

Fundamento técnico actuarial del seguro de invalidez en Suecia

Por

AGUSTIN SANS Y DE LLANOS

NOTA INTRODUCTORIA

La evolución de los países escandinavos en el campo del Seguro de Invalidez se caracteriza por la utilización de técnicas actuariales muy sofisticadas y de estudios estadísticos avanzados.

De los tres métodos actuariales (1) que se aplican en la práctica aseguradora internacional para el cálculo de Rentas de Invalidez, el método I fue concebido por Hamza (1900) y fue desarrollado por diversos eminentes ac-

(1) He aquí las notas distintivas de estos tres métodos:

Método I: En él intervienen:

- a) *Una tasa de siniestralidad* que se define como la probabilidad de que se presente la invalidez, y, además,
- b) *Las tasas de muerte* y (salvo para la invalidez permanente) *las tasas de la recuperación de los inválidos*, de donde pueden deducirse la duración promedia del siniestro y el valor actual de la prestación de invalidez.

En este caso la prima anual de riesgo es el producto de la tasa de siniestralidad por el valor actual de la prestación, o, haciendo que el interés sea cero, el producto de aquella tasa por la duración media de la invalidez.

Método II: El elemento básico de este método es la frecuencia de invalidez, y no la probabilidad de ser inválido. Se elaboró en Inglaterra para indemnizaciones diarias en caso de enfermedad con un período de espera corto o nulo, y con una duración no larga de pago de la prestación.

Método III: Es un derivado del método I que se fundamenta en *tasas de persistencia* de la invalidez («Continuance Tables») o en las *probabilidades de permanencia en la invalidez* («disability prevalence rates»). Fue introducido en los Estados Unidos por Cammack, requiriendo una amplia base estadística y largos cálculos.

tuarios, entre los que destacan Karup, Schaertlin, Zimmerman, Friedli, Moser y Galbrun. Se cuenta con una literatura actuarial sobre el método, amplia y muy completa, si bien en la práctica fue preciso introducir simplificaciones al modelo matemático, prescindiendo de algunos factores, con frecuencia significativos, y manteniendo otros, poco importantes para el cálculo de primas y reservas, pero interesantes desde una óptica puramente matemática.

Es clásica la exposición que hizo el actuario francés Pierre Joseph Richard en el capítulo II del tomo segundo de su obra capital *Theorie et pratique des operations d'assurance* (1946).

Pero desde ese año, la escuela actuarial sueca ha ido puliendo el método hasta alcanzar un grado de sofisticación técnica, al servicio de una «praxis» insoslayable, que resulta admirable.

Lo que sigue, pues, es un trabajo de exposición sintetizada de los diversos trabajos publicados por los actuarios suecos sobre el Seguro de Invalidez, y referenciados al final.

LA GARANTIA DEL SEGURO DE INVALIDEZ EN SUECIA

En Suecia el Seguro de Invalidez otorga el derecho a una garantía o prestación de periodicidad mensual pagadera en caso de incapacidad para el trabajo, debida a enfermedad o accidente, de, por lo menos, un 50 por 100. La prestación es pagada una vez expirado el período de carencia, y como máximo hasta la edad de salida prevista contractualmente. La máxima está fijada en 67 años.

En caso de incapacidad parcial permanente, la prestación se ajusta al grado de incapacidad.

Inicialmente, los aseguradores suecos admitían periodos de espera o carencia desde cero en adelante. Prácticamente, sin embargo, el periodo más corto se fijó en 7 días y el más largo en dos años, siendo el más frecuente el comprendido entre uno y dos meses. Pero es que, además, existe el denominado «periodo de espera flotante», de duración no definida, ya que implica el derecho a la prestación tan pronto al asegurado se le reconoce el derecho a la pensión de invalidez de la Seguridad Social. Seguidamente se expone la técnica que aplican los actuarios suecos para el cálculo de las primas y reservas del Seguro Individual y de Grupo en caso de invalidez.

MODELO MATEMATICO-ACTUARIAL

Las funciones usadas en la *técnica de renta de invalidez* son la *intensidad de invalidación* v_x , y la *función de terminación o de "sobrevivencia"* designada por:

$$\lambda_{(x)+1}$$

La probabilidad de que una persona de edad x se invalide en el infinitésimo de tiempo dx es:

$$v_x \cdot dx$$

y la probabilidad de que la persona que se invalidó a la edad x permanezca inválido t años después es:

$$\lambda_{(x)+t}$$

La probabilidad compuesta de invalidarse y permanecer inválido es, pues:

$$v_{(x)+t} \cdot dx = v_x \cdot \lambda_{(x)+t} \cdot dx$$

Las funciones $v_{(x)+t}$ se estiman para valores de t , para los cuales pueden observarse frecuencias; es decir, para $t = k$, donde k representa el periodo de espera; y ello por cociente entre el número de casos de invalidez (de duración, por lo menos t) que se presentan a la edad x y el número total de asegurados vivos (tanto activos como incapacitados) de igual edad.

Sin embargo, para los valores más elevados de t , en lugar de tales frecuencias, es utilizada la función de sobrevivencia $\lambda_{(x)+t}$.

Basándose en este método de estimar las funciones $v_{(x)+t}$ (las cuales los actuarios suecos denominan «frecuencias t »), se da entrada a una intensidad de invalidación v_x , intensidad que se mide en relación solamente al número de cabezas activas (no inválidas) de la misma edad. Por supuesto que la función de intensidad es tan sólo convencional, en cuanto no puede ser observada estadísticamente.

La cantidad $v_x \cdot dx$ no puede considerarse —de acuerdo con la nomenclatura utilizada en la teoría de procesos estocásticos—, como una estimación correcta de la «probabilidad de transición» del suceso, «transición desde el estado de activo al de estado de inválido». Prescindiendo, si los hay, de los fenómenos de selección, se obtiene sistemáticamente una estimación demasiado pobre, si se utiliza la medición antedicha de relacionar el número de casos de invalidez con el número agregado de cabezas tanto activas como incapacitadas.

La intensidad v_x debe, más bien, considerarse y aplicarse como una medida de morbilidad un poco menos específica, que —en la práctica, bajo la forma de frecuencias t , $v_x \cdot \lambda_{(x)+t}$ —, proporciona una estimación «correcta» del número esperado, durante el año, de casos de invalidez de una duración mínima de t años ($t \geq k$) de edad x , supuesto que se aplica a una Cartera de Seguros, compuesta normalmente de cabezas tanto válidas como inválidas.

Sin duda la expresión «normalmente compuesta» ofrece el flanco a la crítica. Un conjunto de asegurados no cabe duda de que incluye un número variable de inválidos. Por ejemplo, en el caso de una cartera de pólizas de

nueva producción, el número de casos reales de inválidos es idénticamente cero a la entrada. Por otra parte, una Cartera decreciente, en condiciones excepcionales, puede estar compuesta exclusivamente de inválidos. En una cartera así, sólo pueden presentarse nuevos casos de invalidez por la vía de reactivación o recurrencia de la invalidez ya existente en cada caso.

Por todo ello, hay que prestar especial atención a los grupos de edades más altas de Carteras ya antiguas, vigilando la proporción entre válidos e inválidos, de suerte que cuando se estiman las frecuencias «t» no se obtengan valores demasiado bajos para aplicarlos, por ejemplo, a una Cartera de nuevas pólizas, en la cual la proporción entre válidos e inválidos tiene que ser mucho más elevada que en Carteras antiguas.

Frente a este punto débil de la técnica que se expone, ésta tiene la gran ventaja de ser flexible y sencilla en las aplicaciones prácticas.

Esta afirmación se justifica por cuanto en 1973 las compañías aseguradoras suecas adoptaron nuevas bases técnicas para el seguro de invalidez, siendo la novedad esencial la de renunciar a operar con primas niveladas, dando entrada a tarifas de primas anuales ajustables cada año con la edad alcanzada por el asegurado. Además, tales tarifas no están garantizadas, en su nivel, ni para la cartera ya existente, a la vista de la experiencia.

Las nuevas bases —que seguidamente se esquematizan—, fueron introducidas como consecuencia de los resultados negativos del seguro de invalidez durante los años 1965 a 1972, en que se operaba en base a prima nivelada, según tarifa garantizada contractualmente.

Las funciones básicas son:

Intensidad de invalidación

En el caso de **hombres** tiene por expresión la siguiente:

$$v_x^{(k)} = r(k) \cdot \frac{0,4}{1_x}$$

donde 1_x es la función de sobrevivencia calculada según la siguiente fuerza de mortalidad:

$$1.000 \cdot \mu_x = 0,6 + 0,034 \cdot 10^{0,042 \cdot x}$$

y $r(k)$ es el *factor de período de espera* definido así:

$$r(k) = \begin{cases} 2,3 - 10,8 \cdot k & \text{para } 0 \leq k \leq 1/2 \\ 1,6 - 2,4 \cdot k & \text{para } 1/2 \leq k \leq 1 \\ 1 & \text{para } k \geq 1 \end{cases}$$

En el caso de *mujeres*, se utiliza la misma intensidad pero aumentada en el 20 por cien.

Función de «sobrevivencia» (probabilidad de permanecer inválido)

Tanto para hombres como para mujeres se expresa como sigue:

$$\lambda_{(x)+t} = a_x \cdot e^{-80 \cdot t} + b_x \cdot e^{-0,13 \cdot t} + c_x \cdot e^{-1,5 \cdot t} + d_x \cdot (0,15 \cdot e^{-0,3 \cdot t} + 0,85 \cdot e^{-0,04 \cdot t})$$

siendo:

$$a_x = 1 - b_x - c_x - d_x$$

$$b_x = 0,12$$

$$c_x = 0,006 \cdot e^{0,04x}$$

$$d_x = 0,001 + 0,000011 \cdot e^{0,13x}$$

Las funciones anteriores están referidas a un periodo de espera predeterminado, que es el valor elegido para \underline{k} . Cuando el periodo de espera es *flotante*, la invalidez, de acuerdo con las normas de la Seguridad Social, es reputada como permanente y, en tal caso, se utilizan las siguientes funciones:

Intensidad de invalidez permanente

Hombres:

$$v_x = \frac{0,4}{1_x} \cdot (0,001 + 0,000011 \cdot e^{0,13x})$$

Mujeres:

La misma expresión que para hombres, incrementada en un 20 por cien.

Función de «sobrevivencia»

Para ambos sexos:

$$\lambda_{(x)+t} = 0,15 \cdot e^{-0,3t} + 0,85 \cdot e^{-0,04t}$$

Como puede apreciarse, estas funciones se han extraído de las correlativas al caso de invalidez de naturaleza tanto permanente como temporal. La función v_x aumenta fuertemente con la edad, al paso que $\lambda_{(x)+t}$ se ha admitido ser independiente de ella. Desde luego es ésta una hipótesis simplificadora, pero está respaldada por la experiencia observada.

Cuando se calcula una prima para un seguro con un periodo flotante, se hace la hipótesis de que el periodo de espera corresponde a un año (siempre es superior al lapso que transcurre antes que se reconozca la invalidez como permanente). La hipótesis de un año significa que la frecuencia esperada de casos de invalidez permanente a la edad \underline{x} es igual a:

$$v_x \cdot \lambda_{(x)+1}$$

Fuerza de interés

Se fija en:

$$\delta = \text{Log}_e (1 + i) = 2,94 \%$$

Recargos de gestión y de seguridad

El conjunto se fijó en el 35 por cien. Además, por exención de pago de primas (con un periodo de espera de tres meses) se introdujo un recargo del 5 por cien como valor de aproximación, en orden a simplificar. Y, finalmente, existe un recargo adicional de 10 coronas al año por cada 100 coronas de renta mensual que se añade a la prima, durante los cinco primeros años, para cubrir los gastos iniciales.

Prima anual reajutable de tarifa

Su expresión analítica es la siguiente:

$$P'_x = \frac{1,05 \cdot 1,35}{a_{x:\overline{n}|}} \cdot \left[E_{x:\overline{z-x}|}^k - \frac{D_{x+1}}{D_x} \cdot E_{x+1:\overline{z-x-1}|}^k \right] + \frac{10 \cdot H}{1.200}$$

$$\text{con } H = \begin{matrix} 1 & \text{durante los cinco primeros años} \\ 0 & \text{después} \end{matrix}$$

La función $E_{x:\overline{z-x}|}^k$ denota la prima única pura y se refiere al periodo de aseguramiento desde la edad alcanzada \underline{x} hasta la edad final \underline{z} , y da derecho, en caso de invalidez, a la prestación de una unidad monetaria de renta, por año, desde la expiración del periodo de espera \underline{k} , y ello en tanto el asegurado esté inválido, y como máximo hasta la edad \underline{z} . Su expresión es la siguiente:

$$E_{x:\overline{z-x}|}^k = \int_0^{z-x-k} e^{-\delta \cdot t} \cdot \frac{I_{x+t}}{I_x} \cdot v_x^{(k)} \cdot \lambda_{(x+t):k} \cdot \int_k^{z-x-t} \frac{\lambda_{(x+t):u}}{\lambda_{(x+t):k}} \cdot e^{-\delta \cdot u} \cdot du \cdot dt$$

En la práctica, no obstante, se utiliza la aproximación siguiente (en la que se ha omitido el recargo H ya señalado):

$$P_x'' = 1,05 \cdot 1,35 \cdot v_{(x+1/2)+k}^{(k)} \cdot e^{-\delta \cdot k} \cdot a_{(x+1/2)+k}^{-ii} \cdot \overline{z-x-1/2-k}$$

siendo:

$$a_{(x+1/2)+k}^{-ii} \cdot \overline{z-x-1/2-k} = \int_k^{z-x} \frac{\lambda_{(x)+u}}{\lambda_{(x)+k}} \cdot e^{-\delta \cdot u} \cdot du$$

Cuando el periodo de espera es flotante las funciones especiales relativas al caso de invalidez permanente, antes expuestas, hay que insertarlas y hacer $k = 1$.

La prima única de la renta (denominada «sickness reserve» por los actuarios suecos), como capital constitutivo de la pensión de invalidez, la calculan en caso de siniestros acaecidos pendientes de pago según la fórmula antes expuesta para duraciones $t \geq k$ (en la fórmula se inserta \underline{t} en lugar de \underline{k}). Pero, al paso que la reserva en cuestión se calcula en base a hipótesis más fuertes de la función:

$$\lambda_{(x)+1}$$

cuando la invalidez ha sido ya considerada como permanente, en cambio en los casos en que todavía la invalidez no adquiere ese carácter de permanente la reserva se disminuye, de forma convencional, en 10 por cien para duraciones $t > 5$.

Esta forma de proceder no es más que una medida de reforzamiento ante la eventualidad de que se presenten más casos de invalidez permanente que los previstos.

Seguro de grupo

En esta modalidad se utilizan las mismas bases, con las siguientes peculiaridades:

Hombres:

La intensidad de invalidación se reduce en un 30 por cien. Y la misma, relativa a invalidez permanente v_x , se multiplica por 0,7.

Mujeres:

Las intensidades así reducidas se multiplican por el siguiente factor:

$$\varnothing_x = -0,01 \cdot x + 1,865; (15,5 \leq x \leq 66,5)$$

Recargos de gestión y de seguridad:

Se introducen incrementando las intensidades en un 13 por cien; y para la garantía de exención del pago de primas (aquí con periodo flotante de es-
pera) se cobra un recargo del 2 por cien.

LOS VALORES NUMERICOS

**Función de frecuencias «t»
Intensidad de estar inválido durante al menos t años**

$$10^3 \cdot v_{(x)+t}^{(k)}$$

	x	t = 1/2	3/12	6/12	1
k = 3/12	30	—	8,1	4,5	2,4
	40	—	12	7,1	3,9
	47	—	16	10	6,1
	52	—	21	14	8,9
	57	—	29	21	14
	62	—	43	33	24

	x	t = 1/2	3/12	6/12	1
k = 1/12	30	35	11	6,4	3,4
	40	41	16	10	5,5
	47	49	22	15	8,5
	52	58	29	20	12
	57	71	40	29	20
	62	94	60	46	33

Valores de $10^3 \cdot \frac{\lambda_{(x)+t}}{\lambda_{(x)+0,25}}$

t	(x) = 40	(x) = 50	(x) = 60
0,25	1.000	1.000	1.000
0,5	610	673	752
1	336	407	524
2	146	218	355
3	99	168	303
4	85	150	279
5	79	141	263
10	62	111	208

**Valores de la «Sickness reserve» por unidad monetaria anual,
hasta la edad final $z = 67$ años**

I = Casos no permanentes II = Casos permanentes

t	(x) = 40		(x) = 50		(x) = 60	
	I	II	I	II	I	II
0,25	1,5	10,9	1,9	8,9	1,9	5,0
1	3,3	11,0	3,8	8,9	2,9	4,6
2	6,5	11,0	6,1	8,7	3,3	4,1
5	10,8	10,9	7,9	7,9	1,8	1,8
10	9,9	9,9	5,5	5,5	—	—

**Primas anuales reajustables de Tarifa por 1.000
Con $z = 67$ y para renta anual de 1.000 unidades anuales**

$x \backslash k$	1/12	3/12	«Flotante»
19,5	14,1	8,1	5,3
29,5	18,7	11,1	6,8
39,5	30,6	18,9	12,3
49,5	61,7	39,8	28,6
59,5	118,1	76,9	53,9

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

PETRUS MATTSSON: «New Bases for Non-cancellable Sickness. Insurance in Sweden». *Scandinavian Actuarial Journal*, 1956.

P. MATTSSON and LUNDBERG: «Risk Functions of Swedish Sickness. Insurance». Congreso Internacional de Actuarios.

P. MATTSSON and A. UNNERDYD: «Experience Bases and Assesment of Premiums in Swedish Long Term Health Insurance». XVIII Congreso Internacional de Actuarios.

CARL-GÖSTA DILLNER: «New Bases for Non-cancellable Sickness. Insurance in Sweden». *Scandinavian Actuarial Journal*, 1969.

CARL-GÖSTA DILLNER: «New Bases for Long Term Sickness Insurance in Sweden from 1973». *Scandinavian Actuarial Journal*, 1974.

El seguro del riesgo de invalidez: Principios y técnicas. *Manual de la Suiza de Reaseguros*, 1980.

Madrid, Febrero de 1985