MINISTERIO DE TRABAJO Y ASUNTOS SOCIALES
INSTITUTO NACIONAL DE SEGURIDAD E HIGIENE EN EL TRABAJO
Documentación

NTP 331: Fiabilidad: la distribución de Weibull

Fiabilité: la distribution de Weibull
Reliability: the Weibull distribution

Redactor:

José Mª Tamborero del Pino
Ingeniero Industrial

CENTRO NACIONAL DE CONDICIONES DE TRABAJO

Objetivo

El objetivo de la presente NTP es exponer un tipo de distribución estadística aplicable al estudio de la fiabilidad en problemas relativos a la fatiga y vida de componentes y materiales. La distribución de Weibull, que recibe su nombre del investigador sueco que la desarrolló, se caracteriza por considerar la tasa de fallos variable, siendo utilizada por su gran flexibilidad, al poder ajustarse a una gran variedad de funciones de fiabilidad de dispositivos o sistemas.

Introducción

La prevención de pérdidas o seguridad industrial aplicada con rigor científico está basada, en gran parte, en la aplicación de los métodos probabilísticos a los problemas de fallos en los procesos industriales. Todo ello se ha llevado a cabo a través de una disciplina denominada **ingeniería de fiabilidad**, para la cual se disponen de las adecuadas técnicas de predicción, que han sido fundamentales para el aseguramiento de la calidad de productos y procesos. (Para recordar los conceptos básicos sobre fiabilidad se remite al lector a la **NTP 316- Fiabilidad de componentes- la distribución exponencial**).

La distribución de Weibull complementa a la distribución exponencial y a la normal, que son casos particulares de aquella, como veremos. A causa de su mayor complejidad sólo se usa cuando se sabe de antemano que una de ellas es la que mejor describe la distribución de fallos o cuando se han producido muchos fallos (al menos 10) y los tiempos correspondientes no se ajustan a una distribución más simple. En general es de gran aplicación en el campo de la mecánica.

Aunque existen dos tipos de soluciones analíticas de la distribución de Weibull (método de los momentos y método de máxima verosimilitud), ninguno de los dos se suele aplicar por su complejidad. En su lugar se utiliza la resolución gráfica a base de determinar un parámetro de origen (t_0). Un papel especial para gráficos, llamado papel de Weibull, hace esto posible. El procedimiento gráfico, aunque exige varios pasos y una o dos iteraciones, es relativamente directo y requiere, a lo sumo, álgebra sencilla.

La distribución de Weibull nos permite estudiar cuál es la distribución de fallos de un componente clave de seguridad que pretendemos controlar y que a través de nuestro registro de fallos observamos que éstos varían a lo largo del tiempo y dentro de lo que se considera tiempo normal de uso. El método no determina cuáles son las variables que influyen en la tasa de fallos, tarea que quedará en manos del analista, pero al menos la distribución de Weibull facilitará la identificación de aquellos y su consideración, aparte de disponer de una herramienta de predicción de comportamientos. Esta metodología es útil para aquellas empresas que desarrollan programas de mantenimiento preventivo de sus instalaciones.

Características generales

Sabemos que la tasa de fallos se puede escribir, en función de la fiabilidad, de la siguiente forma:

$$\lambda(t) = -\frac{\frac{d[R(t)]}{dt}}{R(t)}$$

ó R (t) = exp [- ∫ λ (t) d t]

siendo:

λ (t) - Tasa de fallos

R (t) - Fiabilidad

F (t) - Infiabilidad o Función acumulativa de fallos

t - Tiempo

En 1951 Weibull propuso que la expresión empírica más simple que podía representar una gran variedad de datos reales podía obtenerse escribiendo :

$$\int \lambda(t)dt = \left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^{\beta}$$

por lo que la fiabilidad será:

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^{\beta}\right]$$

siendo :

t_0 - parámetro inicial de localización

η - parámetro de escala o vida característica

ß - parámetro de forma

Se ha podido demostrar que gran cantidad de representaciones de fiabilidades reales pueden ser obtenidas a través de ésta ecuación, que como se mostrará, es de muy fácil aplicación.

La distribución de Weibull se representa normalmente por la función acumulativa de distribución de fallos F (t):

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^{\beta}\right] \quad (1)$$

siendo la función densidad de probabilidad:

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^{\beta - 1} \exp\left[-\left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^{\beta}\right] \quad (2)$$

La tasa de fallos para esta distribución es:

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^{\beta - 1} \quad (3)$$

Las ecuaciones (1), (2) y (3) sólo se aplican para valores de $(t - t_0) \geq 0$. Para valores de $(t - t_0) < 0$, las funciones de densidad y la tasa de fallos valen 0. Las constantes que aparecen en las expresiones anteriores tienen una interpretación física :

- t_0 es el parámetro de posición (unidad de tiempos) 0 vida mínima y define el punto de partida u origen de la distribución.
- η es el parámetro de escala, extensión de la distribución a lo largo, del eje de los tiempos. Cuando $(t - t_0) = \eta$ la fiabilidad viene dada por:

  $R(t) = \exp - (1)^{ß} = 1/\exp 1^{ß} = 1 / 2{,}718 = 0{,}368$ (36,8%)
  Entonces la constante representa también el tiempo, medido a partir de $t_0 = 0$, según lo cual dado que F (t) = 1 - 0,368 = 0,632, el 63,2 % de la población se espera que falle, cualquiera que sea el valor de ß ya que como hemos visto su valor no influye en los cálculos realizados. Por esta razón también se le llama usualmente vida característica.
- ß es el parámetro de forma y representa la pendiente de la recta describiendo el grado de variación de la tasa de fallos.

Las variaciones de la densidad de probabilidad, tasa de fallos y función acumulativa de fallos en función del tiempo para los distintos valores de ß, están representados gráficamente en la Figura 1.

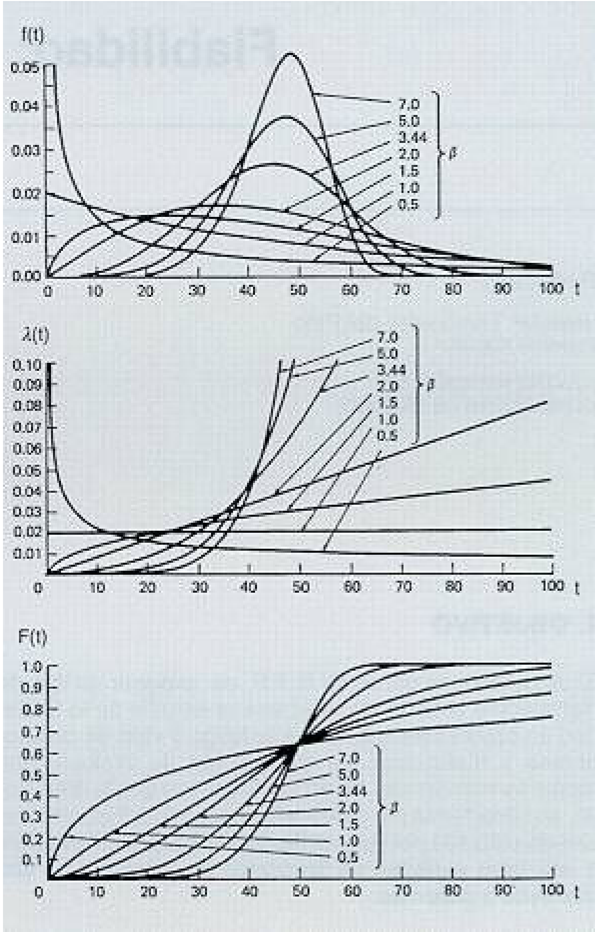

Fig. 1: Variación de la densidad de probabilidad f (t), tasa de fallos λ (t) y la función acumulativa de fallos F(t) en función del tiempo para distintos valores del parámetro de forma ß

Representación de los modos de fallo mediante la distribución de weibull

En el estudio de la distribución se pueden dar las siguientes combinaciones de los parámetros de Weibull con mecanismos de fallo particulares:

a. $t_0 = 0$: el mecanismo no tiene una duración de fiabilidad intrínseca, y:
   - si ß < 1 la tasa de fallos disminuye con la edad sin llegar a cero, por lo que podemos suponer que nos encontramos en la juventud del componente con un margen de seguridad bajo, dando lugar a fallos por tensión de rotura.
   - si ß = 1 la tasa de fallo se mantiene constante siempre lo que nos indica una característica de fallos aleatoria o pseudo-aleatoria. En este caso nos encontramos que la distribución de Weibull es igual a la exponencial.
   - si ß > 1 la tasa de fallo se incrementa con la edad de forma continua lo que indica que los desgastes empiezan en el momento en que el mecanismo se pone en servicio.
   - si ß = 3,44 se cumple que la media es igual a la mediana y la distribución de Weibull es sensiblemente igual a la normal.

b. $t_0 > 0$: El mecanismo es intrínsecamente fiable desde el momento en que fue puesto en servicio hasta que $t = t_0$, y además:

    - si ß < 1 hay fatiga u otro tipo de desgaste en el que la tasa de fallo disminuye con el tiempo después de un súbito incremento hasta t_0 ; valores de ß bajos (~ 0,5) pueden asociarse con ciclos de fatigas bajos y los valores de b más elevados (~ 0,8) con ciclos más altos.
    - si ß > 1 hay una erosión o desgaste similar en la que la constante de duración de carga disminuye continuamente con el incremento de la carga.

c. t_0 < 0. Indica que el mecanismo fue utilizado o tuvo fallos antes de iniciar la toma de datos, de otro modo
    - si ß < 1 podría tratarse de un fallo de juventud antes de su puesta en servicio, como resultado de un margen de seguridad bajo.
    - si ß > 1 se trata de un desgaste por una disminución constante de la resistencia iniciado antes de su puesta en servicio, por ejemplo debido a una vida propia limitada que ha finalizado o era inadecuada.

Análisis de Weibull

Uno de los problemas fundamentales de la distribución de Weibull es la evaluación de los parámetros (t_0, η, ß) de esta distribución. Para ello se dispone de dos métodos: a través únicamente del cálculo mediante el método de los momentos o el de máxima verosimilitud, en el que intervienen ecuaciones diferenciales difíciles de resolver, por lo que se utilizan poco, y mediante la resolución gráfica, que utiliza un papel a escala funcional llamado papel de Weibull o gráfico de Allen Plait que es el que vamos a desarrollar.

Resolución gráfica

El papel de Weibull (fig. 2 y 3) está graduado a escala funcional de la siguiente forma:

En el eje de ordenadas se tiene: In In [1 / 1 - F (t)] (Doble logaritmo neperiano)

En el eje de abscisas, tenemos: In (t - t_0)

Existen tres casos posibles en función del valor de t_0

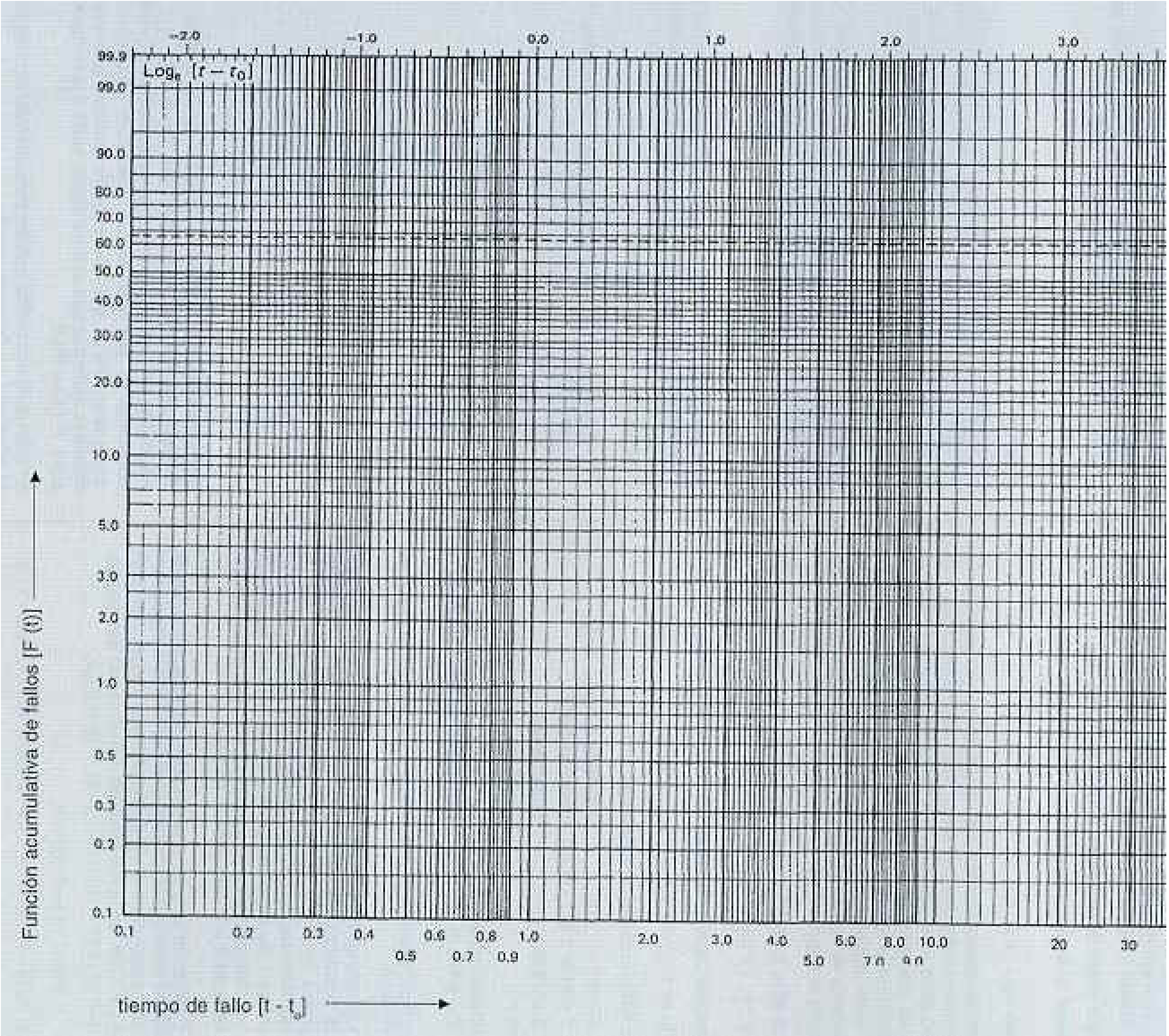

Fig. 2: Muestra del papel de Weibull

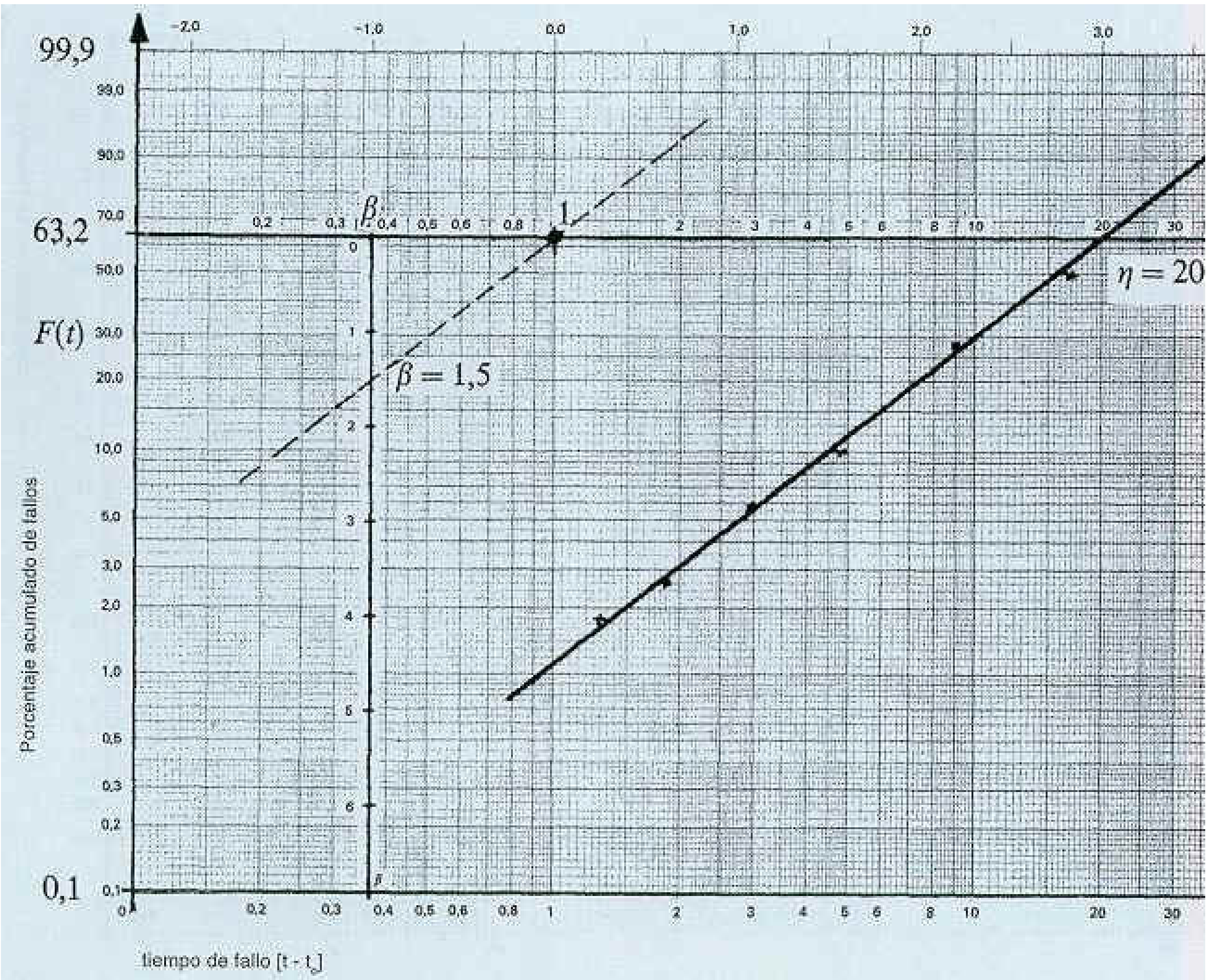

Fig. 3: Lectura de los parámetros h y ß en el papel de Weibull

Caso de $t_0 = 0$

Demostramos que cualquier grupo de datos que sigan la distribución de Weibull se pueden representar por una línea recta en el papel de Weibull. Partimos de la hipótesis de que el origen es perfectamente conocido y que coincide con los datos experimentales. Desde el punto de vista matemático partimos de la fórmula que nos relaciona la fiabilidad con la infiabilidad y teniendo en cuenta la expresión (1):

$$R(t) = 1 - F(t) = \exp - (t / \eta)^{\beta}$$

$$1 / [1 - F(t)] = \exp (t / \eta)^{\beta}$$

Tomando logaritmos neperianos por dos veces:

$$\ln \ln 1 / [1 - F(t)] = \beta \ln t - \beta \ln \eta$$

Si a esta igualdad le aplicamos

$X = \ln t$ (variable función de t)

$Y = \ln \ln 1 / [1 - F(t)]$ (función de t)

$B = - \beta \ln \eta$ (constante)

$A = \beta$ (coeficiente director)

de donde tenemos:

$Y = AX + B$ (ecuación de una recta) (4)

Para determinar los parámetros ß y η se utiliza el papel de Weibull.

- Cálculo de ß: ß es el parámetro de forma y representa la pendiente de la recta. Para calcularlo, se hace pasar una recta paralela a la recta obtenida con la representación gráfica de los datos de partida por el punto 1 de abscisas y 63,2 de ordenadas pudiendo leer directamente el valor de ß en una escala tabulada de 0 a 7. Ver gráfico en fig. 3.

- Cálculo de η: η es el parámetro de escala y su valor viene dado por la intersección de la recta trazada con la línea paralela al eje de abscisas correspondiente al 63,2 % de fallos acumulados. En efecto se demuestra que para la ordenada $t_0 = 0$, F (t) = 63,2.

  $Y = \ln \ln 1 / [1 - F(t)] = 0$

  $\ln 1 / [1 - F(t)] = 1; 1 / [1 - F(t)] = e; 1 - F(t) = 1/e;$

  $F(t) = 1 - [1/e] = 1 - [1/2,7183] = 1 - 0,3679 = 0,6321$ (63,21 %)

  de donde para $t_0 = 0$ tendremos que $AX + B = 0$; como según hemos visto anteriormente:

  $A = \beta \; B = - \beta \ln \eta$

  tendremos que se cumple:

  $\beta X - \beta \ln \eta = 0; \beta X = \beta \ln \eta;$

  $X = \ln \eta$

  Como $X = \ln t$, tenemos que $t = \eta$.

  η es el valor leído directamente en el gráfico de Allen Plait para la ordenada 63,2, ya que la escala de abcisas está como ya se ha indicado en ln t.

- Tiempo medio entre fallos (MTBF) o media: el tiempo medio entre fallos o vida media se calcula con la ayuda de la tabla 1, que nos da los valores de gamma y vale:

  $E(t) = MTBF = \eta \, \Gamma(1 + 1/\beta)$

- Desviación estándar o variancia σ: se calcula también con la ayuda de la tabla 1 y vale:

$(\sigma / \eta)^2 = \Gamma(1 + 2/\beta) - [\Gamma(1 + 1/\beta)]^2$

Tabla 1: Fiabilidad

LEY DE WEIBULL:

$$R(t) = 1 - F(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}\right]$$

$$MTBF = m = E(t) = \eta\,\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \qquad \sigma^2 = \eta^2\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right]$$

β	$m/\eta = \Gamma(1+1/\beta)$	σ/η	β	$m/\eta = \Gamma(1+1/\beta)$	σ/η
0	∞	∞	2,0	0,8862	0,463
0,1	10!	$\sqrt{20!-(10!)^2}$	2,1	0,8857	0,44
0,2	120	1901	2,2	0,8856	0,42
0,3	9,2605	47	2,3	0,8859	0,41
0,4	3,3234	10,43	2,4	0,8865	0,39
0,5	2,0000	4,472	2,5	0,8873	0,38
0,6	1,5046	2,645	2,6	0,8882	0,37
0,7	1,2658	1,851	2,7	0,8893	0,36
0,8	1,1330	1,428	2,8	0,8905	0,34
0,9	1,0522	1,171	2,9	0,8917	0,33
1,0	1,0000	1,000	3,0	0,8938	0,32
1,1	0,0649	0,878	3,1	0,8943	0,315
1,2	0,9407	0,785	3,2	0,8957	0,31
1,3	0,9235	0,716	3,3	0,8970	0,30
1,4	0,9114	0,659	3,4	0,8984	0,29
1,5	0,9028	0,613	3,5	0,8998	0,28
1,6	0,8966	0,594	3,6	0,9011	0,27
1,7	0,8922	0,530	3,8	0,9038	0,26
1,8	0,8893	0,512	4,0	0,9064	0,25
1,9	0,8874	0,486			

Ejemplo

La información disponible acerca de la duración de 10 sistemas mecánicos de detectores de presencia sometidos a funcionamiento continuo hasta que se produce un fallo, da los siguientes resultados, expresados por su duración en meses y ordenados : 1,7; 3,5 ; 5; 6; 8; 11; 13; 18 y 22.

Calcular las probabilidades acumuladas o valores medios clasificados, los parámetros de Weibull, tipo de fallo, la fiabilidad de forma general, fiabilidad para 12 meses, la duración media de vida y la desviación tipo.

Solución

Con la ayuda de la tabla 2, que nos da directamente los valores medios clasificados de los fallos o probabilidades acumuladas según el tamaño de la muestra que en este caso es n = 10, tendremos:

Tiempo de fallo	Valores medios clasificados [F (t)]
1,7	0,0670
3,5	0,0163
5	0,2594
6	0,3557
8	0,4519
9	0,5481
11	0,6443
13	0,7406
18	0,8368
22	0,9330

Tabla 2: Valores medios clasificados de fallos en función del tamaño de la muestra (columnas) y del número medio de fallos acumulados (filas)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	0,5000	0,2929	0,2063	0,1591	0,1294	0,1091	0,0943	0,0830	0,0741	0,0670	0,0611	0,0561	0,519	0,0483	0,0452	1
2		0,7071	0,5000	0,3864	0,3147	0,2655	0,2295	0,2021	0,1806	0,1632	0,1489	0,1368	0,1266	0,1178	0,1101	2
3			0,7937	0,6136	0,5000	0,4218	0,3648	0,3213	0,2871	0,2594	0,2366	0,2175	0,2013	0,1873	0,1751	3
4				0,8409	0,6853	0,5782	0,5000	0,4404	0,3935	0,3557	0,3244	0,2982	0,2760	0,2568	0,2401	4
5					0,8706	0,7345	0,6352	0,5596	0,5000	0,4519	0,4122	0,3789	0,3506	0,3263	0,3051	5
6						0,8909	0,7705	0,6787	0,6065	0,5481	0,5000	0,4596	0,4253	0,3958	0,3700	6
7							0,9057	0,7979	0,7129	0,6443	0,5878	0,5404	0,5000	0,4653	0,4350	7
8								0,9170	0,8194	0,7406	0,6756	0,6211	0,5747	0,5347	0,5000	8
9									0,9259	0,8368	0,7634	0,7018	0,6494	0,6042	0,5650	9
10										0,9330	0,8511	0,7825	0,7240	0,6737	0,6300	10
11											0,9389	0,8632	0,7987	0,7432	0,6949	11
12												0,9439	0,8743	0,8127	0,7599	12
13													0,9481	0,8822	0,8249	13
14														0,9517	0,8899	14
15															0,9548	15

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
1	0,0424	0,0400	0,0378	0,0358	0,0341	0,0330	0,0315	0,0301	0,0288	0,0277	0,0266	0,0256	0,0247	0,0239	0,0231	1
2	0,1034	0,09775	0,0922	0,0874	0,0831	0,0797	0,0761	0,0728	0,0698	0,0670	0,0645	0,0621	0,0599	0,0579	0,0559	2
3	0,1644	0,1550	0,1465	0,1390	0,1322	0,1264	0,1207	0,1155	0,1108	0,1064	0,1023	0,0986	0,0951	0,0919	0,0888	3
4	0,2254	0,2125	0,2009	0,1905	0,1812	0,1731	0,1653	0,1582	0,1517	0,1457	0,1402	0,1351	0,1303	0,1259	0,1217	4
5	0,2865	0,2700	0,2553	0,2421	0,2302	0,2198	0,2099	0,2009	0,1927	0,1851	0,1781	0,1716	0,1655	0,1599	0,1546	5
6	0,3475	0,3275	0,3097	0,2937	0,2793	0,2665	0,2545	0,2437	0,2337	0,2245	0,2159	0,2081	0,2007	0,1939	0,1875	6
7	0,4085-	0,3850	0,3641	0,3453	0,3283	0,3132	0,2992	0,2864	0,2746	0,2638	0,2538	0,2445	0,2359	0,2279	0,2204	7
8	0,4695	0,4425	0,4184	0,3968	0,3774	0,3599	0,3438	0,3291	0,3156	0,3032	0,2917	0,2810	0,2711	0,2619	0,2533	8
9	0,5305	0,5000	0,4728	0,4484	0,4264	0,4066	0,3884	0,3718	0,3566	0,3425	0,3295	0,3175	0,3063	0,2959	0,2862	9
10	0,5915	0,5575	0,5272	0,5000	0,4755	0,4533	0,4330	0,4145	0,3975	0,3819	0,3674	0,3540	0,3415	0,3299	0,3191	10
11	0,6525	0,6150	0,5816	0,5516	0,5245	0,5000	0,4776	0,4572	0,4385	0,4212	0,4053	0,3905	0,3767	0,3639	0,3519	11
12	0,7135	0,6725	0,6359	0,6032	0,5736	0,5466	0,5223	0,5000	0,4795	0,4606	0,4431	0,4270	0,4119	0,3979	0,3848	12
13	0,7746	0,7300	0,6903	0,6547	0,6226	0,5933	0,5669	0,5427	0,5204	0,5000	0,4810	0,4635	0,4471	0,4319	0,4177	13
14	0,8356	0,7875	0,7447	0,7063	0,6717	0,6400	0,6115	0,5854	0,5614	0,5393	0,5189	0,5000	0,4823	0,4659	0,4506	14
15	0,8966	0,8450	0,7991	0,7579	0,7207	0,6867	0,6561	0,6281	0,6024	0,5787	0,5568	0,5364	0,5176	0,5000	0,4835	15
16	0,9576	0,9025	0,8535	0,8095	0,7698	0,7334	0,7007	0,6708	0,6433	0,6180	0,5946	0,5729	0,5528	0,5340	0,5164	16
17		0,9600	0,9078	0,8610	0,8188	0,7801	0,7454	0,7135	0,6843	0,6574	0,6325	0,6094	0,5880	0,5680	0,5493	17
18			0,9622	0,9126	0,8678	0,8268	0,7900	0,7562	0,7253	0,6967	0,6704	0,6459	0,6232	0,6020	0,5822	18
19				0,9642	0,9169	0,8735	0,8346	0,7990	0,7662	0,7361	0,7082	0,6824	0,6584	0,6360	0,6151	19
20					0,9659	0,9202	0,8792	0,8417	0,8072	0,7754	0,7461	0,7189	0,6936	0,6700	0,6480	20
21						0,9669	0,9238	0,8844	0,8482	0,8148	0,7840	0,7554	0,7288	0,7040	0,6808	21
22							0,9684	0,9271	0,8891	0,8542	0,8218	0,7918	0,7640	0,7380	0,7137	22
23								0,9698	0,9301	0,8935	0,8597	0,8283	0,7992	0,7720	0,7466	23
24									0,9711	0,9329	0,8976	0,8648	0,8344	0,8060	0,7795	24
25										0,9722	0,9354	0,9013	0,8696	0,8400	0,8124	25
26											0,9733	0,9378	0,9048	0,8740	0,8453	26
27												0,9743	0,9400	0,9080	0,8782	27
28													0,9752	0,9420	0,9111	28
29														0,9760	0,9440	29
30															0,9768	30

La representación de estos puntos en el gráfico de Weibull nos clá prácticamente una recta (fig. 4). La pendiente de esta recta es 1,5 valor que corresponde al parámetro ß; por otro lado se puede ver gráficamente que η es igual a 12, que es el valor de la abcisa en el punto donde la recta trazada con los datos corta a la horizontal para F (t) = 63,2.

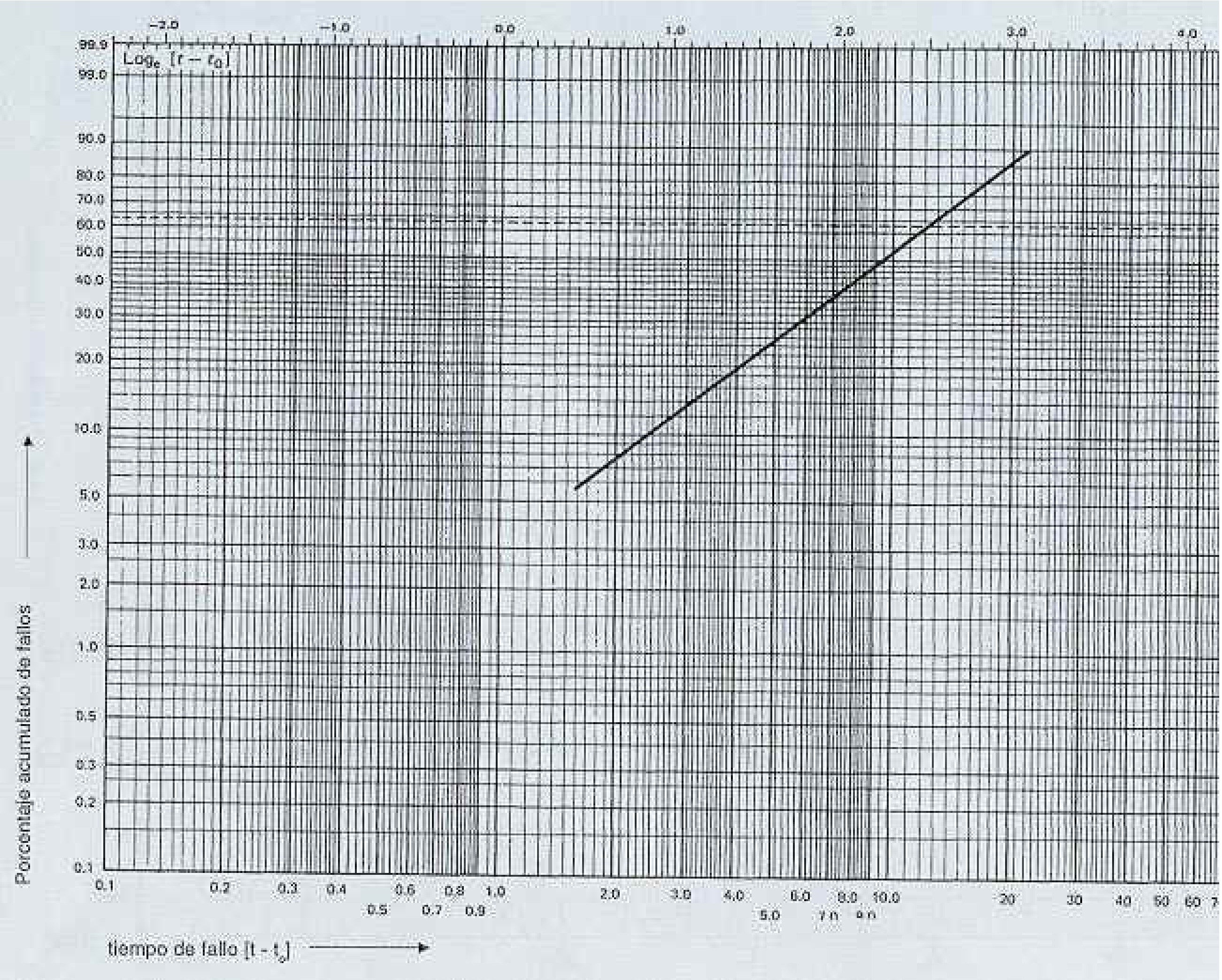

Fig. 4: Resolución gráfica del ejemplo

El valor de ß nos indica que los tipos de fallo son debidos al desgaste. La fiabilidad será:

$$R(t) = \exp - (t / 12)^{1,5}$$

La fiabilidad para 12 meses será:

$$R(t) = \exp - (12/12)^{1,5} = \exp - 1 = 0,3679\ (36,79\%)$$

Gráficamente vemos que para t = 12 la probabilidad acumulada de fallos F (t) = 63,2 por lo que R (12) = 1 - F (12) = 1 - 0,632 = 0,368 (36,8 %) valor sensiblemente igual al calculado.

La duración de vida media será :

$$E(t) = MTBF = \eta\, \Gamma(1 + 1/ß)$$

$$MTBF = 12\, \Gamma(1 + 1/1,5) = 12 .\ 0,9028 = 10,83 \text{ meses}$$

La desviación tipo será :

$\sigma^2 = \eta^2 [\Gamma(1 + 2/B) - \Gamma^2(1 + 1/ß)]$

para ß = 1,5 y según las tablas nos da el valor de σ / η = 0,613 que como η = 12 tenemos que: σ = 12. 0,613 = 7,356 meses.

Caso de $t_0 > 0$

Para este caso los datos no se alinean adoptando la forma indicada en en el gráfico de la fig. 5. Los datos tienen forma de curva que admite una asíntota vertical; la intersección de la asíntota con la abcisa nos permite obtener una primera estimación de t_0. En efecto, tenemos que:

$$F(t) = 0 = 1 - \exp - \left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^{\beta}$$

$$\text{de donde} \quad 1 = \exp - \left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^{\beta}$$

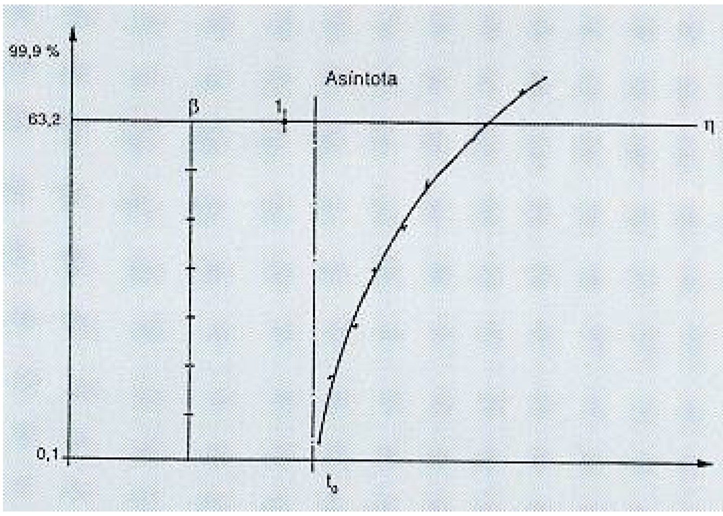

Fig. 5: Representación gráfica para el caso de $t_0 > 0$

sacando logaritmos neperianos:

$$\ln 1 = 0 = -\left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^{\beta}$$

y elevando a 1/ ß tendremos:

$$\left(\frac{t - t_0}{\eta}\right)^{\beta} = 0^{1/\beta} = 0; \quad t - t_0 = 0; \quad t - t_0$$

de donde se obtiene la evaluación de t_0. Cuando se ha evaluado t_0, se lleva a cabo la corrección:

$t' = t - t_0$

t' = nuevo tiempo

t = antigua estimación

A continuación se trasladan los nuevos valores, debiéndose obtener algo parecido a una recta; si no es así, se comenzará de nuevo la operación y esto hasta un máximo de tres veces; si se sigue sin obtener una recta, podemos deducir que no se aplica la ley de Weibull o que podemos tener leyes de Weibull con diferentes orígenes, o mezcladas.

Caso de $t_0 < 0$

En este caso, se obtiene una curva que admite una asíntota inclinada u horizontal. Una manera de calcular t_0 es mediante ensayos sucesivos, hasta que se pueda dibujar la curva.

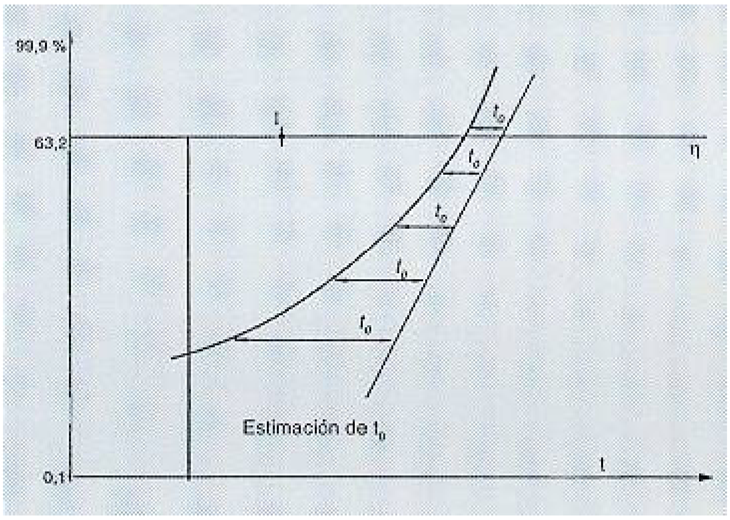

Fig. 6: Representación gráfica para el caso de t_0>0

Otro método de cálculo cuando $t_0 \neq 0$

Dada la complejidad que representa lo descrito con anterioridad existen otras formas más sencillas de calcular t_0 mediante la estimación.

Método de estimación o de los rangos medianos (Fig. 7): el método se inicia, una vez dibujada la curva, seleccionando un punto arbitrario Y_2 aproximadamente en la mitad de la curva, y otros dos puntos Y_1 e Y_3 equidistantes del primero una distancia d según el eje de las Y.

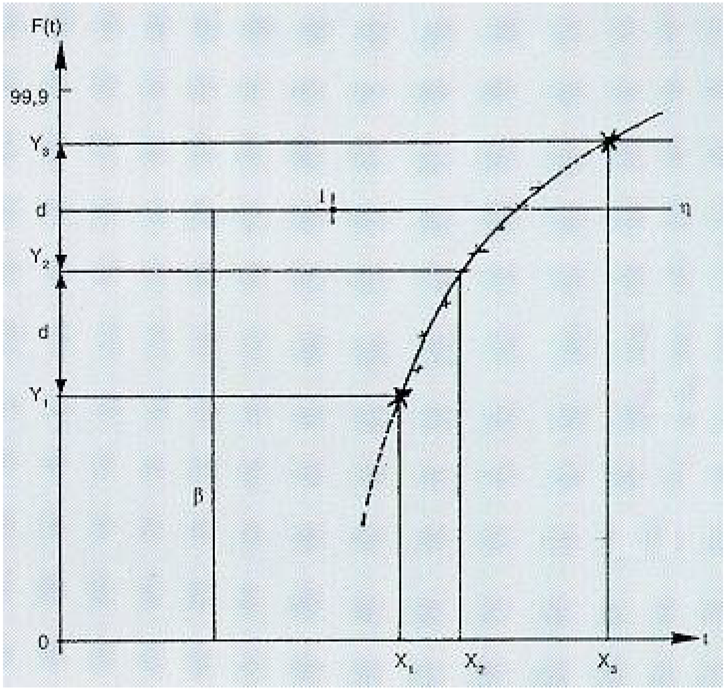

Fig. 7: Cálculo de t_0 por medio de transformaciones funcionales

Lógicamente se cumplirá la igualdad:

$$Y_2 - Y_1 = Y_3 - Y_2$$

De la ecuación anterior y silos tres puntos son colineales tendremos por otra parte:

$$X_2 - X_1 = X_3 - X_2$$

y como X = ln $(t - t_0)$ tendremos:

$$\ln (t_2 - t_0) - \ln (t_1 - t_0) = \ln (t_3 - t_0) \ln (t_2 - t_0)$$

$$(t_2 - t_0)^2 = (t_3 - t_0)(t_1 - t_0)$$

de otra forma $t_0 = t_2 \dfrac{(t_3 - t_2) - (t_2 - t_1)}{(t_3 - t_2) - (t_2 - t_1)}$

De esta forma el valor de t_0 puede ser calculado y los datos representados utilizando $(t - t_0)$ como variable. Si los datos siguen la distribución de Weibuil los puntos deberán quedar alineados.

Como variante de lo anterior se puede proceder de la siguiente forma: asignar los puntos según el siguiente criterio:

$Y_{máx}$ es el valor máximo al cual se asocia $X_{máx.}$

$Y_{mín}$ es el valor mínimo al cual está asociado $Y_{mín.}$

$Y_{m.}$ es el punto medio (medido con una regla lineal) de $Y_{máx}$ e $Y_{mín}$

$X_{m.}$ es X medio asociado al $Y_{m.}$ obtenido.

De esta forma el valor de t_0 será :

$$t_0 = X_m \frac{(X_{máx} - X_m)(X_m - X_{min})}{(X_{máx} - X_m) - (X_m - X_{mín})}$$

Bibliografía

(1) BERTRAM L. AMSTADTER
Matemáticas de la fiabilidad - Fundamentos - Prácticas Procedimientos
Ed. Reverté, S.A. Barcelona (1976)

(2) ANTONIO CREUS SOLE
Fiabilidad y Seguridad. Su aplicación en procesos industriales
Marcombo Boixareu Editores. Barcelona (1992)

(3) J.MOTHES - J. TORRENS- IBERN
Estadística aplicada a la ingeniería
Ediciones Ariel. Esplugues de Llobregat (1970)

(4) PATRICK LYONNET
Los métodos de la calidad total
Ediciones Diaz de Santos, S.A. Madrid (1989)

(5) A.D.S. CARTER
Mechanical Reliablilty
Macmillan Education Ltd. London (1986)