Aplicaciones del modelo de transporte a la financiación de la empresa

Por

MARIA BONILLA MUSOLES

Profesora de Matemática Financiera
Universidad de Valencia

I. INTRODUCCION

Bien es verdad que existen diferentes generalizaciones del Modelo de Transporte y múltiples aplicaciones de tal método, pero este trabajo presenta una aplicación del Modelo de transporte a un campo al que anteriormente se le ha prestado poca atención: al de la financiación.

Se trata en definitiva, y como posteriormente veremos, de obtener la mejor distribución de unos medios de financiación disponibles por la empresa, para cubrir las necesidades de ella, con el fin de minimizar la función de costes.

Una empresa en funcionamiento es una combinación productiva de factores entre los que se encuentran las disponibilidades financieras necesarias para atender el desarrollo de su actividad (1).

La financiación de la empresa consiste en la obtención de recursos o medios de pago que se destinan a la adquisición de los bienes de capital para el cumplimiento de sus fines.

Cada empresa es distinta a las demás, tiene unas necesidades distintas, y por tanto deberá buscar su estructura óptima; y por consiguiente la elección de sus inversiones y la elección de un determinado nivel de autonomía financiera.

Conocidas las necesidades, el conocer los medios de que dispone para poder satisfacer su demanda de dinero es necesario para el estudio de la política general de la empresa y para el estudio de los planes financieros.

(1) FERNÁNDEZ PIRLA, J. M.ª: *Economía de la Empresa*, Madrid, 1964, p. 63.

La Investigación Operativa es un conjunto de medios científicos (de tipo analítico, experimental y cuantitativo) que ofrecen a la dirección de la empresa un mejor fundamento para la toma de decisiones, tratando de determinar las repercusiones de las diversas posibilidades alternativas con que aquélla se enfrenta.

Dentro de las técnicas más importantes de la Investigación Operativa vamos a destacar la programación lineal, ya que los problemas de programación lineal se refieren al eficiente uso o distribución de recursos limitados para alcanzar los objetivos deseados.

En esencia, es un modo de expresar el problema de la asignación de recursos escasos que posee la peculiar virtud de prestarse a la estimación estadística y a la solución numérica.

Dentro de los métodos de programación lineal, hemos aplicado el método del transporte.

El problema del transporte básico fue establecido originalmente por Hitchcock (2) en 1941, antes de que los estudios de programación lineal se generalizasen.

Vamos a continuación a exponer de una manera muy esquemática los problemas de transporte que fundamentalmente se pueden agrupar en dos tipos:

1.º Existen unos puntos de origen y unos puntos de destino, que hay que relacionar y entre los que se producen unos costes de transporte. En cada punto de origen hay unos bienes (homogéneos) disponibles y cada punto de destino tiene unas necesidades de esos bienes. El problema consiste en enviar esos bienes desde los puntos de origen a los puntos de destino de modo que se cubran las necesidades de estos puntos de destino y que el transporte se realice al mínimo coste.

2.º Existen unos puntos de origen en los cuales hay disponibles unos bienes homogéneos y por otra parte hay unos puntos de destino, con unas necesidades de esos bienes. Entre los puntos de origen y de destino hay establecidos medios de transporte con capacidades limitadas. El problema consiste en enviar la máxima cantidad de bienes a los puntos de destino. Teniendo en cuenta las limitaciones de capacidad de transporte. Al igual que el esquema anterior, posteriormente se tratarán las distintas posibilidades que en este tipo de problemas existen.

Para la resolución del problema de transporte, junto al método general del simplex o de B. G. Dantzing, se han desarrollado varios métodos o algoritmos que son extraordinariamente prácticos y permiten resolver el problema con suma facilidad. Mucho mayor desde luego, que aplicando el método simplex, ya que éste origina mayores complicaciones en los cálculos.

(2) HITCHCOCK, F. L. (1941): "Distribution of a product from several sources to numerous localities", *Journal of Mathematical/Physics,* vol. 20.

Considerando X_{ij} como la cantidad transportada desde el origen i hasta el destino j, el total transportado desde el origen i es $a_i \geqslant 0$, y el total recibido en el destino j es $b_j \geqslant 0$.

En principio impondremos la restricción de que la cantidad total transportada es igual a la cantidad total recibida; esto es, y lo denominamos por A.

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j = A$$

El coste total de transportar X_{ij} unidades es $C_{ij}\ X_{ij}$.

Restringimos cada $X_{ij} \geqslant 0$, puesto que un transporte negativo no tendría interpretación válida para el problema tal y como lo hemos establecido.

En la tabla tenemos el enunciado matemático del problema de transporte; o sea, encontrar valores para las variables X_{ij} que minimicen el costo total:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} \quad (1)$$

sujeto a las restricciones:

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i \text{ para todo } i = 1, 2 \ldots m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \text{ para todo } j = 1, 2 \ldots n \quad (3)$$

$$\text{y } X_{ij} \geqslant 0 \quad (4).$$

De donde vemos que las ecuaciones (2) representan la suma de filas de la tabla 1 y las ecuaciones (3) las sumas de columnas. Con objeto de que las ecuaciones (2) y (3) sean *consistentes*, deberemos tener que la suma de las ecuaciones (2) es igual a la suma de las ecuaciones (3), o sea,

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} X_{ij} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} X_{ij} = \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j = A$$

Hacemos constar que el sistema de ecuaciones (1) a (4) es un problema de programación lineal con $(m+n)$ ecuaciones y $(m \cdot n)$ variables.

2. APLICACION DEL MODELO A LA DETERMINACION DE LA ESTRUCTURA OPTIMA DE LA FINANCIACION DE LA EMPRESA

Según Blonde (3), el establecimiento del programa financiero comprende dos fases:

Primera fase: Determinación para cada período de las necesidades de financiación. A partir de los programas y presupuestos de actividades y de inversiones, calcular el valor de los medios necesarios.

---

(3) BLONDE, D. (1964): *La gestión programada*, Ed. Sagitario, Barcelona, p. 170.

Segunda fase: Definir para cada período de qué modo serán satisfechas las necesidades: analizando los medios de financiación disponibles, su capacidad y su coste.

El planteamiento general de estas dos fases que comprende el programa financiero lo vamos a desarrollar mediante la aplicación del modelo de transporte de Hitchcock de la siguiente manera:

Existen unos medios de financiación $(A_1, A_2 \ldots A_m)$ disponibles en cantidades globales $a_1, a_2 \ldots a_m$ respectivamente, precisos para financiar unas necesidades en el tiempo $[B(t_1), B(t_2), \ldots B(t_n)]$ demandadas en cantidades (que deben ser cubiertas $b_1, b_2 \ldots b_n$.

La financiación de las necesidades mediante la utilización de los medios disponibles supondrá un coste C_{ij} $(C=$coste de utilización del medio A_i para financiar la necesidad B en el momento t_j $(B(t_j))$.

El problema consiste en determinar las cantidades X_{ij} diponibles de todos los medios $A_1 \ldots A_i \ldots A_m$, para financiar todas las necesidades $B(t_1) \ldots B(t_j) \ldots B(t_n)$ con objeto de minimizar el coste total.

El desarrollo del problema con sus restricciones se presenta en el cuadro II.

CUADRO II

Neces. / Medios	B(t₁)	B(t₂)	B(t₃)	…	B(tⱼ)	…	B(tₙ)	Disponibilidades
A_1	c_{11} X_{11}	c_{12} X_{12}	c_{13} X_{13}	…	c_{1j} X_{1j}	…	c_{1n} X_{1n}	a_1
A_2	c_{21} X_{21}	c_{22} X_{22}	c_{23} X_{23}	…	c_{2j} X_{2j}	…	c_{2n} X_{2n}	a_2
A_3	c_{31} X_{31}	c_{32} X_{32}	c_{33} X_{33}	…	c_{3j} X_{3j}	…	c_{3n} X_{3n}	a_3
⋮	⋮	⋮	⋮	.	⋮	.	⋮	⋮
A_i	c_{i1} X_{i1}	c_{i2} X_{i2}	c_{i3} X_{i3}	…	c_{ij} X_{ij}	…	c_{in} X_{in}	a_i
⋮	⋮	⋮	⋮	.	⋮	.	⋮	⋮
A_m	c_{m1} X_{m1}	c_{m2} X_{m2}	c_{m3} X_{m3}	…	c X_{mj}	…	c_{mn} X_{mn}	a_m
Demandas	b_1	b_2	b_3	…	b_j	…	b_n	

El más importante es el *algoritmo de Ford-Fulkerson.* Es un procedimiento iterativo que tiene como objeto "obtener el flujo máximo que atraviesa una red". Se parte de una solución inicial y se va aumentando el flujo hasta que ya no es posible hacerlo.

Veamos a continuación el desarrollo matemático del modelo:

El problema del transporte es un caso particular de los procesos de optimización en programación lineal, en la que todos los coeficientes, a_{ij} son cero o uno. Un exponente de este tipo de problema es aquel en el que un producto homogéneo debe ser embarcado en las cantidades a_1, $a_2 \ldots a_m$, respectivamente, desde cada uno de m puntos de embarque u orígenes y deben ser recibidos en cantidades b_1, $b_2 \ldots b_m$, respectivamente, por cada uno de n destinos. El costo de transportar una unidad desde el origen i hasta el destino j es C_{ij} (para todas las combinaciones —i, j—). El problema consiste en determinar las cantidades X_{ij} que deben ser transportadas a través de todas las rutas (i, j) con objeto de minimizar el costo total de transporte.

Para desarrollar el problema con sus restricciones establecemos la tabla 1.

TABLA 1

ORIGENES \ DESTINOS						
i \ j	(1)	(2)	···	(j)	···	(n)	
(1)	X_{11}	X_{12}	···	X_{1j}	···	X_{1n}	a_1
(2)	X_{21}	X_{22}	···	X_{2j}	···	X_{2n}	a_2
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
(i)	X_{i1}	X_{i2}	···	X_{ij}	···	X_{in}	a_i
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
.	.	.		.		.	.
(m)	X_{m1}	X_{m2}	···	X_{mj}	···	X_{mn}	a_m
	b_1	b_2	···	b_j	···	b_n	A

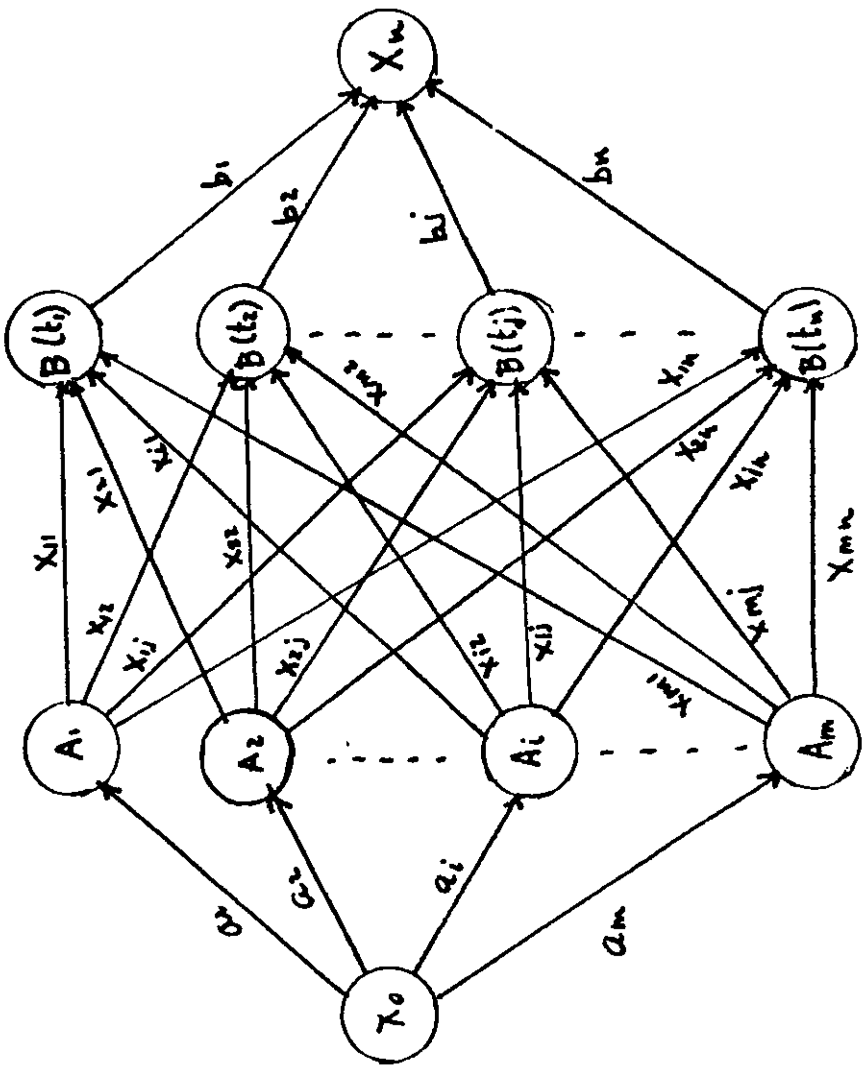

Figura 1

Denominando:

X_{ij} = A la cantidad disponible del medio de financiación A_i para financiar la necesidad $B(t_j)$.

a_i = Cantidad total disponible del medio de financiación A_i ($a_i \geqslant 0$).

b_j = Cantidad total demandada (o necesaria) para cubrir la necesidad $B(t_j)$ ($b_j \geqslant 0$).

El coste total de las cantidades X_{ij} será $c_{ij}X_{ij}$. Restringimos cada $X_{ij} \geqslant 0$, puesto que una disponibilidad de medios de financiación negativa, para financiar una necesidad, no tendría representación válida para el problema tal y como lo hemos establecido.

De acuerdo con el cuadro II, el planteamiento matemático de este problema de transporte será:

Encontrar los valores de las variables X_{ij} que minimicen el coste total.

La función a minimizar será:

$$\text{Min coste} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$$

sujeto a las siguientes restricciones: a) De disponibilidades:

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i \text{ (para } i = 1, 2 \ldots m)$$

b) De necesidades:

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \text{ (para } j = 1, 2, 3 \ldots n)$$

y para

$$X_{ij} \geqslant 0 \; (i = 1, 2 \ldots m; j = 1, 2 \ldots n)$$

Observando que es una programación lineal con $(m+n)$ ecuaciones o condiciones, y con $m \cdot n)$ variables o incógnitas.

Una vez desarrollado el planteamiento general del modelo, vamos a exponer las siguientes puntualizaciones sobre las condiciones generales de este modelo:

1. Existe un período de tiempo n años limitado, el cual es llamado horizonte económico o período de planificación.
2. Se parte de un conjunto de valores $B(t_1)$, $B(t_2)$ ... $B(t_n)$ que nos indican las necesidades que hay que financiar. Estas necesidades podrían estar actualizadas o no; nosotros las consideraremos en nuestro modelo actualizadas.
3. Consideraremos los medios de financiación disponibles A_1, A_2 ... A_m, globales durante todo el período y no por ejercicios.

   En este segundo caso habría que ver cómo se utilizarían los excedentes financieros de ciertos períodos en los que no ha sido necesaria la utilización total de las cantidades disponibles, bien siendo transferidas a otros períodos en que aquéllos sean insuficientes o bien utilizándolas para otro tipo de actividad.

4. También consideraremos las necesidades a cubrir globales.

5. Previamente, hemos tenido en cuenta, en el cálculo del coste (C_{ij}) la adecuación o no, de un medio de financiación a una necesidad concreta.

6. Aunque la tasa de inflación no ha sido tenida en cuenta en nuestro estudio y su importancia en la actualidad es grande, dada la continuada tendencia de la misma, su inclusión en un modelo semejante al nuestro habría que hacerlo a dos niveles: uno sería modificando las funciones de costes de modo que las mismas recogiesen las variaciones debidas a la inflación. El otro sería modificando la tasa de actualización, añadiendo al tipo de interés la tasa de inflación, con lo que se corregiría el efecto que tiene sobre los precios.

Por último, una vez analizado el planteamiento general del modelo, se presenta la red correspondiente al cuadro II (véase figura 1).

Como una aplicación de todo lo expuesto hasta ahora, vamos a resolver el siguiente caso práctico:

Supongamos el caso de la empresa Constructora Wonhaus, S. A. Ateniéndose al nuevo Plan de Ordenación Urbana de la zona en que radica, y como consecuencia del crecimiento económico y desarrollo industrial de dicha zona, lo cual lleva consigo una implantación de nuevas empresas subsidiarias para la industria, produciendo un gran aumento en la demanda de pisos y, por tanto, un auge en la construcción. Tales circunstancias motivarán a la empresa a ampliar su dimensión económica.

Esta variación, en su dimensión, conducirá necesariamente a la realización de ciertas inversiones de activo fijo y circulante; o sea, haciendo variar fundamentalmente el volumen de inmovilizaciones técnicas a realizar, e indirectamente a las llamadas "inmovilización de ejercicio" o capital circulante mínimo que la empresa ha de utilizar para mantenerse a un cierto nivel de ocupación en esta dimensión nueva dada, por la relación que, dentro de ciertos límites, han de guardar éstas con aquéllas.

El empresario adopta sus decisiones de inversión en función de un conjunto de circunstancias. Parte de ellas tienen carácter objetivo: el mercado actual, la localización de la empresa, el estado de la técnica. Pero otras son subjetivas; por ejemplo, esta creencia del empresario sobre la ampliación de mercado, su interpretación sobre el desarrollo del sistema económico en general, el futuro económico de las actividades de la empresa, la marcha de la coyuntura e incluso circunstancias no estrictamente económicas, pero que contribuyen a definir la confianza del empresario en el futuro y su espera de rendimiento.

Así, en virtud de tales circunstancias, el empresario decide realizar las siguientes inversiones durante los cinco años siguientes:

Empezar la construcción de unas naves industriales; reponer maquinaria; realizar una mejora en las instalaciones de la empresa; adquirir un equipo de proceso de información; comprar materias primas necesarias para la construcción, etc.

Toda esta inmovilización técnica de la empresa requerirá de una inmovilización de recursos o disponibilidades para su financiación, es decir, de una inmovilización financiera.

Las previsiones de tales necesidades globales a cubrir por la empresa en los próximos cinco años figuran en el cuadro III.

Se da por supuesto que los presupuestos de tales necesidades a cubrir se consideran compatibles con los volúmenes de actividad de la empresa y su capacidad de endeudamiento.

Suponemos que todos los medios de financiación son disponibles en el momento inicial (t_0). En primer lugar, haremos una abstracción del tratamiento de los excedentes financieros que la empresa tendrá. De los diversos usos que se les podría dar a éstos, vamos a considerar que se reinvierten en otros negocios en los cuales se colocarán a un tipo de interés igual a su coste, para no tener pérdidas.

También hemos considerado en este caso, como ya expusimos anteriormente, que todas las cantidades vienen dadas en pesetas constantes.

Para cubrir estas necesidades la empresa Wonhaus, S. A., dispone de los siguientes medios de financiación:

1.—De una póliza de crédito a corto plazo (A_1) concedida por un Banco Comercial, por valor de 3.500.000 pesetas, cuyo importe es del 2,75% trimestral. La duración será de seis meses prorrogables indefinidamente.

2.—De un crédito mediante un efecto bancario (A_2) concedido por un Banco Comercial por un valor de cinco millones de pesetas, cuyo coste es del 4,75% semestral, y cuya duración será de seis meses prorrogables indefinidamente.

3.—De un préstamo (A_3) con garantía personal concecido por la Caja de Ahorros por un valor de doce millones de pesetas para ser amortizado en tres años, realizándose la amortización mediante cuotas de amortización constante de vencimiento semestral.

El tanto a que se ha concertado la operación es del 6,75% semestral.

4.—De de la emisión de un empréstito (A_4) con las siguientes características:

— Títulos emitidos: 18.000.
— Nominal de cada título: 1.000.

CUADRO III

Previsión de las necesidades financieras

Años	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
Activo fijo	12.000.000	15.000.000	20.000.000	23.000.000	35.000.000
Activo circulante: Disponibilidades	2.000.000	3.000.000	1.500.000	2.000.000	2.000.000
+ Amort. financieras	23.200.000	31.400.000	43.200.000	35.500.000	32.100.000
= total	25.200.000	34.400.000	44.700.000	37.500.000	34.100.000
Necesidades totales $B(t_i)$	37.200.000	49.400.000	64.700.000	60.500.000	69.100.000

Necesidades totales de los medios de financiación

$A_1 = 3.500.000$		385.000		385.000		385.000		385.000		385.000
		96.280								
t_0		t_1		t_2		t_3		t_4		t_5
$A_2 = 5.000.000$		237.500		237.500		237.500		237.500		237.500
		118.750		118.750	118.750	118.750	118.750	118.750	118.750	118.750
t_0		t_1		t_2		t_3		t_4		t_5
$A_3 = 12.000.000$		5.485.000		4.945.000		4.945.000		4.405.000		
	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000				
	310.000	695.000	540.000	405.000	270.000	135.000				
t_0		t_1		t_2		t_3		t_4		t_5
$A_4 = 18.000.000$		5.369.679,9		5.369.679,9		5.369.679,9		5.369.679,9		5.369.679,9
t_0		t_1		t_2		t_3		t_4		t_5
$A_5 = 35.000.000$		6.650.000		15.400.000		13.737.500		12.075.000		10.412.500
				8.750.000		8.750.000		8.750.000		
		6.650.000		6.650.000		4.987.500		3.325.000		1.662.500
t_0		t_1		t_2		t_3		t_4		t_5
$A_6 = 42.000.000$		5.040.000		5.040.000		19.040.000		17.360.000		15.680.000
						14.000.000		14.000.000		14.000.000
		5.040.000		5.040.000		5.040.000		3.360.000		1.680.000
t_0		t_1		t_2		t_3		t_4		t_5
Total cada año		23.167.179,9		31.377.179,9		43.174.679,9		35.427.179,9		32.084.679,9
Redondeo		23.200.000		31.400.000		43.200.000		35.500.000		32.100.000
t_0		t_1		t_2		t_3		t_4		t_5
Para todos los medios. A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6.									Suma total	165.400.000

— Duración de la emisión: cinco años.
— Se supone no existen características comerciales.
— Anualidad comercial constante.

5.—De un préstamo a largo plazo *(A_5)* concedido por un Banco Industrial por un valor de 35 millones de pesetas, para ser amortizadas mediante cuotas de amortización constantes durante cinco años, siendo el primer año de carencia, a un tipo de interés anual del 19%.

6.—De un préstamo a largo plazo *(A_6)* concedido por el Banco de Crédito a la Construcción de 42 millones de pesetas, para ser amortizadas mediante cuotas de amortización constantes durante cinco años, siendo los dos primeros años de carencia, cuyo tipo de interés anual es del 12%.

7.—Del *cash-flow* generado por la empresa por un valor de 165.400.000 pesetas.

Una vez realizados los cálculos matemáticos de los medios de financiación descritos, vamos a exponer el siguiente gráfico donde se representan las necesidades totales anuales obtenidas de cada uno de ellos para cada año, lo cual nos da una visión más clara del conjunto. En dicho cuadro hacemos las siguientes observaciones:

— Cada línea encabezada por A_1, A_2 ... A_6 corresponde al gráfico de cada uno de los medios financieros, respectivamente.

— Los gráficos han sido colocados uno debajo del otro con el fin de sumar, al cabo de cada año, las cantidades totales necesarias de cada uno de los distintos medios financieros.

— Las cifras pequeñas corresponden a las cantidades totalizadas al cabo del año.

— Las cifras grandes corresponden a la suma de las cantidades totales necesarias de cada medio de financiación, al final de cada año, respectivamente.

Una vez descritas las condiciones generales del supuesto, vamos a formular el modelo por el método del transporte, de acuerdo con los datos anteriormente expuestos, de la siguiente manera:

Existen siete medios de financiación denominados por A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 y A_7, disponibles en cantidades globales:

$$
\begin{aligned}
a_1 &= 3.500.000\\
a_2 &= 5.000.000\\
a_3 &= 12.000.000\\
a_4 &= 18.000.000\\
a_5 &= 35.000.000\\
a_6 &= 42.000.000\\
a_7 &= 165.400.000
\end{aligned}
$$

respectivamente, precisos para financiar unas necesidades en el tiempo, denominadas por *$B(t_1)$, $B(t_2)$, $B(t_3)$, $B(t_4)$ y $B(t_5)$; demandadas en cantidades:*

$$B(t_1) \begin{cases} b_1 = 12.000.000 \\ b_2 = 25.200.000 \end{cases}$$

$$B(t_2) \begin{cases} b_3 = 15.000.000 \\ b_4 = 34.400.000 \end{cases}$$

$$B(t_3) \begin{cases} b_5 = 20.000.000 \\ b_6 = 44.700.000 \end{cases}$$

$$B(t_4) \begin{cases} b_7 = 23.000.000 \\ b_8 = 37.500.000 \end{cases}$$

$$B(t_5) \begin{cases} b_9 = 35.000.000 \\ b_{10} = 34.100.000 \end{cases}$$

Esta financiación de las necesidades mediante la utilización de los medios disponibles suponen unos costes (que vienen dados en el siguiente cuadro número IV). Estos costes los consideramos crecientes durante los cinco años, excepto para el empréstito, que lo consideramos fijo.

Como regla general, es favorable financiar el activo fijo con medios a largo plazo. Por tanto, a fin de que no se utilice ningún medio a corto plazo en la financiación del activo fijo, proponemos unos costes muy altos (50 %-55 % y 60 %) a la utilización de los recursos financieros a corto plazo para financiar los activos fijos de la empresa durante los cinco años, así corresponderán a las casillas:

$$C_{11}, C_{13}, C_{15}, C_{17}, C_{19}, C_{21}, C_{23}, C_{25}, C_{27}, C_{29}, C_{31}, C_{33}, C_{35}, C_{37} \text{ y } C_{39}$$

Seguidamente, para desarrollar el problema con sus restricciones, establecemos el siguiente cuadro número 5, correspondiente al modelo del transporte.

Donde:

F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 = Necesidades de activo fijo en los cinco años.
C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 = Necesidades de capital circulante en los cinco años.

De acuerdo con este cuadro, el planteamiento matemático de este problema de transporte consistirá en determinar las cantidades X_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, y $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$) disponibles de todos los medios A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, para financiar todas las necesidades $B(t_1)$, $B(t_2)$, $B(t_3)$, $B(t_4)$, $B(t_5)$, con objeto de minimizar el coste total.

La función a minimizar será:

$$Z = \sum_{i=1}^{7} \sum_{j=1}^{10} C_{ij} X_{ij}$$

TABLA IV
Costes unitarios

Necesidades / Medios	$B(t_1)$		$B(t_2)$		$B(t_3)$		$B(t_4)$		$B(t_5)$	
	F_1	C_1	F_2	C_2	F_3	C_3	F_4	C_4	F_5	C_5
A_1	0,50	0,11	0,55	0,12	0,60	0,14	0,60	0,14	0,60	0,15
A_2	0,50	0,095	0,55	0,10	0,60	0,11	0,60	0,12	0,60	0,12
A_3	0,50	0,135	0,55	0,14	0,60	0,145	0,60	0,15	0,60	0,16
A_4	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
A_5	0,19	0,19	0,20	0,20	0,21	0,21	0,21	0,21	0,22	0,22
A_6	0,12	0,12	0,13	0,13	0,13	0,13	0,15	0,15	0,16	0,16
A_7	0,20	0,20	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,30	0,30

TABLA V

Necesidades / Medios	$B(t_1)$		$B(t_2)$		$B(t_3)$		$B(t_4)$		$B(t_5)$		Disponibilidades
	F_1	C_1	F_2	C_2	F_3	C_3	F_4	C_4	F_5	C_5	
A_1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	$X_{1,10}$	3.500.000
A_2	X_{21}		X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	X_{26}	X_{27}	X_{28}	X_{29}	$X_{2,10}$
A_3	X_{31}		X_{32}	X_{33}	X_{34}	X_{35}	X_{36}	X_{37}	X_{38}	X_{39}	$X_{3,10}$
A_4	X_{41}		X_{42}	X_{43}	X_{44}	X_{45}	X_{46}	X_{47}	X_{48}	X_{49}	$X_{4,10}$
A_5	X_{51}		X_{52}	X_{53}	X_{54}	X_{55}	X_{56}	X_{57}	X_{58}	X_{59}	$X_{5,10}$
A_6	X_{61}		X_{62}	X_{63}	X_{64}	X_{65}	X_{66}	X_{67}	X_{68}	X_{69}	$X_{6,10}$
A_7	X_{71}		X_{72}	X_{73}	X_{74}	X_{75}	X_{76}	X_{77}	X_{78}	X_{79}	$X_{7,10}$
Demandas	12.000.000	25.200.000	15.000.000	34.000.000	20.000.000	44.700.000	23.000.000	37.500.000	35.000.000	34.100.000	280.900.000

Sujetas a las siguientes restricciones:

De capacidad o disponibilidad:

$$\sum_{j=1}^{10} X_{ij}=a_i \ (i=1, \dots 7)$$

y las restricciones de necesidad:

$$\sum_{i=1}^{7} X_{ij}=b_j \ (j=1, \dots 10)$$

Y todo $X_{ij} \geqslant 0$ (siendo $i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ y $j=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$).

También se ha de cumplir que la suma total de las disponibilidades ha de ser igual a la suma total de las necesidades a cubrir, o sea:

$$\sum_{i=1}^{7} a_i = \sum_{j=1}^{10} b_j = 280.900.000$$

La red correspondiente al planteamiento general del problema expuesto esquemáticamente en el cuadro anterior será la que se detalla en la figura 2.

La resolución manual de este problema considerando las 70 variables que tiene sería larga y tediosa; quizá nos podría llevar varios días de trabajo; por ello acudimos a solucionar el problema a través de un ordenador, al cual, introduciéndole datos anteriores, nos dará la solución de una manera rápida, como posteriormente veremos.

Entre los distintos métodos que se pueden utilizar para resolver el problema del transporte, nosotros utilizaremos el método de la Esquina Noroeste, para la obtención de la primera resolución básica de nuestro problema, ya que tenemos a nuestro alcance la posibilidad de utilizar el programa "Linear Programming-Transportation (--LPTR)" bajo el Sistema CALL ejecutado en un ordenador IBM 370/158.

Este programa **LPTR es uno del conjunto de programas que existen para resolver el modelo del problema del transporte de programación lineal.

La solución que nos da el ordenador la representamos gráficamente en los siguientes cuadros número 6 y grafo.

En el cual se observa que se consigue el flujo máximo que atraviesa la red.

Analizando la tabla VI, donde viene dada la solución del problema, observamos que los resultados que nos da el ordenador son los siguientes:

- Con las disponibilidades totales del primer medio a corto plazo se cubren parte de las necesidades de capital circulante durante el segundo año.
- También con las disponibilidades totales de los otros dos medios a corto plazo de que dispone la empresa se financian parte de las necesidades de capital circulante del quinto año.

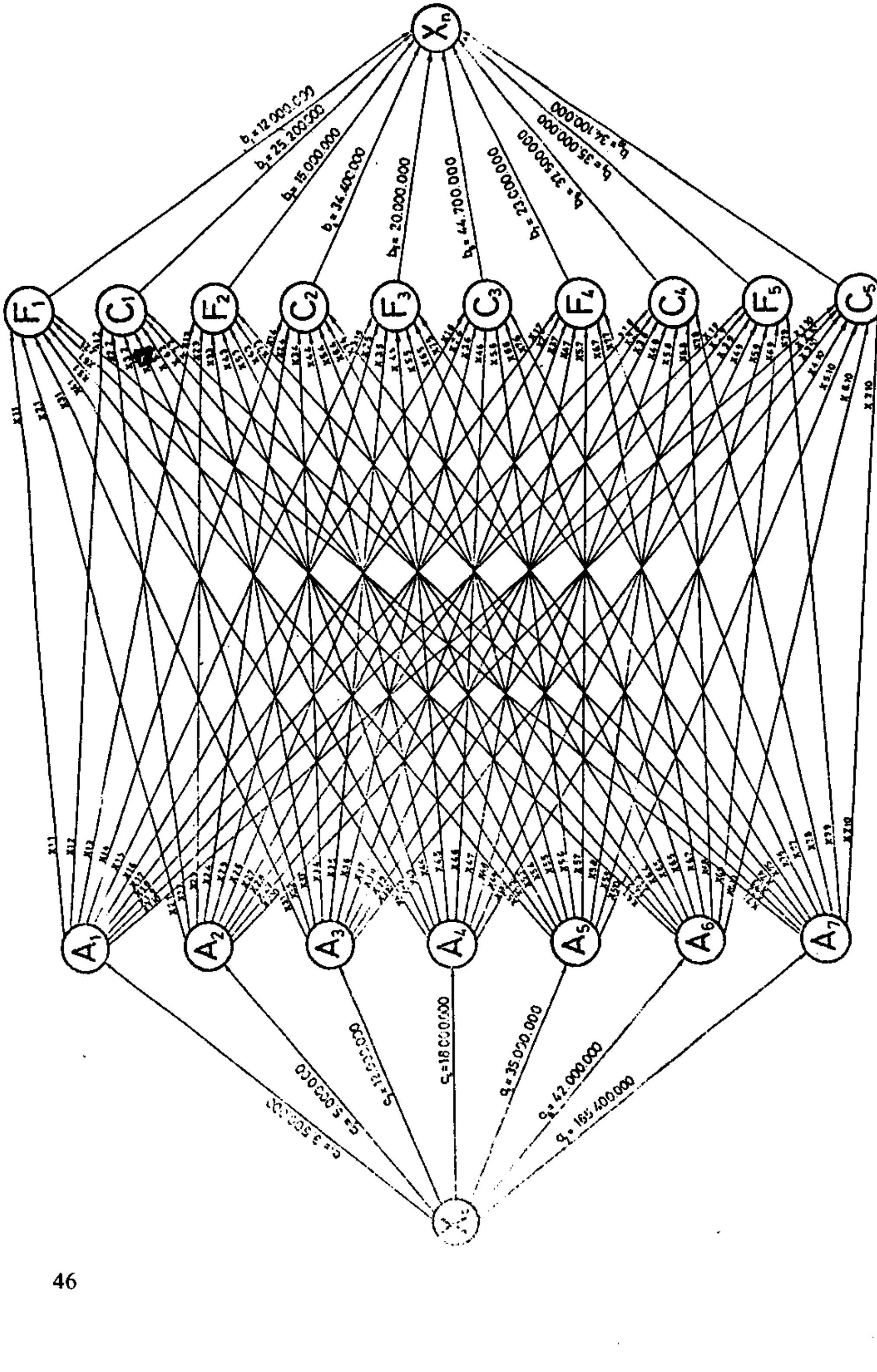
Xn
F1
C1
F2
C2
F3
C3
F4
C4
F5
C5
A1
A2
A3
A4
A5
A6
A7
20.000.000
44.700.000
23.000.000
37.500.000
35.000.000
34.100.000
15.000.000
34.400.000
25.200.000
18.000.000
35.000.000
42.000.000
165.400.000
5.000.000

Figura 2

TABLA VI

Necesidades / Medios	$B(t_1)$		$B(t_2)$		$B(t_3)$		$B(t_4)$		$B(t_5)$		Disponibilidades
	F_1	C_1	F_2	C_2	F_3	C_3	F_4	C_4	F_5	C_5	
A_1				3.500.000							3.500.000
A_2										5.000.000	5.000.000
A_3										12.000.000	12.000.000
A_4									900.000	17.100.000	18.000.000
A_5				900.000					34.100.000		35.000.000
A_6				22.000.000	20.000.000						42.000.000
A_7	12.000.000	25.200.000	15.000.000	8.000.000		44.700.000	23.000.000	37.500.000			165.400.000
Demandas	12.000.000	25.200.000	15.000.000	34.400.000	20.000.000	44.700.000	23.000.000	37.500.000	35.000.000	34.100.000	280.900.000

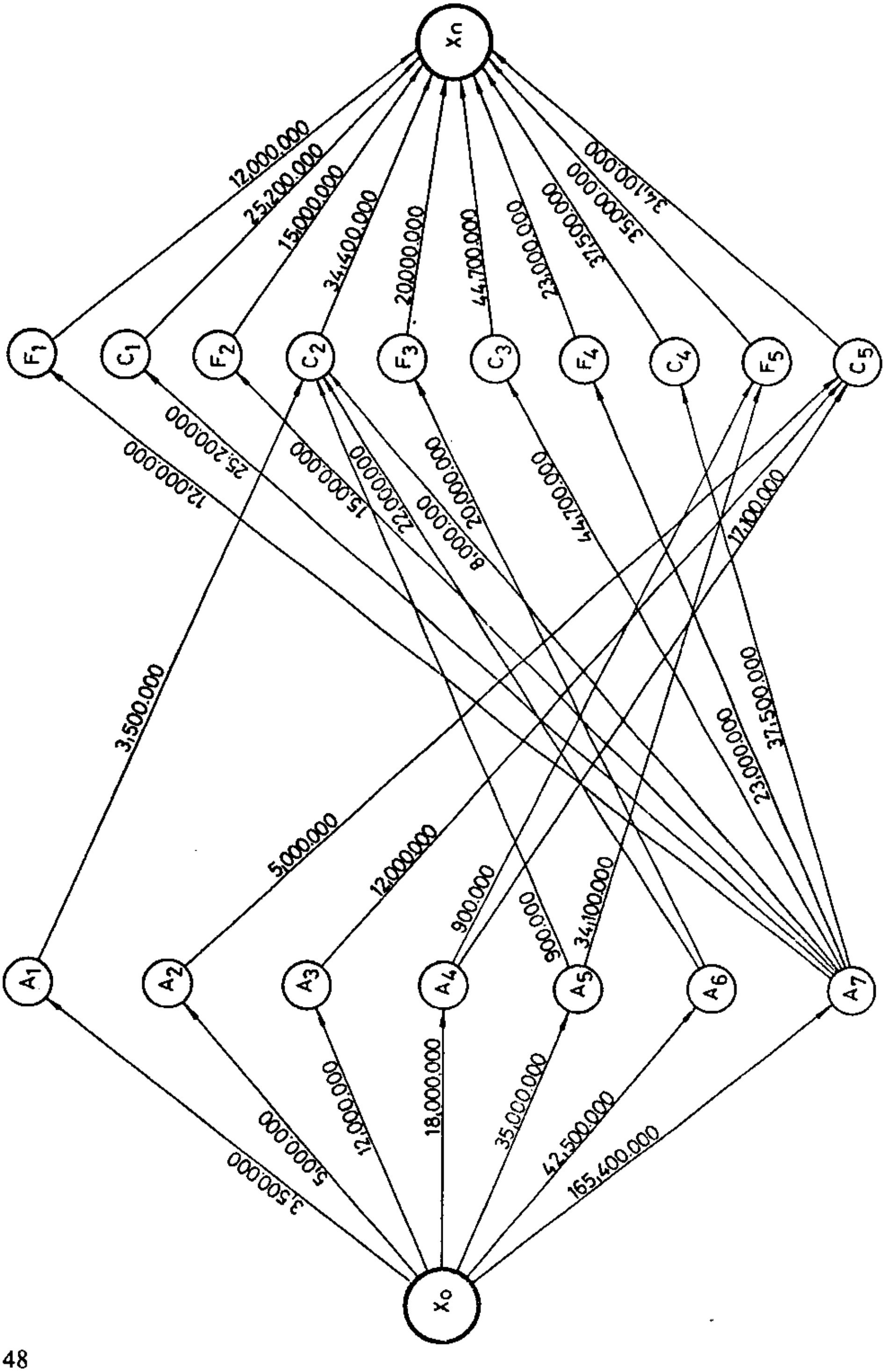
Xo
Xn
A1
A2
A3
A4
A5
A6
A7
F1
C1
F2
C2
F3
C3
F4
C4
F5
C5
3.500.000
5.000.000
12.000.000
18.000.000
35.000.000
42.500.000
165.400.000
12.000.000
25.200.000
15.000.000
34.400.000
20.000.000
44.700.000
23.000.000
37.500.000
35.000.000
34.100.000
3.500.000
5.000.000
12.000.000
900.000
900.000
34.100.000
12.000.000
25.200.000
15.000.000
22.000.000
8.000.000
20.000.000
44.700.000
17.100.000
23.000.000
37.500.000

FIGURA 3

— Con la cantidad disponible por la emisión del empréstito se cubren las necesidades del quinto año (parte de las necesidades del activo fijo y la parte de capital circulante que faltaba por cubrir).

— Con las disponibilidades del crédito a largo plazo se financian parte de las necesidades de capital circulante del segundo año y la parte de activo fijo del quinto año que faltaba por cubrir.

— Y, finalmente, mediante el *cash-flow*, de la empresa se financian la totalidad de las necesidades del primer año y también del cuarto, así como las necesidades que faltaban por cubrir en el segundo y tercer año.

De esta manera queda descrita la solución óptima de la forma de financiar las necesidades durante los cinco años, mediante la utilización de los medios de financiación disponibles.

También se puede observar en este ejemplo cómo se cumple la limitación que pusimos de no financiar con los medios a corto plazo ninguna necesidad de activo circulante durante los cinco años.

3. CONCLUSIONES

Como hemos podido ver en este trabajo, el modelo de transporte es un método altamente operativo y muy eficaz, que ha venido a sumarse a los instrumentos cuantitativos para la decisión empresarial.

Para aplicar este método ha de conocerse perfectamente el conjunto de actividades que integra la ejecución del proyecto; o sea: a) Definición exacta y concreta del número de orígenes y destinos. b) Homogeneidad entre los productos a distribuir (si fuese el caso). c) Delimitación de las condiciones que se le imponen al modelo (restricciones, etc.).

Actualmente hay una gran variedad de aplicaciones de este modelo, no ya en el ámbito de la empresa (bien sea comercial o industrial), sino también a nivel macroeconómico. Así, entre otros, podríamos citar:

— Todo tipo de transporte de materias primas, productos acabados, etcétera, mediante los diferentes medios de comunicación, como: aéreo, transportes marítimos, terrestres (tren, camiones)...

— Los problemas de afectación o asignación, que tanta importancia tienen en el mundo de los negocios.

— Problemas de acoplamiento y distribución, de ordenación de recursos económicos, etc.

Una gran ventaja que proporciona el uso de este modelo es que, dada su condición de instrumento de aplicación poderoso y flexible, proporciona una valiosa ayuda en las utilizaciones antes citadas.

Otra ventaja es que gracias a los grafos y cuadros de representación gráfica, resulta más fácil su comprensión y se ve más claramente la solución del problema en cuestión para una persona no especializada en la materia.

Por otra parte, la utilización de este método también tiene algunas limitaciones: su aplicación exige una serie de datos a la organización empresarial de los que no siempre se dispone, o cuesta disponer de los mismos, ya que a veces por "negligencia" o excesiva "burocratización" se hace difícil el acceso a ellos. Esto hace que muchas veces se le critique de mucha utilización de tiempo en la recogida de datos necesarios para darle al programa. Aunque, en mi opinión, esto es consecuencia de lo anterior.

Dado el alto grado de complejidad que el modelo podría presentar en general si tuviéramos en cuenta todos los factores que le pudieran influir, en la creación y aplicación de nuestro modelo hemos considerado ciertas limitaciones y restricciones a fin de conseguir una visión más clara de su aplicación a un problema de financiación. Hemos hecho estas abstracciones por considerar que lo realmente importante es ver su aplicación y no extendernos en un caso quizá tan complicado y complejo que nos podría desviar de esa visión central.

Por último, podemos decir que consideramos el método del transporte "como un instrumento de toma de decisión" susceptible a una amplia aceptación en todos los niveles directivos de la empresa, pues expresa la mejor utilización de los medios de financiación de que aquélla dispone para cubrir las necesidades al coste mínimo. Y, por tanto, a la vista de los resultados, podría paliar la opinión de los directivos de acuerdo con las decisiones tomadas o por tomar para una futura aplicación de medios.

1. CAÑIBANO CALVO, L., y BUENO CAMPOS, E. (1978): *Cash-flow, autofinanciación y tesorería*, Ed. Pirámide, Madrid.
2. CLICKMAN, J. S., y BERGER, P. D. (1977): "Cost Completion-Date trade off in the transportation problem", *Operations Research*, vol. 25, núm. 1, enero.
3. RAU, N. (1981): *Matrices y Mathematical Programming. An Introduction for Economics*, Macmillan, Londres.
4. STUBBS, P. C. (1980): *Transport Economics*, Ed. G. Allen and Unwin, Inglaterra.
5. SUÁREZ SUÁREZ, A. S. (1980): *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*, Ed. Pirámide, Madrid.