

Área
de Seguro
y Previsión
Social

EL RIESGO DE LONGEVIDAD Y SU APLICACIÓN PRÁCTICA A SOLVENCIA II

Modelos actuariales
avanzados para su gestión

VII Premio
Internacional
de Seguros
Julio Castelo
Matrán

José Miguel Rodríguez-Pardo del Castillo (coord.)
Irene Albarrán Lozano
Fernando Ariza Rodríguez
Víctor Manuel Cóbreces Juárez
María Luz Durbán Reguera

FUNDACIÓN **MAPFRE**

© FUNDACIÓN MAPFRE

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra sin el permiso escrito del autor o de FUNDACIÓN MAPFRE

VII PREMIO INTERNACIONAL DE SEGUROS

Julio Castelo Matrán

**El riesgo de longevidad y su
aplicación práctica a Solvencia II
Modelos actuariales avanzados
para su gestión**

Coordinador de la obra:

José Miguel Rodríguez-Pardo del Castillo

Autores:

Irene Albarrán Lozano

Fernando Ariza Rodríguez

Víctor Manuel Cóbreces Juárez

María Luz Durbán Reguera

José Miguel Rodríguez-Pardo del Castillo

FUNDACIÓN MAPFRE no se hace responsable del contenido de esta obra, ni el hecho de publicarla implica conformidad o identificación con la opinión del autor o autores.

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra sin el permiso escrito del autor o del editor.

© 2014, FUNDACIÓN MAPFRE
Paseo de Recoletos, 23
28004 Madrid (España)

www.fundacionmapfre.org
publicaciones.ics@fundacionmapfre.org

ISBN: 978-84-9844-500-8
Depósito Legal: M-31410-2014
Maquetación y producción editorial: Cyan, Proyectos Editoriales, S.A.

Irene Albarrán Lozano es Actuario y Doctora en Ciencias Económicas y Empresariales por la Universidad Complutense de Madrid. Profesora titular de Estadística Actuarial desde 2001, actualmente dirige el Máster en Técnicas Cuantitativas para el Sector Asegurador del Departamento de Estadística de la Universidad Carlos III de Madrid.

Fernando Ariza Rodríguez es doble Licenciado en Ciencias Económicas y en Ciencias Actuariales y Doctor en Economía Financiera, Actuarial y Matemática por la Universidad Complutense de Madrid. En la actualidad es responsable del Área de Solvencia en Mutualidad de la Abogacía, coordinador técnico del Comité Bioactuarial de AGERS, miembro del Comité Técnico de EurelPro y Miembro del Tribunal Evaluador de Tesis del Máster de Ciencias Actuariales de la Universidad Carlos III de Madrid.

Víctor Manuel Cóbreces Juárez es diplomado en Ciencias Empresariales por la Universidad Rey Juan Carlos I, postgraduado en Ciencias Actuariales por la Universidad Carlos III de Madrid y máster en Gestión de Riesgos de Entidades Aseguradoras por el IEB. Actualmente, es actuario de vida especialista en longevidad y se responsabiliza de la gestión y cuantificación de riesgos de Solvencia II en PREMAAT.

María Luz Durbán Reguera es licenciada en Matemáticas por la Universidad de Granada, máster en Estadística Matemática por la Universidad de Cambridge y doctora en Matemáticas por la Universidad Heriot-Watt (Reino Unido). Desde el año 2000 ha colaborado con el *CMi* en la implantación de modelos de suavizado para la predicción de mortalidad. En la actualidad es profesora titular del Departamento de Estadística de la Universidad Carlos III de Madrid.

José Miguel Rodríguez-Pardo del Castillo es licenciado en Ciencias Actuariales y doctor en Ciencias Económicas por la Universidad Complutense de Madrid, Dr. en Biomedicina y Ciencias de la Salud por la UEM, diplomado en Gestión empresarial por la EOI y Programa de Postgrado en IESE. Ex-director general en BBVA Seguros para España y Portugal (2000-2010) y profesor de la Universidad Carlos III de Madrid en el Máster Ciencias Actuariales y en el Master de Técnicas Cuantitativas para el Sector Asegurador, profesor en IEB y en ICEA. Además es colaborador honorífico en el área de Finanzas de la Universidad Complutense de Madrid.

PRESENTACIÓN

El Premio Internacional de Seguros Julio Castelo Matrán fue instituido en el año 2001 con motivo de la jubilación del entonces Presidente de MAPFRE y tiene por objeto premiar, con periodicidad bienal, trabajos científicos sobre materias relacionadas con el seguro en España, Portugal y los países de Latinoamérica. En la actualidad, Julio Castelo Matrán es Presidente de Honor del Sistema MAPFRE.

En junio de 2013, FUNDACIÓN MAPFRE, a través del Área de Seguro y Previsión Social, convocó la séptima edición de este premio y designó a un jurado compuesto por relevantes personalidades del mundo del seguro en los ámbitos profesional, científico y empresarial.

A este premio, dotado con 35.000 euros y un diploma acreditativo, se han presentado una veintena de obras procedentes de seis países: Brasil, Colombia, España, México, Portugal y Suiza. Tras evaluar los numerosos trabajos presentados, caracterizados todos ellos por su elevada calidad, el jurado acordó por amplia mayoría conceder este premio a un brillante equipo de investigadores coordinado por José Miguel Rodríguez-Pardo del Castillo, y formado por Irene Albarrán Lozano, Fernando Ariza Rodríguez, Víctor Manuel Cóbreces Juárez y María Luz Durbán Reguera; por ***El riesgo de longevidad y su aplicación práctica a Solvencia II. Modelos actuariales avanzados para su gestión***, cuya publicación promovida por FUNDACIÓN MAPFRE me complace especialmente presentar.

FUNDACIÓN MAPFRE fomenta, entre otras actividades, la investigación y la divulgación de conocimientos en relación con el seguro y la previsión social. Para ello promueve la concesión de ayudas y premios a la investigación en estas áreas y potencia la realización de trabajos científicos, como el que se recoge aquí que esperamos sea de interés y utilidad tanto para el mundo académico como para los profesionales relacionados con la actividad aseguradora.

Antonio Huertas Mejías
Presidente de FUNDACIÓN MAPFRE

JURADO DEL VII PREMIO INTERNACIONAL DE SEGUROS JULIO CASTELO MATRÁN

Presidente del jurado

D. Andrés Jiménez Herradón
Presidente del Área de Seguro y Previsión Social
FUNDACIÓN MAPFRE

Dña. M^a José Albert Pérez
Decana de la Facultad de Ciencias del Seguro, Jurídicas y de la Empresa
de la Universidad Pontificia de Salamanca

Dña. Pilar González de Frutos
Presidenta de la Asociación Empresarial del Seguro
UNESPA

D. Rafael Illescas Ortiz
Presidente de la Sección Española de la Asociación Internacional de Derecho
de Seguros (SEAIDA)

D. Julián López Zaballos
Consejero Delegado del Grupo Zurich

D. Camilo Pieschacón Velasco
Consultor independiente

D. Antonio Pulido San Román
Catedrático Emérito de Economía Aplicada
de la Universidad Autónoma de Madrid

D. Gregorio Robles Morchón
Catedrático de Derecho de la Universidad de las Islas Baleares

Dña. Flavia Rodríguez-Ponga Salamanca
Directora de General de Seguros y Fondos de Pensiones

D. Luis María Sáez de Jáuregui Sanz
Presidente del Instituto de Actuarios Españoles

Secretaria:

Dña. Mercedes Sanz Septién
Directora General del Área de Seguro y Previsión Social
FUNDACIÓN MAPFRE

PREMIO INTERNACIONAL DE SEGUROS JULIO CASTELO MATRÁN OBRAS PREMIADAS EN EDICIONES ANTERIORES

2012

Riesgo sistémico y actividad aseguradora

D. Camilo Pieschacón Velasco

Doctor en Ciencias Económicas por la Universidad de Colonia

2010

Desarrollo comercial del Seguro Colectivo de Dependencia en España

D. Joaquín Pedruelo Jauregui

Doctor en Ciencias Económicas y Empresariales por la Universidad de Deusto

Director de AON Grip Solutions

2008

Teoría de la credibilidad: Desarrollo y aplicaciones en primas de seguros y riesgos operacionales

D. Emilio Gómez Déniz

Profesor titular de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

D. José María Sarabia Alegría

Catedrático de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa de la Universidad de Cantabria

2006

Las cargas del acreedor en el Seguro de Responsabilidad Civil

D. Osvaldo Lagos Villarreal

Profesor de la Universidad de Los Andes de Santiago de Chile

2004

El Seguro de Automóviles: Estado actual y perspectiva de la técnica actuarial

Dña. Montserrat Guillén Estany

Catedrática de Economía Aplicada de la Universidad de Barcelona

Dña. Mercedes Ayuso Gutiérrez

Profesora titular de Economía Aplicada de la Universidad de Barcelona

Dña. Catalina Bolancé Losilla

Profesora titular de Economía Aplicada de la Universidad de Barcelona

D. Lluís Bermúdez Morata

Profesor titular de Economía Financiera de la Universidad de Barcelona

Dña. Isabel Morillo López

Profesora titular de Economía Financiera de la Universidad de Barcelona

Dña. Irene Albarrán Lozano

Profesora titular de Economía Aplicada de la Universidad de Extremadura

2002

Las Peripicias del Asegurador de Automóviles en el Proceso Penal

D. Mariano Yzquierdo Tolsada

Catedrático de Derecho Civil de la Universidad de Comillas (ICADE)

ÍNDICE

Introducción	17
1. El riesgo de longevidad	29
1. Preocupación por el riesgo de longevidad	29
2. El envejecimiento y sus causas	31
3. La evolución de la esperanza de vida	33
4. La dinámica poblacional	35
5. Visión biomédica de la longevidad	40
6. La gestión del riesgo de longevidad	42
2. Revisión metodológica	55
1. Introducción	55
2. Modelización de la mortalidad. Punto de partida: las tablas de vida	59
3. Evolución y proyección de la mortalidad: introducción a los modelos estocásticos más conocidos	61
3.1. Modelo de Lee-Carter	65
3.2. Modelo Renshaw y Haberman	66
3.3. Modelo APC	67

3.4. Modelo con <i>B-splines</i> y <i>P-splines</i>	69
3.5. Modelo CBD	71
3.6. Modelo CBD con efecto cohorte	71
3.7. Modelo CBD con efecto cohorte y componente cuadrático	72
3.8. Modelo con efecto cohorte decreciente con el tiempo	72
4. Consideraciones finales	73
3. Modelos de graduación del riesgo de tendencia de longevidad	75
1. Introducción	75
2. Datos de partida. Longevidad para la población española	77
3. Modelos de longevidad	88
3.1. M1: Modelo Lee-Carter	90
3.2. M2 y M3: Modelos Lee-Carter suavizados	91
3.3. M4: Modelo <i>P-spline</i> 2d (Edad-Periodo)	96
3.4. <i>Backtesting</i>	101
4. Análisis de resultados	103
4. Riesgo de longevidad bajo Solvencia II	111
1. Marco Regulatorio de Solvencia II	113
2. Riesgo de longevidad bajo el marco de Solvencia II	120

2.1. Mortalidad base y mejora de la mortalidad	121
2.2. Riesgos asociados al cálculo del capital de Solvencia	122
2.3. Calibración de la fórmula estándar y modelo interno	124
3. Modelo interno alternativo a la fórmula estándar	129
3.1. Metodología	132
3.1.1. Mortalidad base	132
3.1.2. <i>Spanish Longevity Index (SLI)</i>	133
3.1.3 Factores de mejora de la mortalidad	145
3.1.4. <i>Shock</i> de longevidad	151
3.2. Alcance	152
3.3. Análisis de variables	158
3.3.1. Asunciones y tratamiento de datos	158
3.3.2. Modelo de regresión múltiple	160
3.3.3. Modelo Lineal Generalizado (GLM)	167
3.4. Aplicación al mercado asegurador	169
3.4.1. Cartera asegurada	169
3.4.2. <i>Shock</i> único	174
3.4.3. Consumo de Capital (SCR)	175

3.5. Prudencia del modelo	183
3.6. Validación y prueba	185
3.7. Limitaciones	187
3.8. Futuros desarrollos	188
4. Conclusiones	189
5. Mitigantes de la longevidad y gestión óptima del capital	195
1. Mitigación del riesgo de longevidad	197
2. Principales instrumentos de transferencia del riesgo de longevidad	203
2.1. Cobertura natural o <i>natural hedging</i>	204
2.2. Reaseguro de rentas	205
2.3. Mercado de capitales	208
3. <i>Life and Longevity Market Association (LLMA)</i>	213
4. Participantes del mercado de longevidad	215
5. Papel del sector público en la transferencia del riesgo	217
6. Optimización del capital: <i>RORAC</i> y <i>Capital Allocation</i>	218
7. Conclusiones	225
6. Swaps de longevidad	227
1. ¿Qué es un <i>swap</i> de longevidad?	227

2. Tipos de <i>swaps</i> de longevidad	230
3. Experiencias del mercado de <i>swaps</i> de longevidad	235
4. Componentes de un contrato <i>swap</i> de longevidad	239
4.1. Prima (<i>fixed leg</i>)	239
4.2. Índices de longevidad	243
4.3. Prestaciones (<i>floating leg</i>)	244
5. Balance y contabilización	246
6. Implementación y administración del contrato <i>swap</i> de reaseguro	247
7. <i>Swaps</i> de longevidad bajo Solvencia II	250
7.1. Margen sobre la prima de riesgo	253
7.2. Riesgo de crédito o contraparte	254
7.3. Pilar 2 de Solvencia II	256
8. Aplicación práctica en una compañía de seguros de vida	257
8.1. Hipótesis y supuestos asumidos	258
8.2. Cartera asegurada	260
8.3. Cobertura <i>swap</i> de longevidad	261
8.4. Enfoque bajo Solvencia II	269
8.5. <i>Reinsurance Management Tool (RMT)</i>	277

9. Conclusiones	280
Alcance y conclusiones	283
Índice de figuras	289
Índice de tablas	297
Bibliografía	301

INTRODUCCIÓN

Del conjunto de riesgos relacionados con la vida humana que habitualmente suscribe una entidad de seguros, el más complejo de medir y gestionar es el riesgo de supervivencia, pues las incertidumbres que subyacen sobre la longevidad, y la singularidad de los contratos de los seguros que dan cobertura a este riesgo que, por su naturaleza suelen ser de carácter vitalicio, hacen que este deba ser analizado desde una visión integral de la gestión dinámica del riesgo.

A lo largo de la presente investigación, hacemos un recorrido por el estudio de las mejores técnicas actuariales y su aplicación práctica a la gerencia de riesgos, entre las que destacamos el contrato de reaseguro o el consumo de capital económico y regulatorio bajo el marco de la Directiva Comunitaria de Solvencia II, y que permitirán a la entidad de seguros la optimización de su negocio en diversas áreas como el *pricing*, el *reserving*, la mitigación y transferencia del riesgo o la asignación de recursos propios en términos de rentabilidad ajustada al riesgo, que sin duda redundará en una adecuada y bien informada toma de decisiones del órgano de gobierno de la entidad.

Así, en el capítulo 1 no solo presentamos conceptualmente el riesgo de longevidad, sino que abordamos además la dinámica poblacional y el conjunto de subriesgos que determinan y explican las continuas mejoras de los registros de esperanza de vida, configurando la base de conocimiento previo necesario para abordar la métrica de la longevidad. De entre todos ellos, hemos incidido en el subriesgo de tendencia por la necesidad de ser entendido y graduado con mayor precisión, no solo por su carácter sistémico, sino también por la dificultad de extrapolar tendencias actuarialmente consistentes.

Dado que los modelos de graduación del riesgo de supervivencia constituyen la principal herramienta de las que dispone el actuario para la adecuada medida de la longevidad del colectivo al que pretende dar cobertura, en el capítulo 2 exponemos y comparamos el marco teórico de los distintos modelos que ha desarrollado la literatura

actuarial más moderna y que han sido ya aplicados en diferentes mercados con contrastada experiencia en el *pricing* y *reserving* de las carteras de rentas vitalicias.

Una vez sentadas las bases del conocimiento del riesgo de longevidad y su graduación actuarial, el siguiente paso es aplicar la modelización del riesgo de tendencia sobre una realidad poblacional concreta como es la española. Para cumplir con este propósito, en el capítulo 3 hacemos la aplicación práctica (para la población entre los años 1960 y 2009 y para edades comprendidas entre los 40 y los 100 años) de cuatro de los modelos actuariales de edad-periodo más avanzados en la práctica internacional y que han demostrado ser robustos en sus aplicaciones para medir la tendencia en otras poblaciones. Los cuatro modelos que se han aplicado son: Lee-Carter, el Modelo *P-spline* 2d, y dos versiones suavizadas del modelo Lee-Carter. En este capítulo, llevamos a cabo también un ejercicio de *backtesting* para ilustrar el comportamiento predictivo de los modelos, e introducimos los factores de mejora de mortalidad que serán la pieza clave para el cálculo del *shock* de longevidad utilizado en el siguiente capítulo.

De la combinación de los cuatro modelos anteriores, y ya en el capítulo 4, surge lo que hemos convenido en denominar el *Spanish Longevity Index (SLI)*, índice que proponemos para medir la tendencia de longevidad de la población española, que cumple con el test de usabilidad que se exige a este tipo de métricas según los criterios actuariales internacionales, y configurado como una herramienta que podría ser de utilidad para todos los intervinientes en el riesgo de longevidad, esto es, tanto para el cálculo de los pasivos actuariales, para el desarrollo de modelos internos alternativos a la fórmula estándar bajo el marco de Solvencia II y a niveles de confianza del 99,5%, e incluso para la determinación del precio de transferencia en operaciones de reaseguro de longevidad. Además, conforme las autoridades responsables de la elaboración de estadísticas de mortalidad de la población española actualicen los censos, los valores del *SLI* se verían así mismo actualizados, de tal suerte que su aplicación al mercado español permite reevaluar los pasivos y los capitales expuestos a la mejor estimación de longevidad.

Con base en los valores del *SLI* al 99,5% de confianza, y una vez analizados los requisitos para el subriesgo de longevidad, en este capítulo 4 nos adentramos también en los requerimientos que exige la Directiva Comunitaria de Solvencia II, para lo que

elaboramos un modelo interno que determina el consumo de capital para este riesgo de supervivencia. De los resultados obtenidos, concluimos que el consumo de capital es decreciente según la edad alcanzada y la duración residual del contrato de seguro, suponiendo por tanto una alternativa real a la fórmula estándar propuesta por Solvencia II, que presupone un estrés único, inmediato y permanente del 20% sobre las tasas de mortalidad esperada. El ensayo actuarial propuesto, una vez contrastada su bondad estadística, se ha simulado para una cartera de riesgos expuestos de seguros de rentas vitalicias, siendo sus resultados muy reveladores acerca del consumo de capital real respecto al propuesto por la llamada fórmula estándar.

En el capítulo 5, vemos cómo los modelos de gestión del riesgo de longevidad pueden ser optimizados mediante los llamados mitigantes del riesgo, para lo que en primer lugar será necesario conocerlos y clasificarlos en función del subriesgo que la entidad desea minorar, según este sea riesgo base o riesgo de tendencia. Una vez expuestos los mitigantes de la supervivencia, nos adentraremos en los modelos más modernos de la gestión óptima del capital ajustada al riesgo, llegando a proponer una aplicación práctica de los modelos de *RORAC* y *Capital Allocation* sobre los resultados de los ensayos hasta el momento realizados en el presente trabajo.

Por último, y por su especial relevancia y potencialidad, en el capítulo 6 realizamos un estudio exhaustivo así como una aplicación práctica de uno de los modelos de transferencia de longevidad llamados a tener un protagonismo central en el mercado de rentas vitalicias tal como ya ha sucedido en otros países de nuestro entorno. Estos son los modelos de permuta *longevity swap*, que podremos encontrar en su modalidad de contrato de reaseguro o bien a través de los mercados de capitales. El modelo actuarial desarrollado sobre la base de los valores y resultados obtenidos en los capítulos anteriores, nos permite simular, con escenarios aplicables a la realidad española, precios de transferencia de reaseguro y su impacto no solo en términos de coste sino sobre el balance económico y consumo de capital de una entidad aseguradora bajo el marco de Solvencia II. Además, presentamos una herramienta de optimización de reaseguro para analizar las diferentes alternativas con las que la cedente pueda decidir el contrato de reaseguro más idóneo para la gestión óptima de su negocio con base en el perfil y el apetito de riesgo de la entidad, y a la que hemos llamado *RMT (Reinsurance Management Tool)*.

Como conclusión, podemos afirmar que el presente trabajo de investigación tiene como finalidad la aplicación práctica al negocio de la longevidad en el mercado español de un conjunto integral de técnicas actuariales y de gestión del riesgo consideradas como las más avanzadas, y que permitirán la utilización de las diferentes palancas de optimización del negocio y el capital asignado al riesgo de supervivencia, así como ventajas competitivas sostenibles sobre un negocio que en ocasiones se cuestiona acerca de su rentabilidad por las incertidumbres que plantea.

INTRODUÇÃO

Do conjunto de riscos que geralmente subscreve uma entidade de seguros relacionados com a vida humana, o mais complexo de medir e gerenciar é o risco de sobrevivência. E é que as incertezas subjacentes sobre a longevidade e a singularidade dos contratos de seguro que cobrem este risco, que pela sua natureza tendem a ser vitalícios, fazem com que este deva ser analisado a partir de uma visão integral da gestão dinâmica de risco.

Ao longo deste trabalho de investigação, passaremos pelo estudo das melhores técnicas atuariais e a sua aplicação prática na gestão de riscos, entre os quais destacamos o contrato de resseguro ou o uso de capital econômico e regulador no âmbito da Diretiva Comunitária de Solvência II, que permitirá à companhia de seguros a otimizar o seu negócio em diversas áreas, tais como o *pricing*, *reserving*, mitigação e transferência de riscos ou da atribuição de recursos próprios em termos de rentabilidade ajustada ao risco, que sem dúvida resultará também numa adequada e bem informada decisão do corpo diretivo da entidade.

Assim, no capítulo 1, não só apresentamos conceitualmente o risco da longevidade, mas também abordamos a dinâmica populacional e o conjunto de sub-riscos que determinam e explicam a melhora contínua dos registros de expectativa de vida, formando a base de conhecimento prévio para tratar as métricas da longevidade. Entre todos, incidimos no sub-risco da tendência pela necessidade de ser compreendido e medido com maior precisão, não só pela sua natureza sistêmica, mas também pela dificuldade de extrapolar tendências atuarialmente consistentes.

Como os modelos de medição do risco de sobrevivência constituem a principal ferramenta disponível para o atuário medir adequadamente a longevidade do coletivo ao qual pretende abranger, no capítulo 2, mostramos e comparamos o marco teórico dos diferentes modelos desenvolvidos pela literatura atuarial moderna e que têm sido aplicados em diferentes mercados com experiência comprovada em *pricing* e *reserving* das carteiras de rendas vitalícias.

Depois de estabelecer as bases do conhecimento do risco de longevidade e sua medição atuarial, o próximo passo é aplicar a modelização do risco de tendência sobre uma realidade populacional concreta como é a espanhola. Para cumprir este objetivo, no capítulo 3 fazemos a aplicação prática (para a população entre os anos 1960 e 2009 e para idades entre 40 e 100 anos) de quatro dos modelos atuariais de idade-periodo mais avançados na prática internacional e que têm provado ser robusto nas suas aplicações para medir a tendência em outras populações. Os quatro modelos que foram aplicados são os de Lee-Carter, o modelo *P-spline 2d* e duas versões suavizadas do modelo de Lee-Carter. Neste capítulo, também realizamos um exercício de *backtesting* para ilustrar o comportamento preditivo dos modelos, e introduzir os fatores de melhora da mortalidade a serem usados no cálculo do sock da longevidade no próximo capítulo.

Da combinação dos quatro modelos acima, já no capítulo 4, surge o que nós denominamos o *Spanish Longevity Index (SLI)*, índice que propomos para medir a tendência de longevidade da população espanhola, que cumpre com o teste de usabilidade que exige este tipo de métrica, seguindo com os critérios atuariais internacional, e configurado como uma ferramenta que pode ser útil para todos os envolvidos no risco de longevidade, ou seja, tanto para o cálculo do passivo atuarial, como para o desenvolvimento de modelos internos alternativos à fórmula padrão dentro do âmbito de Solvência II com níveis de confiança de 99,5%, e até mesmo para determinar o preço de transferência das operações de resseguro de longevidade. Além disso, conforme as autoridades responsáveis pela elaboração das estatísticas de mortalidade da população espanhola atualizem os censos, os valores de *SLI* se veriam assim atualizados, de tal forma que a sua aplicação para o mercado espanhol permite reavaliar os passivos e os capitais expostos a melhor estimativa de longevidade.

Com base nos valores do *SLI* de 99,5% de confiança, e uma análise dos requisitos para o sub-risco de longevidade, no capítulo 4, também aprofundaremos os requisitos exigidos pela Diretiva Comunitária de Solvência II, para o qual elaboramos um modelo interno que determina o consumo de capital para este risco de sobrevivência. A partir dos resultados obtidos, podemos concluir que o uso do capital é decrescente de acordo com a idade atingida e o período remanescente do contrato de seguro, supondo, portanto, uma alternativa real a fórmula padrão

proposta por Solvência II, que supõe um stress único, imediato e permanente de 20% sobre as taxas de mortalidade esperada. O ensaio atuarial proposto, uma vez contrastada sua bondade estatística, foi simulado para uma carteira de riscos expostos de seguros de rendas vitalícias, sendo os resultados bastante reveladores sobre o consumo do capital real com respeito ao proposto pela fórmula padrão.

No capítulo 5, vemos como os modelos de gestão de risco de longevidade podem ser otimizados utilizando os chamados atenuantes de risco, sendo que em primeiro lugar será necessário conhecê-los e classificá-los de acordo com o sub-risco que a entidade pretende minorar, conforme este seja risco base ou risco de tendência. Uma vez expostos os atenuantes de sobrevivência, entramos nos modelos mais recentes de gestão ótima de capital ajustado ao risco, chegando a propor uma aplicação prática dos modelos de *Rorac* e *Asset Allocation* sobre os resultados dos ensaios até agora realizados no presente estudo.

Por ultimo, e pela sua especial relevância e potencial, no capítulo 6 realizamos um estudo abrangente assim como uma aplicação prática de um dos modelos de transferência de longevidade chamados a desempenhar um papel central no mercado de rendas vitalícias tal como já aconteceu em outros países do nosso entorno. Estes são os modelos de permuta de *longevity swap*, que podemos encontrar na modalidade de contrato de resseguro ou bem através dos mercados de capitais. O modelo atuarial desenvolvido com base nos valores e resultados obtidos nos capítulos anteriores nos permite simular, com cenários aplicáveis a realidade espanhola, preços de transferência de resseguro e o seu impacto não só em termos de custo, mas sobre o equilíbrio econômico e consumo de capital de uma entidade seguradora no âmbito de Solvência II. Além do mais, apresentamos uma ferramenta de otimização de resseguro para analisar as diferentes alternativas com as quais a cedente possa decidir o contrato de resseguro mais apropriado para uma ótima gestão do seu negócio com base ao perfil e apetite de risco da entidade, o qual denominamos *RMT (Reinsurance Management Tool)*.

Como conclusão, podemos afirmar que o presente trabalho de investigação visa a aplicação prática para o negócio da longevidade no mercado espanhol, de um conjunto integral de técnicas atuariais e de gestão de risco consideradas como as mais

avançadas, e que permitirá o uso de diferentes alavancas de otimização de negócios e o capital destinado ao risco de sobrevivência, assim como as vantagens competitivas sustentáveis sobre um negócio que em ocasiones é questionado sobre a sua rentabilidade pelas incertezas que sugere.

INTRODUCTION

Among the usual risks subscribed by an insurance company, the risks related to human life are the most complex to measure and manage. The uncertainty underlying longevity and the singularity of the insurance contracts that give coverage to this risk (lifetime lasting by nature) makes necessary an exhaustive analysis from the point of view of the dynamic management of the risk.

In this research paper, we review the best actuarial practices and their application to risk management. Among them are, the reinsurance contract, or the economic and regulatory capital requirement under the Solvency II Directive framework. This will allow an insurance entity to optimize its business in several areas such as, pricing, reserving, mitigation, and risk transfer; or assigning their own resources, in terms of risk adjusted profitability. All this will lead to a correct and well inform decision making of the government body of the entity.

So, in Chapter 1, we not only present the risk of longevity in a conceptual way, but also, we discuss the dynamics of the population, and the set of sub-risks that determine and explain the continuous improvements of live expectancy. This will be the base of the previous knowledge necessary to approach the measurement of longevity. Among all sub-risks, we have decided to focus of the trend risk, since it needs to be understood and estimated with more precision, not only due to its systematic character, but also, due to the difficulty to give consistent extrapolations of these trends.

Since graduation models of survival risk are the main tool available to an actuary to give a good measure of longevity, in Chapter 2, we introduce and compare the theoretical framework of the different appeared in the modern actuarial literature. These models have already been applied in several markets with extensive experience in pricing and reserving of the annuity portfolios.

Once the foundations of the knowledge of the longevity risk and its actuarial graduation have been set, the next step is to model the trend risk in a real situation, as it is

the Spanish population (between 1960 and 2009, and for males and females between 40 and 100 years old). In Chapter 3, we apply four of the most advanced age-period models in the international practice which have proved to be robust in their application to other populations. The four models used are: Lee-Carter, P -spline 2d and two smooth versions of the Lee-Carter model. In this chapter, we also perform a *back-testing* exercise to show their forecasting ability. Furthermore, we calculate the mortality improvement factors that will be a key point to calculate the longevity shock used in the next chapter.

In Chapter 4, we introduce the Spanish Longevity Index (SLI), calculated by combining the results of the previous four models. We propose this index as a measure of the longevity trend of the Spanish population; it conforms to the usability test required by these types of metrics under international criteria. This index could be useful for all parts involved in longevity risk, that is, for the calculation of liabilities, for developing internal models (with a 99.5% confidence) as an alternative to the standard formula under Solvency II framework, or even to determine the transfer price in longevity reinsurance operations. Also, the values of the SLI would be modified when the authorities responsible for the mortality statistics of the Spanish population update the census. This will allow the reevaluation of the liabilities and the exposed capitals using the best estimation of longevity.

Based on the 99.5% stressed values of the SLI, and once we have analyzed the requirements of the longevity sub-risk, in Chapter 4, we focus our attention on the requirements of the Solvency II Directive. In order to do so, we construct an internal model to determine the capital requirement for the survival risk. From the results obtained, we conclude that the capital requirement is decreasing with age and the residual duration of the contract. Therefore, this implies a real alternative to the standard formula proposed by Solvency II which assumes a single, immediate and permanent 20% stress over the expected mortality rate. The actuarial model proposed, once its statistical goodness has been tested, has been simulated for a portfolio of exposed risks of annuity insurances. The results on capital requirement are very revealing if compared with the once proposed by the standard formula.

In Chapter 5, we show how the models for longevity management can be optimized by mitigating the risk. In order to do so, we first need to know them, and classify them

depending on the sub-risk that the entity wishes to minimize (base risk or trend risk). Once the survival mitigants have been introduced, we study thoroughly the most up to date models for an optimal management of capital risk adjusted. We propose a practical application of the RORAC and Asset Allocation models based on the results obtained up to now in this work.

Finally, and due to its relevance and potential, in Chapter 6, we carry out an exhaustive study and a practical application of the models for longevity transfer. These models are meant to play a major role in the annuities market, as it has already happen in other countries. These are the longevity *swap* models that can found as reinsurance contracts, or though capital markets. The actuarial model developed upon the results obtained in previous chapters, allows us to simulate and apply to the Spanish scenario, transfer reinsurance prices and their impact not only in terms of cost, but also over the economic balance and capital requirement of an insurance entity, under the Solvency II framework. Also, we present a tool for reinsurance optimization to analyze the different alternatives. This tool will allow an entity to choose the most suitable reinsurance contract for an optimal business management attending to the profile and the risk appetite of the entity. This tool is called RMT (Reinsurance Management Tool).

In conclusion, the aim of this research work is the practical application, to the longevity business in the Spanish market, of a set of the most advanced actuarial and risk management techniques. These methods will allow the use of the different optimization levers of the business, and the capital assigned to the survival risk. Furthermore, these techniques provide competitive advantages on a business that, in some occasions, questions itself about its profitability due to the uncertainties that it raises.

CAPÍTULO 1: EL RIESGO DE LONGEVIDAD

1. PREOCUPACIÓN POR EL RIESGO DE LONGEVIDAD

La longevidad es un fenómeno ligado al desarrollo social y económico. Como muestra de ello, en las últimas décadas la esperanza de vida ha crecido de forma intensa y continuada coincidiendo con la consolidación del Estado de bienestar, los avances médicos y tecnológicos, la mejora del estilo de vida, la atención sanitaria, la reducción de accidentes laborales y de tráfico, etc.

Sin embargo, existe una elevada incertidumbre en torno a la continua mejora de la longevidad evolucionará en el futuro y sus consecuencias sobre la industria del seguro y los sistemas nacionales de pensiones. Y es que cada 1% de incremento en los factores de mejora de la mortalidad, supone un aumento de 1,5 años en la esperanza de vida. Así, la mejora en la mortalidad necesita ser claramente entendida y cuantificada.

Si por riesgo de longevidad entendemos el riesgo de que las personas vivan más de lo esperado, este riesgo afectará a particulares, entidades de seguros y al sector público. Desde el enfoque de la sociedad, las personas se enfrentan al reto de conseguir ingresos suficientes para financiar su vejez. Dado que la pirámide poblacional tiende a invertirse, deteriorándose la tasa de dependencia, los ingresos de los jubilados tenderán a decrecer al no poder soportar los sistemas públicos de reparto el nivel retributivo tal como hasta ahora estaba concebido. Si el propio individuo no realiza alguna acción para remediarlo, los aumentos en la esperanza de vida producirán deficiencias en la calidad de la misma. Para mitigar este riesgo biométrico, el ciudadano tendrá la opción de adquirir productos de rentas vitalicias o planes de pensiones que le proporcionen unos flujos de pago periódicos de por vida, trasladando el riesgo de una elevada supervivencia al sector privado del seguro. Desde el enfoque del sector privado, las entidades aseguradoras se enfrentan al riesgo de que una mayor esperanza de vida de sus asegurados incremente las obligaciones con ellos contraídas.

Bajo este enfoque, y dado que se prevé que los factores de mejora y la esperanza de vida sigan incrementándose en la mayoría de países industrializados, se espera que se produzca una progresiva reducción de las pensiones del sector público, que junto con una mayor conciencia ciudadana acerca de cómo el riesgo biométrico afecta a su bienestar en la vejez, derivará en una mayor demanda de productos aseguradores destinados a cubrir el riesgo de longevidad. Es decir, en el futuro se espera una transferencia del riesgo de longevidad del sector público al ciudadano que, mediante una adecuada cultura financiera, este será a su vez capaz de trasladarlo al sector privado mediante un contrato de seguro. De este modo, los titulares de riesgo de longevidad deben saber gestionar activamente el riesgo subyacente y así garantizar que su exposición a la longevidad se mantenga dentro de sus márgenes de tolerancia y apetito de riesgo.

Cuando un grupo de asegurados sobrevive por encima de la edad esperada, la compañía se ve obligada a afrontar pagos de rentas vitalicias por un lapso más largo y por lo tanto el valor total de los pasivos se incrementa. De esta manera, una pequeña desviación en la estimación o proyección de la longevidad esperada, podría fácilmente dar lugar a que una aseguradora suscribiera un producto en condiciones poco o nada rentables, o bien que los activos afectos no fueran suficientes para cubrir sus pasivos. En el pasado, el aumento de la esperanza de vida se subestimó sustancialmente, aunque por lo general los tipos de interés y el rendimiento de los instrumentos del mercado de capitales fueron lo suficientemente altos como para compensar las tasas de mortalidad subestimadas. El desajuste en la estimación de la longevidad esperada podría deberse a cuestiones relacionadas con el modelo de proyección, el juicio experto utilizado, la variación aleatoria en los resultados, un proceso de selección poco riguroso o errores en las bases de datos. Por todo ello, el asegurador deberá entender los riesgos que se presentan en su balance y cómo gestionarlos.

Ante esta coyuntura, y bajo el marco de Solvencia II, parece razonable la preocupación de las instituciones y aseguradoras europeas en conocer la evolución futura del riesgo de longevidad, manteniendo para ello cierto nivel de prudencia a la hora de calcular las provisiones o los niveles de capital requerido. La presión de los reguladores, las agencias de calificación y los cambios en las normas contables obligan a los fondos de pensiones y aseguradoras de vida a tomar una postura más activa en

la gestión de este riesgo, un riesgo que es sistémico y, en consecuencia, con un límite en la cantidad de riesgo que una sola entidad puede, o debe, asumir, dados sus fondos propios respecto al capital regulatorio requerido y, por supuesto, con base en su apetito de riesgo. Hasta la fecha, las preocupaciones más inmediatas eran las relacionadas con el riesgo de mercado y el cumplimiento regulatorio, pero la reciente preocupación por las consecuencias de las rápidas mejoras en la esperanza de vida de sus asegurados, ha puesto la gestión del riesgo de longevidad en primera línea de la agenda de las compañías de seguros de vida.

Con los reguladores obligando a los fondos de pensiones y las aseguradoras de vida a tomar una postura más activa en la gestión del riesgo de longevidad, cobran peso los nuevos instrumentos de cobertura de la longevidad que ofrecen los mercados financieros, siendo los *swaps* de longevidad los contratos de cobertura que ofrecen una forma más sencilla de estandarizar la transferencia del riesgo de longevidad entre los fondos de pensiones, las aseguradoras y los nuevos inversores de longevidad.

En los siguientes capítulos veremos cómo enfocar la dinámica de la longevidad y los riesgos que esta conlleva, de tal forma que las compañías sean capaces de encontrar instrumentos de mitigación para los riesgos derivados de la longevidad a los que se exponen, proponiendo para ello no solo métodos tradicionales de cobertura sino también el uso de instrumentos más modernos como los *swaps* de longevidad o los mercados de capitales.

2. EL ENVEJECIMIENTO Y SUS CAUSAS

Para poder modelizar el riesgo de longevidad suscrito por una entidad de seguros, es necesario entender los vectores que determinan el envejecimiento humano, que podrán medirse tanto a nivel de población como a nivel individual sobre la base de la biología. Del conocimiento que nos aporte la dinámica demográfica de aquellas poblaciones con mejores registros de esperanza de vida, se podrá entender bien este fenómeno. Pero para poder proyectar adecuadamente las tendencias a largo plazo de la longevidad, se deberán tener en cuenta las causas biológicas del envejecimiento tal como se proponen desde la biomedicina. Por tanto, determinados

biomarcadores que miden la fragilidad humana complementarán en un futuro próximo las métricas de la supervivencia.

El análisis de las causas de la mortalidad prematura nos ayuda a entender cuáles serán las fuerzas impulsoras de las mejoras de la longevidad humana. Estas son, en términos porcentuales, las siguientes:

Comportamiento	40%
Genética	30%
Sociales	15%
Sistema sanitario	10%
Medio ambiente	5%

Un dato tal vez poco conocido pero muy relevante para realizar proyecciones causales de la longevidad, es que al menos en un 50% de las causas de fallecimiento el individuo tiene cierta responsabilidad en la mortalidad, y es que los hábitos de vida no saludables tienen mucho que ver con este porcentaje, si bien es cierto que su efecto en la esperanza de vida se expresa a largo plazo.

Profundizando un poco más en este punto, recurrimos a un estudio del doctor Breslow, que falleció a los 97 años de edad en abril de 2012, quien identificó las siete claves de la salud:

1. No fumar.
2. Beber con moderación.
3. Dormir de 7 a 8 horas.
4. Hacer ejercicio al menos de forma moderada.
5. Tener comidas de forma regular.
6. Mantener un peso moderado.
7. Tomar desayuno.

Sus estudios confirmaron que una persona de 45 años que siguiera al menos 6 de los 7 hábitos clave, lograría sumar hasta 11 años más a su expectativa de vida respecto a alguien que siguiera solo 3 o menos consejos.

En este sentido, un estudio publicado en *Archives of Internal Medicine* en 2010, conduce a conclusiones similares, ya que determina que el efecto de una vida saludable equivale a 12 años en términos de mayor esperanza de vida. Dicho estudio, realizado sobre una muestra de 5.000 británicos de ambos sexos sometidos a un seguimiento médico a lo largo de 20 años, concluye que cuidarse un poco, estar atentos a lo que comemos y combatir el sedentarismo garantiza una vida más larga.

Estas conclusiones las podemos poner en relación con los estudios que afirman que si desaparecieran las principales causas de fallecimiento como el cáncer o las enfermedades cerebro vasculares, que en muchos casos se relacionan con hábitos de vida no saludables, la esperanza de vida se incrementaría en 15 años, alcanzando una edad que rozaría los límites biológicos del ser humano. Y en este hipotético escenario donde los motivos principales de fallecimiento son eliminados, las causas de la muerte estarían relacionadas exclusivamente con la edad, los accidentes, los crímenes o las enfermedades infecciosas. Pero no debemos olvidar que además existen amenazas que pueden afectar de manera negativa a las mejoras habidas en la esperanza de vida. Este sería el caso, por ejemplo, de la pandemia de la obesidad.

Además de lo anterior y en relación con el extremo superior de la vida humana debido a los escasos registros poblacionales, no se conocen con precisión los mecanismos biológicos de la supervivencia en estas edades, por lo que las estimaciones de las mejoras de mortalidad se deben realizar hasta edades inferiores a los 95 años.

3. LA EVOLUCIÓN DE LA ESPERANZA DE VIDA

La esperanza de vida en los países desarrollados no ha hecho sino aumentar desde la segunda mitad del siglo XIX y, aunque es cierto que se aprecia una homogeneización de este indicador entre los distintos países del mundo, todavía subsisten acusadas diferencias.

Por tanto, la cuestión que debemos plantearnos es la siguiente: ¿los continuos aumentos registrados en el pasado se repetirán en el futuro? La respuesta a este interrogante es ciertamente compleja hasta el punto de que la técnica actuarial está empeñada en tratar de modelar el riesgo de tendencia porque es el verdadero riesgo

al que están expuestas las carteras de rentas vitalicias de las entidades de seguros de vida.

El propósito principal de esta investigación, es analizar las técnicas más avanzadas en la literatura actuarial internacional que han demostrado su eficacia hasta la fecha, aplicarla a la realidad demográfica española y con los resultados obtenidos valorar la carga de capital que se debe exigir al subriesgo de longevidad mediante un modelo interno.

Esta metodología planteada desde las directivas comunitarias incorporadas en Solvencia II, tiene como propósito corregir la insuficiencia que puede llevar incorporada en las tablas de supervivencia regulatorias. En efecto, la incorporación de técnica actuarial contrastada en aquellos mercados donde se dispone de gran experiencia en el manejo del riesgo de longevidad constituye el elemento central para garantizar la suficiencia actuarial del negocio suscrito de riesgo biométrico y optimizar el capital asignado por el accionista.

Para entender bien el nivel de incertidumbre al que se enfrenta una entidad de seguros que en sus pasivos actuariales mantiene riesgo de supervivencia, haremos referencia a las proyecciones de esperanza de vida a los 65 años realizadas por las autoridades del Reino Unido. La tabla 1 siguiente nos explica las significativas diferencias de las proyecciones según el escenario contemplado y nos alertan sobre la enorme dificultad de medir correctamente la incertidumbre actuarial de la supervivencia humana.

	Variantes estándar		Escenario especial de caso	
	Variante alta	Proyección principal	Variante baja	Sin mejora
Hombres				
Al nacimiento	87,7	83,5	79,2	76,8
A la edad de 65 años	25,4	22,1	19,1	16,8
Mujeres				
Al nacimiento	90,2	86,9	83,6	81,1
A la edad de 65 años	27,1	24,4	21,9	19,6

Tabla 1. Proyecciones principales y de las variantes: Esperanza de vida supuesta al nacimiento y a la edad de 65 años en 2050 para el Reino Unido.

Las opiniones de los expertos en demografía no son unánimes en relación a las mejoras futuras de la supervivencia: de hecho hay quienes opinan que la crisis

económica, cuyo origen se sitúa en 2008, puede propiciar que la esperanza de vida deje de aumentar o incluso que los valores alcanzados disminuyan.

Los mecanismos que intervienen en la longevidad humana son muy complejos y de hecho son estudiados no solo por actuarios y demógrafos sino que además intervienen un conjunto de profesionales que los analizan desde una perspectiva distinta. Así, se estudia desde la medicina, la biología, la farmacología, la epidemiología, la sociología, la psicología, la gerontología o la economía en general. Además, se puede analizar desde una visión de ámbito gubernamental, privado o bien desde una visión social o personal. Por tanto los diferentes campos de conocimiento deben dialogar aportando su perspectiva.

Veremos en este capítulo cómo la perspectiva del actuario desde el análisis de la demografía encuentra ya contrastes en sus conclusiones con los estudios realizados desde la biomedicina.

4. LA DINÁMICA POBLACIONAL

El proceso de rectangularización de la supervivencia a lo largo de la historia ha sido representado gráficamente por el profesor Jean-Marie Robine, Director del INSERM *Research*, en el que se observa cómo se está modificando la curva de supervivencia y adopta una forma de rectángulo.

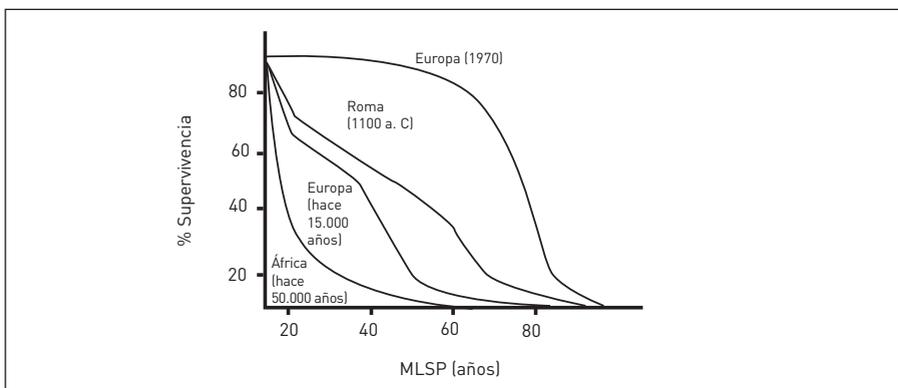


Figura 1. Curva de supervivencia en humanos de diferentes épocas que muestran su progresiva rectangularización sin modificación de la longevidad máxima [Cutler, 1984].

Pero si ponemos el foco en datos más recientes sobre distintas poblaciones, vemos nítidamente cómo se aprecian las dos fuerzas de rectangularización y extensión del límite de la vida humana que están modificando la curva de supervivencia.

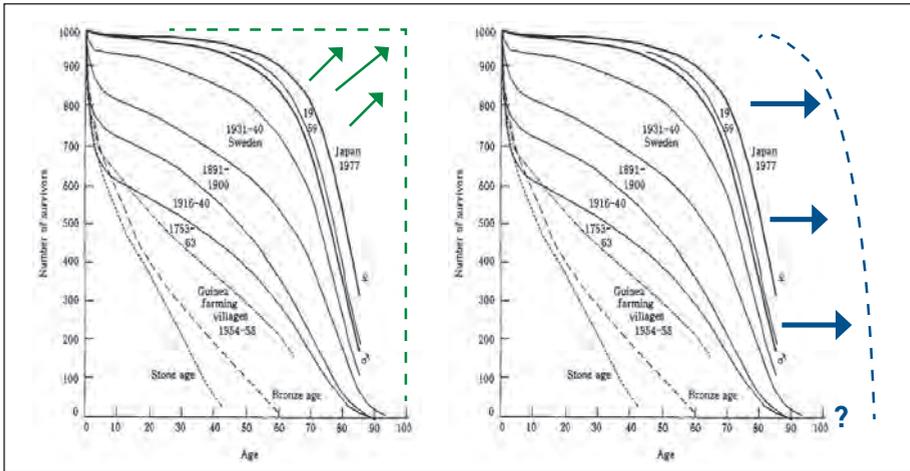


Figura 2. Curva de supervivencia. Número de supervivientes por cada 1.000 nacimientos.

El límite de la supervivencia humana es objeto de controversia tanto en demografía como en biogerontología, pues si bien es cierto que cada vez es mayor el número de personas centenarias, también lo es que las personas que han superado los 115 años de edad siguen siendo una excepcionalidad demográfica, constituyendo esta edad una verdadera barrera biológica del ser humano. Tanto es así que desde el año 1900 solo 20 personas han superado esta edad y tan solo una de ellas por encima de los 120 años de edad.

La modelización actuarial de esta última etapa de la vida presenta dificultades, máxime teniendo en cuenta las conclusiones al observar las poblaciones con buenas prácticas de longevidad. Por citar un caso, el estudio de la población femenina de Suecia según la denominada base de datos Kannisto-Thatcher para personas mayores y para el periodo 1990-2000 permitió concluir que a partir de los 95 años de edad el riesgo de fallecimiento no seguía el modelo de extrapolación de la mortalidad propuesto por Gompertz. Recordemos que Benjamin Gompertz hace ya casi dos siglos definió la forma que seguía la supervivencia humana de la siguiente manera:

“La intensidad de la mortalidad podría tenerse por constante. Si no hubiera otras enfermedades, la vida tendría, en todas las edades, el mismo valor y, tanto el número de sobrevivientes como el de muertos, decrecería con la edad en progresión geométrica, mientras que las edades crecerían en progresión aritmética.”

Esta primera evidencia se ha visto corroborada en poblaciones similares, llegando a la conclusión de que en las edades extremas la curva de supervivencia adopta una forma de meseta o *plateau*. Pero lo más llamativo es que este comportamiento no es exclusivo del ser humano, sino que se reproduce en animales de distintas especies. De hecho, las primeras referencias a este fenómeno datan de 1956 en un trabajo de Rockstein & Lieberman en el que analizaron la curva de supervivencia de 4.650 moscas macho.

La nueva forma que adopta la curva de supervivencia en la que se recogen estos fenómenos de *plateau* y de rectangularización, supone la independencia de la edad en relación con la mortalidad en las edades jóvenes, y han sido representados gráficamente en 2010 por Donald B. Gennery a través de la composición de la curva de supervivencia con datos norteamericanos. Para las edades más elevadas, la tasas fueron construidas con la población centenaria de determinados países del mundo recogida por el CRG de Los Ángeles en Estados Unidos.

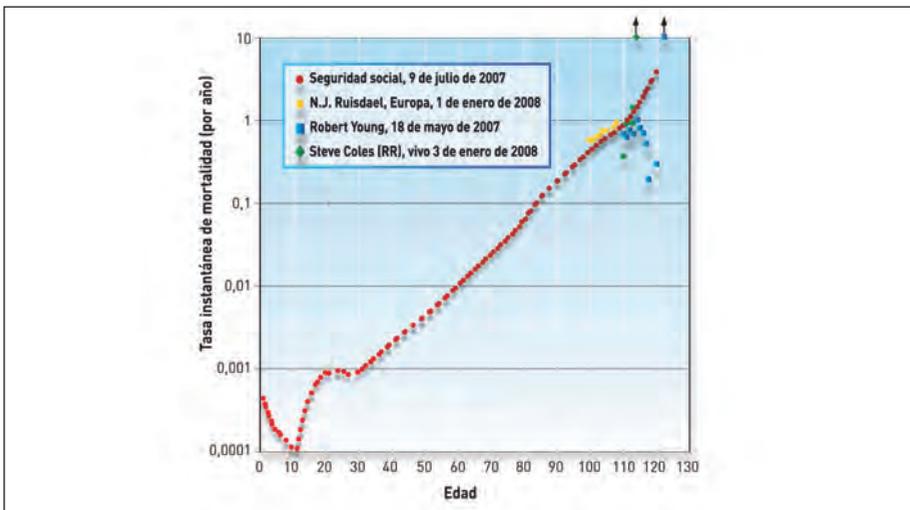


Figura 3. Curva de supervivencia con población supercentenaria. Fuente: Trazado por Donald B. Gennery, 11 de marzo de 2008.

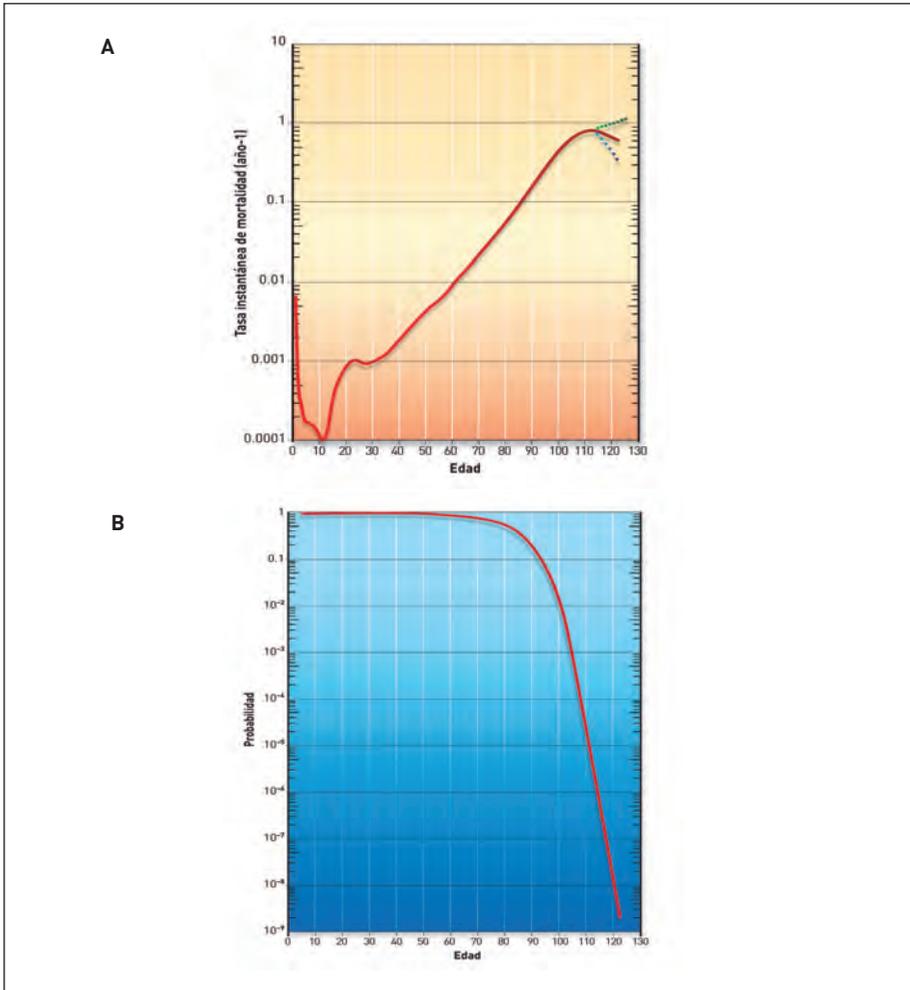


Figura 4. A. Resultados de la Seguridad Social y ajuste manual a la edad de 90 años (con límites de confianza aproximados de $+1\sigma$) B. Probabilidad de supervivencia por edad derivada de la curva en la figura A.

Este fenómeno de *plateau* de la mortalidad nos conduce a la definición del concepto de *mortalidad cinética*, referido por el profesor Gavrilov de la Universidad de Chicago, según el cual si la mortalidad es constante, la función logarítmica de la supervivencia disminuye con la edad como una función lineal. Esta mortalidad cinética supone

que no exista un límite humano de la longevidad, visión que está alineada con la de algunos expertos en supervivencia humana quienes sostienen que, en las próximas décadas, las terapias biomédicas permitirán alargar muy significativamente la vida máxima probable.

Además, los mejores expertos en dinámica poblacional han identificado un fenómeno que se ha denominado la compresión de la mortalidad, fenómeno que reflejamos en el siguiente cuadro y que lógicamente guarda relación con la rectangularización de la curva de supervivencia.

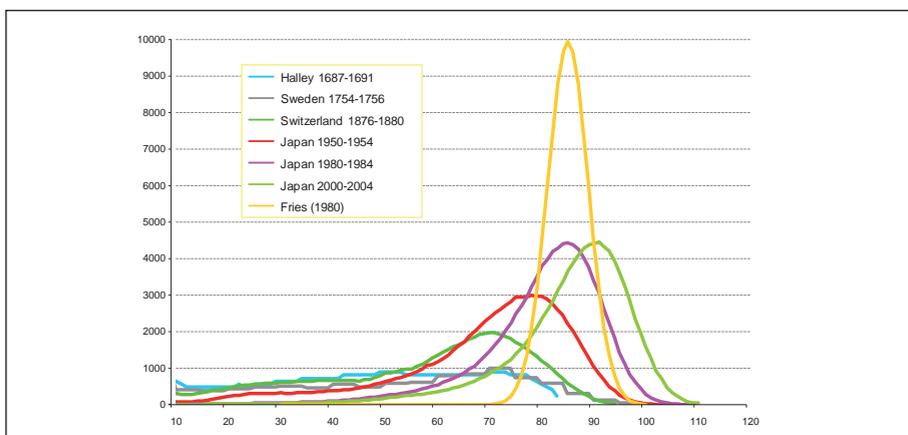


Figura 5. Distribución de la duración de la vida adulta: Datos empíricos seleccionados 1687-2004 y el patrón hipotético predictivo de Fries. Ponencia presentada en la Society of Actuaries en enero de 2008.

Esta teoría de la compresión de la morbilidad, propuesta por Fries en 1980, se basó en la predicción de la rectangularización de la curva de supervivencia y en la hipótesis de la distribución normal de la edad a la muerte por causas "naturales", es decir, muertes relacionadas con el envejecimiento.

Observaciones más recientes sobre la población femenina japonesa determinan que la edad modal de fallecimiento es de 90 años, cifra superior en seis años en relación a veinte años antes, pero no se observa una mayor concentración de los fallecidos en torno a esa modal. La desviación modal se ha situado en 6,5 años, mayor que los 4 años que proponía Fries. En observaciones futuras se podrá verificar si se produce

una mayor compresión de la mortalidad. Como sostenía Horiuchi, es interesante saber que, en comparación con otras especies, la humana es muy homogénea en términos de mortalidad.

Mientras se confirma si la longevidad se comprimirá en torno a los 4 años de desviación sobre la edad modal, podemos quedarnos con las observaciones de la comprensión de la longevidad de Francia, Suiza e Italia, donde parece que se corrobora que la edad modal de fallecimiento sí se está desplazando hacia edades superiores, pero tan solo se aprecia un ligera compresión de la desviación estándar de la edad de fallecimiento. Así lo atestiguaron los profesores Cheung y Robine en 2007.

Otras estimaciones demográficas realizadas sobre poblaciones envejecidas, sitúan en los 95 años la edad modal de fallecimiento, y tanto es así que para el año 2030 en los países desarrollados se estima que el 50% de los fallecimientos se producirán por encima de los 90 años de edad.

5. VISIÓN BIOMÉDICA DE LA LONGEVIDAD

El estudio de los mecanismos moleculares del envejecimiento humano, si bien es cierto que supera el propósito de este trabajo, debe complementar el análisis demográfico.

Citando a Ribera Casado en 2004, el proceso de envejecimiento se inicia en torno a los 30 años, momento en el que se alcanza la plenitud, y a partir de esa edad comienza la pérdida de los mecanismos de reserva del organismo (vitalidad), lo que aumenta la vulnerabilidad ante cualquier agresión.

De hecho la propia definición de envejecimiento entendido como un proceso de degradación hacia la muerte (fallo en la teoría de la fiabilidad), comenzando por la discapacidad, la fragilidad y terminando con el fallecimiento, nos lleva a indagar si es posible medirlo con marcadores de deterioro biológico. En efecto, el envejecimiento humano ya se puede medir desde determinados biomarcadores genéticos y no genéticos, medidas que podrían diferenciarse de las que el actuario viene calculando tomando como base la edad cronológica y como fuente estadística los datos poblacionales.

Los diferentes biomarcadores de longevidad buscan medir el tiempo biológico o funcional determinado por los cambios anatómicos y bioquímicos que ocurren en el organismo durante el envejecimiento, y lógicamente condicionado y relacionado con la interacción con el ambiente en el que vive el individuo. La medida de la edad biológica, como hemos visto en el inicio del capítulo, puede diferir hasta en más/menos 15 años con respecto a la edad cronológica, si bien puede haber situaciones personales que evidencien una diferencia aún mayor.

El camino hacia la medida biológica del envejecimiento está encontrando ya definiciones científicas, como la propia definición de reloj biológico. Para que este ejerza su función, según Richard A. Miller, gerontólogo en la Universidad de Michigan, debe cumplir dos condiciones:

1. Ser capaz de calcular la esperanza de vida de una persona de mediana edad con más exactitud que la edad cronológica.
2. Debe aportar un valor preciso de la edad biológica.

El concepto de fragilidad que se asocia al envejecimiento es objeto de estudio desde la perspectiva biológica y la poblacional. En efecto, los modelos de heterogeneidad no observable que han sido muy estudiados por actuarios como Olivieri y Pitacco, tratan de medir el fallecimiento de los individuos según su nivel de fragilidad, y por ello se propone incorporar este factor al modelar la supervivencia. De esta manera, la supervivencia de los individuos con menor fragilidad será mayor. Los modelos que contemplan este factor adicional a la edad, nivelan en forma de *plateau* la supervivencia de las edades extremas. Y como dice Olivieri en 2005, de esta manera se evitan subestimaciones de los pasivos en la cola derecha de la distribución de la mortalidad.

La tabla de supervivencia *Canadian Annuitant Mortality Table* de 2005, recoge en las edades extremas este fenómeno. Según el documento de Howard de 2006, podemos comprobar cómo para edades superiores a 100 años se construye la tabla considerando el efecto *plateau*, fijando una tasa de mortalidad constante de 0,35 para ambos géneros a partir de los 105 años.

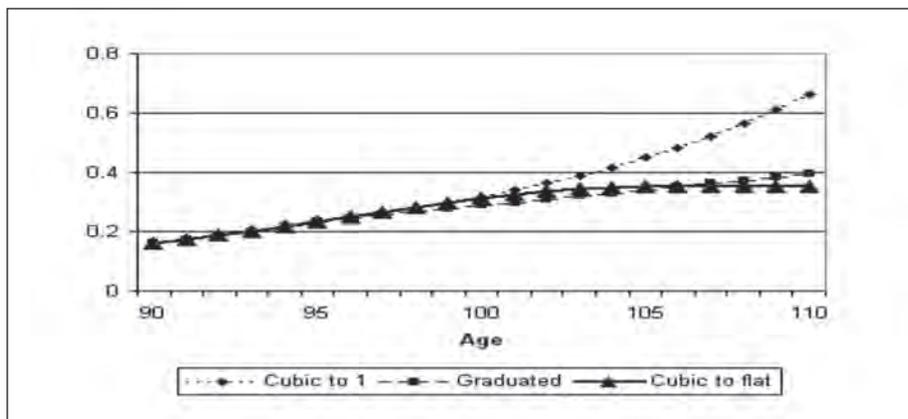


Figura 6. Ratio de mortalidad en solteros.

6. LA GESTIÓN DEL RIESGO DE LONGEVIDAD

El riesgo de longevidad presenta un conjunto de incertidumbres que hace que sea considerado como el mayor reto al que se enfrenta el asegurador que desea suscribir riesgo asociado a la supervivencia o mortalidad humana. Esta incertidumbre se ha visto reflejada en la exigencia en términos de capital de la nueva directiva comunitaria de Solvencia II, que hace que deban acometerse determinadas políticas de gestión del riesgo tanto en el proceso de suscripción como en la administración posterior de las carteras de productos que aseguran riesgos de supervivencia, mayoritariamente materializada en seguros de rentas vitalicias.

Podríamos definir el riesgo de longevidad como el “Riesgo por el que las reservas constituidas para los pagos de pensiones (jubilación, viudedad, orfandad e invalidez) resultan insuficientes para su finalidad porque se basan en Tablas de Mortalidad que reflejan hipótesis de supervivencia inferiores a la real”.

No debemos olvidar que el actuario, al construir las bases técnicas de un seguro de supervivencia, lo hace bajo lo que se denomina el interés de la mutualización o también conocido como arrastre de la mortalidad (*mortality drag*). Su significado es el margen extra necesario en una operación de renta vitalicia para que se pueda mantener el proceso de mutualización requerido en las reservas. Esta rentabilidad biométrica

que se añade a la financiera es lo que se debe garantizar a lo largo de la vida del contrato de seguro. Por ello, las hipótesis sobre las que se ha construido el modelo dinámico de la supervivencia deben ser lo más precisas que se pueda para garantizar la rentabilidad financiero-actuarial al cliente en un contrato de naturaleza vitalicia.

Sin embargo, la dificultad de la medida de la longevidad en el tiempo de duración del contrato de renta vitalicia se evidencia en el siguiente cuadro donde se demuestra la subestimación que recurrentemente se ha venido realizando por la profesión actuarial en relación a la evolución de la esperanza de vida en el tiempo.

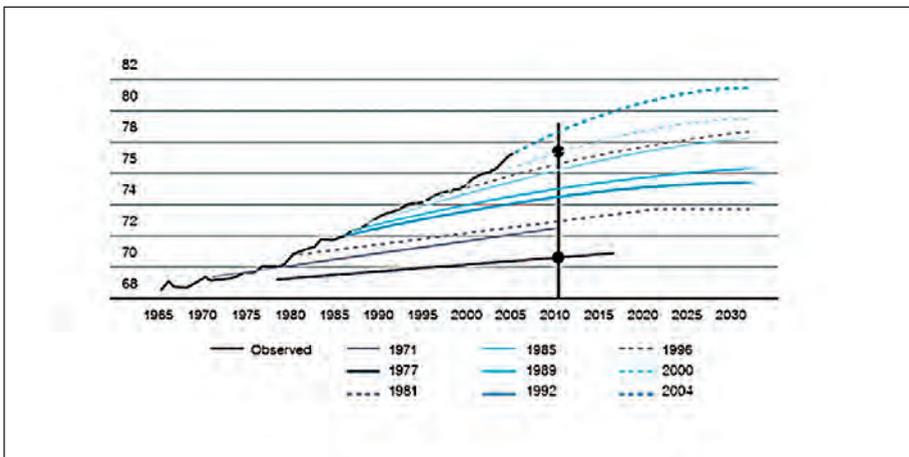


Figura 7. Reino Unido: Tendencias y proyecciones de la esperanza de vida masculina. Esperanza de vida al nacer. Fuente: Chris Shaw: "Fifty Years of United Kingdom National Population Projections: How Accurate Have They Been?" *Population Trends*, 128. Office for National Statistics. 2007.

Queda claro que una de las mayores dificultades de la medida del riesgo de longevidad reside en la correcta valoración del llamado subriesgo de tendencia, y por ello los modelos actuariales analizados en este trabajo están orientados a aplicar a la realidad poblacional española y de la Unión Europea, las mejores prácticas actuariales contrastadas en otros mercados de seguro de rentas vitalicias.

El riesgo de longevidad, además del ya citado subriesgo de tendencia, presenta otros que deben ser analizados para entenderlos y posteriormente gestionarlos. En la medida

en que el asegurador tenga que dotar provisiones complementarias en caso de insuficiencia contrastada de flujos de pago de supervivencia, este se enfrenta a un riesgo adicional de naturaleza financiera que corresponde a la necesidad de garantizar el tipo de interés con el que está descontado el flujo de pago probable. Se podría decir que la insuficiencia biométrica se apalanca por el efecto de la insuficiencia del tipo de interés de mercado en relación al tipo de interés técnico utilizado en las bases técnicas.

El siguiente cuadro tomado de Swiss Re *Sigma*, pone en relación el efecto combinado de la subestimación del riesgo de tendencia con el tipo de interés.

Impact of longevity assumptions and real interest rates (percentage change on net present value of annuity payments)			
Longevity assumption	Real interest rate (pa)		
	0.0%	1.5%	3.0%
A. No future mortality improvements	34%	15%	0%
B. Future mortality trend using a current model	51%	27%	8%
C. As B, but base mortality assumption misestimates by 10%	57%	32%	12%
D. As B, but mortality assumption misestimates by 1% pa	61%	34%	13%

Tabla 2. Impacto de supuestos de longevidad y las tasas de interés reales. Fuente: Swiss Re *Sigma*.

Siguiendo a Pitacco en 2009, el riesgo de longevidad se puede subdividir en dos subriesgos principales, analizaremos cada uno de ellos:

Longevidad individual: fluctuación aleatoria

En el riesgo denominado de proceso, el riesgo que aflora es diversificable, y a su vez tiene dos subriesgos:

1. Volatilidad: El riesgo de que la mortalidad experimentada de una población asegurada (la edad a la que en realidad fallecen) se desvíe por puras fluctuaciones estadísticas.

2. Factores socio-demográficos: La probabilidad de que la población asegurada viva más tiempo que la población subyacente promedio. Es decir, puede haber una cierta selección adversa.

Dentro de este subriesgo destaca el llamado riesgo de cohorte, esto es, la posibilidad de que una generación de tomadores de seguros experimente un mayor aumento de la esperanza de vida que las generaciones anteriores o posteriores a ellos. Este riesgo requiere especial atención a la hora de elaborar los modelos dinámicos de longevidad, pues se ha podido constatar su presencia en todas las poblaciones a lo largo del tiempo.

Los modelos actuariales que construyen la llamada mortalidad base deben tomar en consideración todos los elementos anteriores. En el capítulo 2 presentaremos los más recientes modelos actuariales aplicados a la supervivencia.

El uso de los modelos que determinan la mortalidad base debe contemplar dos elementos significativamente relevantes

1. El ajuste entre la población general y la asegurada cuando no hay suficiente masa de riesgos expuestos sea en toda la población asegurada o en determinados rangos de edades, como suelen ser los extremos vitales. En este punto debemos mencionar que la práctica internacional aconseja sobre la base de experiencias previas, realizar este ajuste mediante un juicio experto, donde cabe cierta subjetividad en el proceso. Pero para cuantificar este ajuste según distintas experiencias de países como Reino Unido, Alemania, Portugal o Suiza, este se sitúa sobre el 60% de mortalidad de la población general para estimar la mortalidad de la población asegurada.
2. Para los márgenes de las tablas, que es otro punto difícil de resolver, se contemplan los siguientes:
 - Los recargos por la fluctuación aleatoria cubren las posibles desviaciones de la siniestralidad real respecto a la siniestralidad esperada, producidas por la aleatoriedad de los siniestros reales. Estos recargos se calculan independientemente de la edad y sexo de los asegurados, de tal forma que para un nivel de seguridad dado (por ejemplo, 5%), la probabilidad de que el número

de fallecidos en una cartera representativa supere a los fallecidos previstos por la tabla, sea inferior a dicho nivel de seguridad.

- Los recargos por riesgo de cambios en la mortalidad futura cubren las desviaciones de la siniestralidad real respecto a la esperada debidas a cambios propios en el riesgo. En este caso, los cambios no se recogen bajo el riesgo técnico del seguro. En una tabla de longevidad dinámica el factor de mejora incorpora este efecto.
- Los recargos por riesgos de error en los parámetros y/o modelo cubren las desviaciones derivadas de estimaciones y suposiciones incorrectas.
- Los recargos por siniestralidad no comunicada son más relevantes en caso de las tablas de mortalidad. En las tablas de supervivencia debería contemplarse a efectos de reducir las tasas de mortalidad.

Longevidad agregada: Desviación sistemática

Este subriesgo está considerado como un riesgo sistémico del riesgo de longevidad, esto es, el riesgo de que las mejoras de la mortalidad en el conjunto de la población sea mayor de lo previsto inicialmente. Los factores subyacentes son similares en todo el mundo desarrollado.

Este riesgo no puede ser mitigado mediante la diversificación, sea mediante colectivos o por razón incluso de la suscripción en distintas áreas geográficas, pues en general las mejoras en la mortalidad afectan a todas las poblaciones donde se puedan suscribir riesgos. Cuando una cartera de renta vitalicia ha alcanzado un tamaño considerablemente grande, está expuesta, principalmente al riesgo de tendencia.

Nos enfrentamos al riesgo de tendencia, que como ya hemos comentado constituye la mayor dificultad de la medida de la longevidad, y por ello su análisis constituye el cuerpo central del estudio. Para reforzar esta dificultad hacemos referencia a Camilo Pieschacón en *¿Es asegurable el envejecimiento?*, un artículo publicado el 28 de febrero de 2011. En él dice que el incremento de longevidad es un evento de naturaleza

catastrófica por su impacto en las finanzas públicas y en el seguro de vida, y su ocurrencia es paulatina y silenciosa.

Esta consideración del riesgo de tendencia resulta de utilidad para entender la enorme dificultad que recurrentemente ha presentado su medición en la práctica aseguradora. Las opiniones de los expertos estiman que en este siglo la esperanza de vida seguirá aumentando a un ritmo equivalente a 2 años por década, incluso hay quien cree que el aumento será mayor, del orden de 1 año cada 4 años, de tal manera que en 6 décadas la esperanza de vida al nacer alcanzaría los 100 años, momento en el cual la nuestra especie estaría superando el límite modal de la vida humana estimada.

No debemos olvidar que en Japón, para el sexo femenino, la esperanza de vida es la más elevada del mundo, pues supera los 85 años, cuarenta de ellos obtenidos en las últimas 16 décadas. Este hecho nos ilustra la gran dificultad de estimar las futuras mejoras en la longevidad. Sin embargo, los modelos actuariales de predicción de mejora de la mortalidad concluyen que, en la Europa occidental, se ha pasado de estimar una mejora anual del 1,5%, a una del 2,5%, cifra que con un nivel de confianza del 95% puede llegar a ser del 4%.

La sensibilidad del riesgo de tendencia en la reserva matemática de un negocio de seguro de supervivencia la podemos encontrar en el trabajo de S. Richards en 2004 *Financial Implications of Longevity Risk* sobre cálculos de la tabla actuarial PMA92, en la que para un varón de 65 años y un tipo de interés del 5%, por cada punto de coeficiente de mejora de supervivencia, las provisiones técnicas deben aumentar un 3,2% si se trata de un seguro de rentas y un -1% si se trata de un seguro de vida entera.

Por tanto, si conseguimos modelar adecuadamente el riesgo de tendencia, podremos contrastar los resultados con el escenario propuesto por la Directiva de Solvencia II en referencia al denominado *longevity shock*, que presupone un incremento único, inmediato y permanente del 20% de las tasas de mortalidad.

Es decir, los resultados de los modelos actuariales de tendencia de la supervivencia, deberemos contrastarlos con el citado 20%, para obtener un importante elemento

de competitividad empresarial al reducir los requerimientos de capital del riesgo de supervivencia. El capítulo 4 lo dedicaremos a evaluar este consumo de capital ajustado al riesgo real estimado de longevidad.

El gráfico siguiente ayuda a entender la necesidad de considerar las mejoras de mortalidad en el tiempo para una misma edad. Considerando este efecto, se podrá mantener la suficiencia en el tiempo con los márgenes técnicos considerados al elaborar la tabla.

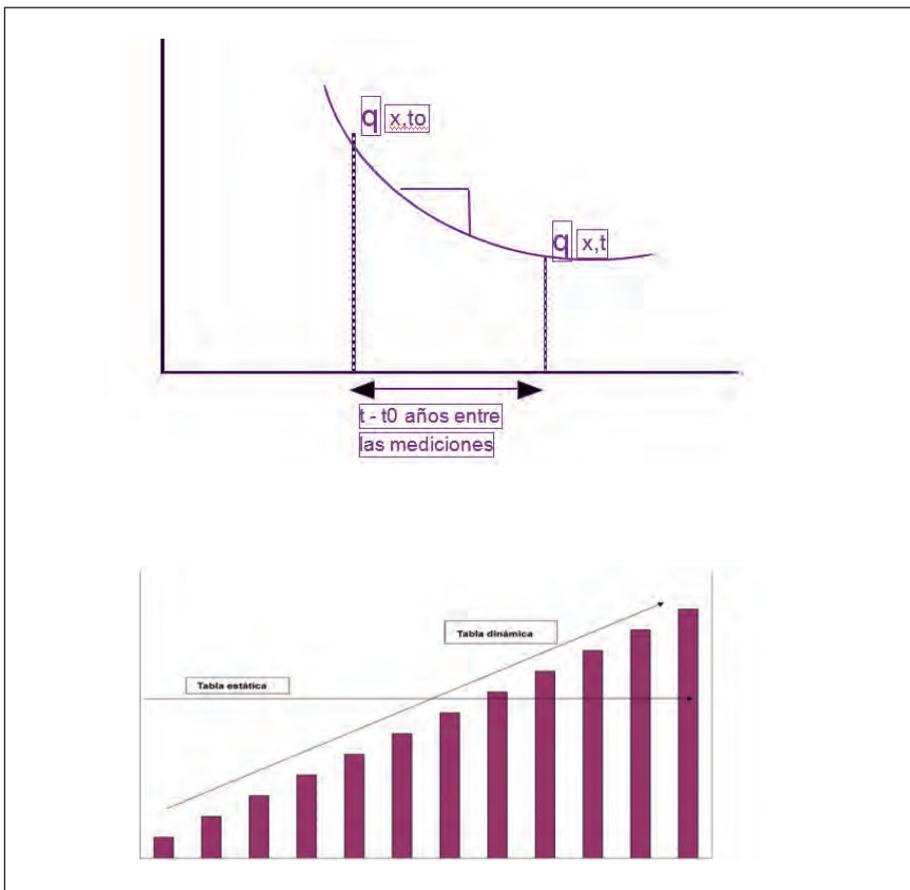


Figura 8. Las mejoras de mortalidad en el tiempo para una misma edad. Fuente: Elaboración propia.

Si profundizamos más en el riesgo de tendencia, podríamos además considerar dos subriesgos:

1. El riesgo de aumento continuo de la esperanza de vida, que algunos autores denominan extensión demográfica. En este tratado analizamos con detalle los modelos más avanzados que tratan de predecir la tendencia para diferentes edades-cohortes y periodos en el tiempo.
2. El riesgo del límite biológico de la vida. Tal y como hemos descrito en este mismo capítulo, el debate del límite de la supervivencia humana está en continua discusión; todo parece indicar que tan solo desde los avances de la biomedicina, bien en sus terapias de renovación celular o bien mediante terapias genéticas, se podrá evidenciar un salto disruptivo de la longevidad humana. A este riesgo se le denomina *Genetics Shocks Scenario*.

Sin embargo, incorporar en el riesgo de tendencia los escenarios de *shocks* genéticos, tan solo se puede hacer mediante el llamado juicio experto, es decir, en el escenario de estrés de riesgo de tendencia resultante de la aplicación de modelos demográficos como los propuestos en los capítulos siguientes, se añade un *shock* adicional basado en la opinión de un experto en área de la biomedicina que contemple una mejora de las tasas de supervivencia por la aplicación de nuevas técnicas de medicina reparadora de los mecanismos que generan la fragilidad humana ligada al envejecimiento.

La dificultad es evidente, pues debe acotarse en el tiempo y predecir el rango de edades que se pueden beneficiar de estas mejoras.

Para poder calibrar el riesgo de tendencia, el actuario debe realizar una consideración preliminar que implica una cierta subjetividad referida al periodo que se debe tomar como referencia para realizar la proyección, debiendo:

1. Evitar volatilidades en los resultados de las estimaciones.
2. Recoger adecuadamente las mejoras médicas relacionadas con la mejora de la longevidad.

3. No considerar periodos de entreguerras, de migraciones muy acusadas, o de efectos catastróficos en la mortalidad poblacional.
4. Entender los cambios en la metodología estadística utilizada en los censos nacionales, que pueden dar resultados atípicos en el análisis de la mortalidad.
5. La población base debe ser la nacional del país donde se suscriben las rentas.
6. Si el periodo es muy corto, por ejemplo 5 años, normalmente se producen sobrestimaciones de la tendencia, si por el contrario es muy largo como sería 100 años, quedan invalidados por la interferencia de situaciones atípicas.

El gráfico siguiente recoge los ensayos que se realizaron en la construcción de la tabla de supervivencia alemana DAV 2004R en relación a diferentes periodos de observación.

A continuación hacemos una consideración adicional a tener en cuenta antes de abordar la construcción de un modelo de riesgo de tendencia aplicado sobre la mortalidad base: Las mejoras más acusadas que se prevén en las próximas décadas serán las que correspondan a las cohortes que hoy tienen alrededor de los 80 años edad. Esto quiere decir que los modelos de tendencia deben diferenciar por edad cohorte si se quiere capturar de manera adecuada la tendencia de la supervivencia demográfica.

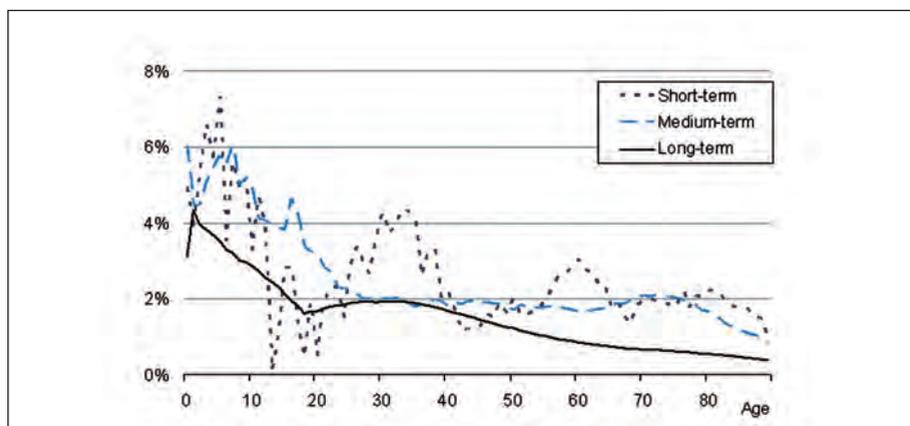
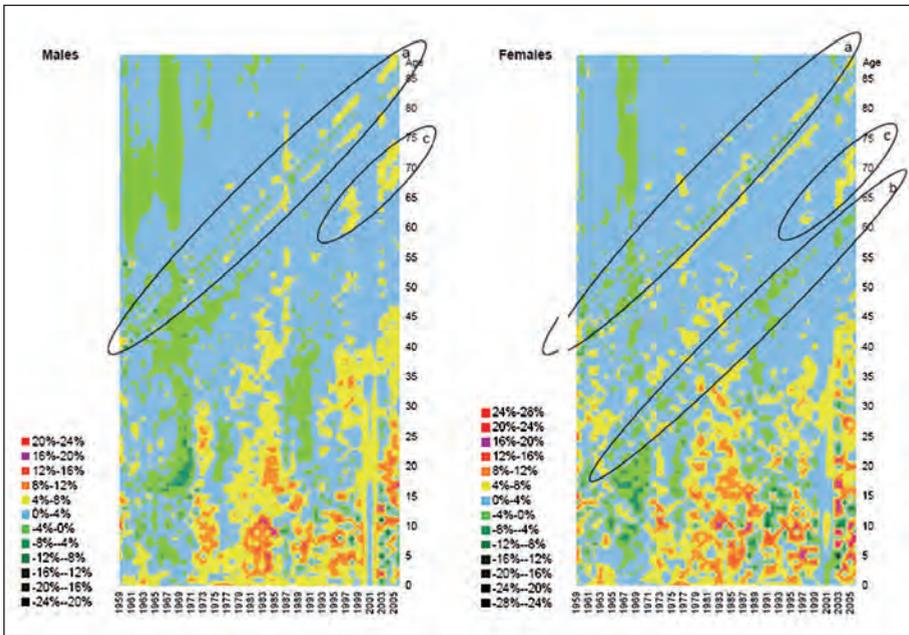


Figura 9. Disminución anual de la mortalidad. Hombres. Fuente: DAV 2004R.

Esta necesidad de diferenciar por cohortes generacionales ha sido contrastada en aquellos países que han desarrollado tablas de supervivencia dinámicas como es el caso de Reino Unido, que analizando las diferencias entre las generaciones de 1916-1920 y 1941-1945 en términos de tendencia de la supervivencia, ha estimado que las causas de estas diferencias se deben a:

1. 1916-1920: Las personas nacidas en este periodo sufrieron la depresión económica y la 1ª Guerra Mundial en la niñez, y comenzaron a fumar muy pronto. Además, durante la 2ª Guerra Mundial, el tabaco era gratuito para los soldados.
2. 1941-1945: Estos ciudadanos aunque sufrieron la postguerra y el racionamiento de los alimentos, comenzaron a trabajar en buenas condiciones cuando surge el Estado de bienestar. La dieta de la postguerra puede ser una causa de las mejoras de longevidad diferencial entre generaciones ya que a pesar del racionamiento, la ingesta de vegetales, fruta, pescado y leche fue superior a la ingerida en los años 90 del siglo pasado por los niños. Esa dieta se acerca más a las recomendaciones realizadas por la Sanidad Pública para niños y adolescentes.
3. El consumo del tabaco en el hombre parece también estar detrás del efecto cohorte, este hábito creció hasta 1940, decreciendo hasta 1990, momento en el que se estabilizó. El consumo en las mujeres, aunque siempre ha estado por debajo del de los hombres, creció hasta 1960, estabilizándose en los 90 aunque con un consumo cercano al del sexo opuesto.
4. Podemos hacer referencia también a la evolución de la población alemana, muy afectada por las guerras mundiales. En este caso reproducimos el gráfico de los denominados mapas de calor de los factores de mejora de la población de Alemania (República Federal Alemana) para el periodo 1959 y 2006. Se aprecia un efecto cohorte claro para las generaciones nacidas entre 1917 y 1922.
5. Las investigaciones en materia de proyección de longevidad, empiezan a considerar de manera muy incipiente la estación del año en la que se nace pues parece que puede afectar a la salud en edades avanzadas. Esta teoría parece encontrar una explicación en la presencia o carencia de vitaminas en determinadas estaciones del año y que determina la tipología de la alimentación durante el

embarazo. Sin embargo, se requerirá realizar muchos otros estudios antes de incorporar esta variable en los modelos actuariales de supervivencia.



Por último, hay que destacar cómo Plat en 2009 fue capaz de identificar las características que debe tener un modelo estocástico de supervivencia, siendo de mucha utilidad para el desarrollo de los próximos capítulos del presente trabajo. Estas son:

1. Las tasas de mortalidad tienen que ser positivas.
2. El modelo debe coincidir con los datos históricos.
3. A largo plazo, la dinámica del modelo debe de ser biológicamente razonable.
4. Los parámetros estimados y los modelos predictivos deben de ser robustos conforme al periodo de datos y rango de edades empleados.

5. Los niveles predictivos de incertidumbre y trayectorias centrales deben de ser plausibles, consistentes con las tendencias históricas y la variabilidad en datos de mortalidad.
6. El modelo debe contar con características que permitan una fácil implementación.
7. Parsimonia: Un modelo con pocos parámetros es preferible a un modelo con un gran número de parámetros.
8. El modelo debe de tener la característica de generar tendencias y realizar intervalos de predicción. Si el modelo tiene la habilidad de generar muestras *simple paths* esta característica es útil para otras acciones como el *pricing* de instrumentos financieros ligados a la longevidad.
9. El modelo debe tener la característica de poder incluir parámetros de incertidumbre en las predicciones.

Este conjunto de consideraciones deben tenerse presente a la hora de construir los modelos de supervivencia, con especial interés en la predicción de las trayectorias de la variación de la supervivencia y que serán objeto de estudio en el capítulo siguiente.

CAPÍTULO 2. REVISIÓN METODOLÓGICA

1. INTRODUCCIÓN

El interés por el estudio y la medición de la vida humana, la mortalidad y supervivencia de determinados colectivos o poblaciones, así como la evolución de la esperanza de vida, es un tema constante en la literatura científica demográfica y actuarial desde hace siglos. En concreto, en el ámbito actuarial de los seguros de vida y pensiones, la estimación y predicción correcta de las probabilidades de supervivencia y fallecimiento de los asegurados son cruciales para la medición adecuada de los riesgos y, por tanto, en la tarificación y el cálculo de reservas.

Puede considerarse que la modelización actuarial, propiamente dicha, nació en la última mitad del siglo XVII, concretamente en 1671 (Pitacco, 2007). Jan de Witt (1625-1672) estadista, matemático y político holandés mostró en un informe destinado a los Estados de Holanda la primera tentativa de determinar científicamente el precio de un seguro de vida usando tablas de mortalidad. Este autor, al construir una tabla de mortalidad (y especificar implícitamente un modelo de supervivencia), estableció la fórmula de lo que actualmente se conoce como "valor actual actuarial". El informe de De Witt fue olvidado hasta que Hendriks (1852) lo redescubrió y lo tradujo con comentarios.

En 1693 Edmund Halley (1656-1742) famoso matemático, astrónomo y actuario, construyó, también, una tabla de vida pero esta vez no hipotética sino basada en las observaciones reales sobre el número anual de muertes en Breslau. Además de la tabla de mortalidad, desarrolló fórmulas para calcular el valor de anualidades de un seguro de vida para dos y tres cabezas aseguradas y explicó la ventaja de usar logaritmos para reducir los voluminosos cálculos.

Es importante destacar que ambas fórmulas (la propuesta por De Witt y la establecida por Halley) son algebraicamente equivalentes aunque la tabla de vida construida por Halley se base en datos reales observados y la de Witt no (era hipotética).



Jan de Witt



Edmund Halley

La relevancia de las aportaciones mencionadas ha hecho que algunos autores consideren que los fundamentos de la matemática de los seguros de vida aparecieron en la segunda mitad del XVII con Jan de Witt y Edmund Halley al proponer las primeras fórmulas para calcular, como se ha comentado, lo que actualmente se denomina valor actual actuarial.

Otras contribuciones similares aparecieron, posteriormente, en el siglo XVIII, en particular el procedimiento propuesto por James Dodson y otros autores. Para obtener más detalles puede consultarse, entre otros, Haberman y Sibbett (1995), Hald (1987) y Pitacco (2004a y 2004b).

Los procedimientos de cálculo propuestos por De Witt y Halley están basados en lo que se denomina actualmente modelos actuariales deterministas. Los avances hacia los denominados modelos estocásticos no llegan sino hasta finales del siglo XVIII. En 1786 Johannes Tetens fue el primero en realizar un análisis del riesgo de mortalidad inherente en una cartera de seguros. Tal y como señala Haberman (1996), desde una visión moderna, puede considerarse que las ideas de Tetens fueron las contribuciones pioneras a la llamada Teoría de Riesgo Individual.

A partir de entonces, muchas han sido las contribuciones realizadas en los siglos siguientes al desarrollo de la ciencia actuarial y, en concreto, de la matemática (y estadística) de los seguros de vida centrándose en analizar la mortalidad.

Es importante señalar, tal y como se ha comentado en el capítulo anterior, la existencia de cambios recientes en la mortalidad que contribuyen a definir un escenario “cambiante”. Las tendencias de mortalidad en la edad adulta revelan dos características diferentes que, siguiendo la terminología recogida por Olivieri (2001), se denominan *rectangularización* y *extensión*. Así, en edades avanzadas las probabilidades de muerte disminuyen, mientras que a edades tempranas las probabilidades de muerte son mayores que las observadas en el pasado, en particular, si nos centramos en el tramo de edad entre los 20 y los 40 años. Ambas cuestiones afectan claramente, entre otros, a la tarificación y al cálculo de reservas por requerir proyecciones de mortalidad apropiadas. Sin embargo, las proyecciones de mortalidad en sí mismas están afectadas por la incertidumbre puesto que en el momento de la estimación se desconocen los posibles futuros cambios de la mortalidad.

Así, algunos autores como Benjamín y Soliman (1993) y Macdonald et ál. (1998) comentan aspectos clave relacionados con las tendencias de mortalidad que afectan a la forma de la curva de fallecimientos como al gráfico de la función de supervivencia. En particular, pueden señalarse tres:

1. Una concentración creciente de muertes alrededor de la moda (tanto en adultos como en edades avanzadas) de la curva de fallecimientos es evidente. De esta forma, el gráfico de la supervivencia se mueve hacia una forma rectangular, de ahí el término *rectangularización*.
2. La moda de la curva de fallecimientos (que, debido a la *rectangularización*, tiende a coincidir con la edad máxima ω) se mueve hacia edades muy avanzadas originando la llamada *extensión* o *expansión* de la función de supervivencia y, más recientemente.
3. La llamada *joroba de mortalidad* a edades tempranas ha sido observado: niveles más altos y una mayor dispersión de los fallecimientos por accidente en los años jóvenes (principalmente debido a SIDA y a las drogas).

La necesidad de evaluar correctamente el perfil de riesgo del asegurador (tal y como se plantea en la normativa actual de Solvencia II) sugiere un análisis exhaustivo de diversos aspectos más general que el proporcionado por la Matemática actuarial tradicional. Es decir, se sugiere un acercamiento paulatino de puntos de vista que consideren conjuntamente la identificación de riesgo, la evaluación del mismo y su gestión.

Para abordar los riesgos de mortalidad/longevidad es importante comenzar con la representación del modelo de edad de mortalidad y la necesidad de proyecciones de la misma.

Actualmente, según la terminología establecida, la expresión *mortality risk* denota cualquier riesgo que proviene de la aleatoriedad de eternidad individual. A la inversa, la expresión *longevity risk* solo se refiere al riesgo de las desviaciones sistemáticas de mortalidad experimentada de la mortalidad proyectada la mortalidad (la mortalidad de interés particular en relación con pensiones y productos de renta vitalicia), y de ahí constituye un riesgo de mortalidad particular. Sin embargo, siguiendo la documentación técnica de Solvencia II, la expresión *longevity risk* denota el riesgo de experimentar una mortalidad más baja de la esperada, independientemente de la causa (que puede ser fluctuaciones arbitrarias o desviaciones sistemáticas). A la inversa, la expresión *mortality risk* se refiere a una mortalidad más alta de la esperada (debido a fluctuaciones arbitrarias o desviaciones sistemáticas).

Así, tal y como comentan Tuljapurkar y Boe (1998), tras los cambios recientes y la evolución futura de la mortalidad, el comportamiento de la mortalidad, sobre todo en edades iguales o superiores a 85, es crucial. Es preciso señalar la existencia de inexactitudes en los datos disponibles y la variabilidad debida a los valores pequeños de los expuestos al riesgo para dichas edades (Wong-Fupuy y Haberman, 2004).

El resto del capítulo se ha organizado en tres apartados. En el primero de ellos se expondrá brevemente la idea de modelización de la mortalidad partiendo de las tablas de vida clásicas. En el siguiente apartado se introducen y describen ocho modelos de los más utilizados en la evaluación y proyección de la mortalidad futura; y, por último, se realizan consideraciones finales antes de enumerar las referencias bibliográficas empleadas.

2. MODELIZACIÓN DE LA MORTALIDAD. PUNTO DE PARTIDA: LAS TABLAS DE VIDA

Desde hace siglos, la manera habitual de modelar la mortalidad asociada a un colectivo o población es la llamada tabla de vida (modelo teórico que permite medir las probabilidades de vida o de muerte de una población en función de la edad). Dicha tabla, también conocida como tabla de mortalidad, es el instrumento habitual para representar el modelo de edad de mortalidad como la secuencia de números esperados l_x de sobrevivientes en la edad x ($x = 0; 1; \dots, \omega$) de una cohorte teórica de individuos l_0 , y la función de supervivencia $S(x)$, definida como la probabilidad para un recién nacido de estar vivo en la edad x ($x > 0$).

La tabla de vida comúnmente es usada en tiempo discreto, mientras que la función de supervivencia suele emplearse en un contexto continuo y, por lo general, se representa a través de leyes matemáticas. Tanto la tabla de vida como la función de supervivencia son el resultado último de un proceso estadístico que comienza con las observaciones de mortalidad y que estima, como primer resultado, una probabilidad anual de muerte q_x y, posteriormente, la fuerza de mortalidad μ_x . Existen numerosos manuales de Matemática o Estadística Actuarial que explican y desarrollan en detalle la construcción de tablas de mortalidad dos de los más conocidos son Benjamin y Pollard (1992) y Bowers et ál. (1986).

Tanto las probabilidades de muerte q_x como la fuerza de mortalidad μ_x por lo general se calculan con base en observaciones de periodo, es decir, sobre las frecuencias de muerte en varios años observados a lo largo de un periodo dado, en general, un año. De ahí que, el cálculo de l_x y $S(x)$ según este planteamiento supongan que el modelo de mortalidad no cambia en el futuro.

Sin embargo, en muchos países, existen pruebas estadísticas que muestran que la mortalidad humana disminuyó durante el siglo XX y, por tanto, la hipótesis de mortalidad estática no puede ser asumida, en principio, al menos cuando los periodos de tiempo sean largos. Así, cuando se reconoce que el tiempo afecta el modelo de edad de mortalidad, en el planteamiento debe incluirse no solo la edad x del individuo sino también el año t de calendario.

La experiencia de esta dinámica hace que actualmente las predicciones o pronósticos de mortalidad sean uno de los temas más importantes tanto para la Demografía como para los Seguros de Vida y Pensiones en general.

Existe bastante polémica respecto a los métodos más adecuados para tratar de solucionar la enorme casuística planteada, tal y como puede verse en, por ejemplo, Benjamín y Soliman (1993), Delwarde y Denuit (2006), Pitacco (2007), Tabeau et ál. (2001), Wong-Fupuy y Haberman (2004) entre otros.

El intento que podría considerarse como el precursor en la proyección de la mortalidad se debe, como señalan Cramér y Wold (1935), al astrónomo finlandés Johan A.H. Gyldén (1841-1896) que ajustó en 1875 una línea recta a una secuencia de tasas de mortalidad generales de la población sueca para el periodo 1750-1870. Posteriormente, Blaschke (1923) propuso una proyección del modelo de supervivencia basado en el modelo-ley de Makeham dinámica y así han aparecido un gran número de modelos inicialmente desde una perspectiva estática y, posteriormente, dinámica incorporando también la influencia del tiempo del calendario en el análisis.

En general, los modelos que estudian la mortalidad pueden clasificarse, tal y como lo hacen muchos de los principales autores (ver, por ejemplo, Gerber, 1997 y Benjamin y Pollard, 1992), como paramétricos (estructurales o no en función de si consideran que la influencia del tiempo de calendario solo afecta a los parámetros o incluyen el tiempo cronológico como variable) y los modelos no paramétricos que no necesitan suponer una función dependiente de la edad lo que supone, en general, una gran ventaja.

Es importante señalar que la mayoría de los modelos habitualmente utilizados en la modelización y predicción de la mortalidad pueden expresarse utilizando la modelización propia de los modelos lineales generalizados (*GLM*) o de los modelos no lineales generalizados (*GNM*).

En Booth y Tickle (2008) puede encontrarse una revisión muy completa de la mayoría de los modelos empleados en la modelización (y predicción) de la mortalidad desde que Gompertz publicase su conocida ley de mortalidad en 1825 centrándose

en aquellos desarrollados desde 1980 en adelante. Por tanto, en esta referencia pueden consultarse tanto los modelos que se comentarán en el siguiente apartado como otros.

3. EVOLUCIÓN Y PROYECCIÓN DE LA MORTALIDAD: INTRODUCCIÓN A LOS MODELOS ESTOCÁSTICOS MÁS CONOCIDOS

Parece bastante claro que las mejoras en la mortalidad en los países donde existen registros estadísticos fiables están sacando a la luz que el proceso subyacente es de naturaleza estocástica. Así, desde comienzos de la década de los 90 del pasado siglo se ha desarrollado un conjunto amplio de modelos que tratan de explicar este fenómeno. Dentro de ellos se incluyen los de Lee-Carter (1992) y sus ampliaciones posteriores, Brouhns et ál. (2002), Renshaw y Haberman (2003, 2006) o modelos basados en *P-splines*, tales como los de Currie et ál. (2004) y otros desarrollados más recientemente.

Siguiendo el planteamiento utilizado por Cairns et ál. (2007) y Cairns et ál. (2009) entre otros, en este apartado se expondrán ocho de los modelos de mortalidad más utilizados. En concreto, Cairns et ál. (2009) consideran dos grandes grupos de modelos: cuatro centrados en el logaritmo de la fuerza de la mortalidad y los otros cuatro en el logaritmo de la tasa de mortalidad aunque la notación puede homogeneizarse. En los ocho modelos se asume que el número de fallecidos sigue una distribución de Poisson. Además, todos ellos pueden ajustarse mediante *GLM* y *GNM*.

Con el fin de plantear los ocho modelos de manera fácil, se utilizará la misma notación en todos ellos. Dicha notación se presenta a continuación:

- Se entenderá por año de calendario, t , al tiempo transcurrido entre t y $t+1$.
- Se entenderá por tasa de mortalidad bruta, $m(x,t)$ a la proporción entre los muertos registrados en el año t a la edad x respecto a la población registrada a esa edad en ese año, es decir:

$$m(x, t) = \frac{\text{Muertos a la edad } x \text{ durante el año } t}{\text{Población media durante el año } t \text{ con edad } x}$$

- De forma habitual, la población promedio se obtiene como la población que tiene la edad x a la mitad del año de calendario t .
- Se entenderá por $q(x, t)$ a la probabilidad de que un individuo con edad x fallezca entre t y $t+1$.
- Se entenderá por $\mu(t, x)$ a la fuerza de la mortalidad en el instante t para la edad x y puede definirse como la tasa instantánea de fallecimiento en el instante t de un individuo de edad x . De otra forma, para un incremento de tiempo que tiende a cero, dt , la probabilidad de fallecimiento entre t y $t + dt$ es aproximadamente $\mu(t, x) \times dt$.

Es importante considerar la relación existente entre la tasa central de mortalidad y la probabilidad de fallecimiento pues son valores muy cercanos el uno al otro, si bien diferentes. La relación entre ambos se puede obtener a partir del uso de ciertas hipótesis tales como:

Hipótesis 1:

Para valores enteros, x y t , y para todo $s \geq 0$ y $u < 1$, entonces:

$$m(t+s, x+u) = \mu(t, x)$$

Es decir, la fuerza de mortalidad permanece constante para cada año de edad entera y año de calendario.

Hipótesis 2:

Se supone que estamos tratando con una población estacionaria, es decir, que el tamaño de la población para todas las edades permanece constante a lo largo de los años.

El uso de ambas hipótesis implica que:

$$m(t, x) = \mu(t, x)$$
$$q(t, x) = 1 - e^{-\mu(t, x)} = 1 - e^{-m(t, x)}$$

La primera relación es usada a menudo en el análisis de los datos de la tasa central de mortalidad, como puede verse en Brouhns et ál. [2002], mientras que la segunda es de uso habitual en el análisis de modelos paramétricos de la mortalidad expresados a partir de $q(t, x)$.

Antes de plantear los principales modelos a comentar es necesario recordar una serie de cuestiones básicas relativas a su estimación.

De forma habitual, el número de muertes en un año a una cierta edad x , $D(t, x)$, se modeliza suponiendo un proceso de Poisson, de parámetro igual al producto de la población expuesta con esa edad y en ese año, $E(t, x)$, por la tasa central de mortalidad de esa edad en ese año de calendario, $m(t, x)$, es decir:

$$D(t, x) \approx P[E(t, x) \cdot m(t, x)]$$

El proceso de estimación conlleva una dificultad adicional que algunos modelos se plantean en términos de tanto central, mientras que otros lo hacen en términos de probabilidad de fallecimiento. En consecuencia, si lo que se desea es realizar comparaciones entre los resultados obtenidos, es preciso realizar alguna homogeneización entre ambos. Por ello, para los modelos que se van a presentar y que están basados en la probabilidad, $q(t, x)$, se procederá a hacer lo siguiente:

- Para un conjunto dado de parámetros se calcula la $q(t, x)$.
- A partir de aquí, se procede a calcular la $m(t, x)$ a partir de la expresión:

$$m(t, x) = -\ln[1 - q(t, x)]$$

- Una vez realizada esta transformación, ya se puede comparar a partir de la verosimilitud de los modelos estimados, pues esta se basa en los valores de $m(t, x)$.

Sea \emptyset el conjunto de parámetros a estimar, por lo que la notación empleada será la anterior, pero ampliada con dicho coeficiente. Así, la relación entre el tanto central y la probabilidad de fallecimiento a una cierta edad en un cierto año para un determinado modelo se expresará como:

$$m(t, x; \phi) = -\ln[1 - q(t, x; \phi)]$$

Mientras que el logaritmo neperiano de la función de verosimilitud se expresará como:

$$l(D, E; \phi) = \sum_{t,x} D(t, x) \ln [E(t, x) m(t, x; \phi) - E(t, x) m(t, x; \phi) - \ln D(t, x)!]$$

Los modelos más extendidos tratan de estimar:

- Efectos debidos a la edad, que representaremos con $\beta_x^{(t)}$.
- Efectos debidos al periodo, que representaremos con $\kappa_t^{(t)}$.
- Efectos debidos a la cohorte, que representaremos con $\gamma_c^{(t)}$.

A continuación, en los siguientes subapartados, se van a presentar ocho modelos de los más avanzados en la literatura actuarial internacional y de los más utilizados hoy en día: el propuesto por Lee-Carter, el propuesto por Renshaw y Haberman, el modelo APC, modelos con *B-splines* y *P-splines*, modelo CBD, modelo CBD con efecto cohorte, CBD con efecto cohorte y componente cuadrático y, por último, el modelo con efecto cohorte decreciente en el tiempo. Los modelos a considerar aparecen resumidos en la tabla 1.

Debe tenerse en cuenta que entre ellos existen varias similitudes pero, obviamente, también diferencias que se comentarán globalmente y en cada modelo.

Modelo	Fórmula
Lee-Carter	$\ln m(t, x) = \beta_x^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)}$
Renshaw y Haberman	$\ln m(t, x) = \beta_x^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)} + \beta_x^{(3)} \gamma_{t-x}^{(3)}$
APC	$\ln m(t, x) = \beta_x^{(1)} + \kappa_t^{(2)} + \gamma_{t-x}^{(3)}$
B-splines y P-splines	$\ln m(t, x) = \sum_{ij} \theta_{ij} B_{ij}^{xy}(x, t)$
CBD	$\log itq(t, x) = \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)}$
CBD con efecto cohorte	$\log itq(t, x) = \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)} + \beta_x^{(3)} \gamma_{t-x}^{(3)}$
CBD con efecto cohorte y componente cuadrático	$\log itq(t, x) = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x}) \kappa_t^{(2)} + \kappa_t^{(3)} \left[(x - \bar{x})^2 - \hat{\sigma}_x^2 \right] + \gamma_{t-x}^{(4)}$
CBD con efecto cohorte decreciente con el tiempo	$\log itq(t, x) = \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)} + \beta_x^{(3)} \gamma_{t-x}^{(3)}$

Tabla 1. Ecuaciones de los 8 modelos de mortalidad considerados. Las funciones $\beta_x, \kappa_t, \gamma_{t-x}$ corresponden a efectos de edad, periodo y cohorte, respectivamente.

3.1. Modelo de Lee-Carter

Formulado en Lee y Carter (1992), estos autores proponen el siguiente modelo para los tantos centrales de mortalidad:

$$\ln m(t, x) = \beta_x^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)}$$

El principal inconveniente que presenta es que posee un problema de identificabilidad, es decir, que si se realizan transformaciones en los parámetros y en la variable incluida se obtienen los mismos resultados para la variable estimada. Así, si se realizan las siguientes transformaciones:

$$\ln m(t, x) = \tilde{\beta}_x^{(1)} + \tilde{\beta}_x^{(2)} \tilde{\kappa}_t^{(2)}$$

Siendo:

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_x^{(1)} &= \beta_x^{(1)} + b\beta_x^{(2)} \\ \tilde{\beta}_x^{(2)} &= \beta_x^{(2)}/a \\ \tilde{\kappa}_t^{(2)} &= a(\kappa_t^{(2)} - b) \end{aligned}$$

Se obtienen los mismos valores estimados para $\ln m(t, x)$. Para evitar este problema se suelen imponer dos restricciones sobre los parámetros, que son las siguientes:

$$\sum_t \kappa_t^{(2)} = 0$$

$$\sum_x \beta_x^{(2)} = 1$$

La primera restricción supone que para cada edad el estimador de es más o menos igual a la media sobre t de $\ln m(t, x)$, mientras que la segunda sugiere que el efecto de la variable incluida en el análisis como explicativa, $\beta_x^{(1)}$, se reparte a lo largo de la estructura de edades.

Con posterioridad a este trabajo, han aparecido aportaciones y sucesivas modificaciones al método como, por ejemplo, Carter y Lee (1992), Wilmoth (1993), Li y Lee (2005), etc.

Otra crítica que a menudo que se le hace a este modelo es que supone admitir que no existe interacción entre la edad y el tiempo.

Entre las ventajas más mencionadas asociadas al modelo de Lee y Carter están la sencillez, la fácil interpretación de sus parámetros y su parsimonia —tal y como señalan Lee (2000) y Booth et ál. (2002)—. Estas son algunas de las razones por las que dicho modelo, desde su publicación en 1992, ha gozado de gran aceptación en el mundo actuarial y existe una amplia literatura asociada a él mismo y a posibles alternativas de mejora.

En el capítulo siguiente se ofrecerán algunos detalles más sobre este modelo y su utilizará para modelar la fuerza de la mortalidad de la población española.

3.2. Modelo de Renshaw y Haberman

Formulado por Renshaw y Haberman (2006), es una generalización del modelo anterior al incluir un efecto cohorte, por lo cual este modelo también es conocido como modelo Lee-Carter con efecto cohorte. Su expresión es la siguiente:

$$\ln m(t, x) = \beta_x^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)} + \beta_x^{(3)} \gamma_{t-x}^{(3)}$$

Por tanto, el modelo de Lee-Carter se puede ver como un caso particular de este modelo cuando $\beta_x^{(3)}$ es igual a cero.

Presenta los mismos problemas de identificabilidad que en el caso de Lee-Carter, por lo que se hace necesario imponer restricciones sobre los parámetros. En este caso, adoptan las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\sum_t \kappa_t^{(2)} &= 0 \\ \sum_t \beta_x^{(2)} &= 1 \\ \sum_{t,x} \gamma_{t-x}^{(3)} &= 0 \\ \sum_t \beta_x^{(3)} &= 1\end{aligned}$$

Las restricciones primera y tercera suponen que los estimadores asociados deberán ser igual a la media sobre t de $\ln m(t, x)$, mientras que las otras dos tienen un papel similar al de la segunda restricción en Lee-Carter.

3.3. Modelo APC

Fue presentado por Currie (2006) y es la versión más simple de un modelo que incluye los tres efectos: edad, periodo y cohorte (APC son las siglas en inglés de *Age-Period-Cohort* que en español se conocen como modelos EPC, Edad-Periodo-Cohorte). Los modelos EPC han mostrado buenos resultados en varios campos destacando el de la epidemiología. Puede decirse que constituyen la evolución natural de los modelos dinámicos al incorporar el efecto del año de nacimiento (cohorte), la extensión natural de los modelos edad-periodo, AP, y edad-cohorte, AC.

La expresión de este modelo es la siguiente:

$$\ln m(t, x) = \beta_x^{(1)} + \kappa_t^{(2)} + \gamma_{t-x}^{(3)}$$

Dicho modelo puede verse como un caso particular del anterior, cuando $\beta_x^{(2)}$ y $\beta_x^{(3)}$ tienen valor unitario. Para la estimación de $\beta_x^{(1)}$ y $\kappa_t^{(2)}$ el autor utilizó la técnica de los *P-splines*, mientras que el uso de $\gamma_{t-x}^{(3)}$ garantiza el suavizado de las estimaciones.

Como en los casos anteriores, se imponen restricciones sobre los parámetros, de forma que:

$$\begin{aligned}\sum_t \kappa_t^{(2)} &= 0 \\ \sum_t \gamma_{t-x}^{(3)} &= 0\end{aligned}$$

Habitualmente, se requiere una restricción adicional puesto que si se añade una cantidad, $\delta[(t-\bar{t})-(x-\bar{x})]$ a la tercera variable, $\gamma_{t-x}^{(3)}$, se resta una cantidad $\delta(t-\bar{t})$ de la segunda variable, $\kappa_t^{(2)}$ y se suma una cantidad a la primera variable, $\beta_x^{(1)}$, se observa que no se produce cambio alguno sobre las dos restricciones anteriores. Una forma de superar este obstáculo es definiendo el parámetro δ de forma iterativa, tal que sea el valor que minimiza la siguiente expresión:

$$S(\delta) = \sum_x [\beta_x^{(1)} + \delta(x-\bar{x}) - \bar{\beta}_x^{(1)}]^2$$

Siendo $\bar{\beta}_x^{(1)} = \frac{\sum_t \ln m(t,x)}{n}$.

El resultado obtenido para δ es:

$$\delta = - \frac{\sum_x (x-\bar{x})(\beta_x^{(1)} - \bar{\beta}_x^{(1)})}{\sum_x (x-\bar{x})^2}$$

Dado que $\kappa_t^{(2)}$ y $\gamma_{t-x}^{(3)}$ ya satisfacen las dos restricciones anteriores, la estimación se realiza una vez efectuada la siguiente transformación:

$$\begin{aligned}\tilde{\kappa}_t^{(2)} &= \kappa_t^{(2)} - \delta(t-\bar{t}) \\ \tilde{\gamma}_{t-x}^{(3)} &= \gamma_{t-x}^{(3)} + \delta[(t-\bar{t})-(x-\bar{x})] \\ \tilde{\beta}_x^{(1)} &= \beta_x^{(1)} + \delta(x-\bar{x})\end{aligned}$$

De forma general, se puede decir que los tres modelos presentados hasta ahora pueden ser considerados como miembros de una familia generalizada de modelos Lee-Carter.

Los tres modelos que se han presentado hasta ahora y los siguientes que se presentarán, excepto el modelo con *B-splines* y *P-splines* consideran que la edad, el periodo y el efecto cohorte son cualitativamente diferentes en la naturaleza. Por tanto, consideran, expresamente, la existencia de aleatoriedad de un año al siguiente.

Por el contrario, el modelo de *P-splines*, el cuarto presentado, asume la existencia de suavidad en la superficie de mortalidad subyacente en los efectos relativos al periodo, la cohorte y la edad.

3.4. Modelo con *B-splines* y *P-splines*

Formulado por Currie et ál. (2004) para estimar la superficie de mortalidad. Su expresión es:

$$\ln m(t, x) = \sum_{i,j} \theta_{ij} B_{ij}^{xy}(x, t)$$

Con suavizados de los θ_{ij} en las direcciones de la edad y la cohorte.

En cuanto a la construcción de los *B-splines* (*Basic splines*) es necesario determinar las dimensiones que se van a aplicar en la estimación. Así, si se hubiera establecido una única dimensión, lo primero que se debe conocer es el lugar que ocupan en el espacio los puntos nodales (*knots* en la terminología habitual). Si tenemos datos en el rango t_0 a t_n , los *B-splines* requieren nódulos fuera del citado rango para lograr la cobertura total del rango. Por ejemplo, podemos tener nódulos en $t_{-3} < t_{-2} < \dots < t_{n+2} < t_{n+3}$.

Así, para $k = -3, \dots, n-1$, el *spline* de orden k se define como:

$$B_k(x) = \sum_{i=k}^{k+4} \prod_{j \neq i} \frac{1}{(t_j - t_i)} (x - t_i)_+^3 \quad / \quad (x - t_i)_+^3 = \max\{x - t_i, 0\}$$

Con esta definición, $B_k(x)$ vale cero fuera del rango $t_k < x < t_{k+4}$, pero tiene primera y segunda derivadas continuas en toda la recta real.

Sin embargo, los nódulos en los B -splines están uniformemente repartidos. Si este es el caso, haciendo $t_{k+1} - t_k = \delta$, se tiene que para cualquier k :

$$B_k(x) = \delta^{-4} \left\{ \frac{1}{24}(x-t_k)_+^3 - \frac{1}{6}(x-t_{k+1})_+^3 + \frac{1}{4}(x-t_{k+2})_+^3 - \frac{1}{6}(x-t_{k+3})_+^3 + \frac{1}{24}(x-t_{k+4})_+^3 \right\}$$

Si en vez de una dimensión, tuviéramos dos, la formulación de los $splines$ es sencilla. Supongamos que las dos edades son la edad, x , y los años, y . En la dimensión de la edad, tendremos nódulos en $t_{-3}^a < \dots < t_{m_a+3}^a$, mientras que en la dimensión del tiempo, los nódulos serán $t_{-3}^y < \dots < t_{m_y+3}^y$. Los nódulos en ambas dimensiones generan $B_k^y(t)$ para $k = -3, \dots, m_y - 1$ y $B_l^a(t)$ para $l = -3, \dots, m_a - 1$. Por tanto, los B -splines bidimensionales son:

$$B_{kl}(x, t) = B_k^y(t) B_l^a(x)$$

Para $k = -3, \dots, m_y - 1$ y $B_l^a(t)$ para $l = -3, \dots, m_a - 1$.

Por su parte, los P -splines (*Penalised splines*) es la expresión utilizada cuando los B -splines se estiman con un conjunto de datos en que la verosimilitud o la regresión se ajustan a partir de una función de penalización. Dicha función se incluye para conseguir una mejor suavizado.

Estos modelos son los únicos de los presentados que asumen la existencia de suavidad en la superficie de mortalidad subyacente en los efectos relativos al periodo, la cohorte y la edad, cuestión muy importante.

En el capítulo 3 se describirán y comentarán con mayor detalle estos modelos y se aplicarán a los datos reales de la población española.

3.5. Modelo CBD

Formulado por Cairns, Blake y Dowd (2006) —de ahí el nombre puesto que las siglas corresponden a las iniciales de los apellidos de los autores (CBD—, estima el siguiente modelo para las probabilidades de fallecimiento:

$$\log itq(t, x) = \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)}$$

En esta forma simple del modelo se supone que:

$$\begin{aligned} \beta_x^{(1)} &= 1 \\ \beta_x^{(2)} &= x - \bar{x} \end{aligned}$$

En donde $\bar{x} = \frac{\sum_t x_t}{n_a}$ o media muestral de las edades analizadas. Por tanto, el modelo queda como:

$$\log itq(t, x) = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x}) \kappa_t^{(2)}$$

A diferencia de los modelos de la familia Lee-Carter, este modelo no tiene problemas de identificabilidad.

3.6. Modelo CBD con efecto cohorte

Este modelo es la primera generalización del anterior. Su expresión analítica es la siguiente:

$$\log itq(t, x) = \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)} + \beta_x^{(3)} \gamma_{t-x}^{(3)}$$

En esta formulación, se supone que:

$$\begin{aligned} \beta_x^{(1)} &= 1 \\ \beta_x^{(2)} &= x - \bar{x} \\ \beta_x^{(3)} &= 1 \end{aligned}$$

Con lo que al final queda como:

$$\log itq(t, x) = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x}) \kappa_t^{(2)} + \gamma_{t-x}^{(3)}$$

Como ocurría en otros modelos presentados anteriormente, este modelo adolece de problemas de identificabilidad. En efecto, si se sustituye $\gamma_{t-x}^{(3)}$ por $\tilde{\gamma}_{t-x}^{(3)} = \gamma_{t-x}^{(3)} + \phi_1 + \phi_2(t-x-\bar{x})$ y se hacen los correspondientes cambios en $\kappa_i^{(1)}$ y $\kappa_i^{(2)}$, no se aprecian cambios en el valor estimado de $q(t,x)$. Por tanto, se necesitan dos restricciones para evitar el uso arbitrario de θ_1 y θ^{-2} . Si se utiliza mínimos cuadrados para ajustar una función lineal de $t-x$ a $\gamma_{t-x}^{(3)}$, entonces la función estimada que se obtiene es igual a cero. Para evitar esta situación, se procede a realizar la estimación en desviaciones respecto de la media, de modo que de esta forma, la estimación carecerá de término constante.

3.7. Modelo CBD con efecto cohorte y componente cuadrático

Este modelo es una generalización del anterior y consiste en añadir un término cuadrático en el efecto edad. La razón por la cual se hace esta inclusión es porque la función *logit* $q(t,x)$ puede presentar algún grado de curvatura. Con todo ello, la expresión del modelo es la siguiente:

$$\text{logit}q(t,x) = \kappa_i^{(1)} + (x-\bar{x})\kappa_i^{(2)} + \kappa_i^{(3)} \left[(x-\bar{x})^2 - \hat{\sigma}_x^2 \right] + \gamma_{t-x}^{(4)}$$

En donde $\hat{\sigma}_x^2 = \frac{\sum_i (x-\bar{x})^2}{n}$ es la media de las distancias cuadráticas de las edades a la edad media.

Como en el caso anterior, este modelo adolece de un problema de identificabilidad. En efecto, si se sustituye $\gamma_{t-x}^{(4)}$ por $\tilde{\gamma}_{t-x}^{(4)} = \gamma_{t-x}^{(4)} + \phi_1 + \phi_2(t-x-\bar{x}) + \phi_3(t-x-\bar{x})^2$ y se hacen los correspondientes cambios en $\kappa_i^{(1)}$, $\kappa_i^{(2)}$, y $\kappa_i^{(3)}$, no se aprecian cambios en el valor estimado de $q(t,x)$. Por tanto, se necesitan tres restricciones para evitar el uso arbitrario de θ_1 , θ_2 y θ_3 . Como en el caso anterior, la restricción que se impone es que los estimadores de $\gamma_{t-x}^{(4)}$ estén fluctuando en torno a cero.

3.8. Modelo con efecto cohorte decreciente con el tiempo

En este caso, el modelo adquiere la siguiente expresión:

$$\text{logit}q(t,x) = \beta_x^{(1)}\kappa_i^{(1)} + \beta_x^{(2)}\kappa_i^{(2)} + \beta_x^{(3)}\gamma_{t-x}^{(3)}$$

En esta formulación, se supone que:

$$\begin{aligned}\beta_x^{(1)} &= 1 \\ \beta_x^{(2)} &= x - \bar{x} \\ \beta_x^{(3)} &= x_c - \bar{x}\end{aligned}$$

Con lo que al final queda como:

$$\log itq(t, x) = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x})\kappa_t^{(2)} + \gamma_{t-x}^{(3)}(x_c - \bar{x})$$

Para evitar los problemas de identificabilidad de esta familia de modelos, la restricción que se suele imponer es que:

$$\sum_{x,d} \gamma_{t-x}^{(3)} = 0$$

A pesar de que todos los modelos (excepto los que consideran *B-splines* y *P-splines*) consideran la existencia de aleatoriedad de un año al siguiente, los cuatro últimos modelos presentados se diferencian de los tres primeros en que estos últimos asumen una relación funcional (y de ahí la suavidad) entre los años.

4. CONSIDERACIONES FINALES

Tras la exposición de ocho de los modelos más utilizados y avanzados en la literatura actuarial, se comentarán algunas consideraciones más concretas para la modelización de la mortalidad que se aplicarán en el capítulo siguiente en la estimación de datos españoles.

En el siguiente capítulo se desarrollarán, a modo ilustrativo, cuatro modelos: Lee-Carter, *P-splines* y dos modelos intermedios que se consideran versiones suavizadas del modelo de Lee-Carter. No se realizarán modelo con efecto cohorte debido a que, tal y como se detallará en el siguiente capítulo, estos modelos deben utilizarse con gran cautela, sobre todo si se desean realizar predicciones futuras.

CAPÍTULO 3. MODELOS DE GRADUACIÓN DEL RIESGO DE TENDENCIA DE LONGEVIDAD

1. INTRODUCCIÓN

El sector asegurador relacionado con los seguros de vida, concretamente con garantías a largo plazo, se enfrenta a su principal reto, la longevidad.

La longevidad, o esperanza de vida, ya introducida en los capítulos anteriores, puede definirse como el tiempo medio que se espera que viva un ser humano, ya sea hombre o mujer. Sabemos que la muerte es un evento seguro, pero no conocemos el momento exacto en que ocurrirá. En la mayoría de los países industrializados la mejora de la esperanza de vida ha sido notable como hemos podido comprobar en el primer capítulo.

Desde el punto de vista del seguro que da cobertura al riesgo de supervivencia, la longevidad implica el riesgo asociado a que el valor actual actuarial de las prestaciones a favor de una persona sea inferior al valor actual necesario para pagar las citadas prestaciones en los términos previstos. Por lo tanto, una aseguradora especializada en seguros vitalicios tendría que realizar el esfuerzo de tener en cuenta al modelar sus pasivos contingentes, el denominado sub-riesgo de tendencia en la mejora de la supervivencia.

La supervivencia puede verse afectada por más factores (como ya se ha comentado en el primer capítulo), las influencias hereditarias, el estado de salud presente, el estilo de vida, los accidentes, los hábitos de consumo de tabaco y alcohol, las epidemias, los avances médicos-tecnológicos y las guerras.

El presente trabajo, recordamos una vez más, se centra en la importancia que juegan las técnicas que tratan de capturar de manera precisa las previsiones de mortalidad en la sociedad y como éstas pueden impactar en los contratos de seguro y en los fondos de pensiones tanto públicos como privados. Los actuarios utilizan las proyecciones de mortalidad para estimar los pasivos futuros, y los métodos

propuestos son considerados por la comunidad actuarial internacional, como las mejores prácticas para medir el riesgo de tendencia de la longevidad.

Los métodos que serán objeto de estudio se fundamentan en el análisis histórico del pasado y, en cierta medida, presuponen que en el futuro próximo, la supervivencia de una población se comportará en referencia al pasado más cercano, teniendo en cuenta únicamente las variables edad, sexo y periodo.

Otros modelos tienen en cuenta además la variable cohorte. La utilización de esta variable ha generado bastante controversia entre los expertos en la medida de la longevidad. De hecho, encontramos autores que consideran que los valores de la cohorte son independientes del efecto del periodo. Por ejemplo, Cairns et ál. (2011), hacen referencia a los modelos de Renshaw y Haberman (2006). Por el contrario, Currie (2012) indica que su relación de dependencia es fuerte, y por lo tanto deben ser usados con cautela, especialmente a la hora de hacer predicciones futuras

Entre los modelos más relevantes que consideran el efecto cohorte, encontramos el modelo Edad-Periodo-Cohorte que por sus siglas en inglés se denomina APC. Su aplicación habitual se encuentra en estudios de epidemiología para analizar las tendencias de la mortalidad y valorar el efecto temporal de la ocurrencia de un evento. La relación lineal exacta existente entre estos tres efectos hace que los parámetros del modelo completo no puedan estimarse, lo que se denomina como problema de no identificabilidad.

Los modelos APC son muy utilizados en el Reino Unido. Por ejemplo, el *Continuous Mortality Investigation (CMI)*, perteneciente al Instituto y Facultad de Actuarios del Reino Unido, se ha decantado en los últimos años por la utilización de este método para realizar los ajustes no paramétricos a los ratios observados de mortalidad. Gran parte de la labor del CMI se basa en el análisis de los datos suministrados por las compañías de seguros de vida del Reino Unido y por consultoras actuariales. El CMI lleva a cabo las siguientes investigaciones:

- Estudios de mortalidad en profesiones sedentarias.
- Estudio de la enfermedades graves.

- Protección de pagos.
- Mortalidad de los planes de pensiones.

En los últimos años, centró sus investigaciones en el uso de métodos estadísticos para la proyección de la mortalidad, pasando desde modelos como el de Gompertz-Makeham (Makeham, 1860), a otros como Lee-Carter (Lee y Carter, 1992) y *P-spline* (Currie et ál., 2004).

El mayor problema que tienen los modelos *APC*, es que los coeficientes estimados dependen de las restricciones particulares que se introduzcan, y además son necesarias para la obtención de un resultado único de la fuerza mortalidad. Por tanto, estamos ante un modelo lineal generalizado restringido, en el que la solución depende de las restricciones introducidas.

Las funciones de penalización tienden a atribuir la tendencia a un efecto cohorte exclusivo, incluso en casos en los que otros métodos muestran que el efecto principal es el periodo. Este fenómeno ha sido bien documentado en el trabajo de Robertson et ál. (1999) en el que comparan estos y otros métodos de análisis simulando datos con efecto cohorte o periodo, y comparando los resultados. Holford (1991) también menciona este fenómeno y lo atribuye al hecho de que al haber más términos de cohortes que de periodos, los primeros adquieren mayor peso en las funciones de penalización.

Hemos dividido el resto de este capítulo en tres puntos. En el primero de ellos se expondrá un análisis de la mortalidad española mediante el estudio de los factores de mejora y el factor de reducción de la población. Los siguientes puntos desarrollan los modelos actuariales para el ajuste y la proyección de la mortalidad futura, y en el último punto se comparan y analizan los modelos propuestos.

2. DATOS DE PARTIDA. LONGEVIDAD PARA LA POBLACIÓN ESPAÑOLA

Según los últimos estudios cuantitativos (*Long-Term guarantees assessment*) publicados por EIOPA (*The European Insurance and Occupational Pensions Authority*), el capital requerido por Solvencia II para el riesgo de longevidad significa que esta se

deba incrementar en un 20%, si consideramos la fórmula estándar. Para conocer si esta cantidad es adecuada o insuficiente, tendremos que utilizar magnitudes con la que compararla. En el capítulo 4, se establecerán los consumos de capital para toda la población española así como su comparación con Europa bajo la regulación de Solvencia II, sobre la base de las conclusiones de la medida del riesgo de tendencia de cada modelo actuarial considerado.

Para analizar la evolución histórica de la supervivencia humana, hemos tomado como punto de partida, la base de datos para España contenida en el *Human Mortality Database* (www.mortality.org). Hemos utilizado esta página web por la calidad y la riqueza de la información. De hecho, inicialmente se utilizó como fuente de información la base de datos del Instituto Nacional de Estadística, pero se advirtieron ciertas dificultades para la el análisis de la población expuesta al riesgo para el periodo mínimo a considerar, exactamente 50 años, así como los fallecidos anteriores a 1975 por razones de edad.

Las variables biométricas utilizadas en el estudio son los expuestos al riesgo ($E_{x,t}$) y los fallecidos ($D_{x,t}$) por edad y género, durante el periodo comprendido entre 1960 y 2009, e implícitamente la fuerza de mortalidad $\hat{\mu}_x$ que viene definida por:

$$\hat{\mu}_x = \frac{D_{x,t}}{E_{x,t}}$$

Siendo:

- $\hat{\mu}_x$: La fuerza de mortalidad.
- $D_{x,t}$: El número de fallecidos en una edad y periodo.
- $E_{x,t}$: Los expuestos centrales al riesgo en cada edad y periodo.

Si consideramos que $d_{x,t}$ es una variable aleatoria y que $E_{x,t}$ es un término fijo, podemos modelar $\hat{\mu}_x$ con una distribución Poisson:

$$D_{x,t} \sim P(E_{x,t}\mu_{x,t})$$

Es conveniente advertir al lector que también podríamos modelar la probabilidad de riesgo de muerte, esta vendrá determinada por:

$$\hat{q}_x = \frac{d_{x,t}}{l_{x,t}}$$

Siendo:

- \hat{q}_x : La probabilidad de riesgo de fallecimiento.
- $d_{x,t}$: Los fallecidos en cada edad y cada periodo dentro de la tabla de mortalidad.
- $l_{x,t}$: Los vivos en cada periodo (considerando que $l_{x,t} \approx E_{x,t} + \frac{1}{2}d_{x,t}$).

En este caso tendremos que $d_{x,t}$ sigue una distribución binomial definida por:

$$d_{x,t} \sim B(l_{x,t}, q_{x,t})$$

Ambos términos, la probabilidad de riesgo muerte y el tanto central, pueden ser relacionados por:

$$q_{x,t} \approx 1 - \exp(-\mu_{x,t})$$

O también por:

$$q_{x,t} \approx \frac{1}{1 + 0.5\mu_{x,t}}$$

Se prefiere trabajar los modelos con expuestos y fallecidos por ser las observaciones directas de la población, frente a la utilización de tablas de mortalidad poblacionales, que han sido en muchos casos limitadas a edades de 100 años o han sufrido algún tipo de suavizado.

Antes de continuar nuestro trabajo, analizaremos cómo han evolucionado nuestras variables $E_{x,t}$, $D_{x,t}$ y $\hat{\mu}_x$ en el tiempo. En el caso de fallecimientos, para hombres y mujeres nuestra variable tendría el siguiente comportamiento:

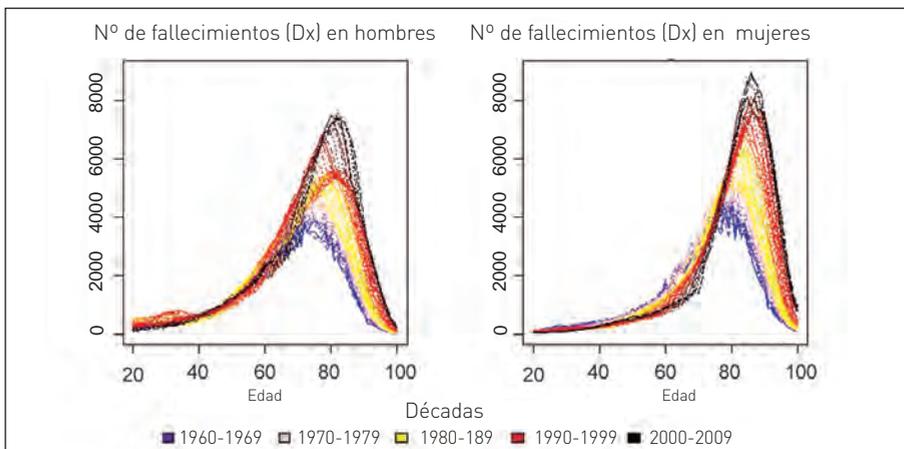


Figura 1. Distribución del número de fallecidos para hombres y mujeres en la población española, durante el periodo de 1960 a 2009. Edades observadas: De 20 a 100 años. Fuente: elaboración propia.

En la figura 1, se aprecian dos fenómenos de la dinámica de la longevidad española. El primero ha producido un desplazamiento continuado del número de fallecimientos a edades más avanzadas. La edad modal presenta desplazamientos hacia la derecha y además presenta en el tiempo leves incrementos del número de fallecidos a esa edad. Ciertos autores, apuntan que este fenómeno se produce como consecuencia de un desplazamiento de la edad promedio en que se inician las enfermedades crónicas, sin embargo otros afirman que no siempre son razones médicas.

El segundo fenómeno, es el conocido como el efecto de la “compresión de la mortalidad”, que describió Fries (1980), y que sostiene que las ganancias obtenidas en la esperanza de vida no serían perpetuas e ilimitadas, sino que son finitas. Es decir, ¿existe un límite máximo de supervivencia? El modelo de Fries, presupone que la mejora de la mortalidad obtenida ha sido resultado de: a) la desaparición de las muertes agudas, neonatales e infantiles; b) la mortalidad por enfermedades agudas se sustituye por la mortalidad de enfermedades crónicas; y c) este proceso de sustitución de enfermedades ya ha concluido y los padecimientos crónicos han comenzado a declinar.

Las principales implicaciones de esta hipótesis son: a) la rectangularización de las curvas de supervivencia con motivo de la edad de inicio de las enfermedades crónicas; b) la concentración de estas enfermedades al final de la vida; y c) el tiempo de

vida saludable (previo a la aparición de la enfermedad) tiende a ser mayor. Estos postulados constituyen la base de la hipótesis de la compresión de la mortalidad.

Con el paso de los años, surgieron nuevas investigaciones para poder explicar el fenómeno de la rectangularización y la compresión de la mortalidad. Una de ellas es la propuesta por Paccaud et ál. (1998), en donde se señala que: *la compresión de la mortalidad es producto de un valor finito del "máximo life span", un aumento de la esperanza de vida y una agrupación de defunciones alrededor de un valor medio*. En dicho artículo se estableció el *maximum life span* en 120 en lugar de 100 como hizo Fries.

Los últimos avances en el estudio de la compresión de la mortalidad fueron desarrollados por Kannisto et ál. (2000), quienes definieron este proceso como: "la mortalidad está siendo comprimida cuando una proporción de muertes toma lugar en intervalos de edades cada vez más pequeños", refiriéndose a intervalos de años que encierran a la llamada edad media de fallecimiento, la cual los autores comenzaron a denominar como "edad modal".

Para ilustrar este fenómeno utilizaremos el estudio realizado por Martínez-Parra (2013), en su investigación *Análisis de la longevidad para la población española bajo el método Kannisto-Thatcher*. De dicho estudio, hemos obtenido las siguientes conclusiones (resumidas en las tablas 1 y 2):

	Décadas				
Magnitudes	1960-1969	1970-1979	1980-1989	1990-1999	2000-2009
Nº de fallecidos	3.444	3.475	3.480	3.464	3.647
Edad Modal	78	78	80	82	84
Media sobre Edad Modal	84,56	8,48	8,67	8,84	9,01
Desviación típica	4,44	4,55	4,48	4,21	4,02
Media - Edad Modal	6,56	6,78	6,73	6,37	6,07

Tabla 1. Edad modal, media y desviación estándar para las observaciones por encima de la moda. Población española masculina. Fuente: Elaboración propia.

	Décadas				
Magnitudes	1960-1969	1970-1979	1980-1989	1990-1999	2000-2009
Nº de fallecidos	3.910	4.150	4.363	4.567	4.832
Edad Modal	80	82	84	87	88
Media sobre Edad Modal	8,68	8,82	9,01	9,23	9,33
Desviación típica	4,54	4,16	4,02	3,54	3,49
Media - Edad Modal	6,82	6,19	6,08	5,31	5,28

Tabla 2. Edad modal, media y desviación estándar para las observaciones por encima de la moda. Población española femenina. Fuente: Elaboración propia.

La edad modal se ha incrementado tanto para hombres como para mujeres en las últimas cinco décadas, lo mismo sucede con el promedio por encima de la edad modal. Por otro lado, la desviación estándar por encima de la moda presenta un decremento, que es más notorio en el sexo femenino que en el masculino. Adicionalmente, la distancia entre la edad modal y su media se ha reducido en ambos sexos, con más notoriedad en las mujeres.

El desplazamiento puede también observarse en la variable exposición, tal y como se muestra en la figura 2, donde además, también podemos apreciar el efecto de desplazamiento del subriesgo límite de la vida humana.

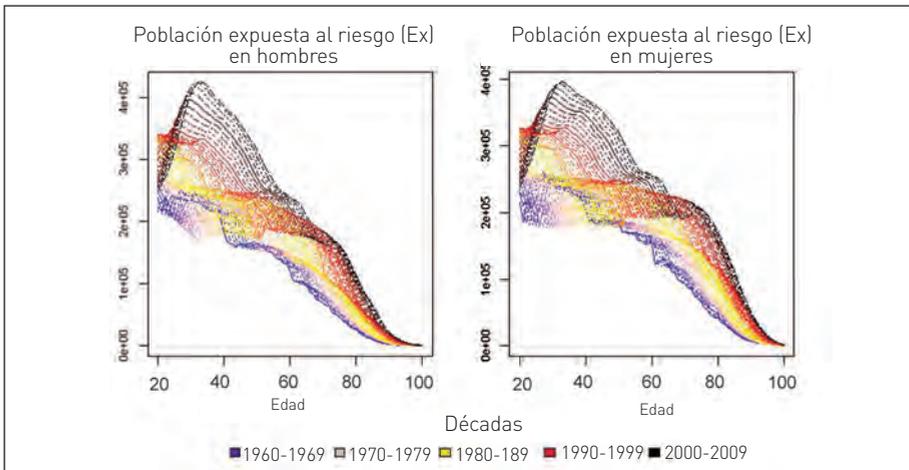


Figura 2. Distribución del número de expuestos al riesgo para hombres y mujeres en la población española, durante el periodo entre 1960 y 2009. Edades observadas: De 20 a 100 años. Fuente: Elaboración propia.

De las dos variables anteriores podemos obtener el comportamiento de la mortalidad para la población española durante el periodo entre 1960 y 2009, tal y como muestra la figura 3.

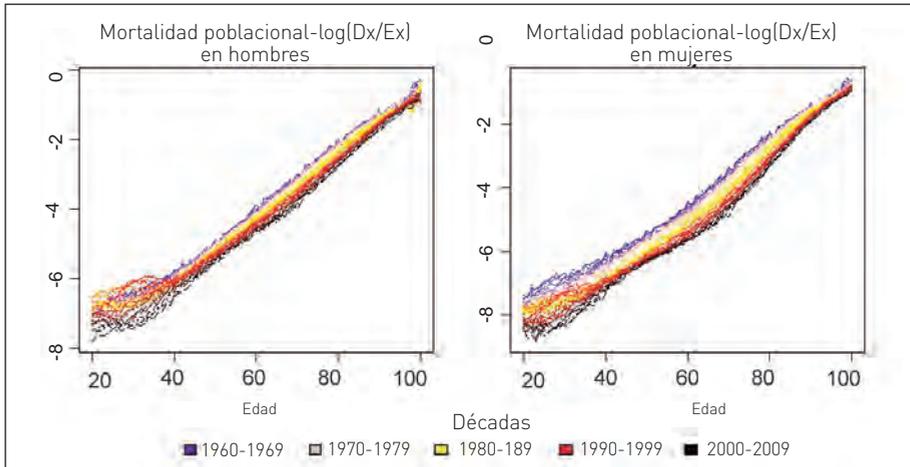


Figura 3. Distribución del número de expuestos al riesgo para hombres y mujeres en la población española durante el periodo entre 1960 y 2009. Edades observadas: De 20 a 100 años. Fuente: Elaboración propia.

Estos valores presentados, son los valores de los tantos brutos de mortalidad expresados en forma logarítmica. Naturalmente, al estar en escala logarítmica, la sucesión de puntos obtenida es bastante regular y la curva que se presenta se une sin presentar muchos puntos de inflexión.

La ciencia actuarial, en su búsqueda de la precisión de los tantos de mortalidad, intenta equilibrar, en la medida de lo posible, la realidad con los datos obtenidos. Esta cuestión, que se presenta asimismo en otras observaciones estadísticas referidas a fenómenos de naturaleza muy diversa, se resuelve admitiendo la hipótesis de que las irregularidades observadas en los valores de la función son debidas a la existencia inevitable de errores accidentales en las observaciones, y que su efecto se corrige tomando como valores definitivos de la función, no los observados, sino los correspondientes a una cierta curva próxima a los valores experimentales. Expondremos más adelante las metodologías para ajustar esta curva a los valores brutos resultantes.

En el caso de los tantos brutos de mortalidad, el ajuste es indispensable, no solo por la corrección de errores, sino también por la dificultad e inconvenientes que tendría el uso de tantos de mortalidad que variasen irregularmente de una edad a otra. De hecho, vamos a realizar un análisis del comportamiento pasado (tendencia) de la mortalidad, utilizando variables claves para el análisis y la tendencia de la mortalidad a través de *la tasa de mejora* y *el factor de reducción* de la mortalidad.

Las tasas o factores de mejora de mortalidad entre años se han definido como:

$$\lambda_{x,t} = 1 - \left(\frac{q_{x,t}}{q_{x,t-1}} \right)$$

Siendo:

$\lambda_{x,t}$ = factor de mejora entre periodos.

$q_{x,t}$ = mortalidad en periodo t.

$q_{x,t-1}$ = mortalidad en periodo anterior a t.

El factor de reducción para cada año viene dado por:

$$FR_{x,t}^0 = 1 + \left(\frac{q_{x,t} - q_{x,0}}{q_{x,0}} \right)$$

Siendo:

$FR_{x,t}^0$ = factor de reducción entre periodos.

$q_{x,t}$ = mortalidad en periodo t.

$q_{x,0}$ = mortalidad en periodo base o referencia.

El factor de mejora y el factor de reducción nos sirven para efectuar una valoración detallada de la mortalidad experimentada por la población objeto de análisis, y realizar un estudio previo de la información para observar posibles errores antes de asumir una mejora recurrente o antes de trabajar con determinado periodo de tiempo a corto plazo.

A continuación se realiza un análisis determinista de la mortalidad mediante el estudio del factor de mejora y el factor reducción de mortalidad. Se utilizan gráficos de

contorno, comúnmente llamados mapas de calor para observar, en el tiempo, el comportamiento de la mortalidad. Este tipo de gráficos se utiliza a menudo para representar superficies con desniveles. La superficie viene definida por las variables "x", "y" y "z". La variable "z", es el factor de mejora, determinado en nuestro caso por la edad y el año, "x" e "y" respectivamente.

La figura 4 muestra el $\lambda_{x,t}$ para las edades de 20 a 100 años durante el periodo entre 1961 y 2009 para la población española de hombres y de mujeres.

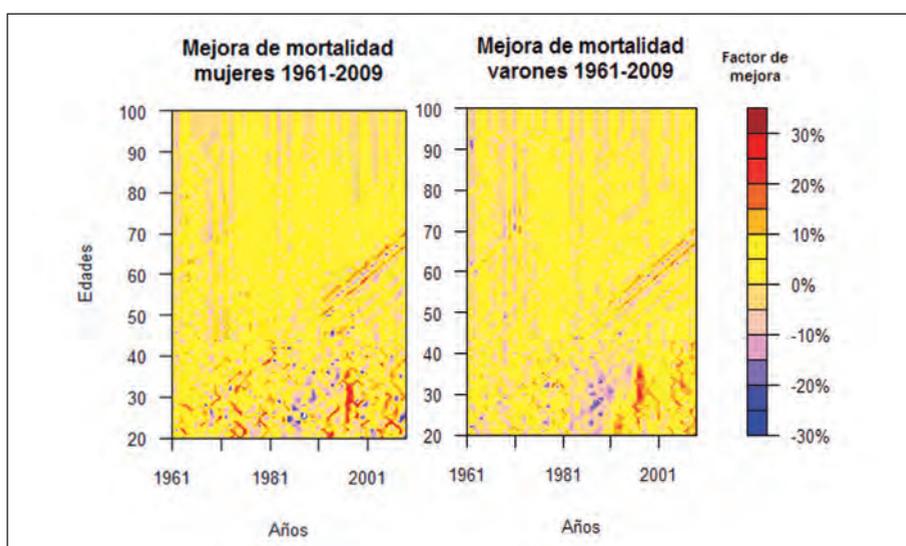


Figura 4. Evolución de los factores de mejora para hombres y mujeres en la población española, durante el periodo entre 1960 y 2009. Edades observadas: De 20 a 100 años. Fuente: Elaboración propia.

En esta figura aparecen las curvas de nivel producidas por el aumento o disminución del factor de mejora respecto a la edad y el año. La existencia de poco espacio entre las curvas de nivel significa que "z" (factor de mejora) está cambiando rápidamente, mientras que curvas de nivel con mucho espacio denotan variación muy lenta.

Al ser necesario aplicar una graduación por la volatilidad, es difícil establecer conclusiones o determinar una tendencia clara a consecuencia de la volatilidad en los tantos brutos de mortalidad de un periodo a otro. La figura 4, muestra las

observaciones directamente recogidas sin ningún tipo de ajuste o suavizado, siendo difícilmente interpretable el comportamiento de los factores de mejora. Más adelante, se volverá a ilustrar un mapa de calor utilizando las técnicas de suavizado previamente. No obstante, se pueden apreciar que las tonalidades azules oscuras indican empeoramiento de la mortalidad y, por el contrario, los tonos más cálidos indican mejora en la mortalidad (amarilla y roja). Se pueden observar periodos y edades críticas en determinados momentos de la historia. Por ejemplo, tanto para hombres como para mujeres en edades entre 20 y 35 años y el periodo de 1980 a 1990, se observa claramente un empeoramiento de la mortalidad mayor del 10% por año. Este fenómeno se aprecia con más claridad en el estudio de la mortalidad con el factor de reducción. Destacan las tendencias o mejoras continuadas de manera transversal, dibujadas en color rojo en el mapa de contorno. Se producen en hombres y en mujeres en edades de 50 años para el periodo 1990 hasta la edad de 70 años en el año 2009. Son las cohortes de los nacidos en 1940 o a finales de la Guerra Civil Española, 1 de abril de 1939.

En las siguientes secciones, gracias a la aplicación de los modelos aditivos generalizados (GAM), se aportarán detalles más precisos sobre las tendencias, y determinaremos si se producen a consecuencia del año de nacimiento o por algún otro motivo de carácter transversal.

El $FR_{x,t}^0$ permite realizar un mejor análisis de la evolución de la mortalidad respecto al $\lambda_{x,t}$, en situaciones en las que no se dispone de tantos de mortalidad suavizados, ya que se ve afectado en menor medida por la volatilidad contenida en las observaciones brutas de un periodo a otro. La desventaja de esta variable reside en la necesidad de marcar un periodo base de referencia.

La figura 5 muestra el factor de reducción de la mortalidad ($FR_{x,t}^0$), considerando un periodo de profundidad igual que el caso anterior.

Para los varones, en la figura aparece una zona de color azul que indica una desaceleración de la mortalidad brusca para edades comprendidas entre 20 y 35 años durante finales de la década de los 80 y principios de la década de los 90 del siglo pasado. Indica que la mortalidad para los jóvenes era un 140% más alta que la que existía en la década de los 90.

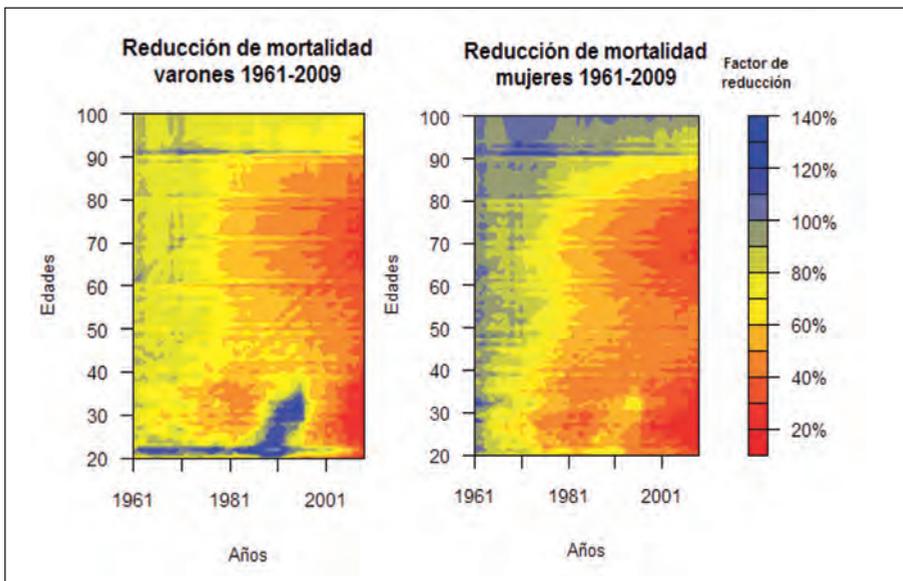


Figura 5. Factor de reducción con periodo de referencia 1960, para hombres y mujeres en la población española, durante el periodo entre 1960 y 2009. Edades observadas: De 20 a 100 años. Fuente: Elaboración propia.

La explicación a este fenómeno se debe a que en nuestro país se producía un número significativo de muertes en accidentes de circulación en la década de los 80, y no a un fenómeno natural. Este es un claro ejemplo de que es necesario investigar y realizar un análisis de los datos, antes de llegar a conclusiones erróneas. Antes de asumir nada hay que investigar. Por el contrario, entre los años 1990 y 2000, los accidentes mortales de tráfico descendieron notablemente por el endurecimiento de la ley de circulación, los incentivos del gobierno para comprar coches nuevos y seguros, así como las inversiones en el mejoramiento de las carreteras.

Es fácil comprender que las técnicas estadísticas de graduación o de suavizado dan lugar a mejores resultados, debido a que una serie de ratios de muerte observados suele presentar irregularidades, o a la ausencia de información en algunos grupos de edad. La graduación permite estimar de manera simultánea una serie de cantidades como las tasas observadas de mortalidad. Utilizando la graduación se obtiene una serie suavizada de valores que son consistentes con datos observados.

Según Haberman y Renshaw (1996), podemos definir graduación como “los principios y métodos por los que un conjunto de probabilidades observadas (o brutas) se ajustan para proporcionar una base suavizada que nos permitirá hacer inferencias y además cálculos prácticos” de primas, reservas, tendencias, etc.

La graduación es necesaria. Imaginemos periodos de edad consecutivos, en los que tenemos estimaciones iniciales correspondientes a la mortalidad. Teóricamente, los tantos brutos no deberían presentar cambios excesivamente bruscos entre edades sucesivas, y en general, han de ser crecientes a mayor edad. En la práctica, esto no siempre es así, y de hecho se acaba de demostrar al analizar la evolución de la población española. Por ello, antes de utilizar dichos datos hemos de analizarlos, y en su caso, someterlos a métodos de suavizado o graduación. Pero, aunque graduación y suavizado pueden considerarse sinónimos, el objetivo de aquella no es exactamente obtener una curva suave, sino estimar más adecuadamente las verdaderas probabilidades de muerte.

Los métodos de graduación pueden clasificarse en dos tipos fundamentales: paramétricos y no paramétricos, según ajusten los datos a una función matemática o por el contrario cuando solo se realice un suavizado. En nuestro caso, se quiere suavizar los tantos brutos de mortalidad anteriormente analizados para la población española aplicando los modelos que consideramos más apropiados como los llamados *P-splines* o el modelo de Lee-Carter, entre otros. Una vez ajustados los modelos, realizaremos proyecciones de la mortalidad a un año con un nivel de confianza del 99,5%, con el fin de calcular posteriormente los distintos consumos de capital requeridos en la citada normativa comunitaria de Solvencia II.

3. MODELOS DE LONGEVIDAD

En los seguros de vida y pensiones, los modelos de mortalidad se han basado tradicionalmente en tablas de vida, y se han usado proyecciones deterministas para tener en cuenta la mejora de la mortalidad. Las espectaculares mejoras de la longevidad a lo largo del siglo XX han mostrado que este enfoque es inadecuado para el manejo del riesgo de mortalidad.

Como consecuencia, el sector asegurador se ha hecho consciente de su exposición al riesgo de mortalidad y de la necesidad de integrar modelos estocásticos para la tendencia de mortalidad y longevidad dentro de los modelos financieros.

A lo largo de los años han ido apareciendo distintas propuestas para modelizar y predecir la dinámica de las tasas de mortalidad. La mayoría de los modelos se basan en uno de estos principios: i) modelos basados en procesos biomédicos, ii) modelos causales, y iii) modelos de tendencia, que son modelos de predicción por naturaleza. En este documento, nos centramos en esta última categoría, dado que, a pesar de que la mortalidad humana está regida por procesos complejos, en la mayoría de los países la tendencia de mortalidad ha sido estable.

En los últimos 20 años, han aparecido gran cantidad de modelos estocásticos para la tendencia de mortalidad. La mayoría están basados en modelos de series temporales con parámetros que se estiman a partir de las tasas de mortalidad históricas; entre ellos destacan el modelo de Lee y Carter (1992), Renshaw y Haberman (2006), o el modelo incluido en Cairns et ál. (2006), y sus sucesivas extensiones para incluir efectos de cohorte (Cairns et ál., 2009). Por el contrario, Currie et ál. (2004) introdujeron modelos que asumen suavidad en la tendencia, tanto para la edad como para el tiempo, y los cuales están basados en el uso de *P-splines* (Eilers y Marx, 1996).

Modelo	Fórmula
M1	$\log(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t$
M2	$\log(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \sum_i \theta_i^\beta B_i(x) \kappa_t$
M3	$\log(\mu_{x,t}) = \sum_i \theta_i^\alpha B_i(x) + \sum_i \theta_i^\beta B_i(x) \kappa_t$
M4	$\log(\mu_{x,t}) = \sum_{ij} \theta_{ij} B_{ij}(x, t)$

Tabla 3. Ecuaciones de los 4 modelos de mortalidad considerados. Las funciones β_x y κ_t corresponden a efectos de edad y periodo, respectivamente. B son las bases de B-spline, y θ son los pesos asociados a dichas bases. Fuente: Elaboración propia.

Delwarde et ál. (2007) y Currie (2013) adoptan una postura intermedia, y utilizan el modelo de Lee-Carter, suponiendo que los parámetros de la edad y el tiempo cambian de forma suave. Hemos seleccionado cuatro de estos modelos (ver tabla 3) para analizar la tendencia de mortalidad en la población española. La razón por la que los hemos seleccionado es que todos ellos pueden entenderse dentro del marco de

los modelos lineales (o no lineales) generalizados, y no utilizan efectos de cohorte, sobre los cuales existe controversia a la hora de ser utilizados para predicciones futuras, ya comentados en la introducción del capítulo (ver también Currie, 2012).

3.1. M1: Modelo Lee-Carter

Uno de los modelos más usados en la proyección de mortalidad es el modelo de Lee-Carter (Lee y Carter, 1992). Este modelo fue creado inicialmente para predecir la esperanza de vida, pero se usa fundamentalmente para predecir la fuerza de mortalidad por edad de la persona. El modelo es:

$$\log(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t$$

Donde $\mu_{x,t}$ es la fuerza de mortalidad definida anteriormente, en el año t y a la edad x , α_x es el efecto de la edad, κ_t es el efecto del tiempo, y β_x representa la velocidad con la que cambia la fuerza de mortalidad en cada edad a lo largo del tiempo.

Este modelo fue diseñado con el objetivo de predecir observaciones futuras, no de ajustar los datos (más adelante veremos que efectivamente, en general, el ajuste de los datos no es bueno). El modelo se basa en la hipótesis de que α_x y β_x (que se estiman con los datos del pasado), permanecen constantes en el futuro. El método usado para estimar dichos parámetros es el de máxima verosimilitud (Brouhns y Denuit, 2002), sujeto a determinadas restricciones sobre los parámetros, ya que el modelo no es identificable (distintas combinaciones de dichos parámetros pueden dar lugar al mismo valor de la fuerza de mortalidad). Las restricciones son:

$$\sum_i \beta_i = 1 \quad \sum_i \kappa_t = 0$$

Esto implica que α_x se puede interpretar como la fuerza de mortalidad media para cada edad x . Una vez estimado los valores de κ_t , es posible predecir valores futuros de este índice usando un modelo ARIMA. En el caso de la población española, el modelo utilizado fue ARIMA (1,2,1), la selección de modelo se basó en el criterio de información de Akaike (Akaike, 1973), el cual está basado en la verosimilitud, y penaliza modelos "sobrep parametrizados".

Dado que la mortalidad puede verse como un proceso estocástico, y por lo tanto también la tendencia de mortalidad, tiene sentido utilizar un modelo estocástico para predecir resultados futuros y calibrar un estrés de tendencia para el riesgo de longevidad. La figura 6 muestra el ajuste de la mortalidad dado por el modelo Lee-Carter para hombres de 73 años, así como la proyección a 11 años vista, junto con el estrés de tendencia.

Dicho estrés se calcula a partir de las bandas de confianza de la proyección; las bandas se obtienen multiplicando el error estándar de la predicción (obtenido a partir de los errores estándar del modelo ARIMA) por $\Phi^{-1}(p)$, donde Φ es la función de distribución de una variable $N(0;1)$, p , y es la probabilidad de interés, en nuestro caso con $p = 0,005$ y $\Phi^{-1}(p) = 0,57$.

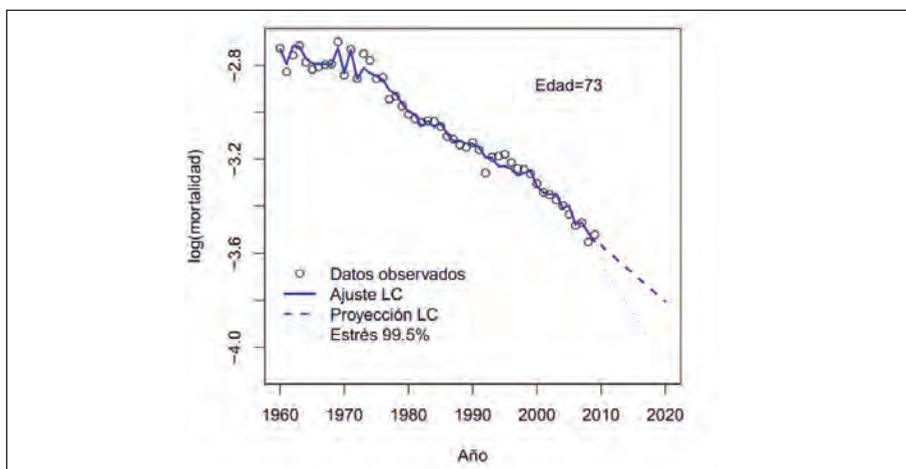


Figura 6. Ajuste, proyección y estrés de tendencia al 99,5% para la mortalidad de hombres españoles de 73 años. Utilización del modelo Lee-Carter con proyección ARIMA (1, 2, 1) para κ_t . Fuente: Elaboración propia.

3.2. M2 y M3: Modelos Lee-Carter suavizados

La primera extensión del modelo M1 fue introducida por Delwarde et ál. (2007). La idea subyacente a este modelo es que β_x puede ser volátil, especialmente cuando el número de muertes es pequeño (esto ocurriría si en vez de trabajar con datos sobre la población española, utilizáramos datos sobre la población asegurada).

Esta volatilidad puede dar lugar a predicciones futuras inconsistentes, de modo que una posible solución es sustituir β_x por una versión suavizada mediante *B-splines* penalizados o *P-splines* (Eilers y Marx, 1996). A continuación damos una breve descripción del método *P-spline*.

El método de suavizado *P-spline*

La figura 7 muestra los valores del parámetro β_x obtenidos del modelo M1. Dado que β_x representa la velocidad con la que cambia la fuerza de mortalidad en cada edad a lo largo del tiempo, sería de esperar que dichos cambios ocurrieran de forma gradual. Sin embargo, en la figura se observa que, por ejemplo, alrededor de los 40, los 50 y los 60 años, se producen variaciones inesperadas.

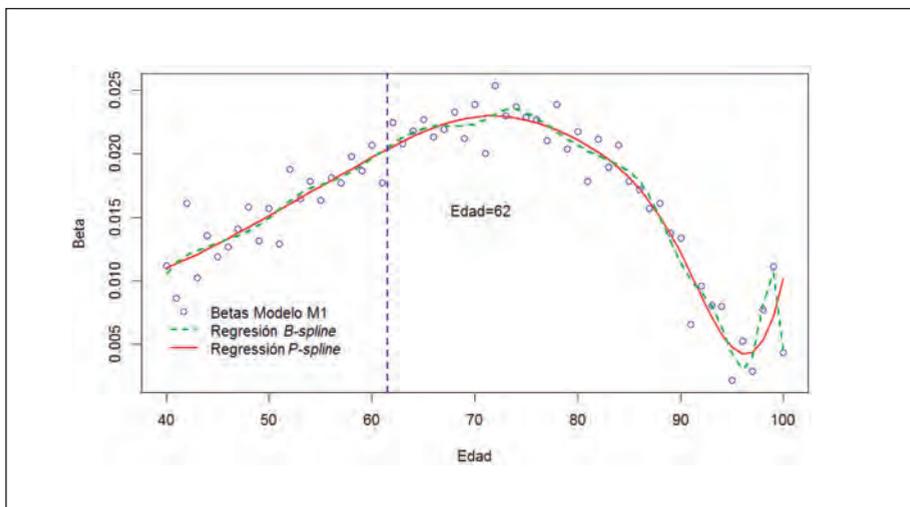


Figura 7. Valores β_x estimados por el modelo M1 y suavizados mediante regresión B-spline y P-spline. Fuente: Elaboración propia.

Sería posible utilizar regresión polinómica para ajustar estos valores, pero no hay razón particular por la que haya que utilizar polinomios como base para la regresión. Nosotros utilizaremos bases de *B-splines*, ya que son más flexibles. El gráfico superior de la figura 8 muestra una base de 15 *B-splines*. Cada *B-spline* consiste en cuatro trozos de polinomios que se unen de forma suave en

posiciones llamadas nodos (ver De Boor (2001) para una descripción detallada). Una regresión *B-spline* para β_x nos daría el modelo:

$$\beta_x = \sum_i \theta_i B_j(x)$$

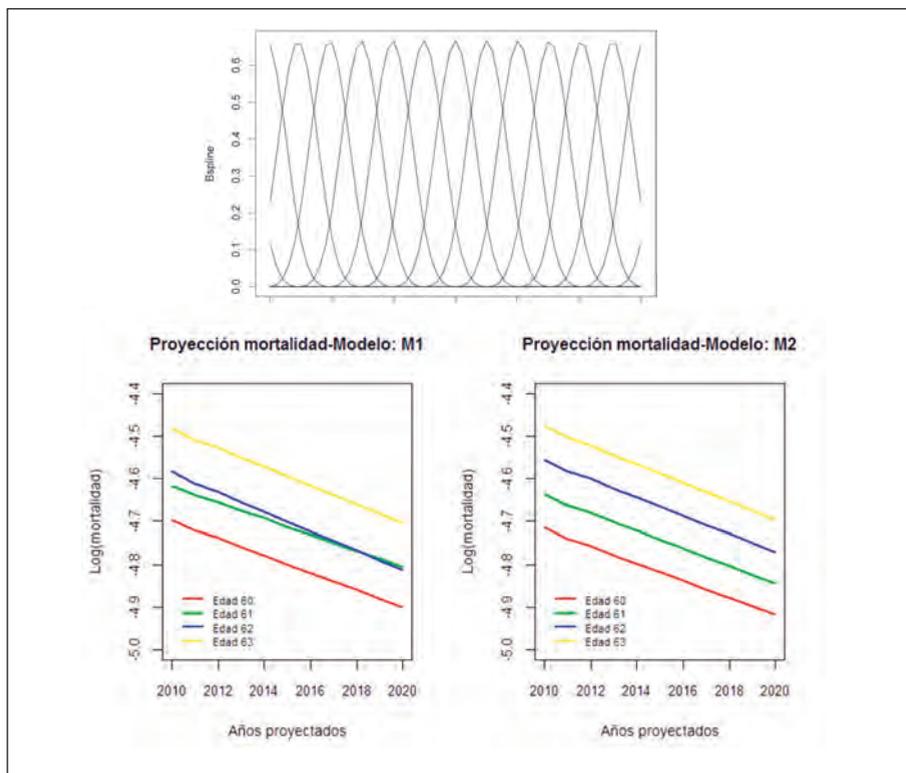


Figura 8. Arriba: Ejemplo de bases de B-splines utilizadas en los ajustes de las series observadas. Abajo: Proyecciones de la fuerza de mortalidad para de los 60 a los 63 años mediante el modelo M1 (izquierda) y M2 (derecha). Fuente: Elaboración propia.

El ajuste obtenido (representado como una línea verde discontinua en la figura 7) tiende a sobrestimar (o interpolar) los valores de β_x . Cada coeficiente, θ_i , está asociado a su función correspondiente en la base. La regresión *B-spline*, no impone restricciones sobre los coeficientes y esta es la razón por la que ocurre el comportamiento errático del ajuste. Eilers y Marx (1996) propuso el uso de una penalización

basada en diferencias entre coeficientes adyacentes para controlar ese comportamiento errático:

$$(\theta_1 - 2\theta_2 + \theta_3)^2 + \dots + (\theta_{c-2} - 2\theta_{c-1} + \theta_c)^2$$

Donde c es el número de coeficientes, y dicho número depende del número de nodos utilizados en la base de *B-splines*. El criterio utilizado para su elección es el propuesto por Ruppert (2002) que sugiere el uso de un nodo por cada cuatro puntos, hasta un máximo de 40. Esta penalización es una medida de la ausencia de suavidad ya que cuando la curva es menos suave, los coeficientes están más distantes. La penalización se añade a la verosimilitud, dando lugar a la verosimilitud penalizada:

$$lp = \sum_{x=40}^{100} \left(\beta_x - \sum_{i=1}^c \theta_i B_i(x) \right)^2 + \lambda \sum_{i=j+1}^c (\Delta^2 \theta_i)^2$$

(Δ es el operador diferencia). El ajuste ahora busca un equilibrio entre una mejor aproximación a los datos y la suavidad de la curva ajustada. El parámetro λ (llamado el parámetro de suavizado), es el que controla este equilibrio. Dicho parámetro puede ser seleccionado mediante distintos métodos, en nuestro caso utilizaremos el criterio de información Bayesiano o *BIC* (Schwarz, 1978), frecuentemente usado en regresión no paramétrica y que es una versión del criterio *AIC* anteriormente descrito, pero que impone una penalización mayor al número de parámetros utilizados en el modelo. La inclusión del suavizado *P-splines* para en el modelo M1, da lugar al modelo M2:

$$\log(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \sum_i \theta_i^\beta B_i(x) \kappa_t$$

La línea roja de la figura 7, muestra el ajuste del modelo *P-spline* para los coeficientes β_x del modelo M1.

En la figura 7 se mostraban cómo los valores de β_x en el modelo M1 presentaban un salto importante entre los 61 y 62 años. Uno de los efectos no deseables de ese comportamiento errático β_x de es que las proyecciones de mortalidad futuras de edades continuas se pueden cruzar, como muestra el gráfico inferior izquierdo de la figura 8.

Esto es debido a que la velocidad de cambio de la fuerza de mortalidad es significativamente mayor a los 62 años que a los 61; esta situación, da lugar al cruce de la fuerza de mortalidad a largo plazo. El modelo M2 soluciona este problema al evitar cambios bruscos en el parámetro β_x en edades contiguas, tal y como se muestra en el gráfico inferior derecho de la figura 8.

En la figura 9 se muestran los valores de los parámetros α_x (dada la fuerte tendencia lineal se han ajustado para apreciar otras posibles patrones de comportamiento). Se observa cómo no siguen un patrón suave en el caso de los modelos M1 y M2, aunque queda claro que hay un patrón subyacente, y que los modelos M1 y M2 están sobreparametrizando con respecto a la edad y, por lo tanto, no es necesario tener un parámetro para cada valor de α_x .

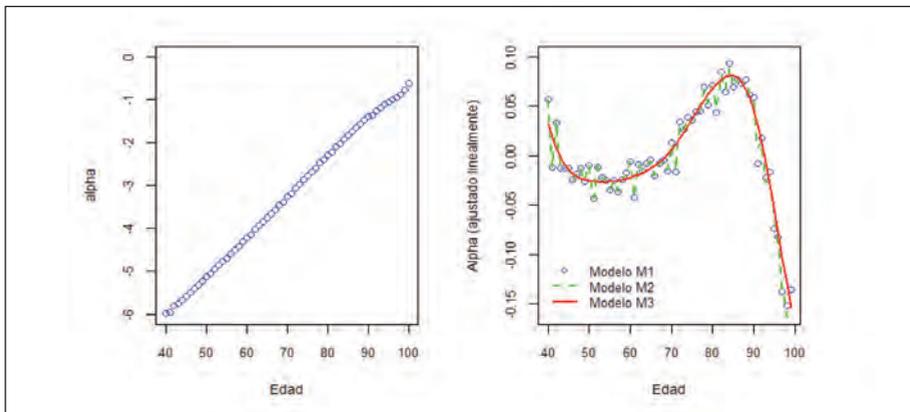


Figura 9. Valores de los parámetros α_x del modelo M1 (izquierda), y valores ajustados linealmente de los modelos M1, M2 y M3. Fuente: Elaboración propia.

Es posible por lo tanto, aplicar la metodología *P-spline* para suavizar, dando lugar al modelo M3, propuesto por Currie [2013]:

$$\log(\mu_{x,t}) = \sum_i \theta_i^\alpha B_i(x) + \sum_t \theta_t^\beta B_t(x) \kappa_t$$

En los modelos M2 y M3, la proyección de observaciones futuras se realiza de manera similar al modelo M1 (ya que α_x tanto como β_x permanecen constantes). La figura 10

muestra como tanto el ajuste como la proyección de κ_t coincide en los tres modelos. Las proyecciones de la fuerza de mortalidad, así como el estrés al 99,5% son similares en muchas de las edades, no en aquellas en las que el suavizado de α_x y β_x es más pronunciado (como ocurre en los 41, 62 y 71 años).

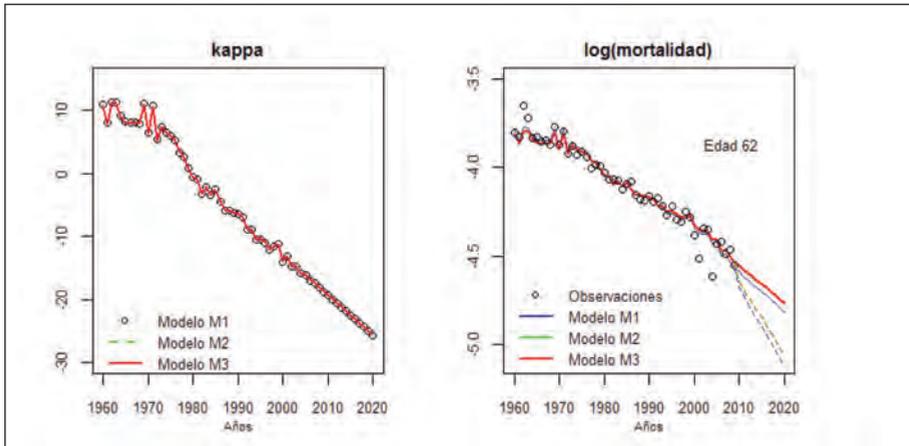


Figura 10. Valores ajustados y predicho κ_t de (izquierda). Ajuste, proyección y estrés al 99,5% de la fuerza de mortalidad a los 62 años con los modelos M1, M2 y M3 (derecha). Fuente: Elaboración propia.

3.3. M4: Modelo *P-spline* 2d (Edad-Periodo)

En mayoría de los modelos estocásticos de mortalidad, la proyección de las tasas de mortalidad futura se hace mediante el uso de series temporales. Por el contrario, Currie et ál. (2004) introdujeron la idea del uso de los *P-splines* bidimensionales para el ajuste y proyección de la fuerza de mortalidad. Este modelo ha sido utilizado por el Continuous Mortality Investigation (Departamento dependiente del Instituto y Facultad de Actuarios del Reino Unido), y es ampliamente aceptado a nivel internacional.

El modelo parte de la base de que el número de muertes $D_{x,t}$, sigue una distribución de Poisson con media $E_{x,t}\mu_x$, y el objetivo es modelizar $\log(\mu_{x,t})$ como una función de la edad y del tiempo, dentro del contexto de un modelo *GLM*. Para ello es necesario extender el enfoque unidimensional presentado en la sección anterior para

poder suavizar simultáneamente la fuerza de mortalidad en función de la edad y el tiempo. Sea \mathbf{B}_x la matriz de *B-splines* construida a partir de la edad, y de forma similar, \mathbf{B}_t es la matriz construida a partir de la variable tiempo. La matriz de regresión para el modelo bidimensional es el producto de Kronecker de ambas:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_t \otimes \mathbf{B}_x$$

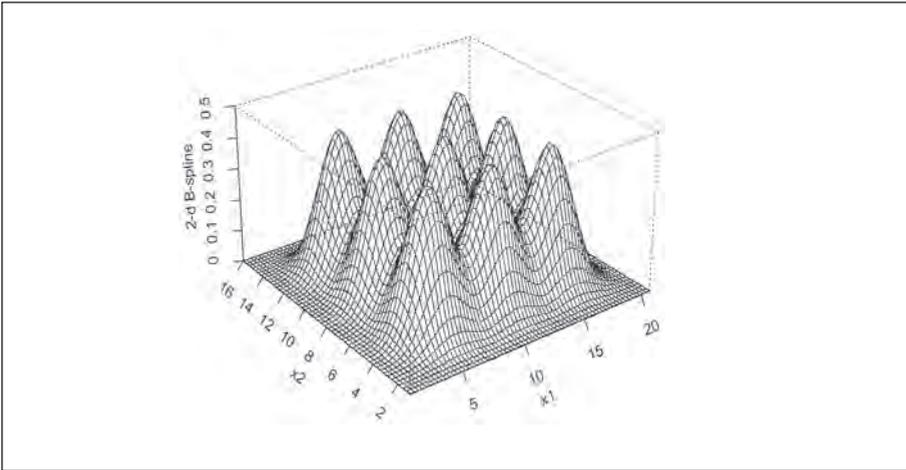


Figura 11. Producto de Kronecker Bidimensional de matrices de *B-splines*. Fuente: Elaboración propia.

En el caso de la población española, hemos utilizado matrices de tamaño 61×15 (para edad) y 50×12 (para el periodo), por lo que \mathbf{B} es una matriz de tamaño 3.050×195 , esto podría suponer, en principio, un problema computacional. Sin embargo, se ha utilizado el paquete de R *MortalitySmooth* (Camarda, 2012), basado en los algoritmos de Eilers et ál. (2006), que permiten trabajar con grandes bases de datos. La figura 11, muestra un ejemplo de base de *B-spline* en 2 dimensiones, cada montículo corresponde al producto de Kronecker de dos *B-splines* unidimensionales.

Tal y como hicimos anteriormente, es necesario definir una penalización entre coeficientes adyacentes, en este caso, hay que tener en cuenta la proximidad en la dirección de la edad y del tiempo. Los coeficientes se pueden organizar en una matriz Θ , de

modo que penalizamos coeficientes que se encuentran próximos por filas y columnas (coeficientes que afectan a las mismas edades y a los mismos años).

La penalización utilizada es:

$$\mathbf{P} = \lambda_x \sum_i (\Delta^2 \theta_i)^2 + \lambda_t \sum_j (\Delta^2 \theta_j)^2$$

La penalización depende de dos parámetros que controlan la suavidad en la dirección de la edad y del tiempo. Dados valores de λ_x y λ_t , el modelo se ajusta utilizando la versión penalizada del algoritmo de Fisher propuesto por Eilers y Marx (1996). Una de las ventajas de este método es que es posible obtener de manera sencilla los errores estándar de los datos ajustados (lo cual se puede utilizar de forma inmediata para el cálculo del estrés de la fuerza de mortalidad).

La varianza de $\log(\mu_{x,t})$ viene dada por:

$$\text{Var}[\log(\hat{\mu}_{x,t})] = \mathbf{B} (\mathbf{B}' \hat{\mathbf{W}} \mathbf{B} + \mathbf{P})^{-1} \mathbf{B}'$$

Donde \mathbf{B} y \mathbf{P} vienen dadas por las ecuaciones descritas anteriormente, y \mathbf{W} es la matriz de pesos del algoritmo de Fisher penalizado una vez alcanzada la convergencia.

Una de las hipótesis del modelo de Poisson es que la media y la varianza de las observaciones es la misma. En muchos casos, las muertes observadas tienen mayor variabilidad que lo que la hipótesis de Poisson permite, esto ocurre por ejemplo cuando se trabaja con edades avanzadas (por encima de los 90 años), donde hay pocos datos y mucha variabilidad. Este problema, se conoce con el nombre de sobre-dispersión, y puede ser controlado permitiendo que la varianza sea proporcional a la media es decir:

$$\text{Var}[D_{x,t}] = \psi^2 E[D_{x,t}],$$

Donde el parámetro Ψ es llamado parámetro de sobre-dispersión. En el caso de una distribución de Poisson $\Psi^2 = 1$, y en nuestro caso $\Psi^2 = 3.5$. El modelo *P-splines* con

sobredispersión se estima mediante una adaptación del método de cuasi-verosimilitud propuesto por Djeundje y Currie (2010). La figura 12 muestra la fuerza de mortalidad observada para la población española de hombres y la ajustada mediante el modelo *P-spline* bidimensional. Se puede observar cómo la superficie suavizada recoge el patrón presente en los datos, eliminando el ruido existente en ellos.

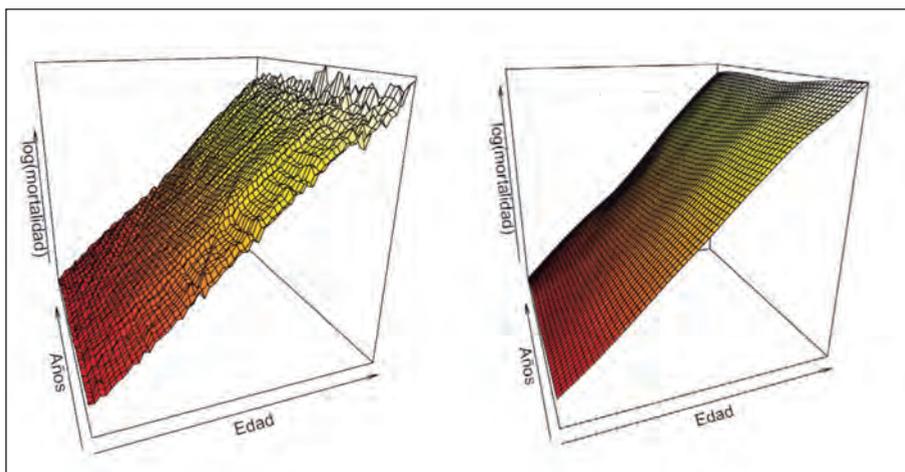


Figura 12. Fuerza de mortalidad observada (izquierda) en la población de hombres española entre los años 1960 y 2009, y para edades entre los 40 y los 100 años, y sus correspondientes valores ajustados (derecha) mediante el modelo *P-spline* bidimensional. Fuente: Elaboración propia.

Es evidente que la fuerza de mortalidad varía con la edad, pero en muchas ocasiones, esta se considera similar en ambos sexos. En la figura 13 mostramos cómo el modelo *P-spline* ajusta correctamente la fuerza de mortalidad tanto para hombres como para mujeres, lo hemos ilustrado con dos edades, en concreto, los 45 y los 73 años, pero el patrón es similar para todas las edades: hay una distancia importante entre la tendencia de la fuerza de mortalidad en hombres y mujeres de una misma edad, y esa distancia ha ido aumentando con el paso de los años.

Los *P-splines* tratan la predicción de datos futuros como un problema de datos faltantes (Currie et ál., 2004). Para poder llevar a cabo la predicción, se extiende la matriz de *B-splines* para acomodar las nuevas observaciones (así como la correspondiente penalización), y se estiman los nuevos coeficientes, los cuales son una

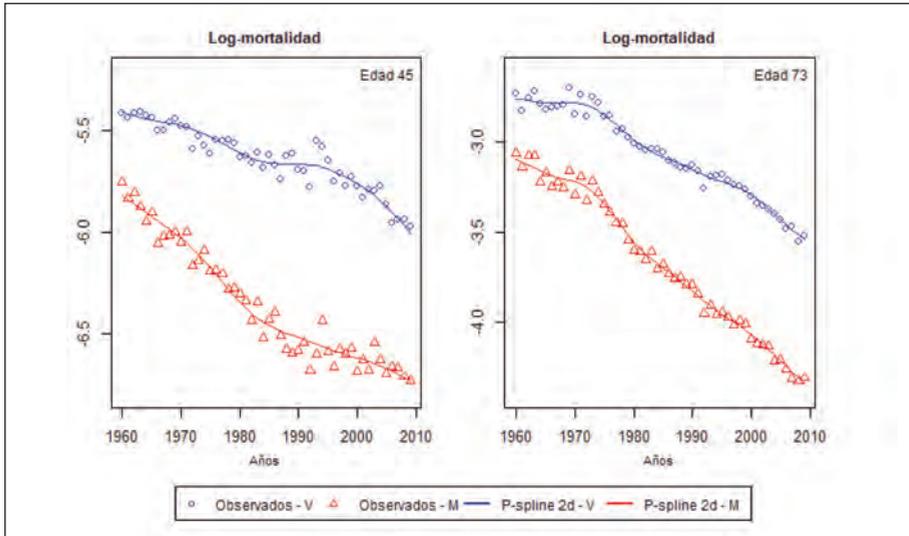


Figura 13. Fuerza de mortalidad observada y ajustada por el modelo M4 para hombres y mujeres españoles de 45 años (izquierda) y 73 años (derecha). Fuente: Elaboración propia.

combinación lineal de los dos últimos coeficientes utilizados en el ajuste. De este modo, si los coeficientes del ajuste están muy próximos entre sí, la proyección solo estará teniendo en cuenta la historia reciente, mientras que si los coeficientes están más distanciados, la proyección estará utilizando más información del pasado. La manera de controlar la distancia entre los coeficientes es mediante la colocación de los nodos (en general, una distancia de 5 a 10 años entre dos coeficientes consecutivos se considera adecuada para la proyección futura de la mortalidad). La figura 14 muestra el ajuste y predicciones de la fuerza de mortalidad de los hombres de 73 años usando los modelos M3 y M4. Las predicciones de modelo M3 son inferiores a las del M4, pero ambas están contenidas en las bandas de confianza de los dos modelos, por lo tanto, se puede concluir que ambas predicciones no son estadísticamente diferentes. Sin embargo, es claro que el estrés del modelo M3 es significativamente más acusado que el del modelo M4.

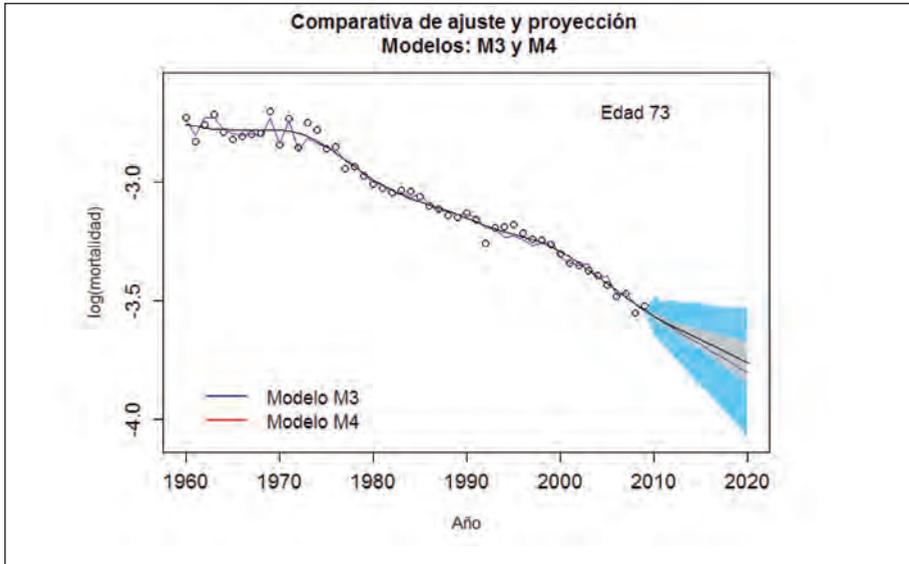


Figura 14. Fuerza de mortalidad ajustada y predicha hasta el 2020 y bandas de confianzas para la predicción en hombres de 73 años, median los modelos M3 y M4. Fuente: Elaboración propia.

Aunque el objetivo de este trabajo no es recomendar un modelo para la predicción de la mortalidad es importante que el lector pueda contrastar el comportamiento de la predicción que proporcionan nuestros modelos M1, M2, M3 y M4. Para ello, a continuación, llevamos a cabo un pequeño estudio de *backtesting*.

3.4. Backtesting

No sabemos si las predicciones futuras de nuestros modelos serán correctas o no, pero sí podemos comparar cómo serían si hacemos un ejercicio de *backtesting*. Para llevar a cabo este ejercicio: i) Hemos elegido un periodo histórico previo a otro, del cual ya disponíamos información histórica. En concreto, suponemos que conocemos datos solo del periodo 1960-2000; ii) obtenemos la predicción que proporcionan los modelos para el periodo 2001-2009; y iii) contrastamos dicha predicción con los datos reales observados en ese periodo.

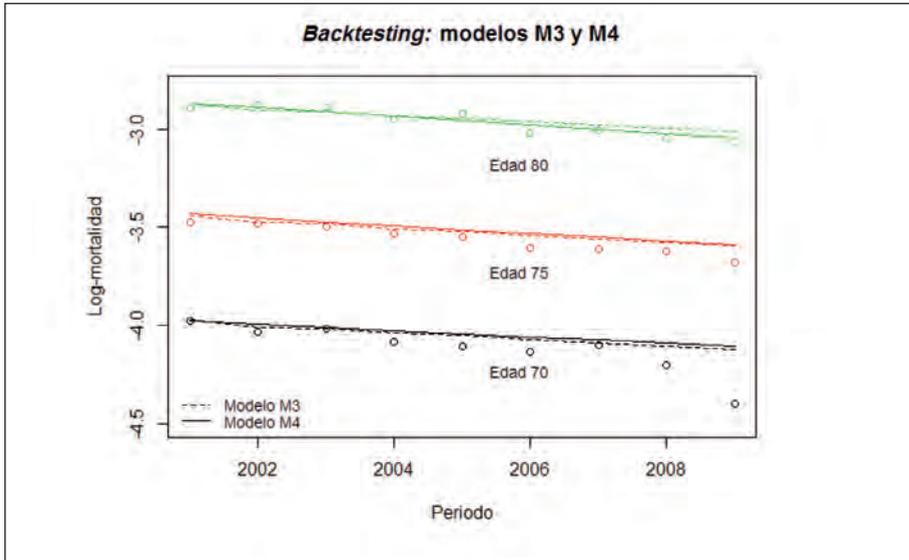


Figura 15. *Backtesting* para diversas edades con modelos de Lee-Carter suavizado y *P-spline*. Fuente: Elaboración propia.

La figura 15 muestra el comportamiento de los modelos M3 y M4 para tres edades distintas. La figura muestra los valores reales de los tantos centrales de mortalidad junto con los valores estimados. Vemos cómo ambos modelos se comportan de forma similar, y que ninguno de ellos es capaz de predecir cambios abruptos y repentinos, como el descenso acusado de la mortalidad para la edad de 70 años, ocurrida a partir de 2008. En general, en edades jóvenes y adultas la predicción es más que aceptable, mientras que en edades más seniles o edades extremas se producen algunas desviaciones en los resultados, debido a que el número de datos es más reducido, y a la volatilidad de las observaciones propia de las edades avanzadas. Ahora bien, podríamos cometer errores en nuestras predicciones debidos a cambios de tendencia inesperados, por ello, para realizar una buena gestión de riesgos, es necesario realizar un ejercicio de estrés, en nuestro caso al 99,5% (ver Directiva 2009/138/CE Parlamento Europeo y del Consejo, Solvencia II, Art. 101, apartado 3), y calcular un capital mínimo para afrontar posibles desviaciones en las obligaciones de tomadores y beneficiarios. Los resultados que obtuvimos realizando el estrés fueron satisfactorios. La figura 16 muestra el resultado del modelo M4, para la edad

de 70 años. Vemos cómo la tendencia fue infra-estimada, es decir, la fuerza de mortalidad estimada fue inferior a la esperada. Sin embargo, con el cálculo del estrés hemos establecido un margen más que aceptable para asumir las posibles desviaciones en los pasivos de los asegurados (los datos reales se encontrarían todos dentro de la banda de confianza dada por el estrés al 99,5%).

En resumen, los modelos han proporcionado valores aceptables de los tantos de mortalidad, sobre todo para los tramos de edades comprendidas entre los 40 y 90 años.

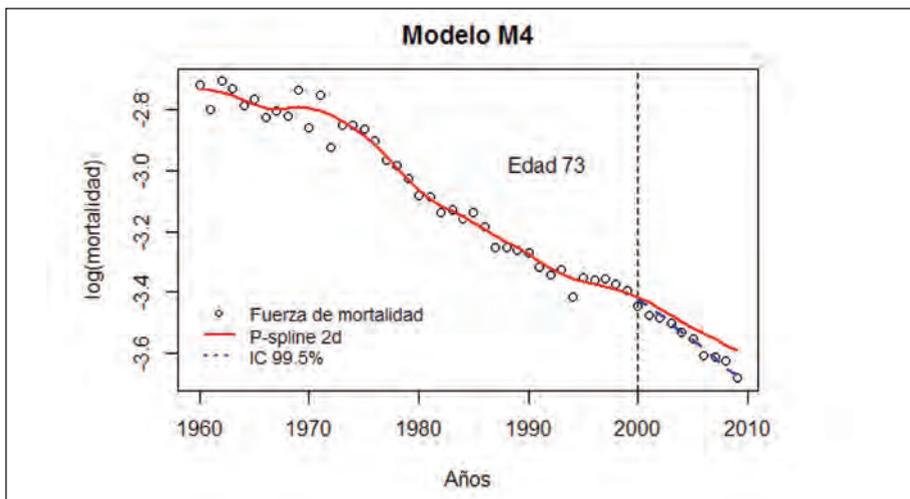


Figura 16. *Backtesting* para el periodo 2001-2009: ajuste, proyección y estrés con el modelo M4. Fuente: Elaboración propia.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En los puntos anteriores se han descrito los modelos M1, M2, M3 y M4 para realizar ajustes sobre los datos observados del tanto central de mortalidad y, posteriormente realizar proyecciones o estimaciones del mismo.

Para analizar los resultados de los modelos y, en definitiva, el análisis de la dinámica de la longevidad, repetimos el cálculo de las variables introducidas al inicio del capítulo. Si el lector recuerda, eran el factor de mejora $(\lambda_{x,t})$ y factor de reducción $(FR_{x,t}^0)$.

Las utilizamos para analizar la dinámica de la longevidad en la población española e intentar capturar las tendencias pasadas, observando las variaciones en el tiempo de los tantos centrales de mortalidad. Para llevar a cabo el análisis vamos a utilizar el modelo M4, pero el procedimiento sería el mismo para los cuatro modelos.

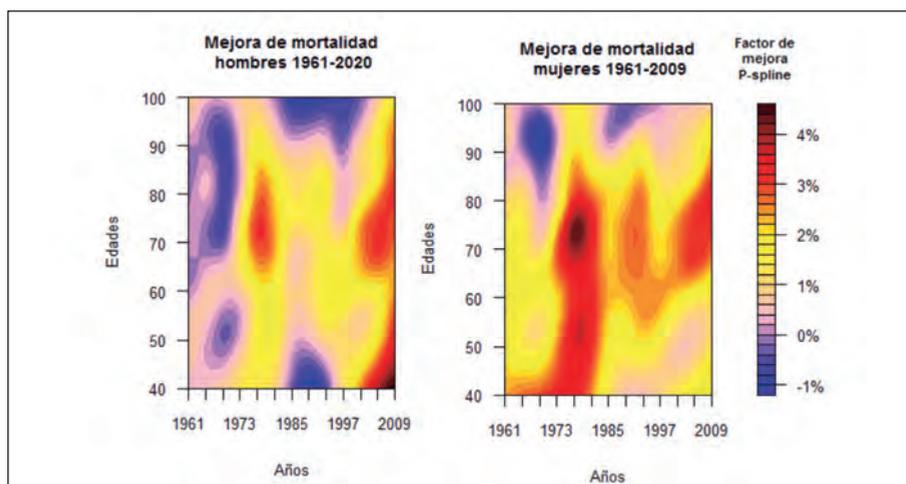


Figura 17. Factores de mejora para varones (izquierda) y mujeres (derecha) calculados a partir de los tantos centrales de mortalidad suavizados, aplicación del modelo M4 (*P-spline* 2d). Fuente: Elaboración propia.

En la figura anterior se muestra la misma variable que la figura 4, los factores de mejora por edad y año. La diferencia entre ambas es que, en esta última figura, previamente hemos graduado la fuerza de mortalidad utilizando el modelo M4.

Este tipo de modelos permiten asumir la hipótesis de que se puede prescindir de las irregularidades presentadas en las observaciones como si estas fuesen errores accidentales inevitables.

En la figura 17, tanto para varones como mujeres, se aprecia un llamativo efecto transversal también llamado efecto vertical, en el que se observa una proporción de individuos expuestos a una misma característica o evento en un momento o periodo determinado. Es decir, todas las edades mejoran su mortalidad entre 1968 y 1982, siendo para el caso de la población masculina de menor intensidad que el de las mujeres.

Podría deberse a las mejoras y reformas económicas propias del Estado de bienestar, como la inversión en hospitales, el fácil acceso por parte de la población a la atención sanitaria primaria, a revisiones anuales y diagnósticos precoces. De hecho, este efecto comienza a los pocos años de la entrada en vigor la Ley de Bases de la Seguridad Social de 1963, momento en que surge un nuevo sistema de seguridad social que reordena la acción protectora desde parámetros eminentemente contributivos hacia el colectivo de los trabajadores por cuenta ajena y sus familias, materializándose su vigencia desde el 1 de enero de 1967.

Su desarrollo continuó durante los siguientes años, con la Ley de Financiación y Perfeccionamiento de 1972 cuyo punto álgido fue la aprobación de la Constitución Española de 1978, que diseña el actual modelo de seguridad social, producen las mejoras de mortalidad observadas en el efecto transversal de la figura 17.

Como hemos visto, una reforma de este tipo genera mejoras en las tasas a corto-medio plazo (acceso por ejemplo a la atención primaria), y también a más largo plazo (mejoras en infraestructuras, hospitales).

Para corroborar el efecto transversal de las mejoras por periodo vamos a establecer el factor de mejora medio por periodo, para todas las edades de varones y mujeres (de 40 a 100 años).

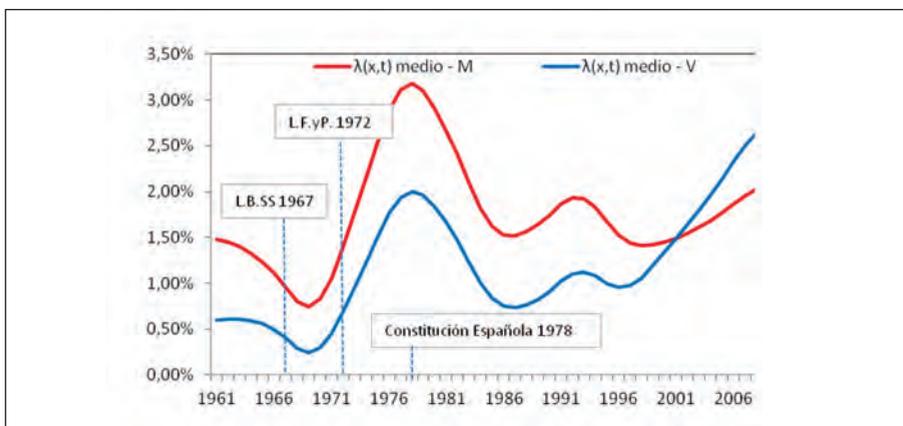


Figura 18. Factores de mejora medios por periodo para varones y mujeres calculados a partir del modelo M4. Fuente: Elaboración propia.

De la figura anterior se desprende que, a partir del año 2001, los varones tienen de promedio factores de mejora más altos que las mujeres y en consecuencia, reducen más su mortalidad. Este efecto se produce porque las edades comprendidas entre los 40 y 60 años han mejorado más en varones que en mujeres mientras que en edades de 60 a 90 años han mejorado por igual varones que mujeres.

Volviendo a la figura 17, para el caso de mujeres, se aprecian efectos longitudinales, es decir, mejoras de mortalidad para un mismo grupo o generación a lo largo del tiempo. Entre ellos, queremos resaltar el que se produce a partir de 1980 para el grupo de individuos que tienen 60 años y que en 2009 tendrán 90.

En nuestra opinión, no consideramos que estas mejoras se hayan producido por el año de nacimiento sino por las mejoras de carácter universal del Estado de protección social, es decir, la asistencia sanitaria, los servicios sociales, las pensiones no contributivas de vejez e invalidez, la jubilación parcial gradual y flexible, las prestaciones del sistema de dependencia, conciliación de vida familiar y laboral. Todas estas medidas han producido que mismos grupos hayan mejorado el comportamiento de su longevidad de igual manera.

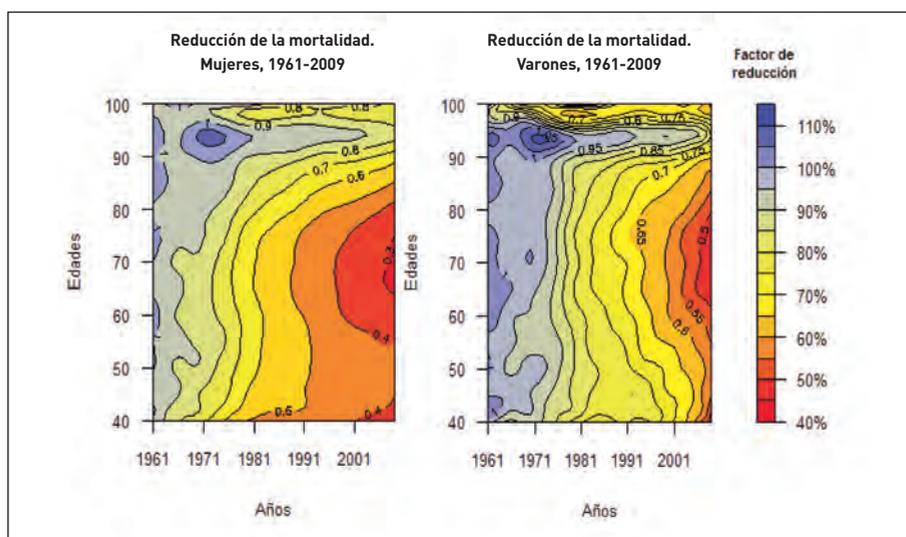


Figura 19. Factores de mejora medios por periodo para varones y mujeres calculados a partir del modelo M4. Fuente: Elaboración propia.

La otra variable mencionada al inicio del capítulo fue el factor de reducción, que indica la velocidad con que se reduce la mortalidad con el paso del tiempo fijando un periodo de referencia. La figura 19, muestra el valor del $FR_{x,t}^0$ previa graduación de la fuerza de mortalidad.

La figura anterior es similar a la figura 5, sin embargo, en esta las curvas de nivel están bien diferenciadas y se aprecian de mejor manera los cambios en la mortalidad. Se han dibujado las trazas en la figura para que el lector pueda apreciar el porcentaje restante de la fuerza de mortalidad en cada periodo. Por ejemplo, el intervalo de edades que más ha mejorado en estos últimos 50 años son las edades comprendidas entre los 60 y 80 años, tanto para el caso de mujeres como varones. De hecho, desde 1960 a 2009 las mujeres han obtenido factores de reducción más bajos que los hombres. En 2001, las mujeres del intervalo citado tenían una fuerza de mortalidad que era el 40% de la fuerza de mortalidad de 1960, es decir:

$$\hat{\mu}_{[60:80],2001} = \hat{\mu}_{[60:80],1960} * 40\%$$

Existe un fenómeno muy llamativo en la figura 19 para las edades superiores a los 90 años. En el caso de edades comprendidas entre los 90 y 95 años, aparece un techo horizontal de color gris que indica que el factor de reducción se ha mantenido prácticamente constante en estas edades durante los últimos 40 años para mujeres y 45 años para varones. Por ejemplo, los varones en el año 2000 poseían una mortalidad que era un 90% la mortalidad del año 1960 que en comparación con el resto de edades es una mejora muy baja. Sin embargo, una vez sobrepasada la edad de 95 años, se observa que los factores de reducción de 95 a 100 años son mayores que los de las edades de 90 a 95 años. De alguna manera, la figura indica que sobrepasados los 95 años la mortalidad se desacelera o estabiliza.

Para continuar con nuestro análisis vamos a proyectar los factores de mejora de la figura 17. La figura 20 muestra los factores de mejora para varones proyectados desde el año 2010 al 2020.

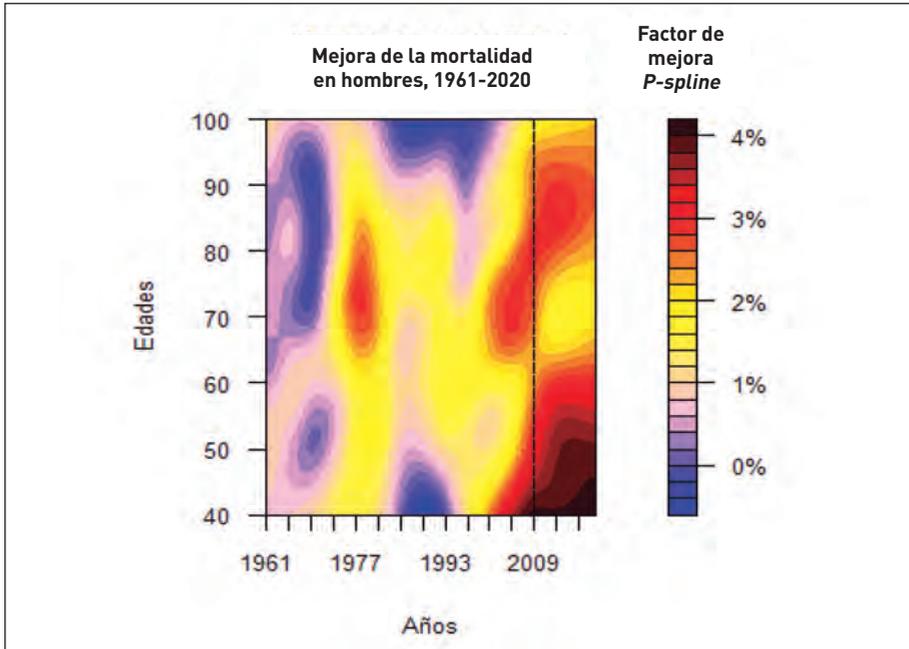


Figura 20. Proyección de los factores de mejora para varones (Modelo M4) desde el año 2009 hasta el año 2020. Fuente: Elaboración propia.

En un primer análisis, este modelo nos indica que, en media, no esperamos factores de mejora por encima del 4% para ninguna edad en los próximos 11 años. Y para el caso de una cartera de rentistas de edad media 70 años, esperamos de unos factores de mejora medios entre el 1,8% y el 2,75%.

Posteriormente, hemos estresado nuestras tendencias al 99,5% y hemos obtenido unos factores de mejora entre el 4,5% y el 4,75%.

La elección de un determinado valor de tendencia a largo plazo por edad (ya que hay que valorar contratos a 30 y 40 años) es tarea complicada y claramente subjetiva. Podríamos establecer varios escenarios futuros, considerando las diferentes causas de muerte. Utilizar en los modelos las causas de muerte puede ayudar a realizar una estimación más ajustada de la tendencia. También podríamos utilizar la variable profesión del individuo como factor a considerar en el riesgo de tendencia, pero al

ser algo muy subjetivo lo dejamos a criterio del usuario/aseguradora. La aseguradora que lo decida puede utilizar un modelo simple y establecer un tipo a largo para cada una de las edades desde 40 a los 100 años. Por ejemplo, hemos proyectado para los próximos 11 años los factores de mejora con el modelo M4 de los que podemos extraer la mortalidad en el último periodo $\hat{\mu}_{x,2020}$ (se procedería de igual manera para los modelos M1, M2 y M3) y establecer un factor de mejora $(\lambda_{x,t})$ medio creciente geoméricamente para los próximos periodos, dado como:

$$\hat{\mu}_{x,f} = \hat{\mu}_{x,t}(1 + \lambda_{x,t})^{f-t}$$

Siendo f el último periodo de observación, en nuestro caso 2020, y t el periodo de referencia o de inicio de proyección, 2010. Hemos desarrollado el cálculo de los factores de mejora para todos los modelos M1, M2, M3 y M4 obteniendo en la siguiente figura la mediana de todos ellos por edad:

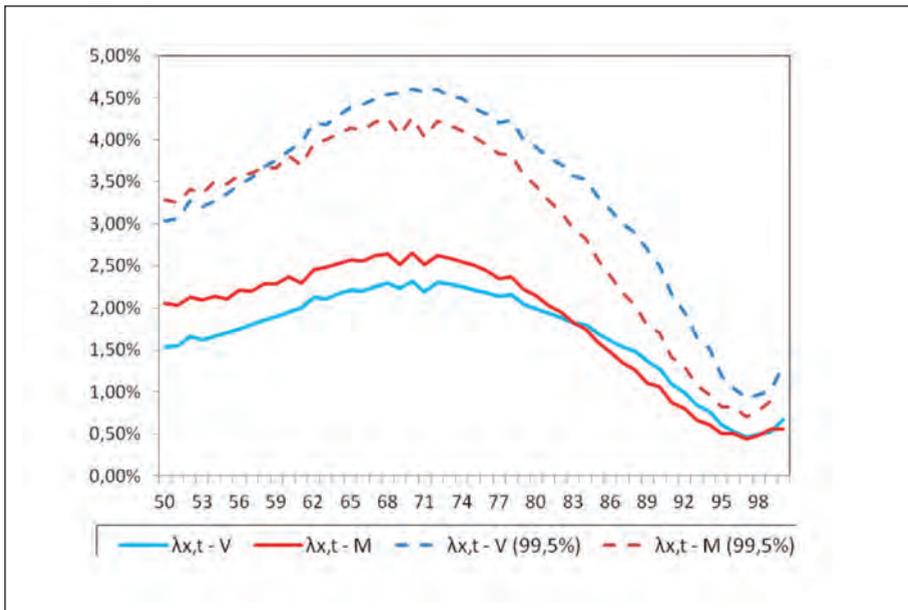


Figura 21. Mediana de los factores de mejora por edad para varones y mujeres. Las líneas discontinuas indican que los factores de mejora se calcularon con la proyección al 99,5%. Fuente: Elaboración propia.

La figura 21 recoge una clara volatilidad para varones donde el estrés al 99,5% de la proyección es mayor en varones que en mujeres, cuando los factores de mejora medios indican que las mujeres obtienen mayores factores de mejora en la mayoría de las edades.

Con este ejercicio hemos podido establecer límites o escenarios que nos ayuden a determinar o valorar las reservas de los riesgos a largo plazo. En los siguientes capítulos vamos a introducir otras formas de gestionar el riesgo de longevidad, como el reaseguro, los bonos y derivados (*swaps*) de longevidad/mortalidad que está dando sus primeros pasos, aguardando un instrumento de referencia patrocinado por el Estado y una sólida fuente de datos de mortalidad para el sector asegurador.

Hasta ahora, la gran mayoría de las estimaciones sobre mortalidad y su tendencia han sido inferiores a las observadas. Hemos de intentar comprender qué factores son cruciales para determinar las hipótesis alrededor de las cuales girarán las tendencias futuras.

CAPÍTULO 4: RIESGO DE LONGEVIDAD BAJO SOLVENCIA II

“Con la finalidad de proteger a los asegurados y de garantizar la estabilidad de los mercados financieros, las compañías aseguradoras deberán mantener una cantidad de activos suficiente que sirva de amortiguador ante posibles desviaciones desfavorables de los pasivos de la compañía. Este amortiguador, lo denominamos Margen de Solvencia”. Este concepto, asociado al Riesgo de Longevidad, constituirá la base del presente capítulo.

La nueva Directiva marco de Solvencia II (5 de mayo de 2009), que tras algunas revisiones (OMNIBUS II) tendrá efecto el próximo 1 de enero de 2016, introduce como principal novedad un margen de solvencia que, a diferencia del actual, será dinámico, y que por tanto premia a las compañías que mejor gestionan sus riesgos, beneficiando en consecuencia al consumidor, pues este encontrará una mayor oferta de productos de seguro, especialmente relacionados con el ahorro y la inversión. A nivel sectorial, la Directiva fortalecerá el conjunto de la industria aseguradora porque produce grandes avances en materia de gobierno corporativo, control interno y, en su conjunto, en todo el proceso de gestión de riesgos.

Desde diversos ámbitos del seguro se ha valorado positivamente esta Directiva, ya que constituye un gran paso hacia la armonización de la regulación del sector asegurador europeo, e incluye propuestas innovadoras como son los modelos internos, el *Own Risk and Solvency Assessment (ORSA/FLAOR)*, o una mayor divulgación del estado y resultado de la compañía. Por tanto, a partir de enero de 2016 el sector asegurador europeo se regulará utilizando un marco económico con modernas prácticas de gestión del riesgo, que además será de aplicación en todos los Estados miembros de la UE.

El proyecto de Solvencia II introduce dos niveles de Solvencia: un nivel superior, denominado *Solvency Capital Requirement, SCR*, que podrá definirse como el nivel de capital necesario para hacer frente a las posibles desviaciones del negocio; y un segundo nivel o nivel inferior denominado *Minimum Capital Requirement, MCR* por debajo del cual la compañía será intervenida por las autoridades supervisoras.

El proceso de Solvencia II va acompañado por una serie de Estudios de impacto (QIS) tutelados en un principio por el CEIOPS (QIS1, QIS2 y QIS3) y posteriormente por la Comisión Europea (QIS4, QIS5 y QISLTGA), y coordinados desde los organismos supervisores nacionales de los Estados miembros de la UE. Estos estudios QIS, contemplan el establecimiento de una fórmula estándar para calcular el capital de solvencia obligatorio, a fin de permitir a todas las empresas evaluar de forma objetiva su capital económico. Al respecto, se indica que la "fórmula estándar para calcular el capital de solvencia obligatorio pretende reflejar el perfil de riesgo de las empresas de seguros y de reaseguros". Además, se posibilita, en todo caso, la oportunidad de utilizar, "en circunstancias específicas, modelos internos completos o parciales para el cálculo", alternativos a la fórmula estándar, que "deben jugar un papel importante en la gestión habitual del negocio".

Creemos que el actual dilema para las aseguradoras al considerar su elección en la medición del riesgo de Solvencia II, según un modelo interno o según la fórmula estándar, tendrá mucho que ver con su capacidad de aprendizaje, es decir, habrá circunstancias en las que las aseguradoras decidan legítimamente emplear la fórmula estándar para el corto plazo, aunque en nuestra opinión, los modelos internos serán la única solución en el medio y largo plazo para casi todas las compañías de seguros. Por supuesto, la decisión no siempre será tan sencilla; habrá elementos temporales, de coste y de recursos a tener en cuenta antes de construir un modelo interno completo o al menos uno parcial. Y es que el desarrollo del modelo será complejo y su aplicación dentro del negocio implicará un cambio, y por tanto un nuevo elemento de riesgo. Este riesgo del cambio no deberá subestimarse, ya que una vez que el modelo interno se haya puesto en funcionamiento y por tanto haya sido autorizado por el supervisor, este se empleará para la toma de decisiones estratégicas. Si por el contrario utilizaran la fórmula estándar, la dirección de la compañía debería plantearse si están o no perdiendo ventajas competitivas, y en ese caso, por cuánto tiempo.

En el presente capítulo nos centramos en analizar la incidencia que sobre las compañías de seguros tiene el riesgo de longevidad bajo el marco de Solvencia II, entendiéndose por tal "el riesgo de que las reservas constituidas para hacer frente a los pagos de rentas y pensiones resulten insuficientes para su finalidad por el hecho de que

estén calculadas con tablas de mortalidad que reflejen hipótesis de supervivencia inferiores a las reales”¹.

Dado que aún existe bastante incertidumbre sobre cómo el riesgo de longevidad evolucionará en el futuro, resulta necesario mantener cierto nivel de prudencia a la hora de calcular las provisiones o los niveles de capital requerido bajo el marco de Solvencia II. De esta manera, cualquier compañía debería garantizar que sus activos serán siempre suficientes para cubrir los pasivos generados por este riesgo, y para lo que Solvencia II introduce un *shock* equivalente a una reducción única, inmediata y permanente del 20% de las tasas de mortalidad esperada.

Teniendo en cuenta que consideramos que la fórmula estándar para el riesgo de longevidad no se ajusta a la evolución real de las mejoras esperadas de la mortalidad, vamos a proponer una recalibración de la misma que sirva como alternativa bajo el Pilar 1 de Solvencia II, y por supuesto para una autovaloración más cercana al riesgo real de longevidad que asume una compañía de seguros bajo el Pilar 2 de Solvencia II (*ORSA/FLAOR*). De esta manera, y basados en la mortalidad base española proyectada mediante los modelos de extrapolación de tendencias pasadas del capítulo 3, proponemos también un *shock* único, aunque en esta ocasión estará vinculado a la edad y sexo del asegurado, así como a la duración residual del contrato de seguro. Esta alternativa la proyectaremos sobre una cartera tipo de rentas vitalicias, analizando así el impacto económico que un cambio de *shock* de longevidad tiene sobre el capital regulatorio requerido (SCR_{life}) de una compañía de seguros de vida.

1. MARCO REGULATORIO DE SOLVENCIA II

Entendiendo como Solvencia “la capacidad de tener activos suficientes para hacer frente a todas las obligaciones derivadas del negocio asegurador que pudieran surgir en el futuro”, y con la finalidad de proteger a los asegurados y de garantizar la transparencia y estabilidad de los mercados financieros, nace la Directiva de Solvencia II, cuya vigencia tomará efecto en 2016 tras un periodo interino de pre-aplicación que comenzó en enero de 2014.

¹ Ver Rodríguez-Pardo, J.M. (2011).

Años antes de comenzar la reciente crisis financiera, la UE comenzó a promover la creación de un marco normativo único para sus países miembros capaz de unificar y armonizar en una sola las 14 diferentes directivas que en la actualidad conviven en la UE. En esta línea, la Directiva de Solvencia II, aprobada en 2009, toma prestado su marco normativo del proceso emprendido en la banca y conocido como Basilea II. Aunque ambas directivas tengan un marco y unas mediciones similares, Solvencia II acarrea una mayor complejidad en cuanto que exige un mayor rigor del supervisor en la validación de modelos internos. Por otra parte, Basilea II es un acuerdo que ha sido adoptado por multitud de países de todo el mundo. Por el contrario, Solvencia II es un marco regulatorio a implementar solo por los aseguradores y reaseguradores de los 28 países miembros de la UE, sin distinguir entre los diferentes tipos de compañías incluidas mutualidades y cooperativas². Aun así, fuera de la UE, tanto supervisores como la industria del seguro en general están observando con interés el desarrollo de este nuevo marco normativo.

Del mismo modo que Basilea, Solvencia II se asentará sobre una estructura de 3 Pilares:

- Pilar 1: Requerimientos mínimos de capital.
- Pilar 2: Gobierno corporativo y autoevaluación de riesgos.
- Pilar 3: Transparencia e información hacia el supervisor y el mercado.

El primer Pilar destaca por su carácter cuantitativo, es decir, engloba aquellos elementos que influyen directamente en el cálculo del capital regulatorio de las aseguradoras. Al Pilar 2 se le conoce como el corazón de Solvencia II y se le relaciona con el aspecto de gestión y control del riesgo al que se expone la compañía. Además, mientras que en el Pilar 1 se establece un horizonte temporal de un año para la valoración del riesgo, en el Pilar 2 se piensa en una proyección, es decir, en una estabilidad a medio plazo de la solvencia de la compañía (ORSA/FLAOR), para lo que será imprescindible entender cuáles serán los riesgos de la compañía en los próximos tres a cinco años. Para el tercer Pilar relativo a la disciplina de mercado, las compañías

² Ver CEA (2007).



Figura 1. Pilares básicos de la Directiva de Solvencia II. Fuente: Revista *Mutualidad de la Abogacía* Nº 77.

necesitan tener una estrategia clara para explicar sus resultados de Solvencia II y así asegurarse de que están siendo correctamente interpretados por el supervisor, accionistas, analistas, agencias de *rating* y por supuesto por los asegurados.

Desde un punto de vista cuantitativo, la base de esta Directiva es que los requisitos de capital deben ser cubiertos por fondos propios. En este sentido, los activos se valorarán por el importe por el cual podrían intercambiarse entre partes interesadas y debidamente informadas que realicen una transacción en condiciones de independencia mutua, mientras que los pasivos se valorarán por el importe por el cual podrían transferirse, o liquidarse, entre partes interesadas y debidamente informadas que realicen una transacción en condiciones de independencia mutua. Para ello, se requerirá de la constitución de provisiones técnicas adecuadas utilizando métodos estadísticos y actuariales, surgiendo para ello el concepto de valoración de *Best Estimate*, *BE*. Además, la normativa introduce dos niveles de solvencia: un nivel superior, denominado *Solvency Capital Requirement*, *SCR* y un nivel inferior, el *Minimum Capital Requirement*, *MCR* que podrán calcularse mediante la *Fórmula Estándar* o mediante *Modelos Internos*. El *SCR* podrá describirse como la diferencia entre el nivel de capital de solvencia y el *BE* de las provisiones técnicas más un margen de riesgo. El *MCR* supondrá un nivel óptimo para controlar la solvencia, por

debajo del cual la compañía será intervenida por las autoridades. En la figura 2 representamos el balance de una entidad bajo Solvencia II, donde a la derecha encontramos los pasivos, que calcularemos según la metodología *Best Estimate*, y a la izquierda encontramos los activos, que deberán cubrir los pasivos y además guardar un margen prudente de solvencia, es decir, el capital mínimo requerido o *MCR* y el capital de solvencia requerido o *SCR*.

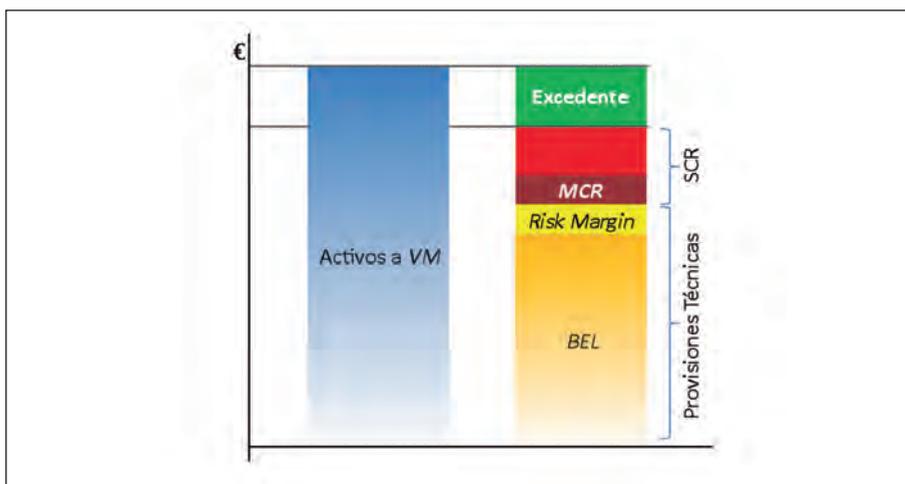


Figura 2. Valoración económica de una compañía de seguros bajo Solvencia II. Fuente: Elaboración propia.

Para calcular el capital regulatorio, la Directiva incluye una fórmula estándar (primero por cada riesgo y luego agregado). Al respecto, se indica cómo “la fórmula estándar para calcular el capital de solvencia obligatorio pretende reflejar el perfil de riesgo de la mayor parte de las empresas de seguros y de reaseguros”. Pero además, se posibilita, en todo caso, la opción de utilizar, “en circunstancias específicas, modelos internos complejos o parciales para el cálculo”, alternativos a la fórmula estándar.

El proceso de Solvencia II va acompañado por una serie de Estudios de Impacto Cuantitativo (*QIS*). El primero de ellos (*QIS1*) tuvo lugar en el cuarto trimestre de 2005, *QIS2* se lanzó entre mayo y julio de 2006, *QIS3* entre mayo y julio de 2007, *QIS4* entre mayo y julio de 2008, *QIS5* entre julio y octubre de 2010 y *QISLTGA* en marzo de 2013. En estos estudios de impacto, se trata de conectar las ideas con la

realidad, es decir, la traducción de estos principios de solvencia en expresiones analíticas que permitan una evaluación adecuada y eficiente del riesgo de una entidad aseguradora.

La principal aportación de Solvencia II respecto a la Normativa de Solvencia I, será la de pasar de un sistema de cálculo de solvencia estático (en función de un porcentaje fijo), a un cálculo dinámico, donde se valorará la verdadera exposición de la compañía a cada uno de los riesgos que asume (mercado, crédito, suscripción, operacional, etc.), garantizando así su solvencia ante cualquier situación, normal o de profunda crisis financiera. De esta manera, Solvencia II es un marco dinámico en el que se valoran cada una de las actividades que desempeña una compañía de seguros, y por tanto, más allá del SCR obtenido, cada entidad deberá llevar a cabo una adecuada gestión con el propósito de mitigar los riesgos financieros y biométricos a los que se expone, entendiendo por tales la diferencia entre los supuestos de tarificación asumidos y las condiciones biométricas y de mercado experimentadas.

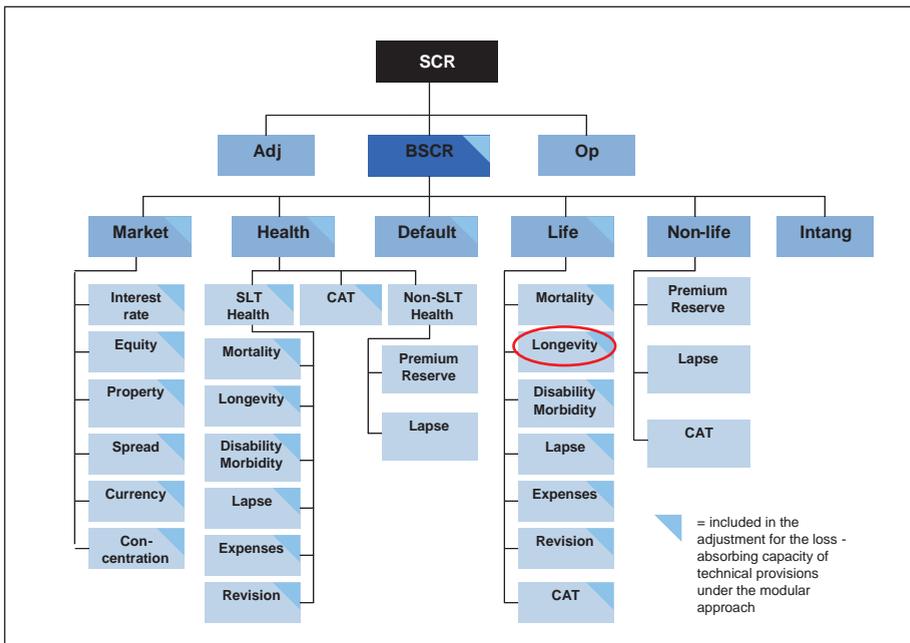


Figura 3. Estructura general de la fórmula estándar. El subriesgo que trataremos en este capítulo será el de longevidad, perteneciente al riesgo de suscripción de vida. Fuente: ET de EIOPA.

En julio de 2007 Charlie McCreevy, de la Comisión Europea del Mercado, comentó: “Estamos estableciendo unas normas estándar que obligará a las aseguradoras a centrarse en la adecuada gestión de los riesgos a los que se enfrentan, permitiéndoles actuar de una forma mucho más eficiente que hasta la fecha”³. En este sentido, no solo se hace referencia a una estructura normativa, se requiere además de una gestión integral del riesgo donde las compañías aseguradoras evalúen con regularidad los riesgos internos y externos, cuantificables o no cuantificables a los que se exponen, y donde el Consejo de Administración será responsable de formular y aprobar la política de inversión estratégica, la tolerancia global al riesgo y la liquidez de las posiciones en los distintos escenarios. En particular, deberá asegurarse de la identificación, seguimiento, medición, información, control de los riesgos relacionados con las actividades, procedimientos y políticas de inversión adoptadas. A su vez, la Dirección será responsable de la implementación de tales políticas y medidas.

Uno de los principales objetivos de Solvencia II será el de proteger a los tomadores y beneficiarios de las pólizas, de hecho, un deterioro de los niveles de solvencia será automáticamente reportado al mercado. Otros objetivos serán:

1. Integrar la normativa del mercado asegurador europeo.
2. Mejorar la competitividad de la industria del seguro.
3. Promover un régimen de solvencia sensible a los riesgos asumidos.
4. Toma de decisiones ajustadas al riesgo real de la entidad.

Sin embargo, la reciente crisis financiera y las lecciones aprendidas de la Banca, han obligado a revisar los posibles efectos de Solvencia II con el propósito de reforzar la solvencia y liquidez de las entidades de seguros. Tras esta profunda revisión, se decide actualizar la Directiva aún antes de ser aplicada (enero de 2016). Es entonces cuando Bruselas empieza a trabajar en la llamada Directiva Omnibus II que conlleva novedades en materia de solvencia y supervisión. El elemento de debate más

³ Ver CEA (2009).

conflictivo y principal responsable de los retrasos hasta la final aprobación de la Omnibus II es, además de la adaptación a la nueva realidad institucional europea, la continua divergencia entre las diferentes autoridades comunitarias sobre el tratamiento de los productos de vida a largo plazo (LTGA). Además, se estableció una implementación parcial previa para los Pilares 2 y 3, que comenzó en enero de 2014 y cuyas recomendaciones se recogen en las cuatro *Guidelines* publicadas por la EIOPA en marzo de 2013: Guías de *ORSA/FLAOR*, de Gobierno Corporativo, de pre-aplicación de Modelos Internos y de *Reporting* al Supervisor y al Mercado⁴.

Ante estos requisitos e inquietudes, identificamos las siguientes tendencias y esfuerzos del Sector para afrontar con éxito el proyecto de Solvencia II:

1. En los próximos años, aumentará la demanda de recursos humanos especializados en finanzas, ciencias actuariales y gestión de riesgos, dado que las técnicas de valoración de activos y pasivos son nuevas para la mayoría de las compañías, que requerirán de nuevas capacidades, así como una importante inversión en herramientas de modelización financiera y actuarial.
2. Los efectos positivos de la diversificación fomentarán que las compañías reevalúen y cambien sus estructuras corporativas, posicionamiento geográfico, estrategias de inversión, coberturas y estrategia de reaseguro entre otras a fin de avanzar hacia una posición más óptima con relación al mercado.
3. El reaseguro siempre ha jugado un papel destacado en el desarrollo de la actividad aseguradora en los ámbitos de la suscripción de riesgos, resultados y estados financieros. En este sentido, los modelos de medición y cuantificación de los riesgos de la actividad aseguradora, que entrarán en vigor con la aprobación de Solvencia II, contemplan el reaseguro como un instrumento fundamental, con el que conseguir una optimización del capital, transmisión y mitigación, y como elemento de riesgo de crédito.
4. Las compañías que han optado por el desarrollo de modelos internos deberán invertir no solo en su desarrollo, sino también en testar sus efectos sobre el

⁴ Ver *Guidelines*.

capital económico requerido, así como persuadir a los supervisores de que su modelo es sólido, y cumple los criterios de aprobación establecidos.

5. Ante la creciente relevancia que está tomando el Pilar 2 dentro del proyecto de Solvencia II, y con base en su *ORSA*, las compañías deberán revisar y probablemente reorganizar sus estructuras de gobierno, equipos y sistemas de información, además de desarrollar nuevos sistemas para la adecuada gestión del riesgo encaminada a la toma de decisiones.
6. Para el tercer Pilar relativo a la disciplina de mercado, las compañías necesitan tener una estrategia clara para explicar sus resultados de Solvencia II y así asegurarse de que están siendo correctamente interpretados por accionistas, analistas, agencias de *rating* y por supuesto por los asegurados.

En cualquier caso, el proceso de Solvencia es de tal envergadura, que las aseguradoras deberán entender este nuevo marco regulatorio no solo como una futura obligación legal, sino como una inversión para mejorar la gestión, debiendo por tanto adaptarse a él paulatinamente e interiorizando esta nueva cultura en toda su organización. Y aunque pasar de un marco de referencia a otro nuevo siempre conlleva desafíos y por tanto riesgos, entendemos que también genera oportunidades, pues a pesar de requerir un extraordinario esfuerzo de recursos técnicos y humanos a fin de lograr una implementación robusta, eficaz y coherente, es mucho el beneficio y las ventajas competitivas que se obtendrán de una pronta y eficaz adaptación.

2. RIESGO DE LONGEVIDAD BAJO EL MARCO DE SOLVENCIA II

El riesgo de longevidad es un área que hasta comienzos del presente siglo no se ha llegado a estudiar en profundidad, es por ello por lo que cualquier estudio acerca de este riesgo es muy valorado por la comunidad investigadora y debe transferirse al ámbito de la industria aseguradora.

Dado que aún existe bastante incertidumbre sobre cómo el riesgo de longevidad evolucionará en el futuro, resulta necesario mantener cierto nivel de prudencia a la hora de calcular las provisiones relacionadas o los niveles de capital requerido bajo

el marco de Solvencia II. De esta manera, cualquier compañía debería garantizar que sus activos van a ser siempre suficientes para cubrir los pasivos generados por el riesgo de longevidad, por lo que debería introducir un shock sobre la supervivencia de sus asegurados que fuera repentino y perdurara en el tiempo. Estas y otras necesidades son las planteadas en el Pilar 1 de Solvencia II y que a continuación analizamos con detalle.

2.1. Mortalidad base y mejora de la mortalidad

Tanto si necesitamos la mortalidad base para el *pricing*, como si la necesitamos con fines de *reporting*, los supuestos de cálculo de la mortalidad base los obtendremos de la reciente experiencia observada de mortalidad.

Sin embargo, hay situaciones en las que no debemos utilizar los supuestos de mortalidad basados en la experiencia observada, como por ejemplo cuando analizamos la mortalidad de una cartera donde gran parte de los asegurados son de reciente incorporación y por tanto acaban de pasar todos los controles del proceso de selección y suscripción, con lo que la esperanza de vida de estos será más elevada que la media. Otro caso es el de una cartera de *rentas mejoradas o agravadas*⁵; la contratación de este tipo de seguro se centra en el colectivo que tiene una esperanza de vida menor que la media, y por tanto tampoco valdrán los datos de mortalidad de la población general.

Para el cálculo de la mejora de la mortalidad existe un amplio rango de ideas y supuestos de posible aplicación. La mayor parte de las compañías optan por adoptar tablas de mejora de mortalidad ya publicadas. Esta práctica, pese a ser muy respetable, implica que la compañía no está calibrando bien sus riesgos. Otras compañías que sí elaboran sus propios modelos, emplean, entre otros, los siguientes supuestos:

1. Aplicación de modelos de extrapolación como los analizados en el capítulo 3.
2. Proyecciones sobre la causa de muerte.
3. La opinión del experto y chequeo razonable.

⁵ Estas rentas pagan mayores pensiones a aquellos asegurados que tras una exhaustiva revisión médica se ha demostrado que tienen una esperanza de vida inferior a la media (ver capítulo 5).

2.2. Riesgos asociados al cálculo del capital de Solvencia

Riesgo actual de mortalidad

El nivel de incertidumbre en la mortalidad futura de una cartera dependerá de las características de esta, es decir, de su tamaño, de la variabilidad de la mortalidad observada o de sus procedimientos de selección y suscripción. El tamaño de la cartera afectará directamente sobre el número de siniestros declarados y por tanto sobre su variabilidad. Según el Teorema Central del Límite, podremos asumir la normalidad de este factor de riesgo excepto para las carteras de tamaño reducido, para lo que emplearemos diferentes técnicas estadísticas.

Otro de los efectos destacados a tener en cuenta será el de la antiselección. Como antes comentábamos, los actuales niveles de mortalidad son más bajos cuando hay un proceso riguroso de selección a la hora de suscribir una renta. Pero esta mejora de mortalidad solo se prolongará en el corto y medio plazo, ya que los efectos positivos de la selección se van diluyendo en el tiempo. Por tanto, deberemos añadir supuestos al modelo de cómo evolucionarán estas tasas de mortalidad en el largo plazo. Sin embargo, el uso de estos supuestos añade incertidumbre al modelo en el sentido de que es difícil calibrar si esas nuevas hipótesis son las más idóneas.

La distribución del riesgo de mortalidad podremos simularla de forma empírica, aunque para ello será necesario conocer la correlación entre la incertidumbre de los datos base y la incertidumbre añadida tras el proceso de selección. Estas distribuciones deberán en cualquier caso estar sujetas al test de bondad del ajuste.

Riesgo de tendencia de la longevidad

La modelización del riesgo de tendencia de la longevidad requiere de un modelo de proyección paramétrico o estocástico. Para cumplir con el requisito de que tan solo se pueda dar pérdida en uno de cada 200 años, el Pilar 1 de Solvencia II cuestiona hasta qué punto la mortalidad podrá seguir disminuyendo (cada vez hay menos muertes), si en el modelo tan solo el 0,5% de los resultados corresponden a una mortalidad aún menor. Si utilizamos un modelo paramétrico, podremos dar respuesta a esta pregunta, ya que este modelo nos arroja un resultado cerrado y concreto. Sin embargo, si

utilizamos un modelo estocástico, será necesario simular cambios de mortalidad en los próximos años y posteriormente escoger el percentil más adecuado.

En la práctica, un modelo estocástico es mucho más sencillo de aplicar que uno paramétrico, y además, la generación de numerosas simulaciones nos conducirá a una distribución de probabilidad empírica.

Para otros propósitos como el cálculo del *ORSA* bajo el marco del Pilar 2, será más apropiado considerar el riesgo de tendencia a través del *run-off*, mediante el diseño de modelos deterministas o estocásticos. Con un modelo estocástico simularemos diferentes caminos para la mortalidad. En cualquier caso, la distribución de resultados cambiará en cada año de proyección y, dependiendo del modelo de capital utilizado, podremos usar cada proyección anual directamente, aunque evidentemente, será mucho más sencillo aplicar una sola distribución. El principal cambio conceptual será por tanto cómo utilizar la distribución que representa el riesgo de longevidad en un *run-off*. Hay diferentes caminos para lograrlo; estos son:

1. Escogiendo un solo año de distribución, quizá en torno al término medio de la proyección.
2. Aplicando técnicas equivalentes para los seguros de rentas, con el fin de expresar la totalidad de las proyecciones realizadas sobre un determinado camino, y derivar una distribución empírica repitiendo el cálculo equivalente para cada simulación.

La primera opción podrá aplicarse bajo el contexto tanto de una proyección determinista como estocástica, mientras que la segunda opción no será de aplicación bajo un contexto determinista porque este no genera diferentes caminos.

Finalmente, para medir el *run-off*, tan solo tendremos en cuenta el nivel de probabilidad, que dependerá de cada aplicación.

Combinación del riesgo de mortalidad actual con el de tendencia de la longevidad

Si la información de la que disponemos fuera perfecta, un proceso y otro deberían ser independientes. Sin embargo, en la práctica, resulta muy complicado separar

estos dos riesgos, y especialmente para periodos superiores al año. Por esta razón, debemos asumir una pequeña correlación positiva para protegernos del riesgo de longevidad y evitar confundirlo con el de mortalidad actual.

2.3. Calibración de la fórmula estándar y modelo interno

Fórmula estándar

Las compañías de seguros tienen la opción de aplicar modelos internos propios con los que poder evaluar sus riesgos con la mayor precisión posible. Sin embargo, dado que la aplicación de los citados modelos internos es bastante costosa y sofisticada, la Comisión Europea, con el apoyo de la *EIOPA*, ha creado un escenario estándar que todas las compañías de seguros podrán utilizar para aproximar sus necesidades de capital. Esta aproximación estándar para calcular el *SCR*, busca un equilibrio entre la necesidad de obtener resultados precisos, y la sencillez, que haga asequible su implementación para todas las compañías del sector.

A pesar de que este modelo estándar sin duda tiene algunas deficiencias, se espera que lo sigan la mayoría de las empresas de seguros, en detrimento de los modelos internos⁶. Pero además, las compañías de gran tamaño, tan solo adoptarán modelos internos para algunos de los riesgos que asumen, de ahí que sea crucial una buena calibración de la fórmula estándar para garantizar la estabilidad financiera del mercado europeo del seguro.

La fórmula estándar se basa en una aproximación de *Value at Risk*, con horizonte temporal de un año y un nivel de confianza del 99,5%⁷, que posteriormente son combinadas en la matriz de correlación para calcular el importe final conjunto de capital de solvencia teniendo en cuenta los efectos de la diversificación.

Este *Value at Risk* para el riesgo de longevidad, que es el que nos ocupa, se aproxima por el cambio en el patrimonio neto debido a un *shock* de longevidad equivalente a una reducción única, inmediata y permanente del 20% de las tasas de mortalidad

⁶ Ver Devineau (2009).

⁷ Ver CEIOPS (2007).

esperadas, para cualquier combinación de edad, género y duración del contrato de seguro.

$$SCR_{long}^{shock} = NAV_0 - (NAV_0 | shock_{longevidad})$$

Para su cálculo deberemos hacer las siguientes consideraciones:

1. Cuantificar la incertidumbre de la mortalidad.
2. Cuantificar el riesgo de tendencia de la longevidad a más de un año en lugar de sobre el *run-off*.
3. Una correlación entre los dos puntos anteriores.

Para la primera de las consideraciones podremos basarnos en las técnicas estándar de intervalos de confianza. En teoría la incertidumbre estadística dependerá del tamaño de la cartera asegurada.

Para la segunda de las consideraciones, necesitaremos implementar un modelo determinista o bien estocástico. Para ello, deberemos asumir una pequeña correlación entre el riesgo de mortalidad y el de tendencia de la longevidad.

Este coeficiente del 20% ha sido objeto de algunas críticas desde su implantación. De hecho, en el estudio de impacto *QIS4* aún era superior (25%), y apoyado por las críticas y estudios del sector, consiguió bajarse al 20% para el siguiente estudio (*QIS5*). Se podría argumentar que esta diferencia es intencionada, ya que el *SCR* que propone el enfoque estándar está destinado a ser conservador con el fin de cubrir la exposición al riesgo de longevidad con independencia de la composición de la cartera asegurada; por tanto es razonable pensar que el *shock* de longevidad del 20% sea superior a la realidad del mercado asegurador.

Bajo estas conclusiones, haremos un modelo que valore la razonabilidad o no del *shock* del riesgo de longevidad propuesto por la fórmula estándar. En cualquier caso, dado que la información histórica demuestra cómo la evolución de la longevidad es progresiva y nunca abrupta, no hemos encontrado

una justificación a este *shock* único, inmediato y permanente sobre las tasas de mortalidad.

Además, en uno de los *Consultation Papers*⁸ publicados por la EIOPA, se reconoce que un cambio gradual en las tasas de mortalidad puede ser más apropiado que un *shock* ya predeterminado y que este *shock* de longevidad también dependerá de la edad del asegurado y en consecuencia difícilmente coincidirá con el 20% fijado por la fórmula estándar. La consecuencia más inmediata podría ser una inadecuada valoración de la carga de capital regulatorio de las compañías de seguros, o bien que el riesgo de incumplimiento fuera significativamente más alto que el nivel aceptado del 0,5%.

En lo referente a las causas de fallecimiento, queda de relieve la necesidad de entenderlas bien para comprender el comportamiento pasado de la mortalidad y estimar adecuadamente su comportamiento futuro. Sobre esta idea, consideraremos que las mejoras de la mortalidad tienen tres componentes⁹ en función de la causa de muerte; estas son:

1. Retraso en el inicio de la causa.
2. Reducción en la tasa de incidencia de cada causa.
3. Eliminación natural de dicha causa.

El formato de la fórmula estándar del riesgo de longevidad es equivalente a asumir que tanto la segunda como la tercera de las tres posibilidades descritas van a ocurrir para algunas de las causas de muerte. Pero, ¿qué va a significar en la práctica una reducción permanente de un 20% de la mortalidad? En la figura 4, mostramos un desglose reciente de las causas de muerte para personas de 60 o más años.

⁸ Ver CEIOPS (2009a).

⁹ Ver Richards y otros 2007.

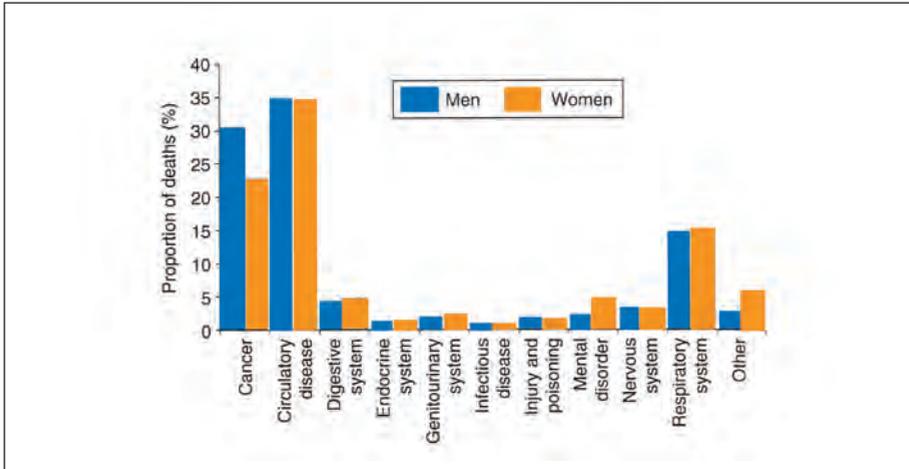


Figura 4. Muertes según la causa para personas de 60 o más años. Fuente: UK's Office for National Statistics.

Para comprender la necesidad de investigar acerca de la idoneidad de un *shock* del 20% repentino y constante de las tasas de mortalidad, traducimos este dato en términos más tangibles. Pues bien, un 20% de reducción de la mortalidad supone por ejemplo erradicar de un día para otro y de forma permanente, un 60% de las muertes derivadas de problemas circulatorios para hombres (equivalente a eliminar la enfermedad isquémica del corazón); y erradicar, también de un día para otro y de forma permanente, todas las muertes derivadas del cáncer en mujeres. A simple vista estos escenarios son exageradamente extremos, y en la práctica lo son aún más, dado que la erradicación de estas enfermedades ignora el proceso natural que implica que la desaparición de una enfermedad supondrá automáticamente el incremento en la prevalencia de otras, es decir, las causas de muerte no son independientes unas de otras.

Dada la cada vez mayor expectativa de supervivencia humana y los consiguientes ajustes correctores sobre la pensión pública, es un hecho que el sector público ha comenzado ya a transferir al ciudadano el riesgo de longevidad que hasta ahora asumía. Por tanto, será el propio ciudadano quien, mediante una cultura financiera adecuada, deberá a su vez ser capaz de transferir este riesgo biométrico y financiero al sector privado mediante el contrato de seguro de rentas vitalicias, alcanzando así

un nivel de ahorro suficiente que le permita mantener un adecuado bienestar en su jubilación. En consecuencia, los aseguradores deberemos ser también capaces de entender, gestionar y mitigar el riesgo de longevidad que se acumule en nuestro balance.

Como parte del proyecto de Solvencia II, y ante la trascendencia e importancia de éste, se siguen revisando los requerimientos de capital para las compañías de seguros europeas. El propósito de estas revisiones es conseguir que exista un modelo de cálculo más realista para cada uno de los riesgos a los que se expone una compañía de seguros.

La aportación de nuestro estudio se centrará exclusivamente en tratar de dar alguna alternativa más real a la aproximación estándar del cálculo del capital de solvencia para el riesgo de longevidad, analizando la idoneidad del *shock* de longevidad resultante mediante un modelo estocástico de proyección de la mortalidad, donde pondremos de manifiesto las deficiencias estructurales de una reducción única, inmediata y permanente del 20% de la mortalidad esperada y proponemos alguna alternativa para su mejora, ya que opinamos que la actual estructura del *shock* de longevidad bajo la fórmula estándar de Solvencia II, expone a las compañías de seguros a unos factores de mejora de la mortalidad poco realistas.

Veremos por tanto si este margen es apropiado, conservador, muy conservador, o incluso si podría ser insuficiente al menos en algunas combinaciones de edad del asegurado y duración de los contratos. Sin embargo, habrá que tener muy en cuenta que el *shock* actual bajo Solvencia II es muy sencillo y por tanto de fácil aplicación, especialmente para las pequeñas compañías, por lo que cualquier conclusión a la que llegemos deberá ir en esta dirección.

Modelo interno

Bajo el marco de Solvencia II, las compañías aseguradoras a las que se les haya concedido la posibilidad de utilizar un modelo interno por parte de las autoridades supervisoras, también deberán calcular la fórmula estándar. Por esta razón, los modelos internos deberán desarrollarse de tal manera que también les permitan producir resultados sobre las bases de la fórmula estándar.

Algunos otros investigadores ya han trabajado sobre la posibilidad de introducir un modelo que valore adecuadamente el riesgo de longevidad al que se exponen las compañías de seguros, aunque no siempre proponen un modelo interno que resulte alternativo a la fórmula estándar planteada por Solvencia II. Entre estos estudios destacamos los trabajos de Plat (2009), que se centra en la exposición de un fondo de pensiones al riesgo de longevidad por la mortalidad específica de ese fondo en lugar de la mortalidad de la población general (mortalidad esperada); o el de Stevens (2008) que compara los riesgos inherentes a los fondos de pensiones con otros productos mixtos; o Dowd (2006) que mide el riesgo de longevidad de una cartera de rentas para el caso de una cobertura imperfecta del activo (mediante una cartera de bonos). Otros, como Richards (2012), Hari (2008) y Olivieri y Pitacco (2008a,b), analizan los requerimientos de capital para algunas carteras contrastando el enfoque de Solvencia para un horizonte temporal de 1 año y un *VaR* del 99,5%, respecto de un horizonte temporal más amplio y unas probabilidades de pérdida diferentes.

No hay por tanto ninguna conclusión definitiva en relación con la idoneidad del *shock* de longevidad del enfoque del modelo estándar, sin embargo, Olivieri y Pitacco (2008a,b) afirman que el “escenario de shock de la fórmula estándar puede encontrarse lejos de la experiencia real de la industria del seguro, dando lugar a una asignación sesgada del requerimiento de capital”. Por todo esto, cabe pensar que la fórmula estándar no recoge con precisión el capital económico requerido para mitigar el riesgo de longevidad, por lo que en su lugar, las empresas de seguros deberían adoptar modelos internos. Al menos, vemos cómo la reducción de la mortalidad en situación de estrés debería ser recalibrada. En el siguiente apartado planteamos algunas alternativas que consideramos más próximas a “la experiencia real de la industria del seguro”.

3. MODELO INTERNO ALTERNATIVO A LA FÓRMULA ESTÁNDAR

En nuestro estudio vamos a evaluar la oportunidad y ventajas de modificar el *shock* de longevidad propuesto bajo el marco de Solvencia II. En concreto, sugerimos la posibilidad de utilizar un *shock* alternativo en función de la edad y sexo del asegurado y de la duración residual del contrato de seguro, en lugar del vigente tramo único. Para ello, nos centraremos exclusivamente en el análisis de la

fórmula estándar para el cálculo del capital de solvencia asociado al subriesgo de longevidad sin considerar ningún otro riesgo.

Este *shock* marca la asignación de capital que las aseguradoras deberán incorporar en sus balances para mitigar las desviaciones de la longevidad observada respecto a la estimada sobre sus contratos de rentas y capitales diferidos. Como ejercicio de impacto económico de este *shock* sobre una cartera asegurada, haremos también un ejemplo cuantitativo tomando como referencia una cartera de pensionistas de rentas vitalicias.

Para este trabajo hemos empleado datos de población española, basados en datos históricos obtenidos de las tablas "Human Mortality Database", elaboradas por el Instituto Max Planck Alemania¹⁰ (ver capítulo 3).

Adicionalmente, hemos corregido estos datos históricos con la incorporación de un *shock* biométrico, que enmienda posibles desviaciones de la supervivencia humana como consecuencia del probable efecto de un desarrollo de los avances médicos y de estilo de vida diferente al experimentado en el pasado.

Sin embargo, no hemos visto la necesidad de incorporar un *shock* paramétrico adicional por el efecto del diferente comportamiento siniestral de la cartera asegurada respecto de la población general por el hecho de que habitualmente quien contrata un seguro de rentas vitalicias suele tener una esperanza de vida estimada superior a otros miembros de dicha población que no suscriben este seguro. El motivo de descartar este efecto es que en la proyección de factores de mejora estamos utilizando datos poblacionales y en consecuencia estos son superiores para la población general que para la población asegurada al tener una esperanza de vida inferior y por tanto un mayor recorrido de la mejora futura de la mortalidad. Si además introdujéramos un *shock* paramétrico, estaríamos duplicando dicho efecto.

Se ha tomado el año 1960 como inicio de la mortalidad observada, evitando así las distorsiones producidas por diversos factores como por ejemplo las guerras mundiales, la Guerra Civil Española o epidemias como la Gran Gripe Española de 1918.

¹⁰ Ver www.mortality.org

Dadas las probabilidades de fallecimiento y supervivencia de la población española, hemos utilizado los factores de mejora de la mortalidad por edad y sexo obtenidos por los modelos de proyección analizados en el capítulo 3, utilizando para el cálculo del *shock* propuesto la mediana del factor de mejora de estos cuatro modelos de proyección propuestos, que recordamos son los más avanzados en la literatura y práctica actuarial internacional. Como consecuencia de este enfoque, analizamos mediante un análisis de regresión cómo las variables sexo, edad y duración son estadísticamente relevantes para el análisis.

Como vimos en el capítulo 3, estos factores de mejora se han estimado bajo un modelo de proyección estocástica con un nivel de confianza del 99,5% tal como exige la Directiva de Solvencia II. Una vez estimados los factores de mejora, calculamos la probabilidad de muerte estimada (qx') a partir de una población base (INE2011), que recogerá la mortalidad y supervivencia real del colectivo asegurado. El objetivo que buscamos es orientar la utilidad de nuestro estudio a las compañías de seguros cuya cartera asegurada esté compuesta en su totalidad o mayoritariamente por asegurados residentes en España. Una vez hemos calculado la mortalidad estimada, la comparamos con la mortalidad base para todas las combinaciones de edad, sexo y duración, obteniendo así los *shocks* de longevidad alternativos a la fórmula estándar de Solvencia II.

Por último, aplicaremos nuestro *shock* de longevidad resultante, sobre una cartera tipo de pensionistas, que guarda la misma estructura en cuanto a edades, género y rentas medias que la de pensionistas de jubilación en España de 2010 (datos MEYSS), y vemos el impacto que tiene el cambio de *shock* de longevidad sobre el SCR_{life} de una Compañía de Seguros de Vida.

En definitiva, el objetivo general de nuestro estudio es evaluar la posibilidad de modificar el *shock* de longevidad propuesto en el entorno de Solvencia II, para el cual llevamos a cabo los siguientes análisis:

1. Utilizamos los factores de mejora de la mortalidad para la población española al nivel de confianza 99,5% propuestos en el capítulo 3.
2. Comparamos la mortalidad esperada o estimada con la mortalidad base para obtener un *shock* de longevidad.

3. Demostramos que presentar un *shock* por edad, sexo y duración del contrato es estadísticamente significativo.
4. Vemos el impacto económico que los diferentes *shocks* tienen sobre el SCR_{life} de una cartera tipo de rentas vitalicias.

3.1. Metodología

3.1.1. Mortalidad base

El primer dato que necesitamos para proyectar la mortalidad futura es la experiencia pasada, ya sea expresada en tasas de mortalidad por sexo, edad, año calendario, o bien mediante la evolución de expuestos y fallecidos de una cohorte. Por todo ello, los supuestos de cálculo de la mortalidad base los hemos obtenido de la reciente experiencia observada de la mortalidad.

En nuestro estudio hemos asumido dos experiencias de mortalidad (mortalidad base) cada una de ellas con un propósito diferente:

La primera de ellas basada en la experiencia de mortalidad española según las Tablas HMD, con la que obtenemos las mejoras futuras de la mortalidad que posteriormente aplicamos a nuestra qx base.

La segunda de ellas está basada exclusivamente en la experiencia de mortalidad de la propia cartera asegurada, que hemos supuesto sigue la misma distribución que la propuesta por la tabla INE2011 al estar compuesta íntegramente por asegurados residentes en territorio español.

Otra alternativa podría haber sido utilizar otras fuentes de información, como la población asegurada o la experiencia de mortalidad de la cartera de una Compañía determinada, o por ejemplo datos de experiencia de mortalidad de la población europea al tratarse de una propuesta que afecta a todos los países miembros de la UE. Hemos optado por tomar como referencia las tablas antes comentadas al considerar que recogen una información muy amplia, detallada y ajustada al colectivo analizado (pensionistas españoles), especialmente en lo

referente a los aspectos globales socio-económicos, de comportamiento o de estilo de vida.

3.1.2. Spanish Longevity Index (SLI)

Dado que cada vez es mayor la preocupación del mercado asegurador por el riesgo de longevidad asociado a sus carteras aseguradas, los índices de proyección de la longevidad resultarán vitales a la hora de gestionar y mitigar este riesgo de tendencia de la longevidad. Por tanto, para un adecuado desarrollo de un mercado líquido, transparente y profundo de productos aseguradores de supervivencia, será básica la estandarización de los procesos, situación a la que podemos llegar mediante el uso de índices estándar de longevidad. De esta manera, para un mercado concreto, se permite estandarizar una métrica del consumo de capital requerido del subriesgo de supervivencia, pues este debe ser medido sobre valores poblaciones y no sobre cartera expuesta.

Por lo tanto, un índice de longevidad de aplicación a grupos y subgrupos de cabezas aseguradas, es un índice que mide la tendencia de supervivencia de una población de referencia, y que podrá adoptar numerosas formas con base en un conjunto de datos vinculados a diferentes métricas de las tasas de mortalidad, supervivencia y esperanza de vida, siendo la edad y el género las variables explicativas más relevantes. Además, la ciencia actuarial está discutiendo también la relevancia de otros factores como la cohorte generacional. Tanto es así que hay modelos que en efecto incluyen este factor como ya hemos visto en los llamados modelos *ACP* (Edad-Cohorte-Periodo, por sus siglas en inglés). La incorporación o no de este factor generacional dependerá en primer lugar de la relevancia de este elemento en la población subyacente que estemos trabajando y en segundo lugar del nivel de aceptación que el actuario quiera asumir en los presupuestos subjetivos de decisión para la correcta calibración del modelo.

Por tanto, dado que los índices de longevidad son un elemento clave en la evolución del mercado de longevidad, a continuación proponemos un índice de referencia que mida la evolución del riesgo de tendencia de la longevidad de la población española, tomando como referencia los factores de mejora de la mortalidad obtenidos con los cuatro métodos de proyección presentados en el capítulo 3.

Aprovechamos por tanto la robustez, sofisticación y precisión de estos cuatro modelos de proyección para elaborar el que denominamos como *Spanish Longevity Index (SLI)*, que nos será de utilidad, no solo para valorar la mortalidad estimada y obtener así un modelo interno para el *shock* de longevidad alternativo a la fórmula estándar por comparativa respecto a la mortalidad base de la cartera y bajo un nivel de confianza del 99,5% tal como exige la Directiva de Solvencia II, sino también, bajo un escenario sin estresar (desviación sobre la media del 50%), como un índice de referencia para que el mercado asegurador español consiga hacer una gestión eficaz de *pricing*, *reserving* y transferencia y mitigación del riesgo de supervivencia asumido en sus carteras de seguros de rentas.

La creación del índice (en adelante nos referiremos por su acrónimo *SLI*), está alineada con las prácticas más incipientes de los mercados mundiales de referencia que asumen y transfieren riesgo de longevidad. Al estar elaborado sobre población española, elimina el principal inconveniente que tienen los índices internacionales publicados, esto es, la imposibilidad de su uso en el mercado español como referencia bien para modelos internos de proyección o para referencia de operaciones de reaseguro, debido a que la población base no es la española y por tanto su uso implicaría capturar parte del riesgo de tendencia de población foránea.

A continuación presentamos el índice que, sustentado en los factores de mejora presentados en el capítulo anterior y estructurados por edad y sexo, tendrá dos modalidades: En la primera de ellas estresamos el índice al 99,5% de nivel de confianza para cumplir con los requisitos de Solvencia II en la elaboración de modelos internos. Tendremos también un segundo índice resultante de escoger el escenario medio del intervalo de confianza, y que resultará de utilidad para el *pricing*, *reserving* y acuerdos de reaseguro. Estos son:

SLI-50:

Dados los factores de mejora calculados en el capítulo 3 para un escenario medio, tales que:

VARONES					VARONES				
Edad	LC	LCS	DDE	<i>P-spline</i>	Edad	LC	LCS	DDE	<i>P-spline</i>
50	1,54%	1,52%	1,52%	3,75%	76	2,20%	2,18%	2,18%	2,18%
51	1,41%	1,55%	1,55%	3,71%	77	2,09%	2,14%	2,14%	2,26%
52	1,74%	1,58%	1,59%	3,66%	78	2,22%	2,09%	2,09%	2,36%
53	1,62%	1,62%	1,62%	3,60%	79	1,96%	2,04%	2,04%	2,45%
54	1,64%	1,66%	1,66%	3,53%	80	2,00%	1,99%	1,98%	2,54%
55	1,65%	1,70%	1,70%	3,45%	81	1,72%	1,93%	1,93%	2,62%
56	1,75%	1,75%	1,75%	3,36%	82	1,90%	1,88%	1,88%	2,70%
57	1,71%	1,80%	1,80%	3,26%	83	1,74%	1,82%	1,82%	2,76%
58	1,86%	1,85%	1,84%	3,15%	84	1,84%	1,75%	1,76%	2,81%
59	1,88%	1,90%	1,90%	3,02%	85	1,64%	1,68%	1,69%	2,83%
60	1,94%	1,95%	1,95%	2,89%	86	1,58%	1,61%	1,62%	2,84%
61	1,82%	2,00%	2,00%	2,75%	87	1,50%	1,53%	1,54%	2,83%
62	2,19%	2,05%	2,05%	2,61%	88	1,51%	1,44%	1,44%	2,82%
63	2,11%	2,10%	2,10%	2,47%	89	1,40%	1,33%	1,34%	2,79%
64	2,18%	2,15%	2,15%	2,34%	90	1,33%	1,22%	1,22%	2,75%
65	2,23%	2,19%	2,20%	2,22%	91	0,90%	1,10%	1,09%	2,71%
66	2,17%	2,23%	2,24%	2,11%	92	0,99%	0,98%	0,96%	2,66%
67	2,23%	2,26%	2,27%	2,03%	93	0,75%	0,85%	0,82%	2,60%
68	2,29%	2,29%	2,29%	1,97%	94	0,81%	0,73%	0,70%	2,53%
69	2,15%	2,31%	2,31%	1,93%	95	0,51%	0,62%	0,59%	2,46%
70	2,37%	2,31%	2,32%	1,92%	96	0,52%	0,53%	0,51%	2,38%
71	2,07%	2,31%	2,32%	1,92%	97	0,27%	0,46%	0,47%	2,28%
72	2,39%	2,30%	2,31%	1,95%	98	0,52%	0,43%	0,46%	2,19%
73	2,28%	2,28%	2,28%	1,99%	99	0,54%	0,43%	0,51%	2,09%
74	2,31%	2,26%	2,26%	2,04%	100	0,73%	0,47%	0,62%	1,98%
75	2,21%	2,22%	2,22%	2,10%					

Tabla 1. Factores de mejora al 50% de nivel de confianza para la población masculina en España según los 4 métodos de proyección analizados en el capítulo 3. Fuente: Elaboración propia.

MUJERES				
Edad	LC	LCS	DDE	<i>P-spline</i>
50	2,10%	1,99%	2,00%	2,33%
51	1,83%	2,03%	2,04%	2,27%
52	2,19%	2,07%	2,07%	2,19%
53	2,01%	2,10%	2,11%	2,09%
54	2,24%	2,14%	2,14%	1,98%
55	2,03%	2,17%	2,18%	1,87%
56	2,26%	2,21%	2,21%	1,76%
57	2,14%	2,25%	2,25%	1,64%
58	2,38%	2,29%	2,29%	1,53%
59	2,24%	2,33%	2,32%	1,42%
60	2,49%	2,37%	2,36%	1,32%
61	2,19%	2,41%	2,40%	1,22%
62	2,55%	2,45%	2,45%	1,14%
63	2,49%	2,49%	2,49%	1,07%
64	2,54%	2,53%	2,53%	1,02%
65	2,61%	2,56%	2,57%	1,00%
66	2,52%	2,59%	2,60%	1,00%
67	2,62%	2,62%	2,63%	1,03%
68	2,67%	2,64%	2,65%	1,09%
69	2,39%	2,65%	2,66%	1,18%
70	2,72%	2,65%	2,66%	1,29%
71	2,39%	2,64%	2,65%	1,41%
72	2,72%	2,62%	2,63%	1,55%
73	2,60%	2,59%	2,60%	1,68%
74	2,60%	2,55%	2,55%	1,82%
75	2,53%	2,50%	2,50%	1,96%

MUJERES				
Edad	LC	LCS	DDE	<i>P-spline</i>
76	2,46%	2,45%	2,45%	2,11%
77	2,33%	2,38%	2,38%	2,26%
78	2,45%	2,31%	2,30%	2,43%
79	2,14%	2,22%	2,22%	2,60%
80	2,16%	2,13%	2,13%	2,78%
81	1,78%	2,04%	2,03%	2,96%
82	1,97%	1,93%	1,93%	3,13%
83	1,73%	1,82%	1,82%	3,29%
84	1,79%	1,70%	1,71%	3,43%
85	1,58%	1,59%	1,60%	3,53%
86	1,47%	1,47%	1,48%	3,59%
87	1,33%	1,35%	1,36%	3,62%
88	1,28%	1,22%	1,24%	3,60%
89	1,09%	1,11%	1,11%	3,55%
90	1,13%	0,99%	0,99%	3,46%
91	0,63%	0,88%	0,87%	3,32%
92	0,83%	0,77%	0,76%	3,16%
93	0,62%	0,67%	0,65%	2,95%
94	0,62%	0,59%	0,56%	2,71%
95	0,39%	0,52%	0,49%	2,45%
96	0,55%	0,47%	0,45%	2,15%
97	0,33%	0,44%	0,43%	1,84%
98	0,52%	0,44%	0,45%	1,52%
99	0,60%	0,46%	0,50%	1,18%
100	0,47%	0,51%	0,60%	0,84%

Tabla 2. Factores de mejora al 50% de nivel de confianza según los 4 métodos de proyección analizados en el capítulo 3 para la población femenina en España. Fuente: Elaboración propia.

Y dado que consideramos que estos modelos de proyección de la supervivencia española son los más avanzados y rigurosos que ofrece la literatura e investigación actuarial con las variables edad-periodo, decidimos no preferir uno u otro, de tal manera que calibramos nuestro índice *SLI* como la mediana de los factores de mejora de la mortalidad de estos cuatro modelos. Además, al utilizar la mediana de cuatro modelos, eliminamos, o al menos diluimos en gran medida, el llamado "riesgo de modelo".

El índice resultante de esta metodología para el escenario medio, es el siguiente:

MEDIANA			MEDIANA		
Edad	Varones	Mujeres	Edad	Varones	Mujeres
50	1,53%	2,05%	76	2,18%	2,45%
51	1,55%	2,03%	77	2,14%	2,35%
52	1,66%	2,13%	78	2,15%	2,37%
53	1,62%	2,10%	79	2,04%	2,22%
54	1,66%	2,14%	80	1,99%	2,15%
55	1,70%	2,10%	81	1,93%	2,03%
56	1,75%	2,21%	82	1,89%	1,95%
57	1,80%	2,20%	83	1,82%	1,82%
58	1,85%	2,29%	84	1,80%	1,75%
59	1,90%	2,28%	85	1,69%	1,59%
60	1,95%	2,36%	86	1,61%	1,48%
61	2,00%	2,30%	87	1,53%	1,35%
62	2,12%	2,45%	88	1,48%	1,26%
63	2,11%	2,49%	89	1,37%	1,11%
64	2,17%	2,53%	90	1,28%	1,06%
65	2,21%	2,57%	91	1,10%	0,87%
66	2,20%	2,56%	92	0,98%	0,80%
67	2,25%	2,62%	93	0,84%	0,66%
68	2,29%	2,64%	94	0,77%	0,60%
69	2,23%	2,52%	95	0,61%	0,51%
70	2,32%	2,65%	96	0,53%	0,51%
71	2,19%	2,51%	97	0,46%	0,44%
72	2,30%	2,62%	98	0,49%	0,48%
73	2,28%	2,59%	99	0,53%	0,55%
74	2,26%	2,55%	100	0,67%	0,56%
75	2,21%	2,50%			

Tabla 3. *Spanish Longevity Index (SLI-50)*. Fuente: Elaboración propia.

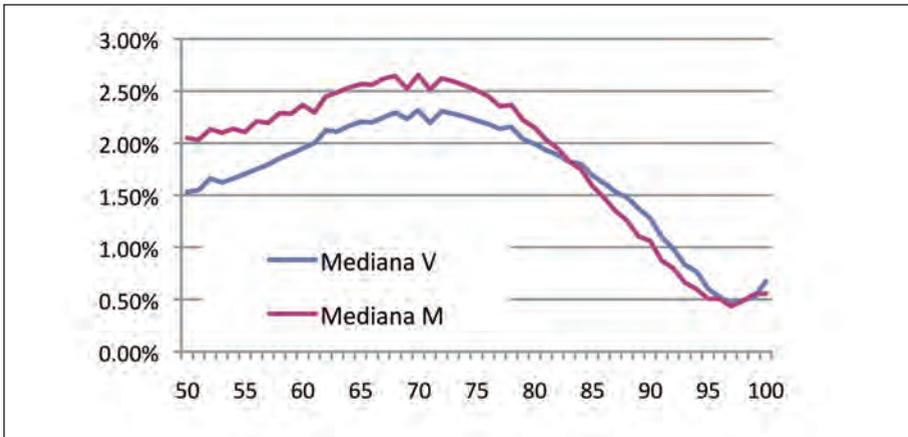


Figura 5. Representación gráfica del SLI-50. Fuente: Elaboración propia.

SLI-99,5:

Dados los factores de mejora calculados en el capítulo 3 para un escenario estresado al 99,5 de nivel de confianza.

VARONES				
Edad	LC	LCS	DDE	<i>P-spline</i>
50	3,05%	3,01%	3,02%	7,78%
51	2,80%	3,06%	3,07%	7,68%
52	3,43%	3,13%	3,13%	7,58%
53	3,21%	3,20%	3,20%	7,47%
54	3,24%	3,28%	3,28%	7,35%
55	3,26%	3,36%	3,36%	7,22%
56	3,46%	3,46%	3,45%	7,08%
57	3,38%	3,55%	3,55%	6,92%
58	3,69%	3,66%	3,65%	6,75%
59	3,72%	3,76%	3,75%	6,58%
60	3,84%	3,86%	3,86%	6,39%
61	3,61%	3,97%	3,96%	6,19%
62	4,33%	4,07%	4,07%	5,97%
63	4,19%	4,17%	4,17%	5,75%
64	4,32%	4,26%	4,26%	5,52%
65	4,43%	4,35%	4,35%	5,29%
66	4,30%	4,42%	4,43%	5,08%
67	4,42%	4,48%	4,49%	4,90%
68	4,54%	4,53%	4,54%	4,75%
69	4,27%	4,56%	4,57%	4,67%
70	4,68%	4,58%	4,58%	4,63%
71	4,10%	4,57%	4,58%	4,64%
72	4,72%	4,54%	4,55%	4,66%
73	4,51%	4,50%	4,50%	4,69%
74	4,56%	4,45%	4,44%	4,73%
75	4,35%	4,38%	4,37%	4,77%

VARONES				
Edad	LC	LCS	DDE	<i>P-spline</i>
76	4,32%	4,30%	4,29%	4,82%
77	4,10%	4,21%	4,20%	4,86%
78	4,36%	4,11%	4,10%	4,92%
79	3,86%	4,01%	4,00%	5,00%
80	3,93%	3,90%	3,90%	5,09%
81	3,38%	3,80%	3,79%	5,21%
82	3,73%	3,68%	3,69%	5,32%
83	3,42%	3,57%	3,57%	5,43%
84	3,61%	3,44%	3,45%	5,52%
85	3,22%	3,31%	3,32%	5,60%
86	3,11%	3,16%	3,18%	5,65%
87	2,94%	3,00%	3,02%	5,68%
88	2,97%	2,82%	2,83%	5,70%
89	2,76%	2,62%	2,63%	5,73%
90	2,60%	2,40%	2,40%	5,76%
91	1,77%	2,17%	2,15%	5,82%
92	1,95%	1,92%	1,88%	5,88%
93	1,46%	1,67%	1,62%	5,94%
94	1,59%	1,43%	1,37%	6,00%
95	1,02%	1,22%	1,17%	6,05%
96	1,03%	1,05%	1,01%	6,08%
97	0,54%	0,92%	0,92%	6,10%
98	1,03%	0,86%	0,91%	6,09%
99	1,03%	0,87%	1,00%	6,05%
100	1,43%	0,97%	1,21%	6,01%

Tabla 4. Factores de mejora al 99,5% de nivel de confianza para la población masculina en España según los 4 métodos de proyección analizados en el capítulo 3. Fuente: Elaboración propia.

MUJERES				
Edad	LC	LCS	DDE	<i>P-spline</i>
50	3,37%	3,21%	3,21%	4,96%
51	2,95%	3,25%	3,25%	4,82%
52	3,52%	3,30%	3,30%	4,67%
53	3,23%	3,36%	3,36%	4,51%
54	3,59%	3,42%	3,42%	4,33%
55	3,26%	3,48%	3,48%	4,15%
56	3,62%	3,54%	3,54%	3,97%
57	3,44%	3,61%	3,60%	3,78%
58	3,81%	3,68%	3,67%	3,60%
59	3,60%	3,75%	3,74%	3,44%
60	4,00%	3,82%	3,81%	3,29%
61	3,51%	3,89%	3,89%	3,14%
62	4,10%	3,96%	3,96%	3,01%
63	3,99%	4,02%	4,02%	2,89%
64	4,08%	4,08%	4,09%	2,80%
65	4,19%	4,14%	4,15%	2,74%
66	4,05%	4,19%	4,19%	2,70%
67	4,21%	4,22%	4,23%	2,70%
68	4,28%	4,25%	4,26%	2,73%
69	3,84%	4,26%	4,28%	2,80%
70	4,37%	4,26%	4,28%	2,92%
71	3,83%	4,25%	4,26%	3,06%
72	4,37%	4,22%	4,22%	3,21%
73	4,17%	4,17%	4,17%	3,36%
74	4,17%	4,11%	4,11%	3,50%
75	4,05%	4,03%	4,03%	3,64%

MUJERES				
Edad	LC	LCS	DDE	<i>P-spline</i>
76	3,95%	3,94%	3,94%	3,78%
77	3,74%	3,83%	3,83%	3,91%
78	3,93%	3,72%	3,71%	4,05%
79	3,43%	3,58%	3,58%	4,21%
80	3,47%	3,44%	3,43%	4,39%
81	2,86%	3,28%	3,28%	4,58%
82	3,17%	3,11%	3,12%	4,77%
83	2,78%	2,94%	2,94%	4,95%
84	2,88%	2,75%	2,76%	5,10%
85	2,54%	2,56%	2,58%	5,21%
86	2,37%	2,37%	2,39%	5,30%
87	2,13%	2,18%	2,19%	5,34%
88	2,06%	1,98%	1,99%	5,35%
89	1,75%	1,79%	1,80%	5,32%
90	1,82%	1,60%	1,60%	5,26%
91	1,02%	1,41%	1,41%	5,17%
92	1,34%	1,24%	1,22%	5,05%
93	0,99%	1,08%	1,06%	4,90%
94	1,00%	0,95%	0,91%	4,72%
95	0,63%	0,83%	0,80%	4,52%
96	0,88%	0,75%	0,73%	4,31%
97	0,54%	0,71%	0,70%	4,07%
98	0,84%	0,71%	0,73%	3,82%
99	0,97%	0,75%	0,82%	3,55%
100	0,75%	0,84%	0,97%	3,28%

Tabla 5. Factores de mejora al 99,5% de nivel de confianza según los 4 métodos de proyección analizados en el capítulo 3 para la población femenina en España. Fuente: Elaboración propia.

Y siguiendo la misma metodología antes comentada con base en la mediana de los factores de mejora de la mortalidad de estos cuatro modelos, nuestro *SLI-99,5* resulta como sigue:

MEDIANA		
Edad	Varones	Mujeres
50	3,03%	3,29%
51	3,06%	3,25%
52	3,28%	3,41%
53	3,21%	3,36%
54	3,28%	3,51%
55	3,36%	3,48%
56	3,46%	3,58%
57	3,55%	3,61%
58	3,67%	3,68%
59	3,76%	3,67%
60	3,86%	3,82%
61	3,97%	3,70%
62	4,20%	3,96%
63	4,18%	4,01%
64	4,29%	4,08%
65	4,39%	4,14%
66	4,42%	4,12%
67	4,49%	4,22%
68	4,54%	4,26%
69	4,57%	4,05%
70	4,61%	4,27%
71	4,57%	4,04%
72	4,60%	4,22%
73	4,51%	4,17%
74	4,50%	4,11%
75	4,37%	4,03%

MEDIANA		
Edad	Varones	Mujeres
76	4,31%	3,94%
77	4,20%	3,83%
78	4,23%	3,82%
79	4,00%	3,58%
80	3,91%	3,46%
81	3,79%	3,28%
82	3,71%	3,14%
83	3,57%	2,94%
84	3,53%	2,82%
85	3,31%	2,57%
86	3,17%	2,38%
87	3,01%	2,18%
88	2,90%	2,03%
89	2,69%	1,79%
90	2,50%	1,71%
91	2,16%	1,41%
92	1,93%	1,29%
93	1,64%	1,07%
94	1,51%	0,97%
95	1,19%	0,82%
96	1,04%	0,82%
97	0,92%	0,70%
98	0,97%	0,78%
99	1,02%	0,89%
100	1,32%	0,91%

Tabla 6. Spanish Longevity Index (SLI-99,5). Fuente: Elaboración propia.

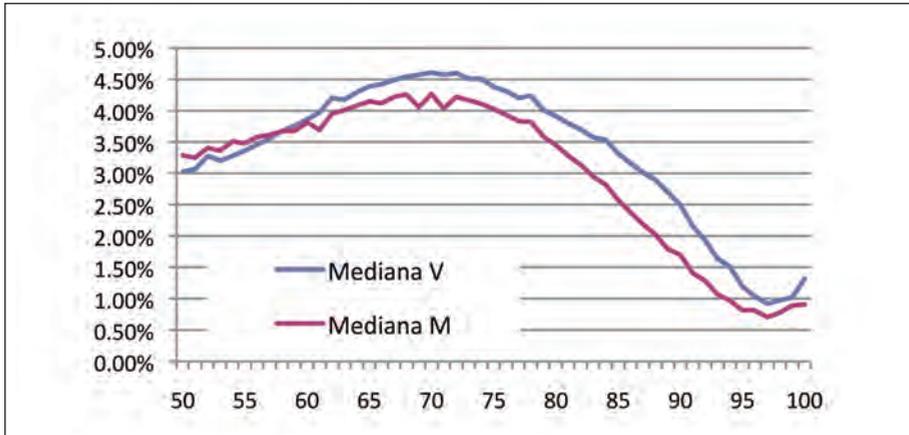


Figura 6. Representación gráfica del $SLI-99,5$. Fuente: Elaboración propia.

Observamos en las figuras 5 y 6 cómo este índice de longevidad basado en datos históricos de la población española sigue una tendencia creciente con la edad hasta los 70 años, momento en que empieza a decrecer hasta la edad límite observada ($\omega = 100$). Por su relevancia e impacto económico para carteras aseguradas que incorporan riesgo de longevidad, a continuación destacamos algunas de las claves para la obtención de estos factores de mejora:

1. Las observaciones están desglosadas por sexo, año calendario (de 1960 a 2009) y edad (hasta $\omega = 100$ años).
2. La mortalidad base (HMD) incluye la población total (asegurada y no asegurada) al no existir información pública disponible sobre mortalidad de la población asegurada.
3. El índice estresado al 99,5% de nivel de confianza ($SLI-99,5$) es de perfecta utilidad para cualquier cálculo y prueba de estrés bajo la normativa de Solvencia II.
4. En el caso de utilizar el índice para otro tipo de tareas tales como el *pricing*, *reserving* o técnicas de gestión y mitigación del riesgo de longevidad, quizá sea más apropiado utilizar los factores de mejora no al 99,5% de confianza, sino utilizando la media de escenarios ($SLI-50$).

5. El índice queda desglosado no solo por edad, sino también por género, al entender que es relevante para las carteras de rentas en España, donde en función de si son de jubilación o viudedad, siguen aún estando mayoritariamente compuestas por hombres o mujeres respectivamente.

Para darle a este índice propuesto una mayor consistencia, transparencia y objetividad¹¹, a continuación exponemos los diez principios y criterios que entendemos que cumple y sobre los que se debe estructurar todo índice de longevidad, tanto público como privado¹². Estos son:

1. *Trazabilidad*: No es un índice ambiguo, es decir, sus componentes y población de referencia en la que se basa (HMD) están perfectamente definidos y delimitados, y es de total aprobación por la comunidad investigadora en técnicas actuariales y demográficas.
2. *Transparencia*: Los métodos para graduar las tasas de supervivencia han sido validados y expuestos con todo detalle en el capítulo 3.
3. *Objetividad*: Es un índice objetivo, ya que los cuatro métodos utilizados para su graduación y suavizado no incorporan ningún supuesto que pueda considerarse subjetivo. Además, los criterios para su diseño perduran en el tiempo.
4. *Robustez*: Es un índice cuyos componentes arrojarán unos resultados de referencia útiles para el mercado. Además, al escoger la mediana de cuatro modelos de proyección diluimos el "riesgo de modelo".
5. *Fáciles de gestionar*: Es posible cuantificar el valor de mercado del índice a través de la valoración de la experiencia de supervivencia de la población tomada como referencia (HMD).
6. *Tendencia de supervivencia*: El *SLI* es un índice que recoge perfectamente el riesgo de tendencia de la longevidad y que presentamos al mercado en un corto

¹¹ Ver Coughlan et ál. (2007b).

¹² Ver principios en LLMA (<http://llma.org> y <http://lifemetrics.com>).

espacio de tiempo desde su elaboración, es decir, tanto la BBDD escogida como las técnicas de proyección utilizadas son lo suficientemente recientes como para calibrar adecuadamente la tendencia experimentada por la supervivencia en España.

7. *Continuidad*: Es un índice de reciente creación, que propone ser actualizado con cierta regularidad.
8. *Consistencia*: El *SLI* es apropiado y consistente con el estilo y objetivos que busca el mercado, tal como mostramos en próximos análisis de solvencia y reaseguro.
9. *Sencillez*: Es un índice cuyos resultados pueden ser opinables por el inversor o consumidor final, ya sea esta una opinión positiva, negativa o neutra.
10. *Universalidad*: Es un índice que puede ser perfectamente utilizado por todos los participantes del mercado de longevidad con negocio en España.

Además de estas características que debe poseer un índice de longevidad, entendemos que el *Spanish Longevity Index* ha sido bien explicado y documentado, por lo que puede ser perfectamente comprendido por el inversor.

Llegados a este punto y una vez contrastado el test de usabilidad, consideramos que el índice desarrollado en este trabajo sobre la mediana de cuatros modelos actuariales avanzados y expuestos en el capítulo 3, cumple con todos los presupuestos anteriores para que pueda ser utilizado en el mercado español a modo de índice de referencia para la gestión y mitigación del riesgo de longevidad.

Según el Instituto Nacional de Estadística publique las nuevas tablas de mortalidad nacionales, el *SLI* se verá actualizado, de tal manera que el mercado nacional podrá volver a calibrar los valores de sus *SCR* por subriesgo de longevidad, así como sus pasivos actuariales con exposición a la supervivencia y, no menos importante, evaluar los precios de transferencia de operaciones de cesión de riesgo de longevidad, desde las dos posiciones contractuales, reaseguradoras y cedentes.

Además, este instrumento permite poner a disposición del regulador, entidades de auditoría contable y de sociedades de consultoría actuarial que validen modelos internos, de un instrumento objetivo para verificar dentro de sus ámbitos de competencia las hipótesis de longevidad, cumpliendo de esta manera los presupuestos de exigencia de la Directiva de Solvencia II.

3.1.3. Factores de mejora de la mortalidad

Para la calibración del factor de tendencia podríamos haber escogido varios intervalos temporales obtenidos de las tablas poblacionales: Un intervalo corto (últimos 10-20 años), un intervalo medio (últimos 30-50 años), o un intervalo largo (últimos 100 años). Para este tipo de estudios es habitual utilizar un intervalo medio. En particular, nosotros hemos tomado como año de inicio del estudio 1960 para evitar así distorsiones y volatilidad sobre el factor de mejora por circunstancias excepcionales como las que a continuación comentamos (figura 7):



Figura 7. Comparativa de factores anuales de la mortalidad desde 1908 en España y los países ahora miembros de la UE. Fuente: Elaboración propia¹³.

1. La Gripe Española o Gran Gripe (1918-1920), fue el primero de los sucesos que frenó coyunturalmente la mejora de la mortalidad en España. Esta fue una pandemia de gripe de inusitada gravedad, causada por un brote del virus A del subtipo H1N1, y se convirtió en una de las pandemias más letales de la historia

¹³ Los primeros datos de mortalidad poblacional de los que disponemos en las HMD para la población española son de 1908.

de la humanidad, ya que mató a más de 80 millones de personas en todo el mundo entre los años 1918 y 1920. Esta cifra de muertos que incluía una alta mortalidad infantil, se considera uno de los ejemplos de crisis de mortalidad. A diferencia de otras epidemias de gripe, que afectan básicamente a niños y ancianos, muchas de sus víctimas fueron jóvenes y adultos saludables (figura 8). En estos años el factor de mejora europeo se ve además afectado por el repunte de mortalidad provocado por la Primera Guerra Mundial.

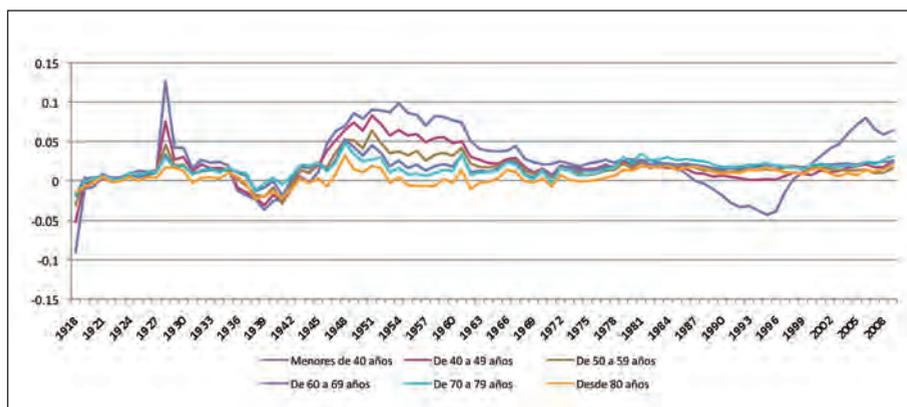


Figura 8. Factores anuales de la mortalidad de España desde 1908 por tramos de edad (población total). Fuente: Elaboración propia.

2. El segundo acontecimiento que afectó de forma significativa sobre la mortalidad de la población española en el Siglo XX, fue la Guerra Civil (1936-1939), que hizo que el factor de mejora anual de la mortalidad descendiera durante los años 30, y de forma automática, después de ella, se produjera una recuperación muy acentuada. En la figura 7 podemos apreciar cómo este efecto se observa unos años más tarde sobre la población europea, motivado por el efecto del abrupto crecimiento de la mortalidad consecuencia de la Segunda Guerra Mundial. Se aprecia con especial relevancia cómo afectó la Guerra Civil sobre la variabilidad del factor de mejora de la mortalidad en todos los tramos de edad, y especialmente acentuado en las bandas de edad más jóvenes, es decir, sobre aquellos segmentos de población que podían luchar (hasta los 50 años), siendo especialmente visible para el caso de los hombres (figuras 9 y 10).

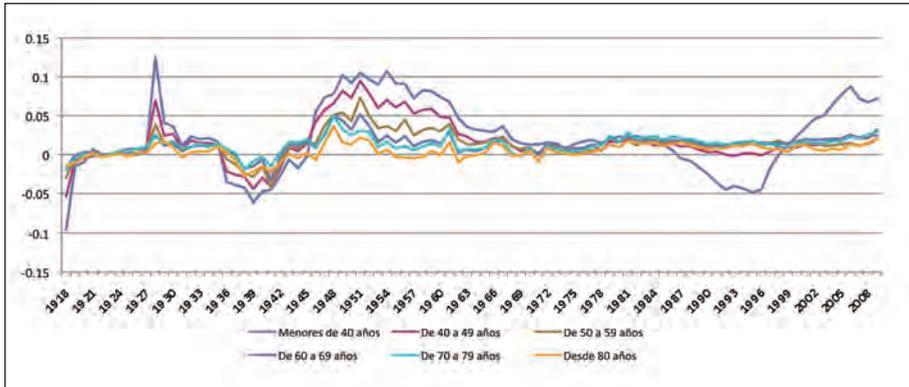


Figura 9. Factores anuales de la mortalidad de España desde 1908 por tramos de edad (hombres). Fuente: Elaboración propia.

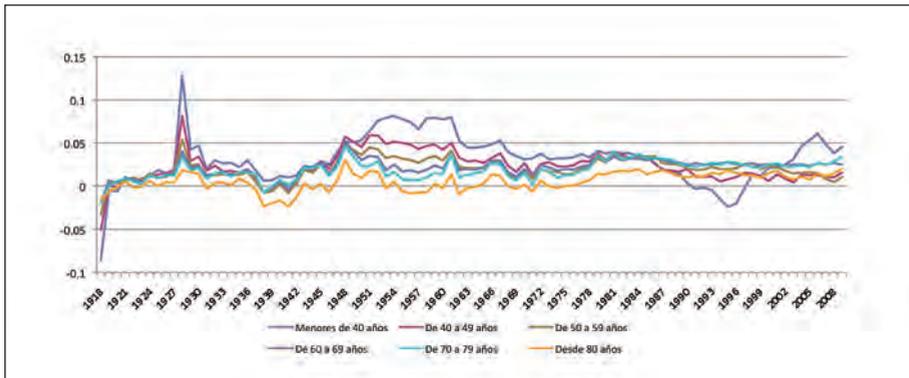


Figura 10. Factores anuales de la mortalidad de España desde 1908 por tramos de edad (mujeres). Fuente: Elaboración propia.

3. Otros factores como la crisis de subsistencia durante la posguerra o los desplazamientos humanos a consecuencia de esta, han tenido alguna relevancia sobre los factores de mejora de la mortalidad de la población española a lo largo del Siglo XX, aunque su influencia sobre estos fue mucho más reducida que los anteriormente expuestos.

Analizados estos comportamientos poblacionales, vemos la idoneidad de escoger un intervalo de tiempo no superior a 50 años, y así evitar distorsiones excepcionales

como guerras o epidemias. Con la serie histórica 1960-2009 evitamos estas circunstancias especiales que reducen bruscamente los factores de mejora de la mortalidad, que por su excepcionalidad, suponemos que no se van a volver a producir en los próximos años. Además, nos aporta un margen de prudencia siempre necesaria para evitar desviaciones imprevistas en el futuro que afecten sobre el capital económico requerido, ya que estamos descartando descensos bruscos de la mortalidad y por tanto proyectando factores de mejora superiores que derivarán en el cálculo de unos *shocks* de longevidad también superiores.

Como hemos podido observar, la información histórica demuestra que la mejora de la mortalidad no experimenta cambios abruptos si no es por circunstancias excepcionales, siendo estable a lo largo de los años. Observamos también cómo la mejora de la mortalidad es decreciente a partir de los 70 años, coincidiendo esta tendencia con otros estudios sobre la mortalidad humana, confirmando así una de las premisas del estudio, que la mejora de la mortalidad se produce de forma gradual y no uniforme para todas las edades.

Una vez calculados y analizada la idoneidad de los factores de mejora estimados en el capítulo 3, agregaremos a continuación estos factores sobre la mortalidad sin mejoras (mortalidad base) de nuestra cartera que sigue la misma evolución que la Tabla INE2011, y calculamos su impacto sobre la mortalidad esperada.

Mortalidad estimada

La extrema dificultad de proyectar las principales causas de muerte hacia el futuro es una de las razones de por qué proyectar la longevidad resulta tan complicado. Y es que según decrece la mortalidad originada por las causas actuales, otras causas pasan a ser más relevantes, para en un futuro decrecer y dar paso a otras y así sucesivamente. Además, resulta extremadamente complicado estimar cómo se comportarán en el futuro las actuales causas de muerte. Entre otras, hace cincuenta años nadie podía predecir que el fumar, las alteraciones cardiovasculares o el cáncer iban a tener tanta influencia sobre la mortalidad. Surge por tanto el interrogante de si ahora podemos predecir correctamente los riesgos futuros asociados a la mortalidad.

Para mitigar las distintas dificultades que entraña una adecuada proyección de la mortalidad, hemos tenido en cuenta dos aspectos fundamentales:

1. *Tendencia de la volatilidad de la mejora de la mortalidad a largo plazo:* hemos observado que a lo largo del periodo seleccionado existen tendencias medibles de la mortalidad a largo plazo. Todos los movimientos a largo plazo serán el resultado de varios factores como los avances médicos, la calidad de vida, las buenas prácticas de los profesionales sanitarios, los cambios económicos, políticos y sociales, etc. En nuestro estudio, creemos que esta volatilidad a largo plazo queda suficientemente recogida al analizar una serie histórica de 50 años (1960-2009).
2. *Tendencia de la volatilidad de la mejora de la mortalidad a corto plazo:* Coincidiendo con la tendencia de la mejora de la mortalidad a largo plazo, históricamente también fluctúa la mortalidad de año en año. Estas fluctuaciones se atribuyen a numerosos factores que incluyen entre otros las condiciones climatológicas extremas, epidemias e incluso errores en el *reporting* de estas fluctuaciones.

Como decíamos antes, existe un amplio abanico de factores, incluyendo los cambios medioambientales, de comportamiento y sociales que pueden conducir a incrementos en la mortalidad. Además, algunos de ellos son incipientes o aún desconocidos. Hace unos años, los peligros asociados por ejemplo al tabaco o al amianto, no eran aún bien conocidos, ni se asociaban a sustancias que desembocarían en cáncer una vez transcurridos 20 o 30 años desde la primera exposición. Sin embargo, mientras que ahora se sabe perfectamente la influencia que el tabaco o el amianto tienen en la manifestación del cáncer u otras alteraciones, siguen apareciendo otros riesgos potenciales. Otros riesgos en cambio, como el de la contaminación medioambiental sí se asocian claramente a un incremento en las tasas de mortalidad futura.

Para algunos investigadores¹⁴, el elevado incremento de personas con obesidad y sus trastornos asociados, como la diabetes, conducirá a una reducción de la esperanza de vida en aquellos países considerados como desarrollados.

¹⁴ Ver Olshansky.

Otras enfermedades que actualmente no son muy frecuentes, puede que sean las que lideren las causas de mortalidad en el futuro. Así por ejemplo, se espera un aumento de las enfermedades cardio pulmonares como consecuencia de la polución, la obesidad y el incremento de población de edad avanzada. Además, existen ciertas especulaciones acerca del resurgir de las enfermedades infecciosas si prevalece la resistencia de estas a los antibióticos. La extensión del SIDA ha disminuido, pero las alergias han comenzado a ser cada vez más frecuentes, y del mismo modo que ha ocurrido en otras ocasiones, una nueva enfermedad podrá ser en el futuro la principal causa de muerte.

En definitiva, y siguiendo el razonamiento anteriormente expuesto, parece lógico pensar que dado que la mortalidad siempre ha mejorado gradualmente debido a una gran variedad de factores, resulta difícil esperar que estos cambios puedan suponer una mejora abrupta y constante del 20% en la mortalidad.

El objetivo de nuestro trabajo es determinar, con un nivel de confianza del 99,5%, el comportamiento esperado de la evolución de la población. Para ello consideramos un modelo estocástico basado en datos históricos, al que introducimos un *shock* adicional por el riesgo de desviación biométrica, y determinamos la mejora proyectada de la mortalidad agregando los factores de mejora anual de la mortalidad desde la edad de análisis hasta la duración prevista, sea esta temporal o vitalicia. En el caso de la proyección vitalicia, y coincidiendo con la edad ω de la Tabla INE2011, hemos supuesto 100 años como la edad máxima o límite de la vida humana, es decir, una situación en la que pese a que los avances de la tecnología biomédica y de la calidad de vida puedan derivar en algunas mejoras excepcionales de la mortalidad, bajo un escenario extremo en el que los accidentes, crímenes y enfermedades infecciosas fueran las únicas causas de fallecimiento, la longevidad humana tendría un límite natural medio en los 100 años de edad.

Cálculo de la mortalidad estimada

La mortalidad estimada o esperada será el resultado de aplicar a la mortalidad base (INE2011), el índice *SLI-99,5* resultante de la mediana de los factores de mejora calculados mediante los cuatro modelos de proyección analizados en el capítulo 3 y bajo un nivel de confianza del 99,5% tal como exige la Directiva de Solvencia II.

$$q'_x = [q_x \cdot (1 - \lambda_x)]$$

Donde:

q_x es la probabilidad observada (INE2011) de que un individuo de edad x fallezca entre x y $x+1$.

q'_x es la probabilidad esperada de que un individuo de edad x fallezca entre x y $x+1$.

λ_x es el factor de mejora de la mortalidad para cada edad x (SLI-99,5).

Para el año $x+1$ tendríamos:

$$q'_{x+1} = [q_{x+1} \cdot (1 - \lambda_x) \cdot (1 - \lambda_{x+1})]$$

Para el año $x+2$:

$$q'_{x+2} = [q_{x+2} \cdot (1 - \lambda_x) \cdot (1 - \lambda_{x+1}) \cdot (1 - \lambda_{x+2})]$$

Y para el último periodo de la proyección, coincidiendo con el vencimiento del contrato (temporal o vitalicio), tendríamos:

$$q'_{x+n} = [q_{x+n} \cdot (1 - \lambda_x) \cdot (1 - \lambda_{x+1}) \cdot \dots \cdot (1 - \lambda_{x+n})]$$

En resumen, hemos calculado la probabilidad de fallecimiento esperada en cada año ($x+1, x+2, \dots, x+n$) aplicando los diferentes factores de mejora sobre la mortalidad base de las Tablas INE2011.

3.1.4. Shock de longevidad

A diferencia de lo que establece la fórmula estándar, nosotros vamos a intentar demostrar cómo estos factores de mejora de la mortalidad tienen un impacto diferente en función del sexo y la edad del asegurado, y de la duración del contrato de seguro. Siguiendo estas premisas, y centrándonos en las rentas vitalicias de una

cartera tipo de pasivos (mayores de 52 años), calcularemos un *shock* de longevidad único similar al propuesto por Solvencia II. Para ello, vamos a ponderar los *shocks* en función de la edad y tomando como base la estructura poblacional de pensionistas de jubilación de la Seguridad Social (ver Apartado 3.4.).

Bajo el marco de Solvencia II, entenderemos por *shock* de longevidad, la reducción de la mortalidad esperada sobre la estimada o mortalidad base. Para ello, comparamos el número de fallecidos al final del periodo observado (temporal o vitalicio) de la población base (sin mejora) sobre la población esperada (con mejoras de mortalidad), de tal manera que:

Si:

$$\text{Mortalidad base} = q_x$$

Y:

$$\text{Mortalidad esperada} = q'_x$$

Entonces,

$$\text{shock}_{long} = \frac{q_{x+n}}{q'_{x+n}} - 1$$

3.2. Alcance

Para el caso de las rentas vitalicias, hemos tomado como edad límite los 100 años, no solo porque la tabla de experiencia utilizada (INE2011) tenga esa edad como edad límite (ω), sino que además entendemos que los factores de mejora para la población de edades más avanzadas son irrelevantes dada la poca muestra con la que contamos, dando por tanto mayor solidez a nuestro modelo. Además, limitar la vida humana a esa edad aporta prudencia al modelo, ya que a partir de ese momento, los factores de la mortalidad no solo son muy volátiles, sino que empiezan a disminuir e incluso son negativos para algunas edades superiores, por lo que si los

tuviéramos en cuenta en el cálculo del *shock* de longevidad, este resultaría más pequeño para el caso de seguros de rentas vitalicias.

En consecuencia, bajo la metodología y premisas hasta ahora descritas, obtenemos unos *shocks* alternativos al de la fórmula estándar (20%), también únicos, inmediatos y permanentes, pero por combinación de edad, sexo y duración residual del contrato. Estos serían los siguientes:

DURACIÓN			
Edad	1 año	5 años	Vitalicio
50	3,18%	10,68%	60,39%
51	3,22%	10,83%	57,74%
52	3,46%	11,11%	55,16%
53	3,38%	11,27%	52,51%
54	3,45%	11,59%	50,01%
55	3,55%	11,92%	47,57%
56	3,66%	12,12%	45,14%
57	3,76%	12,39%	42,76%
58	3,89%	12,83%	40,40%
59	3,99%	13,32%	38,07%
60	4,09%	13,43%	35,78%
61	4,02%	13,76%	33,53%
62	4,35%	14,18%	31,42%
63	4,46%	14,63%	29,27%
64	4,57%	15,00%	27,18%
65	4,66%	14,73%	25,10%
66	4,68%	15,11%	23,12%
67	4,78%	15,31%	21,25%
68	4,88%	15,17%	19,46%
69	4,74%	15,26%	17,72%
70	4,93%	15,28%	16,11%
71	4,65%	15,18%	14,60%
72	4,89%	15,32%	13,28%
73	4,84%	14,66%	11,92%
74	4,77%	14,27%	10,72%
75	4,68%	13,90%	9,65%

DURACIÓN			
Edad	1 año	5 años	Vitalicio
76	4,60%	13,43%	8,67%
77	4,44%	12,88%	7,78%
78	4,39%	12,32%	7,00%
79	4,18%	11,69%	6,29%
80	4,15%	11,11%	5,67%
81	3,80%	10,49%	5,12%
82	3,91%	10,11%	4,67%
83	3,74%	9,48%	4,24%
84	3,71%	8,84%	3,86%
85	3,49%	8,06%	3,50%
86	3,33%	7,34%	3,19%
87	3,15%	6,57%	2,92%
88	3,04%	5,81%	2,69%
89	2,81%	5,05%	2,46%
90	2,61%	4,28%	2,26%
91	2,23%	3,52%	2,06%
92	2,00%	2,84%	1,88%
93	1,69%	2,19%	1,69%
94	1,55%	1,77%	1,58%
95	1,22%	1,42%	1,42%
96	1,06%	1,35%	1,35%
97	0,94%	1,29%	1,29%
98	0,99%	1,22%	1,22%
99	1,04%	1,04%	1,04%
100	0,00%	0,00%	0,00%

Tabla 7. *Shock* de longevidad hombres. Fuente: Elaboración propia.

DURACIÓN			
Edad	1 año	5 años	Vitalicio
50	3,43%	10,96%	73,45%
51	3,40%	10,65%	69,89%
52	3,46%	11,09%	66,53%
53	3,44%	11,42%	63,23%
54	3,58%	11,76%	60,05%
55	3,53%	12,01%	56,85%
56	3,72%	12,07%	53,82%
57	3,69%	12,16%	50,77%
58	3,87%	12,52%	47,86%
59	3,86%	12,77%	44,93%
60	4,02%	12,97%	42,15%
61	3,89%	13,24%	39,35%
62	4,18%	13,60%	36,77%
63	4,24%	14,04%	34,13%
64	4,32%	14,54%	31,59%
65	4,39%	14,31%	29,11%
66	4,36%	14,55%	26,73%
67	4,47%	14,58%	24,49%
68	4,52%	14,27%	22,34%
69	4,29%	14,29%	20,29%
70	4,53%	14,60%	18,45%
71	4,27%	14,69%	16,64%
72	4,48%	14,69%	15,04%
73	4,42%	14,13%	13,44%
74	4,35%	13,67%	11,99%
75	4,26%	13,29%	10,67%

DURACIÓN			
Edad	1 año	5 años	Vitalicio
76	4,16%	12,85%	9,48%
77	3,99%	12,22%	8,38%
78	3,91%	11,65%	7,42%
79	3,68%	11,01%	6,54%
80	3,62%	10,46%	5,78%
81	3,43%	9,69%	5,08%
82	3,28%	8,93%	4,47%
83	3,06%	8,11%	3,92%
84	2,93%	7,33%	3,46%
85	2,66%	6,49%	3,04%
86	2,45%	5,72%	2,69%
87	2,24%	4,98%	2,38%
88	2,08%	4,27%	2,13%
89	1,83%	3,63%	1,90%
90	1,74%	3,06%	1,72%
91	1,43%	2,45%	1,53%
92	1,31%	2,01%	1,40%
93	1,08%	1,58%	1,26%
94	0,98%	1,32%	1,19%
95	0,82%	1,11%	1,11%
96	0,82%	1,07%	1,07%
97	0,71%	1,02%	1,02%
98	0,79%	1,00%	1,00%
99	0,90%	0,90%	0,90%
100	0,00%	0,00%	0,00%

Tabla 8. Shock de longevidad mujeres. Fuente: Elaboración propia.

Si hacemos un análisis gráfico de estos resultados, obtenemos los siguientes:

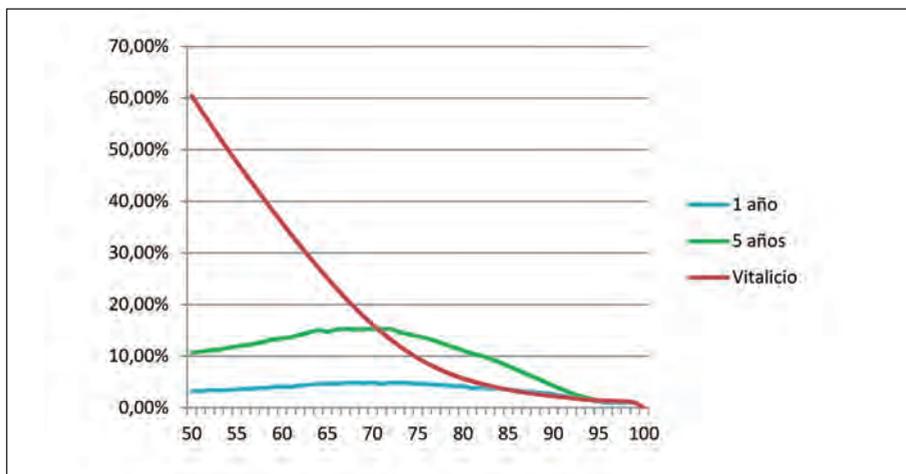


Figura 11. Shock de longevidad hombres. Fuente: Elaboración propia.

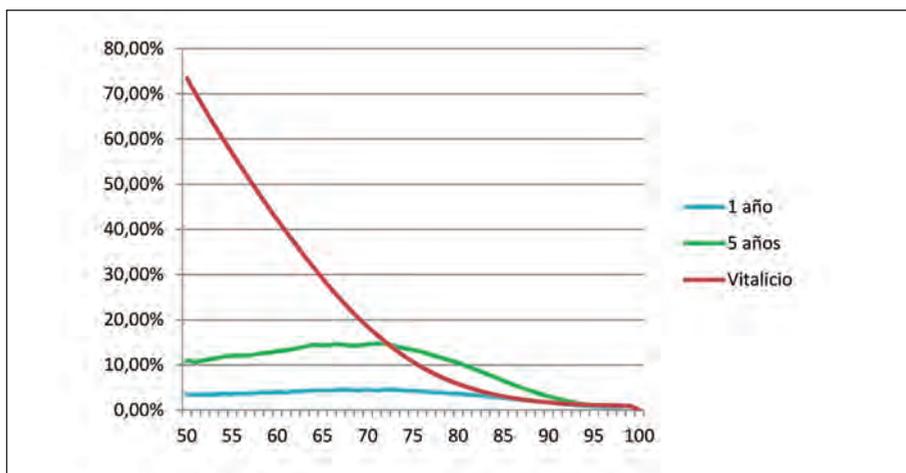


Figura 12. Shock de longevidad mujeres. Fuente: Elaboración propia.

Estos resultados arrojan las siguientes conclusiones:

1. En duraciones más largas existe una mayor probabilidad de mejora de la mortalidad, siendo las rentas de duración vitalicia el caso más extremo. Es por tanto evidente que una renta vitalicia no debería tener el mismo trato que una renta temporal.
2. Todas las edades no deberían tener el mismo *shock* de longevidad, porque cuanto más joven se es, mayor es la probabilidad y el recorrido para experimentar una mejora de la mortalidad.
3. Dado que la mayoría de productos de seguros que cubren la longevidad tiene por perceptores a personas con edades superiores a los 50 años, no hemos centrado el análisis en edades inferiores, pero es evidente que no deberíamos establecer un *shock* único para toda la cartera asegurada, sino uno diferente para cada combinación de edad, sexo y duración.

Shock biométrico adicional

Adicionalmente, y por criterios de prudencia, incluimos un *shock* adicional del 2%, que recoge las posibles desviaciones futuras abruptas de la longevidad, que en la experiencia pasada no se han producido, tales como relevantes futuros avances médicos o cambios de hábitos y estilo de vida. Según la literatura actuarial, de manera incipiente y basadas en "juicio experto", este cambio podría suponer entre un 1% y un 2% sobre los *shocks* previamente estimados. De este modo, los *shocks* de longevidad propuestos en el modelo alternativo, quedarían como los siguientes:

DURACIÓN			
Edad	1 año	5 años	Vitalicio
50	3,25%	10,90%	61,59%
51	3,28%	11,05%	58,90%
52	3,53%	11,34%	56,26%
53	3,44%	11,50%	53,56%
54	3,52%	11,82%	51,01%
55	3,62%	12,16%	48,53%
56	3,73%	12,36%	46,04%
57	3,84%	12,64%	43,62%
58	3,97%	13,09%	41,21%
59	4,07%	13,59%	38,84%
60	4,18%	13,70%	36,49%
61	4,10%	14,04%	34,20%
62	4,43%	14,46%	32,05%
63	4,55%	14,92%	29,85%
64	4,66%	15,30%	27,72%
65	4,76%	15,02%	25,60%
66	4,77%	15,41%	23,58%
67	4,88%	15,62%	21,67%
68	4,98%	15,47%	19,85%
69	4,83%	15,56%	18,08%
70	5,03%	15,59%	16,44%
71	4,74%	15,48%	14,89%
72	4,99%	15,63%	13,55%
73	4,94%	14,95%	12,16%
74	4,87%	14,55%	10,94%
75	4,77%	14,17%	9,85%

DURACIÓN			
Edad	1 año	5 años	Vitalicio
76	4,69%	13,70%	8,84%
77	4,53%	13,14%	7,93%
78	4,47%	12,57%	7,14%
79	4,27%	11,93%	6,42%
80	4,24%	11,33%	5,79%
81	3,88%	10,70%	5,22%
82	3,99%	10,31%	4,77%
83	3,81%	9,67%	4,32%
84	3,78%	9,01%	3,93%
85	3,56%	8,22%	3,57%
86	3,40%	7,49%	3,26%
87	3,22%	6,70%	2,98%
88	3,10%	5,92%	2,74%
89	2,87%	5,15%	2,51%
90	2,66%	4,37%	2,30%
91	2,28%	3,59%	2,10%
92	2,04%	2,89%	1,92%
93	1,72%	2,23%	1,72%
94	1,58%	1,81%	1,61%
95	1,24%	1,45%	1,45%
96	1,08%	1,37%	1,37%
97	0,95%	1,31%	1,31%
98	1,01%	1,25%	1,25%
99	1,06%	1,06%	1,06%
100	0,00%	0,00%	0,00%

Tabla 9. Shock de longevidad con estrés biométrico (hombres). Fuente: Elaboración propia.

DURACIÓN			
Edad	1 año	5 años	Vitalicio
50	3,50%	11,18%	74,92%
51	3,47%	10,86%	71,28%
52	3,52%	11,31%	67,86%
53	3,51%	11,65%	64,49%
54	3,65%	12,00%	61,25%
55	3,60%	12,25%	57,99%
56	3,79%	12,31%	54,90%
57	3,77%	12,40%	51,78%
58	3,94%	12,77%	48,82%
59	3,94%	13,03%	45,83%
60	4,10%	13,23%	42,99%
61	3,97%	13,50%	40,14%
62	4,26%	13,88%	37,51%
63	4,32%	14,32%	34,82%
64	4,41%	14,83%	32,23%
65	4,48%	14,60%	29,69%
66	4,45%	14,84%	27,27%
67	4,56%	14,87%	24,98%
68	4,61%	14,56%	22,79%
69	4,37%	14,58%	20,69%
70	4,62%	14,89%	18,82%
71	4,36%	14,98%	16,97%
72	4,57%	14,98%	15,34%
73	4,51%	14,41%	13,71%
74	4,44%	13,94%	12,23%
75	4,35%	13,56%	10,89%

DURACIÓN			
Edad	1 año	5 años	Vitalicio
76	4,24%	13,11%	9,67%
77	4,07%	12,47%	8,55%
78	3,99%	11,89%	7,56%
79	3,75%	11,23%	6,67%
80	3,70%	10,66%	5,89%
81	3,50%	9,89%	5,18%
82	3,34%	9,11%	4,56%
83	3,12%	8,27%	4,00%
84	2,99%	7,48%	3,52%
85	2,71%	6,62%	3,10%
86	2,50%	5,83%	2,74%
87	2,29%	5,08%	2,43%
88	2,12%	4,36%	2,17%
89	1,87%	3,71%	1,94%
90	1,78%	3,12%	1,75%
91	1,46%	2,50%	1,56%
92	1,33%	2,05%	1,43%
93	1,10%	1,61%	1,28%
94	1,00%	1,34%	1,21%
95	0,84%	1,13%	1,13%
96	0,84%	1,09%	1,09%
97	0,72%	1,04%	1,04%
98	0,80%	1,02%	1,02%
99	0,92%	0,92%	0,92%
100	0,00%	0,00%	0,00%

Tabla 10. Shock de longevidad con estrés biométrico (mujeres). Fuente: Elaboración propia.

3.3. Análisis de variables

3.3.1. Asunciones y tratamiento de datos

Antes de comenzar el análisis, comentamos alguna de las hipótesis de partida asumidas sobre las variables utilizadas, cuyo enfoque puede tener incidencia sobre los resultados finales obtenidos.

Asunciones:

1. La edad mínima analizada es de 50 años, ya que consideramos insignificantes las edades anteriores por su poca o nula relevancia en el conjunto de la población asegurada en productos donde la longevidad es el principal riesgo.
2. La edad máxima utilizada en nuestro análisis es de 100 años, coincidiendo con la edad límite (ω) de la tabla de mortalidad esperada utilizada (INE2011). Además, uno de los grandes problemas a la hora de predecir los factores de mejora de la mortalidad para edades más avanzadas es la escasez de datos. Por esto, nos encontramos con que los factores de mejora pueden ser muy volátiles de un año a otro y de una edad a otra, aun tratándose de observaciones a nivel nacional o supranacional.
3. Por estos motivos, hemos supuesto que la edad límite es de 100 años, coincidiendo además con el límite de regeneración natural de las células según numerosos expertos, es decir, si la gente muriese exclusivamente a consecuencia de accidentes, crímenes o epidemias, la esperanza de vida humana (salvo casos excepcionales) se situaría en torno a los 100 años.
4. Sobre la duración del contrato, y a pesar de que nos centremos en el análisis de las rentas vitalicias, hemos decidido comparar esta modalidad con otros seguros de rentas temporales a 1 y 5 años. En cualquier caso, la metodología descrita sería válida para cualquier otra combinación temporal de duración del contrato de seguro.
5. La variable sexo, pese a que el siguiente análisis de regresión pudiera indicarnos que no es muy relevante, creemos conveniente tenerla en cuenta, ya que la composición de las carteras de rentas en España suelen estar muy concentradas en hombres (pensionistas de jubilación), o bien en mujeres (pensionistas de viudedad), por lo que hacer un análisis conjunto del *shock* de longevidad podría llevarnos a obtener cargas de capital lejos de la realidad de la cartera asegurada.

Tratamiento de Datos:

1. Eliminamos de la muestra los *shocks* conjuntos, pues de no hacerlo existiría colinealidad al ser una combinación lineal del *shock* de longevidad de hombres y mujeres.
2. Hemos dado valores numéricos a todas las variables. Para ello, hemos considerado el valor 1 para hombre, y 2 para mujeres.
3. Para la duración, hemos considerado las modalidades de contratos de rentas a 1 año, 5 años y vitalicia. El valor de duración vitalicia será el de edad límite de la tabla utilizada ($\omega = 100$) menos la edad del asegurado en cada momento del análisis, por lo que la duración vitalicia irá desde los 50 años de duración para un asegurado de 50 años, hasta un año de duración para un asegurado de edad 99 años.

3.3.2. Modelo de regresión múltiple

Metodología

Tal como es práctica habitual en el mercado asegurador, a continuación realizamos un estudio de regresión múltiple para investigar la relación entre las variables edad, duración y sexo con la variable *shock* de longevidad, es decir, analizaremos cómo la variable dependiente es explicada por el conjunto de las tres variables independientes tratadas de forma simultánea.

La regresión múltiple consiste en la estimación de una superficie que se ajusta a los puntos observados. El método utilizado para llevarlo a cabo se denomina ajuste por mínimos cuadrados y consiste en minimizar las distancias desde cada punto observado hasta el plano. Los errores cometidos serán aquellas distancias de los puntos originales al punto de la superficie obtenido al sustituir la variable independiente y la ecuación de regresión y se denominan residuos.

El modelo se basa en los siguientes supuestos:

1. Variables relacionadas linealmente.
2. La distribución de la variable dependiente está condicionada a cada posible combinación de valores de las variables independientes.
3. Las variables son independientes unas de otras. En consecuencia, los residuos serán independientes entre sí y constituirán una variable aleatoria.
4. Homogeneidad de las varianzas (homocedasticidad): Las varianzas de la variable dependiente condicionadas a los valores de las variables independientes son homogéneas.

Partiendo de la ecuación general de regresión lineal múltiple:

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$$

Donde:

$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ son los coeficientes de regresión que representan el cambio de la medida en la variable dependiente *shock* de longevidad por unidad de cambio en cada variable independiente (edad, sexo y duración).

X_1 es la variable edad (independiente y cuantitativa).

X_2 es la variable duración del contrato (independiente y cuantitativa).

X_3 es la variable sexo (independiente y cualitativa).

Y es la variable dependiente *shock* de longevidad propuesto en el modelo interno, que pretendemos predecir a partir de las variables independientes.

α es el coeficiente de intercepción, no vinculada a ninguna de las variables dependientes pero que completa el ajuste de la recta de regresión a la variable dependiente.

A continuación tratamos de predecir la variable dependiente “*shock* de longevidad” a partir de las variables independientes edad, sexo y duración del contrato.

Coefficiente de determinación

El coeficiente de determinación R^2 nos indica el peor o mejor ajuste de la regresión a los datos, es decir, el grado de aproximación de la ecuación de regresión a los puntos, de tal forma que si el valor de R^2 es cercano a 1 nos determinará un buen ajuste y lo contrario si es cercano a 0.

Al realizar el análisis de regresión múltiple con estas tres variables, vemos que la variabilidad explicada por el modelo es:

Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	89,96%
Coefficiente de determinación R^2	80,94%
R^2 ajustado	80,75%
Error típico	616,917
Observaciones	306

Por lo que podemos concluir que la ecuación de regresión que obtenemos explica muy bien la variable dependiente “*shock* de longevidad”.

Análisis de la varianza

El análisis de la varianza nos informa sobre la existencia de una relación significativa entre las variables consideradas en el modelo. Divide la variabilidad total en la explicada por la regresión y la residual.

En este sentido, vamos a utilizar el estadístico F para contrastar la siguiente hipótesis nula:

H_0 = Ninguna de las variables influye sobre el *shock*.

H_1 = Al menos una de las variables influye sobre el *shock*.

Si se cumpliera la hipótesis nula, concluiríamos que las variables independientes utilizadas en el análisis no tendrían influencia en el comportamiento de la variable dependiente.

En nuestro análisis, el *p-value* del test estadístico F, tratado de forma independiente para cada una de las variables, es:

Análisis de la varianza					
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	3	487995963	162665321	427,4064101	2,55E-108
Residuos	302	114937272,3	380586,9944		
Total	305	602933235,3			

Como vemos, el valor crítico de F será prácticamente nulo, con lo que podemos concluir que un porcentaje de la variabilidad es bien explicada por nuestro modelo. De esta manera, rechazamos H_0 y aceptamos H_1 , es decir, las variables independientes utilizadas sí influyen en el comportamiento de la variable dependiente.

Ecuación de regresión

El estadístico t es el que se utiliza para realizar un contraste de hipótesis sobre los coeficientes del modelo. La hipótesis nula de este test es:

$$H_0: \beta_1 = 0, \beta_2 = 0, \beta_3 = 0$$

Dado que los resultados del análisis de regresión múltiple mediante el estadístico t, son:

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	<i>p-value</i>
Intercepción	2350,759	233,520	10,067	9,60651E-21
Edad	-28,656	2,572	-11,143	2,1863E-24
Duración	77,477	2,802	27,647	1,00588E-84
Sexo	63,580	70,534	0,901	0,368089725

Vemos cómo para un nivel de confianza del 99,5% rechazaríamos la hipótesis nula de que los coeficientes $\beta_1 = 0$ y $\beta_2 = 0$, y afirmamos que ambos son distintos de cero.

Por tanto, la edad y la duración del contrato contribuyen a explicar el factor de mejora. En cambio no podemos decir lo mismo de la variable sexo.

La ecuación de regresión quedaría representada bajo la siguiente expresión:

$$Y = 0,235076 - 0,002865 X_1 + 0,007747 X_2 + 0,006358 X_3$$

De tal forma que la ecuación de regresión nos indica que por cada año de incremento de la edad el *shock* de longevidad se reduce un 0,2865%, y por cada año que aumenta la duración el *shock* aumenta un 0,7747%, y el cambio de la variable sexo (hombre/mujer) modifica el *shock* en un 0,6358%.

Sin embargo, este análisis determina que el *p-value* de la variable sexo es muy elevado, y por tanto puede interpretarse que no es relevante para el análisis.

Pero si hiciéramos un análisis de regresión múltiple considerando únicamente las variables dependientes edad y duración, e intentamos predecir la variable dependiente *shock* de longevidad, tendríamos un hiperplano tal que:

$$Shock = \alpha + \beta_1 Edad + \beta_2 Duración$$

Donde:

Estadísticas de la regresión	
Coficiente de correlación múltiple	89,94%
Coficiente de determinación R ²	80,89%
R ² ajustado	80,76%
Error típico	616,726
Observaciones	306

La variabilidad explicada por el modelo sería del 80,76%. Por tanto, el hecho de eliminar la variable sexo del análisis no ha supuesto pérdida de información proporcionada por el modelo.

Teniendo en cuenta que el valor crítico del estadístico F es aún muy pequeño:

Análisis de la varianza					
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	2	487686722,2	243843361,1	641,0999901	1,34E-109
Residuos	303	115246513,1	380351,5284		
Total	305	602933235,3			

Y que para la hipótesis nula de que los coeficientes $\beta_1=0$, $\beta_2=0$, los *p-value* aún son muy pequeños:

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	<i>p-value</i>
Intercepción	2446,128	208,113	11,754	1,56047E-26
Edad	-28,656	2,571	-11,147	2,07053E-24
Duración	77,477	2,802	27,655	7,15686E-85

Para un nivel de confianza del 99,5% rechazaríamos la hipótesis nula de que los coeficientes $\beta_1=0$, $\beta_2=0$, y afirmamos que ambos son distintos de cero, y por tanto, la edad del asegurado y la duración del contrato contribuyen a explicar el factor de mejora.

Por este motivo, pese a que en el análisis no indique relevancia tener en consideración la variable sexo, hemos decidido incluirla al no distorsionar el modelo, y así evitamos un análisis conjunto entre hombres y mujeres que distorsionaría la realidad de una cartera asegurada mayoritariamente compuesta por hombres (cartera de pensionistas de jubilación), o bien por mujeres (carteras de pensionistas de viudedad).

Análisis de los residuos

Por último, para comprobar y validar estas conclusiones, analizamos ahora los residuos y valoramos si se adaptan a la normalidad.

Observación	Pronóstico para Y	Residuos	Residuos estándares
1	1059,033079	-734,3583052	-1,196265251
2	1030,377446	-701,9410577	-1,14345775
3	1001,721812	-649,144925	-1,057453168
4	973,0661788	-628,7905153	-1,024295957
5	944,4105454	-592,1393254	-0,96459139
...

Esta tabla muestra las diferencias entre los datos de Y pronosticados por el modelo de regresión y los datos observados. Estas diferencias es lo que llamamos residuos.

El residuo estandarizado que calcula el análisis de regresión se crea para evitar el problema que plantea el residuo sin estandarizar ya que este último tiene unidades de medida y no nos permite determinar si es grande o pequeño.

La estandarización de los residuos debe seguir una distribución normal estándar de media 0 y desviación típica 1, para lo que consideraremos que aquellos residuos que superen el valor de 3 (tres desviaciones típicas) son *outliers* (valores anormales) que influyen negativamente en el análisis.

Al existir residuos estandarizados que superan el valor $|3|$, nos indica que se está violando la hipótesis de normalidad:

Observación	Pronóstico para Y	Residuos	Residuos estándares
256	4918,966	2573,050	4,191
257	4812,834	2315,633	3,772
258	4706,702	2079,071	3,387
259	4600,570	1848,418	3,011

En este punto, compararemos los cuantiles de la distribución de la variable dependiente del modelo con los cuantiles de la distribución normal. Si tiene forma de diagonal o se aproxima a esta podría concluirse que existe normalidad en el comportamiento de la variables.

Mediante una prueba “*Shapiro-Wilk normality test*” donde:

$$W = 0.9025.$$

$$p\text{-value} = 5.395e-13.$$

Dado este *p-value*, rechazamos la hipótesis nula, es decir, concluimos que los residuos no se distribuyen como una normal, tal como podemos analizar visualmente en el siguiente gráfico de comparación de cuantiles.

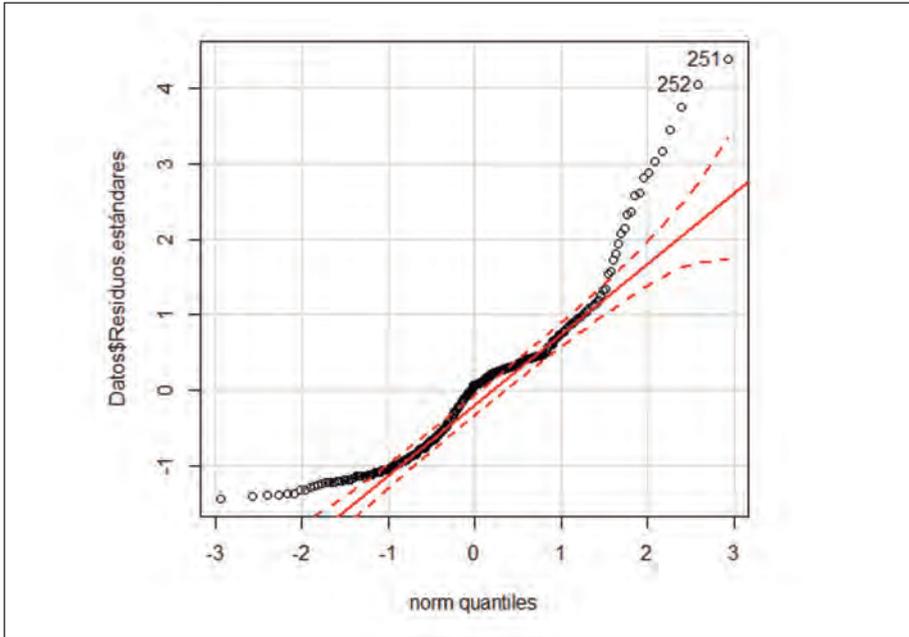


Figura 13. Análisis de normalidad de los residuos. Fuente: Elaboración propia.

Por tanto, vemos cómo los residuos no siguen una distribución normal y en consecuencia no se cumple uno de los supuestos para dar validez al modelo.

3.3.3. Modelo Lineal generalizado (GLM)

Sin embargo, como alternativa a la falta de normalidad de los residuos bajo el análisis de regresión múltiple, podemos utilizar una extensión de los modelos lineales como los modelos lineales generalizados, que nos permiten utilizar distribuciones no normales de los errores y varianzas no constantes.

Para los contratos de rentas temporales analizados, podemos observar en los datos cómo la tendencia del *shock* es creciente hasta los 70 años, momento en que comienza a decrecer. Esto nos indica que la relación *shock*-edad no es lineal, luego existirá una función que describirá mejor la relación entre ambas variables que la función identidad.

Puesto que nuestra variable respuesta es una proporción y nuestros datos están comprendidos entre 0 y 100, nuestra función vínculo será de tipo *logit* y la distribución de los errores seguirá una binomial.

Ya habíamos concluido que la variable sexo no es significativa porque tiene un *p-value* > 0,05, aunque hemos decidido incluirla en el modelo al considerar que es una variable confusión y tiene efecto sobre la variable dependiente.

Si hacemos el análisis en el software estadístico "R", tenemos que:

SALIDA DE DATOS				
Deviance Residuals				
Min	1Q	Median	3Q	Max
-0,38492	-0,16953	0,01655	0,13223	0,47106
Coefficients				
	<i>Estimate</i>	<i>Std. Error</i>	<i>z value</i>	<i>Pr(> z)</i>
(Intercept)	1.20249	1.12968	1.064	0.287124
EDAD	-0.06734	0.01616	-4.166	3.1e-05 ***
DURACIÓN	0.21682	0.05870	3.694	0.000221 ***
SEXO	0.07571	0.39463	0.192	0.847867

<p><i>Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1</i></p> <p><i>(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)</i></p> <p><i>Null deviance: 45.5882 on 299 degrees of freedom</i></p> <p><i>Residual deviance: 9.4877 on 296 degrees of freedom</i></p> <p><i>(26 observations deleted due to missingness)</i></p> <p><i>AIC: 89.348</i></p>				

La ecuación resultante del modelo *GLM* con los nuevos coeficientes de las variables independientes sería la siguiente:

$$Y = 1,20249 - 0,06734 X_1 + 0,21682 X_2 + 0,07571 X_3$$

Si la cantidad de varianza explicada por el modelo *GLM* se conoce como Desvianza, y comparamos la Desvianza del modelo (45.5882) con la Desvianza residual (9.4877):

$$D^2 = (\text{Desvianza Modelo} - \text{Desvianza Residual}) / \text{Desvianza Modelo} * 100 = 80\%$$

Por tanto, como alternativa a la ausencia de Normalidad de los residuos bajo el análisis de regresión múltiple, hemos utilizado el "Modelo Lineal Generalizado" que no exige normalidad en los errores, y que explica una variabilidad del 80%, concluyendo que las variables "duración" y "edad" son significativas, y pese a que la variable "sexo" sigue sin ser significativa, la podemos considerar como variable confusión al estar muy asociada con la variable respuesta a pesar de que el modelo diga que no es relevante.

3.4. Aplicación al mercado asegurador

Una vez analizados los factores de mejora de la mortalidad, estimados los *shocks* de longevidad resultantes, y validado las variables utilizadas en el modelo, tendríamos cerrado nuestro modelo alternativo para ser aplicado en los Pilares 1 y 2 de Solvencia II. Pero entendemos que este trabajo no quedaría completo si no analizamos el impacto económico que esta alternativa tiene sobre el mercado asegurador, empleando para ello una cartera de rentas vitalicias.

3.4.1. Cartera asegurada

Dado que la mayoría de los productos de seguros que cubren la longevidad tienen por perceptores a personas con edades superiores a los 50 años, vamos a centrarnos en ese colectivo y más en concreto en los seguros de rentas vitalicias de jubilación para mayores de 52 años, tomando como referencia una cartera asegurada "tipo" similar a la de pensionistas de jubilación de la Seguridad Social (ver tabla 11).

	Media anual 2010					
	NÚMERO En miles			IMPORTE MEDIO En euros/mes		
	Total	Varones	Mujeres	Total	Varones	Mujeres
	100%	64,26%	35,74%			
TOTAL	5.140,6	3.303,2	1.837,2	884,07	1.034,15	614,24
Menores de 60 años	13,0	12,6	0,4	1.923,59	1.924,60	1.889,51
De 60 a 64 años	354,8	257,6	97,2	1.252,55	1.391,26	884,99
De 65 a 69 años	1.250,5	820,9	429,6	1.005,00	1.167,49	694,48
De 70 a 74 años	1.078,5	713,5	365,0	881,87	1.019,37	613,10
De 75 a 79 años	1.057,4	699,6	357,7	829,96	954,79	585,88
De 80 a 84 años	762,0	473,8	288,2	760,73	886,21	554,48
De 85 y más años	624,0	325,0	299,0	656,86	798,98	502,38

	IMPORTE TOTAL (en euros/mes)					
	Total		Hombres		Mujeres	
	100%	%	75,17%	%	24,83%	%
TOTAL	4.544.214.959,51		3.415.800.108,04		1.128.414.851,48	
Menores de 60 años	24.953.572,99	0,55%	24.252.407,40	0,53%	701.165,60	0,02%
De 60 a 64 años	444.360.454,35	9,78%	358.337.965,84	7,89%	86.022.488,51	1,89%
De 65 a 69 años	1.256.729.196,87	27,66%	958.408.403,78	21,09%	298.320.793,09	6,56%
De 70 a 74 años	951.100.106,36	20,93%	727.317.787,36	16,01%	223.782.319,00	4,92%
De 75 a 79 años	877.555.923,44	19,31%	667.975.299,64	14,70%	209.580.623,80	4,61%
De 80 a 84 años	579.665.886,90	12,76%	419.860.748,22	9,24%	159.805.138,68	3,52%
De 85 y más años	409.849.818,62	9,02%	259.647.495,80	5,71%	150.202.322,81	3,31%

Tabla 11. Pensionistas de jubilación del Sistema de la Seguridad Social (año 2010). Fuente: <http://www.mtin.es/estadisticas/ANUARIO2010/PEN/index.htm>

Como hemos comentado en anteriores apartados, nuestro propósito es el de construir un *shock* único, instantáneo y permanente para una cartera asegurada de rentas vitalicias, ponderando estos *shocks* en función de las variables duración, edad y sexo y tomando como referencia la composición de nuestra cartera tipo.

Para ello, partimos de los *shocks* de longevidad alternativos a la fórmula estándar calculados en el apartado 3.2. Antes, vamos a componer una cartera asegurada tomando como base la de pensionistas de la Seguridad Social. Esta sería la siguiente:

Composición de la cartera según datos de la SS. SS. (pensionistas de jubilación 2010)							
Edades	Marca de clase	Pensionistas jub. SS. SS.			Cartera pasivos		
		Total	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres
50 - 59	57	0,55%	0,53%	0,02%	55	53	2
60 - 64	63	9,78%	7,89%	1,89%	978	789	189
65 - 69	67	27,66%	21,09%	6,56%	2.766	2.109	656
70 - 74	72	20,93%	16,01%	4,92%	2.093	1.601	492
75 - 79	77	19,31%	14,70%	4,61%	1.931	1.470	461
80 - 84	82	12,76%	9,24%	3,52%	1.276	924	352
85 y más	90	9,02%	5,71%	3,31%	902	571	331
Totales		100%	75%	25%	10.000	7.517	2.483

Tabla 12. Cartera asegurada. Fuente: Elaboración propia.

Como vemos, con base en la composición de edad, sexo y rentas medias de los pensionistas de jubilación de la Seguridad Social en España en el año 2010, hemos elaborado una cartera propia compuesta por 10.000 asegurados. Dado que la información estadística de la fuente se nos presenta por tramos de edad, hemos cogido una edad de referencia (marca de clase), que será la edad más representativa de cada intervalo.

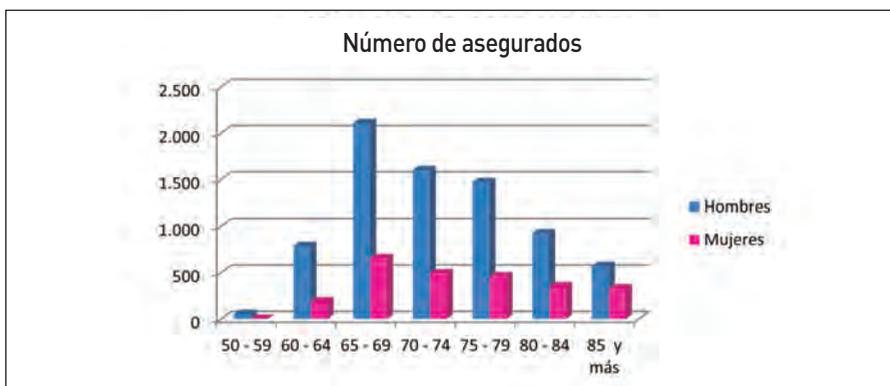


Figura 14. Asegurados por edad y género de nuestra cartera asegurada. Fuente: Elaboración propia.

Si tenemos en cuenta también las rentas medias por edad y sexo, tendremos la siguiente cartera de rentas aseguradas:

Composición de la cartera según datos de la SS. SS. (Rentas)							
Edades	Marca de clase	Pensionistas jub. SS. SS.			Cartera pasivos		
		Total	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres
50 - 59	57	1.923,59	1.924,60	1.889,51	1.478.763	1.438.025	40.738
60 - 64	63	1.252,55	1.391,26	884,99	17.704.744	15.359.340	2.345.404
65 - 69	67	1.005,00	1.167,49	694,48	40.855.086	34.472.307	6.382.779
70 - 74	72	881,87	1.019,37	613,10	27.068.591	22.841.584	4.227.007
75 - 79	77	829,96	954,79	585,88	23.431.786	19.648.879	3.782.907
80 - 84	82	760,73	886,21	554,48	14.193.269	11.463.354	2.729.915
85 y más	90	656,86	798,98	502,38	8.716.081	6.391.265	2.324.816
					133.448.321	111.614.754	21.833.567

Tabla 13. Composición de rentas aseguradas de mi cartera. Fuente: Elaboración propia.

Es decir, para esta cartera de referencia de 10.000 asegurados, tendré que afrontar unos pagos en el año en curso de 133.448.321 €, correspondiente a ponderar la renta mensual por el número de asegurados (hombres y mujeres) y multiplicarla por 14 pagas al año. Esta sería por tanto la renta anual que la entidad aseguradora debería afrontar en el caso hipotético de que no se produjera ninguna baja por anulación, rescate o fallecimiento de alguna de sus pólizas.

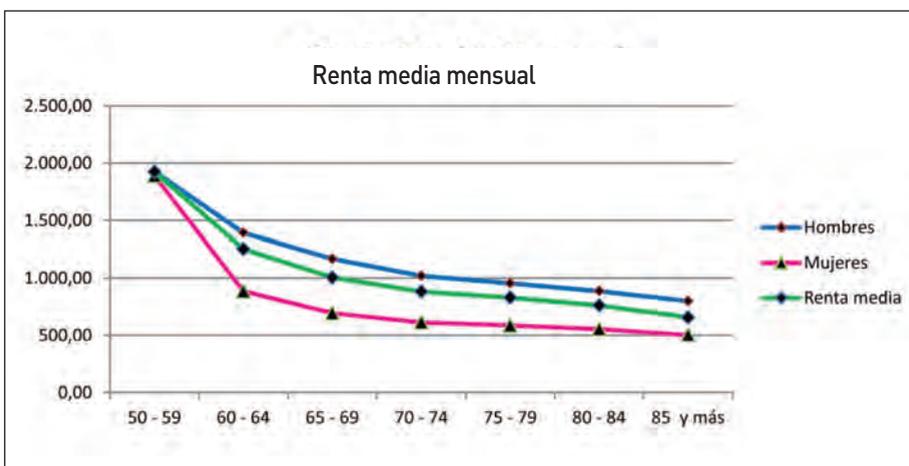


Figura 15. Composición de rentas medias de nuestra cartera asegurada por tramos de edad. Fuente: Elaboración propia.

Como podemos apreciar en las figuras 14 y 15, a pesar de que la variable sexo pudiera no ser estadísticamente muy relevante, dada la composición de la cartera de jubilación que tomamos como referencia, y dadas las elevadas diferencias de rentas medias entre hombres y mujeres, creemos como muy relevante la necesidad de distinguir entre hombres y mujeres como una variable más de cálculo de *shocks*.

Siguiendo estas premisas, ahora vemos si nuestra cartera de referencia representada en las tablas 12 y 13, cumple o no los principios elementales que deben darse en toda cartera de seguros:

1. *Principio de Homogeneidad*: Todos los individuos tienen la misma función de distribución de probabilidad para la variable edad de muerte. Para ver si nuestra cartera cumple el principio de homogeneidad, tendríamos que analizar con detalle cuáles son los factores que influyen y determinan la longevidad de sus individuos, que recordemos que abarcan variables biomédicas, psicopersonales, ambientales y sociales. En este caso podemos considerar que existe homogeneidad entre los individuos asegurados bajo un contrato de renta vitalicia, ya que para este negocio utilizamos como muestra toda la población española; de lo contrario sería necesario un proceso personalizado de selección de riesgos tal y como lo conocemos ya para el seguro de fallecimiento.

Otro elemento que podría alterar el principio de homogeneidad se refiere al denominado riesgo de proceso, que implica que la homogeneidad del colectivo asegurado debe darse no solo en el perfil del riesgo individual personal, sino que debe incluir también la cantidad de riesgo asegurado por individuo (suma asegurada), pues si no se produce tal homogeneidad, el resultado actuarial biométricamente hablando se altera y queda condicionado a la cantidad asegurada por individuo.

Para considerar que la cartera es homogénea, debo analizar la correlación que existe entre la mortalidad y la suma asegurada, y como en nuestra cartera parece haber una relación directa entre ambas, calculamos las probabilidades brutas de fallecer ponderándolas por la suma asegurada (ver tabla 13). Es por este motivo por el que hemos tomado como referencia para nuestra cartera una composición no solo en función de la edad, sino también de la renta media.

Así, por ejemplo, el primer tramo de edad representa el 0,55% sobre el total de nuestra cartera ponderado por la renta media, y del 0,25% si solo ponderamos en función de la edad.

2. *Principio de Independencia*: Parece evidente que con una cartera de referencia tan amplia como la de todos los pensionistas de jubilación de la población española, no habrá problemas o incompatibilidad con este principio, al no estar vinculada en ningún caso la supervivencia de un individuo de una determinada edad a la supervivencia de cualquier otro individuo del grupo. A pesar de esto, esta cartera siempre estará expuesta a situaciones especiales de riesgos de contagios o epidemias que cuestionen este principio.

3.4.2. Shock único

A esta cartera de referencia le vamos a incorporar nuestros *shocks* de rentas vitalicias calculados en el apartado 3.2., y que resumimos en el siguiente gráfico.

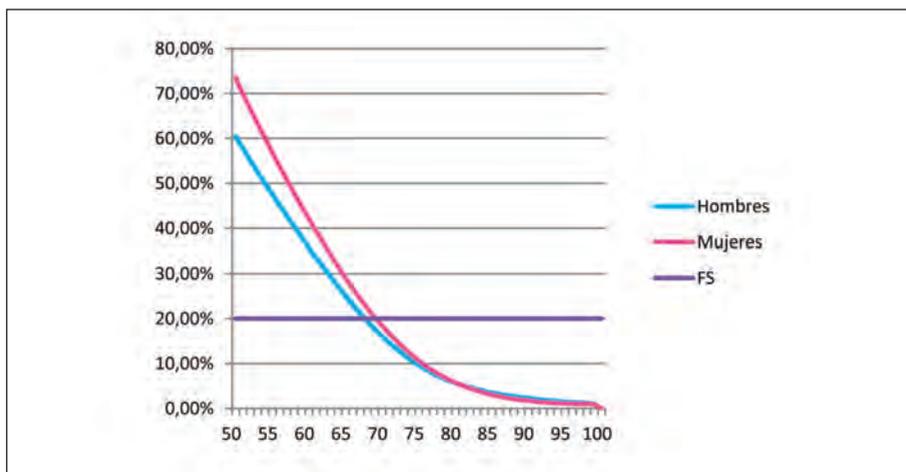


Figura 16. Curvas de *shocks* de longevidad para contratos de rentas vitalicias, comparados con el propuesto por la fórmula estándar (20%). Fuente: Elaboración propia.

Si ahora vinculamos estos *shocks* alternativos a la composición de mi cartera asegurada, obtendría los siguientes *shocks* únicos de mi cartera para el año de cálculo $t = 1$:

Edades	Marca de clase	Shock único		
		Total	Hombres	Mujeres
50 - 59	57	43,84%	43,62%	51,78%
60 - 64	63	30,51%	29,85%	34,82%
65 - 69	67	22,19%	21,67%	24,98%
70 - 74	72	13,83%	13,55%	15,34%
75 - 79	77	8,03%	7,93%	8,55%
80 - 84	82	4,73%	4,77%	4,56%
85 y más	90	2,16%	2,30%	1,75%
		16,19%	16,15%	16,35%

Tabla 14. *Shock* único de mi cartera, alternativo al 20%. Fuente: Elaboración propia.

Por tanto, para mi cartera asegurada en $t=1$, obtendría un *shock* único ponderado por edad, sexo y renta del 16,19%, que como vemos es sensiblemente inferior al 20% planteado por la fórmula estándar de QIS.

3.4.3. Consumo de Capital (SCR)

Una vez que tenemos analizada la cartera asegurada de referencia para el estudio, calcularemos los flujos futuros de pagos actualizados a un tipo de descuento libre de riesgo (*Best Estimate*). Con estos flujos, calcularemos el SCR_{life} del mismo modo como lo hace Solvencia II, es decir, mediante la comparativa del *Best Estimate* estresado respecto al que no lo está. Con el propósito de ver exclusivamente el impacto que los *shocks* de longevidad propuestos tienen sobre el capital requerido de solvencia, no hemos considerado ningún otro su-briesgo de suscripción (gastos, caídas, mortalidad, etc.), así como ningún otro riesgo de mercado, contraparte, operacional, etc. De esta manera, conseguimos aislar el impacto que nuestro negocio de rentas vitalicias tiene sobre el consumo de capital.

Best Estimate Liability (BEL)

Para estimar el valor del *BEL* a la fecha de cálculo, proyectamos los flujos de pago futuros en función de la renta asegurada y de las probabilidades de muerte de cada asegurado según las tablas de mortalidad seleccionadas. Una vez

que tenemos estos flujos, los descontamos en función de la curva spot de tipos de interés libre de riesgo¹⁵.

Asumimos que la mortalidad base¹⁶, antes de introducir el factor de mejora, seguirá la misma evolución que la expuesta en las Tablas INE2011 de Población Española Masculina y Femenina (para hombres y mujeres tratados por separado).

Una vez que hemos definido qué mortalidad base y qué tipo de descuento vamos a utilizar en el cálculo del *BEL*, definimos su metodología.

De esta manera, y partiendo de la misma cartera asegurada analizada en el apartado anterior, llegaremos al *BEL* mediante los siguientes pasos:

1. Calculamos la probabilidad de supervivencia para cada año de análisis ${}_t p_x$ hasta alcanzar la edad límite ω de la tabla de referencia, es decir, en el momento en que q_x sea igual a uno, y por tanto la ${}_t p_x = 0$.
2. Posteriormente, calculamos los flujos de pagos anuales en función del número de asegurados que quedan vivos en cada año o duración, hasta el momento en que "muera" el último asegurado de nuestra cartera. Es decir:

$$BECF_t = \sum \text{Flujo anual de rentas que prevemos vamos a pagar en } t = 0, 1, \dots, \omega = 1.771.713.187 \text{ €}$$

¹⁵ La curva spot es la de 31-12-2009 para así poder comparar con los resultados del mercado.

¹⁶ Para calcular la fecha probable de fallecimiento de los asegurados de nuestra cartera, hemos simulado la fecha exacta de fallecimiento de cada uno de los asegurados mediante una simulación de Monte Carlo con 10.000 escenarios, que aplicaremos sobre dicha curva de mortalidad, y cuyo resultado es consistente con las tasas de mortalidad base recogidas en la INE2011 para la población española. En particular, bajo un determinado escenario, las fechas de fallecimiento de cada asegurado, las calculamos generando números aleatorios sobre cada probabilidad de supervivencia ${}_t p_x$ para cada asegurado de edad x . Es decir, para cada asegurado y cada escenario, hemos generado un número aleatorio u , uniformemente distribuido entre 0 y 1. Posteriormente, en el momento t , el número aleatorio se compara con la probabilidad de supervivencia en ese momento ${}_t p_x$ y, si el número aleatorio es menor o igual a la probabilidad acumulada de supervivencia en un momento t determinado, es decir, $u \leq {}_t p_x$, entonces el asegurado habrá sobrevivido entre x y $x+t$, y por tanto seguirá perteneciendo a nuestra cartera, al menos hasta ver qué sucede con él en la siguiente duración que analicemos. Evidentemente, asumiríamos que ${}_t p_x$ va decreciendo hasta llegar a cero según aumenta la duración o el tiempo transcurrido t .

ESCENARIO SIN ESTRESAR			
Edades	Cash Flows		
	Hombres	Mujeres	Total
50 - 59	34.633.837	1.174.986	35.808.823
60 - 64	295.139.384	54.861.567	350.000.951
65 - 69	556.539.828	126.466.760	683.006.588
70 - 74	286.017.668	65.538.913	351.556.580
75 - 79	181.364.832	43.354.523	224.719.355
80 - 84	74.319.648	21.655.254	95.974.901
85 y más	21.760.297	8.885.691	30.645.988
Total	1.449.775.493	321.937.694	1.771.713.187

Tabla 15. *Cashflows* por edad y sexo bajo un escenario aún sin estresar. Fuente: Elaboración propia.

3. Por último, actualizamos estos flujos futuros esperados de pasivos al tipo de interés libre de riesgo de la curva *spot* sin considerar ningún ajuste por *Volatility Adjustment* o *Matching Adjustment*. Es decir, el *Best Estimate Liability* en el momento $t = 0$ (BEL_0) será:

$$BEL_0 = \sum_{t=0,1,2,\dots} \frac{BECF_t}{(1+i_t)^t} = 1.364.577.137\text{€}$$

Donde los diferentes escenarios de *cashflow* los hemos descontado a una curva *spot* de tipos libres de riesgo.

ESCENARIO SIN ESTRESAR			
Edades	Best Estimate		
	Hombres	Mujeres	Total
50 - 59	22.836.214	731.018	23.567.232
60 - 64	210.772.010	37.211.457	247.983.468
65 - 69	418.818.633	90.900.614	509.719.247
70 - 74	229.171.873	50.583.668	279.755.541
75 - 79	153.810.102	35.774.143	189.584.245
80 - 84	66.150.216	18.953.018	85.103.234
85 y más	20.515.116	8.349.054	28.864.170
Total	1.122.074.165	242.502.972	1.364.577.137

Tabla 16. *Best Estimate* por edad y sexo bajo escenario aún sin estresar. Fuente: Elaboración propia.

Solvency Capital Requirement (SCR_{long})

Una vez calculado el *BEL* de mis pasivos para una mortalidad base según las Tablas INE2011 España, introducimos los *shocks* de longevidad con la misma metodología que establece Solvencia II.

a) SCR_{long} bajo Fórmula Estándar

Bajo el marco de Solvencia II, podremos utilizar la Fórmula Estándar para calcular el *SCR*. Esta Fórmula Estándar asume una mejora inmediata y permanente de las tasas de mortalidad del 20%, lo que equivale a multiplicar por (1 – 20%) las tasas de mortalidad utilizadas para el cálculo del *BEL* en todos los años de duración, es decir, sobre todas las tasas de mortalidad hasta que fallezca el último asegurado de nuestra cartera.

Si repetimos los cálculos del *BEL* descritos en el apartado anterior, pero introduciendo el *shock* de mejora en las tasas de mortalidad base propuesto por *QIS*, tendremos las siguientes probabilidades de fallecimiento para cada asegurado de edad *x* de nuestra cartera:

$$q'_x = q_x \cdot (1 - \text{shockQIS5}) = q_x \cdot (1 - 20\%)$$

Al ser mayor la esperanza de vida de todos los asegurados de nuestra cartera, los flujos de caja futuros y por tanto el *BEL* serán sensiblemente superiores a los calculados antes de aplicar el *shock*.

Hemos representado los *cash-flows* de los pasivos futuros como:

$$\begin{aligned} SFCF_t &= \Sigma \text{Flujo anual de rentas que prevemos vamos a pagar en } t = 0, 1, \dots, \text{ € bajo} \\ &\text{el supuesto de mortalidad de la Fórmula Estándar} = \\ &= 1.961.328.812 \text{ €} \end{aligned}$$

ESCENARIO ESTRESADO (FS)			
Edades	Cash Flows		
	Hombres	Mujeres	Total
50 - 59	37.364.974	1.239.917	38.604.891
60 - 64	321.975.226	58.402.507	380.377.732
65 - 69	612.715.642	135.707.205	748.422.846
70 - 74	319.544.255	71.254.141	390.798.397
75 - 79	206.702.575	48.013.834	254.716.409
80 - 84	86.790.369	24.573.079	111.363.448
85 y más	26.466.800	10.578.290	37.045.089
Total	1.611.559.840	349.768.973	1.961.328.812

Tabla 17. *Cashflows* por edad y sexo bajo escenario estresado de fórmula estándar (20%). Fuente: Elaboración propia.

Y, por tanto, el *Best Estimate Liability* en el momento $t = 0$ (BEL_0) bajo la Fórmula Estándar será:

$$SFL_0 = \sum_{t=0,1,2,\dots} \frac{SFCF_t}{(1+i_t)^t} = 1.475.672.414 \text{ €}$$

ESCENARIO ESTRESADO (FS)			
Edades	Best Estimate		
	Hombres	Mujeres	Total
50 - 59	23.941.874	753.682	24.695.557
60 - 64	223.593.602	38.697.377	262.290.978
65 - 69	448.711.835	95.299.850	544.011.685
70 - 74	249.531.618	53.765.066	303.296.684
75 - 79	171.254.812	38.792.111	210.046.923
80 - 84	75.729.234	21.115.246	96.844.480
85 y más	24.657.598	9.828.509	34.486.106
Total	1.217.420.573	258.251.841	1.475.672.414

Tabla 18. *Best Estimate* por edad y sexo bajo escenario estresado de fórmula estándar (20%). Fuente: Elaboración propia.

Si el *SCR* asociado al riesgo de longevidad y calculado bajo la fórmula estándar es igual al exceso entre el valor actual de los flujos futuros de pasivos calculados bajo el *shock* de la fórmula estándar (SFL_0) y el *Best Estimate* de los pasivos sin estresar

(BEL_0) , descontados ambos a la curva *spot* de tipos de interés libres de riesgo, tendremos que:

$$SCR_{long}^{shock} = NAV_0 - (NAV_0 | shocklongevidad)$$

$$SCR_0^{SF} = SFL_0 - BEL_0 = 1.475.672.414€ - 1.364.577.137€ = 111.095.277€$$

b) SCR_{long} con *shocks* del modelo interno

Ahora vamos a comparar estos resultados con los que nos saldrían si utilizáramos los *shocks* de longevidad alternativos propuestos en nuestro estudio. Recordamos que estos son:

Edades	Marca de clase	Shock único		
		Hombres	Mujeres	Total
50 - 59	57	43,62%	51,78%	16,19%
60 - 64	63	29,85%	34,82%	
65 - 69	67	21,67%	24,98%	
70 - 74	72	13,55%	15,34%	
75 - 79	77	7,93%	8,55%	
80 - 84	82	4,77%	4,56%	
85 y más	90	2,30%	1,75%	

Tabla 19. *Shocks* propuestos por nuestro modelo interno. Fuente: Elaboración propia.

Si sobre esta base, calculamos ahora los flujos de caja futuros estresados, obtenemos que:

$$MICF_t = \Sigma \text{Flujo anual de rentas que prevemos vamos a pagar en } t = 0, 1, \dots, \omega \text{ bajo el supuesto de mortalidad del modelo interno propuesto en nuestro estudio} = 1.828.863.233 \text{ €}$$

Con el siguiente desglose:

ESCENARIO ESTRESADO (MODELO INTERNO)			
Edades	Cash Flows		
	Hombres	Mujeres	Total
50 - 59	36.358.100	1.207.090	37.565.189
60 - 64	307.658.506	56.158.036	363.816.542
65 - 69	577.161.715	129.201.394	706.363.110
70 - 74	294.907.747	66.792.914	361.700.661
75 - 79	186.199.906	44.094.159	230.294.065
80 - 84	76.021.943	21.975.014	97.996.957
85 y más	22.138.583	8.988.126	31.126.709
Total	1.500.446.500	328.416.733	1.828.863.233

Tabla 20. *Cashflows* por edad y sexo bajo escenario estresado de modelo interno alternativo a la fórmula estándar. Fuente: Elaboración propia.

Y, por tanto, el *Best Estimate Liability* en el momento $t = 0$ (BEL_0) bajo nuestro Modelo Interno será:

$$MIL_0 = \sum_{t=0,1,2,\dots} \frac{MICF_t}{(1+i_t)^t} = 1.400.898.672\text{€}$$

Con el siguiente desglose:

ESCENARIO ESTRESADO (MODELO INTERNO)			
Edades	Best Estimate		
	Hombres	Mujeres	Total
50 - 59	23.718.483	746.137	24.464.620
60 - 64	218.006.067	37.901.878	255.907.945
65 - 69	431.663.949	92.487.830	524.151.779
70 - 74	235.233.738	51.393.061	286.626.799
75 - 79	157.416.046	36.305.162	193.721.209
80 - 84	67.526.066	19.205.238	86.731.304
85 y más	20.854.675	8.440.341	29.295.016
Total	1.154.419.024	246.479.649	1.400.898.672

Tabla 21. *Best Estimate* por edad y sexo bajo escenario estresado de modelo interno alternativo a la fórmula estándar. Fuente: Elaboración propia.

De esta manera, el SCR asociado al riesgo de longevidad y calculado con los *shocks* propuestos en nuestro estudio, es igual a:

$$SCR_0^{SF} = SFL_0 - BEL_0 = 1.400.898.672€ - 1.364.577.137€ = 36.321.535€$$

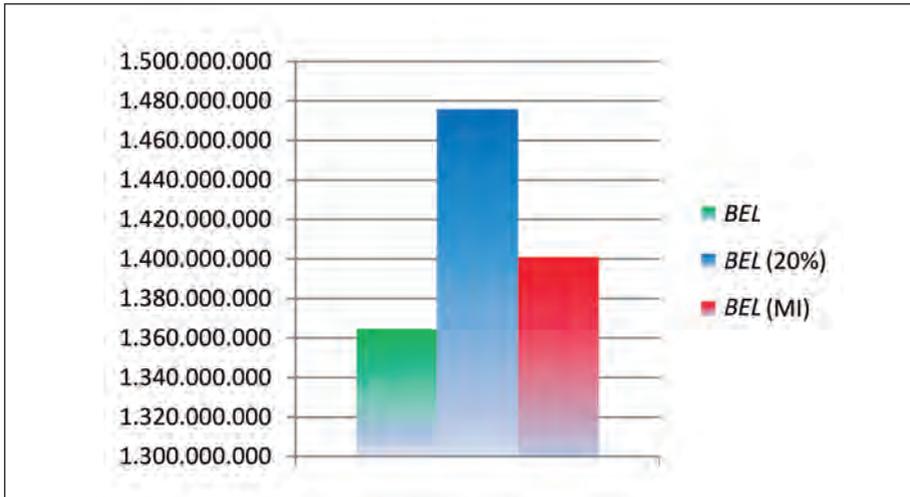


Figura 17. Comparativa de BEL sin estresar respecto de los escenarios estresados bajo fórmula estándar (20%) y el propuesto en nuestro modelo interno. Fuente: Elaboración propia.

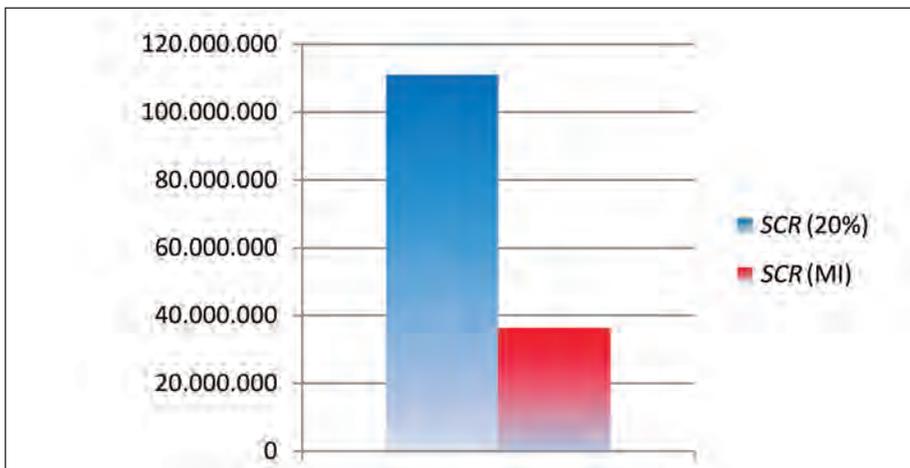


Figura 18. Comparativa de SCR según fórmula estándar (20%) respecto el del modelo interno propuesto. Fuente: Elaboración propia.

Viendo estos resultados acabamos de comprobar numéricamente la utilidad y validez de nuestro estudio, dado que la diferencia de SCR entre utilizar el *shock* de longevidad de la fórmula estándar (111.095.277 €) y el propuesto en nuestro estudio (36.321.535 €), supondrá para esta cartera tipo analizada un ahorro de capital de 74.773.742 €, o dicho de otra manera, un ahorro del 67,3% sobre el capital de solvencia requerido (SCR_{long}) bajo la fórmula estándar.

3.5. Prudencia del modelo

A medida que hemos ido avanzando en el desarrollo del modelo, hemos tenido que ir tomando algunas decisiones en cuanto a metodología y juicio experto. Estas premisas y supuestos han sido siempre los más prudentes. Entre otros, destacamos los siguientes:

1. Hemos utilizado población española, que tiene un histórico de mejora de mortalidad algo superior al del global de la UE, especialmente en los últimos años de la observación. Por tanto, al tomar como referencia población asegurada española en lugar de población asegurada europea (podría ser razonable al tratarse de un proyecto común para todos los países miembros de la UE), hemos obtenido un factor de mejora proyectada superior y por tanto unos *shocks* de longevidad superiores.
2. Otro criterio de prudencia es la propia metodología de los modelos utilizados en el Capítulo 3 para estimar la proyección de los factores de mejora, pues estos modelos ponderan más los últimos años de la observación que el resto del intervalo, que al ser superiores, también obtendremos *shocks* superiores, más aún si tomamos como referencia la población española en lugar de UE.
3. Hemos obtenido la proyección de los factores de mejora mediante generación de múltiples escenarios, escogiendo el 99,5% peor de todos ellos ($SLI-99,5$). De haber utilizado las mismas hipótesis pero el índice $SLI-50$, habríamos obtenido un *shock* medio de la cartera asegurada para $t=1$ del 11,01%.
4. Hemos utilizado datos de población general y no de población asegurada, que si bien tiene una esperanza de vida inferior, también es cierto que sus factores

de mejora son superiores al tener mayor capacidad de mejora respecto a los ya asegurados. Al utilizar unos factores de mejora superiores, los *shocks* puramente biométricos también lo serán.

5. La reducción de capital para nuestra cartera de referencia ha resultado ser del 67,3%, pero consideramos que está penalizando la incorporación de edades relativamente jóvenes que hemos incorporado respecto a una cartera habitual de rentas vitalicias de cualquier entidad aseguradora, más aun teniendo en cuenta que también las rentas planteadas son superiores en media al resto de tramos de edad superiores. Otra composición de asegurados habría supuesto una reducción aún mayor de capital regulatorio (*SCR*).
6. Por prudencia, hemos corregido nuestros datos históricos y en consecuencia los factores de mejora y *shocks* resultantes, con la incorporación de un *shock* biométrico, que corrige posibles desviaciones de la supervivencia humana como consecuencia del posible efecto de un desarrollo de los avances médicos y de estilo de vida diferente al experimentado en el pasado.
7. Hemos considerado como experiencia propia de mortalidad la de una tabla como la del INE2011 que no solo es muy reciente y por tanto incorpora las últimas evoluciones positivas de la supervivencia humana, sino que además proyecta la evolución de la mortalidad futura, por lo que se entiende que la mortalidad real sería algo inferior a la proyectada en INE2011, y en consecuencia el *shock* sería también algo inferior a como lo mostramos en el capítulo.
8. En el caso de la proyección vitalicia, y coincidiendo con la edad ω de la Tabla INE2011, hemos supuesto 100 años como la edad máxima o límite de la vida humana, entre otras consideraciones para aportar aún mayor prudencia al modelo, ya que a partir de ese momento, los factores de la mortalidad no solo son muy volátiles, sino que empiezan a disminuir e incluso son negativos para algunas edades superiores, por lo que si los tuviéramos en cuenta en el cálculo del *shock* de longevidad, este resultaría mucho más pequeño para el caso de seguros de rentas vitalicias.

9. Tomar 1960 como año de referencia para el inicio del periodo de observación, nos aporta un margen de prudencia siempre necesario para evitar desviaciones imprevistas en el futuro que afecten sobre el capital económico requerido, ya que estamos descartando descensos bruscos de la mortalidad por epidemias y guerras, y por tanto proyectando factores de mejora superiores que derivarán en el cálculo de unos *shocks* de longevidad también superiores.
10. De las cuatro metodologías tratadas en el capítulo 3, que recordamos son las más recientes y precisas de la literatura actuarial, hemos cogido el escenario que representa la mediana del factor de mejora entre estos cuatro modelos de proyección. También podríamos haber cogido el menor de ellos, que con la misma precisión, y también en el percentil 99,5% sobre múltiples escenarios, nos muestra unos factores de mejora proyectados inferiores a los finalmente utilizados, y en consecuencia obtendríamos unos *shocks* también sensiblemente inferiores. Además, al hacer la mediana de cuatro modelos, eliminamos o al menos diluimos el riesgo de modelo.

3.6. Validación y prueba

Una vez superados los análisis cualitativos y cuantitativos, nuestro modelo de proyección ha sido revisado y probado. A continuación describimos algunas de estas pruebas y conclusiones:

1. Los resultados están en línea con las expectativas que a priori teníamos. En nuestro caso, llegamos a la conclusión de que el *shock* de mejora propuesto por la fórmula estándar es exagerado, especialmente para su aplicación a los seguros de rentas temporales y las rentas vitalicias de edades elevadas, y por tanto vemos la necesidad de vincular este *shock* de longevidad a la edad y sexo del asegurado y a la duración del contrato. Si no hubiera sido así, deberíamos someter los resultados a un análisis más exhaustivo para comprender las causas de las posibles discrepancias.
2. Proyectar la mortalidad es un proceso complejo y con muchos matices, por lo que hemos documentado algunos de los aspectos más importantes de este proceso.

3. Un modelo de proyección deberá dar resultados que dejen satisfechos tanto a los creadores como a los usuarios, basándose en su amplio conocimiento y el de otros expertos sobre el desarrollo de la longevidad en el futuro, y creemos que así lo hemos conseguido.
4. El método que hemos elegido es robusto, ya que podrá aplicarse sobre diferentes grupos poblacionales y en diversos periodos de tiempo y tramos de edad, sin que las conclusiones se vean alteradas significativamente. Esta prueba la hemos realizado mediante un proceso de *back testing*.
5. Hemos documentado el método utilizado por escrito, no solo para darle mayor consistencia y credibilidad al modelo, sino para que otros investigadores puedan evolucionar nuestro modelo según sus propias investigaciones, del mismo modo que nosotros hemos evolucionado el de otros.
6. Consideramos que nuestro modelo, al igual que el propuesto por la fórmula estándar, es un modelo de sencilla aplicación, ya que también utilizaremos un *shock* único aunque vinculado a la edad, sexo y duración del contrato.
7. En nuestro estudio hemos utilizado diversas aproximaciones, aplicando el “juicio experto” del que habla la normativa de Solvencia II. De esta forma queda patente que nuestro estudio tendrá posibilidades de desarrollo futuro.
8. Creemos que los parámetros utilizados (edad, sexo y duración) son útiles y de sencilla comprensión, aunque quizá queda pendiente de estudio cómo estos interactúan con otros factores de riesgo como los avances médicos, las características del periodo seleccionado, etc.
9. Como último método de validación hemos comparado el modelo con la práctica habitual y el sentir general del mercado asegurador, y hemos comprobado que es consistente con este.
10. Las variables utilizadas quedan estadísticamente bien documentadas y validadas, aportando consistencia al modelo.

11. Es un modelo que puede perfectamente seguir el Test de Uso de cualquier modelo interno aprobado por el supervisor, ya que entre otros, podrá ser utilizado para la gestión y toma de decisiones del neogico con base en los ratios de fondos propios disponible sobre el capital regulatorio requerido y el perfil y apetito de riesgo del órgano de gobierno de la compañía.

3.7. Limitaciones

Nuestro modelo se ha hecho con base en una metodología basada en suposiciones e hipótesis según nuestro “juicio experto”, que si bien han sido muy prudentes, cualquier modificación podría arrojar resultados dispares. Sin embargo, lo que sí es evidente es que estos resultados irán siempre en la misma línea en cuanto que Solvencia II sobrestima el verdadero riesgo de longevidad para edades avanzadas y lo infravalora para los más jóvenes, así como la relevancia de utilizar la duración residual del contrato. Además nos hemos ido encontrando con una serie de limitaciones que conviene reflejar para ser tratadas en futuros estudios, y que resumimos a continuación:

1. Nos hemos basado en información histórica, y por tanto, esta no garantiza que la tendencia observada se siga repitiendo en el futuro.
2. Además, existe también la incertidumbre de la proyección, es decir, cambios aleatorios en el patrón de comportamiento de las personas que enmascaren una tendencia subyacente.
3. Hemos introducido un *shock* biométrico del 2%, asumiendo como válidas las conclusiones que sobre este tema encontramos en la literatura actuarial más avanzada.
4. Hemos realizado el análisis sobre la población general, es decir, sobre población asegurada y no asegurada, por lo que la elección de cualquier otra mortalidad base podría modificar nuestras predicciones. Pese a ello pensamos que el resultado sería el de un *shock* aún menor, al tener la población asegurada un menor recorrido de mejora futura de la mortalidad.

5. No hemos analizado el impacto de otros riesgos del negocio asegurador sobre esta cartera de rentas al haber analizado tan solo un riesgo puro de longevidad.
6. Limitaciones a la hora de comprender cómo varios factores de riesgo (por ejemplo fumar, hipertensión, etc.) afectan sobre las diferentes causas de muerte.
7. No es posible identificar una solución única para relacionar estos riesgos mediante el análisis de los datos históricos.
8. La dificultad para realizar proyecciones por encima de los 100 años de edad, debido a falta de datos poblacionales.

3.8. Futuros desarrollos

En este sentido, proponemos algunas líneas de investigación para futuros desarrollos de nuestro modelo, estas son:

1. A pesar de que creemos útiles los parámetros utilizados (edad, sexo y tiempo), queda pendiente de estudio cómo estos interactúan con otros factores de riesgo como los avances médicos, las características del periodo seleccionado, etc.
2. Adicionalmente es importante señalar la existencia del *shock* biométrico, ya que las aseguradoras no pueden predecir comportamientos de la supervivencia humana diferentes a los experimentados en el pasado. Hemos supuesto un *shock* biométrico del 2% con base en la literatura actuarial, aunque quizá merezca la pena seguir investigando en la calibración e impacto de estas posibles mejoras abruptas futuras de la mortalidad.
3. Proponemos investigar la eliminación de determinadas limitaciones a la hora de proyectar la mortalidad, como por ejemplo comprender cómo otros factores de riesgo (por ejemplo fumar, la hipertensión, etc.) afectarán sobre las diferentes causas de muerte. No es posible identificar una solución única para relacionar estos riesgos mediante el análisis de los datos históricos. En este sentido, los llamados modelos causales de longevidad son una prometedora línea de investigación.

4. Para subsanar estos y otros problemas, últimamente se han comenzado a utilizar modelos multivariantes como por ejemplo los modelos lineales generalizados (*GLM*), que también tratan de medir los cambios en la mortalidad introduciendo múltiples variables que se interrelacionan entre sí. Proponemos investigar por tanto en modelos de este tipo que aporten mayor información de partida para el análisis.
5. Coincidiendo con el criterio expuesto por Solvencia II, cada actuario podría e incluso debería aplicar su propio "juicio experto" a la hora de utilizar una determinada metodología de cálculo tanto de las distintas proyecciones estocásticas realizadas como cualquier otro supuesto o premisa utilizada y que no necesariamente tienen por qué coincidir con las de nuestro estudio.

4. CONCLUSIONES

En el modelo estándar de Solvencia II, el *SCR* para el riesgo de longevidad se calcula como el cambio en el patrimonio neto debido a una reducción instantánea y permanente del 20% en las tasas de mortalidad. Este *shock* de longevidad del modelo estándar ha sido objeto de algunas críticas por ser posiblemente poco realista. En particular, según la fórmula estándar propuesta por la *EIOPA*, la reducción de las tasas de mortalidad no depende de la edad y el sexo del asegurado, ni de la duración del contrato de seguro, lo que puede dar lugar a una evaluación incorrecta del verdadero riesgo de longevidad asumido por la compañía. Para evaluar este problema, hemos comparado este *shock* de longevidad de la fórmula estándar con un modelo estocástico no paramétrico por extrapolación de tendencias pasadas de la mortalidad.

Hemos centrado nuestro análisis en el mercado español; las compañías más expuestas a este riesgo son aquellas que garantizan seguros de rentas vitalicias o pensiones. Es muy probable que la relevancia de este riesgo aumente aun más en el futuro, y no solo en España, sino en la mayoría de países industrializados, ya que se prevé un aumento del número de pensionistas y una también probable disminución en los pagos medios de los planes de pensiones del sector público, que derivará en una mayor demanda de productos aseguradores de renta vitalicia.

Bajo estas premisas hemos centrado nuestro estudio en las carteras de seguros de renta vitalicia en España, para lo que hemos cogido como mortalidad base la de la Tabla INE 2011 de la Población Española. Esta tabla recoge la mortalidad del colectivo asegurado expuesto, ya que, como decíamos, el objetivo que buscamos es orientar la utilidad de nuestro estudio a las compañías de seguros cuya cartera asegurada esté compuesta, en su totalidad o mayoritariamente, por asegurados residentes en España. La cartera tipo está compuesta exclusivamente por rentas vitalicias de pensionistas (mayores de 52 años), para la que calculamos un *shock* de longevidad único similar al propuesto por Solvencia II. Eso sí, vamos a ponderar los *shocks* en función de la edad, sexo y duración, tomando como base la estructura poblacional de pensionistas de jubilación de la Seguridad Social en 2010.

Consideramos que el *shock* propuesto por Solvencia II (20% único), no refleja adecuadamente el riesgo de longevidad al que se exponen las carteras aseguradas de rentas vitalicias. De esta forma, en nuestro estudio planteamos un enfoque alternativo mediante la extrapolación de la tendencia pasada de mortalidad (1960-2009), en la que demostramos de forma empírica que la mejora de la mortalidad se comporta de forma significativamente distinta por edad, decreciendo a medida que esta va aumentando. Este es un punto importante a destacar, puesto que la mayoría de los productos de seguros que cubren la longevidad tiene por perceptores a personas con edades superiores a los 60 años. De forma adicional a la edad, hay que tener en cuenta la duración del contrato, puesto que la probabilidad de mejora de la mortalidad es mayor cuanto mayor es la duración.

De esta forma, recomendamos una estructura alternativa al *shock* de longevidad que sea dependiente de la edad y sexo del asegurado, así como de la duración residual del contrato de seguro, entendiendo dicha estructura dentro del nivel de confianza del 99,5% requerido por Solvencia II.

Bajo este enfoque, comprobamos cómo el *shock* alternativo que obtenemos es sensiblemente inferior para todas las combinaciones de edad, sexo y duración del contrato, excepto para asegurados jóvenes de rentas vitalicias. Este hecho es lógico, pues a menor edad y mayor duración, mayor tiempo hay para beneficiarse de las mejoras futuras de la mortalidad. Por estos motivos, parece obvio que una renta

vitalicia no debe tener el mismo tratamiento que una renta temporal, ni que una cabeza asegurada de edad avanzada tenga el mismo trato que una más joven.

Observamos por tanto cómo los resultados están en línea con las expectativas que a priori teníamos. En nuestro caso, llegamos a la conclusión de que el *shock* de mejora propuesto por la fórmula estándar está mal calibrado, especialmente para su aplicación a los seguros temporales y rentas vitalicias de pensionistas, y por tanto debemos vincular este *shock* a la edad del asegurado y a la duración del contrato.

Como alternativa al *shock* de la fórmula estándar, y solo para los seguros de rentas vitalicias de jubilación (mayores de 52 años), hemos calculado un nuevo *shock* único (16,19%) para el ejercicio de referencia ($t=1$). Hay que tener en cuenta, que este *shock* alternativo es dinámico, y que para una misma cartera asegurada, el *shock* irá disminuyendo para cada una de las pólizas que la componen, al quedar menor vida residual del contrato e ir cumpliendo más años. Por ambos motivos el *shock* inicial irá disminuyendo con el paso del tiempo para una misma cabeza asegurada.

En general, con nuestro enfoque se obtiene un *SCR* mayor para las edades jóvenes de duración vitalicia, mientras que el enfoque de la fórmula estándar exige más *SCR* para el resto de combinaciones siendo especialmente significativa la diferencia entre edades más avanzadas. Por tanto, y dependiendo de la composición de nuestra cartera asegurada, el *shock* de longevidad del modelo estándar sobrestimaré o subestimaré en casi todos los casos el verdadero riesgo de longevidad, con lo que las compañías se verán obligadas a realizar aportaciones de capital que no se ajusten al riesgo real de longevidad asumido en sus carteras aseguradas.

Sin un análisis más detallado, nuestras conclusiones parecen lógicas, ya que la mortalidad siempre ha evolucionado siguiendo una determinada tendencia, y nunca ha experimentado un cambio tan abrupto con el del 20% propuesto por Solvencia II. Si bien es cierto que futuros avances médicos, científicos, de calidad y estilo de vida, etc. pueden modificar considerablemente esas líneas de tendencia experimentadas en el pasado, también es cierto que sus efectos se verán gradualmente y es difícil que se manifiesten con un cambio tan abrupto.

Al no encontrar una justificación clara que argumente la aplicación del 20% de mejora abrupta de la mortalidad, el único argumento que hemos encontrado para mantenerlo es que este sea tan conservador con el fin de que sirva de aplicación a cualquier cartera asegurada con independencia de su composición de edad, sexo, duración, cuantía de la renta asegurada, localización geografía, etc. Por todo esto es razonable pensar que el *shock* de longevidad del 20% es superior a la realidad del mercado asegurador.

Como resultado del modelo alternativo propuesto, vemos cómo las entidades deberán hacer aportaciones innecesarias de capital, siendo la diferencia entre utilizar el *shock* de longevidad de nuestro modelo respecto al de fórmula estándar del 67,3%. Pero quizá, lo más relevante no sea tanto el ahorro de capital antes mencionado, que como hemos visto en el apartado 3.5. podría haber sido superior de no ser tan estrictos y prudentes en todas las hipótesis tomadas, sino que además, al ser el *shock* de longevidad decreciente con la edad, en la medida en que la cartera de rentas vitalicias envejezca, los requisitos de capital también irán disminuyendo con el paso del tiempo, es decir, el llamado *Capital Allocation* también se irá reduciendo paulatinamente (ver capítulo 5). Además, si la operación estuviera inmunizada desde la óptica de los rendimientos financieros, los beneficios sobre capital asignado (*RORAC*) aumentarán porcentualmente. Es decir, el accionista obtendrá un mayor rendimiento porcentual en la medida en que avance en el tiempo, y aunque la provisión matemática también vaya disminuyendo, los resultados en términos cuantitativos compensan la menor exposición.

Reiteramos que el modelo del factor de mejora está construido con base en la mediana de los modelos actuariales más avanzados de la literatura científica en el campo de la longevidad (*SLI-99,5*), con lo que el modelo resulta lo suficientemente robusto como para poder confiar en él. Además, al utilizar la mediana de cuatro modelos, eliminamos, o al menos diluimos, el "riesgo de modelo".

Este modelo interno que presentamos será además de perfecta utilidad no solo como alternativa a la fórmula estándar bajo el Pilar 1 de Solvencia II siempre que tenga la aprobación del supervisor, sino que también podrá utilizarse dentro de la autoevaluación de los riesgos (ORSA/FLAOR) bajo el Pilar 2 de Solvencia para aquellas compañías de seguros de vida que por la composición de sus carteras estén muy expuestas al riesgo de longevidad.

En conclusión, parece haber algunas deficiencias estructurales en el actual *shock* de longevidad del modelo estándar de Solvencia II, por lo que podremos afirmar que un *shock* independiente de la edad y la duración no parece que sea el más apropiado; y a pesar de que hemos realizado nuestro análisis bajo un contexto muy simple, en el que solo manejamos el riesgo de longevidad, creemos que es suficientemente válido para poder ser aplicado a una compañía de seguros que incorpore el riesgo de longevidad en sus contratos, teniendo en cuenta que para contratos más complejos que incluyan otros riesgos o una participación sobre los beneficios de la entidad, así como otras opciones y garantías, la exposición al riesgo de longevidad será diferente. De esta manera, podremos reducir el riesgo asociado a ciertas edades y vencimientos, con el consiguiente cambio en el valor del *SCR* asociado. En resumen, creemos necesaria una modificación del *shock* de longevidad, de tal manera que refleje fielmente el riesgo real al que se expone una compañía a través de sus contratos de seguro.

CAPÍTULO 5: MITIGANTES DE LA LONGEVIDAD Y GESTIÓN ÓPTIMA DEL CAPITAL

La gestión de los riesgos asociados a la vida humana requiere, al igual que la gestión de cualquier otro riesgo asegurador, la distinción entre pérdidas esperadas, inesperadas y catastróficas, pues son de gran importancia para determinar las estrategias e instrumentos que los agentes pueden utilizar para gestionarlos adecuadamente.

Sin embargo, la carencia de una oferta atractiva y flexible y la creciente desconfianza del ciudadano hacia las entidades financieras, son limitaciones importantes a la hora de gestionar y cubrir el riesgo de longevidad. Obviamente el primer aspecto es tarea fundamental de las compañías de seguros, mientras que el segundo se puede gestionar dando a conocer a la población el papel que juega el Estado y su compromiso para buscar la mejor solución al problema para garantizar sus necesidades económicas básicas en la vejez.

Dada la importancia y trascendencia que representa para el ciudadano saber transferir adecuadamente su riesgo de longevidad, a continuación comentamos algunos aspectos clave:

El papel del ciudadano: Cultura financiera

Consideramos vital emprender acciones para difundir los conocimientos financieros y así fomentar la cultura económica de la población, de forma que cada individuo pueda adoptar decisiones fundadas en lo relativo a sus propias finanzas y no subestimen la magnitud de los riesgos a los que se enfrenta, en especial el que nos ocupa, el de la financiación de su vejez¹⁷. Además, una comprensión más profunda de las distintas opciones de las que disponen las autoridades y el mercado sobre sus posibles efectos, mejoraría la calidad del debate público para comprender la conveniencia de las reformas de los sistemas de seguridad social y sus consiguientes

¹⁷ Ver González-Páramo, J. M. y Badenes, N. (2007), *Ahorro, riqueza y endeudamiento de las familias*.

beneficios a largo plazo de su aplicación. Solo a través de una cultura financiera adecuada los ciudadanos podrán reaccionar ante el fenómeno del riesgo de longevidad y utilizarán el seguro privado como un instrumento paliativo¹⁸.

El papel de las autoridades públicas

El Estado deberá promover el desarrollo del mercado de instrumentos financieros y de seguros, destinados a cumplimentar las prestaciones por jubilación del sector público.

Puesto que las actuales reformas de las pensiones públicas están dirigidas a trasladar progresivamente una parte del riesgo de longevidad a los hogares, cabe esperar un aumento sustancial del volumen de activos gestionados por el sector privado para la jubilación durante las próximas décadas. Por tanto, los gobiernos y autoridades competentes deberán fomentar y facilitar la oferta actual de instrumentos financieros a largo plazo que sean aptos para la cobertura del riesgo de longevidad.

Hoy en día protegerse frente a este riesgo resulta complejo, debido a que apenas existen entidades de contrapartida naturales. Además, en el contexto actual, es muy complejo actuarialmente prever con exactitud el aumento de la longevidad en los próximos años y, por tanto, poder valorar con precisión el riesgo que ello supone. Esto significa que las entidades aseguradoras que desean protegerse a su vez frente al riesgo de longevidad (proveedores de fondos de pensiones y de seguros de rentas) tienen dificultades para encontrar contrapartidas dispuestas a asumir dicho riesgo.

Debe ser el Estado quien estudie cómo impulsar el desarrollo del mercado asegurador a fin de que se pueda compartir y trasladar el riesgo de longevidad. La fiscalidad, la emisión de bonos soberanos de larga duración, el desarrollo de un mercado sólido, transparente y líquido que ofreciera, entre otros, bonos de longevidad o mortalidad, o fomentar que las instituciones especialistas en demografía y técnica actuarial investiguen lo suficiente para construir tablas actuariales con el nivel de desagregación suficiente para dar soporte a la vertiente técnica de los seguros

¹⁸ Ver *La percepción Social del Seguro en España*. Fundación MAPFRE.

de rentas vitalicias, son algunas de las medidas que el Estado tiene a su alcance para que el ciudadano y el sector privado encuentren soluciones atractivas para cubrir, o al menos mitigar, el riesgo que genera una supervivencia mayor a la esperada.

El papel del sector asegurador

Creemos necesaria una competente y dinámica oferta de productos aseguradores que sea capaz de reconocer las necesidades actuales y futuras de los ciudadanos, acompañada por supuesto de una adecuada regulación del mercado que provea a los consumidores la garantía y el respaldo de que el producto que adquieren les da soluciones efectivas contra el riesgo de longevidad.

De esta manera, la industria aseguradora debe hacer una apuesta decidida para cubrir el riesgo de longevidad. Para ello, deberá contar con una amplia oferta al ciudadano y una adecuada técnica actuarial para gestionar la ausencia de un volumen suficiente de productos de ahorro que pueda estar dificultando el desarrollo de una industria basada en las leyes de los grandes números. Además, las aseguradoras pueden encontrar en el negocio del reaseguro y los mercados financieros un apoyo importante para desarrollar enfoques sólidos que mitiguen el riesgo de longevidad. Así, mediante la participación activa del sector privado del seguro, el riesgo de longevidad podría transferirse del ciudadano hacia las aseguradoras y estas ceder parte a su vez a un tercero mediante un contrato de reaseguro u otros métodos de cobertura que les permitan proporcionar más renta vitalicia al asegurado usando el capital liberado resultante. Estas operaciones adquirirán cada vez más importancia en los próximos años con la entrada en vigor de la Directiva de Solvencia II.

1. MITIGACIÓN DEL RIESGO DE LONGEVIDAD

Una entidad aseguradora cuando suscribe riesgo de longevidad, puede tener pérdidas derivadas del exceso de siniestralidad sobre el nivel esperado originado por un aumento no previsto en la esperanza de vida según las bases técnicas sobre las que ha elaborado el contrato de seguro o también por una desviación de la mortalidad base sobre la tabla de supervivencia utilizada para el cálculo de sus pasivos contingentes. La cuantificación económica de dicha probabilidad constituye el capital que

debe aportar el accionista para cubrir estas pérdidas inesperadas. Por tanto, y aún más bajo el actual marco regulatorio y de gestión de una entidad aseguradora, es necesario que estas lleven a cabo una adecuada gestión con el propósito de mitigar los riesgos biométricos a los que se exponen, entendiendo por tales la diferencia entre los supuestos de tarificación asumidos y las condiciones biométricas y de mercado experimentadas.

Nos interesa en este capítulo ver cómo el asegurador según su apetito de riesgo puede transferir la parte no deseada de riesgo de longevidad. En esta decisión intervendrán factores tales como el tamaño de la cartera contratada, la selección de riesgos realizada, el tipo de negocio individual o colectivo, el propio perfil de la cartera, la experiencia biométrica adquirida sobre las bases técnicas utilizadas, las colas de mortalidad consideradas en el *pricing*, el ámbito regulatorio, etc.

El largo plazo en el que es necesario medir el riesgo de longevidad, hace impredecible conocer hoy si un contrato será rentable en el futuro o si el capital asignado a la cobertura de este riesgo será o no suficiente. Por esta razón, las técnicas de mitigación del riesgo y los requerimientos de capital tienden a ser prudentes. Un asegurador de vida que desea externalizar parte o todo su riesgo de longevidad, tiene varias opciones. En concreto, la mitigación de los riesgos de proceso y tendencia de la longevidad, dependerá de la existencia de contrapartes deseosas de asumir el riesgo y de la capacidad de encontrar instrumentos de cobertura adecuados. Las acciones más destacadas de mitigación del riesgo de longevidad, son:

Acciones de mitigación propias de la compañía:

1. Mediante el control del tamaño y perfil de la cartera, la selección de riesgos, y el ajuste de sus bases técnicas en función de la experiencia biométrica adquirida. El riesgo de fluctuación aleatoria y de modelo se puede mitigar bien aumentando el tamaño de la cartera, bien incorporando factores que se denominan *lifestyle*, ambos manteniendo el riesgo en el balance. Abundando en este aspecto, ya comentábamos en el primer capítulo cómo un estilo de vida saludable explica un 40% de la longevidad de un individuo y por ello incorporar en el proceso de selección de riesgo estos elementos contribuye de una manera eficaz a la disminución de la aleatoriedad sobre el *pricing*.

2. Al hilo del punto anterior, las rentas sociodemográficas, por estatus matrimonial, ocupacionales, o *lifestyle* son habituales en mercados internacionales de seguros de vida y permiten adecuar el precio de la renta a determinados perfiles de riesgo. De esta manera al ajustar el proceso de *pricing* a la realidad personal del solicitante se diluye el riesgo de que la población asegurada no se adecúe a la tabla de supervivencia utilizada.
3. Aprovechar economías de escala con base en el tamaño de la cartera.
4. *Selfselection*: Cuando se suscriben riesgos vitalicios de índole individual, surge un proceso de antiselección originado por la mayor propensión de aseguramiento de aquellos solicitantes con mejor expectativa de vida que la población sobre la que se ha construido la tabla de supervivencia utilizada para la determinación del precio. La literatura y experiencia actuarial ha contrastado que este riesgo puede ser mitigado al considerar en los primeros cinco años del contrato una garantía financiera en sustitución del riesgo biométrico. Se considera que este periodo inicial es suficiente para equilibrar las posiciones asegurado-asegurador.
5. Suscripción y selección del riesgo: mediante la cobertura solo de aquellas pólizas con menor esperanza de vida, bien por la selección de asegurados de elevada edad (selección de riesgos de *mayores*) o bien mediante la selección de asegurados que por motivos de salud tienen una reducida esperanza de vida (rentas agravadas). Determinados procesos de suscripción (como por ejemplo la tele selección), pueden contribuir de manera muy eficaz a la gestión efectiva del riesgo de longevidad, de tal manera que se pueda establecer un precio específico según el perfil individual del solicitante del seguro de renta.
6. Suscripción homogénea de cuantías de rentas: Este subriesgo suele ser desconsiderado por la función actuarial, y se refiere a la necesaria homogeneidad de las cuantías de las prestaciones aseguradas. De no ser así la exposición biométrica deberían ser ponderada por la exposición al riesgo. De hecho, en las valoraciones de estrés de longevidad en el entorno de Solvencia II estos se hacen exclusivamente sobre mejoras de longevidad de expuestos independientemente de las sumas aseguradas. En consecuencia, una cartera de rentas vitalicias

heterogénea en cuantías se enfrenta por tanto a un riesgo que debe ser mitigado buscando homogeneidad de riesgo.

7. Modelización: mediante el uso de adecuadas y sofisticadas técnicas predictivas de la supervivencia de sus asegurados y el uso de tablas actuariales adecuadas para la determinación de la mortalidad base.
8. Técnicas de *pricing* por Modelos Lineales Generalizados (*GLM*) con variables *Lifestyle*. Para poder aplicar estas técnicas estadísticas se requiere disponer de gran cantidad de variables y serie histórica suficiente. Los modelos así contruidos han de considerar con especial interés la dinámica en el tiempo de la longevidad.
9. Diversificación: Las aseguradoras podrán mitigar su riesgo de longevidad mediante la diversificación de su negocio a través de diferentes productos, países o grupos socio-económicos. Únicamente el riesgo de tendencia no podrá ser diversificado por tamaño o por geografía pues afecta a toda la población en su conjunto.
10. Mediante la indexación de las bases técnicas a la esperanza de vida real durante la vigencia de la póliza, de tal forma que la renta vitalicia varíe al alza o a la baja según fluctúe la esperanza de vida.
11. Mitigación del riesgo de cohorte: Este riesgo se puede mitigar parcialmente suscribiendo riesgos de diferentes generaciones, pues la suscripción de riesgos de manera equilibrada en cuanto a diferentes edades debe mitigar el riesgo de cohorte siempre y cuando el mercado permita suscribir riesgo de manera individual. Si por el contrario el mercado preferentemente suscribe riesgos por razón de compromisos de previsión social complementaria puede que no sea posible la diversificación parcial del riesgo de cohorte.
12. *Natural hedging*: Mediante una dinámica de mortalidad opuesta, la entidad compensa en un mismo contrato el riesgo de longevidad al incorporar una cobertura de fallecimiento o una combinación de seguros temporales y rentas vitalicias. Es decir, a la cobertura de supervivencia y en un mismo contrato, se

incluye un contraseguro de fallecimiento, de tal manera que la exposición neta al riesgo de supervivencia queda diluida.

13. *Neteo*: Valoración de la exposición neta de capitales expuestos de posición global de supervivencia y mortalidad de la entidad de seguros. Este *neteo* de posiciones no se suele producir en todas las edades de la exposición, pero sí en aquellas edades iniciales de exposición de rentas que es donde se genera la mayor incertidumbre en términos biométricos.
14. Participación en beneficios: Consiste en la participación del asegurado en el riesgo de longevidad, incorporando sistemas de bonificación o cláusulas de participación en beneficios en los contratos de rentas de tal forma que el asegurado se haga cargo de una parte de la exposición al riesgo de longevidad y reciba a cambio una rentabilidad adicional en caso de que el resultado financiero-actuarial de una cartera de rentistas predeterminada así lo permitiera. Otra modalidad serían las técnicas de reducción de pérdidas mediante la reducción de la cuantía de la renta asegurada pactada a lo largo de la vida del contrato.
15. Inversión en empresas con una dinámica de mortalidad opuesta: Invirtiendo en activos como por ejemplo hipotecas inversas o activos vinculados a proveedores de asistencia sanitaria, compañías farmacéuticas, biotecnológicas, etc., cuyo beneficio será mayor cuanto mayor sea la supervivencia de la población. Estas podrán considerarse contrapartidas naturales ya que el incremento de la longevidad les beneficiaría. Sin embargo, el tamaño de estos sectores parece demasiado pequeño para satisfacer la demanda prevista.

Transferencia del riesgo teórico de la longevidad a una tercera parte

1. Transferencia total: Una aseguradora puede eliminar todos los riesgos relativos a su cartera de rentas mediante la venta del bloque de rentas vitalicias a otra aseguradora. Cuando una transferencia de este tipo se lleva a cabo, se transfieren además todas las obligaciones relacionadas a la entidad receptora, es decir, los activos afectos a estos pasivos generalmente serán también transferidos a la entidad receptora. Para ello, un capital adicional puede ser requerido por la empresa receptora y así asegurar que se cumplen los requisitos de

regulación, contables y de solvencia adecuados, garantizándose que el beneficio de los asegurados no se verá afectado significativamente. Además, la cedente no asume en ningún caso el riesgo de contraparte.

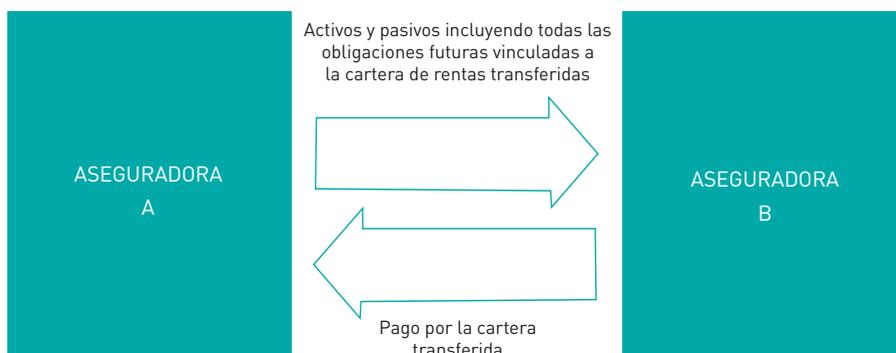


Figura 1. Ejemplo de una transferencia completa de la cartera de rentas. Fuente: Elaboración propia.

2. Reaseguro: Mediante un contrato de reaseguro, en cualquiera de sus formas posibles, la entidad paga una prima que permite transferir los riesgos y de esta manera sustituye en su balance un riesgo técnico por el riesgo de crédito de la entidad reaseguradora con la que suscribe el contrato. La capacidad de transferencia de riesgo es limitada, ya que en última instancia dependerá de la capacidad que tenga el reasegurador para absorber los riesgos que acepta. Una de las opciones de reaseguro de rentas son los denominados *swaps* de longevidad, que analizaremos con detalle en el próximo capítulo.
3. Mercado de capitales¹⁹: El riesgo de longevidad puede gestionarse a través de activos negociables en mercados organizados, como por ejemplo los bonos sobre longevidad, futuros sobre rentas, opciones, etc. Existe también la opción de utilizar el mercado de capitales para obtener otros innovadores y más líquidos instrumentos alternativos de transferencia del riesgo de longevidad (*Alternative Risk Transfer* o *ART*) como podrían ser los siguientes:

¹⁹ Ver Banks (2004).

- *Special Purpose Vehicle* o *SPV*²⁰: Mediante este instrumento, una entidad transforma un gran número de activos en títulos negociables en mercados secundarios. Es decir, transfiere una serie de activos a una sociedad instrumental creada con esa finalidad (*SPV*), que emitirá instrumentos financieros a colocar entre los inversores con la finalidad última de hacer negociables unos instrumentos financieros que, en principio, no lo son. La mecánica de funcionamiento podría ilustrarse del siguiente modo:



Figura 2. Ilustración de la transferencia del riesgo mediante una SPV. Fuente: Elaboración propia.

- *Mortality Linked Securities* o *MLS*: Son instrumentos financieros vinculados a la evolución de un índice representativo de la mortalidad o la supervivencia de una población. Ante la insuficiente oferta de bonos libres a muy largo plazo, proponemos transferir parte del riesgo a los gobiernos mediante la emisión de bonos de longevidad.
- Mercado *OTC*: Además, las entidades de seguros podrán mitigar su exposición al riesgo de longevidad, acudiendo a mercados *Over-The-Counter (OTC)*, mediante contratos de permuta como son los *swaps* o los *forwards* de mortalidad y longevidad.

2. PRINCIPALES INSTRUMENTOS DE TRANSFERENCIA DEL RIESGO DE LONGEVIDAD

Una vez enumeradas todas las opciones de transferencia del riesgo de longevidad que una entidad de seguros que comercialice seguros de rentas vitalicias tiene a su alcance, a continuación analizamos con más detalle algunos de estos instrumentos.

²⁰ Ver Cowley y Cummins (2005).

2.1. Cobertura natural o *natural hedging*

Para disminuir la exposición al riesgo de longevidad el asegurador puede realizar técnicas de *natural hedging*, que consisten en compensar el riesgo de longevidad derivado de los contratos de rentas con el riesgo de fallecimiento en un mismo contrato. El formato más habitual de esta modalidad de cobertura es incorporar un contraseguro de fallecimiento por un importe equivalente a la prima aportada, lo que hace definitiva que la operación de seguro diluya el riesgo biométrico o incluso este sea eliminado. En este caso la transferencia del riesgo se realiza al propio asegurado, al comprar este el contraseguro de fallecimiento.

Además, el asegurador podrá mitigar su riesgo de longevidad no solo incorporando coberturas de fallecimiento sobre el mismo contrato, sino también sobre el conjunto de la cartera asegurada. En este último caso la inmunización no es completa pues no todas las pólizas y edades tienen exposición conjunta de mortalidad-longevidad. Y es que el carácter antitético de los riesgos de mortalidad y de supervivencia conlleva que la exposición total a ambos sea inferior a la suma de las exposiciones de cada uno de los riesgos considerados individualmente.

El interés del sector asegurador por este instrumento de gestión de los riesgos de mortalidad y de supervivencia se ha incrementado en los últimos años debido, fundamentalmente, a los reducidos costes de capital. La cobertura podrá realizarse modificando la composición de su negocio, captando nuevo negocio, o adquiriendo el negocio captado previamente por un tercero.

Sin embargo, esta opción de cobertura global de la cartera podría también ser compleja o inviable para determinadas compañías por diversos motivos entre los que destacamos:

1. Puede llegar a ser un proceso costoso si esta opción supone cambiar la composición de su actividad habitual.
2. Si fuera imposible de poner en práctica por razones legales.
3. Es un proceso que requiere de una estrategia dinámica; en ningún caso será un proceso estático.

Además, en caso de edades extremas, y a pesar del elevado grado de compensación entre el riesgo de mortalidad extrema y el riesgo de longevidad, ambos no son una cobertura natural a estas edades debido a la estructura básica de cada riesgo. Y es que los eventos de mortalidad extrema, por definición, afectan a una pequeña proporción de la población de referencia, mientras que el riesgo de longevidad es una exposición referida a los individuos que sobreviven, generalmente la mayoría de la población de referencia. Incluso en el caso de una pandemia extrema de más del 10% de fallecidos, su impacto esperado en la valoración de una cartera de pasivos de supervivencia solo equivaldría a una reducción de alrededor del 1%, afectando por igual la mortalidad por pandemia a todas las edades expuestas. Por tanto, la única cobertura natural realmente eficaz para cubrir el riesgo de longevidad es a través de la exposición al riesgo de tendencia o de deterioro de la mortalidad.

2.2. Reaseguro de rentas

Otra alternativa para mitigar el riesgo de longevidad es la de suscribir un contrato de reaseguro mediante el cual la entidad aseguradora sustituye el riesgo técnico en su balance por el riesgo de crédito de la entidad reaseguradora con la que suscribe el contrato. El reaseguro es quizás la opción más conocida a disposición de una aseguradora de vida que desee transferir parte de su riesgo de longevidad a un tercero. En el pasado, esta opción la adoptaban algunas entidades cuando querían mantener solo algunos de los riesgos y beneficios potenciales de la cartera de rentas vitalicias y compartir los riesgos con el reasegurador. Además, también es usual utilizar el reaseguro como instrumento de financiación.

Hasta la fecha, las aseguradoras han utilizado el mercado de reaseguro de forma muy limitada para reducir su exposición al riesgo de longevidad, pese a que para el mercado de rentas, el reaseguro se diseña y coloca sobre unas bases contractuales muy simples, como por ejemplo un contrato de cuota parte. Este enfoque contrasta con diseños mucho más sofisticados que ofrecen los mercados financieros, en los que el asegurador puede utilizar múltiples modalidades de contrato.

En el pasado, los suscriptores de negocio de rentas vitalicias han contado con un limitado número de opciones disponibles de transferencia de riesgos, sin embargo, y poco a poco, el mercado de reaseguro para la cobertura de rentas vitalicias se está

volviendo cada vez más sofisticado, contando con más variedad de opciones de reaseguro especializadas en diferentes riesgos. Así por ejemplo, una reaseguradora podría proporcionar cobertura de reaseguro para las rentas vitalicias de los asegurados fumadores de una cartera, y otro contrato para los no fumadores.

En un acuerdo tradicional de reaseguro de rentas, la aseguradora de vida paga al reasegurador una prima a cambio de que esta se haga cargo de pagar parte o la totalidad de las reclamaciones derivadas del riesgo transferido por la cedente. Sin embargo, un acuerdo de reaseguro es solo una solución de transferencia de riesgo parcial para el proveedor de las rentas, ya que este sigue siendo en última instancia responsable de pagar los pasivos transferidos al reasegurador en caso de que este incumpliera sus obligaciones de pago. Por esta razón, la aseguradora deberá mantener una cantidad adecuada de capital para hacer frente al riesgo de crédito o contraparte derivado del posible impago de la entidad reaseguradora.

Bajo las actuales normativas de Solvencia I y Solvencia II, el reaseguro también es un buen instrumento para liberar capital económico. Por tanto, la operación debe ser bien entendida en términos del impacto global de la operación sobre la totalidad del capital necesario para la cedente y no solo analizar el impacto económico sobre la cartera de rentas. Una vez determinado el capital en riesgo óptimo de la cartera de rentas, se podrá determinar el ratio conocido como *RORAC* (beneficio sobre capital), para así efectuar una gestión eficiente y óptima del *Capital Allocation*.

A continuación analizamos las diferentes modalidades de reaseguro que se pueden formalizar para la transferencia del riesgo de longevidad.

1. Reaseguro Cuota Parte: En estos contratos, la cedente transfiere al reaseguro la proporción convenida del riesgo de longevidad procedente de la cartera de rentas vitalicias. Así, asegurador y reasegurador comparten el riesgo derivado del contrato en partes proporcionales. Así mismo, la prima también se comparte en la misma proporción. También el reasegurador participa en el riesgo de tipo de interés.
2. Reaseguro de Excedente: Esta modalidad de reaseguro establece un pleno de retención que se fija sobre la renta asegurada y el exceso se cede al reasegurador.

El pleno de retención también se puede establecer sobre una determinada edad. Sin embargo, esta modalidad de contrato de reaseguro puede provocar cierta antiselección al reasegurador, dado que las rentas más altas en una cartera suelen presentar mayor esperanza de vida. Para el asegurador se mitiga el riesgo de cartera asegurada. Esta asimetría en la cesión podría corregirse mediante un contrato combinado de excedente y cuota parte.

3. Reaseguro *Stop-Loss*: Esta modalidad de reaseguro, cubre al asegurador las desviaciones de las reservas en una cartera de rentas vitalicias sobre un determinado límite establecido previamente en el contrato.
4. Reaseguro Corredor: Por este contrato se fija una banda de fluctuación (positiva y negativa) por el que el reasegurador paga o recibe el exceso de la longevidad en caso de superar el límite del corredor.
5. *Swaps* de mortalidad y longevidad: Bajo esta modalidad de reaseguro, se transfiere el riesgo de que los asegurados vivan más de lo esperado mediante el intercambio de una serie de flujos ciertos por otra de flujos variables, y en el que el reasegurador asume el exceso de siniestralidad real sobre la teórica basándose en hipótesis de supervivencia. Esto es, el asegurador se hace cargo de la supervivencia teórica contemplada en el proceso de *pricing* y el reasegurador de la supervivencia real. De esta forma, en virtud de un acuerdo de permuta de la longevidad, la cedente transfiere el riesgo de longevidad a la reaseguradora, manteniendo los riesgos de los activos afectos. Por el contrario, el reasegurador al suscribir este contrato tiene un propósito adicional que es el de compensar el riesgo de mortalidad de los seguros de vida con cobertura de fallecimiento que ya tiene en su balance.
Esta modalidad de contrato de reaseguro será el tema central del próximo capítulo.

Las operaciones de reaseguro realizadas hasta la fecha han involucrado carteras comerciales de gran envergadura, pero a medida que el diseño y la innovación de productos evolucionan, surgen soluciones para fondos y carteras de rentas vitalicias más pequeñas. Así, si bien históricamente la demanda de reaseguro de riesgo de longevidad ha sido escasa, a corto plazo se prevé un aumento de la demanda de

soluciones de reaseguro, pues las aseguradoras son conscientes de que la solución del mercado de capitales aún tardará tiempo en desarrollarse.

2.3. Mercado de capitales

Si el asegurador tiene la intención de transferir el riesgo de longevidad a una tercera parte, una de las decisiones clave será la de si cede el riesgo a una reaseguradora o bien lo canaliza a través del mercado de capitales. Como ya hemos visto, la vía de reaseguro es mucho más probada y sujeta al régimen regulatorio de la industria del seguro, sin embargo, la capacidad del reaseguro para asumir riesgo de longevidad con base en su perfil y apetito de riesgo, es limitada.

Las transacciones del mercado de capitales para la transferencia del riesgo de longevidad han sido por lo general en forma de *swaps* de longevidad, aunque cada vez son más habituales los bonos de longevidad. La estructura de estas operaciones de *swap* de longevidad es similar en muchos aspectos a las descritas anteriormente a través del reaseguro, a excepción de que por lo general, en lugar de una empresa de reaseguros, la contraparte es un banco de inversión que luego redistribuye el riesgo a los inversores finales.



Figura 3. Transferencia del riesgo de longevidad mediante un contrato *swap* vía mercado de capitales. Fuente: Elaboración propia.

Los futuros esfuerzos para aumentar la capacidad del mercado podrían centrarse en desarrollar soluciones ya existentes en el mercado de capitales o bien en crear otras nuevas alternativas que también permitan la transferencia de parte o la totalidad de los riesgos subyacentes de las rentas. Entre los novedosos instrumentos alternativos de transferencia del riesgo de longevidad (*Alternative Risk Transfer* o *ART*), destacamos los *Mortality Linked Securities* o *MLS*, que son instrumentos

financieros vinculados a la evolución de un índice representativo de la mortalidad o la supervivencia de una población, y entre los que destacamos los siguientes:

Bonos catastróficos de mortalidad (CATM)

Los bonos catastróficos son instrumentos financieros que proporcionan una remuneración periódica indexada a un determinado tipo de interés, de forma que si se produce el suceso catastrófico, el valor de reembolso es cero. Su principal ventaja es que permiten transferir los riesgos técnicos y de crédito a los inversores, mientras que su principal inconveniente es que, debido al valor nominal de las emisiones, es un instrumento que no está al alcance de todos los agentes expuestos al riesgo de mortalidad sistemático.

Bonos de longevidad (LB)²¹

Los bonos de longevidad son instrumentos negociados en los mercados financieros referenciados a un índice de mortalidad o supervivencia, con vencimiento a largo plazo, en el que el emisor no reembolsa el valor nominal y cuya remuneración periódica depende del porcentaje de población que en la fecha de emisión del bono alcanza una edad determinada y que continúa con vida en la fecha de pago de dicha remuneración. Es decir, son activos cuyo valor depende de cómo evolucione la mortalidad, y cuyos pagos dependen de la evolución de una determinada población o grupo de personas.

Los pagos presentarán la siguiente estructura:

$$\text{Pagos} = \text{Cupón} * S(t)$$

Donde $S(t)$ es el índice de supervivencia que refleja el número de supervivientes de la población tomada como referencia en cada instante de pago t .

Los pagos del bono de longevidad son decrecientes a lo largo del tiempo de acuerdo a cómo evolucione la mortalidad y se materializan hasta el fallecimiento del último

²¹ También llamados *survival bonds*.

individuo o bien durante un determinado periodo de tiempo. En los periodos en los que la mortalidad sea inferior a la esperada, el bono pagará mayores cupones compensando esa desviación que se produce en los balances de las compañías.

Existen varias clases de bonos en función del emisor, de cómo se pagan los cupones, de si se devuelve el principal, de la posición que se pretenda tomar, del vencimiento, etc. A continuación pasamos a enunciar algunos de ellos:

1. *Longevity Zeros*: Funcionan de la misma forma que los bonos cupón cero clásicos. Son muy útiles para construir coberturas a medida de determinados activos complejos, tratando de replicar sus pagos.
2. *Survivor Bonds*: Se caracterizan porque sus vencimientos son variables aleatorias. Es decir, el bono continúa pagando cupones hasta el fallecimiento del último individuo que conforma la población de referencia. Es común que no se devuelva el nominal invertido y que el inicio de los pagos se efectúe pasado un tiempo de la fecha en que se realizó la emisión. Se puede decir que son bonos diferidos. De este modo se excluye de la cobertura los años en los que menos incertidumbre existe y se consigue una mejor cobertura de las edades más avanzadas.
3. *Principal-at-Risk*: La mecánica es la misma que la de los bonos catastróficos. Mientras que en los anteriores bonos la incertidumbre del valor futuro del índice de supervivencia se aplicaba sobre los cupones, ahora recae sobre el nominal del bono. Se realizan unos pagos periódicos de cupones que podrán ser a un tipo de interés fijo o variable y el nominal del bono queda sometido a la ocurrencia de un determinado evento como puede ser, por ejemplo:

Dado un nominal de 100 €, si la mortalidad observada en (t) no mejora por encima de un X% sobre la mortalidad estimada, para (t) el nominal se devolverá íntegro, mientras que si sobrepasa ese umbral, la pérdida del nominal será una función lineal de la supervivencia observada.

4. *Inverse Longevity Bonds*: Como su propio nombre indica son bonos que funcionan de forma inversa a los bonos de longevidad. Tienen una función de pagos

del tipo $F_t(S_t) = K(1-S_t)$ en donde $k > 0$. Como consecuencia de esto, los pagos son una función creciente con el tiempo.

5. *Bonos convertibles de longevidad*: son aquellos en los que el tenedor de los bonos tendría la opción de convertir dicho bono en acciones. Esta estructura proporciona a la aseguradora una menor carga de capital, y además aumenta la probabilidad de que los inversores pudieran recuperar parte o la totalidad de su inversión ante escenarios extremos.

Forwards de mortalidad o q -forwards

Un contrato *forward* sobre la “ q ” o tasa de mortalidad, es un acuerdo creado por un banco de inversión, en el que los pagos futuros se referencian a los movimientos de un índice de mortalidad o longevidad, y en el que dos partes intercambian a una fecha de vencimiento, una cantidad proporcional a la diferencia entre la mortalidad observada en una determinada población y el valor de un índice de referencia acordado previamente al inicio del contrato. Mediante estos contratos se consigue compensar el riesgo de que las tasas de mortalidad sean mayores o menores a las esperadas. Los inversores requerirán de una prima de riesgo adicional por asumir el riesgo de longevidad.

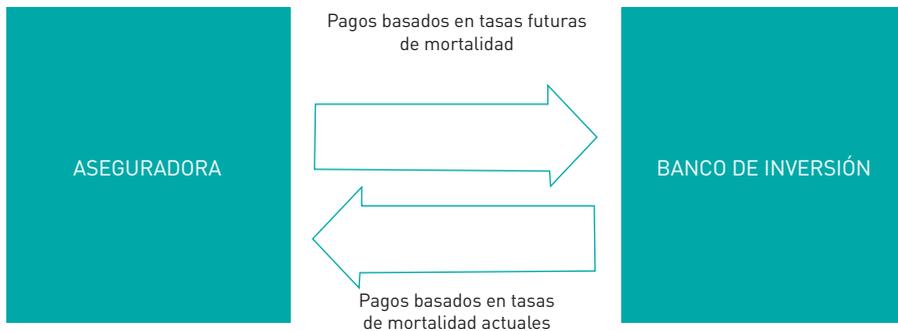


Figura 4. Transacción de una q -forward de mortalidad en el mercado de capitales, donde la compañía reduce su exposición a la volatilidad de la experiencia de mortalidad. Fuente: Elaboración propia.

Las principales ventajas de estos contratos son las siguientes:

1. Son contratos estandarizados, lo que incrementa su liquidez y reduce los costes asociados al diseño de coberturas sobre los riesgos de mortalidad y supervivencia.
2. Toman como referencia un índice representativo de la población total de un país o área geográfica lo cual incrementa su transparencia.

Los principales inconvenientes de los *q-forwards* son:

1. Los *q-forwards* son contratos en los que el subyacente es un índice representativo de la población total de un país o área geográfica y no la población asegurada y realmente expuesta al riesgo.
2. Las partes que intervienen en un *q-forward* quedan expuestas mutuamente al riesgo de crédito de su contraparte.

Futuros sobre mortalidad

Un contrato de futuros sobre mortalidad combinaría una renta vitalicia genérica con un índice subyacente tomando como referencia diversas fechas de vencimiento. No obstante, los mercados de futuros sobre mortalidad presentan importantes aspectos pendientes para su correcto desarrollo. En especial, destacan los problemas de iliquidez e ineficiencia del mercado al contado de rentas vitalicias, lo cual dificulta la elaboración de un índice subyacente adecuado para el mercado de futuros²². El desarrollo de un mercado líquido de bonos de longevidad podría permitir el desarrollo de un subyacente para el mercado de futuros sobre mortalidad, pero sería preciso tener en cuenta que la volatilidad diaria de los precios de los bonos de longevidad vendría determinada por los cambios en los tipos de interés, mientras que los riesgos asociados con cambios en la mortalidad solo se plasmarían en periodos largos de tiempo. La elaboración de índices de supervivencia podría ser otra opción para definir el subyacente.

²² Ver Blake et ál. (2006)

Opciones sobre mortalidad

Un posible desarrollo vendría dado por un mercado de *caplets* (*short calls*) y *floorlets* (*long put options*) de supervivencia. La idea básica consistiría en utilizar un índice de supervivencia como subyacente. Los *caplets* y *floorlets* de supervivencia estarían pues incorporados a los *caps* y *floor* de supervivencia. Como alternativa al uso de un índice de supervivencia se podría utilizar como subyacente el precio del futuro sobre mortalidad.

De forma natural se podría diseñar también una opción sobre los futuros de rentas vitalicias como una extensión inmediata de este mercado. El desarrollo de opciones *OTC* (*over the counter*) también sería posible y deseable porque permitirían cruzar posiciones entre quienes realicen coberturas y sus contrapartes. Por ejemplo, un inversor podría realizar una cobertura para un *cap* de supervivencia ajustado a su propia experiencia de mortalidad. Podrían incluso establecerse algunos contratos más sofisticados como *swaptions* de mortalidad. En este caso, el subyacente sería un *swap* de mortalidad de una modalidad específica y una fecha de vencimiento determinada. El *swaption* proporcionaría al tenedor del mismo el derecho a acceder a una u otra parte del *swap*, permitiendo a las compañías una gestión más avanzada de riesgos.

3. LIFE AND LONGEVITY MARKET ASSOCIATION (LLMA)

A finales de 2009 se crea una organización sin ánimo de lucro llamada *LLMA* (*Life and Longevity Market Association*) con el objetivo de promover el desarrollo de un mercado de longevidad y mortalidad que sea amplio, líquido y profundo, y romper así las barreras al crecimiento del mercado, aportando además el desarrollo de metodologías, estándares y *benchmarks*²³. La *LLMA* reúne a varios de los principales participantes del mercado como entidades de seguros, reaseguros y banca de inversión²⁴, y demuestra la fuerza y necesidad de crear un mercado secundario líquido y viable para la transferencia del riesgo de longevidad. De hecho, ya se han realizado algunas transacciones, aunque lo habitual es que sean los reaseguradores

²³ Ver <http://www.llma.org>.

²⁴ Esta organización está compuesta por 11 miembros: Aviva, AXA, Deutsche Bank, JP Morgan, Legal & General, Morgan Stanley, Pension Corporation, Prudential plc, RBS, Swiss Re y UBS.

en lugar de los mercados de capitales los que más involucrados han estado tanto en la fijación de precios como en la absorción del riesgo.

Pese a que aún no se ha conseguido proporcionar un marco común y bien asentado para la transferencia de cantidades significativas de riesgo, sobre todo en casos en los que las carteras son de tamaño más pequeño o mediano, una de las claras ventajas de transferir el riesgo a los mercados de capitales es que los inversores finales no están sujetos a los requisitos de capital de las entidades de seguros y reaseguros. En aquellos países donde el control normativo de seguros es relativamente fuerte, esta operación permite una fijación de precios más favorable. Además, el bajo nivel de correlación que existe entre el riesgo de longevidad y el de mercado, podría ser un atractivo para los inversores que quieran diversificar su cartera fuera de mercados más volátiles como los de renta variable y de renta fija. Sin embargo, como el mercado de instrumentos negociados de longevidad todavía no es muy profundo y líquido, los precios de este tipo de acuerdos están todavía sujetos a posibles variaciones considerables, y por tanto los inversores podrán exigir una prima de riesgo mayor que la de un reasegurador.

Otros potenciales beneficios de un mercado de capitales profundo son los siguientes:

1. Generaría beneficios significativos en reducción de capital económico.
2. Se obtendría un precio de mercado para el riesgo de longevidad, que permitiría a las entidades evaluar mejor los riesgos derivados de las carteras de rentas vitalicias.
3. Proporcionaría una nueva gama de activos que ofrecería a los inversores la posibilidad de mejorar sus estrategias de diversificación del riesgo y la optimización del retorno de las inversiones.
4. Aumentaría la capacidad de asumir el riesgo de longevidad: el universo de los posibles titulares del riesgo se expande más allá de aseguradores y reaseguradores, al incorporar a potenciales inversores financieros.
5. Mayor diversidad de contrapartes: los instrumentos de cobertura del riesgo de longevidad ya no será exclusivo de aseguradoras y reaseguradoras, el abanico se abre a bancos de inversión y otros intermediarios.

6. Liquidez: A diferencia de los actuales contratos de cobertura, el mercado de capitales aumentaría la liquidez de este tipo de transacciones.
7. Fungibilidad: Las coberturas de longevidad contratadas con una institución, pueden ser derivadas hacia otras instituciones.
8. Potencial para reducir la exposición a la contraparte: Se requieren coberturas de longevidad negociadas en el mercado de capitales para reducir la exposición de crédito de la contraparte.

Por último, comentamos las tres principales diferencias entre las transacciones de longevidad a través del mercado de capitales y las realizadas a través de instrumentos de seguro; estas son:

- La forma legal del contrato.
- Hasta ahora, la contraparte que hace frente a la cobertura del riesgo debía ser un asegurador, pero para el mercado de capitales no existen unos requisitos determinados.
- La naturaleza del que finalmente asume el riesgo es diferente. De esta manera, mientras hasta ahora el riesgo era asumido por aseguradores o reaseguradores, ahora el que asume el riesgo es el inversor final.

4. PARTICIPANTES DEL MERCADO DE LONGEVIDAD

En cuanto a los tipos de participantes interesados en un mercado de valores de longevidad, encontramos los siguientes:

Hedgers

Son los propios proveedores de los seguros de rentas o planes de pensiones, es decir, compañías de seguros de vida y proveedores de rentas, que asumen un determinado riesgo de longevidad y que buscan en el mercado instrumentos que les

permitan obtener una compensación o cobertura para la mitigación o eliminación de este riesgo.

Inversores

Son aquellos particulares e instituciones financieras como los bancos de inversión que pueden llegar a ser los potenciales destinatarios finales de la cobertura del riesgo de longevidad a cambio de obtener una determinada rentabilidad mediante unos productos que les permiten diversificar sus carteras.

Especuladores o inversores a corto plazo

Un mercado de longevidad permite a especuladores y arbitrajistas obtener beneficios aprovechando anomalías de valores relacionados y en función de sus expectativas sobre los movimientos esperados de precios, dotando al mercado de liquidez.

Gobiernos

Los estados pueden estar interesados en incentivar el mercado de longevidad para ayudar a la estabilidad del sector privado expuesto al riesgo de longevidad, o bien para participar activamente en este mercado y así administrar su propia exposición al riesgo de longevidad derivado de su propio sistema de pensiones público.

Reguladores

El regulador tendrá el doble objetivo de mejorar la estabilidad de los sistemas financieros mediante la creación de un mercado eficiente y justo, y así garantizar el acceso y transparencia hacia el pequeño inversor.

Otros

Con otros participantes, nos referimos a intermediarios en general que utilizan el mercado de longevidad para obtener una fuente adicional de ingresos.

Cualquier participante del mercado de longevidad, necesitará obtener instrumentos a medida para la cobertura de este riesgo, pero para que el mercado sea suficientemente líquido, estos instrumentos deberán estar estandarizados. Lo ideal será alcanzar el equilibrio entre ambas necesidades, aunque siempre existirá un riesgo base.

5. PAPEL DEL SECTOR PÚBLICO EN LA TRANSFERENCIA DEL RIESGO

Algunos agentes del mercado han sugerido que los gobiernos deberían emitir bonos de longevidad para así facilitar el desarrollo del mercado de productos de jubilación y la propia gestión del riesgo de longevidad. De hacerlo, los gobiernos tendrían que equilibrar la política de asistencia al mercado de rentas vitalicias con su exposición ya significativa al riesgo de longevidad por los planes de pensiones públicos. La solución podría ser que estos recibieran un beneficio o una prima por el riesgo de longevidad asumido a cambio de ofrecer una menor liquidez para dichos bonos.

Para las aseguradoras, estos bonos no necesariamente serán instrumentos atractivos por derecho propio, ya que combinarían una exposición a los bonos gubernamentales con su propia cobertura de longevidad. Sin embargo, sí se crearía una oferta y acceso adicional al mercado de la longevidad para las aseguradoras, del mismo modo que la emisión gubernamental de bonos indexados apoya la capacidad de los mercados de *swaps* de inflación.

Dado que los mercados de *LRT (Longevity Risk Transfer)* no son lo suficientemente amplios, para su crecimiento se formulan las siguientes recomendaciones a todas las autoridades de supervisión y reglamentarias²⁵:

1. Los supervisores deberán cooperar en el desarrollo de estos mercados a nivel internacional e intersectorial con el fin de reducir las posibilidades de arbitraje regulatorio.

²⁵ Ver *Joint Forum* (2010).

2. Los supervisores deben tratar de garantizar que los titulares de riesgo de longevidad tengan los conocimientos, habilidades e información adecuados para su gestión.
3. Los legisladores deberían revisar sus políticas explícitas e implícitas con respecto al riesgo de longevidad e informar al mercado. También deben ser conscientes de que las políticas sociales pueden tener consecuencias tanto en las prácticas de gestión de riesgo de la longevidad como en el funcionamiento de los mercados de *LRT*.
4. Las autoridades deben revisar su normativa relativa a la valoración, gestión y divulgación del riesgo de longevidad con el objetivo de crear o mantener altos estándares cualitativos y cuantitativos, incluidas las provisiones y requisitos de capital ante aumentos esperados o inesperados en la esperanza de vida.
5. Las autoridades deberán asegurarse de que las instituciones que asumen el riesgo de longevidad sean capaces de soportar aumentos esperados o inesperados de la esperanza de vida.
6. Las autoridades deben vigilar de cerca los acuerdos entre empresas, bancos, aseguradoras, reaseguradoras y los mercados financieros, incluyendo la cantidad y naturaleza del riesgo de longevidad transferido.
7. Las autoridades deberán apoyar y fomentar la elaboración y difusión más granular de la longevidad que lo hecho hasta la fecha para la valoración de los pasivos de pensiones y seguros de vida.

6. OPTIMIZACIÓN DEL CAPITAL: RORACY CAPITAL ALLOCATION

A lo largo de este capítulo, hemos podido comprobar cómo el riesgo de longevidad puede ser gestionado actuarialmente con el propósito de optimizar la rentabilidad ajustada al riesgo incurrido. En efecto, el uso de técnicas avanzadas de modelización de la supervivencia como las ya expuestas a lo largo del trabajo, y los beneficios que aportan los distintos mitigantes de la longevidad, entre los que destacan el reaseguro, nos permiten hacer la gestión óptima de este riesgo en contra de la

opinión que empieza a extenderse en la industria del seguro de que la supervivencia no puede ser asegurada por el conjunto de incertidumbres que la rodean.

Si bien las técnicas de optimización del capital asignado a cada línea de negocio empiezan a ser estudiadas por la profesión actuarial, hacer un análisis exhaustivo de estas metodologías excedería el alcance del presente trabajo. Aun así, consideramos conveniente destacar la relevancia que, para la adecuada gestión del riesgo de longevidad, supone la optimización del capital.

Estas técnicas están enfocadas a la gestión eficiente de las palancas de las que dispone el asegurador para la optimización del capital a asignar al negocio de la supervivencia y su rentabilidad sostenible en el tiempo.

Recordemos que estas palancas de optimización pasan por:

1. Disminuir la carga de capital con modelos actuariales avanzados que mejoren los estándares propuestos por la normativa de Solvencia II donde, como hemos podido comprobar a lo largo del trabajo, las metodologías propuestas aportan reducciones significativas de *SCR*. Pero es más, en el modelo propuesto, al reducir los requerimientos conforme envejece la cartera, los beneficios sobre la normativa estándar se hacen cada vez mayores, y por tanto se libera el capital bloqueado en el tiempo, lo que redundará en menor incertidumbre del accionista que apueste por la inversión en riesgo de longevidad. En definitiva, se mitiga significativamente el principal elemento de aversión al riesgo del inversor que es la incertidumbre de la rentabilidad de su capital a plazos muy largos originada por la subestimación del riesgo de tendencia.
2. Las diferentes opciones de mitigadores del riesgo de la mortalidad base que hemos analizado en este capítulo, constituyen un conjunto de herramientas a disposición del asegurador para evitar la volatilidad de este riesgo base, que se hace presente de manera muy singular cuando el volumen de la cartera en riesgo no alcanza niveles significativos.
3. Mitigantes en *LOB'S* (Líneas de Negocio) o *Natural Hedging* (coberturas en el producto): Mediante la suscripción del contraseguro de fallecimiento en el mismo

contrato de supervivencia, o bien mediante el “neteo” de posiciones de mortalidad-supervivencia en las distintas líneas de negocio de la entidad, se puede minorar o incluso inmunizar la exposición al riesgo de supervivencia. Estas técnicas son conocidas por la industria pero no se ha desarrollado una metodología cuantitativa que mida y optimice la reducción de la exposición en términos de SCR.

4. Reaseguro: Este instrumento de transferencia del riesgo de longevidad en el balance de la entidad, y al que hemos dedicado un capítulo específico, es en efecto una de las palancas eficaces para maximizar la gestión del *Capital Allocation*. El mero hecho de disponer de una herramienta de cálculo como la que se ha desarrollado en el trabajo nos permite calcular el precio de transferencia del negocio suscrito y su efecto en la carga de capital. Estos valores constituyen herramientas muy valiosas para la toma de decisión previas a la suscripción de un contrato de reaseguro de rentas vitalicias. Además, no debemos dejar de mencionar que el mercado de reaseguro ofrece alternativas, no solo para mitigar el riesgo de tendencia, sino también para la gestión del riesgo base mediante coberturas adicionales o los contratos para riesgos mejorados y agravados.

No resulta por tanto difícil de entender que, de la combinación de las distintas alternativas planteadas, el gerente de riesgo optimizará el SCR, para lo cual deberá además tener presente entre otros aspectos los siguientes:

1. Las expectativas de rentabilidad del capital que el mercado “exige” al negocio de supervivencia.
2. Las necesidades de tesorería de la entidad en caso de que el resultado anual del negocio no esté suficientemente inmunizado financiera y/o actuarialmente.
3. Decisiones estratégicas de la entidad que hagan que se liberen recursos asignados al negocio biométrico.
4. Valorar si los precios de transferencia del reaseguro optimizan el bloqueo del SCR. Esta situación puede ser una realidad en la medida en que el reasegurador

bien por sus modelos internos actuariales o bien por la gestión del negocio en su conjunto, o incluso por su diferente nivel de apetito al riesgo, haga que tanto su SCR como la rentabilidad exigida al negocio sea menor que el de la entidad de seguro de directo. En este caso se presentarían oportunidades evidentes para optimizar el riesgo vía contrato de reaseguro.

5. El riesgo de cola de la longevidad: Este aspecto debe ser objeto de especial atención por parte de los actuarios que miden la longevidad. La medida del riesgo de extensión de la longevidad de edades extremas excede por su complejidad el alcance del trabajo, si bien su impacto debe ser medido en estrés y, eventualmente, valorar el coste de la transferencia al reasegurador pues la cartera ya asegurada no puede ser mitigada con instrumentos propios del balance.
6. *Economic Value Added (EVA)*: Será un indicador vital a la hora de analizar la idoneidad de un contrato de reaseguro, ya que mide la creación de valor de un programa de reaseguro mediante comparación entre su coste medio y el coste de capital ahorrado.
7. *Return on Risk Adjusted Capital (RORAC)*: El RORAC es una de las más novedosas medidas de rentabilidad ajustada al riesgo, pues valora la rentabilidad de los recursos propios en función del riesgo asumido.

El RORAC lo podremos representar mediante la siguiente expresión:

$$RORAC = \frac{\text{Beneficio_ajustado_al_riesgo}}{\text{Capital_económico}} = \frac{(MF - G - PE + BC) * (1-t)}{\text{Capital_económico}}$$

Donde:

MF es el margen financiero (ingresos - costes financieros).

G son los gastos de administración.

PE es la pérdida esperada.

BC es el beneficio derivado del capital.

t es la tasa de impuestos.

Capital económico es el capital regulatorio bajo el enfoque de balance económico.

Por tanto, en el numerador reflejamos el margen que ingresa la Entidad y en el denominador el capital o recursos propios necesarios para cubrir las pérdidas estimadas.

Como podemos apreciar, se trata de obtener un *ROE* pero incorporando la Pérdida Esperada como un coste más.

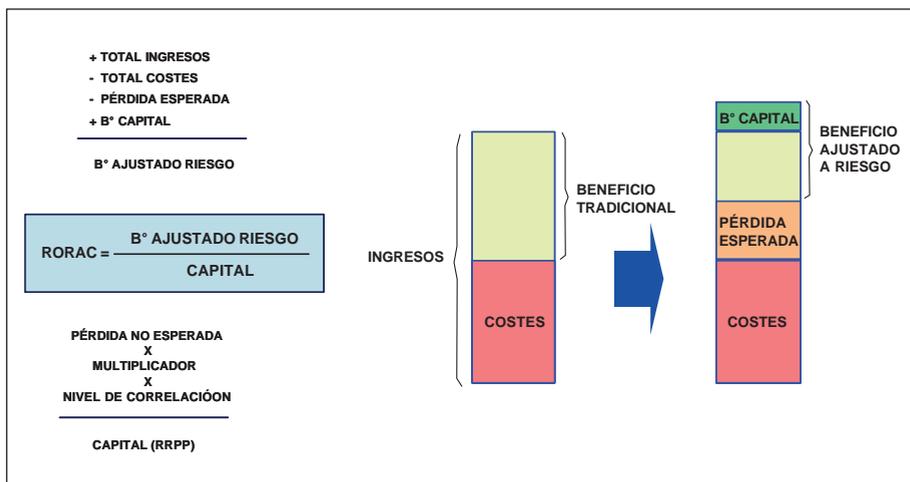


Figura 5. Enfoque RORAC. Fuente: Getronics, Juan Jiménez.

Un adecuado modelo de gestión actuarial deberá incorporar esta ratio como elemento principal de optimización del negocio de la supervivencia.

Mediante el cálculo de la Pérdida Esperada, se pretende poder anticipar la pérdida real en que incurrirá una entidad a un plazo determinado, permitiendo a la entidad adoptar las medidas oportunas para afrontarla (provisiones), o para que

en el futuro esta disminuya. Además, la pérdida esperada nos servirá como componente para el cálculo de indicadores de rentabilidad *RORAC*, que nos aproximan más a la realidad de nuestra cartera que los tradicionalmente utilizados como el *ROE*, *ROA*, etc., tanto a nivel agregado (portafolio global) como a niveles inferiores, detectando los colectivos de clientes que generan y los que destruyen valor en una entidad.

A continuación, y tomando como base la cartera de rentas vitalicias expuesta en el capítulo 4, analizamos el consumo de capital económico y retorno sobre el mismo para el negocio de supervivencia. En este ejercicio, comparamos dos escenarios: En el primero de ellos, no hacemos ningún ajuste de *SCR* respecto al propuesto por la fórmula estándar y, en consecuencia, y teniendo en cuenta exclusivamente la rentabilidad financiero actuarial del producto y no la de los recursos propios que están bloqueados, vemos cómo el *RORAC* resultante es sensiblemente inferior al propuesto en el segundo escenario bajo un modelo interno de consumo de capital requerido para el riesgo de longevidad. En la figura 6, vemos la comparativa de consumos de capital (*SCR*) bajo el modelo estándar respecto al del modelo interno durante toda la vigencia de la cartera de rentas vitalicias (eje abscisas de la izquierda). Observamos cómo el hecho de utilizar el modelo interno no solo nos ha reportado un ahorro de capital en el año de cálculo ($t=1$), sino que conseguiremos un ahorro importante de *SCR* en todos y cada uno de los años de vigencia de la cartera.

Además, tras la asunción de un modelo interno de longevidad como el expuesto en el capítulo 4, y suponiendo un beneficio ajustado al riesgo neto de impuestos de:

$$\text{Beneficio_ajustado_al_riesgo} = 0,30\% * \text{BEL}$$

El *RORAC* o rentabilidad ajustada al riesgo de la operación aumenta considerablemente bajo el marco del modelo interno, manteniéndose además muy superior respecto al de la fórmula estándar durante todos los años hasta el vencimiento de la última póliza de la cartera (eje de abscisas de la derecha).

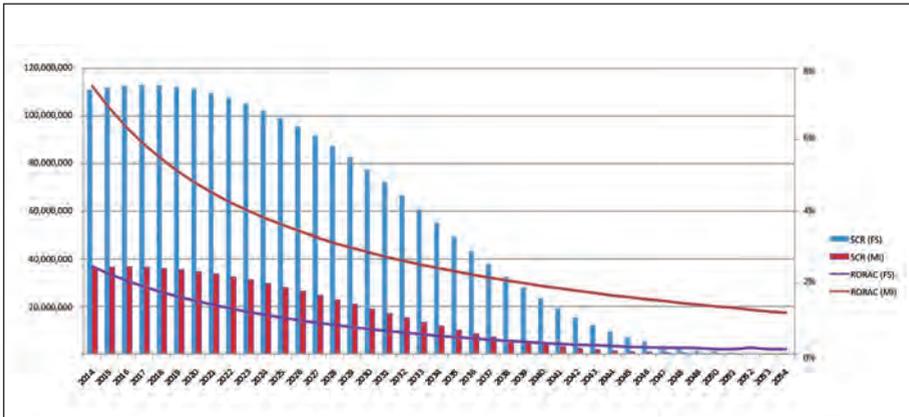


Figura 6. Comparativa de SCR y RORAC bajo fórmula estándar y modelo interno. Datos de cartera asegurada y SCR del capítulo 4. Fuente: Elaboración propia.

De esta forma, podemos comprobar que la elaboración y aprobación del modelo interno propuesto en el capítulo anterior, puede hacer atractivo el negocio de longevidad no solo por la disminución de carga de capital en la entidad analizada, sino también por la posibilidad de alcanzar el nivel de rentabilidad demandada por los accionistas.

Además, la entidad aseguradora podría tomar este análisis como referencia para otras tareas de gestión del negocio asegurador como las siguientes:

1. Presupuesto del consumo de capital y *RORAC* presentes y futuros de una línea de negocio determinada.
2. Análisis y fijación de precios en el proceso de toma de decisiones sobre operaciones de suscripción y seguimiento de asegurados.
3. Influencia en el *pricing* y *reserving* de la entidad.
4. Nos servirá para analizar el impacto del beneficio y la liberación de capital económico que un contrato de reaseguro pudiera tener sobre nuestra cartera de rentas vitalicias.

5. La metodología *RORAC* permite comparar, sobre bases homogéneas, el rendimiento de operaciones, clientes, carteras y negocios, identificando aquellos que obtienen una rentabilidad ajustada al riesgo superior al coste de capital de la entidad, alineando así la gestión del riesgo y del negocio con la intención de maximizar la creación de valor, objetivo último de la alta dirección de la entidad aseguradora.
6. Asimismo, la entidad deberá evaluar de forma periódica el nivel y la evolución de la rentabilidad ajustada al riesgo (*RORAC*) de sus principales unidades de negocio.
7. La tasa mínima de rentabilidad sobre capital que debe alcanzar una operación, vendrá determinada por el coste de capital, que es la remuneración mínima exigida por sus accionistas. Para su cálculo, de manera objetiva, se añade a la rentabilidad libre de riesgo, la prima que el accionista exige por invertir en la entidad. Esta prima dependerá esencialmente de la mayor o menor volatilidad en la cotización de las acciones con relación a la evolución del mercado.
8. Si una operación o cartera obtiene una rentabilidad positiva, estará contribuyendo a los beneficios de la entidad, pero solo estará creando valor para el accionista cuando dicha rentabilidad exceda el coste del capital.

7. CONCLUSIONES

Concluimos por tanto que, como instrumento de gestión óptima del riesgo, el actuario deberá desarrollar modelos que conjuntamente valoren y optimicen el *RORAC*, el *EVA* o el *MCEV*, y en consecuencia, el gestor de riesgos deberá pensar en términos de *RORAC* y para ello tomar en consideración todas las herramientas que puede desplegar en el proceso de *pricing* y *reserving*, *MCEV* y optimización de *SCR*. Con este cambio de paradigma en la forma de entender el riesgo de longevidad, el actuario puede encontrar perfiles de riesgo y de productos que aporten ventajas competitivas sostenibles en el tiempo, sobre todo en relación con aquellas entidades que se hayan decantado por la fórmula estándar y desconsideren este conjunto de técnicas mitigantes y de predicción del riesgo de supervivencia.

El mercado de rentas vitalicias es además extremadamente homogéneo en su conformación en el precio, habida cuenta de que utiliza las mismas tablas de supervivencia y técnicas de inmunización financiera sobre activos semejantes. Por este motivo, y como hemos visto en la figura 6, al reducir el *SCR*, el asegurador obtendrá rentabilidades muy superiores a los de sus competidores, pudiendo incluso entregar al cliente parte de la ventaja competitiva que supone disponer de estos modelos. De esta manera el asegurador entra en lo que se denomina círculo virtuoso, pues a mayor competitividad en el precio, mayor volumen de negocio, contribuyendo de esta manera a mitigar la volatilidad del riesgo base y mejorar a su vez el *SCR*. En este, los competidores del mercado que opten por modelos de consumo de capital basados en la fórmula estándar, al ser inelásticos en sus bases técnicas, no tendrán capacidad de respuesta de tal manera que si el precio fuera el determinante de la demanda, estas entidades se verían en el largo plazo expulsadas del mercado.

En resumen, podemos comprobar cómo los beneficios que se derivan del conocimiento preciso del riesgo confieren a la entidad de seguros una posición de liderazgo de mercado cuyo origen viene del conocimiento actuarial. Este argumento es uno de los fundamentos sobre los que se construyó el nuevo modelo de Solvencia II, esto es, la gestión eficiente del riesgo asumido.

CAPÍTULO 6: SWAPS DE LONGEVIDAD

El gran problema de las compañías proveedoras de productos de rentas vitalicias es valorar cuánto tiempo vivirá cada uno de sus pensionistas y de este modo poder calcular el riesgo global asumido y actuar en consecuencia.

Las entidades obtendrán un beneficio procedente de estos contratos siempre que la esperanza de vida prevista resulte superior a la posteriormente observada. Pero ¿qué pasaría si de repente todos sus asegurados empezaran a vivir más tiempo del esperado? Probablemente estas compañías incurrirían en pérdidas y algunas de ellas irían a la quiebra. Y es que, en promedio, solo unos pocos años de vida extra se traducen en millones de euros adicionales en los pagos. Así, cualquier mejora de la longevidad, debida por ejemplo a un relevante avance médico, podría derivar en una grave situación de insolvencia para la compañía siempre que esta no haya valorado y mitigado adecuadamente este riesgo.

Con el propósito de que el negocio de longevidad quede bajo control e incluso pueda resultar rentable, analizamos a continuación una de las soluciones más novedosas que hasta la fecha ofrece el mercado. Estos son los *swaps* de longevidad, cuyo principal objetivo será el de mitigar o transferir este riesgo asumido en las carteras de rentas, y que podrán encontrarse en el mercado a modo de cobertura de reaseguro o bien en los mercados de capitales.

1. ¿QUÉ ES UN SWAP DE LONGEVIDAD?

Un *swap* de longevidad es aquella modalidad de contrato de mitigación del riesgo de supervivencia utilizado por las compañías de seguros con el fin de garantizar, gestionar y mitigar su riesgo de longevidad derivado de los contratos de rentas vitalicias y planes de pensiones, de tal forma que, basándose en la esperanza de vida estimada al inicio, si esta aumentara por encima del nivel de riesgo aceptable por la compañía, el contrato *swap* se activa para que el reasegurador sea quien cubra

los desembolsos adicionales. En esta permuta de riesgo, una entidad aseguradora (cedente) que mantiene la plena responsabilidad de hacer los pagos a sus asegurados, se compromete a pagar una prima fija al proveedor del *swap* (generalmente una entidad de reaseguro), a cambio de un pago periódico de las rentas aseguradas. Es decir, la idea básica de esta solución es hacer una permuta financiera entre los futuros pagos de rentas inciertas por pagos futuros preestablecidos o primas futuras que se fijan para una determinada cartera de rentas, y que continuarán pagándose en el futuro con independencia de que un individuo en concreto continúe o no con vida. Bajo este marco, la cedente mantiene el riesgo del activo subyacente, por lo que se puede considerar como un contrato de cesión de prima periódica.

Por tanto, bajo un *swap* de longevidad, el asegurador y el reasegurador intercambian, en distintos momentos de tiempo, una serie de pagos regulares, por lo general sobre una base mensual, de tal modo que el reasegurador paga al asegurador las rentas con base en la experiencia de supervivencia observada de la cartera (*floating leg* o pagos aleatorios), y por otro lado, la aseguradora de directo, realiza una serie de pagos al reaseguro generalmente calculados sobre una base fija y acordada al inicio del contrato (*fixed leg* o pagos fijos). Estos pagos fijos se calculan con base en la mejor estimación de los pagos futuros de rentas (rentas esperadas), más una prima adicional por el riesgo asumido por el reasegurador, más los gastos y un margen de beneficio para la reaseguradora. En definitiva, el asegurador intercambia flujos de pagos reales por flujos de pagos esperados con el reasegurador con el propósito de no pagar más rentas de las que su nivel de tolerancia al riesgo le permite, asumiendo el reasegurador el exceso de siniestralidad real sobre la teórica. De esta manera, el asegurador se hace cargo de la supervivencia teórica contemplada en sus bases técnicas, y el reasegurador de la supervivencia real, resultando una solución atractiva para toda aseguradora que desee modificar y controlar su perfil de riesgo.

Como decimos, el reasegurador se compromete a hacer los pagos reales mensuales de renta vitalicia (*floating leg*) a la aseguradora durante la duración del contrato *swap*, que puede ser temporal o vitalicio durante la vida útil de las rentas vitalicias aseguradas, aunque la modalidad temporal suele ser la más empleada y generalizada.

Los pagos variables del reasegurador se pueden determinar en forma de “indemnización” o bien de forma “paramétrica”²⁶. Para la primera de las dos opciones, los pagos variables se determinan tomando como referencia la experiencia observada de mortalidad de los asegurados de la cartera de rentas transferida, consiguiendo así eliminar todo riesgo de longevidad de la cedente. Por otro lado, en una base paramétrica, el cedente se enfrenta al riesgo de que las tendencias de supervivencia de su cartera no se muevan en línea con los de la población a la que hace referencia el índice y, por tanto, asumen un riesgo base en la medida en que los pagos variables se hacen con referencia a una experiencia de supervivencia ajena a la cartera asegurada. Este último sería el caso de por ejemplo un índice de supervivencia poblacional que recoja la experiencia de mortalidad de una población determinada, pero que es probable que se comporte de forma diferente a la de la cartera de rentas cedida. Bajo esta segunda opción, la cedente conservará de manera residual algo de riesgo, pues la experiencia de mortalidad de la población de referencia difiere materialmente de la experiencia de mortalidad de la cartera asegurada.

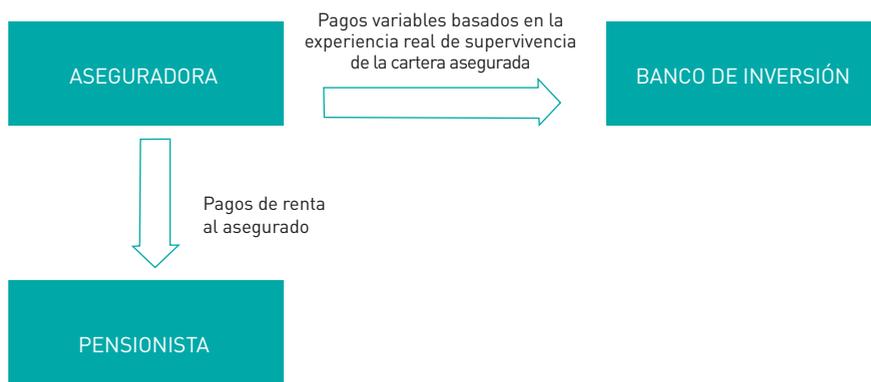


Figura 1. Transacción de riesgo de longevidad mediante un contrato swap de longevidad con el reasegurador. Fuente: Elaboración propia.

La mayor parte de transacciones de *swaps* de longevidad que han tenido lugar hasta la fecha han sido de la modalidad de indemnización, con lo que, desde la perspectiva de la cedente, se consigue maximizar la transferencia de riesgo de longevidad. Una de las razones puede venir motivada por la normativa de Solvencia II,

²⁶ Ver en Blake et ál. (2006), Cox y Lin (2004 y 2005) o Dowd et ál. (2005).

que sugiere que las aseguradoras han de ser capaces de no retener ningún riesgo de crédito procedente de un contrato de reaseguro si además mantiene un riesgo base importante. Por esta razón, las soluciones paramétricas referenciadas a una o varias poblaciones, cohortes y sexos previamente determinados, son susceptibles de mejora, de tal manera que consigan minimizar el riesgo base para las cedentes y así maximizar el capital disponible.

Además, y bajo la nueva normativa de Solvencia II, es importante destacar que un *swap* de longevidad no requiere de la cesión paralela de los activos afectos a las carteras de rentas objeto del contrato, lo que resulta una opción muy atractiva para las entidades que solo deseen protegerse del impacto técnico y financiero de posibles mejoras futuras de la mortalidad u otros riesgos demográficos, pero quieran mantener el control de sus activos. Por tanto, bajo un acuerdo *swap*, los activos subyacentes se mantienen en la cedente, que retiene y por tanto sigue expuesta al riesgo de mercado y *default* de los activos afectos, al riesgo de reinversión de los activos y a cualquier desajuste entre los flujos de activos y pasivos, para los que por supuesto existirán otros vehículos de transferencia, que solo en caso de que el asegurador también esté interesado en ceder estos riesgos a un tercero, podría integrarse en una estructura de reaseguro más compleja.

En referencia al riesgo de contraparte, a menudo se reduce o mitiga mediante acuerdos de garantía o colaterales sobre el *Best Estimate* de la supervivencia futura, determinando así el valor relativo de la permuta. La tasa y la frecuencia con la que este *Best Estimate* cambia, tendrá un impacto significativo sobre la eficacia de estos acuerdos de garantía en la mitigación de la exposición de la contraparte. En definitiva, la gestión de esta modalidad de reaseguro debe realizarse mediante la optimización de la transferencia de riesgo técnico de supervivencia que sale del balance de la entidad con la compra de riesgo de crédito de la reaseguradora, y que se introduce como un nuevo riesgo en el balance.

2. TIPOS DE SWAPS DE LONGEVIDAD

A pesar de que en el presente capítulo nos centramos en el funcionamiento de los *swaps* de longevidad, también existen *swaps* de mortalidad. La principal diferencia entre ambos, es que, mientras en el primero se intercambian una serie fija de

pagos vinculados a un grupo de personas pertenecientes a una cartera de referencia que sobreviven en un periodo determinado, bajo una *swap* de mortalidad, la referencia se toma respecto al número de personas que fallecen en ese periodo de referencia²⁷. La elección de usar uno u otro dependerá del tipo de riesgo intrínseco asumido por la entidad.

Dentro de los *swaps* de longevidad, podemos distinguir las siguientes modalidades:

1. *Swaps* simples: Son aquellos contratos mediante los que se intercambian pagos que dependen de la estimación de supervivencia de la cartera o de una determinada población o índice de referencia (*fixed leg* o pagos fijos), por otros pagos que dependerán de la experiencia de supervivencia observada de la cartera de referencia (*floating leg* o pagos variables).

a) *Swaps* cupón cero (*S-Forward*):

Son aquellas permutas de riesgo materializadas mediante un solo pago. Esta es quizá la modalidad más básica, donde se intercambia un pago único preestablecido por un pago único aleatorio dependiente de la longevidad. Supongamos que en un momento $t=0$, dos compañías establecen la permuta entre una cantidad preestablecida $C(T)$ y una aleatoria $V(T)$ en un momento futuro $t=T$. La cuantía $C(T)$ podríamos asimilarla a un cupón asociado a un valor nominal implícito, y donde las dos partes intercambien solo la diferencia entre las dos cuantías de pagos: la compañía A paga a B una cuantía $C(T) - V(T)$ si $C(T) > V(T)$ y B paga a A una cuantía $V(T) - C(T)$ si $V(T) > C(T)$. El importe de $V(T)$ dependerá del número de personas de una cartera o población de referencia que sobrevivirían en el momento $t = T$.

Bajo esta modalidad, en términos de coste, A se beneficiaría de la permuta si $V(T)$ toma valores altos en relación con $C(T)$, y saldría perjudicada si $V(T)$ toma valores relativos bajos. Al margen quedaría el análisis de la idoneidad o no de la operación desde el punto de vista de Solvencia II, donde no solo tendríamos en cuenta el coste del acuerdo sino la reducción de capital regulatorio y margen de riesgo obtenido tras la operación.

²⁷ Ver Blake et ál. (2009). *The birth of the life market*. Pensions Institute.

b) *Swaps vanilla (VSS)*²⁸

Este tipo de *swaps* es una generalización de los *S-Forwards*. Y es que mientras que los *S-Forwards* realizan un único pago al vencimiento del contrato, en esta nueva modalidad se realizan intercambios de flujo periódicos (en cada $t=1, 2, \dots, T$) hasta la fecha de vencimiento T . Esta es la solución más habitual y generalizada en el mercado, ya que la cedente consigue casar sus obligaciones de pago derivadas de su cartera de rentas, realizados habitualmente con periodicidad mensual o anual.

Del mismo modo que en la modalidad anterior (*S-Forward*), una de las partes realiza una serie de pagos fijos predeterminados en el contrato, y la otra realiza pagos aleatorios en función de la supervivencia observada u otro índice de supervivencia.

Estas permutas presentan además cierta analogía con los clásicos *swaps* de tipos de interés²⁹ en la medida en que ambos instrumentos realizan pagos periódicos y donde una de las partes tiene sus pagos vinculados a una variable aleatoria (la supervivencia observada en lugar de los tipos de interés observados). Sin embargo, a diferencia de los *swaps* de tipos de interés, los pagos de la parte fija no son constantes, sino decrecientes a lo largo de la vigencia del contrato en línea con el índice de supervivencia establecido valorado en el momento inicial del contrato. Por otra parte, la parte variable del *swap vanilla* de tipos de interés está asociada a un tipo de interés de mercado, mientras que la del *swap* de longevidad depende del valor que tome el índice de supervivencia en cada momento t de vida del contrato. Finalmente, un *swap* de longevidad deberá valorarse en un mercado incompleto dada la ausencia de un mercado profundo y líquido, mientras que el *swap vanilla* de tipos de interés puede valorarse en condiciones de ausencia de arbitraje al negociarse en un mercado líquido de bonos.

c) *Swaps* de supervivencia variable-variable

Bajo esta modalidad de *swap*, se establecen pagos con base en la experiencia de supervivencia de la cartera asegurada y objeto del contrato *swap*, es decir, se intercambian un flujo de pagos variable por otro también variable.

²⁸ *Vanilla Survivor Swaps (VSS)*.

²⁹ *Interest Rate Swap (IRS)*.

d) Otros *swaps* de longevidad:

Otros *swaps* vinculados a la longevidad podrían ser los intercambios entre dos pagos a tipos de interés variables, *swaps* de longevidad entre diferentes divisas (*cross-currency*), o *swaps* de longevidad con uno o más pagos variables dependientes de variables aleatorias no relacionadas con la supervivencia (tipo de interés, índices bursátiles, etc.).

Además, podríamos considerar otra clasificación en base al índice de supervivencia utilizado como referencia:

1. *Swaps* de indemnización:

Son *swaps* vinculados a la experiencia de un colectivo concreto, donde se prevén los flujos de caja esperados con base en la experiencia histórica de supervivencia de los pensionistas o rentistas objeto del contrato *swap*. Estos flujos de caja incluirán también una asignación para gastos de la reaseguradora y un margen sobre beneficio esperado. Durante la vida útil del *swap*, la cedente pagará unos flujos de caja fijos basados en esta proyección de su experiencia. A cambio, el proveedor del *swap* pagará unos flujos de caja a la entidad aseguradora, basados en la experiencia real u observada de la supervivencia de la cartera de rentas. En la práctica, los pagos netos son periódicos (mensual, trimestral o anual), y si los asegurados viven más de lo esperado, el proveedor del *swap* hará un pago neto al asegurador de directo por la diferencia entre el valor real de las rentas y el esperado. Sin embargo, si estos mueren antes de lo esperado, sería únicamente el asegurador quien afronte los pagos hacia el proveedor del *swap*.

En este tipo de *swaps* de experiencia, se requiere una considerable cantidad de documentación legal que acompañe el contrato, dada la duración de dicho contrato (a veces hasta extinción), así como por su naturaleza y posibilidad real de que se produzcan acontecimientos imprevistos en el futuro.

2. *Swaps* paramétricos:

Estos *swaps*, a diferencia del anterior, están indexados a tablas poblacionales o índices de longevidad o supervivencia poblacional. En estos *swaps*, que generalmente

se hacen por un periodo limitado de tiempo (temporales), el índice de referencia estará basado en publicaciones estadísticas nacionales de supervivencia de la población general. Con este tipo de *swaps* se consigue proteger la cartera contra las posibles mejoras observadas en la esperanza de vida durante el periodo de la permuta. Sin embargo, no van a ofrecer protección frente a las expectativas cambiantes de las futuras mejoras en la esperanza de vida más allá del periodo de la permuta, siendo esta su principal desventaja frente al resto.

Otra desventaja es que la experiencia de la longevidad de la población no coincidirá necesariamente con la propia experiencia de la cartera asegurada (riesgo base), siendo un problema de especial relevancia para carteras pequeñas.

Por tanto, entre estas dos modalidades de *swaps*, las transacciones de indemnización suelen proporcionar una transferencia de riesgos más completa que la modalidad paramétrica, dado que el riesgo transferido se basa en la experiencia de la supervivencia real de la cartera asegurada en lugar de sobre un índice externo de referencia. Por esta razón, este tipo de *swap* de longevidad, será el ideal para aquellas compañías que deseen transferir la totalidad de su riesgo de longevidad. Sin embargo, el coste de este tipo de permuta será más elevado, ya que aumenta la incertidumbre en la cuantificación del riesgo de longevidad de la cartera de rentas asegurada, particularmente si se trata de una cartera de reducido tamaño al ser su experiencia de supervivencia más variable a lo largo de la duración del contrato. De esta manera, bajo esta modalidad, las entidades pagarán una mayor prima de riesgo en relación con la solución paramétrica basada en una experiencia de mortalidad más amplia.

Además, los costes del contrato serán más elevados al necesitar la reaseguradora de mayores especificidades que un *swap* paramétrico y ser estos menos transparentes. Es decir, un *swap* paramétrico no es solo más barato en términos de prima de riesgo, sino que además es preferido por reaseguradoras e inversores participantes del mercado de capitales al ser más transparente y objetivo. De hecho, varios bancos de inversión han desarrollado ya índices de mortalidad y supervivencia, y cuanto más estandarizados estén, mayor aceptación tendrán en el mercado de capitales.

Sin embargo, puede ser difícil para las estructuras paramétricas ganar popularidad entre las aseguradoras debido a las limitaciones reglamentarias propuestas bajo el marco de Solvencia II, que limitan el crédito que pueden asumir si implican un riesgo de base significativo. Así, y en vista de este nuevo marco normativo, alguna solución más eficiente desde el punto de vista de consumo de capital regulatorio está siendo desarrollada por los mercados de capitales.

3. EXPERIENCIAS DEL MERCADO DE SWAPS DE LONGEVIDAD

La mitigación y transferencia de los riesgos de longevidad y mortalidad son cada vez más relevantes para los proveedores de rentas vitalicias y fondos de pensiones, ya que no son fácilmente diversificables³⁰. Por tanto, las instituciones expuestas a estos riesgos optan por mitigarlos mediante diversos instrumentos de cobertura como los *swaps* de longevidad de que tratamos en este capítulo.

Pero para el definitivo desarrollo de estos instrumentos de cobertura, es necesario que evolucionen en el mercado *Over the Counter (OTC)*, de tal forma que compradores y vendedores tengan un mayor conocimiento de sus precios. Como ya comentamos con anterioridad, el mercado financiero en el que se negocian los valores de longevidad está todavía en ciernes; sin embargo, este mercado tiene el potencial suficiente para llegar a convertirse en un gran mercado global³¹. Y es que en los últimos años, aseguradoras y fondos de pensiones cada vez más reconocen la importancia de la longevidad, aumentando su demanda de protección y buscando instrumentos financieros con los que obtener una cobertura que los mitigue. En la actualidad, no hay demasiados instrumentos que se negocien en el mercado, aunque sí otros como por ejemplo el reaseguro tradicional.

Por otro lado, la reciente crisis financiera, el aumento de la esperanza de vida y la necesidad de llevar a cabo una gestión activa del riesgo de longevidad, ha motivado el crecimiento y la demanda de productos financieros con menor riesgo como es el caso de estos *swaps* de longevidad. Además, sus precios cada vez más competitivos

³⁰ Ver De Waegenaere et ál. (2010).

³¹ Ver Blake et ál. (2008).

y el alivio de capital que estos instrumentos aportan bajo algunos entornos regulatorios como Solvencia II, propiciarán un rápido crecimiento en los próximos años.

Desde el comienzo de su comercialización solo unas contadas operaciones de este tipo se han llevado a cabo, siendo fundamentalmente aseguradoras británicas y fondos de pensiones quienes han movido este mercado del riesgo de longevidad. De esta forma, y a medida que evoluciona el mercado de los *swaps* de longevidad, sus participantes se encontrarán en situación de poder añadir el riesgo de longevidad a la lista de riesgos para los que existe cobertura. Entre los principales contratos transados hasta la fecha, destacamos los siguientes³²:

1. En abril de 2007, Swiss Re y la aseguradora británica Friend's Provident realizaron lo que hasta la fecha supuso la primera operación de *swap* de longevidad públicamente anunciada.
2. Sin embargo, la primera gran operación de transferencia de riesgos al mercado mediante una cobertura de *swaps* de longevidad llega en julio de 2008, entre las entidades aseguradoras Equitable Life y Canada Life, con una duración de cuarenta años y estructurado por el banco de inversión J.P. Morgan. El volumen de la cobertura fue de 500 millones de dólares sobre la cartera de 125.000 rentas.
3. *Swap* de longevidad entre Lucida y J.P. Morgan. Lucida es una entidad aseguradora británica especializada en seguros de rentas y por tanto expuesta al riesgo de longevidad. Esta operación se hizo por una duración de diez años y se referenció al índice de mortalidad *LifeMetrics* para Inglaterra y Gales³³. Se trata de una cobertura parcial para el riesgo de longevidad acumulado por Lucida, en la que se reaseguraron más de 100 millones de euros del negocio de seguros de rentas que tenía con el Banco de Irlanda. El contrato

³² La *North American Actuarial Journal* publica en 2010 *New Life Markets*, que describe la evolución que han experimentado los mercados, así como los distintos congresos que se han ido realizando a lo largo de todo el mundo bajo el nombre de *International Longevity Risk and Market Solution*, donde académicos y profesionales exponen sus conocimientos, experiencias y puntos de vista con el propósito de conseguir un mercado de longevidad que sea profundo, regulado, suficientemente líquido y accesible para todos los interesados.

³³ Índice elaborado por la ONS (Oficina Nacional de Estadística del Reino Unido).

está estructurado de tal forma que si las personas en cuyos datos se apoya el índice *LifeMetrics* murieran antes de lo previsto, Lucida pagaría a J.P. Morgan, y si la tasa de longevidad mejorase más rápido de lo esperado, Lucida recibiría dinero de J.P. Morgan.

4. Sirva también de ejemplo el contrato *swap* de longevidad transado entre la aseguradora holandesa Aegon y el Deutsche Bank utilizando la normativa *ISDA*³⁴, con un vencimiento a 20 años, donde los pagos variables estaban indexados a un índice de longevidad público y disponible con un tope para que los inversores no estuvieran expuestos a las desviaciones favorables o desfavorables de este riesgo.

Date	Fund	Provider	Approx size	Solution
May 2012	Courtaulds	Swiss Re	£ 1.4Bn	Pensioner bespoke longevity swap
January 2012	Pikington	Legal & General	£ 1Bn	Pensioner bespoke longevity swap
December 2011	BA	Goldman Sachs / Rothesay Life	£ 1.3Bn	Pensioner bespoke longevity swap
November 2011	Rolls-Royce	Deutsche Bank	£ 3Bn	Pensioner bespoke longevity swap
August 2011	ITV	Credit Suisse	£ 1.7Bn	Pensioner bespoke longevity swap
February 2011	Pall	J P Morgan	£ 70Bn	Non-pensioners index based longevity hedge
July 2010	British Airways	Goldman Sachs / Rothesay Life	£ 1.3Bn	Synthetic buy-in (longevity swap plus asset swap)
February 2010	BMW	Abbey Life / Deutsche Bank	£ 3Bn	Pensioner bespoke longevity swap

Tabla 1. Operaciones de *swaps* de longevidad. Fuente: AON Hewit.

³⁴ *International Swaps and Derivatives Association (ISDA)*.

Date	Fund	Provider	Approx size	Solution
November 2009	Royal Berkshire	Swiss Re	£ 1Bn	Pensioner bespoke longevity swap
July 2009	RSA Insurance group	Goldman Sachs / Rothesay Life	£ 1.9Bn	Synthetic buy-in (longevity swap plus asset swap)
May 2009	Babcock	Credit Suisse	£ 1.5Bn	Pensioner bespoke longevity swap (3 shemes)

Tabla 1. Operaciones de *swaps* de longevidad. Fuente: AON Hewit. (continuación).

Sin embargo, un nuevo mercado solo tendrá éxito desde el momento en que los beneficios superen a sus costes de creación³⁵, que a su vez, dependerán de su amplitud, es decir, el valor de dicho mercado aumenta cuando también lo hace el número de agentes con diferentes exposiciones. Además, habrá que tener en cuenta el coste de capital necesario para reunir a compradores y vendedores, los riesgos asociados a estos agentes y los impuestos devengados por las distintas partes. Para que estos mercados emerjan, se deben dar algunas de las siguientes condiciones:

1. Deberá proporcionar la suficiente exposición y cobertura que no pueda ser cubierta por otros instrumentos ya existentes en el mercado.
2. Deberá utilizar un contrato homogéneo y transparente para permitir el intercambio entre los agentes.
3. Deberán darse las condiciones necesarias de liquidez. Esta podrá encontrarse en un mercado de vida que dependa de índices de supervivencia sobre poblaciones nacionales o globales, que servirán como subyacente de los pagos vinculados a la supervivencia. Sin embargo, esto conlleva una fuente de riesgo base para los compradores de riesgo, ya que la supervivencia de sus poblaciones aseguradas pueden diferir considerablemente de las poblaciones nacionales.

³⁵ Ver Loeys et ál. (2007).

Pese a que el mercado de longevidad aún no reúne estos requisitos a plenitud, creemos que sí se dan las condiciones básicas para un futuro desarrollo exitoso de este mercado.

4. COMPONENTES DE UN CONTRATO SWAP DE LONGEVIDAD

4.1. Prima (*fixed leg*)

A priori, es natural que las primas de reaseguro sean superiores a las prestaciones previstas, ya que se suelen determinar con base en tablas de supervivencia con expectativas de vida superiores a las que se obtienen de las tablas legales de aplicación en los países en donde se desarrolla el negocio. La diferencia resultante entre esta prima de reaseguro y la prestación prevista se acrecienta a medida que los periodos están más alejados del inicio de la operación.

Al fijar el precio de un *swap* de longevidad el proveedor deberá primero analizar la experiencia de mortalidad histórica de la cartera objeto del contrato, garantizando que dicha valoración sea experta y precisa de tal manera que se pueda negociar con firmeza en las condiciones y primas adecuadas al riesgo transferido.



Figura 2. Componentes de la prima de reaseguro de un *swap* de longevidad. Fuente: Elaboración propia.

Bajo estos contratos, el precio de la cobertura de longevidad, o el coste de la *fixed leg*, podrá descomponerse en los siguientes componentes [ver figura 2]³⁶ :

³⁶ La LLMA publica el informe *Longevity pricing framework* como referencia de las bases técnicas a utilizar en la tarificación de productos de longevidad.

1. Supervivencia actual: este componente se valora con datos de experiencia sinistral pasada, y utilizando información económica y demográfica de los asegurados, de tal forma que queden perfectamente identificados los factores de riesgo de la cartera, así como cuantificado su impacto.

Un adecuado análisis del riesgo de supervivencia es la base para que un contrato de reaseguro sea o no rentable. Para ello es necesario un detallado y profundo análisis de la supervivencia de la cartera asegurada y su exposición a la heterogeneidad que se pueda dar dentro de la propia cartera, así como la relevancia de su tamaño y su consiguiente posible desviación respecto a la supervivencia prevista. Por tanto, si no existe un buen análisis previo de la experiencia de mortalidad y supervivencia de la cartera, probablemente el reasegurador correría el riesgo de estar subestimando la prima requerida a la cedente.

2. Tendencia y mejoras de la mortalidad: Las hipótesis de *pricing* relacionadas con mejoras de la mortalidad, varían sustancialmente de una cartera a otra en función de factores económicos y demográficos. Para medir el *Best Estimate* de esta tendencia, se utilizan modelos de proyección como los vistos en los capítulos 2 y 3. Debemos tener en cuenta que para proyectar correctamente la supervivencia de un grupo de rentistas, necesitamos proyectar adecuadamente las tendencias futuras de mortalidad. Por tanto, una vez más, los reaseguradores de vida deben estimar los factores de mejora de la mortalidad de los asegurados de la cartera. Esta tarea no debe subestimarse tal como ha ocurrido históricamente, en que la mejora de la mortalidad prevista ha estado continuamente por debajo de la mejora posteriormente experimentada.

Con el fin de analizar el riesgo de longevidad asociado a un *swap* de longevidad, lo más prudente es proyectar la mejora de la mortalidad ponderando más la experiencia de los últimos años (ver métodos del capítulo 3), pues también es importante determinar si estas tasas de mejora de la mortalidad son solo dependientes de la edad, o si también varían según el año de cohorte de nacimiento.

Para grupos de pólizas aseguradas con diferente experiencia de supervivencia, la proyección deberá hacerse por separado aunque no consigamos información

necesaria y suficiente para la proyección. Para ello, deberemos apoyarnos en información de supervivencia externa, es decir, de otras carteras similares o bien sobre datos poblacionales.

3. Recargos: La tarifa a cobrar reflejará una amplia gama de factores, incluyendo el coste de capital vinculado a la transferencia del riesgo aceptado por el reasegurador más un margen de beneficio. Este margen será el que el reaseguro obtiene de la transacción una vez calculado el impacto del riesgo asumido sobre su balance y capital económico.

Por tanto, el margen del reaseguro bajo un contrato *swap* de longevidad, incluirá tanto los gastos generados por la adquisición y administración del contrato, como el coste adicional que en el balance de la reaseguradora tiene el hecho de asumir un riesgo adicional de longevidad, que calcularemos aplicando el factor de coste de capital sobre el valor actual del capital requerido en el futuro (margen de riesgo).

Por otro lado, los datos necesarios para poder tarificar un precio de referencia del *swap* de longevidad, serían los siguientes:

1. Un identificador que se utilizará en sustitución del nombre del asegurado por motivos de protección de datos.
2. Fecha de nacimiento de los asegurados.
3. Sexo de cada asegurado.
4. Datos de supervivencia histórica de la cartera asegurada.
5. Importe de la renta contratada.
6. Datos demográficos y de ubicación geográfica (código postal).
7. Profesión (no siempre disponible).

8. Si los hubiera, datos socio-económicos de los asegurados (no siempre disponibles).
9. Otros.

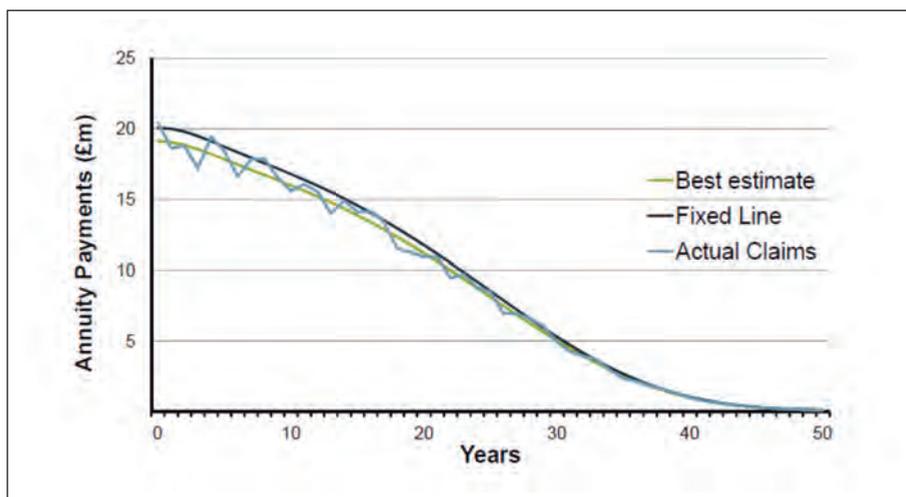


Figura 3. Ejemplo de *swap* de longevidad. Fuente: Robjohns, N., y Courquin, S. (2012).

Por tanto, a la hora de establecer la prima de un contrato *swap* de longevidad sin caer en una “infratarificación”, será crucial aplicar correctamente los siguientes tres elementos: Análisis preciso de la mortalidad de la cartera asegurada; proyectar por separado grupos asegurados con diferente experiencia de mortalidad; y basarnos en un modelo de proyección robusto donde se pondere especialmente los últimos años de la mejora de la mortalidad observada. Sin embargo, valorar periódicamente y de forma consistente los intercambios de flujos de primas, requiere no solo de actuarios muy cualificados en la gestión de este tipo de riesgo, sino de una calidad del dato que genere una información precisa y suficiente.

Bajo este esquema de tarificación, habrá que tener siempre presente que la prima máxima a pagar por la cedente tendrá siempre el límite de que el valor razonable o *fair value* del *swap* de longevidad no exceda el valor razonable del contrato cuando

no se cubre el riesgo de longevidad. Este valor razonable se determinará en función de los requisitos de capital requerido bajo el marco de la Directiva de Solvencia II.

4.2. Índices de longevidad

La transferencia del riesgo de la longevidad a través del reaseguro y los mercados de capitales es ahora una opción viable para las aseguradoras y reaseguradoras con carteras de pensiones y rentas vitalicias. Las operaciones de *swap* de longevidad ya se han implementado tanto en formato de reaseguro como en los mercados de capitales, y aunque la mayoría de estas transacciones han sido *swaps* personalizados a las características de cada operación, cada vez es mayor el interés por los índices de cobertura a la hora de reducir el riesgo de longevidad asociado a las carteras de rentas vitalicias.

Dada esta cada vez mayor preocupación del mercado asegurador por el control del riesgo de longevidad, surge la necesidad de crear un mercado para este riesgo que consiga atraer el suficiente capital que permita transferir este riesgo. Con esta finalidad, hemos propuesto en el capítulo 4 un índice de longevidad que entendemos cumple con todos los principios para que pueda ser utilizado en el mercado español a modo de índice sobre el que se puedan construir contratos de reaseguro de riesgo de longevidad.

Entre los índices utilizados hasta la fecha para facilitar el desarrollo del mercado de longevidad, destacamos el lanzamiento en 2007 de *LifeMetrics*, que además de software y metodología de cálculo, incluye índices de longevidad. Otros índices ya utilizados en las permutas del riesgo de longevidad mediante *swaps* de supervivencia, son los siguientes:

1. En 2006 se lanza el Credit Suisse Longevity Index, referenciado a la totalidad de la población estadounidense.
2. En 2007 JP Morgan, el Instituto de Pensiones de Cass Business School y Towers Watson lanzan el ya comentado índice *LifeMetrics*, que calcula tasas de mortalidad para las poblaciones de Reino Unido, Estados Unidos, Holanda y Alemania.

3. En 2007, Goldman Sachs lanza el Índice *QxX*, que se ofreció hasta 2009, y que se basaba en una población de 46.290 personas estadounidenses mayores de 65 años.
4. En 2008 el Mercado de Valores alemán lanza los índices *Xpect Age and Cohort*, que están referenciados a la esperanza de vida y tasas de supervivencia de cohortes de personas de Alemania, Holanda e Inglaterra y Gales.
5. Canada Life personalizó un *swap* de longevidad utilizando índices, metodología y análisis expuestos en *LifeMetrics*.

Estos índices proporcionan la suficiente transparencia para la estandarización del riesgo de longevidad para crear un mercado más líquido, transparente y profundo.

4.3. Prestaciones (*floating leg*)

Los flujos de un contrato de reaseguro son dos: por un lado los pagos satisfechos por la aseguradora al reasegurador sobre una base preestablecida al inicio del contrato, normalmente un índice poblacional de referencia o bien una estimación de la siniestralidad prevista de la cartera (primas o *fixed leg*) y, por otro, el retorno que la cedente obtiene del contrato *swap* de longevidad, es decir, el flujo de pagos que el proveedor del *swap* paga a la cedente conforme a la siniestralidad real de la cartera asegurada (prestaciones o *floating leg*).

Bajo esta estructura, e independientemente de la reducción de *SCR* por la transferencia del riesgo, la cedente ganará con el contrato *swap* siempre que la siniestralidad real de su cartera sea superior a los flujos esperados por el reasegurador más los márgenes de riesgo y beneficios acordados. Es decir, la cedente gana en términos de flujos de entrada respecto a los de salida cuando la siniestralidad real supera la prima de reaseguro pagada.

Este riesgo de desviación desfavorable de la siniestralidad para el proveedor del *swap*, no solo se puede dar ante mejoras abruptas de la mortalidad respecto a la esperada al inicio del contrato, ya sean por avances tecnológicos, médicos, de investigación, de calidad de vida, etc., sino también por el llamado "riesgo de cartera

pequeña”. Las carteras más pequeñas de rentas, carecen de suficientes datos históricos del colectivo asegurado para evaluar con precisión el riesgo de longevidad asumido. De esta forma, si se da el caso de que el proveedor está asegurando un pequeño grupo de individuos, tendrá un pasivo posiblemente muy concentrado, y por tanto la aleatoriedad subyacente de la supervivencia llega a ser un factor de mucho peso. De esta forma, es posible que ninguna prima sea capaz de incluir un margen de riesgo adicional y suficiente, y si así fuera, esta sería tan alta como para restar atractivo económico a soluciones de cobertura tipo *swaps* de longevidad.

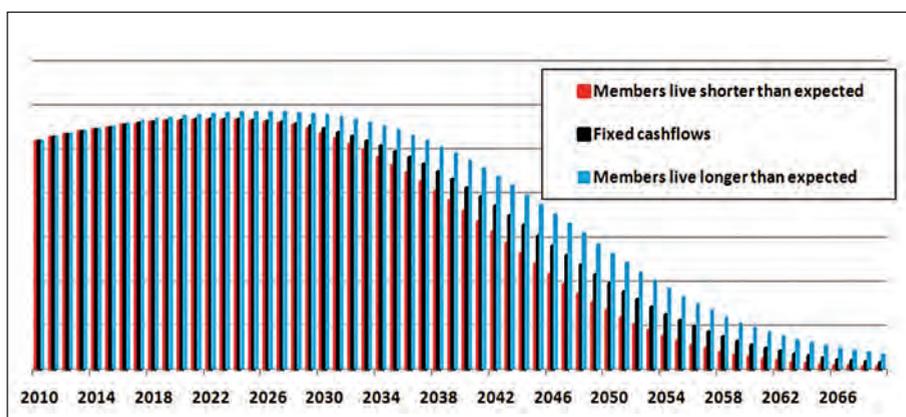


Figura 4. Flujos de pagos fijos y variables esperados. Fuente: “Managing Longevity Risk – One solution” Barnett Waddingham.

Para contrarrestar este problema, el proveedor del *swap* puede incluir términos contractuales complejos, particularmente orientados a que las condiciones del contrato original puedan ser revisadas antes de su vencimiento. No obstante, los costes de negociación de estos contratos y de posibles revisiones posteriores, podrían desincentivar la contratación del *swap* para estas carteras aseguradas pequeñas.

Sin embargo, para estas carteras de reducida dimensión, el mercado ofrece diversas alternativas que dan cobertura al riesgo de longevidad al que se exponen. Entre estas alternativas, destacamos la cobertura del riesgo de longevidad mediante la indexación de la cartera a índices de población generales, donde el riesgo adicional de la cartera asegurada pueda resultar residual.

5. BALANCE Y CONTABILIZACIÓN

Un contrato *swap* se suele liquidar por diferencia entre los pagos fijos (*fixed leg*) y los pagos variables (*floating leg*) sin necesidad de que se realicen pagos anticipados. De esta forma, la cedente, a pesar de haber transferido el riesgo de longevidad mediante un contrato de reaseguro, deberá constituir una provisión matemática en su pasivo por el importe de la totalidad de los compromisos asumidos con sus asegurados. Por el lado del activo, la aseguradora reconocerá el derecho de recuperar el exceso de siniestralidad real sobre la esperada que nace de la permuta *swap* de longevidad. Tras estos dos apuntes contables, un intercambio *swap* podría generar efectos negativos en la cuenta de resultados al menos durante los primeros años del contrato, y por ello se suele establecer un periodo de ajuste temporal.

Sin embargo, más allá del efecto de un *swap* de longevidad sobre el resultado de la compañía, una de las principales dificultades que conlleva esta modalidad de cobertura, es determinar en qué medida nos encontramos ante un contrato de seguro regulado por la NIIF4 o bien ante un instrumento financiero regulado por la NIC39. Y es que bajo esta última, un contrato de seguro queda excluido de una norma que regula instrumentos financieros, mientras que bajo la NIIF4 un contrato de seguro es aquel en el que una de las partes acepta un riesgo de seguro y no financiero de la contraparte. Además, la NIIF4 establece como derivado aquel producto financiero que, regulado por la NIC39, se liquida en el futuro y su valor está expuesto a movimientos del mercado (tipos de interés y de cambio, precios u otros índices) sin necesidad de una inversión inicial.

Bajo estas premisas y normas, y por simetría contable sobre la cuenta de resultados, a priori podríamos catalogar un *swap* de longevidad bajo cualquiera de las dos normas. De esta manera, y tal como exponemos en el párrafo anterior, podríamos distinguir un *swap* regido bajo la NIC39 siempre que este estuviera referenciado a un índice poblacional publicado y regulado en los mercados financieros, donde el neto del *Best Estimate* de los flujos de entrada y salida pendientes lo incluimos en el activo o pasivo según corresponda, afectando a la cuenta de resultados conforme al criterio de devengo. Además, la cedente mantiene su compromiso de pago con sus asegurados, registrando también los cambios en su valor a través de la cuenta de resultados.

Por otro lado, un *swap* basado en la propia experiencia de supervivencia de la cartera asegurada podría considerarse una modalidad habitual de reaseguro y por tanto regida por la NIIF4, donde la prima se consideraría prima de reaseguro cedida y el *Best Estimate* de los flujos variables pagados por el proveedor sería considerado como provisión matemática a cargo de reaseguro. En este caso cualquier desviación de la supervivencia observada genera un efecto simétrico entre el pasivo (provisión matemática de la aseguradora) y el activo (provisión matemática a cargo del reaseguro).

Como principal diferencia contable, destacamos cómo la prima de riesgo sobre el valor estimado de la supervivencia puede variar de forma significativa a lo largo de la vida del contrato, más si este es un contrato de larga duración. Esta variación quedará recogida de forma inmediata bajo la modalidad de *swap* como derivado, mientras que bajo un contrato de seguro estas variaciones no originan un registro contable al no formar la prima de riesgo parte del activo reconocido.

6. IMPLEMENTACIÓN Y ADMINISTRACIÓN DEL CONTRATO SWAP DE REASEGURO

Bajo un contrato de reaseguro *swap* de longevidad existen dos contrapartes, una que realiza el pago variable (reaseguro) y otra que realiza un pago fijo (cedente). La primera de ellas apuesta a que se produzcan aumentos en la tasa de mortalidad futura, ya que de este modo la supervivencia real sería inferior a la supervivencia estimada al inicio de la operación, dando como resultado un pago favorable al proveedor del *swap*. Por el contrario, la otra parte apostará a que se produzcan descensos en la tasa de mortalidad de modo que la supervivencia observada sea superior a la esperada al inicio de la operación dando como resultado un pago a su favor.

Un buen análisis no solo de las expectativas de cómo la mortalidad y supervivencia evolucionarán en el futuro, sino también un detallado análisis de la contraparte y de los componentes principales del contrato, conducirá a ambas partes a obtener un potencial beneficio del acuerdo. No obstante, es importante destacar que las entidades aseguradoras y reaseguradoras, cuando realizan estas operaciones, no lo hacen con una finalidad especulativa sino con la finalidad de cubrirse frente al riesgo de longevidad.

Implementación

A la hora de elaborar un contrato de *swap* de longevidad con el reaseguro como proveedor, lo primero que hace una entidad aseguradora es evaluar la viabilidad de las opciones de transferencia de riesgo, para posteriormente seguir una serie de procesos entre los que destacan la fijación de una prima de referencia, la selección de la contraparte, una *due diligence* y, por último, la formalización y ejecución del contrato (ver figura 5).

La prima de referencia puede estar basada en datos extraídos de las BBDD de la cedente, permitiendo el análisis de su experiencia de mortalidad y supervivencia, así como el cálculo de los *cash flows* y *Best Estimate* con base en la información disponible a una determinada fecha. Si no hubiera datos de referencia o estos fueran insuficientes o poco homogéneos, las primas podrían determinarse con base en una experiencia siniestral de mercado, permitiendo así la comparativa entre diferentes alternativas de reaseguro. Para aclarar los detalles del pasivo y permitir una evaluación más detallada, podría incluirse un proceso más granular en la consulta y la extracción de los datos.

Después de una evaluación adecuada de las diferentes contrapartes, se toma la decisión de trasladar la negociación exclusivamente a una de ellas, de donde saldrá



Figura 5. Proceso de valoración y ejecución de un contrato *swap* de longevidad con el reaseguro. Fuente: Elaboración propia.

la prima del contrato de reaseguro una vez hecha la *due diligence*. Esto permitirá a la reaseguradora afinar la fijación del precio de la transferencia de riesgos y adaptar el acuerdo al pasivo subyacente. También se puede considerar la posibilidad de incluir un mecanismo de colateral en la transferencia de riesgo.

La negociación de las condiciones finales incluirá un acuerdo sobre:

1. La transferencia exacta del pasivo.
2. El tratamiento de los errores de BBDD descubiertos una vez cerrado el acuerdo de reaseguro.
3. Los procesos administrativos habituales.
4. Validación de la supervivencia (por ejemplo la fe de vida).
5. Detalles del contrato, incluyendo cualquier actualización de las primas y sinistros relacionadas con la indexación.
6. Convenios, garantías, limitaciones y exclusiones.
7. Condiciones de cancelación.

Siguiendo este esquema, y con un adecuado nivel de compromiso por ambas partes, una transferencia *swap* de longevidad mediante un contrato de reaseguro, ofrece un medio rápido y simple para la transferencia del riesgo de longevidad incluyendo otros riesgos como la exposición a la inflación, posibles errores de la BBDD, etc. Estos acuerdos de reaseguro son cada vez más comunes y los niveles de actividad del mercado ofrecen garantías en cuanto a la determinación de precios, flexibilidad y certeza en su ejecución.

Adicionalmente, mediante estos contratos de reaseguro se podrá obtener una disminución del capital económico y regulatorio requerido de ambas partes por compensación entre los riesgos cedidos y aceptados respectivamente.

Administración

Los detalles de la administración de estas transacciones deben quedar bien especificados en el contrato de transferencia. Cuando además participa una tercera parte en el cálculo, los asesores legales deberán trabajar estrechamente con los actuarios para garantizar la claridad de los términos aplicados sobre el tratamiento de los datos, cálculo de los *cash flows* o la aplicación de ajustes y correcciones entre otros.

Las claves a la hora de llegar a un acuerdo de *swap* de longevidad entre aseguradora y reasegurador, son:

1. El tiempo que necesitan ambas partes para sentirse cómodas con el impacto que el riesgo de longevidad ocasiona en sus respectivos balances.
2. La negociación de la documentación legal que rige la operación.

Con base en estas características en cuanto a la implementación y administración de un *swap* de longevidad, podemos ver cómo este mantiene una estructura muy similar a la de un contrato tradicional de reaseguro. Sin embargo, los *swaps* de longevidad implican menores costes de transacción que estos contratos al ser más flexibles en su configuración. Además, el reasegurador, al suscribir el contrato tiene un propósito adicional, diversificar su negocio de tal forma que pueda compensar o neutralizar el riesgo de mortalidad de los seguros de vida añadiendo a su balance más cobertura de supervivencia.

7. SWAPS DE LONGEVIDAD BAJO SOLVENCIA II

¿Qué opciones tiene una aseguradora para transferir el riesgo de longevidad? ¿Es posible tener precios de referencia de un *swap* de longevidad? Algunas de las respuestas a estas preguntas vendrán de una fuente hace unos años inesperada: Solvencia II.

La reciente crisis financiera ha demostrado que los activos y pasivos de las compañías de seguros son vulnerables a las fluctuaciones del mercado financiero, tales como la volatilidad del mercado de valores, la disminución de los tipos de interés o el aumento

de la inflación. Además de estos, las entidades asumen otros factores de riesgo, como la mortalidad y longevidad, que influyen en el valor de los contratos de seguros.

Estos riesgos traen consigo un reto importante para las aseguradoras, ya que deben tener en cuenta la incertidumbre en cuanto a sus estimaciones de esperanza de vida a ciertas edades, más aún cuando el riesgo más importante puede que no sea el hecho de que las personas vivan más tiempo o mueran antes de lo esperado, sino el hecho de que el desarrollo de la futura esperanza de vida es desconocido. Por lo tanto, además de ciertos amortiguadores en forma de capital requerido para el riesgo de los mercados financieros, Solvencia II requerirá un capital de solvencia adicional sobre los riesgos de mortalidad, longevidad y contraparte.

Bajo este contexto, el próximo régimen normativo de Solvencia II traerá cambios significativos en el panorama europeo de seguros de rentas dado el elevado impacto que los nuevos requerimientos de capital regulatorio tienen sobre el negocio del seguro. Este cambio normativo, unido a la incertidumbre y preocupación por el aumento de las tasas de mejora de la mortalidad, ha provocado que muchas compañías de seguros, particularmente aquellas con un elevado volumen de negocio de rentas vitalicias, se lancen a buscar en el reaseguro y los mercados de capitales la manera de mejorar la gestión de su exposición al riesgo de longevidad. Por tanto, se espera que esta situación genere un incentivo para que las aseguradoras aumenten su exposición a los riesgos biométricos, mitigando mediante *swaps* las consecuencias de una longevidad o mortalidad futura desconocida.

En consecuencia, el reaseguro tiene una gran oportunidad de negocio, no solo mediante acuerdos tradicionales como la transferencia del riesgo derivada del contrato de seguro, la financiación de los costes de adquisición o el acceso a otros servicios como la suscripción o el desarrollo de nuevos productos, sino también como elemento clave en la reducción de los requisitos de capital de solvencia. Y es que, entendiendo Solvencia II no solo como un nuevo marco regulatorio para las entidades de seguros, sino también como una oportunidad para que estas asuman una nueva forma de entender y gestionar el riesgo, una adecuada estrategia de reaseguro será clave en la gestión del riesgo de cada entidad³⁷.

³⁷ Ver Directiva Solvencia II, Artículo 44.

Como veíamos en apartados precedentes, bajo un *swap* de longevidad, la cedente mantiene los activos afectos a sus pasivos de rentas de supervivencia, es decir, retiene el riesgo del activo, incluyendo cualquier desajuste entre activos y pasivos. Por tanto, los contratos *swaps* de supervivencia requieren de una activa y permanente estrategia de control, entre cuyas medidas destacamos las siguientes:

1. Estos contratos *swap* de mortalidad o supervivencia no implican la eliminación total del riesgo, pues a pesar de que la transferencia se hiciera para el 100% de la cartera, la cedente mantendrá en su balance cierto riesgo de longevidad, siempre que existan diferencias de supervivencia entre la población realmente expuesta al riesgo y el índice poblacional de referencia utilizado en el *swap* (riesgo base).
2. Además, el riesgo de crédito al que se exponen las entidades que intervienen en este tipo de operaciones es elevado, especialmente en aquellos contratos de larga duración.
3. Otro riesgo que exige medidas de control permanente, incluso bajo un contrato *swap*, es el riesgo de modelo, es decir, el riesgo de que las expectativas de supervivencia previstas al inicio de la operación no se ajusten a la supervivencia real de la cartera asegurada y observada al final de la operación.
4. El efecto de diversificar una cartera expuesta al riesgo de supervivencia, asumiendo para ello un riesgo teóricamente opuesto como el de mortalidad, puede generar un riesgo adicional como es el riesgo de muestra, es decir, que exista divergencia entre las poblaciones expuestas a cada uno de estos riesgos y que no puedan compensarse en su totalidad. Del mismo modo, también puede darse el riesgo de selección adversa si la mortalidad de los asegurados con coberturas de fallecimiento o supervivencia difiere del de la población general³⁸. En consecuencia, y dado que cada modalidad de seguro de rentas se valora de manera diferente en función de las probabilidades de supervivencia de cada asegurado (metodología *Best Estimate*), el requerimiento de capital podría disminuir por el efecto de la diversificación ante una adecuada combinación de diferentes coberturas, productos o ramos de seguro.

³⁸ Ver Finkelstein y Poterba (2004).

Bajo el marco de Solvencia I, la carga de capital para el riesgo biométrico solo tiene en cuenta la provisión de seguros de vida y el capital en riesgo, por lo que consideramos que el riesgo derivado de los contratos expuestos al riesgo de longevidad no está bien calibrado. Por este motivo, y por la limitación actual de no poder reconocer todo el reaseguro, el reconocimiento ilimitado de las coberturas de reaseguro bajo Solvencia II supone un importante avance en comparación con Solvencia I.

Por estos motivos, parece razonable que las aseguradoras de directo, bajo este nuevo marco normativo, puedan reducir su exposición al riesgo de longevidad mediante un contrato *swap* de longevidad, donde, en ausencia de riesgo base, podrá ser eliminado por completo incluso para el caso de una renta vitalicia. Sin embargo, si incluimos el riesgo base, la cobertura mediante una permuta *swap* de longevidad no sería perfecta y se requeriría por tanto de un capital o *SCR* para cubrir las obligaciones futuras derivadas de estos contratos de rentas.

7.1. Margen sobre la prima de riesgo

Como venimos diciendo, en los últimos años los *swaps* de longevidad se han convertido en instrumentos cada vez más populares para la gestión del riesgo de longevidad inherente a las carteras de rentas vitalicias. Mediante este instrumento, la compañía de seguros reemplaza inciertos pagos futuros a sus pensionistas por unas primas fijas de reaseguro. De esta forma, el reasegurador es quien asume la responsabilidad de pagar las rentas reales a cambio de estas primas fijas, que reflejarán la mejor estimación de la reaseguradora sobre los flujos futuros de efectivo, es decir, de la supervivencia de la cartera en cuestión, más un margen de beneficio para el reasegurador, más un margen en concepto de compensación por asumir el riesgo. A continuación analizamos cómo evaluar correctamente este último margen.

Conceptualmente, en caso de formalizar un contrato *swap*, el reasegurador debe mantener un capital contra el riesgo adicional que asume en la transacción. Por otro lado, la aseguradora, ante la opción de firmar un contrato de permuta de longevidad, deberá valorar cuánto está dispuesta a gastar. Si existiera un mercado líquido y profundo para la longevidad, el precio de mercado de este riesgo estaría disponible y la entidad aseguradora podría determinar si entrar o no en un *swap* en

función del precio de mercado. Dado que no existe aún un mercado lo suficientemente líquido, Solvencia II propone determinar el valor del pasivo mediante un enfoque *mark to model*, en el que el valor total de los pasivos debe ser calculado como la suma de la mejor estimación de los pasivos (*BEL*) y un margen de riesgo (*RM*). Sin embargo, cada reasegurador tendrá su propia base de cálculo sobre los requerimientos de capital necesarios para asumir el riesgo, del mismo modo que también tendrá sus propias necesidades de retorno y beneficio esperado de la operación. Por este motivo, el nuevo régimen de Solvencia II propone un enfoque uniforme, basado en el cálculo del capital requerido conforme al verdadero riesgo asumido, y estableciendo para ello un coste de capital promedio para todas las entidades europeas. Este capital propuesto juega un papel importante en la valoración de riesgo de la longevidad, ya que refleja la prima de riesgo de la longevidad, y que bajo Solvencia II se valora como un resultado de valores medios, fijando una referencia del 6% sobre los requisitos presentes y futuros de solvencia (*SCR*).

En definitiva, la compra de una cobertura *swap* podría ser a priori entendida como beneficiosa para la aseguradora, pero como no existe un mercado líquido para los valores de la supervivencia humana, no hay una referencia de mercado para determinar la prima de riesgo del riesgo de longevidad. Como alternativa, y dado que el nuevo marco normativo de Solvencia II exige la obligación de mantener reservas de capital, se exige un margen obligatorio sobre el *Best Estimate*, que en conjunto representarán la prima de riesgo de la longevidad, es decir, la prima máxima a pagar por la permuta *swap* que se determina al inicio del contrato. Estas condiciones, conducirán a establecer la prima de riesgo total que una aseguradora estaría dispuesta a pagar a su contraparte al inicio del contrato de intercambio.

7.2. Riesgo de crédito o contraparte

Al igual que otras estructuras de reaseguro, el *swap* de longevidad expone a la cedente al riesgo de contraparte por la posibilidad de que la reaseguradora incumpla con sus obligaciones de pago, quedando la propia cedente como responsable última del pago de rentas a sus asegurados.

De esta manera, al valorar el riesgo asociado a un contrato de reaseguro, tanto cedente como reasegurador, deben considerar la fortaleza de la contraparte, así

como la materialidad de su posible exposición al crédito. Este riesgo de contraparte no deberá valorarse únicamente con base en las calificaciones crediticias disponibles, sino también con base en el régimen regulatorio en el que opera la contraparte y la carga de capital del riesgo asumido o transferido. El riesgo de crédito de contraparte asociado a un *swap* de longevidad sería de una cuantía mucho mayor si además se transfirieran los activos afectos.

Este riesgo de contraparte queda recogido por la fórmula estándar del Pilar 1 de Solvencia II. Bajo este marco, el éxito de un contrato de reaseguro *swap* dependerá no solo de la capacidad que este tenga de absorber el riesgo de supervivencia de la aseguradora y su consiguiente reducción de *SCR* de longevidad, sino también del impacto que sobre el SCR_{global} tenga el riesgo de crédito asumido ($SCR_{default}$), que dependerá en gran medida de la calificación crediticia del proveedor del *swap*. De esta manera, en caso de que la contraparte tenga una calificación crediticia baja, el riesgo de crédito aumenta y en consecuencia reduce notablemente su impacto positivo. Como muestra de este impacto, destacamos cómo bajo la actual calibración de la fórmula estándar, la sustitución de un reasegurador con calificación A por un reasegurador con calificación BBB conduce a un aumento de la probabilidad de incumplimiento de 4,8 veces, y de un AA a un BBB de 24 veces.

<i>Rating</i>	Nivel de calidad crediticia	P_i
AAA	1	0.002%
AA		0.01%
A	2	0.05%
BBB	3	0.24%
BB	4	1.20%
B	5	4.2%
CCC o inferior	6	4.2%

Tabla 2. Valoración de riesgo de contraparte bajo Solvencia II. Fuente: Especificaciones Técnicas QIS (EIOPA).

Además, la disminución de la calidad crediticia de la contraparte tiene un efecto negativo sobre la prima, ya que la cobertura se deteriora al ser más probable la situación de impago de los compromisos asumidos por la contraparte.

Sin embargo, una de las cuestiones que las aseguradoras que adquieran este tipo de contratos de cobertura del riesgo de longevidad deberán considerar, es la posibilidad de incluir o no algún colateral o garantía como parte del acuerdo. El colateral se utiliza para proteger a ambas partes del *swap*, de tal manera que en caso de insolvencia o incumplimiento de las obligaciones de una de las partes, la otra parte quede de alguna manera protegida. Su importe se puede determinar utilizando diferentes bases. Uno de los métodos consiste en utilizar unas hipótesis predeterminadas para calcular el *Best Estimate* de los pagos futuros de rentas, que se revisarían con cierta regularidad. Otra alternativa consiste en prestar garantías con base en los requisitos normativos que afecten a la cedente, especialmente cuando se trate de lograr un alivio de capital regulatorio.

En definitiva, dado que SII obliga a las aseguradoras a mantener un colchón de capital para asumir el riesgo de que su contraparte no pueda cumplir sus obligaciones en relación con los pagos de *swap*, podría tener un efecto negativo en el apetito que un asegurador pueda tener sobre esta modalidad de cobertura. Sin embargo, el efecto que esta cobertura pueda tener sobre la mitigación del riesgo de longevidad, puede compensar sobremanera el riesgo de contraparte y ser este un instrumento con un gran potencial de desarrollo futuro.

7.3. Pilar 2 de Solvencia II

Mediante el Sistema de Gobierno de Solvencia II, las entidades aseguradoras deberán poner en práctica una gestión de riesgos adecuada dentro de la empresa. Para ello, estas entidades han de implementar las tareas vinculadas a las funciones de gestión de riesgos y actuarial.

Así, las empresas de seguros, bajo la función de gestión de riesgos del Pilar 2, deberán diseñar una serie de estrategias y procesos, de tal forma que estas sean capaces de identificar, medir, vigilar, gestionar y notificar los riesgos a los que se exponen.

Entre estos procesos, y tanto en la función actuarial como en la función de gestión de riesgos, destaca la estrategia de reaseguro y mitigación de riesgos, que no solo tratará de seleccionar la mejor contraparte al menor coste posible, sino que deberá

hacer un análisis de sensibilidades y someter el negocio a pruebas de estrés, para conocer el impacto que el reaseguro tiene en su negocio y su consumo de capital bajo Solvencia II. Posteriormente, y con base en el perfil de riesgo asumido y la liquidez requerida, se elevarán las diferentes alternativas y propuestas al órgano de administración, consiguiendo así la optimización de los contratos tomando en cuenta el impacto que diferentes escenarios económicos y de siniestralidad pueden tener sobre el beneficio y solvencia de la entidad.

Adicionalmente, y como resultado del ejercicio de autovaloración de los riesgos que asume la entidad (*ORSA/FLAOR*), las autoridades de supervisión podrían llegar a exigir cargas adicionales de capital (*SCR*) en caso de que el capital requerido bajo la fórmula estándar pueda considerarse como insuficiente con base en la gestión del riesgo de la entidad.

Bajo este entorno normativo, mediante el reaseguro, la cedente no solo reduce su exposición al riesgo asumido en su negocio, sino que además se puede beneficiar de la experiencia del reaseguro respecto a la evaluación de riesgos, la gestión de siniestros o la revisión de las bases técnicas de cálculo entre otras.

8. APLICACIÓN PRÁCTICA EN UNA COMPAÑÍA DE SEGUROS DE VIDA

A continuación exponemos la mecánica de una transferencia del riesgo de supervivencia mediante la aplicación práctica de una operación de reaseguro de *swaps* de longevidad sobre una compañía de seguros de vida. Para ello tomamos como referencia las proyecciones de supervivencia, factores de mejora, índices *SLI*, *cash flows*, *Best Estimate*, *SCR* y optimización de reaseguro ya comentados en anteriores capítulos, demostrando así su utilidad y aplicación real al mercado asegurador.

El propósito de este análisis será, desde la óptica de la cedente del riesgo de longevidad, observar el potencial beneficio o pérdida tanto en términos de coste como de consumo de capital que un determinado contrato *swap* puede suponer para la entidad aseguradora. En último lugar, nos centramos en decidir cuál será la estructura de reaseguro más apropiada a las características del negocio y al apetito de riesgo de la entidad.

8.1. Hipótesis y supuestos asumidos

Para orientar nuestro estudio a un caso real de mercado, a continuación comentamos las principales hipótesis asumidas, con independencia de que en próximos apartados sean analizadas con mayor detalle. Estos supuestos y premisas son:

a) Cartera asegurada: La cartera asegurada será la misma que la tomada como referencia en el capítulo 4, es decir, una cartera de 10.000 asegurados de rentas vitalicias que guarda la misma estructura de edad, sexo y nivel de rentas que la de los pensionistas de jubilación de la Seguridad Social en el año 2010.

b) Mortalidad base: La mortalidad base de nuestra cartera de seguros de rentas vitalicias será la misma que la ya expuesta en el capítulo 4, es decir, tomaremos como referencia de mortalidad la de la población española (INE2011).

c) Efecto y duración del contrato *swap*: Hemos supuesto como fecha de inicio de la operación el 1 de enero de 2014. La duración será vitalicia, es decir, el contrato de reaseguro permanecerá en vigor por el tiempo transcurrido hasta el fallecimiento de la última póliza de la cartera objeto del contrato.

d) Transferencia de riesgo: La cesión del riesgo de la cedente hacia la entidad reaseguradora será por el 100% de la cartera de rentas.

e) Prima de riesgo de reaseguro: El reaseguro establecerá una prima de reaseguro (*fixed leg*) equivalente a la resultante del índice de longevidad *SLI-50* expuesto en el capítulo 4 y aplicado sobre la mortalidad base de la cartera (INE2011), resultando una prima de riesgo media para el primer año del contrato ($t=1$) del 11% sobre las tasas de mortalidad base (q_x).

f) Gastos y márgenes: No hemos considerado gastos de gestión para el contrato *swap*, así como ningún margen de beneficio ni de coste de capital para el reasegurador. Por tanto, el único recargo del reaseguro sobre su *Best Estimate* será el amortiguador ante posibles desviaciones desfavorables de la evolución de la supervivencia (*SLI-50*).

- g) Índice referencia:** El índice al que está referenciado el contrato *swap* es el de la experiencia de mortalidad histórica de la cartera asegurada. Es decir, la mortalidad de la cartera de asegurados de la entidad está perfectamente correlacionada con la mortalidad de la población de referencia empleada para elaborar el índice de supervivencia, por lo que no hay lugar al riesgo de mortalidad base.
- h) Contrapartes:** El pagador de la parte fija (*fixed leg*) es la propia entidad aseguradora, mientras que quien paga la parte variable (*floating leg*) será una entidad reaseguradora.
- i) Riesgo de crédito:** Para valorar la posibilidad de impago, hemos estimado tres escenarios de calificación crediticia de la entidad reaseguradora (AA, A y BBB), analizando así el impacto que una u otra alternativa tienen sobre el negocio y la optimización del contrato de reaseguro.
- j) Modalidad de *swap*:** Hemos escogido una modalidad de *Swap Vanilla Survivor* sobre el 100% de la cartera expuesta al riesgo de longevidad, donde se intercambiarán flujos periódicos anuales (en cada $t=1, 2, \dots, T$) hasta la fecha de vencimiento T .
- k) Liquidación:** Dada la modalidad de *swap* escogida, la liquidación será anual cada 31 de diciembre por la posición neta entre la prima de reaseguro preestablecida en el contrato y la supervivencia real observada cada año.
- l) Activos afectos:** Hemos supuesto que tenemos una cartera de activos afectos a la cartera de rentas vitalicias, compuesta exclusivamente por títulos de renta fija gubernamental por un importe de 1.400 millones de euros, cuyos flujos de ingresos están perfectamente macheados con los flujos de gastos del pasivo.
- m) Mortalidad observada:** Con el propósito de comprobar el efecto del contrato *swap* sobre la cartera de referencia, hemos recreado dos escenarios estocásticos de la mortalidad. Estos escenarios son:
1. *Escenario 1 (floating leg 1):* La siniestralidad observada coincide con la supervivencia estimada por la cedente al inicio de la operación. Es decir, la experiencia de supervivencia coincidirá con su *Best Estimate* al inicio de la operación.

2. *Escenario 2 (floating leg 2)*: La siniestralidad se desvía conforme al *shock* del modelo interno propuesto en el capítulo 4 (SLI-99,5).

8.2. Cartera asegurada

Hemos supuesto que la aseguradora tiene una cartera de rentas vitalicias como la ya presentada en el capítulo 4, es decir, una cartera de 10.000 pensionistas de jubilación con la siguiente composición de edades, sexo y rentas anuales.

CARTERA ASEGURADA							
Edades	Marca de clase	Cartera pasivos			Renta anual cartera (14 pagas)		
		Total	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres
50 - 59	57	55	53	2	1.478.763	1.438.025	40.738
60 - 64	63	978	789	189	17.704.744	15.359.340	2.345.404
65 - 69	67	2.766	2.109	656	40.855.086	34.472.307	6.382.779
70 - 74	72	2.093	1.601	492	27.068.591	22.841.584	4.227.007
75 - 79	77	1.931	1.470	461	23.431.786	19.648.879	3.782.907
80 - 84	82	1.276	924	352	14.193.269	11.463.354	2.729.915
85 y más	90	902	571	331	8.716.081	6.391.265	2.324.816
		10.000	7.517	2.483	133.448.321	111.614.754	21.833.567

Tabla 3. Cartera de rentas vitalicias objeto del contrato *swap* de longevidad. Fuente: Elaboración propia.

De esta manera, la entidad debe hacer frente a unos pagos estimados de 133.448.321 € para el primer año ($t=1$), bajo el supuesto de que no hubiera ninguna baja por rescate, anulación o fallecimiento.

Sobre esta cartera, la entidad realiza una previsión de pagos tomando como hipótesis de supervivencia la que recoge la tabla INE2011 para la población española, que arrojaría el siguiente patrón de pagos (ver figura 6).

En la figura 6, representamos los pagos de rentas que la aseguradora espera hacer frente según sus estimaciones de supervivencia. Es la situación inicial, en la que la entidad se planteará si le compensa o no mitigar el riesgo al que se expone mediante un contrato *swap* de longevidad.

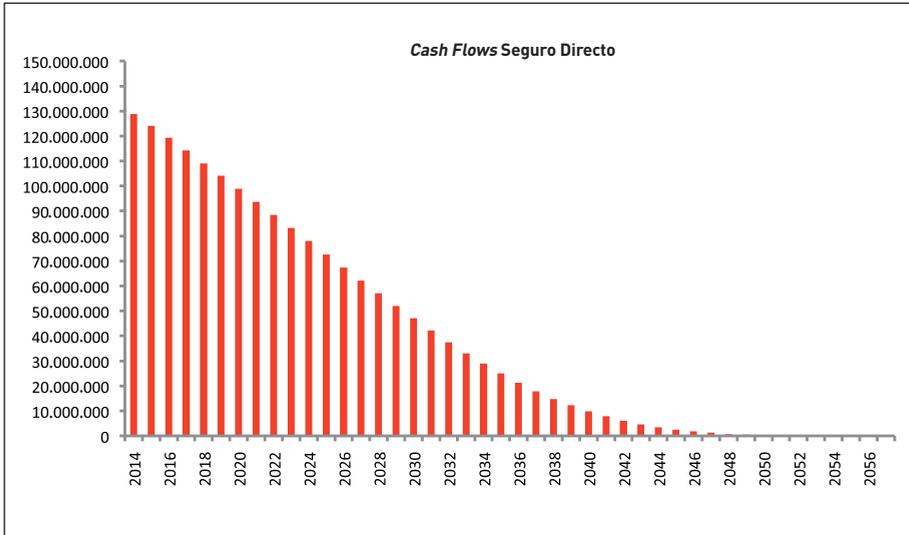


Figura 6. Flujos de pago previstos de la cartera de rentas vitalicias. Fuente: Elaboración propia.

8.3. Cobertura *swap* de longevidad

La aseguradora cubrirá sus posibles desviaciones de la siniestralidad motivada por una hipotética infraestimación de la supervivencia futura con un *swap vanilla* sobre la totalidad de la cartera expuesta al riesgo de longevidad, intercambiando con el reasegurador pagos fijos o *fixed leg*, por otros pagos que dependerán de la experiencia de supervivencia observada de la cartera de referencia (*floating leg* o pagos variables). Estos pagos serán anuales y pagaderos a 31 de diciembre por la posición neta entre la prima de reaseguro preestablecida en el contrato y la supervivencia real observada cada año.

Prima de reaseguro (fixed leg)

Es habitual que las primas de reaseguro sean superiores a las pagos inicialmente previstos, ya que incluso en el caso de que cedente y reasegurador asuman las mismas hipótesis de *Best Estimate*, este último añade un margen de prudencia para mitigar las posibles desviaciones futuras de la supervivencia, y otros recargos correspondientes a su margen de riesgo y para cubrir gastos y un margen de beneficio.

En nuestro ejemplo, el reasegurador ha valorado un *Best Estimate* de la operación que se traduce en un incremento el primer año del 11% sobre la q_x estimada por la entidad cedente, equivalente al análisis de tendencia de la supervivencia española bajo el índice *SLI-50* expuesto en el capítulo 4. Con el propósito de aislar el impacto del riesgo de longevidad respecto a otros subriesgos, este 11% adicional sobre la q_x en $t=1$ no incorpora recargos por gastos de gestión del contrato, margen de beneficio, riesgo asumido y carga de capital económico y regulatorio vinculado a la transferencia de riesgo aceptado.

La mejor o peor estimación de este margen será la clave para que, en función de la experiencia de supervivencia observada, el contrato *swap* de longevidad resulte rentable para una u otra de las dos contrapartes.

Los datos utilizados para tarificar un precio de referencia han sido los siguientes:

1. Pólizas de la cartera tratadas todas ellas de forma individual (metodología Solvencia II).
2. Fecha de nacimiento.
3. Sexo.
4. Importe de la renta contratada.
5. Experiencia de siniestralidad de la cartera o mortalidad base (INE2011).
6. Índice de longevidad *SLI-50*.

Sobre esta base, el reaseguro propondrá una prima fija (*fixed leg*) a la cedente, que será quien valore su idoneidad a la hora de transferir o no el riesgo mediante un contrato *swap vanilla* de supervivencia. Como resultado de esta propuesta, la entidad aseguradora tendrá los siguientes flujos de pago respecto a los esperados antes de la firma del contrato.

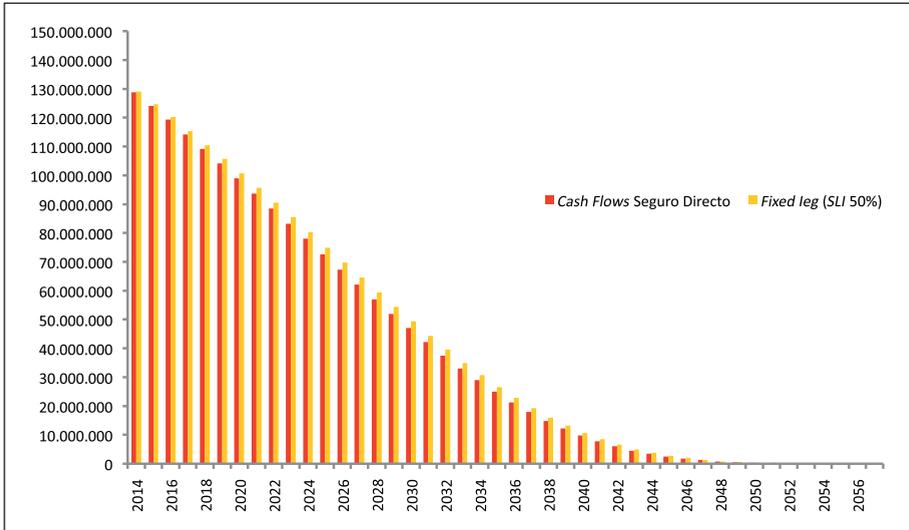


Figura 7. Comparativa de flujos de pago estimados por la cedente respecto de los estimados por el reasegurador. Fuente: Elaboración propia.

Como podemos observar, los flujos de pago propuestos por el reaseguro (barras naranjas) son siempre superiores a los estimados por la cedente al inicio de la operación (barras rojas). Esto es lógico dado que la referencia de mortalidad base es la misma para las dos contrapartes, es decir, se está utilizando un índice de referencia de la propia cartera asegurada y no uno poblacional, por lo que en consecuencia la mortalidad base de la cartera de asegurados de la entidad está perfectamente correlacionada con la mortalidad de la población de referencia empleada para elaborar el índice de supervivencia, eliminando así todo riesgo de mortalidad base que pudiera surgir en el caso de haber utilizado referencias distintas.

Prestaciones (floating leg)

Una vez suscrito el contrato *swap*, y ya conocidos los flujos fijos que paga la aseguradora al reasegurador sobre una base preestablecida al inicio del contrato (*fixed leg*), ahora vemos el retorno que la cedente obtiene del contrato *swap* de longevidad, es decir, el flujo de pagos que el proveedor del *swap* paga a la cedente conforme a la siniestralidad real observada de la cartera asegurada (*floating leg*).

Para analizar estos pagos variables, vamos a comprobar el efecto que el contrato *swap* tiene sobre la cartera de referencia bajo dos escenarios estocásticos de la mortalidad. Estos escenarios son:

1. *Escenario 1 (floating leg 1)*: La siniestralidad observada coincide con el *Best Estimate* inicial de la cedente.
2. *Escenario 2 (floating leg 2)*: La siniestralidad se desvía respecto a la mortalidad base de la cartera conforme al índice *SLI-99,5*, equivalente a un *shock* fijo sobre la cartera de referencia del 16,19% en el primer año del contrato.

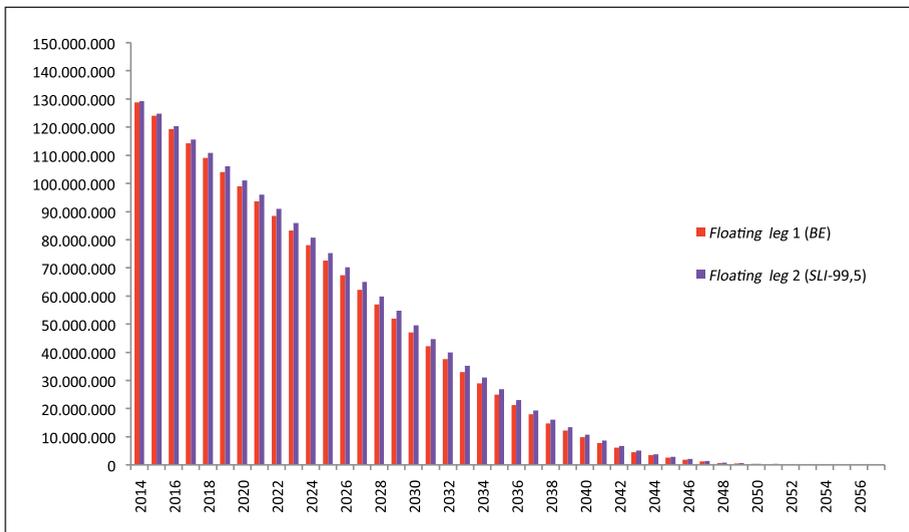


Figura 8. Escenarios de flujos de pago observados. Fuente: Elaboración propia.

Análisis de escenarios de supervivencia observada

Como podemos apreciar en el figura 8, analizamos dos hipotéticos escenarios de comportamiento de la supervivencia de la cartera asegurada. Analizados con más detalle, estos son:

a) Escenario 1 (floating leg 1):

Un primer escenario (barras rojas) basado en la mejor estimación de la siniestralidad real de la cartera asegurada.

Bajo este comportamiento observado de la supervivencia de nuestra cartera, a continuación analizamos cómo afecta un contrato *swap* de longevidad que trata de amortiguar la supervivencia de la cartera (*floating leg 1*) y si resulta o no rentable al compararlo con la prima de reaseguro (*fixed leg*) calculada en el Apartado anterior.

En la figura 9 podemos apreciar cómo los pagos futuros al reaseguro son superiores a los finalmente observados, lo que nos podría indicar que bajo este escenario de supervivencia observada, el contrato *swap* supone un coste para la cedente. Sin embargo, a continuación analizamos estas conclusiones con algo más de detalle.

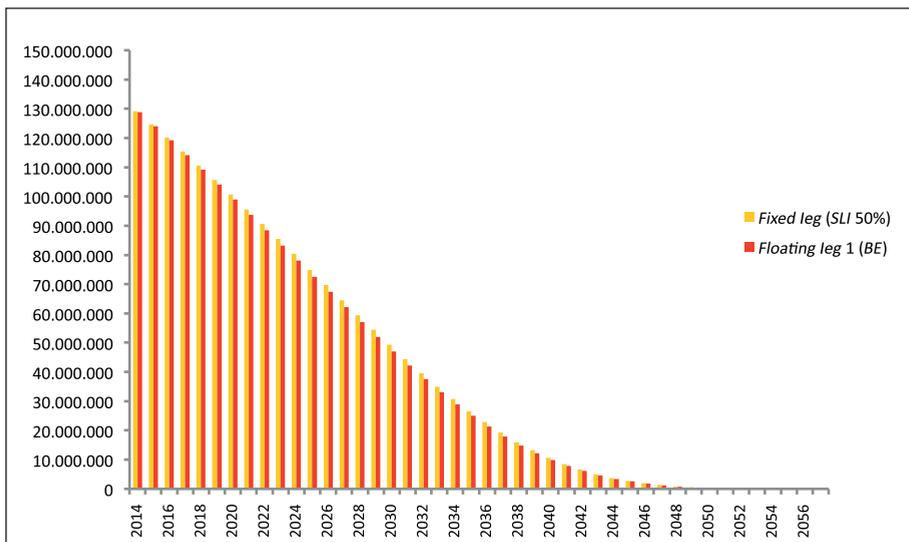


Figura 9. Comparativa de primas de reaseguro respecto de los flujos observados bajo el escenario "floating leg 1". Fuente: Elaboración propia.

Antes de realizar el contrato *swap* la entidad, con base en sus estimaciones había obtenido un *Best Estimate* de sus obligaciones de 1.364.577.137 €, resultado de

aplicar su tabla de mortalidad de población asegurada y descontar a la curva de tipos libre de riesgo.

Sin embargo, al finalizar el contrato el valor actual de los pagos fijos realizados por la entidad asciende a 1.395.243.101 €. Debido a la evolución de la supervivencia, los pagos reales a los que tendrá que hacer frente coinciden con los inicialmente estimados (1.364.577.137 €). Es decir, los pagos reales efectuados para esta cartera de rentas son inferiores respecto a los pagos preestablecidos por el reasegurador, por lo que en términos de coste la operación *swap* ha supuesto una pérdida para la cedente y un beneficio para la reaseguradora.

Dado que el *Net Present Value (NPV)* de la operación es el resultado de la diferencia entre el NPV de los pagos variables respecto del NPV de los pagos fijos, si este fuera positivo, la entidad aseguradora recibiría el pago y por tanto obtendría un beneficio económico de la operación de *swap*. Si por el contrario, el NPV fuera negativo, obtendría una pérdida en términos de coste, debiendo realizar el pago al reasegurador.

$$\begin{aligned}
 NPV_{\text{swap}} &= NPV_{\text{floatingleg}} - NPV_{\text{fixedleg}} \\
 NPV_{\text{swap}} &= 1.364.577.137 \text{ €} - 1.395.243.101 \text{ €} \\
 NPV_{\text{swap}} &= 30.665.964 \text{ €}
 \end{aligned}$$

<i>Best estimate</i>	<i>Fixed leg</i>	<i>Floating leg</i>	<i>NPV swap</i>
1.364.577.136,94	1.395.243.101,21	1.364.577.136,94	-30.665.964,27

Tabla 4. Coste bajo el Escenario 1 de supervivencia observada. Fuente: Elaboración propia.

Acabamos de comentar la pérdida global actualizada a la curva libre de riesgo que el *swap* reporta a la cedente bajo el Escenario 1 de supervivencia observada. Pero en la práctica, la liquidación de este contrato se hace anualmente por el neto entre la prima de reaseguro pagada por la cedente y los pagos variables que debería pagar el reasegurador. En la figura 10 podemos ver el patrón de pagos resultante de la operación, y cómo estos son crecientes durante los primeros años de la operación, para luego ir decreciendo a medida que llega el vencimiento.

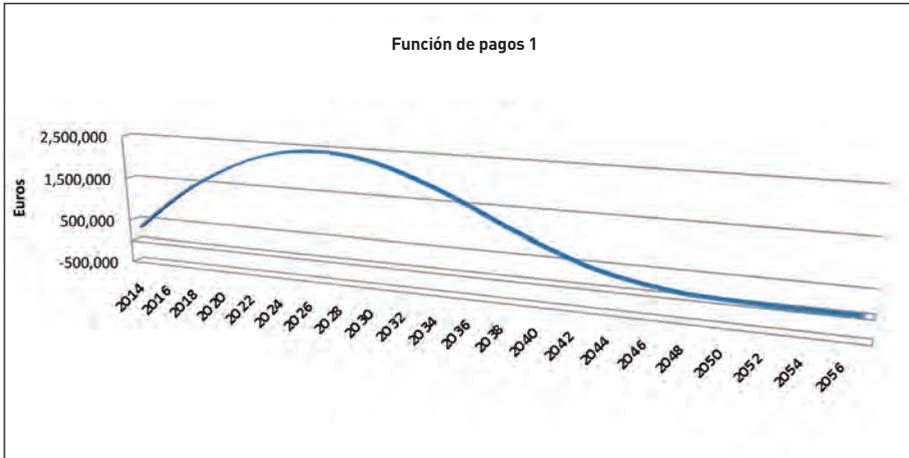


Figura 10. Patrón de pagos de la cedente hacia el reasegurador bajo el escenario "floating leg 1".
Fuente: Elaboración propia.

b) Escenario 2 (floating leg 2):

Al igual que analizamos en el apartado anterior, ahora hacemos otro supuesto de supervivencia observada (barras moradas de la figura 8), resultado de estresar la mortalidad base bajo el supuesto del *shock* de supervivencia desarrollado en el capítulo 4 tomando como referencia el índice *SLI-99,5*.

Para analizar su beneficio o pérdida para la cedente, vemos en la figura 6 cómo las barras de pagos fijos (prima de reaseguro) son sensiblemente inferiores a las de la supervivencia observada, por lo que nos hace suponer que bajo este Escenario 2, el contrato *swap* supondrá un beneficio en términos de coste para la cedente.

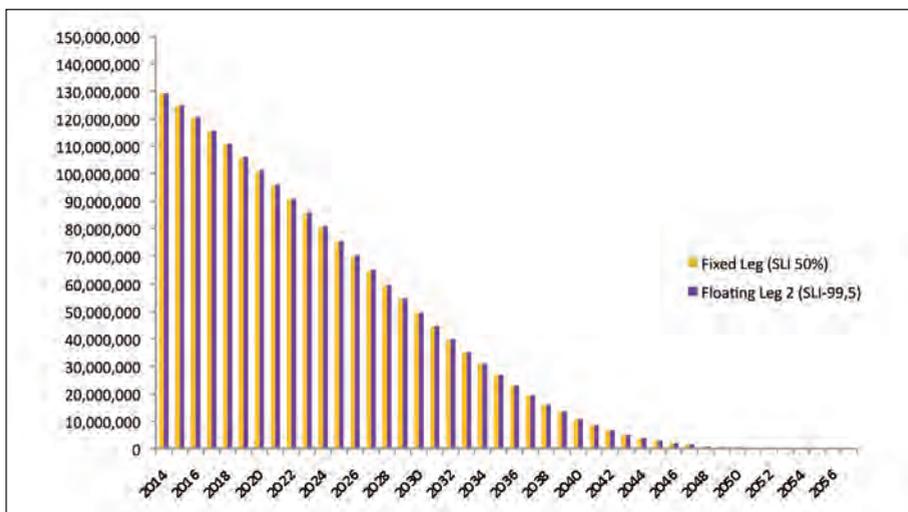


Figura 11. Comparativa de primas de reaseguro respecto de los flujos observados bajo el escenario "floating leg 2". Fuente: Elaboración propia.

Partiendo de un *Best Estimate* inicial de 1.364.577.137 € descontado a la curva libre de riesgo, y un valor actual de los pagos fijos realizados por la entidad de 1.395.243.101 €, los pagos reales finalmente efectuados por el reasegurador (1.400.898.672 €) resultarán superiores a este último y, por tanto, en términos de coste la operación *swap* ha supuesto un beneficio para la cedente y una pérdida para la reaseguradora.

Si:

$$NPV_{swap} = NPV_{floatingleg} - NPV_{fixedleg}$$

$$NPV_{swap} = 1.400.898.672 \text{ €} - 1.395.243.101 \text{ €}$$

$$NPV_{swap} = 5.655.791 \text{ €}$$

<i>Best estimate</i>	<i>Fixed leg</i>	<i>Floating leg</i>	<i>NPV swap</i>
1.364.577.136,94	1.395.243.101,21	1.400.898.672,28	5.655.571,07

Tabla 5. Coste bajo el Escenario 2 de supervivencia observada. Fuente: Elaboración propia.

En el figura 12 podemos ver el patrón de pagos resultante de la operación.

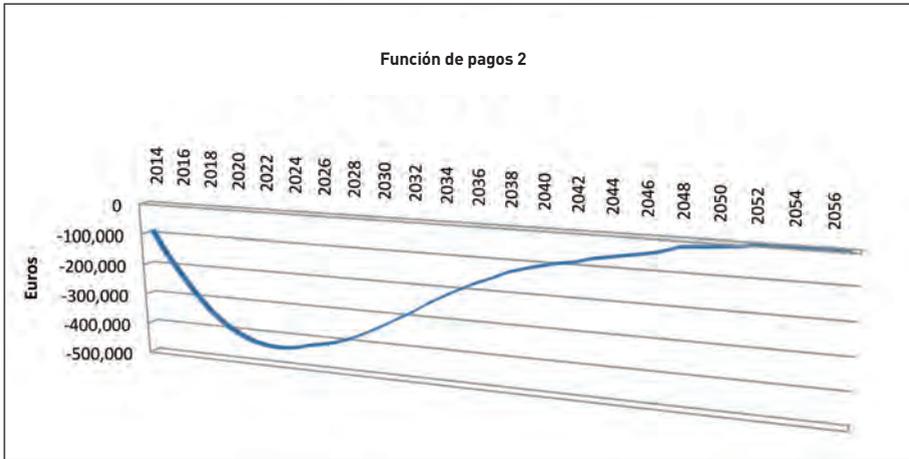


Figura 12. Patrón de pagos hechos de la reaseguradora hacia la cedente bajo el escenario "floating leg 2". Fuente: Elaboración propia.

En resumen, bajo esta estructura de *swap* de longevidad, con independencia de la reducción de *SCR* que pueda existir por la transferencia de riesgo y que a continuación analizaremos, la cedente obtendrá un beneficio al ser la siniestralidad real de su cartera superior a los flujos esperados por el reasegurador más los márgenes de riesgo y beneficios acordados. Es decir, la cedente gana en términos de flujos de entrada respecto a los de salida cuando la siniestralidad real supera la prima de reaseguro pagada.

8.4. Enfoque bajo Solvencia II

En el Apartado anterior hemos valorado la idoneidad o no de un contrato *swap* de reaseguro desde el punto de vista del coste de reaseguro que este genera para la entidad cedente. Sin embargo, un contrato que acarree un coste para la entidad aseguradora puede llegar a ser rentable por su efecto económico en el balance de la entidad, pues al transferir el riesgo de longevidad al reaseguro, también produce efectos positivos sobre el capital regulatorio, intercambiando *SCR* de longevidad por *SCR* de contraparte. En la medida en que estas interacciones del balance bajo Solvencia II conlleve una reducción de capital y por tanto una liberación de fondos propios, podremos valorar cuál es la prima de reaseguro a partir de la cual la entidad obtiene un beneficio de la transacción con independencia de su coste.

Reasegurar el riesgo de longevidad a través de un *swap* de longevidad tiene las siguientes premisas sobre el balance bajo Solvencia II:

1. Los pasivos (*BEL*) se muestran brutos de reaseguro.
2. Se permite que tanto el margen de riesgo como el *SCR* se calculen netos de reaseguro.
3. Aparece en nuestro balance un activo (recuperable de reaseguro) equivalente a la liberación de *Best Estimate* como consecuencia del reaseguro, neto de una previsión del nivel de default esperado.

Aunque quizá parezca extraño, este activo podrá tener un valor negativo dependiendo de los términos de la transacción o, simplemente, porque la experiencia ha evolucionado de manera adversa con respecto a las expectativas originales. Este activo estará conformado por la cantidad que se espera ingresar del reasegurador (*floating leg*) y la cantidad que se espera que se pague a la reaseguradora (la parte fija del *swap*).

Además de las hipótesis de partida expuestas en apartados anteriores, debemos tener en cuenta las siguientes consideraciones para poder cuantificar exclusivamente los efectos de este contrato (método *standalone*):

1. Suponiendo una cartera de activos afectos compuesta exclusivamente por 1.400 millones de euros de renta fija gubernamental, al estar estos perfectamente macheados con los flujos de salida, el riesgo de tipo de interés es nulo. Del mismo modo, la cedente no estará expuesta al resto de subriesgos de mercado (*equity, property, spread*, tipo de cambio, concentración y liquidez). Tampoco hemos considerado la existencia de ningún activo intangible.
2. No tenemos en cuenta ninguna otra cartera asegurada diferente a la de rentas vitalicias, por lo que la entidad no estará expuesta a los riesgos de suscripción de no vida o salud.

- Para el riesgo de suscripción de vida, la cedente solo estará expuesta al subriesgo de longevidad, al no tener ninguna cobertura de fallecimiento o invalidez. Hemos considerado que los gastos no existen, tampoco el subriesgo de revisión al no variar las rentas a lo largo de la duración de la póliza, y para los subriesgos de caída y catastrófico obtenemos un *SCR* nulo al beneficiar a la entidad cualquier estrés de este tipo sobre su *Best Estimate* antes del estrés.
- El subriesgo de longevidad lo hemos obtenido por diferencia entre el *Best Estimate* sin estresar y el *Best Estimate* estresado con fórmula estándar (20%):

$$SCR_{long}^{shock} = NAV_0 - (NAV_0 | shock_{longevidad})$$

$$SCR_{long}^{shock} = 1.475.672.414 - 1.364.577.137 = 111.095.277$$

- No habrá riesgo de contraparte antes de la permuta *swap* de longevidad.
- El riesgo operacional lo hemos calculado en función de las primas (no hay) y del *Best estimate*:

$$SCR_{op} = \min (0,3 \cdot BSCR; Op) + 0,25 \cdot Exp_{ul}$$

Donde:

$$Op = \max (Op_{premiums}; Op_{provisions})$$

Y:

$$Op_{provisions} = 0,0045 \cdot \max (0, TP_{life} - TP_{life-ul}) + 0,03 \cdot \max (0, TP_{non-life})$$

Y por tanto:

$$SCR_{op} = 6.140.597,12$$

- La entidad se beneficia de los efectos de diversificación y del ajuste por impuestos diferidos, resultando un *SCR* final de:

$$SCR = 87.926.906 \text{ €}$$

8. El Margen de riesgo lo obtendremos mediante la simplificación nº 4 propuesta en las especificaciones técnicas:

$$CoCM = \frac{CoC}{1 + r_1} \cdot Dur_{mod}(0) \cdot SCR_{RU}(0)$$

Que teniendo en cuenta la duración modificada de los flujos de pago de 7,98 años:

Margen de riesgo = 41.374.185 €

ANTES DEL SWAP	
Activos	1.400.000.000
Recuperables de reaseguro	-
Pagos al reaseguro	-
Total	1.400.000.000
<i>BEL</i>	1.364.577.137
Margen de riesgo	41.374.185
<i>SCR</i>	87.926.906
<i>MCR</i>	39.567.108
Total	1.493.878.228
Excedente	-93.878.228

Tabla 6. Balance Económico bajo Solvencia II antes del swap. Fuente: Elaboración propia.

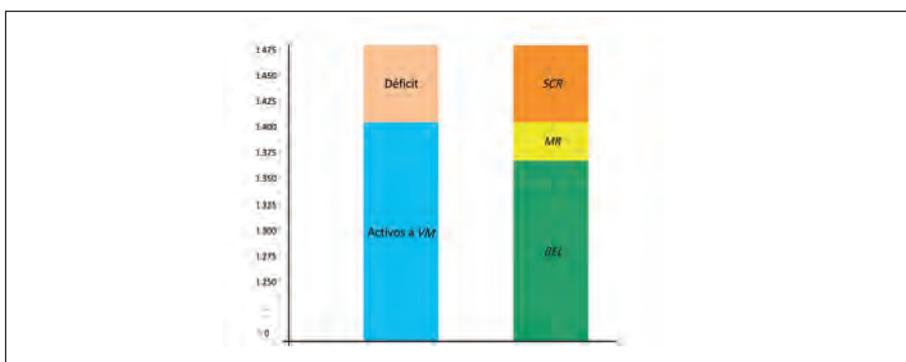


Figura 13. Representación gráfica del balance económico bajo Solvencia II antes del swap. Fuente: Elaboración propia.

Como podemos observar, antes de la operación de *swap* de longevidad, la cedente tendrá una insuficiencia de fondos propios para cubrir su capital regulatorio. A continuación analizamos cuál es la situación de esta entidad una vez hecho el contrato de permuta *swap* de longevidad con el reaseguro. Para ello tendremos en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Después del *swap*, nuestro balance económico queda alterado, ya que incluimos un activo adicional por importe de la diferencia entre los pagos que la cedente espera recuperar del reaseguro (*floating leg*) respecto de los pagos fijos que la cedente hace con base en los términos preestablecidos en el contrato de *swap* de longevidad (*fixed leg*), que coincidirán con el *Best Estimate* de la cartera de rentas objeto del contrato, y que por tanto resultará un activo con importe negativo.
2. Si bien el apunte sobre el activo es negativo, también esta operación de *swap* de longevidad sobre el 100% de la cartera asegurada y con base en un índice de referencia sobre la propia cartera, propicia que la carga de capital regulatorio para el riesgo de longevidad (SCR_{long}) desaparezca, eliminando por tanto también el riesgo base.
3. Surge un nuevo riesgo, el riesgo de contraparte ($SCR_{default}$) por la posibilidad de que ante una desviación de la supervivencia por encima de las tasas de reaseguro, este no hiciera frente a sus compromisos de pago. Teniendo en cuenta una calificación crediticia del reasegurador de AA, tendríamos la siguiente carga de capital de la contraparte:

$$SCR_{default} = 2.412.759 \text{ €}$$

4. Adicionalmente, el margen de riesgo (RM), al poder valorarlo neto de reaseguro, también disminuye.

$$\text{Margen de riesgo} = 1.106.945 \text{ €}$$

5. Por los efectos de diversificación y del ajuste por impuestos diferidos, obtenemos un *SCR* final de:

$$SCR = 2.352.440 \text{ €}$$

En la tabla 7 y figura 14, podemos observar el impacto del swap de longevidad sobre el balance económico bajo Solvencia II.

DESPUÉS DEL SWAP	
Activos	1.400.000.000
Recuperables de reaseguro	1.364.577.137
Pagos al reaseguro	-1.395.243.101
Total	1.369.334.036
<hr/>	
<i>BEL</i>	1.364.577.137
Margen de riesgo	1.106.945
<i>SCR</i>	2.352.440
<i>MCR</i>	1.058.598
Total	1.368.036.522
<hr/>	
Excedente	1.297.514

Tabla 7. Balance Económico bajo Solvencia II después de la permuta *swap* con reaseguradora AA. Fuente: Elaboración propia.

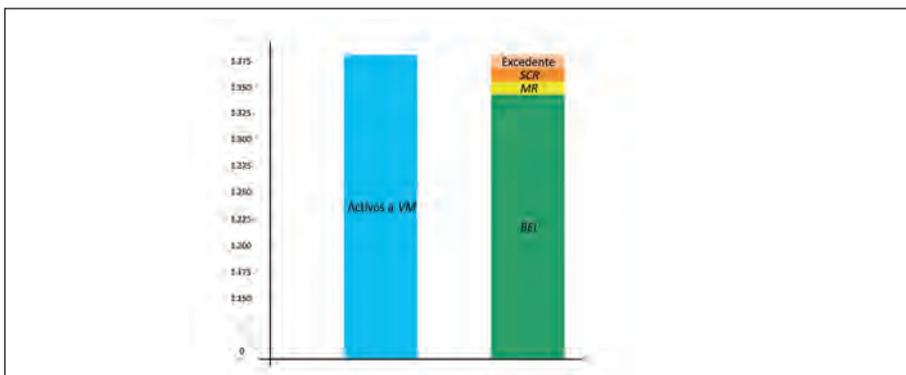


Figura 14. Representación gráfica del balance económico bajo Solvencia II después del *swap* con reaseguradora AA. Fuente: Elaboración propia.

En la combinación de estos cuatro efectos (disminución del activo, reducción de SCR_{long} , aumento de $SCR_{default}$ y disminución del MR), encontraremos el beneficio o pérdida de la permuta *swap*. Como podemos observar, pese a disminuir el activo, el *SCR* y el Margen de Riesgo han caído en mayor medida, efectos que sitúan a la compañía en una situación de solvencia.

Y es que como veíamos en el apartado anterior, si hacemos un análisis de costes, aunque el coste de reaseguro para el Escenario 1 en $t=1$ ha sido:

$$\begin{aligned} \text{Coste} &= \text{fixed leg}_1 - \text{floating leg}_1 = \\ &= 129.107.499 - 128.786.652 = 320.848 \text{ €} \end{aligned}$$

Desde un punto de vista de ahorro de capital, el aumento de excedentes ha sido:

$$\begin{aligned} \Delta \text{ Excedente} &= \text{Excedente}_{\text{swap}} - \text{Excedente}_{\text{sin_swap}} = \\ &= 1.297.514 - [-93.878.228] = 95.175.742 \text{ €} \end{aligned}$$

Con lo que demostramos que un contrato de reaseguro, aunque suponga una pérdida económica en términos de coste para la cedente, antes de que transcurra un solo día desde su firma, puede resultar beneficioso para ella desde el punto de vista de reducción de capital económico y regulatorio y por tanto de liberación de fondos propios.

Desde un punto de vista regulatorio e incluso comercial y de imagen a sus asegurados y hacia el mercado, la cedente mejora considerablemente su solvencia, que se suele medir por la ratio entre fondos propios disponibles sobre la carga de capital regulatorio:

$$\text{Ratio de Solvencia} = \frac{\text{FFPP disponibles}}{\text{SCR}}$$

Pasando de una situación de insolvencia antes de la permuta:

$$\text{Ratio de Solvencia}_{\text{sin_swap}} = \frac{\text{Activo}_{\text{VM-BEL-MR}}}{\text{SCR}} = -7\%$$

Es decir, no hay fondos propios disponibles para cubrir el capital regulatorio requerido, a otra después de la permuta:

$$\text{Ratio de Solvencia}_{\text{con_swap}} = \frac{\text{Activo}_{\text{VM-BEL-MR}}}{\text{SCR}} = 155\%$$

Es decir, simplemente por el hecho de hacer la permuta *swap* de longevidad, la ratio de solvencia mejora considerablemente.

Además, para ver la importancia que la calificación crediticia del reasegurador tiene sobre el SCR_{global} y la ratio de solvencia de la cedente, si en lugar de una contraparte AA como hemos supuesto, hubiéramos escogido una reaseguradora BBB, el SCR_{global} pasaría de 2.352.440 € a 11.511.292 € y su ratio de cobertura del 155% al -6%, y para una reaseguradora A, seguiríamos con una ratio de cobertura del 43%, aún inferior a la necesaria para situar a la entidad en situación de solvencia regulatoria. Por tanto, resultará imprescindible analizar el impacto que la propia solvencia del reasegurador tiene sobre nuestro balance, a pesar de que precisamente con la finalidad de mantener ese *rating*, la prima de reaseguro también suele ser más elevada.

DESPUÉS DEL SWAP	
Activos	1.400.000.000
Recuperables de reaseguro	1.364.577.137
Pagos al reaseguro	-1.395.243.101
Total	1.369.334.036
<i>BEL</i>	1.364.577.137
Margen de riesgo	5.416.662
<i>SCR</i>	11.511.292
<i>MCR</i>	5.180.081
Total	1.381.505.091
Excedente	-12.171.055

Tabla 8. Balance Económico bajo Solvencia II después de la permuta *swap* con reaseguradora BBB. Fuente: Elaboración propia.

Podemos concluir que el *rating* de reaseguro que hace *break even* la operación de reaseguro es el de AA. Este *rating* o uno superior es el que optimiza esta tabla de reaseguro sobre la base de la mejor estimación de tendencia y con una aversión al riesgo base equivalente al:

Best Estimate + SLI-50

DESPUÉS DEL SWAP	
Activos	1.400.000.000
Recuperables de reaseguro	1.364.577.137
Pagos al reaseguro	-1.395.243.101
Total	1.369.334.036
<i>BEL</i>	1.364.577.137
Margen de riesgo	2.474.710
<i>SCR</i>	5.259.163
<i>MCR</i>	2.366.623
Total	1.372.311.010
Excedente	-2.976.974

Tabla 9. Balance Económico bajo Solvencia II después de la permuta *swap* con reaseguradora A.
Fuente: Elaboración propia.

8.5. Reinsurance Management Tool (RMT)

Una vez analizado el impacto que un contrato de reaseguro *swap* de longevidad tiene sobre una cartera de rentas vitalicias, y tomando como referencia todos los *outputs* generados en el proceso, ahora nos centramos en decidir cuál será la estructura de reaseguro más apropiada a las características de nuestro negocio y según al apetito de riesgo de la entidad.

Las diferentes modalidades o alternativas aquí planteadas son:

1. Opción de no reasegurar la cartera de rentas.
2. Opción de contratar un *swap* de longevidad con reasegurador AA.
3. Opción de contratar un *swap* de longevidad con reasegurador A.
4. Opción de contratar un *swap* de longevidad con reasegurador BBB.

Las variables utilizadas para la adecuada toma de decisiones son:

1. El coste de reaseguro, donde la prima es más elevada cuanto mayor sea el *rating* del reasegurador.
2. El ahorro de capital que genera el contrato (MR , SCR_{long} , $SCR_{default}$ y SCR_{global}).
3. Fondos Propios disponibles.
4. *RORAC* y *EVA*.

Mientras el *RORAC* ya lo definimos en el capítulo anterior como el ratio que valora la rentabilidad de los recursos propios en función del riesgo asumido, ahora vemos la necesidad de determinar el *E.V.A.* (*Economic Value Added*), que mide la creación de valor de un programa de reaseguro mediante comparación entre su coste medio y el coste de capital ahorrado.

El cuadro resultante para la toma de decisiones será el siguiente:

	Sin swap	Con swap AA	Con swap A	Con swap BBB
<i>Scoring</i>	14	28	23	18
Coste	-	320.847,52	304.805,14	288.762,77
<i>MR</i>	41.374.185,25	1.106.945,34	2.474.709,90	5.416.661,98
SCR_{long}	111.095.277,23	-	-	-
$SCR_{default}$	-	2.412.758,74	5.394.013,33	11.806.453,33
<i>SCR</i>	87.926.905,76	2.352.439,77	5.259.162,99	11.511.292,00
<i>FFPP</i> Disponibles	-93.878.227,95	1.297.513,67	-2.976.974,10	-12.171.055,19
<i>EVA</i>	-	85.253.618,46	82.362.937,62	76.126.850,99
<i>RORAC</i>	5%	160%	66%	28%

Tabla 10. Elementos clave para la búsqueda del contrato de reaseguro óptimo. Fuente: Elaboración propia.

Hemos definido como *scoring*, el resultado de ponderar cada una de las variables de decisión presentadas para la elección de la alternativa de reaseguro más apropiada. La ponderación simulada ha sido la misma para cada una de ellas, siendo la propia entidad cedente la responsable de dicha ponderación con base en su apetito y perfil de riesgo.

En base a este *scoring*, nuestra herramienta de gestión óptima del reaseguro (RMT), podría tomar la siguiente representación gráfica:

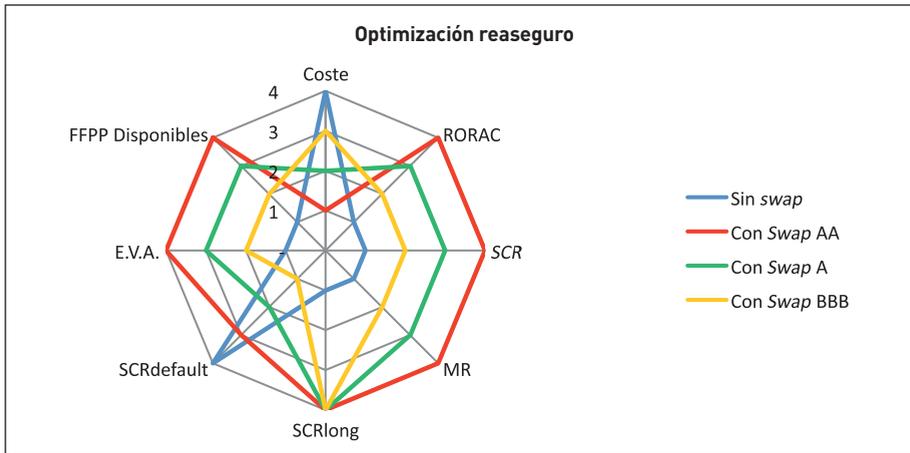


Figura 15. *Reinsurance Management Tool (RMT)*. Fuente: Elaboración propia.

Como podemos apreciar en el figura 15, ponderamos las diferentes medidas que de una forma u otra pueden impactar sobre la decisión de reaseguro más adecuada para el negocio. Esta ponderación (*scoring*) dependerá de la mayor o menor relevancia que la cedente determine para cada una de las variables de decisión. En este caso vemos el efecto que la propia calificación crediticia de la entidad reaseguradora tiene a la hora de establecer un contrato *swap* de longevidad.

Como resultado, podemos concluir que la opción de reaseguro *swap* con *rating* del reasegurador de AA, será la opción más apropiada en términos de reducción de capital regulatorio, si bien es cierto que en términos estrictamente de coste es la peor de las opciones. En consecuencia, la decisión de reaseguro dependerá del apetito de riesgo de la cedente, así como de la necesidad o no de obtener un beneficio en términos de capital para aliviar la disponibilidad de fondos propios para cobertura de capital regulatorio.

9. CONCLUSIONES

En el presente capítulo hemos demostrado cómo los contratos *swaps* de reaseguro para la mitigación del riesgo de longevidad son un buen instrumento para hacer una gestión eficiente del riesgo de una supervivencia por encima de las tasas esperadas, de tal forma que un riesgo como este, que a priori podría parecer poco atractivo para una entidad de seguros de vida, se convierte en atractivo, no solo en términos de coste, sino como alivio en el balance económico bajo el marco de Solvencia II, donde comprobamos cómo la mera firma de un contrato de este tipo, incluso antes de que transcurra un solo día desde su firma, puede ser muy beneficioso para la entidad con la mejora de su ratio de solvencia y el consiguiente impacto ante el supervisor y el mercado.

Es de esperar, por tanto, que para las aseguradoras con grandes carteras de rentas vitalicias, reasegurar el riesgo de longevidad puede ayudar a reducir tanto el margen de riesgo como el *SCR* a pesar de que según la previsión inicial de supervivencia de la cartera, esta operación supondría un coste en cuanto a flujos de pagos hacia el reaseguro. Incluso podríamos encontrar el *break even* del contrato, no solo en la negociación de las condiciones del mismo, sino especialmente mediante la búsqueda de una calificación crediticia del reasegurador que maximice el resultado de la operación.

Por otro lado, desde el punto de vista del reasegurador, más aún si este presentara grandes exposiciones de mortalidad, el contrato *swap* de longevidad también le puede resultar beneficioso en términos de capital, ya que aceptar riesgo de longevidad les ayudará a diversificar su cartera, tanto en términos de margen de riesgo como de *SCR*. Es decir, una permuta de riesgos entre aseguradoras y reaseguradoras podría ser una opción particularmente atractiva para ambas partes.

Por tanto, las conclusiones sobre el capital económico consumido y el apetito de riesgo de la cedente, serán vitales en la decisión de una entidad aseguradora y la conveniencia o no, y en qué condiciones, de entrar en un acuerdo de reaseguro. Sin embargo, esta no será la única consideración a tener en cuenta, ya que es posible que una transacción o enfoque de gestión pudiera llevarse a cabo simplemente en términos de coste y liquidez por comparativa entre flujos reales de entrada y salida,

incluso aun no siendo óptima desde el punto de vista regulatorio. En igualdad de condiciones, las empresas con mayor aversión al riesgo, están dispuestos a pagar más por el reaseguro.

ALCANCE Y CONCLUSIONES

A lo largo del presente trabajo de investigación analizamos en profundidad cada uno de los aspectos clave del riesgo de longevidad, quizá el riesgo más complejo de medir y gestionar al que se enfrenta toda compañía de seguros de vida. Y es que las incertidumbres que subyacen sobre la supervivencia humana y sus límites, así como la singularidad de los contratos de seguro que dan cobertura a este riesgo, hacen que este deba ser analizado desde una visión integral y hasta la fecha poco tratada y debatida por la industria del seguro.

De tal forma, en el primer capítulo abordamos la dinámica poblacional y el conjunto de subriesgos que determinan y explican las continuas mejoras de la esperanza de vida en nuestro país, haciendo especial hincapié en el subriesgo de tendencia que, por su carácter sistémico y por la complejidad de extrapolar tendencias consistentes, necesita ser entendido y graduado con precisión.

Una vez analizado conceptualmente el riesgo de longevidad en toda su dimensión y complejidad (y considerando que la modelización de la mortalidad es imprescindible para abordar los *riesgos de mortalidad y longevidad*) en el capítulo 2 se expone el marco teórico de ocho de los principales (y más recientes) modelos existentes en la literatura actuarial internacional para la correcta estimación, graduación y proyección de la mortalidad. En ellos, especificamos las hipótesis de partida para la utilización de dichos modelos comentándose las principales ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos. Los modelos descritos en este capítulo han sido aplicados en diferentes mercados más maduros y contrastados por su experiencia en el *pricing, reserving* y gestión global del riesgo.

Tras la exposición de estos ocho modelos, en el siguiente capítulo desarrollamos cuatro de ellos (Lee-Carter, *P-spline 2d*, y dos versiones suavizadas del modelo Lee-Carter), que podemos considerar como los más avanzados y robustos de los que a día de hoy recoge la literatura actuarial internacional, y los aplicamos sobre una realidad poblacional concreta como es la española. También llevamos a cabo

un ejercicio de *backtesting* para ilustrar el comportamiento predictivo de estos modelos, e introducimos los factores de mejora de mortalidad para su posterior análisis y aplicación práctica a la industria del seguro.

De la combinación de los cuatro modelos anteriores, desarrollamos el *Spanish Longevity Index (SLI)*, índice propuesto para medir la tendencia de longevidad de la población española y que cumple con el test de uso exigido internacionalmente a este tipo de métricas, configurado una herramienta útil para todos los agentes económicos que intervienen en el riesgo de longevidad (Estados, entidades de seguro y reaseguro, mercados de capitales, inversores finales, etc.). De hecho, este índice con niveles de confianza del 99,5%, nos ha servido para en el capítulo 4 desarrollar un modelo interno alternativo a la fórmula estándar para el riesgo de longevidad propuesta por la Directiva Comunitaria de Solvencia II y, en el capítulo 6 para determinar el precio de transferencia de una operación de *swap* de longevidad a través de un contrato de reaseguro. Este será un índice robusto y de carácter universal que permitirá una actualización ágil y sencilla conforme las autoridades responsables modifiquen las estadísticas de mortalidad base utilizada para su medición. Además de su aplicación a Solvencia II y operaciones de transferencia del riesgo, este índice *SLI* será también de aplicación a otras áreas del seguro como el *pricing* o el *reserving*.

Como decimos, en este capítulo 4 nos adentramos en los requerimientos que para el riesgo de longevidad exige la Directiva de Solvencia II, presentando un modelo interno que determina un consumo de capital alternativo al de la fórmula estándar que presupone un estrés único, inmediato y permanente del 20% sobre las tasas de mortalidad esperada. De los resultados obtenidos en este ensayo actuarial, y una vez contrastada su bondad estadística, concluimos que el *shock* propuesto por Solvencia II (20% único) no refleja adecuadamente el riesgo de longevidad al que se exponen las carteras aseguradas, ya que este debería ser decreciente según la edad y la duración residual del contrato de seguro. Esta conclusión parece lógica, pues a mayor edad y menor duración del contrato, menor tiempo hay para beneficiarse de las mejoras futuras de la mortalidad y en consecuencia menor *shock* deberemos aplicar. Por tanto, y dependiendo de la composición de nuestra cartera asegurada, el *shock* de longevidad del modelo estándar sobreestimaré o subestimaré en casi todos los casos el verdadero riesgo de longevidad, con lo que las

compañías se verán obligadas a realizar aportaciones de capital que no se ajusten al riesgo real de longevidad asumido en sus carteras aseguradas. Este modelo interno que presentamos será además de perfecta utilidad no solo como alternativa a la fórmula estándar bajo el Pilar 1 de Solvencia II siempre que tenga la aprobación del supervisor, sino que también podrá utilizarse dentro de la autoevaluación de los riesgos (*ORSA/FLAOR*) bajo el Pilar 2 de Solvencia II para aquellas compañías de seguros de vida que por la composición de sus carteras estén muy expuestas al riesgo de longevidad.

Ya en el capítulo 5, vimos cómo los modelos de gestión del riesgo de longevidad pueden ser optimizados mediante los llamados mitigantes del riesgo, para lo que en primer lugar será necesario conocerlos y clasificarlos en función del subriesgo que la entidad desea minorar, según este sea riesgo base o riesgo de tendencia. Una vez expuestos los mitigantes de la supervivencia, nos adentramos en los modelos más modernos de la gestión óptima del capital ajustada al riesgo, llegando a proponer una aplicación práctica de los modelos de *RORAC* y *Capital Allocation* sobre los resultados de los ensayos hasta el momento realizados en el presente trabajo. Como resultado de este análisis, concluimos que, como instrumento de gestión óptima del riesgo, el actuario deberá desarrollar modelos que conjuntamente valoren y optimicen el *RORAC*, el *EVA* o el *MECV*, y en consecuencia, el gestor de riesgos tome en consideración todas las herramientas desplegadas en el proceso de *pricing*, *reserving*, *MCEV*, optimización de *SCR* y transferencia del riesgo. Con este cambio de paradigma en la forma de entender el riesgo de longevidad, el actuario podrá encontrar perfiles de riesgo y de productos que aporten ventajas competitivas sostenibles en el tiempo.

Por último, en el capítulo 6 hemos presentado un estudio exhaustivo así como una aplicación práctica de uno de los modelos de transferencia de longevidad llamados a tener un protagonismo central en el mercado de rentas vitalicias tal como ya ha sucedido en otros países de nuestro entorno. Estos son los modelos de permuta *longevity swap*. El modelo actuarial desarrollado con base en los valores y resultados obtenidos en los capítulos anteriores (modelos de proyección, factores de mejora de la mortalidad, *SLI*, *Best Estimate*, etc.) nos permite conocer, para escenarios aplicables a la realidad española, el precio de transferencia de reaseguro y su impacto no solo en términos de coste sino sobre el balance económico y consumo de

capital de una entidad aseguradora bajo el marco de Solvencia II. En esta línea, presentamos además una herramienta de optimización de reaseguro para analizar las diferentes alternativas con las que la cedente pueda decidir el contrato de reaseguro más idóneo para la gestión óptima de su negocio según el perfil y el apetito de riesgo de la entidad, y a la que hemos llamado *RMT (Reinsurance Management Tool)*, mediante la que comprobamos cómo el negocio de la longevidad puede ser muy beneficioso para la entidad con la mejora de su ratio de solvencia y su consiguiente impacto ante el supervisor y el mercado.

APORTACIÓN A LA INDUSTRIA DEL SEGURO

A modo de resumen, exponemos a continuación algunas de las contribuciones que mediante el presente trabajo de investigación creemos haber aportado a la industria del seguro, de tal forma que seamos capaces de ver el negocio expuesto al riesgo de longevidad, no como una carga, sino como un negocio rentable, que por supuesto genere un beneficio para el sector privado del seguro pero que también, mediante una oferta amplia y atractiva de productos aseguradores, consiga aliviar y absorber el riesgo de longevidad transferido del Estado hacia el ciudadano por la progresiva disminución de las pensiones motivada por las correcciones y ajustes que incorpora el factor de sostenibilidad. Algunas de estas aportaciones son:

1. Entendemos que el riesgo de longevidad por su nivel de incertidumbre y duración de los contratos asociados a él, debe ser abordado de una manera holística y de este modo poder establecer estrategias de aseguramiento rentable a largo plazo.
2. El análisis realizado de los diferentes subriesgos que intervienen en la supervivencia humana nos permite identificar las claves del desarrollo de los modelos de naturaleza actuarial con los que capturar el riesgo de longevidad.
3. Se describen algunos de los principales modelos más avanzados en la literatura actuarial para analizar y estimar la mortalidad, con la finalidad de dar a conocer a la industria del seguro de vida y pensiones, las soluciones que han demostrado su validez en aquellos mercados del seguro donde ya se ha aplicado.

4. Hemos realizado la aplicación sobre la población española de cuatro de los modelos actuariales más modernos para el mercado de rentas vitalicias, permitiendo graduar el riesgo de tendencia con las mejores prácticas actuariales internacionales. De este modo, ponemos a disposición de la industria del seguro española e iberoamericana la metodología aplicada a la longevidad al mejor nivel de las investigaciones de la ciencia actuarial.
5. Para modelar el riesgo de tendencia resultante, presentamos el *Spanish Longevity Index (SLI)*, resultante de la mediana de los cuatros modelos aplicados, y que una vez contrastado su test de usabilidad, constituye una herramienta de aplicación inmediata para todos los intervinientes interesados en el mercado del riesgo de longevidad. Este índice está además alineado con las iniciativas más recientes del mercado internacional, que han permitido crear instrumentos de transferencia de riesgo sobre la base de índices análogos.
6. Los valores obtenidos por el *SLI*, calculado al nivel de confianza del 99,5%, nos permiten desarrollar un modelo interno para el subriesgo de longevidad que resulte alternativo a la fórmula estándar que establece la normativa de Solvencia II, mejorando significativamente los requisitos de capital regulatorio para las entidades que asumen riesgo de longevidad en sus balances.
7. Como medida adicional de la bondad del modelo interno, desarrollamos las métricas de gestión óptima del riesgo, como son *RORAC* y *Capital Allocation*, poniendo a disposición del gestor del riesgo las herramientas más modernas para la toma de decisiones de valor ajustado al riesgo incurrido.
8. En relación al punto anterior, presentamos también los diferentes mitigantes del riesgo de longevidad, de tal suerte que el asegurador pueda aplicar las diferentes palancas de mitigación, bien sea manteniendo en el balance el riesgo de longevidad o transfiriéndolo a un tercero.
9. Por su especial complejidad y por la escasa bibliografía disponible, la última aportación la centramos en el desarrollo de un modelo actuarial para la medida y la transferencia del riesgo de longevidad mediante el contrato *longevity swap*.

10. Adicionalmente a lo expuesto en el punto anterior, incorporamos el desarrollo de una herramienta (*Reinsurance Management Tool*) para la mejor gestión del riesgo asumido.

Podemos por tanto afirmar que el presente trabajo de investigación tiene como finalidad la aplicación práctica al negocio de la longevidad en el mercado español, de un conjunto integral de técnicas actuariales y de gestión del riesgo consideradas como las más avanzadas, y que permitirán la utilización de las diferentes palancas de optimización del negocio y el capital asignado al riesgo de supervivencia, de tal forma que un riesgo como este, que a priori pudiera parecer poco atractivo para una entidad de seguros de vida, se convierte en atractivo, no solo en términos de cuenta de resultados, sino de alivio en el balance económico bajo el marco de Solvencia II, en el que el asegurador obtendrá rentabilidades muy superiores a las de sus competidores, pudiendo incluso entregar al cliente parte de la ventaja competitiva que supone disponer de estos modelos. Podemos por tanto comprobar cómo los beneficios que se derivan del conocimiento preciso del riesgo confieren a la entidad de seguros una posición de liderazgo de mercado cuyo origen viene del conocimiento actuarial. Este argumento es uno de los fundamentos sobre los que se construyó el nuevo modelo de Solvencia II, esto es, la gestión eficiente del riesgo asumido.

ÍNDICE DE FIGURAS

Del capítulo 1

Figura 1. Curva de supervivencia en humanos de diferentes épocas	35
Figura 2. Curva de supervivencia. Número de supervivientes por cada 1.000 nacimientos	36
Figura 3. Curva de supervivencia con población supercentenaria	37
Figura 4. A. Resultados de la Seguridad Social y ajuste manual a la edad de 90 años (con límites de confianza aproximados de $+1\sigma$). B. Probabilidad de supervivencia por edad derivada de la curva en la figura A	38
Figura 5. Distribución de la duración de la vida adulta: Datos empíricos seleccionados 1687-2004 y el patrón hipotético predictivo de Fries	39
Figura 6. Ratio de mortalidad en solteros	42
Figura 7. Reino Unido: Tendencias y proyecciones de la esperanza de vida masculina. Esperanza de vida al nacer	43
Figura 8. Las mejoras de mortalidad en el tiempo para una misma edad	48
Figura 9. Disminución anual de la mortalidad. Hombres	50

Del capítulo 3

Figura 1. Distribución del número de fallecidos para hombres y mujeres en la población española, durante el periodo de 1960 a 2009. Edades observadas entre 20 y 100 años	80
Figura 2. Distribución del número de expuestos al riesgo para hombres y mujeres en la población española, durante el periodo de 1960 a 2009. Edades observadas entre 20 y 100 años	82
Figura 3. Distribución del número de expuestos al riesgo para hombres y mujeres en la población española, durante el periodo de 1960 a 2009. Edades observadas de entre 20 y 100 años	83
Figura 4. Evolución de los factores de mejora para hombres y mujeres en la población española, durante el periodo de 1960 a 2009. Edades observadas entre 20 y 100 años	85
Figura 5. Factor de reducción con periodo de referencia 1960, para hombres y mujeres en la población española, durante el periodo de 1960 a 2009. Edades observadas de entre 20 y 100 años	87
Figura 6. Ajuste, proyección y estrés de tendencia al 99,5% para la mortalidad de hombres españoles de 73 años. Utilización del modelo Lee-Carter con proyección ARIMA (1, 2, 1) para K_t	91
Figura 7. Valores β_x estimados por el modelo M1 y suavizados mediante regresión <i>B-spline</i> y <i>P-spline</i>	92
Figura 8. Arriba: Ejemplo de bases de <i>B-splines</i> utilizadas en los ajustes de las series observadas. Abajo: Proyecciones de la fuerza de mortalidad para de los 60 a los 63 años mediante el modelo M1 (izquierda) y M2 (derecha)	93
Figura 9. Valores de los parámetros α_x del modelo M1(izquierda), y valores ajustados linealmente de los modelos M1, M2 y M3	95

Figura 10. Valores ajustados y predicho de K_t y a la derecha, Ajuste, proyección y estrés al 99,5% de la fuerza de mortalidad a los 62 años con los modelos M1, M2 y M3	96
Figura 11. Producto de Kronecker Bidimensional de matrices de <i>B-splines</i>	97
Figura 12. Fuerza de mortalidad observada (izquierda) en la población de hombres española entre los años 1960 y 2009, y para edades entre los 40 y los 100 años, y sus correspondientes valores ajustados (derecha) mediante el modelo <i>P-spline</i> bidimensional	99
Figura 13. Fuerza de mortalidad observada y ajustada por el modelo M4 para hombres y mujeres españoles de 45 años (izquierda) y 73 años (derecha)	100
Figura 14. Fuerza de mortalidad ajustada y predicha hasta el 2020 y bandas de confianzas para la predicción en hombres de 73 años, mediante los modelos M3 y M4	101
Figura 15. <i>Backtesting</i> para diversas edades con modelos de Lee Carter suavizado y <i>P-spline</i>	102
Figura 16. <i>Backtesting</i> para el periodo [2001:2009]: ajuste, proyección y estrés con modelo M4	103
Figura 17. Factores de mejora para varones (izquierda) y mujeres (derecha) calculados a partir de los tantos centrales de mortalidad suavizados, aplicación del modelo M4 (<i>P-spline</i> 2d)	104
Figura 18. Factores de mejora medios por periodo para varones y mujeres calculados a partir del modelo M4	105
Figura 19. Factores de mejora medios por periodo para varones y mujeres calculados a partir del modelo M4	106

Figura 20. Proyección de los factores de mejora para varones (Modelo M4) desde el año 2009 hasta el año 2020 108

Figura 21. Mediana de los factores de mejora por edad para varones y mujeres. Las líneas discontinuas indican que los factores de mejora se calcularon con la proyección al 99,5% 121

Del capítulo 4

Figura 1. Pilares básicos de la Directiva de Solvencia II 115

Figura 2. Valoración económica de una compañía de seguros bajo Solvencia II 116

Figura 3. Estructura general de la fórmula estándar (QIS5). El subriesgo que trataremos en este capítulo será el de longevidad, perteneciente al riesgo de suscripción de vida 117

Figura 4. Muertes según la causa para personas de 60 o más años 127

Figura 5. Representación gráfica del *SLI-50* 138

Figura 6. Representación gráfica del *SLI-99,5* 142

Figura 7. Comparativa de factores anuales de la mortalidad desde 1908 en España y los países ahora miembros de la UE 145

Figura 8. Factores anuales de la mortalidad de España desde 1908 por tramos de edad (población total) 146

Figura 9. Factores anuales de la mortalidad de España desde 1908 por tramos de edad (hombres) 147

Figura 10. Factores anuales de la mortalidad de España desde 1908 por tramos de edad (mujeres) 147

Figura 11. <i>Shock</i> de longevidad hombres	155
Figura 12. <i>Shock</i> de longevidad mujeres	155
Figura 13. Análisis de normalidad de los residuos	167
Figura 14. Asegurados por edad y género de nuestra cartera asegurada	171
Figura 15. Composición de rentas medias de nuestra cartera asegurada por tramos de edad	172
Figura 16. Curvas de <i>shocks</i> de longevidad para contratos de rentas vitalicias, comparados.	174
Figura 17. Comparativa de <i>BEL</i> sin estresar respecto de los escenarios estresados bajo fórmula estándar (20%) y el propuesto en nuestro modelo interno	182
Figura 18. Comparativa de <i>SCR</i> según fórmula estándar (20%) respecto el del modelo interno propuesto	182

Del capítulo 5

Figura 1. Ejemplo de una transferencia completa de la cartera de rentas	202
Figura 2. Ilustración de la transferencia del riesgo mediante una <i>SPV</i>	203
Figura 3. Transferencia del riesgo de longevidad mediante un contrato <i>swap</i> vía mercado de capitales	208
Figura 4. Transacción de una <i>q-forward</i> de mortalidad en el mercado de capitales, donde la compañía reduce su exposición a la volatilidad de la experiencia de mortalidad	211
Figura 5. Enfoque <i>RORAC</i>	222

Figura 6. Comparativa de <i>SCR</i> y <i>RORAC</i> bajo fórmula estándar y modelo interno. Datos de cartera asegurada y <i>SCR</i> del capítulo 4	224
---	-----

Del capítulo 6

Figura 1. Transacción de riesgo de longevidad mediante un contrato <i>swap</i> de longevidad con el reasegurador	229
Figura 2. Componentes de la prima de reaseguro de un <i>swap</i> de longevidad	239
Figura 3. Ejemplo de <i>swap</i> de longevidad	242
Figura 4. Flujos de pagos fijos y variables esperados	245
Figura 5. Proceso de valoración y ejecución de un contrato <i>swap</i> de longevidad con el reaseguro	248
Figura 6. Flujos de pago previstos de la cartera de rentas vitalicias	261
Figura 7. Comparativa de flujos de pago estimados por la cedente respecto de los estimados por el reasegurador	263
Figura 8. Escenarios de flujos de pago observados	264
Figura 9. Comparativa de primas de reaseguro respecto de los flujos observados bajo el escenario "floating leg 1"	265
Figura 10. Patrón de pagos hechos de la reaseguradora hacia la cedente bajo el escenario "floating leg 2"	267
Figura 11. Comparativa de primas de reaseguro respecto de los flujos observados bajo el escenario "floating leg 2"	268
Figura 12. Patrón de pagos hechos de la reaseguradora hacia la cedente bajo el escenario "floating leg 2"	269

Figura 13. Representación gráfica del balance económico bajo Solvencia II antes del <i>swap</i>	272
Figura 14. Representación gráfica del balance económico bajo Solvencia II después del <i>swap</i> con reaseguradora AA	274
Figura 15. <i>Reinsurance Management Tool (RMT)</i>	279

ÍNDICE DE TABLAS

Del capítulo 1

Tabla 1. Proyecciones principales y de las variantes: Esperanza de vida supuesta al nacimiento y a la edad de 65 años en 2050 para el Reino Unido	34
Tabla 2. Impacto de supuestos de longevidad y las tasas de interés reales	44

Del capítulo 3

Tabla 1. Edad modal, media y desviación estándar para las observaciones por encima de la moda. Población española masculina	81
Tabla 2. Edad modal, media y desviación estándar para las observaciones por encima de la moda. Población española femenina	82
Tabla 3. Ecuaciones de los 4 modelos de mortalidad considerados. Las funciones β_x y K_t corresponden a efectos de edad y periodo, respectivamente. B son las bases de <i>B-spline</i> , y son los pesos asociados a dichas bases	83

Del capítulo 4

Tabla 1. Factores de mejora al 50% de nivel de confianza para la población masculina en España según los 4 métodos de proyección analizados en el capítulo 3	135
Tabla 2. Factores de mejora al 50% de nivel de confianza según los 4 métodos de proyección analizados en el capítulo 3 para la población femenina en España	136
Tabla 3. <i>Spanish Longevity Index (SLI-50)</i>	137

Tabla 4. Factores de mejora al 99,5% de nivel de confianza para la población masculina en España según los 4 métodos de proyección analizados en el capítulo 3	139
Tabla 5. Factores de mejora al 99,5% de nivel de confianza según los 4 métodos de proyección analizados en el capítulo 3 para la población femenina en España	140
Tabla 6. <i>Spanish Longevity Index (SLI-99,5)</i>	141
Tabla 7. <i>Shock</i> de longevidad hombres	153
Tabla 8. <i>Shock</i> de longevidad mujeres	154
Tabla 9. <i>Shock</i> de longevidad con estrés biométrico (hombres)	157
Tabla 10. <i>Shock</i> de longevidad con estrés biométrico (mujeres)	158
Tabla 11. Pensionistas de jubilación del Sistema de la Seguridad Social (año 2010)	170
Tabla 12. Cartera Asegurada	171
Tabla 13. Composición de rentas aseguradas de mi cartera	172
Tabla 14. <i>Shock</i> único de mi cartera, alternativo al 20%	175
Tabla 15. <i>Cashflows</i> por edad y sexo bajo un escenario aún sin estresar	177
Tabla 16. <i>Best Estimate</i> por edad y sexo bajo escenario aún sin estresar	177
Tabla 17. <i>Cashflows</i> por edad y sexo bajo escenario estresado de fórmula estándar (20%)	179
Tabla 18. <i>Best Estimate</i> por edad y sexo bajo escenario estresado de fórmula estándar (20%)	179

Tabla 19. <i>Shocks</i> propuestos por nuestro modelo interno	180
Tabla 20. <i>Cashflows</i> por edad y sexo bajo escenario estresado de modelo interno alternativo a la fórmula estándar	181
Tabla 21. <i>Best Estimate</i> por edad y sexo bajo escenario estresado de modelo interno alternativo a la fórmula estándar	181

Del capítulo 6

Tabla 1. Operaciones de <i>swaps</i> de longevidad	237
Tabla 2. Valoración de riesgo de contraparte bajo Solvencia II	255
Tabla 3. Cartera de rentas vitalicias objeto del contrato <i>swap</i> de longevidad	260
Tabla 4. Coste bajo el Escenario 1 de supervivencia observada	266
Tabla 5. Coste bajo el Escenario 2 de supervivencia observada	268
Tabla 6. Balance Económico bajo Solvencia II antes del <i>swap</i>	272
Tabla 7. Balance Económico bajo Solvencia II después de la permuta <i>swap</i> con reaseguradora AA	274
Tabla 8. Balance Económico bajo Solvencia II después de la permuta <i>swap</i> con reaseguradora BBB	276
Tabla 9. Balance Económico bajo Solvencia II después de la permuta <i>swap</i> con reaseguradora A	277
Tabla 10. Elementos clave para la búsqueda del contrato de reaseguro óptimo	278

BIBLIOGRAFÍA

ACEBO NIÑO, J.A. (2012). *Una forma de gestionar el riesgo de longevidad*. <http://es.scribd.com/doc/150597030/Longevity-Swaps>.

ADASME, M. (2009). *Longevidad. Soluciones de reaseguro*. XXV Seminario.

AKAIKE, H. (1973). «Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle». En: Petrof, B. y Csàki, editors, *Second International Symposium on Information*, pp. 267-281, Akademia Kiadó, Budapest.

ALBARRÁN, I., ALONSO, P. Y MARÍN, J.M. (2011), "Non-Linear Models of Disability and Age Applied to Census Data". En: *Journal of Applied Statistics*, 38 (9-10): pp. 2.151-2.164.

ALONSO, P. Y ALBARRÁN, I. (2008). *Análisis del riesgo en seguros en el marco de Solvencia II: Técnicas estadísticas avanzadas Monte Carlo y Bootstrapping*. Fundación MAPFRE.

AMICE (2009). *Partial Internal Models*.

ARIZA, F. (2012). *Incidencia de los Riesgos Técnicos en la Solvencia de las Compañías de Seguros de Vida: Concreción en el Riesgo de Longevidad*. Tesis Doctoral, UCM. <http://eprints.ucm.es/17825/1/T34115.PDF>.

ARIZA, F. (2013). "Antecedentes de Solvencia II (I de II): El seguro y su solvencia en la historia". En: *Revista de la Mutualidad de la Abogacía*, Nº 78. <http://www.mutualidadabogacia.com/Archivo/Revistas.aspx>.

ARIZA, F. (2013). "Antecedentes de Solvencia II (II de II): Marco regulatorio de Solvencia en la UE". En: *Revista de la Mutualidad de la Abogacía*, Nº 79. <http://www.mutualidadabogacia.com/Home/La-Mutualidad/Sala-de-Prensa/Revista.aspx>.

ARIZA, F. (2013). "El camino hasta Solvencia II en la Industria Europea del Seguro y perspectivas de futuro". En: *Revista Universitaria Europea (RUE)*. <http://www.revista-rue.eu/RUE/2013.htm>.

ARIZA, F. (2013). "El Riesgo de Longevidad bajo Solvencia II". En: *Revista del Instituto de Actuarios Españoles*, nº 32. <http://www.actuarios.org/espa/web-nueva/publicaciones/revista/revista.htm>.

ARIZA, F. (2013). "Nuevo marco normativo del sector asegurador: Solvencia II". En: *Revista de la Mutualidad de la Abogacía*, Nº 77. <http://www.mutualidadabogacia.com/Home/La-Mutualidad/Sala-de-Prensa/Revista.aspx>.

ARIZA, F. (2014). "El Riesgo de Longevidad: ¿Serán las pensiones públicas suficientes para financiar nuestra vejez?". En: *Revista de la Mutualidad de la Abogacía*, Nº 81. <http://www.mutualidadabogacia.com/Home/La-Mutualidad/Sala-de-Prensa/Revista.aspx>.

ARTZNER, P. (1999). "Application of Coherent Risk Measures to Capital Requirements in Insurance". En: *North American Actuarial Journal*, 2: 11-25.

BACIGALUPO, P.R. (2011). *Análisis de Modelos Actuariales de Longevidad. El caso de las edades extremas*. Tesina de la Universidad Carlos III de Madrid.

BALLOTA, L., ESPOSITO, G. Y HABERMAN, S. (2006). "The IASB Insurance Project for Life Insurance Contracts: Impact in Reserving Methods and Solvency Requirements". *Insurance Mathematics & Economics*, 39: 356-375.

BANKS, E. (2004). *Alternative Risk Transfer. Integrated Risk Management through Insurance, Reinsurance and Capital Markets*. John Wiley, Chichester.

BARNETT WADDINGHAM (2010). *Managing Longevity Risk – One solution*.

BARRIEU, P., BENSUSAN, H., EL KAROUI, N., HILLAIRET, C., LOISEL, S., RAVANELLI, C., SALHI, Y. y E&D (2009). *Longevity-Mortality*. SCOR Global Life.

BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION (2013). *Consultative Papers on Longevity Risk Transfer Markets and Point of Sale Disclosure*. Joint Forum.

BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION (2013). *Longevity Risk Transfer Markets: Market Structure, Growth Drivers and Impediments, and Potential Risks*. Joint Forum.

BENITO, J. A. (2003). *El reaseguro*. Editorial Mapfre.

BENJAMIN, B. y POLLARD, J. (1992). *The Analysis of Mortality and Other Actuarial Statistics*. Butterworth-Heinemann, London, 6ª edición.

BENJAMIN, J. y SOLIMAN A.S. (1993). *Mortality on the Move*. Actuarial Education Service, Oxford.

BERGER, A.N., HERRING, R.J. y SZEGO, G.P. (1995). "The Role of Capital in Financial Institutions". En: *Journal of Banking and Finance*, 19: 393-430.

BIFFIS, E., BLAKE, D., PITOTTI, L, SUN, A. (2011). *The Cost of Counterparty Risk and Collateralization in Longevity Swaps*. Swiss Institute (Roma).

BIRD, M. (2009). *Longevity Swaps: The First Pension Fund Deals*. http://www.aon.com/unitedkingdom/attachments/thought-leadership/longevity_swaps.pdf.

BIRD, M., WILMINGTON, M. (2012). *Longevity De-risking in Action –What Are the Motivations and Practicalities of a Longevity Swap Trade*. Institute of Actuaries Mortality and Longevity Seminar 2012, Aon Hewitt Risk Settlement Group.

BIS (1999). *A New Capital Adequacy Framework*, Consultative Paper. Basel Committee on Banking Supervision.

BLAKE, D. (2003). *Reply to Survivor Bonds: A comment on Blake and Barrows*. *Journal of Risk and Insurance*, 70(2): 349-351.

BLAKE, D. (2009). *The Birth of the Life Market*. Pensions Institute.

BLAKE, D., BURROWS, W. (2001) "Survivor Bonds: Helping to Hedge Mortality Risk". En: *Journal of Risk and Insurance*, 68(2): 339-348.

BLAKE, D., BURROWS, W., ORSZAG, M. (2000). *Survivor Bonds and Compulsory Annuity: Two Ways of Helping the Private Sector Reduce the Costs of Pension Provision*. The Pensions Institute. Revised, June 2000. <http://www.pensions-institute.org/workingpapers/wp199910.pdf>.

BLAKE, D., CAIRNS, A. J. G. Y DOWD, K. (2006). *Living with Mortality: Longevity Bonds and Other Mortality-Linked Securities*. Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries. http://www.actuaries.org.uk/files/pdf/sessional/fac_sm20060116.pdf.

BLAKE, D., COURBAGE, C., MACMINN, R., SHERRIS, M. (2012). *Longevity Risks and Capital Markets: The 2010-2011 Update*. Pensions Institute.

BLASCHKE E. (1923). "Sulle tavole di mortalità variabili col tempo". En: *Giornale di Matematica Finanziaria*, 5: 1-31.

BOOTH, H. AND TICKLE, L. (2008). "Mortality Modelling and Forecasting: a Review of Methods". En: *Annals of Actuarial Science*, 3: 3-43.

BOOTH, H., MAINDONALD, J., y SMITH, L. (2002). "Applying Lee-Carter Under Conditions of Variable Mortality Decline". En: *Population Studies*, 56(3):325-336.

BÖRGER, M. (2010). *Analysis of the Solvency II Standard Model Approach to Longevity Risk*. Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften, Universität ULM.

BOWERS, N.L., GERBER, H.U., HICKMAN, J.C., JONES, D.A. AND NESBITT, C.J. (1986). *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, Itasca, Illinois, U.S.A.

BRENDER A. (2002). "The Use of Internal Models for Determining Liabilities and Capital Requirements". En: *North American Actuarial Journal*, 6(2): 1-10.

BROUHNS, N., DENUIT, M., AND VERMUNT J. K. (2002). "A Poisson Log-Bilinear Regression Approach to the Construction of Projected Life Tables". En: *Insurance: Mathematics and Economics*, 31: 373-393.

C.M.I. (2005). *Projecting future mortality: Towards a Proposal for a Stochastic Methodology, Working Paper 15*, The Faculty of Actuaries and Institute of Actuaries.

CAIRNS, A., BLAKE, D. y DOWD, K. (2006) "A Two-Factor Model for Stochastic Mortality with Parameter Uncertainty: Theory and Calibration". En: *Journal of Risk Insurance*, 73: 687-781.

CAIRNS, A., BLAKE, D. y DOWD, K. (2008). "Modelling and Management of Mortality Risk: a Review". En: *Scandinavian Actuarial Journal*, 108, (2-3): 79-113.

CAIRNS, A., BLAKE, D. y DOWD, K., COUGHLAN, G., EPSTEIN, D., ONG, A. Y BALEVICH, I. (2009). "A Quantitative Comparison of Stochastic Mortality Models using Data from England and Wales and the United States". En: *North American Actuarial Journal*, 13(1): 1-35.

CAMARDA, C. (2012). "Mortalitysmooth: An r package for smoothing poisson counts with *p-splines*". En: *Journal of Statistical Software*, 50: 1-24.

CAMPAGNE, C. (1961), *Standard minimum de solvabilité applicable aux entreprises d'assurances*, Informe de la OECE, 11 Marzo. Reimpreso en Het Verzekerings-Archief deel XLVIII, 1971-1974.

CAMPOMANES, A. (2010). *El salto cualitativo: Test de uso*, AVIVA.

CARTER, L. Y LEE, R. (1992). "Modeling and Forecasting U. S. Sex Differentials in Mortality". En: *International Journal of Forecasting*, 8(3): 393-411.

CEA. (2007). *Results and Discussion on the Impact Assessment of the future Solvency II Framework on Insurance Products and Markets*.

CEA. (2009). *Amended Proposal for the Solvency II Directive*. Disponible en www.cea.eu.

CEIOPS. *Consultation Papers. (s/f)*.

CEIOPS (2007). *Draft CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II*.

CEIOPS (2008). *Annual Report 2008 and Work Programme 2009*.

CÓBRECES, V.M. (2013). *Graduación del riesgo de tendencia de longevidad: modelización práctica según metodología INE y CMI*. Trabajo final de Máster, Universidad Carlos III de Madrid.

COCOZZA, R. y DI LORENZO, E. (2006). "Solvency of Life Insurance Companies: Methodological Issues". En: *Journal of Actuarial Practice*, 13: 81-101.

CONNELL, A., SMITH, J. (2011). *Population Based Longevity Swaps*. Schrodgers. <http://www.schrodgers.com/staticfiles/Schrodgers/Products/Property/Eloqua%20Attachments/index-longevity-hedging-QA.pdf>.

CONTINUOUS MORTALITY INVESTIGATION (2011). *CMI Working paper 55: The CMI Mortality Projections Model, CMI_2011*. The Faculty of Actuaries and Institute of Actuaries.

CONTINUOUS MORTALITY INVESTIGATION (2012). *Working paper 63: The CMI Mortality Projections Model, CMI_2012*. The Faculty of Actuaries and Institute of Actuaries.

COUGHLAN, G., D. EPSTEIN, A. ONG, A. SINHA, J. HEVIA-PORTOCARRERO, E. GINGRICH, M. KHALAF-ALLAH, P. JOSEPH (2007). *Lifemetrics Technical Document*. J.P. Morgan Pension Advisory Group.

COUGHLAN, G., D. EPSTEIN, A. SINHA, P. HONIG. (2007b). *Q-Forwards: Derivatives for Transferring Longevity and Mortality Risks*. J.P. Morgan Pension Advisory Group.

COUGHLAN, G., M. KHALAF-ALLAH, Y. YE, S. KUMAR, A.J.G. CAIRNS, D. BLAKE, K. DOWN (2011). "Longevity Hedging 101: A Framework for Longevity Basis Risk Analysis and Hedge Effectiveness". En: *North American Actuarial Journal*, 15(2): 150-176.

COWLEY, A., CUMMINS D. (2005). "Securitization of Life Insurance Assets and Liabilities". En: *Journal of Risk and Insurance*, 72(2): 193-226.

COX, S.H., Y. LIN (2007). "Natural Hedging of Life Annuity Mortality Risks". En: *North American Actuarial Journal*, 11(3): 1-15.

CRAMÉR H. and H. WOLD (1935). *Mortality Variations in Sweden: a Study in Graduation and Forecasting*. Skandinavisk Aktuarietidskrift, 18: 161-241.

CUESTA AGUILAR, F. (2008). *Control de riesgos y Solvencia II: Requerimientos de capital del QIS4 de la fórmula estándar SCR y MCR*, Formafinanzas-DGS.

CURRIE, I. (2012). "Forecasting with the Age-Period-Cohort Model?" En: *Proceedings of 27th International Workshop on Statistical Modelling*, Prague, pages 87-92.

CURRIE, I. (2013). "Smoothing constrained generalized linear models with an application to the lee-carter model". En: *Statistical Modelling*, 13:69-93.

CURRIE, I., DURBÁN, M. y EILERS, P. (2004). "Smoothing and forecasting mortality rates". En: *Statistical Modelling*, 4: 279-298.

CURRIE, I.D. (2006). *Smoothing and Forecasting Mortality Rates with P-Splines*. Talk given at the Institute of Actuaries, June 2006.

DAV2004 ©. *Tabla actuarial de supervivencia*. Devineau (2009). <http://fr.milliman.com/publications/bulletin/index.php>.

DAYKIN, C.D., E.R.F. DEVITT, M.R. KAHN Y J.P. MCCAUGHAN (1984). "The Solvency of General Insurance Companies". En: *Journal of the Institute of Actuaries*, 111: 279-336.

DE BOOR, C. (2001). *A Practical Guide to Splines*. Applied Mathematical Sciences. Springer-Verlag, New York.

DE WAEGENAERE, A., MELENBERG, B. Y STEVENS, R. (2009). *Longevity Risk*. Netspar.

DEBÓN, A. (2003). *Graduación de tablas de mortalidad. Aplicaciones actuariales*. Universitat de Valencia.

DELWARDE A. Y DENUIT M. (2006). *Construction de tables de mortalité périodiques et prospectives*. Ed. Economica, París.

DELWARDE, A., DENUIT, M. y EILERS, P. (2007). *Smoothing the lee-carter and poisson logbilinear models for mortality forecasting: a penalized log-likelihood approach*. *Statistical Modelling*, 7: 29-48.

DI LORENZO, E. y SIBILIO, M. (1999) *Longevity Risk: Measurement and Application Perspectives*.

DJEUNDJE, V. y CURRIE, I. (2010). "Smoothing Dispersed Counts with Applications to Mortality Data". En: *Annals of Actuarial Science*, 5: 33-52.

DOWD, K., BLAKE, D., CAIRNS, A.J.G., DAWSON, P. (2004). *Survivor Swaps*. Centre for Risk & Insurance Studies (CRIS). Discussion Paper Series-2004. VII.

DOWD, K., BLAKE, D., CAIRNS, A.J.G., DAWSON, P. (2006). *Survivor Swaps*. *Journal of Risk and Insurance*, 73(1): 1-17.

EILERS, P. y MARX, B. (1996). "Flexible Smoothing with B-Splines and Penalties". En: *Statistical Science*, 11: 89-121.

EILERS, P., CURRIE, I. y DURBÁN, M. (2006). "Fast and compact smoothing on large multidimensional grids." En: *Computational Statistics and Data Analysis*, 50: 60-76.

FELIPE, A., GUILLÉN, M. y PÉREZ-MARÍN, A. (2002). "Recent Mortality Trends in the Spanish Population". En: *British Actuarial Journal*, 8(4): 757-786.

FIIG, S., y MOLLER, T. (2013). *A Partial Internal Model for Longevity Risk*.

FINKELSTEIN, A., POTERBA, J. (2004). "Adverse Selection in Insurance Markets: Policyholder Evidence from the U.K. Annuity Marke". En: *Journal of Political Economy*, 112.

FREY, A., KIROVA, M., SCHMIDT, C. (2009). *La función de los índices en la transferencia de los riesgos del seguro a los mercados de capitales*. Sigma (Swiss Re). Sigma Swiss Re.

FRIEDBERG, L., WEBB, A. (2006). *Life is Cheap: Using Mortality Bonds to Hedge Aggregate Mortality Risk*. National Bureau of Economic Research. Working Paper 11984. <http://www.nber.org/papers/W11984>.

FRIES, J.F. (1980). "Aging, natural death, and the compression of morbidity". En: *The New England Journal of Medicine*, 303: 130-135.

FSA (2008). *Insurance Risk Management: The Path to Solvency II*. Discussion Paper, septiembre.

Fundación MAPFRE/ICEA (2012). *La percepción Social del Seguro en España*.

GERBER, H. (1997). *Life Insurance Mathematics*. Springer-Verlag, Berlín.

GOMPERTZ, B. (1825). "On the Nature of the Function of the Law of Human Mortality and On a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies". En: *Philosophical Transactions of The Royal Society*, 115: 513-585.

GONZÁLEZ-PÁRAMO, J. M. (2008). *El Problema del envejecimiento de la población*. Fundación de Estudios Financieros.

GONZÁLEZ-PÁRAMO, J. M. y N. BADENES (2007). *Ahorro, riqueza y endeudamiento de las familias*.

GUILLÉN, M. (DIR.), ALBARRÁN, I.; ALCANIZ, M.; AYUSO, M., BLAY, D. y MONTEVERDE, M. (2007) *Longevidad y dependencia en España: consecuencias sociales y económicas*, Fundación BBVA.

HABERMAN S. y SIBBETT T.A. (eds) (1995). *History of Actuarial Science*. Pickering & Chatto, London.

HABERMAN, S. (1996). *Landmarks in the History of Actuarial Science (up to 1919)*. Department of Actuarial Science and Statistics, City University, London. Actuarial Research Paper No. 84.

HABERMAN, S. and E. PITACCO (1999). *Actuarial Models for Disability Insurance*. Chapman & Hall / CRC.

HALD A. (1987). "On the Early History of Life Insurance Mathematics". En: *Scandinavian Actuarial Journal*, 1: 4-18.

HÁRI, N., DE WAEGENAERE, A., MELENBERG, B. y NIJMAN, T.E. (2007). *Longevity Risk in Portfolios of Pension Annuities*. Insurance Mathematics & Economics.

HOLFORD, T.R. (1991). "Understanding the Effects of Age, Period, and Cohort on Incidence and Mortality Rates". En: *Annual Review of Public Health*, 12: 425-457.

HORIUCHI, S. y WILMOTH, J. (1998). "Deceleration in the Age Pattern of Mortality at Older Ages". En: *Demography*, 35: 391-412.

HOWARD (2006). *Canadian Annuitant Mortality Table*.

HUMBLE Y WILSON (2008). *Drivers of Longevity Projections in Particular with Reference to Smoking*.

ICEA (2010). *Curso cálculo del BE en las PT de vida*.

ITURRIOZ, J., MORENO, R. (2004). *El seguro como instrumento de inversión-previsión*. Productos Financieros y Operaciones de Inversión.

JORGENSEN, P.L. (2004). "On Accounting Standards and Fair Valuation of Life Insurance and Pensions Liabilities". En: *Scandinavian Actuarial Journal*, 5: 372-394.

KANNISTO, V., 2000. *Measuring the Compression of Mortality*. Demographic Research, 3(6).

KARELSE, J. (2012). *Hedging the Unhedgeable Longevity Risk*. <http://zanders.eu/en/publications/article/hedging-the-unhedgeable-longevity-risk>.

KAUFHOLD, K. (2013). *How to Price Longevity Swaps*. Reinsurance Section News. Society of Actuaries.

KAUFHOLD, K. (2014). *A Benchmark for Longevity Swap Prices*. Longevitas. <http://www.longevitas.co.uk/site/informationmatrix/abenchmarkforlongevityswaps.html>.

KEIL, T. (2012). *Reaseguros de vida bajo Solvencia II*. Scor.

KELLER, P. (2007). *Internal Models for the Swiss Solvency Test*. Mitteilungen der Schweiz. Aktuarvereinigung.

KHALAF-ALLAH, M. y HABERMAN, S. (2006). "Measuring the Effect of Mortality Improvements On the Cost of Annuities". En: *Insurance: Mathematics & Economics*, 39(2).

KOCH, J., (2009). *Riesgo de longevidad. Modelos de proyección matemáticos actuariales*. Watson Wyatt. Worldwide.

LEE, R. (2000). "The Lee-Carter Method for Forecasting Mortality, with Various Extensions and Applications". En: *North American Actuarial Journal*, 4(1):80-91.

LEE, R. y CARTER, L. (1992). "Modeling and Forecasting U.S. Mortality". En: *Journal of the American Statistical Association*, 87:659-675.

LI, J. S.-H., A. Luo (2012). "Key Q-Duration: A Framework for Hedging Longevity Risk". En: *Astin Bulletin*, 42(2): 413-452.

LI, J. S.-H., M.R. Hardy (2011). "Measuring Basis Risk in Longevity Hedges". En: *North American Actuarial Journal*, 15(2): 177-200.

LI, N. Y LEE, R. (2005). "Coherent Mortality Forecast For a Group of Populations: An Extension of the Lee-Carter Method". En: *Demography*, 42(3): 575-593.

LLMA (2010). *Longevity Index Framework: A Framework for Building Longevity Indices Developed by the LLMA*. <http://www.llma.org>.

LLMA (2010). *Longevity Pricing Framework*. <http://www.llma.org>.

LLMA (2010). *The Development of a Longevity and Mortality Trading Market*. VI International Longevity Risk and Capital Markets Solutions Conference.

LÓPEZ-MORENO, S., CORCHO-BERDUGO, A. y LÓPEZ-CERVANTES, M. (1998). *La hipótesis de la comprensión de la morbilidad: un ejemplo de desarrollo teórico en epidemiología*. *Salud pública de México* / vol.40, no.5.

MACDONALD A.S., A.J.G. CAIRNS, P.L. GWILT and K.A. MILLER (1998). "An International comparison of recent trends in population mortality". En: *British Actuarial Journal*, 4: 3-141.

MAKEHAM, W. (1860). "On the law of mortality and the construction of annuity tables". *Journal of the Institute of Actuaries*, 8: 301-310.

MAPFRE, (2012). *La percepción Social del Seguro en España*.

MARTÍNEZ PARRA, L.S. (2013). *Análisis de la longevidad para la población española bajo el método Kannisto-Thatcher*. Trabajo final de Máster, Universidad Carlos III de Madrid, páginas 95-96.

MILLIMAN (2009). "Longevity Risk Capital Under Solvency II: Internal Models Versus the Standard Formula Approach". En: *Issues in Brief*. Milliman (2011). *Longevity Risk, Risk Books*.

MILLIMAN (2011). *Modelling Longevity Risk for Solvency II*. Case Study.

MINA, J. y XIAO, J.Y. (2001). *Return to RiskMetrics: The Evolution of a Standard, RiskMetrics*. Nueva York.

MINISTERIO DE SEGURIDAD SOCIAL Y EMPLEO, España (2010). *Aula de la Seguridad Social*.

MODU, E., (2012). *Life Settlement Securitization*. A.M. Best Methodology.

MORENO, R., TRIGO, E. (2008). *Una introducción al nuevo marco para la evaluación de la solvencia de la entidad aseguradora*. Riesgos, Seguros y Finanzas.

MORGAN, J.P. (2007). *LifeMetrics: A Toolkit for Measuring and Managing Longevity and Mortality Risks*. Technical Documents.

NORBERG, R. (1993). *A Solvency Study in Life Insurance*. Paper presentado en el III AFIR Colloquium, Roma, 30 marzo-3 abril.

OLIVERI A. (2001). "Uncertainty in Mortality Projections: An Actuarial Perspective". En: *Insurance: Mathematics & Economics*, 29(2): 231-245.

OLIVERI, A., PITACCO, E., (2003). "Solvency Requirements for Pensions Annuities". En: *Journal of Pension Economics & Finance*, 2(2): 127-157.

OLIVIERI, A. y PITACCO, E. (2005). *The Cost of Target Capital in the Valuation of Life Annuity Business*.

OLIVIERI, A. y PITACCO, E. (2008). *Assessing the Cost of Capital for Longevity Risk*.

PACCAUD, F., SIDOTI PINTO, C., MARAZZI, A. & MILI, J., (1998). "Age at Death and Rectangularisation of the Survival Curve: Trends in Switzerland, 1969-1994". En: *J Epidemiol Community Health*, 52: 412-415.

PANJER, H. (2002). *Measurement of Risk, Solvency Requirements and Allocation of Capital within Financial Conglomerates*. AFIR/ICA, Cancún.

PARLAMENTO EUROPEO. *Directiva 2009/138/CE de 25 de noviembre de 2009, sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II)*. Diario oficial de la Unión Europea.

PENSION INSTITUTE (2009). *On Stochastic Mortality Modelling*. Discussion Paper PI-0908.

PENTIKÄINEN, T. (1952). *On the Net Retention and Solvency of Insurance Companies*. Skandinavisk Aktuarietidskrift.

PÉREZ, M.J. (2006). *Cobertura alternativa del riesgo de longevidad a través de bonos y swaps de los mercados de capital*. MAPFRE.

PITACCO, E. (2002). *Longevity Risk in Living Benefits*. Center for Research on Pensions and Welfare Policies, Working Paper 23/02.

PITACCO E. (2004a). "From Halley to Frailty: A Review of Survival Models for Actuarial Calculations". En: *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari*, 67(1-2): 17-47.

PITACCO E. (2004b). "Survival Models in a Dynamic Context: A Survey". En: *Insurance: Mathematics & Economics*, 35 (2): 279-298.

PITACCO, E. (2007). *Mortality and Longevity: A Risk Management Perspective*. Invited lecture, 1st IAA Life Colloquium.

PITACCO, E., M. DENUIT, S. HABERMAN, A. OLIVIERI (2009). *Modelling Longevity Dynamics for Pensions and Annuity Business*. Oxford University Press, Oxford.

PLAT (2009); *On Stochastic Mortality Modeling*. University of Amsterdam (UvA).

POZUELO DE GRACIA, E. (2007). *Solvencia II: Capital Económico en Aseguradoras*.

PWC – Universidad Carlos III de Madrid (2011). *Curso superior en Modelos internos para riesgo de suscripción de vida*.

RANTALA, J. y M. VESTERINEN (1995). *A Report on Assessing the Solvency of Insurance Companies*. CEA Anexo a CP 004.

RENSHAW, A. E. and S. HABERMAN (2003). "Lee-Carter Mortality Forecasting with Age Specific Enhancement". En: *Insurance: Mathematics and Economics*, 33(2): 255-272.

RENSHAW, A. R. y HABERMAN, S. (2006). "A Cohort-Based Extension to the Lee-Carter Model for Mortality Factors". En: *Insurance: Mathematics and Economics*, 38: 556-570.

RICHARDS, S. y JONES, G., (2004). *The Financial Implications of Longevity Risk*.

RICHARDS, S.J., CURRIE, I., y RITCHIE, G. (2012). *A Value-at-Risk Framework for Longevity Trend Risk*. The Institute and Faculty of Actuaries.

RICHARDSON, D. (2010). *Longevity Swaps: How They Fit Into Your Longevity Risk Mitigation Strategy*. Marcus Evans Conference on Longevity and Mortality Risk Management, London, UK.

ROBERTSON, C., GANDIDI, S. y BOYLE, P. (1999). "Age-Period-Cohort Models: A Comparative Study of Available Methodologies". En: *Journal of Clinical Epidemiology*, 52: 569-583.

ROBINE et ál. (2008). *Is There a Limit To the Compression of Mortality?*

ROBJOHNS, N., y COURQUIN, S.(2012). *Latest issues in longevity pricing and reserving*. Life Conference 2012.

RODRÍGUEZ-PARDO, J. M. (2011). *La incertidumbre bioactuarial en el riesgo de longevidad: Reflexiones bioéticas*. Fundación MAPFRE.

RODRÍGUEZ-PARDO, J.M (2012). "El riesgo de longevidad en Solvencia II". En: *Revista Análisis Financiero*. Nº. 14, 2011, págs. 23-36.

RODRÍGUEZ-PARDO, J. M. (2013). "El riesgo de longevidad en personas centenarias". En: *Revista Gerencia de Riesgos y Seguros*.

RStudio 2009-2012, Inc. Version 0.97.551.

RUPPERT, D. (2002). "Selecting the Number of Knots for Penalized Splines". En: *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 11: 735-757.

SÁNCHEZ, I., LÓPEZ, S., QUIROGA, R. (2007). *Estrategias óptimas de desacumulación de riqueza durante la jubilación*. Proyecto de investigación financiado por el Instituto de Mayores y Servicios Sociales.

SANDSTRÖM, A. (2006). *Solvency: Models, Assessment and Regulation*. Chapman & Hall/ CRC.

SCHWARZ, G. (1978). "Estimating the Dimension of a Model". En: *Annals of Statistics*, 6: 461- 464.

SHARMA (2002). *Prudential Supervision of Insurance Undertakings*. Conference of Insurance Supervisory Services of the Member States of the European Union (ahora EIOPA), (grupo de trabajo dirigido por Paul Sharma, U.K.). Disponible en www.ceiops.org.

SHAW, C. (2007). *Fifty years of United Kingdom National Population Projections. How Accurate Have They Been?* Population Trends 128-Office for National Statistics.

STEVENS (2008). *Longevity Risk*. Netspar.

STIBICH, M. (2010). *What are longevity swaps?* <http://longevity.about.com/od/agingproblems/f/longevity-swaps.htm>.

SWISS RE (2007). *Seguro de rentas: una solución privada para el riesgo de longevidad*. SIGMA.

SWISS RE Sigma (2010).

TABEAU E., VAN DEN BERG JETHS A. and HEATHCOTE C. (eds) (2001). *Forecasting Mortality in Developed Countries*. Kluwer Academic Publishers.

TRIGO, E., MORENO, R., BETZUEN A., DE LA PEÑA I., ITURRICASTILLO, I. (2013). "Nuevos instrumentos para la gestión de los riesgos de longevidad/mortalidad". En: *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, 3ª época, 19: 101-134.

TULJAPURKAR, S. y BOE, C. (1998). "Mortality Change and Forecasting: How Much and How Little Do We Know". En: *North American Actuarial Journal*, 2(4):13-47.

UNESPA (2010). *Estudio sobre el riesgo de longevidad*.

UNESPA (2010). QIS5. *Resumen Especificaciones Técnicas*.

VAN DELFT, K. (2012). *Valuation of Longevity Swaps in a Solvency II Framework*. Netspar.

VEGAS, A. (1982). *Estadística: Aplicaciones econométricas y actuariales*. Ed. Pirámide.

VEGAS, J. (1991) *El riesgo actuarial: Operaciones de seguros de vida*. Actuarios, 5: 30-325.

VICENTE, A. *El sistema de pensiones como indicador de la calidad de vida de la población pasiva: el futuro del sistema de pensiones. Reformas*. FCAVN nº14. ECONOMI GERIZAN.

VICENTE, A., HERNÁNDEZ, J., ALBARRÁN, I. y RAMÍREZ, C. (2002). *Proyección y estudio de una población. El papel de la mortalidad*. Documento de trabajo nº. 2002-03. Universidad Complutense de Madrid.

VILLANUEVA, J. (2011). *Derivados de longevidad: aplicación práctica de los modelos de Dowd y Wang para la valoración de derivados*. Tesina final de Master Ciencias Actuariales y Financieras, Universidad Carlos III de Madrid.

VRIES, A. (2012). *Longevity: An Insurable Risk? Update on Longevity Reinsurance*. RGA.

WEBERSINKE, A. (2009). *Why Does Mortality Improve?* Gen Re. 2º Seminario Inter. Products Trends.

WILMOTH, J. (1993). *Computational Methods for and Extrapolating the Lee-Carter Model of Mortality Change*. Technical report, Department of Demography, University of California, Berkeley.

WONG-FUPLY C. and HABERMAN S. (2004). "Projecting Mortality Trends: Recent Developments in the United Kingdom and the United States". En: *North American Actuarial Journal*, 8: 56-83.

WEBS

lexicon.ft.com/Term?term=longevity-swap.

www.actuaries.org.

www.area-xxi.com.

www.cea.eu.

www.dgsfp.meh.es/sector/solvencia2.asp.

www.EIOPA.europa.eu.

www.env.go.jp/en/wpaper/1996/ese240000000000html.

www.iaisweb.org.

www.ine.es.

www.lifemetrics.com.

www.longevitas.co.uk/site.

www.longevity-risk.org.

www.mercadoasegurador.com.ar/adetail.asp?id=3576.

www.mortality.org.

www.mutualidadabogacia.com

www.pensionfundsonline.co.uk/content/pension-funds-insider/governance/expect-more-longevity-swap-transactions-says-report/906.

www.pensionsworld.co.uk/pw/article/longevity-swaps-1231391.

www.seg-social.es/Internet_1/index.htm.

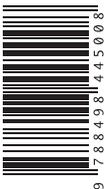
www.unespa.es.

FUNDACIÓN **MAPFRE**

www.fundacionmapfre.org

Paseo de Recoletos, 23

28004 Madrid



9 788498 445008