25	0,000095	0,000082
26	0,000148	0,000127
27	0,000215	0,000184
28	0,000295	0,000252
29	0,000386	0,000330
30	0,000488	0,000416
31	0,000597	0,000510
32	0,000714	0,000611
33	0,000836	0,000718
34	0,000965	0,000832
35	0,001100	0,000952
36	0,001242	0,001078
37	0,001391	0,001213
38	0,001548	0,001356

**Tabla 7.1 (continuación)**

Invalidez total

	<b>Tabla 2000</b>	<b>Tabla 2001</b>
39	0,001715	0,001509
40	0,001892	0,001673
41	0,002083	0,001851
42	0,002289	0,002045
43	0,002514	0,002258
44	0,002764	0,002494
45	0,003042	0,002759
46	0,003357	0,003059
47	0,003716	0,003403
48	0,004132	0,003801
49	0,004617	0,004266
50	0,005186	0,004811
51	0,005855	0,005452
52	0,006641	0,006207
53	0,007561	0,007090
54	0,008623	0,008110
55	0,009823	0,009264
56	0,011132	0,010526
57	0,012483	0,011835
58	0,013756	0,013076
59	0,014766	0,014077
60	0,015273	0,014608
61	0,015022	0,014426
62	0,013828	0,013347
63	0,011692	0,011357
64	0,008881	0,008698

**Cuadro 7.3**

Ajuste Tabla de invalidez absoluta 2000

<b>Parámetro</b>	<b>Valor estimado</b>	<b>Desviación standard</b>	<b>t-student</b>
B0	-6,679413970	,312718220	-21,726075
B1	2,126305066	,837679133	2,538328
B2	2,653389182	1,274376142	2,082108
B6	-4,394329845	1,126840313	-3,899691
Diferencias positivas:		6	
Diferencias negativas:		5	
Empates:		0	
Total:		11	
<b>Valor del test de los signos:</b>		0,7256	
Número de rachas:		6	
Valor del test de Wald-Wolfowitz:		0,5216	

Los cuadros 7.3 y 7.4 confirman que los ajustes realizados para ambas tablas son significativos al 95% a nivel individual pues los valores t-student para cada uno de los parámetros superan en valor absoluto el 1,96. Por otra parte, la calidad del ajuste global de ambas tablas también nos parece correcta, puesto que el coeficiente de determinación toma valores del 98,40 % y 98,23 % respectivamente. El test de las rachas es ampliamente significativo al igual que el test de los signos lo cual es indicativo de que la distribución de los residuos es suficientemente aleatoria para garantizar que el ajuste es correcto. Las gráficas 7.3 y 7.4 muestran un comportamiento regular indicativo de una buena suavización del ajuste. Únicamente remarcar que el tramo creciente presenta un cambio de inflexión a la altura de la edad de los 30 años. A partir de este momento la función pasa de cóncava a convexa lo que refleja un incremento de la rapidez de crecimiento de las tasas ajustadas de invalidez absoluta.

Los valores recogidos en los gráficos 7.3 y 7.4 conservan el comportamiento dinámico de la invalidez absoluta recogido en la gráfica 5.2, es decir, los valores de la tabla 2000 son superiores a los recogidos en la tabla 2001. Por otra parte, observamos como ambas tasas ajustadas de invalidez absoluta recogidas en las dos tablas muestran un comportamiento creciente hasta la edad de 61 años, a partir de la cual se inicia una tendencia decreciente.

## 7.2. Invalidez absoluta

El ajuste de las tasas de invalidez absoluta, tanto en la tabla 2000 como en la tabla 2001, se ha realizado con un GM(0,7) con únicamente 4 parámetros, todos ellos individualmente significativos como queda patente en el cuadro estadístico que recogemos a continuación. El resultado ha sido la siguiente expresión paramétrica.

$$\hat{i}_{absx} = e^{B_0} + B_1 \cdot \left(\frac{x-42,5}{24,5}\right) + B_2 \cdot \left(\frac{x-42,5}{24,5}\right)^2 + B_6 \cdot \left(\frac{x-42,5}{24,5}\right)^6 \quad (7.2)$$

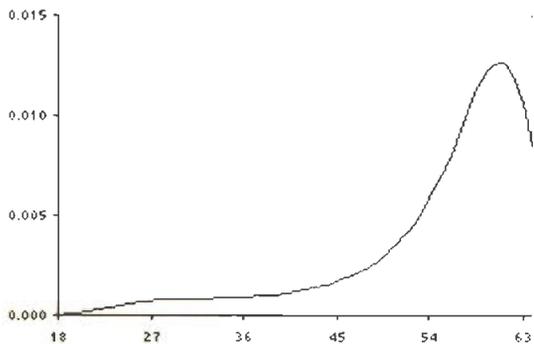
**Cuadro 7.4**

Ajuste Tabla de invalidez absoluta 2001

Parámetro	Valor estimado	Desviación standard	t-student
B0	-6.726098380	.179103640	-37.554359
B1	2.138799252	.480060822	4.455267
B2	2.700143571	.731615506	3.690659
B6	-4.470645964	.653876855	6.837136
Diferencias positivas:		6	
Diferencias negativas:		5	
Empates:		0	
Total:		11	
<b>Valor del test de los signos:</b>		0.7256	
Número de rachas:		6	
Valor del test de Wald-Wolfowitz:		0.5216	

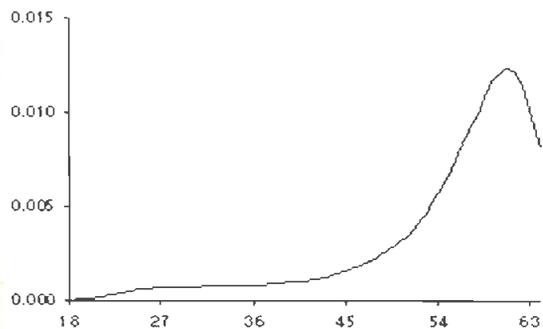
**Gráfico 7.3**

Tabla de invalidez absoluta 2000



**Gráfico 7.4**

Tabla de invalidez absoluta 2001



**Tabla 7.2**

Invalidez absoluta

	Tabla 2000	Tabla 2001
18	0,000026	0,000024
19	0,000061	0,000057
20	0,000120	0,000112
21	0,000202	0,000191
22	0,000301	0,000286
23	0,000406	0,000388
24	0,000507	0,000486
25	0,000594	0,000570
26	0,000664	0,000637
27	0,000714	0,000686
28	0,000749	0,000719
29	0,000771	0,000739
30	0,000784	0,000752
31	0,000793	0,000759
32	0,000800	0,000766
33	0,000809	0,000773
34	0,000821	0,000784
35	0,000837	0,000800
36	0,000860	0,000821
37	0,000891	0,000850
38	0,000930	0,000887
39	0,000979	0,000933
40	0,001040	0,000992
41	0,001114	0,001063
42	0,001204	0,001149
43	0,001314	0,001254
44	0,001446	0,001381
45	0,001605	0,001534
46	0,001797	0,001720
47	0,002030	0,001945
48	0,002314	0,002220
49	0,002658	0,002554
50	0,003078	0,002962
51	0,003589	0,003459
52	0,004207	0,004062
53	0,004952	0,004790
54	0,005836	0,005656
55	0,006865	0,006665
56	0,008025	0,007806
57	0,009275	0,009035
58	0,010526	0,010266
59	0,011632	0,011355
60	0,012395	0,012101
61	0,012582	0,012274
62	0,011995	0,011681
63	0,010561	0,010252
64	0,008421	0,008135

### 7.3. Gran invalidez

Para el caso de la gran invalidez, tanto en la tabla 2000 como en la tabla 2001, hemos optado por una función GM(0,6) con 4 parámetro de acuerdo a la expresión (7.3). Los cuadros 7.5 y 7.6 recogen el análisis estadístico del ajuste.

$$\hat{f}_{absx} = e^{B_0} + B_1 \cdot \left(\frac{x-42,5}{24,5}\right) + B_3 \cdot \left(\frac{x-42,5}{24,5}\right)^3 + B_6 \cdot \left(\frac{x-42,5}{24,5}\right)^6 \quad (7.3)$$

**Cuadro 7.5**

Ajuste Tabla de gran invalidez 2000

Parámetro	Valor estimado	Desviación standard	t-student
B0	-9,407535814	,186808374	50,359283
B1	1,086547305	,354220953	3,067428
B3	6,262546732	1,543860924	4,056418
B6	-7,991911314	1,614043335	4,951484
Diferencias positivas:	7		
Diferencias negativas:	4		
Empates:	0		
Total:	11		
<b>Valor del test de los signos:</b>	0,8867		
Número de rachas:	6		
Valor del test de Wald-Wolfowitz:	0,5216		

**Cuadro 7.6**

Ajuste Tabla de gran invalidez 2001

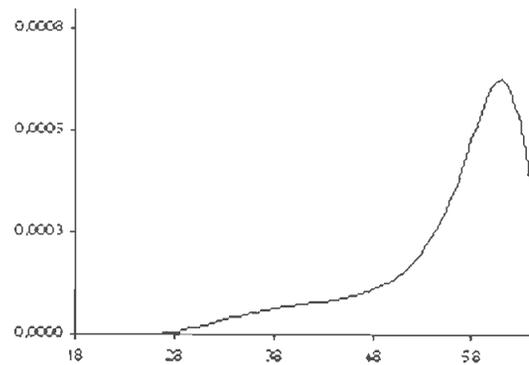
Parámetro	Valor estimado	Desviación standard	t-student
B0	-9,378885326	,262361863	-35,747878
B1	,732523749	,0930003584	7,873651
B3	6,811247531	2,242921137	3,367753
B6	-8,161714283	2,332790000	3,498692
Diferencias positivas:	7		
Diferencias negativas:	4		
Empates:	0		
Total:	11		
<b>Valor del test de los signos:</b>	0,8867		
Número de rachas:	6		
Valor del test de Wald-Wolfowitz:	0,5216		

El ajuste de la tabla de gran invalidez 2000 es individualmente significativo pues sus 4 parámetros toman valores t-student más grandes que 1,96. Por su parte, la calidad del ajuste también es satisfactoria porque la bondad de ajuste es alta, 99,11% y supera los test de los signos y de Wald Wolfowitz.

La tabla de gran invalidez 2001 es significativa a nivel individual pues los valores t-student en valor absoluto son suficientemente elevados. El coeficiente de determinación es inferior al de la anterior tabla, alcanzando un valor del 97,79%. Justificamos este hecho por la irregularidad de los valores observados para las primeras edades del estudio. No obstante, tanto el test de las rachas como el test de Wald Wolfowitz arrojan resultados aceptables.

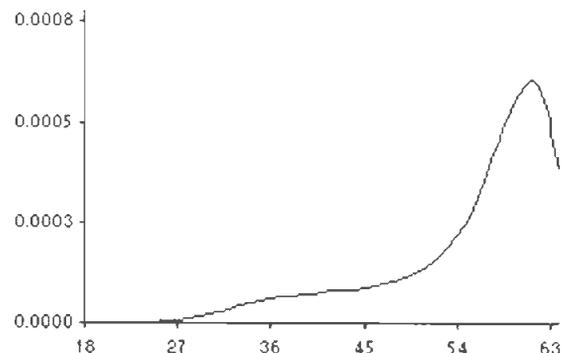
**Gráfico 7.5**

Tabla de gran invalidez 2000



**Gráfico 7.6**

Tabla de gran invalidez 2001



Los gráficos 7.5 y 7.6 muestran un comportamiento regular con un único cambio de inflexión en el tramo creciente a la altura de los 45 años, indicativo de que el ritmo de crecimiento de la tasa de gran invalidez va aumentado a lo largo de su tramo creciente. En consecuencia el suavizado de ambos ajustes es satisfactorio.

**Tabla 7.3**  
Gran invalidez

	<b>Tabla 2000</b>	<b>Tabla 2001</b>
18	0,000000	0,000000
19	0,000000	0,000000
20	0,000000	0,000000
21	0,000000	0,000000
22	0,000000	0,000000
23	0,000000	0,000000
24	0,000001	0,000001
25	0,000001	0,000001
26	0,000003	0,000003
27	0,000005	0,000006
28	0,000008	0,000009
29	0,000013	0,000014
30	0,000018	0,000020
31	0,000024	0,000027
32	0,000030	0,000034
33	0,000036	0,000042
34	0,000043	0,000049
35	0,000049	0,000055
36	0,000055	0,000061
37	0,000060	0,000066
38	0,000065	0,000071
39	0,000069	0,000075
40	0,000073	0,000078
41	0,000077	0,000081
42	0,000080	0,000083
43	0,000084	0,000086
44	0,000088	0,000089
45	0,000092	0,000092
46	0,000098	0,000096
47	0,000104	0,000101
48	0,000112	0,000107
49	0,000123	0,000116
50	0,000136	0,000128
51	0,000153	0,000143
52	0,000175	0,000162
53	0,000204	0,000188
54	0,000240	0,000221
55	0,000285	0,000263
56	0,000341	0,000315

**Tabla 7.3 (cont.)**

Gran invalidez

	<b>Tabla 2000</b>	<b>Tabla 2001</b>
57	0,000406	0,000377
58	0,000478	0,000447
59	0,000548	0,000517
60	0,000605	0,000577
61	0,000628	0,000608
62	0,000601	0,000589
63	0,000514	0,000512
64	0,000381	0,000386

**«En conjunto, podemos decir que la dinamicidad de la gran invalidez muestra un comportamiento bastante estable, no advirtiéndose un decrecimiento en el tiempo tan acentuado como el que hemos observado en la invalidez total y la absoluta»**

La tabla 7.3 muestra una dinamicidad diferente a las tablas 7.2 y 7.1 puesto que ofrece un primer tramo hasta la edad de 45 años en el que las tasas de la tabla del año 2001 son ligeramente superiores a las tasas recogidas en la tabla del año 2000, tomando, no obstante valores muy próximos. A partir de la edad de 45 años se invierte esta tendencia. En conjunto, podemos decir que la dinamicidad de la gran invalidez muestra un comportamiento bastante estable, no advirtiéndose un decrecimiento en el tiempo tan acentuado como el que hemos observado en la invalidez total y la absoluta.

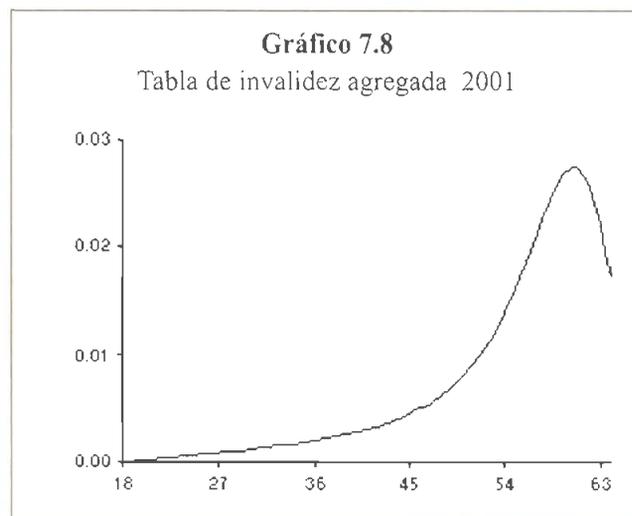
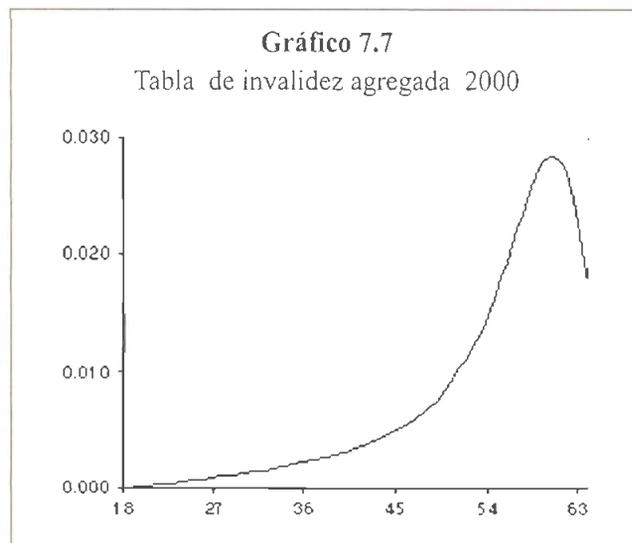
### 7.3 Invalidez agregada

Las tasas de invalidez agregada ajustadas se obtienen como suma de las tasas de invalidez total, absoluta y gran invalidez, ya estimadas con anterioridad. El resultado queda recogido en la siguiente tabla.

**Tabla 7.4**  
Invalidez agregada

	<b>Tabla 2000</b>	<b>Tabla 2001</b>
18	0,000026	0,000024
19	0,000062	0,000057
20	0,000122	0,000114
21	0,000207	0,000196
22	0,000315	0,000298
23	0,000436	0,000414
24	0,000563	0,000534
25	0,000690	0,000653
26	0,000814	0,000767
27	0,000934	0,000875
28	0,001052	0,000980
29	0,001170	0,001083
30	0,001290	0,001188
31	0,001414	0,001297
32	0,001544	0,001411
33	0,001682	0,001533
34	0,001829	0,001664
35	0,001987	0,001806
36	0,002157	0,001960
37	0,002341	0,002129
38	0,002542	0,002313
39	0,002762	0,002517
40	0,003005	0,002743
41	0,003274	0,002994
42	0,003574	0,003277
43	0,003912	0,003597
44	0,004297	0,003963
45	0,004739	0,004385
46	0,005251	0,004875
47	0,005851	0,005449
48	0,006558	0,006128
49	0,007398	0,006936
50	0,008400	0,007900
51	0,009597	0,009054
52	0,011024	0,010432
53	0,012717	0,012068
54	0,014699	0,013986
55	0,016972	0,016192
56	0,019498	0,018647
57	0,022164	0,021247
58	0,024759	0,023789
59	0,026947	0,025949
60	0,028272	0,027286
61	0,028232	0,027308
62	0,026424	0,025617
63	0,022767	0,022121
64	0,017684	0,017218

El comportamiento dinámico de la invalidez agregada es muy claro: las tasas de invalidez correspondientes a la tabla 2001 son menores que las de la tabla 2000, lo cual es claramente indicativo de la mayor influencia ejercida por el comportamiento de la invalidez absoluta y temporal que el de la gran invalidez.



Los gráficos 7.7 y 7.8 muestran como el ajuste de la invalidez agregada tiene un buen alisamiento pues no se aprecia ninguna irregularidad destacable. Se observa como la tasa de invalidez agregada crece hasta la edad de 60 años en la tabla del 2000 y 61 en la tabla del 2001. A partir de entonces la tasa agregada de invalidez decrece de valor.

## 8. COMPARACION CON OTRAS EXPERIENCIAS DE INVALIDEZ

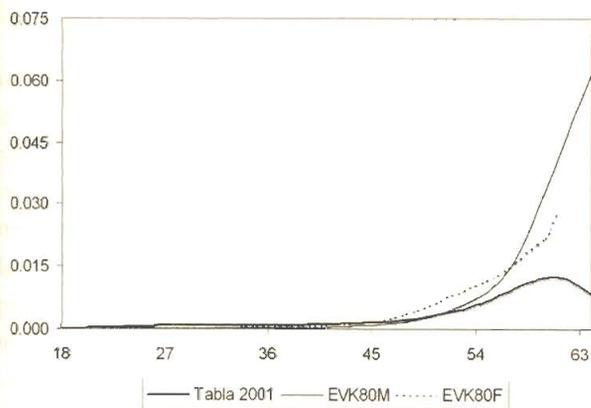
Seguidamente, vamos a realizar un estudio comparativo de las tasas de invalidez estimadas en la anterior sección, con otras experiencias estadísticas sobre invalidez utilizadas con frecuencia en la práctica actuarial de las compañías aseguradoras españolas. En concreto hemos realizado la comparación con las tablas suizas EVK80 y EVK90. Los gráficos 8.1 y 8.2 y la tabla 8.1 recogen este análisis. Las tablas EVK corresponden a la experiencia de una caja de pensiones Suiza. El fenómeno que describen es próximo a la consideración de invalidez absoluta en el sistema de Seguridad Social. Por tal motivo, a efecto de realizar el estudio comparativo hemos seleccionado la invalidez absoluta. Las tasas están determinadas en función del sexo. La gráfica 8.1

toma en consideración las tablas EVK80, distinguiendo entre población masculina (EVK80M) y población femenina (EVK80F). Por su parte, la gráfica 8.2 recoge los valores de la tabla EVK90, diferenciando igualmente entre población masculina (EVK90M) y femenina (EVK90F).

En el gráfico 8.1 observamos tres comportamientos asociados a grupos de edades distintos. En primer lugar, hasta los 43 años, los valores estimados en la tabla de invalidez absoluta 2001 son en su mayoría ligeramente superiores a las tasas de invalidez de las EVK80. Desde los 43 años hasta los 50, los valores estimados en la tabla de invalidez absoluta 2001 son inferiores que los valores de la EVK80F pero mayores que los de la tabla EVK80M. A partir de los 50 años, nuestra tabla recoge una siniestralidad claramente inferior a la registrada tanto en la EVK90M como en la EVK90F.

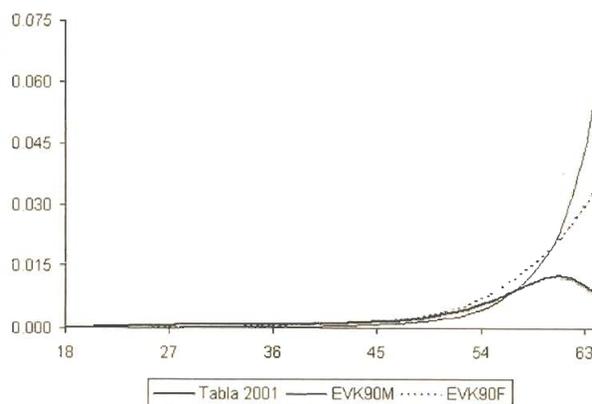
**Gráfico 8.1**

Comparación entre la tabla de invalidez absoluta 2001 y la tabla de invalidez EVK80



**Gráfico 8.2**

Comparación entre la tabla de invalidez absoluta 2001 y la tabla de invalidez EVK90



**«Una cifra muy evidente a este respecto según las estadísticas SEEPROS de la UE es que mientras en Europa se gasta en invalidez un 2,2 por 100 del PIB, en España es el 1,5 por ciento. Esta relación que se verifica principalmente para la cobertura pública puede también ser representativa de la iniciativa privada»**

**Tabla 8.1**

Comparación entre la tabla de invalidez absoluta 2001 y las tabla de invalidez EVK80 y EVK90

	<b>Tabla 2001(Inv,Abs)</b>	<b>EVK80M</b>	<b>EVK80F</b>	<b>EVK90M</b>	<b>EVK90F</b>
18	0,000024				
19	0,000057				
20	0,000112	0,000100	0,000250	0,000050	0,000130
21	0,000191	0,000100	0,000250	0,000050	0,000130
22	0,000286	0,000100	0,000250	0,000050	0,000130
23	0,000388	0,000100	0,000250	0,000050	0,000130
24	0,000486	0,000100	0,000250	0,000060	0,000130
25	0,000570	0,000100	0,000250	0,000070	0,000130
26	0,000637	0,000100	0,000250	0,000080	0,000140
27	0,000686	0,000100	0,000250	0,000100	0,000170
28	0,000719	0,000100	0,000250	0,000120	0,000200
29	0,000739	0,000100	0,000250	0,000140	0,000230
30	0,000752	0,000100	0,000250	0,000170	0,000260
31	0,000759	0,000120	0,000300	0,000190	0,000310
32	0,000766	0,000140	0,000350	0,000210	0,000350
33	0,000773	0,000160	0,000400	0,000230	0,000410
34	0,000784	0,000180	0,000450	0,000250	0,000460
35	0,000800	0,000200	0,000500	0,000280	0,000530
36	0,000821	0,000220	0,000550	0,000300	0,000590
37	0,000850	0,000240	0,000600	0,000320	0,000670
38	0,000887	0,000260	0,000650	0,000340	0,000750
39	0,000933	0,000280	0,000700	0,000360	0,000840
40	0,000992	0,000300	0,000750	0,000400	0,000940
41	0,001063	0,000400	0,000850	0,000440	0,001050
42	0,001149	0,000500	0,001000	0,000510	0,001170
43	0,001254	0,000600	0,001200	0,000590	0,001300
44	0,001381	0,000700	0,001450	0,000700	0,001450
45	0,001534	0,000800	0,001750	0,000840	0,001640
46	0,001720	0,001000	0,002200	0,000990	0,001870
47	0,001945	0,001300	0,002800	0,001180	0,002160
48	0,002220	0,001700	0,003550	0,001400	0,002510
49	0,002554	0,002200	0,004450	0,001660	0,002940
50	0,002962	0,002800	0,005500	0,001980	0,003470
51	0,003459	0,003600	0,006700	0,002380	0,004110
52	0,004062	0,004600	0,007900	0,002880	0,004910
53	0,004790	0,005800	0,009100	0,003540	0,005860
54	0,005656	0,007200	0,010300	0,004410	0,007010
55	0,006665	0,008800	0,011500	0,005560	0,008360
56	0,007806	0,011200	0,013000	0,007050	0,009940
57	0,009035	0,014800	0,014800	0,008990	0,011780
58	0,010266	0,019600	0,016900	0,011470	0,013890
59	0,011355	0,025600	0,019300	0,014660	0,016300
60	0,012101	0,032800	0,022000	0,018800	0,019030
61	0,012274	0,040000	0,027000	0,024290	0,022100
62	0,011681	0,047200		0,031820	0,025530
63	0,010252	0,054400		0,042550	0,029350
64	0,008135	0,061600		0,058270	0,033570

En el gráfico 8.2 observamos tres comportamientos asociados a grupos de edades distintos. En primer lugar, hasta los 41 años, los valores estimados en la tabla de invalidez absoluta 2001 son ligeramente superiores a las tasas de invalidez de las EVK90. Desde los 42 años hasta los 58, los valores estimados en la tabla de invalidez absoluta 2001 son inferiores que los valores de la EVK90F pero mayores que los de la tabla EVK90M. A partir de los 58 años, es decir, en las edades con mayor tasa de invalidez, nuestra tabla recoge una siniestralidad claramente por debajo a la registrada tanto en la EVK90M como en la EVK90F.

Otra diferencia significativa entre nuestra estimación y la realizada por las tablas EVK80 y las EVK90 es que éstas dos últimas tablas de generación suiza son crecientes en todo el tramo de edades a diferencia de la tabla generada en el trabajo en la que la tasa de invalidez agregada comienza a decrecer de forma muy importante a partir de la edad de 60 años.

## 9. CONSIDERACIONES FINALES

Si se hace una comparación de las primas en los seguros de invalidez de las distintas entidades que prestan la cobertura e incluso en los distintos países, se observan grandes diferencias. Una cifra muy evidente a este respecto según las estadísticas SEEPROS de la UE es que mientras en Europa se gasta en invalidez un 2,2 por 100 del PIB, en España es el 1,5 por ciento. Esta relación que se verifica principalmente para la cobertura pública puede también ser representativa de la iniciativa privada. Las diferencias pueden ser debidas en primer lugar a la propia definición de riesgo, su concepto, forma de calificación, cuantía de las prestaciones y demás detalles que configuran estas prestaciones.

La base de datos que se ha utilizado es la de trabajadores afiliados al Régimen general con obligación de cotizar. Como tales deberían haberse tenido en cuenta los subsidiados de desempleo, pero al no disponer de su distribución por edades se ha creído más conveniente no incluirlos que realizar una estimación. Sin embargo sí están consideradas sus posibles pensiones causadas de invalidez

Este hecho podría conducir a una sobrevaloración de



las tasas de invalidez por lo que habría que incluir un coeficiente corrector alrededor del 5 por ciento. Estudiado este fenómeno se observa que en determinadas situaciones como puede ser el desempleo subsidiado y más si va relacionado con expedientes de regulación de empleo (ERE), hace que el comportamiento de estos colectivos (en edades próximas a la jubilación) es hacia una menor preocupación del riesgo de invalidez al tener aseguradas unas rentas por otros conductos.

Para una aplicación más idónea a la que pueda ser representativa del sector asegurador debería ampliarse el estudio no sólo con este planteamiento dinámico sino también al resto de colectivos del sistema de Seguridad Social como autónomos y resto de regímenes e incluso al total del sistema y con la cobertura de accidentes de trabajo a los efectos de tener una radiografía completa aplicable al conjunto de la población española. Esto no es inconveniente para que se apliquen tablas basadas en la experiencia propia del colectivo asegurado siempre teniendo en cuenta que el tamaño de la muestra ha de ser suficiente para que se pueda verificar una mejor dilución del riesgo.

## 10. BIBLIOGRAFIA UTILIZADA

- Alegre, A. (1990), Valoración actuarial de prestaciones relacionadas con la invalidez. Publicaciones Universitat de Barcelona. Barcelona.
- Forfair, D.O., McCutcheon, M.A. y Wilkie, A.D. (1988), On graduation by mathematical formula. Journal of the institute of actuaries, vol 115, pp 1-149.
- Haberman, S. y Pitacco, E. (1999), Actuarial models for disability insurance. Chapman & Hall/CRC. Florida.
- Ley 24/1997, de 15 de julio, de Consolidación y Racionalización del Sistema de Seguridad Social.
- Ley 8/1987 de 8 de junio de 1987 de Regulación de los Planes y Fondos de Pensiones
- Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales (2001), Anuario de Estadísticas Laborales y de Asuntos Sociales. Madrid.
- Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales (2001), Proyecto de presupuestos de la Seguridad Social. Informe Económico-Financiero. Madrid.
- Pitacco, E. (1995), Modelli attuariali per le assicurazioni sulla salute. EGEA. Milán.
- Pociello, E. (2000), Modelización y cobertura de operaciones actuariales en colectivos con múltiples estados. Tesis Doctoral. Barcelona.
- Gregorius, F.K. (1993), Disability insurance in the Netherlands. Insurance Mathematics and Economics. Vol 13, n. 2.
- Real Decreto Legislativo 1/1994, de 20 de junio, por el que se aprueba el Texto refundido de la Ley General de la Seguridad Social.
- Segerer, G. (1993), The actuarial treatment of the disability risk in Germany, Austria and Switzerland, Insurance mathematics and Economics, Vol 13, n.2.
- Vicente Merino, A. y otros (1990), Análisis biométrico de la invalidez permanente. Actuarios. N.5. Madrid.
- Forfair, D.O., McCutcheon, M.A. y Wilkie, A.D. (1988), On graduation formula. Journal of the institute of actuaries, vol 115, pp 1-149. Londres.

