

# Las Sociedades de capitalización

## SU BASE ECONOMICA Y FINANCIERA

Por el Prof. Luis Ruiz Soler,

Director y Catedrático de Contabilidad de la Escuela Profesional de Comercio de San Sebastián,  
Director de la Caja de Ahorros Provincial de Guipúzcoa.

De algún tiempo a esta parte están tomando gran incremento en España las Sociedades de capitalización. No se trata, desde luego, de ninguna nueva invención—y en algunas partes ya se está pensando hasta en frenar su marcha—, pero entre nosotros no se habían manifestado con la pujanza y brío con que ahora lo hacen. Ni con los resultados.

Ello obedece a su nueva manera de presentación. Su éxito principal consiste en presentarse, no como meras Entidades de ahorro, de ahorro disciplinado y autoimpuesto por ciertas circunstancias, sino como Entidades capaces de procurar golpes rápidos de fortuna.

El ahorro lento y paciente no interesa a muchos; el hacer fortuna rápida, el aventurarse a conseguirla, eso interesa a muchos más. Este móvil psicológico, de indudable fuerza, es el que han metido en su cuadro de atracciones las modernas Sociedades de capitalización, procurando a través de él un beneficio legítimo, tanto como el propio de cualquiera otra Empresa. La modalidad práctica ha sido la concesión de premios de reembolso, que al significar para los agraciados por los mismos ganancias notorias y evidentes, ejercen sobre los presuntos contratantes una potente atracción contractual. La cosa es muy explicable.

Ofrecer a un ahorrador, para al cabo de cierto número de años, el capital entregado más sus frutos y los frutos de sus frutos, en la forma sencilla que se desprende del cálculo inmediato del interés compuesto,

no es aliciente mayor en estos días, en que la divulgación del cálculo financiero elemental ha eliminado del común de las gentes el deslumbramiento taumatúrgico de la potencialidad del interés fructífero acumulado. Hoy ya todo el mundo sabe hacerse los cálculos para sí, sin necesidad de asociarse en Entidades, con riesgo, más o menos real, de aportaciones o rendimientos.

Ofrecer la seguridad del capital, dejando los intereses, sin olvidarlos del todo, relegados a un plano secundario, compensando esta postergación de efectividad lejana con la posibilidad de obtener con cierta rapidez cantidades relativamente fuertes, y muy por encima del capital aportado y sus intereses, usando así el afán, más extendido cada día, de llegar pronto, y la atracción, tan poderosa en muchos, de la protección del azar, es ya otra cosa muy distinta. Que estos elementos tienen un poder de captación extraordinario, lo dicen la tenaz supervivencia del juego y de las apuestas y la institución más fuerte cada vez de las loterías.

Que se monten negocios sobre estas directrices no es nada nefando: es cosa completamente humana y lógica; además de legal, cuando se organiza dentro de los cauces normativos oficiales; y decimos esto, porque las Sociedades de capitalización parece que han despertado cierta inquietud y desasosiego en algunos elementos afectos a la previsión.

Su sistema de dar el fruto en premios, con preferencia a en acumulaciones diferidas, además de a la motivación psicológica apuntada más arriba, obedece a un conocimiento práctico y sagaz de las realidades: de la realidad que significa hoy, en el terreno de las finanzas, la desatada desvaloración de las monedas, fenómeno general en todos los países. Es muy lógico, ante esto, atender a las aspiraciones de quien ve las cosas de tal manera como definitivas, y que se monten negocios sobre la base de ofrecer con preferencia, en las inversiones financieras, sumas próximas a sumas lejanas, expresadas en ambas ofertas en un signo monetario que parece deslizarse sin término por una emocionante pendiente de pérdida de significación real.

La cuestión está, a nuestro entender, en que ese establecimiento de premios se haga bien; esto es, sobre bases racionales y serias que permitan asegurar el cumplimiento de lo que se promete.

En estas líneas, dedicadas a estas pujantes Sociedades de capitalización, vamos a intentar divulgar los fundamentos financieros de sus operaciones. Nada extraordinario: nuestra manera de ver el problema

para popularizar su comprensión. Obedecemos con ello a nuestra creencia de que hay necesidad de la divulgación indicada por dos razones: Primera, para demostrar la posibilidad de las ofertas que se hacen, y hasta dónde puede llegarse en éstas, quitando así preocupación a los recelosos, y Segunda, para poner de relieve el peligro que pueden significar si una excesiva difusión de las mismas no lograra que cada una de ellas se moviese dentro de las leyes de los grandes números, que hacen posibles las promesas y esperanzas de su artificio técnico financiero.

Para dar al estudio que pensamos desarrollar la más amplia generalidad, vamos a considerar estas Sociedades constituyendo grupos en los que el plazo de cotización de los asociados sea más corto que el total fijado para la completa liquidación de las cuentas que no resulten favorecidas en los sorteos llevados a cabo para los reembolsos con premios.

Por otro lado, vamos a considerar el caso de cotizaciones y premios anuales, en vez del de cotizaciones y premios más frecuentes, como pudiéramos hacerlo. Nos mueve a proceder así una razón práctica y, si se quiere, de rotundidad. Queremos, con ello, hacer posible, dentro de los límites de una publicación como la presente, la presentación de estados de desarrollo que justifiquen la exactitud de los cálculos. En otro trabajo, complementario de éste, podrán considerarse cuestiones de ampliación: entre ellas, el sistema de las cotizaciones y sorteos mensuales, los más ofrecidos en la práctica.

---

La técnica financiera en que se basan las Sociedades de capitalización en su sistema de premios es la fundamental de los seguros y de todos los contratos financieros de previsión establecidos sólidamente: la igualdad perfecta entre los valores actuales o presentes de las obligaciones que asuma la entidad y las obligaciones que asumen los suscriptores de los títulos. Este equilibrio matemático es la base de la contratación. Lo que vamos a hacer aquí, ante todo, es, pues, establecer las expresiones que dan para este caso el uno y el otro de los dos valores mencionados, para, contraponiéndolos, obtener la ecuación general que los liga, y que permite la determinación de uno de los elementos del cálculo, fijados que sean los valores elegidos para los demás.

Nos planteamos, pues, el siguiente problema general: Hallar los valores actuales de las cantidades que se compromete una entidad de capitalización a pagar a los asociados constituyentes de un grupo, siendo dichas cantidades: a fin de cada año, menos el último, una suma determinada por el valor total nominal de un cierto número de títulos, y, el último año, el importe total de los títulos que no hayan sido pagados durante los años anteriores; es decir, el de todos los que queden por reembolsar; y 2.º Hallar el valor actual de las cuotas constantes a pagar anualmente a la entidad por los asociados, en la forma siguiente: por los títulos que se reembolsan a fin de los años intermedios, hasta la correspondiente al año del premio, y por los no premiados, durante un cierto número de años inferior al señalado para el reembolso de los últimos, no premiados, constitutivos del grupo.

La individualización de los títulos del grupo, para los efectos de los sorteos, esté es, si han de designarse con números, con letras, con combinaciones de letras y números, o con otros signos cualquiera, es una cuestión adjetiva, no exenta de importancia práctica, pero que no consideraremos porque nada tiene que ver con el fundamento matemático de la estructura matemática del sistema.

Y esto advertido, pasemos ya a las determinaciones de valores actuales que hemos establecido como fundamentales.

*Valor actual de la obligación asumida por la entidad.*—Determine-mos éste en primer lugar. Sea

$N$ , el número de títulos que componen el grupo que la entidad ofrece a los suscriptores;

$L$ , el número de los que sortea y amortiza cada año por su completo valor nominal;

$C$ , el valor nominal de cada título;

$m$ , el número de pagos anuales, anticipados, que debe satisfacer el suscriptor. Número máximo, ya que de salir el título en uno de los sorteos, desde aquel momento cesa la obligación de efectuar dichos pagos;

$r$ , el tanto por uno de interés anual que sirve de base en los cálculos.

$v$ , como de costumbre, el cociente  $\frac{1}{1+r}$ , o factor de descuento;

$n$ , el número de años al cabo de los cuales la entidad paga todos los títulos que no hayan salido en los sorteos practicados en los  $n - 1$  años precedentes.

Sobre estas bases, se tiene que al fin del primer año la Entidad ha de pagar  $L$  títulos, de  $C$  pesetas cada uno, o sea  $LC$  pesetas. El valor

de esta suma al iniciarse la operación, descontando por un año, será

$$\frac{LC}{1+r} = LCv.$$

El segundo año habrá de pagar igual suma, y su valor actual inicial, descontando por dos años, será  $LCv^2$ .

Y sucesivamente, los pagos de los siguientes años, hasta el penúltimo, inclusive, es decir, el  $n - 1$ , tendrán por valores iniciales,

$$LCv^3, LCv^4, \dots, LCv^{n-1}.$$

Al fin del enésimo año, los títulos que quedarán pendientes de reembolsar será el total de los creados menos los reembolsados ya, es decir,

$$N - [L + L + L + L + \dots (n - 1) \text{ veces}] = N - (n - 1) L;$$

y su valor en pesetas será  $C[N - (n - 1) L]$ , y el valor inicial, descontando por  $n$  años,

$$C[N - (n - 1) L] v^n.$$

Sumando los valores actuales de todos los pagos, se tendrá, por fin, el valor actual de las obligaciones asumidas por la Entidad. Llamando  $V$  a ese valor actual total, se tendrá:

$$\begin{aligned} V &= LCv + LCv^2 + LCv^3 \dots + LCv^{n-1} + C[N - (n - 1) L] v^n \\ &= LC(v + v^2 + v^3 + \dots + v^{n-1}) + C[N - (n - 1) L] v^n \\ &= LC \frac{v - v^n}{1 - v} + C[N - (n - 1) L] v^n = C \left\{ \frac{v - v^n}{1 - v} L + [N - (n - 1) L] v^n \right\} \\ &= C \left\{ \frac{1 - v^{n-1}}{r} L + [N - (n - 1) L] v^n \right\} \end{aligned}$$

*Valor actual de la obligación asumida por los suscriptores.*—Determinemos ahora este segundo elemento del cálculo.

Llamemos  $P$  a la cuota o prima que debe pagar al principio de cada año el suscriptor de cada título, mientras no se le reembolse, y por un plazo máximo de  $m$  años.

Al suscribirse los  $N$  títulos percibirá la entidad las  $N$  cuotas correspondientes, o sea  $NP$  pesetas. Al comienzo del segundo año, como ya se habrán pagado los  $L$  títulos que se reembolsan al fin del primer año, y sólo quedarán en circulación  $N - L$ , percibirá la entidad por cuotas  $(N - L) P$ ; al comienzo del tercer año, cuando ya se habrán reembolsado  $L + L = 2L$  títulos, recibirá  $(N - 2L) P$  pesetas, y así sucesiva-



$$\begin{aligned}
&= N + N \frac{1-v^{m-1}}{r} - \frac{L(1-v^{m-1})}{vr^2} + \frac{L(m-1)v^{m-1}}{r} \\
&= N + \frac{1-v^{m-1}}{r} \left( N - \frac{L}{vr} \right) + \frac{L(m-1)v^{m-1}}{r} = N + \frac{1-v^{m-1}}{r} \left( N - \frac{L(1+r)}{r} \right) + \frac{L(m-1)v^{m-1}}{r}
\end{aligned}$$

Completando ya la expresión de  $V$ , se tiene, por fin

$$V = P \left( N + \frac{1-v^{m-1}}{r} \right) \left( N - \frac{L(1+r)}{r} \right) + \frac{L(m-1)v^{m-1}}{r}$$

Igualando ahora las dos expresiones obtenidas para el valor actual total  $V$ , la obtenida para expresión del valor actual de las obligaciones de la Entidad y la que acabamos de obtener para valor actual de las obligaciones de los asociados, se tiene, por último, la igualdad siguiente:

$$C \left\{ \frac{1-v^{n-1}}{r} L + [N - (n-1)L] v^n \right\} = P \left\{ N + \frac{1-v^{m-1}}{r} \left[ N - \frac{L(1+r)}{r} \right] + \frac{L(m-1)v^{m-1}}{r} \right\}$$

De la que multiplicando por  $r$  los dos miembros, resulta la que sigue:

$$C \left\{ (1-v^{n-1})L + r [N - (n-1)L] v^n \right\} = P \left\{ Nr + (1-v^{m-1}) \left[ N - \frac{L(1+r)}{r} \right] + L(m-1)v^{m-1} \right\}$$

en la que, elegidos los valores de  $r$ ,  $N$ ,  $L$ ,  $n$  y  $m$ , es fácil hallar los de  $C$  en función de  $P$ , o de  $P$  en función de  $C$ .

Así, por ejemplo, se tiene para valor de  $P$ , habiendo fijado el de  $C$ ,

$$P = \frac{C \left\{ (1-v^{n-1})L + r [N - (n-1)L] v^n \right\}}{Nr + (1-v^{m-1}) \left[ N - \frac{L(1+r)}{r} \right] + L(m-1)v^{m-1}}$$

Para verificar la exactitud de la expresión deducida, vamos a aplicarla a un ejemplo: al caso siguiente, en el que supondremos que lo que se trata de averiguar es el valor de la cuota  $P$ , que debe cobrarse de los suscriptores, después de haber fijado por el estudio de las condiciones del mercado y la actuación en él de otras Entidades el valor

de  $C$ , así como el de los otros elementos básicos del cálculo, a los que ya nos hemos referido en las explicaciones precedentes.

Sea, pues, el caso el siguiente:

Una Compañía de capitalización ofrece 1.000 láminas de 10.000 pesetas nominales cada una, para reembolsar en su totalidad en la forma siguiente: 4 láminas al fin de cada año, del primero inclusive, durante 19 años, y el resto, es decir, las que no hayan sido reembolsadas en ese período, al final de 20 años. El suscriptor de cada lámina debe pagar a la Compañía una cuota,  $P$ , al principio de cada año, durante 15, mas cesando su obligación de pagarla desde el momento en que se le reembolse el título, que puede ser el final del primer año.

Se trata de averiguar el valor de la cuota  $P$ , que hay que percibir de los suscriptores de los títulos. Para el interés del dinero se fija el tanto de 3 por 100 anual.

Se tiene para este caso:

$$\begin{array}{lll} N = 1.000 & C = 10.000 & L = 4 \\ n = 20 & m = 15 & r = 0,03 \\ v^n = v^{20} = 0,5536758 & & v^{n-1} = v^{19} = 0,5702860 \\ v^{m-1} = v^{14} = 0,6611178 & & \end{array}$$

Sustituyendo las letras por estos valores en la fórmula que acabamos de establecer, se tiene para  $P$ ,

$$\begin{aligned} P &= \frac{10.000 \{ (1 - 0,5702860) 4 + 0,03 (1.000 - 19 \times 4) 0,5536758 \}}{1.000 \times 0,03 + (1 - 0,6611178) \left( 1.000 - \frac{4 \times 1,03}{0,03} \right) + 4 \times 14 \times 0,6611178} \\ &= \frac{10.000 [0,4297140 \times 4 + 0,03 \times 924 \times 0,5536758]}{30 + 0,3388822 (1.000 - 137,333) + 56 \times 0,6611178} \\ &= \frac{10.000 [0,4297140 \times 4 + 0,03 \times 924 \times 0,5536758]}{30 + 0,3388822 \times 862,666 + 56 \times 0,6611178} \\ &= \frac{10.000 \times 17,066749}{359,364749} = 474,914... \end{aligned}$$

Como comprobación del resultado obtenido, damos a continuación el cuadro que pone de manifiesto la marcha de la emisión, ajustada a las condiciones que han servido para el planteamiento del caso concreto desarrollado.

## Cuadro de amortización en 20 años de 1.000 láminas de 10.000 pesetas cada una.

*Cotización durante 15 años.—Sorteos anuales de 4 láminas.—Interés 3 %.*

AÑOS	Láminas cotizantes en 1.º de año	Cotización [2] × 474,914 — Pesetas	Remanente del año anterior — Pesetas	Recursos en 1.º de año: [3] + [4] — Pesetas	Recursos a fin de año: [5] × 1,03 — Pesetas	LÁMINAS REEMBOLSADAS EN EL AÑO		Remanente a fin de año — Pesetas
						Número	Importe — Pesetas	
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]
1	1.000	474.914	—	474.914	489.161,42	4	40.000	449.161,42
2	996	473.014,344	449.161,42	922.175,764	949.841,036	4	40.000	909.841,036
3	992	471.114,688	909.841,036	1.380.955,724	1.422.384,395	4	40.000	1.382.384,395
4	988	469.215,032	1.382.384,395	1.851.599,427	1.907.147,409	4	40.000	1.867.147,409
5	984	467.315,376	1.867.147,409	2.334.462,785	2.404.496,668	4	40.000	2.364.496,668
6	980	465.415,720	2.364.496,668	2.829.912,388	2.914.809,759	4	40.000	2.874.809,759
7	976	463.516,064	2.874.809,759	3.338.325,823	3.438.475,597	4	40.000	3.398.475,597
8	972	461.616,408	3.398.475,597	3.860.092,005	3.975.894,765	4	40.000	3.935.894,765
9	968	459.716,752	3.935.894,765	4.395.611,517	4.527.479,862	4	40.000	4.487.479,862
10	964	457.817,096	4.487.479,862	4.945.296,958	5.093.655,866	4	40.000	5.053.655,866
11	960	455.917,440	5.053.655,866	5.509.573,306	5.674.860,505	4	40.000	5.634.860,505
12	956	454.017,784	5.634.860,505	6.088.878,289	6.271.544,637	4	40.000	6.231.544,637
13	952	452.118,128	6.231.544,637	6.683.662,765	6.884.172,647	4	40.000	6.844.172,647
14	948	450.218,472	6.844.172,647	7.294.391,119	7.513.222,852	4	40.000	7.473.222,852
15	944	448.318,816	7.473.222,852	7.921.541,668	8.159.187,918	4	40.000	8.119.187,918
16	940	—	8.119.187,918	8.119.187,918	8.362.763,555	4	40.000	8.322.763,555
17	936	—	8.322.763,555	8.322.763,555	8.572.446,461	4	40.000	8.532.446,461
18	932	—	8.532.446,461	8.532.446,461	8.788.419,854	4	40.000	8.748.419,854
19	928	—	8.748.419,854	8.748.419,854	9.010.872,449	4	40.000	8.970.872,449
20	924	—	8.970.872,449	8.970.872,449	9.239.998,622	924	9.240.000	1,378
						1.000	10.000.000	

La pequeña diferencia resultante — 1,37 en un volumen de 10.000.000 de capital—hubiéramos podido evitarla haciendo los cálculos con mayor aproximación decimal. No lo hemos hecho, sin embargo, por no complicar la composición y ajuste tipográfico del cuadro, y, además, porque en la práctica nunca se produciría esa pequeña insuficiencia, ya que se tomaría para valor de  $P$  la cantidad en céntimos por exceso, es decir, por lo menos 474,92, suma que da varias pesetas de excedente.