Construcción de tablas españolas de nupcialidad y supervivencia de solteros con base de los Censos y Movimientos de Población

Por el **Prof. Antonio Lasheras-Sanz,**
Catedrático de «Matemática del Seguro».
Presidente del Instituto de Actuarios Españoles.

La construcción de unas tablas de esta clase es siempre preferible, como cualquier estadística de finalidad actuarial, sobre la base de la experiencia de las propias entidades aseguradoras, pero cuando ésta no existe, no hay más solución que acudir a las estadísticas generales de la población para conseguir, cuando menos, una norma de orientación que permita sentar las bases para una posterior estadística de experiencia.

Este es por ahora el caso de España, en donde el Seguro de nupcialidad, aunque conocido por practicado, se desarrolla sobre bases extranjeras o estudios privados de las propias entidades que lo cultivan, y no proporciona todavía una base de experiencia para una labor que pueda ofrecer adecuada confianza.

Es por ello que hemos llevado a cabo nuestro propósito de construir unas tablas de la clase de las que encabeza su denominación con base de los Censos y «Movimientos de Población» de España elaborados por el benemérito Instituto Nacional de Estadística, de cuyos solícitos funcionarios una vez más hemos recibido las máximas facilidades y atenciones que públicamente proclamamos y agradecemos. Todo el trabajo ha sido desarrollado bajo nuestra dirección por los alumnos de nuestra Cátedra de «Teoría matemática de los Seguros» como trabajo colectivo del curso 1946-47.

Se apreciarán unas diferencias de matiz en la marcha seguida en algunos pasajes del trabajo para cada grupo relativo a cada año censal, lo que es debido a que, como el trabajo es de ensayo y estudio, se ha procedido así a propio intento, precisamente para poder estimar los resultados de esas diferencias.

I

SERIES DE CASADOS

Para ello se han tomado los Censos correspondientes a los años 1910, 1920 y 1930 y los matrimonios habidos en los años antecensal, censal y postcensal respectivos. Del Censo del año 1940 no se ha podido disponer por no estar terminada su elaboración. De los matrimonios del trienio en torno a dicho año 1940 tampoco se ha podido disponer de más datos que los relativos al año 1941, por haberse interrumpido la publicación de esta clase de datos en los años 1934 a 1940. Por ambas razones se han utilizado los datos del año 1941 sólo al objeto de un previo estudio comparativo con los de los anteriores, aunque luego se han abandonado.

En el trabajo se ha observado la distinción por sexos, y no se ha hecho el estudio sobre el conjunto de la población porque el estudio de la nupcialidad de varones y hembras mezclados conduce a resultados que, sobre todo actuarialmente, que es nuestro objeto, carecen de valor.

Los números de matrimonios obtenidos de los «Movimientos de Población» son los que figuran en los cuadros siguientes, colocados al final todos juntos con otros que irán surgiendo:

I a.—Varones.—Años 1909, 1910 y 1911.
I b.—Hembras.—Idem.
II a.—Varones.—Años 1919, 1920 y 1921.
II b.—Hembras.—Idem.
III a.—Varones.—Años 1929, 1930 y 1931.
III b.—Hembras.—Idem.
IV a.—Varones.—Año 1941.
IV b.—Hembras.—Idem.

Para cada trienio 1909-1910-1911, 1919-1920-1921 y 1929-1930-1931 se ha tomado el promedio, tanto en *varones* como en *hembras*, con lo que se han obtenido unos valores de la misma naturaleza que los que los proporcionan, pero que no son matrimonios efectivos del año censal. Esto se ha hecho para obtener una cifra de matrimonios que subsane los errores que se cometerían al comparar con el Censo los matrimonios habidos en el año censal, o los del postcensal, por los naturales defectos de correlación entre tales matrimonios y los solteros o solteras censados a la misma edad. Tales promedios quedan expuestos en los mismos antedichos estados.

Los matrimonios para los que no consta la edad de los contrayentes se han distribuído proporcionalmente entre aquellos para los que consta, con lo cual se ha cometido un error, pero menor que el que se cometería despreciándolos. En los promedios que figuran en los anteriores estados citados figura ya tal corrección.

Con los datos del año 1941 se ha hecho lo mismo, aunque no lo de los promedios, como es lógico.

Otra dificultad que ha habido que vencer, y ésta de más importancia aún que la anterior, es el desglose edad por edad de las frecuencias de matrimonios, que las estadísticas oficiales nos dan por grupos de edades y, además, grupos irregulares, cosa obligada para salvar en lo posible los errores sistemáticos en la declaración de las edades de los contrayentes. Para nuestro propósito necesitamos conocer el número aproximado de matrimonios distribuídos edad por edad de los contrayentes.

Al objeto de llevar a cabo tal distribución se admite que pueda existir una relación funcional entre las edades de los contrayentes y las frecuencias absolutas respectivas de matrimonios.

Todos los datos recogidos han quedado reducidos a cuatro series relativas a los años censales 1910, 1920, 1930 y 1940, que se han intentado distribuir por edades, cada una de ellas en particular. Para ello se han efectuado ensayos que no han dado resultados satisfactorios como puede apreciarse por los que transcribimos a continuación para los varones del año censal 1920, a modo de ejemplo.

Primer ensayo.—Se admite que el número de matrimonios depende de la edad del contrayente y se hallan relacionados por la función:

$$y = a + b\,x + c\,x^2 + d\,x^3$$

donde a, b, c y d son parámetros a determinar; siendo n el número de años correspondientes a un grupo de edades del Censo, la ecuación tomará la forma:

$$\Sigma\, y = n\,.\,a + b\,\Sigma\, x + c\,\Sigma\, x^2 + d\,\Sigma\, x^3$$

Para determinar los cuatro parámetros son necesarias cuatro ecuaciones; los intervalos de tiempo elegidos, son:

21 a 30 años , 31 a 40 , 41 a 50 y 51 a 60

Como el Movimiento de Población nos da el número de matrimonios celebrados por contrayentes de edades 20 a 25 años, ambos inclusive, y de 26 a 30, al unir estos dos grupos en uno solo, obtenemos un intervalo de once años que contiene un año más que los restantes grupos. Para lograr uniformidad en los cuatro grupos se disminuye el número de matrimonios del intervalo 20-25 en su octava parte como correspondientes a la edad de 20 años.

Efectuados los cálculos, la ecuación que se obtiene es:

$$y = -1'0503\,x^3 + 151'077\,x^2 - 7.217'001\,x + 115.245'3375$$

con un máximo para $x = 50'728$ y un mínimo para $x = 45'60$.

La forma descendente de la gráfica de la función desde su comienzo no expresa con exactitud el fenómeno estudiado, pues no delata el aumento progresivo de matrimonios desde los 14 a los 27 años, próximamente, en donde empezará a decrecer hasta las últimas edades de la vida humana.

Las razones apuntadas fueron causa de no aceptar como válida esta función.

Segundo ensayo.—Se ajustan dos funciones de la forma:

$$y = a + b\,x + c\,x^2$$

La primera recoge los datos de los intervalos:

16 a 20 años , 21 a 25 , 26 a 30,

y la segunda:

31 a 40 , 41 a 50 , 51 a 60

cuyos datos estadísticos son:

Primera curva:

$$\sum_{16}^{20} y_x = 9.606 \qquad \sum_{21}^{25} y_x = 53.412 \qquad \sum_{26}^{30} y_x = 66.731$$

Segunda curva:

$$\sum_{31}^{40} y_x = 27.976 \qquad \sum_{41}^{50} y_x = 7.534 \qquad \sum_{51}^{60} y_x = 2.887$$

y los sistemas de ecuaciones correspondientes:

$$\left.\begin{array}{r} 9.606 = 5a + 90b + 1.630c \\ 53.412 = 5a + 115b + 2.655c \\ 66.731 = 5a + 140b + 3.930c \end{array}\right\} y = -79.861'696 + 6.752'108x - 121'948x^2 \quad 1.^{a}$$

$$\left.\begin{array}{r} 27.976 = 10a + 355b + 12.685c \\ 7.534 = 10a + 455b + 20.785c \\ 2.887 = 10a + 555b + 30.885c \end{array}\right\} y = 22.745'792 - 844'117\,x + 7'8975\,x^2 \quad 2.^{a}$$

La primera con un máximo en (27'68 , 13.601).

La segunda con un mínimo en (55'964 , 248).

La unión de estas dos curvas se hace con una intermedia de tercer grado, forzada a cumplir las condiciones siguientes:

a) Su valor numérico para $x = 30$ ha de ser el mismo que el de la primera parábola en ese punto.

b) Idem para $x = 31$, respecto a la segunda.

c) La tangente de la primera parábola en el punto $x = 30$ ha de serlo también para la intermedia.

d) Idem para $x = 31$, respecto a la segunda parábola.

Estas condiciones nos dicen que la curva intermedia ha de ser una función de tercer grado cuyos coeficientes se calculan como sigue:

$$\left.\begin{aligned} y_{x_1} &= ax_1^3 + bx_1^2 + cx_1 + d \\ y_{x_2} &= ax_2^3 + bx_2^2 + cx_2 + d \\ y'_{x_1} &= 3ax_1^2 + 2bx_1 + c \\ y'_{x_2} &= 3ax_2^2 + 2bx_2 + c \end{aligned}\right\} \quad \left\{\begin{aligned} 12.948 &= 27.000\,a + 900\,b + 30\,c + d \\ 4.167 &= 29.791\,a + 961\,b + 31\,c + d \\ -564'9 &= 2.700\,a + 60\,b + c \\ -394'32 &= 2.883\,a + 62\,b + c \end{aligned}\right\}$$

$$y = 16.602'78\,x^3 - 1\,510.852'98\,x^2 + 45.823.107'9\,x - 463.187\,667$$

con un punto de inflexión en $x = 30'33$, $y = 11.732'56$.

Este ensayo fué desechado porque para 16 años adquiere la curva valor negativo y presenta un brusco descenso en el intervalo 30-31 años en contraposición a su suavidad en el resto de los intervalos.

Tercer ensayo.—Se ajusta la curva perecuatriz

$$y = a + b\,x + c\,x^2 + d\,x^3 + e\,x^4$$

por el método de las áreas o de Cantelli, tomando la suma de promedios en los intervalos:

de 14 a 20 años , 20 a 30 , 30 a 40 , 40 a 50 y 50 a 60 años.

Los parámetros se obtuvieron del siguiente sistema:

$$\int_{14}^{20}(a+bx+cx^2+dx^3+ex^4)\,dx = \left[ax+\frac{b}{2}x^2+\frac{c}{3}x^3+\frac{d}{4}x^4+\frac{e}{5}x^5\right]_{14}^{20} = 1.978$$

$$\int_{20}^{30}(a+bx+cx^2+dx^3+ex^4)\,dx = \left[ax+\frac{b}{2}x^2+\frac{c}{3}x^3+\frac{d}{4}x^4+\frac{e}{5}x^5\right] = 127,772$$

$$\int_{30}^{40}(a+bx+cx^2+dx^3+ex^4)\,dx=\left[ax+\frac{b}{2}x^2+\frac{c}{3}x^3+\frac{d}{4}x^4+\frac{e}{5}x^5\right]_{30}^{40}=27.976$$

$$\int_{40}^{50}(a+bx+cx^2+dx^3+ex^4)\,dx=\left[ax+\frac{b}{2}x^2+\frac{c}{3}x^3+\frac{d}{4}x^4+\frac{e}{5}x^5\right]_{40}^{50}=7.534$$

$$\int_{50}^{60}(a+bx+cx^2+dx^3+ex^4)\,dx=\left[ax+\frac{b}{2}x^2+\frac{c}{3}x^3+\frac{d}{4}x^4+\frac{e}{5}x^5\right]_{50}^{60}=2.887$$

que transformado se convierte:

$$\begin{array}{l}
360\,a+6.120\,b+105.120\,c+1.823.760\,d+32.090.112\,e=118.680\\
600\,a+15.000\,b+380.000\,c+9.750.000\,d+253.200.000\,e=7\,666.320\\
600\,a+21.000\,b+740.000\,c+26.250.000\,d+937.200.000\,e=1.678.560\\
600\,a+27.000\,b+1.220.000\,c+55.350.000\,d+2.521.200.000\,e=452.040\\
600\,a+33.000\,b+1.820.000\,c+100.650.000\,d+5.581.200.000\,e=173.220
\end{array}$$

Resuelto el sistema se obtiene la función:

$$y=-185.037'83+24.576'002\,x-1.120'689\,x^2+20'81905\,x^3-0'1367423\,x^4$$

Esta función, para valores de x comprendidos entre los años 14-17, 26-34 y de 46 en adelante, se hace negativa, razón por la cual no puede admitirse como expresión del fenómeno que se estudia.

Cuarto ensayo.—Fracasados los ensayos anteriores para obtener la función representativa de la serie directamente, se procede a acumular sus valores con el fin de buscar la función analítica de la ojiva o curva acumulativa de frecuencias y de ésta obtener la serie primitiva por el método de las diferencias finitas.

Se divide en tres intervalos el campo de la serie y a cada uno de ellos se ajusta una parábola de segundo grado. Para la edad de 13 años es cero el valor de la función por ser 14 la edad mínima legal en España para contraer matrimonio.

Los intervalos tomados fueron los siguientes:

1.ª parábola: 13-19-25 años. 2.ª: 25-30-40. 3.ª: 40-50-60.

El cálculo de parámetros exige la resolución de los siguientes sistemas:

Primera curva:

$$\left.\begin{array}{l}
a+13\,b+169\,c=0\\
a+19\,b+361\,c=1.978\\
a+25\,b+625\,c=63.019
\end{array}\right\}\;y=198.333'2-25.920'5\,x+820'32\,x^2$$

Segunda curva:

$$\left.\begin{array}{l} a + 25\,b + 625\,c = 63.019 \\ a + 30\,b + 900\,c = 129.749 \\ a + 40\,b + 1.600\,c = 157.724 \end{array}\right\} y = -798.056 + 52.025'85\,x - 705'23\,x^2$$

Tercera curva:

$$\left.\begin{array}{l} a + 40\,b + 1.600\,c = 157.724 \\ a + 50\,b + 2.500\,c = 165.258 \\ a + 60\,b + 3.600\,c = 168.145 \end{array}\right\} y = 81.118 + 2.844'55\,x - 23'255\,x^2$$

La primera parábola presenta un mínimo para $x = 15'8$ y toma valores negativos en el intervalo de 14-18 años. La segunda presenta un máximo para $x = 37$. El enlace entre las segunda y tercera curvas tiene una angulosidad muy marcada. Estos motivos fueron causa de proseguir los ensayos para obviar estos inconvenientes.

Tratamiento definitivo.—Ninguno de estos anteriores ensayos en las curvas a desglosar da, como puede apreciarse, resultado aceptable, por lo que, dado que los datos originales se han obtenido reunidos por grupos de edades, se ha buscado la solución aceptable en la misma acumulación, por lo que se procede a formar la ojiva o curva acumulativa de frecuencias de la que los datos poseídos nos permiten conocer algunos de los puntos por los que pasa, y al amparo de ellos interpolar los restantes y conocer los puntos de la misma para cada edad en particular.

En los cuadros I, II, III y IV figuran, en sus respectivas últimas columnas, los valores de los puntos conocidos de cada una de dichas curvas, que fueron tratados conforme exigían las características particulares que individualmente ofrecían. A continuación, pues, se describe el tratamiento peculiar de cada una de tales curvas.

A.—Curva del año 1910.

a) Varones.

Primer tramo de curva (Logística).

La forma de la función es $y = \dfrac{k}{1 + e^{a+bx}}$

Tomamos los valores correspondientes a las edades 20 (considerando el número de matrimonios hasta la edad 19, ya que el dato correspondiente a la edad 20 lo desconocemos), 25 y 30, haciendo que el primer valor corresponda al origen de coordenadas, por lo que los de la variable independiente serán 0, 1 y 2, o lo que es lo mismo, hacer el cambio de variable

$$z = \frac{x - 20}{5}$$

La función se transforma en

$$y = \frac{k}{1 + e^{a+20b+5bz}}$$

Consideremos

$$a + 20b = h \quad ,, \quad 5b = c$$

Y, por tanto,

$$y = \frac{k}{1 + e^{h+cz}}$$

De aquí,

$$1 + e^{h+cz} = \frac{k}{y} \quad ,, \quad e^{h+cz} = \frac{k-y}{y}$$

$$h + cz = \log_e \frac{k-y}{y}$$

Cuando $z = 0$,

$$h = \log_e \frac{k - y_0}{y_0}$$

Cuando $z = 1$,

$$h + c = \log_e \frac{k - y_1}{y_1} \quad , \quad c = \log_e \frac{y_0 (k - y_1)}{y_1 (k - y_0)}$$

Cuando $z = 2$,

$$h + 2c = \log_e \frac{k - y_2}{y_2} \quad , \quad c = \tfrac{1}{2} \log_e \frac{y_0 (k - y_2)}{y_2 (k - y_0)} = \log_e \left[\frac{y_0 (k - y_2)}{y_2 (k - y_0)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

Igualando los dos valores obtenidos para *c* y despejando *k*, obtenemos:

$$k = \frac{2y_0 y_1 y_2 - y^2_1 y_2 - y_0 y^2_1}{y_0 y_2 - y^2_1}$$

Sustituyendo los valores de la función para los puntos 0, 1 y 2, en la expresión anterior, valores que son

$$\begin{aligned} y_0 &= y_{20} = 1.700 \\ y_1 &= y_{25} = 60.269 \\ y_2 &= y_{30} = 108.277 \end{aligned}$$

obtendremos los parámetros

$$\begin{aligned} k &= 109.413'248 \\ h &= 4'148 \\ c &= -4'358 \end{aligned}$$

Hallados estos valores, el de los parámetros primitivos será

$$\begin{aligned} a &= 21'58 \\ b &= -0'8716 \end{aligned}$$

La función será, por tanto,

$$y = \frac{109.413'248}{1 + e^{21'58 - 0'8716\,x}}$$

Dando en la función hallada a x los valores consecutivos desde 15 hasta 25 (ya que para este último valor presenta una inflexión la curva), obtendremos el primer tramo de la curva acumulativa.

Segundo tramo de curva (Logarítmica).

$$\text{Antilog.}\ \frac{y}{100.000} = a + b\,x + c\,x^2$$

Para determinar los parámetros, tomamos los valores correspondientes a las edades 25, 30 y 35, considerando la edad 30 como origen de coordenadas, por lo que los valores de la variable independiente serán (—5, 0, 5).

El sistema será el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Antilog.}\ 0'60269 &= a - 5\,b + 25\,c \\ \text{Antilog.}\ 1'08277 &= a \\ \text{Antilog.}\ 1'21428 &= a + 5\,b + 25\,c \\ \hline 4'0058 &= a - 5\,b + 25\,c \\ 12'099 &= a \\ 16'379 &= a + 5\,b + 25\,c \\ \hline 8'0932 &= 5\,b - 25\,c \\ 4'28 &= 5\,b + 25\,c \\ \hline 12'3732 &= 10\,b \end{aligned}$$

El valor de los parámetros es

$$a = 12'099$$
$$b = 1'2375$$
$$c = -0'0763$$

y la función

$$\text{Antilog.} \frac{y}{100.000} = 12'099 + 1'2375\,z - 0'0763\,z^2$$

y haciendo el cambio de variable $x = 30 + z$, con objeto de restituir los valores 25, 30 y 35, queda en definitiva la ecuación

$$\text{Antilog.} \frac{y}{100.000} = -31'887 + 5'8353\,x - 0'0763\,x^2$$

(Hemos dividido el valor de la función por 100.000, con objeto de poderlo considerar como un logaritmo.)

Tercer tramo de curva (Logarítmica)

$$y = a + b \log_{10} x$$

Para obtener este tramo tomamos los valores de la función correspondientes a los puntos 30 y 40 de la variable independiente.

Pero con objeto de ajustar la curva en el punto intermedio, 35 (dato estadístico), sustituímos los valores dichos por 3'3 y 13'3. Así, pues,

$$y_{3'3} = a + b \log_{10} 3'3 = 108.277 = a + b \log_{10} 3'3$$
$$y_{13'3} = a + b \log_{10} 13'3 = 128.133 = a + b \log_{10} 13'3$$
$$19.856 = b\,(\log_{10} 13'3 - \log_{10} 3'3) = b\,.\,0'6053377$$
$$b = 32.801$$

Sustituyendo el valor hallado para el parámetro *b* en una de las dos ecuaciones, obtenemos el de *a*

$$a = 91.269$$

La función será

$$y = 91.269 + 32.801 \log_{10} x$$

Dando a *x* los valores consecutivos desde 3'3 a 13'3, obtendremos los de la función para los años comprendidos entre los 30 y los 40.

Cuarto tramo de curva (Parabólica)

$$y = a + b x + c x^2$$

Tomamos los valores de la función correspondientes a las edades 40, 50 y 60, y consideramos la de 50 como origen de coordenadas.

$$\begin{array}{rl}
128.133 = & a - 10\,b + 100\,c \\
133.880 = & a \\
136.273 = & a + 10\,b + 100\,c \\
\hline
5.747 = & 10\,b - 100\,c \\
2.393 = & 10\,b + 100\,c \\
\hline
8.140 = & 20\,b
\end{array}$$

El valor de los parámetros es

$$\begin{aligned}
a &= 133.880 \\
b &= 407 \\
c &= -16'77
\end{aligned}$$

y la función

$$y = 133\,880 + 407\,x - 16'77\,x^2$$

Haciendo el cambio de variable, $x = 40\,z$, restituiremos los valores primitivos de la variable.

$$y = 90.768 + 1.748'6\,x - 16'77\,x^2$$

y dando a dicha variable los valores comprendidos entre 40 y 60, obtendremos el cuarto tramo de curva.

De aquí se deducen los matrimonios habidos para cada edad del contrayente varón, por diferencia entre cada dos valores consecutivos de la curva acumulativa.

Las cifras correspondientes a los anteriores cálculos se recogen en el cuadro numérico Va.

La curva presenta un máximo a la edad 25, que corresponde al punto de inflexión de la curva acumulativa.

Analíticamente los valores de la curva teórica corresponden a la derivada de la función acumulativa.

Con esto hemos obtenido el número de matrimonios (media aritmética de los años 1909, 1910 y 1911) distribuídos por edades del contrayente varón, sin distinción del estado civil del mismo (soltero o viudo), o sea si se trata de primer matrimonio o no; por tanto, hemos de encontrar el procedimiento para deducir los matrimonios en los que el contrayente sea viudo.

El «Movimiento» no nos da más valor que el total de matrimonios entre solteros y viudos, pero sin distinguir los que corresponden a cada edad del contrayente, y ante la imposibilidad de obtener con estos datos una distribución racional, acudimos a los valores dados por el «Movimiento» de 1930 (éste da la distribución de los matrimonios habidos siendo soltero el varón, agrupados de la siguiente forma: menos de 20 años, de 20 a 25, de 26 a 30, de 31 a 35, de 36 a 40, de 41 a 50 y de 51 a 60).

Agrupando, pues, de la misma forma los datos de nuestro «Movimiento», obtenemos por reparto proporcional simple los siguientes valores:

	Viudos	Solteros	TOTAL
Menos de 20 años	3	715	718
De 20 a 25 »	243	59 308	59.551
De 26 a 30 »	1.969	46.039	48.008
De 31 a 35 »	2.934	10.205	13.139
De 36 a 40 »	3.034	3.683	6.717
De 41 a 50 »	3 835	1.912	5.747
De 51 a 60 »	2.054	339	2.393
Totales	14.072	122.201	136.273

Dividiendo los matrimonios de solteros (el varón) entre el total de matrimonios habidos para cada grupo de edades, obtenemos los siguientes coeficientes a aplicar a los valores particulares de la tabla de matrimonios totales:

Menos de 20 años	0'995821
De 20 a 25 »	0'995919
De 26 a 30 »	0'958986
De 31 a 35 »	0'776695
De 36 a 40 »	0'548310
De 41 a 50 »	0'332695
De 51 a 60 »	0'141663

b) Hembras.

En las hembras se nos plantean problemas análogos a los que hemos expuesto al estudiar los varones, por lo que para su estudio nos remitimos allí, dando sólo las fórmulas finales obtenidas y los correspondientes cuadros de valores.

Igualmente construímos la curva acumulativa de matrimonios y la ajustamos en cuatro tramos.

Primer tramo de curva (Logística).

La función que representa este tramo es

$$y = \frac{123.646'048}{1 + e^{15'051 - 0'6544\,x}}$$

Para obtener esta función hemos tomado los puntos 20 (tomando el valor correspondiente a 19), 25 y 30.

La curva presenta una inflexión para la edad de 23 años, por lo que tomamos hasta esa edad los valores de la función.

Segundo tramo de curva (Logarítmica).

Para construir este tramo tomamos los puntos 23 (utilizando el valor que para esta edad da la función anterior), 25 y 30, que sustituímos por — 2, 0 y 5, obteniendo la función

$$\text{antilog.}\ \frac{y}{100.000} = 9'3012 + 2'231\,x - 0'172\,x^2$$

Tercer tramo de curva (Parabólica).

Este tramo, que en la curva de varones lo ajustamos por una función logarítmica, lo construímos con una parábola por no darnos solución de continuidad con las curvas anterior y posterior.

Tomamos las edades 30, 35 y 40, que sustituímos por — 5, 0 y 5, dándonos la función

$$y = 128.367 + 1.151'8\,x - 70'48\,x^2$$

Cuarto tramo de curva (Parabólica).

La función es

$$y = 135.645 + 223'55\,y - 10'455\,x^2$$

para cuya obtención hemos tomado las edades 40, 50 y 60, que hemos sustituído, para facilidad de cálculo, por — 10, 0 y 10.

También aquí la distribución de matrimonios, edad por edad, la obtenemos por diferencia entre cada dos valores consecutivos de la curva acumulativa.

Para la separación de los matrimonios en los que es soltera la contrayente, de los en que es viuda, procedemos, como en varones, por proporcionalidad con los valores del año 1930, con arreglo a la distribución siguiente:

	Viudas	Solteras	TOTAL
Menos de 20 años	8	8.403	8.411
De 20 a 25 »	384	88 059	88 443
De 26 a 30 »	903	23.089	23.992
De 31 a 35 »	1.401	6.120	7.521
De 36 a 40 »	1.519	2.478	3.997
De 41 a 50 »	2.075	1.206	3.281
De 51 a 60 »	1.159	31	1.190
TOTALES	7.449	129.386	136.835

Dividiendo los matrimonios de solteras entre el total de matrimonios para cada grupo de edades, obtenemos los siguientes coeficientes:

Menos de 20 años	0'999048
De 20 a 25 »	0'995658
De 26 a 30 »	0'962362
De 31 a 35 »	0'813721
De 36 a 40 »	0'619965
De 41 a 50 »	0'367570
De 51 a 60 »	0'026050

Aplicamos estos coeficientes a la serie de matrimonios totales y hallamos la distribución que figura en el cuadro Vb.

B.—Curva del año 1920.

a) VARONES.

Se ajustan a los valores estadísticos de la curva acumulativa de frecuencias las funciones siguientes:

1.ª Intervalo 20-25-30 años; función logística de la forma:

$$y_x = \frac{k}{1 + e^{a+bx}}$$

2.ª Intervalo 25-30-40 años; función logarítmica de la forma:

$$y_x = \log(a + bx + cx^2)$$

3.ª Intervalo 30-40-50 años; función logarítmica de la forma:

$$y_x = \log(a + bx + cx^2)$$

4.ª Intervalo 40-50-60 años; función parabólica de la forma:

$$y_x = a + bx + cx^2$$

Se emplean funciones logarítmicas por tener menos pendiente que sus correspondientes parabólicas, enlazando sin angulosidades.

Puede observarse que el último intervalo de cada función es el primero de la siguiente; se ha hecho esto así para que al obtener valores numéricos podamos elegir en el intervalo común la función que más convenga para lograr la perfecta continuidad en toda la serie.

Cálculo de parámetros.

1.ª Logística.— $$y_x = \frac{k}{1 + e^{a+bx}} \quad ,,$$

haciendo un cambio de variable : $z = \dfrac{x - 15}{10}$

$$x = 10z + 15$$

$$a + bx = a + b(10z + 15) = a + 10bz + 15b = (a + 15b) + 10bz$$

$$\left.\begin{aligned} a + 15b &= m \\ 10b &= n \end{aligned}\right\} \quad a + bx = m + nz$$

quedará la ecuación:

$$y_z = \frac{k}{1 + e^{m+nz}}$$

$1 + e^{m+nz} = \dfrac{k}{y_z}$ de donde : $m + nz = \log_e \dfrac{k - y_z}{y_z}$

$$z = 0 \quad ,, \quad m = \log_e \frac{k - y_0}{y_0}$$

$$z = 1 \quad ,, \quad m + n = \log_e \frac{k - y_1}{y_1} \quad ,, \quad n = \log_e \frac{y_0(k - y_1)}{y_1(k - y_0)}$$

$$z = 2 \quad ,, \quad m + 2n = \log_e \frac{k - y_2}{y_2} \quad ,, \quad n = \tfrac{1}{2}\log_e \frac{y_0(k - y_2)}{y_2(k - y_0)}$$

igualando los valores de n :

$$\log_e \frac{y_0(k-y_1)}{y_1(k-y_0)} = \tfrac{1}{2} \,.\, \log_e \frac{y_0(k-y_2)}{y_2(k-y_0)} \quad ,, \quad \frac{y_0^2(k-y_1)^2}{y_1^2(k-y_0)^2} = \frac{y_0(k-y_2)}{y_2(k-y_0)}$$

simplificando queda:

$$y_0\, y_2 (k-y_1)^2 = y_1^2 (k-y_0)(k-y_2)$$

operando:

$$y_0 y_2 k^2 - 2 y_0 y_1 y_2 k + y_0 y_1^2 y_2 = y_1^2 k^2 - y_0 y_1^2 k - y_1^2 y_2 k + y_0 y_1^2 y_2$$

$$k^2 (y_1^2 - y_0 y_2) - k (y_0 y_1^2 + y_1^2 y_2 - 2 y_0 y_1 y_2) = 0$$

$$k = \frac{2 y_0 y_1 y_2 - y_1^2 (y_0 + y_2)}{y_0 y_2 - y_1^2}$$

dando valores:

$$k = \frac{2 \times 1.978 \times 63.019 \times 129.749 - 63.019^2 (1.978 + 129.749)}{1.978 \times 129.749 - 63.019^2} = 132.120$$

$$m = \log_e (132.120 - 1.978) - \log_e 1.978 = 4'186.541.6$$

$$n = \log_e 1.978 + \log_e (132.120 - 63.019) - \log_e 63.019 -$$
$$- \log_e (132.120 - 1.978) = - 4'094.226$$

$$b = \frac{n}{5} = - \frac{4'094.226}{5} = - 0'818.845$$

$$a = m - 20\, b = 4'186.5416 + 20 \times 0'818.845 = 20'563.44$$

$$y_x = \frac{132.120}{1 + e^{20'56344 - 0'818 \cdot 845\, x}}$$

2.ª Logarítmica.— $y_x = \log (a + b\, x + c\, x^2)$

Los valores de antlg y_x se dividen por 10.000.

$$\left.\begin{array}{ll} 4'266.61 & = a + 25\, b + 625\, c \\ 19'835.6 & = a + 30\, b + 900\, c \\ 37'776 & = a + 40\, b + 1.600\, c \end{array}\right\} \text{ sistema que resuelto da:}$$

$$y_x = \log (- 139'5736 + 7'9533\, x - 0'08799\, x^2)$$

3.ª Logarítmica.— $y_x = \log (a + b\, x + c\, x^2)$

Para obtener los parámetros se resuelve el sistema como anteriormente.

Habiendo calculado año por año el número de matrimonios, queda por desglosar el número de matrimonios de contrayente viudo, por no interesar al Seguro más que los contraídos por soltero.

Los Movimientos de Población correspondientes al trienio 1919-20-21 nos dan solamente el número total de matrimonios de contrayente varón soltero y el total de matrimonios de varón viudo:

1919	matrimonios	S.° y S.ª	→	140.014
	íd.	S.° y V.ª	→	3.284
1920	íd.	S.° y S.ª	→	149.995
	íd.	S.° y V.ª	→	3.758
1921	íd.	S.° y S.ª	→	143.280
	íd.	S.° y V.ª	→	3.446

$$\text{Promedio anual: } \frac{443.777}{3} = 147.926$$

Como los Movimientos de Población del trienio 1929-30-31 tienen distribuídos por grupos de edades los matrimonios correspondientes a contrayentes varones solteros, admitimos que existe proporcionalidad para este trienio y el de 1919-20-21 entre el número de matrimonios de contrayente varón soltero de cada grupo y el número total de matrimonios del mismo grupo.

De este modo, representando por $\Sigma^{(t)}\, M^s$ el número promedio de matrimonios de contrayente varón del trienio 1929-30-31; por $\Sigma^{(t)}\, M$ el número promedio del total de matrimonios del mismo trienio, correspondientes ambos al grupo de t años de edad; por $\Sigma^{(t)}\, m^s$ y $\Sigma^{(t)}\, m$, respectivamente, lo mismo que en el caso anterior pero referidos al trienio 1919-20-21, tenemos:

$$\frac{\Sigma^{(t)}\, M^s}{\Sigma^{(t)}\, M} = \frac{\Sigma^{(t)}\, m^s}{\Sigma^{(t)}\, m}\,, \qquad \Sigma^{(t)}\, m^s = \frac{\Sigma^{(t)}\, M^s}{\Sigma^{(t)}\, M} \times \Sigma^{(t)}\, m$$

Promedio de matrimonios del trienio 1929-30-31.

Estado civil de contrayente	14-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-50	51-60
Soltero	1.628	68.181	68.847	12.956	6.002	2.752	611
Viudo	2	164	1.493	2.224	2.300	2.937	1.557
Total	1.630	68.345	70.340	15.180	8.302	5.689	2.168

Cálculo de los $\Sigma^{(1)}$ m^s

$$\sum_{14}^{20} m^s = \frac{1.628}{1.650} \times 1.978 = 1.975 \quad ,, \quad \sum_{21}^{25} m^s = \frac{68.181}{68.345} \times 61.041 = 60.876$$

$$\sum_{26}^{30} m^s = \frac{68.847}{70.340} \times 66.730 = 65.314 \quad ,, \quad \sum_{31}^{35} m^s = \frac{12.958}{15.180} \times 18.186 = 15.522$$

$$\sum_{36}^{40} m^s = \frac{6.002}{8.302} \times 9.489 = 7.077 \quad ,, \quad \sum_{41}^{50} m^s = \frac{2.752}{5.689} \times 7.554 = 3.664$$

$$\sum_{51}^{60} m^s = \frac{611}{2.168} \times 2.887 = 814$$

$$1.975 + 60.876 + 65.314 + 15.522 + 7.077 + 3.664 + 814 = 155.242$$

Pero al obtener este número y no 147.926, promedio antes calculado, hemos de verificar una

Corrección proporcional

$\frac{147.926}{155.242} \times 1.975 = 1.885$ Matrimonios de varón soltero hasta 20 años.

$\frac{147.926}{155.242} \times 60.876 = 58.006$ ídem de 21 a 25

$\frac{147.926}{155.242} \times 65.314 = 62.236$ ídem de 26 a 30

$\frac{147.926}{155.242} \times 15.522 = 14.790$ ídem de 31 a 35

$\frac{147.926}{155.242} \times 7.077 = 6.743$ ídem de 36 a 40

$\frac{147.926}{155.242} \times 3.664 = 3.491$ ídem de 41 a 50

$\frac{147.926}{155.242} \times 814 = 775$ ídem de 51 a 60

$$\left.\begin{aligned} 19'838 &= a + 30\,b + 900\,c \\ 37'776 &= a + 40\,b + 1.600\,c \\ 44'935 &= a + 50\,b + 2.500\,c \end{aligned}\right\} \text{ y de aquí}$$

$$y_x = \log\,(-\,98'65 + 5'56645\,x - 0'053895\,x^2)$$

4.ª **Parabólica.**— $y = a + b\,x + c\,x^2$

$$\left.\begin{array}{l} 157.724 = a + 40\,b + 1.600\,c \\ 165.258 = a + 50\,b + 2.500\,c \\ 168.145 = a + 60\,b + 3.600\,c \end{array}\right\} \text{ de donde:}$$

$$y_x = 81.118 + 2.844'55\,x - 25'255\,x^2$$

Para la formación del cuadro de valores que a continuación se expone, se ha operado sobre las cuatro funciones anteriormente obtenidas en los intervalos que se indican:

1.ª función:		de 14 a 25 años
2.ª	»	de 26 a 30
3.ª	»	de 31 a 39
4.ª	»	de 40 a 60

Conocido ya el número de matrimonios de varón soltero por grupos de edades, basta un reparto proporcional al número de matrimonios de cada año del grupo para obtener el número de matrimonios de varón soltero por cada año de edad.

La serie de matrimonios de contrayente viudo se puede hallar, si se desea, por diferencia entre la serie del total de matrimonios y la de contrayente de varón soltero. Figura en el estado VIa.

b) Hembras-1920.

Se ajustan a los valores estadísticos de la curva acumulativa de frecuencias las funciones siguientes:

1.ª Intervalo 20-25-30 años; función logística de la forma:

$$y_x = \frac{k}{1 + e^{a+qx}}$$

$$z = \frac{x - 20}{\;} \quad ,, \quad x = 5\,z + 20$$

$$a + b\,x = m + n\,z \quad \text{siendo} \quad \begin{array}{r} a + 20\,b = m \\ 5\,b = n \end{array}$$

$$y_x = \frac{k}{1 + e^{m+nz}}$$

$$k = \frac{2 \times 14.459 \times 110.754 \times 147.1527 - 110.754^2 (14.459 + 147.1527)}{14.459 - 110.754^2}$$

$$k + 149.456{,}49$$

$$m = \log_e \frac{k - y_o}{y_o} = \log_e (149.456'49 - 14.459) - \log_e 14.459 = 2'233.935.8$$

$$n = \log_e 14.459 + \log_e (149.456'49 - 110.754) -$$

$$- \log_e 110.754 - \log_e (149.456'49 - 14.459)$$

$$n = - 3'285.358.3$$

$$b = \frac{n}{5} = - \frac{3'285.358.3}{5} = - 0'657.071.6$$

$$a = m - 20\,b = 15'375.367.8$$

$$y_x = \frac{149.456'49}{1 + e^{15'375.367.8 - 0'657.071.6\,x}}$$

2.ª Intervalo 25-30-40 años; función logarítmica de la forma:

$$y_x = \log (a + b\,x + c\,x^2)$$

$$12'810 = a + 25\,b + 625\,c$$

$$29'873 = a + 30\,b + 900\,c$$

$$42'962 = a + 40\,b + 1.600\,c$$

sistema que resuelto nos da:

$$a = - 177'682 \quad ,, \quad b = 11'1257 \quad ,, \quad c = - 0'14024$$

$$y_x = \log [- 177'682 + 11'1257\,x - 0'14024\,x^2]$$

3.ª Intervalo 30-40-50 ; función logarítmica de la forma:

$$y_x = \log (a + bx + cx^2)$$

$$29'873 = a + 30\,b + 900\,c$$
$$42'963 = a + 40\,b + 1.600\,c$$
$$47'377 = a + 50\,b + 2.500\,c$$

que resuelto nos da:

$$a = - 61'453 \quad ,, \quad b = 4'3456 \quad ,, \quad c = - 0'04338$$

$$y_x = \log [- 61'453 + 4'3456\,x - 0'04338\,x^2]$$

4.ª Intervalo 40-50-60 ; función parabólica de la forma:

$$y_x = a + bx + cx^2$$

$$\begin{aligned} 163.309 &= a + 40\,b + 1.600\,c \\ 167.557 &= a + 50\,b + 2.500\,c \\ 168.952 &= a + 60\,b + 3.600\,c \end{aligned}$$

sistema que resuelto nos produce:

$$a = 117.787 \quad ,, \quad b = + 1.708'65 \quad ,, \quad c = - 14'265$$

$$y_x = 117.787 + 1.708'65\,x - 14'265\,x^2$$

Para la formación del siguiente cuadro de valores se ha operado sobre las cuatro funciones anteriores en los intervalos que se indican:

1.ª función :	de 14 a 25 años.	
2.ª » :	» 26 a 30 »	
3.ª » :	» 31 a 39 »	
4.ª » :	» 40 a 60 »	

En cuanto al desglose de matrimonios de contrayente viuda, tenemos que los Movimientos de Población nos proporcionan los siguientes datos:

1919	matrimonios	S.ª y S.º →	140.014
	íd.	S.ª y V.º →	17.200
1920	íd.	S.ª y S.º →	149.995
	íd.	S.ª y V.º →	15.108
1921	íd.	S.ª y S.º →	143.280
	íd.	S.ª y V.º →	12.659

$$\text{Promedio anual: } \frac{478.256}{3} = 159.419$$

Promedio de matrimonios del trienio 1929-30-31.

Estado civil de la contrayente	14-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-50	51-60
Soltera	15.748	103.814	34.572	7.821	3.199	1.850	385
Viuda	8	283	833	1.011	991	201	604
TOTAL	15.756	104.097	35.405	8.832	4.190	3.051	989

Cálculo de los $\Sigma^{(1)} m^s$

$$\sum_{14}^{20} m^s = \frac{15.748}{15.758} \times 14.459 = 14.450$$

$$\sum_{21}^{25} m^s = \frac{103.814}{104.097} \times 96295 = 96.102 \;,, \; \sum_{26}^{30} m^s = \frac{34.572}{35.405} \times 36763 = 35.905$$

$$\sum_{31}^{35} m^s = \frac{7.821}{8.832} \times 9.878 = 8.747 \;,, \; \sum_{36}^{40} m^s = \frac{3.199}{4.190} \times 5.904 = 4.508$$

$$\sum_{41}^{50} m^s = \frac{1.850}{3.051} \times 4.248 = 2.576 \;,, \; \sum_{51}^{60} m^s = \frac{385}{989} \times 1.395 = 543$$

$$96.102 + 14.450 + 35.905 + 8.747 + 4.508 + 2.576 + 543 = 162.831$$

Corrección proporcional.

$\frac{159.419}{162.831} \times 14.450 = 14.147$	Matrimonios de hembra soltera	hasta 20 años
$\frac{159.419}{162.831} \times 96.102 = 94.084$	ídem	de 21 a 25
$\frac{159.419}{162.831} \times 35.905 = 35.152$	ídem	de 26 a 30
$\frac{159.419}{162.831} \times 8.563 = 8.563$	ídem	de 31 a 35
$\frac{159.419}{162.831} \times 4.508 = 4.414$	ídem	de 36 a 40
$\frac{159.419}{162.831} \times 2.576 = 2.523$	ídem	de 41 a 50
$\frac{159.419}{162.831} \times 543 = 536$	ídem	de 51 a 60

Los resultados de la distribución, edad por edad, se encuentran en el cuadro VIb.

C.—Curva del año 1930.

a) Varones.

Se procedió a formar los valores acumulados con el fin de ajustar éstos para posteriormente obtener el número de matrimonios para cada edad.

Los datos que sirven de base para el ajuste, hallados a partir del cuadro general, son los siguientes:

20	años	1.630
25	»	69.975
30	»	140.315
35	»	155.495
40	»	163.797
50	»	169.456
60	»	171.624

Estos datos se emplearon de la siguiente forma:

Curva Logística.—Intervalos 20-25-30, curva de la forma

$$Yx = \frac{k}{1 + e^{a + b\,(x-20)}}$$

Primera curva logarítmica.—$Y = 100.000 \log. (a\,x^2 + bx + c)$ para los intervalos 25-30-35.

Segunda curva logarítmica.—Análoga a la anterior para los intervalos 30-40-50.

Parábola de segundo grado.—Para los intervalos 40-50-60.

El haber tomado las curvas logarítmicas fué porque debido a su suave pendiente nos da un enlace sin angulosidades con la logística.

Cálculo de los parámetros de la curva logística.

Para X igual a 20, designamos la función por $Y_1 =$ 1.660.
» » 25, » » » $Y_2 =$ 69.975.
» » 30, » » » $Y_3 =$ 140.315.

$$Y = \frac{K}{1 + e^{a\,(X-20) + b}}$$

Dando a X el valor 20 y despejando se obtiene la expresión *b* en función de K e Y_1:

$$b = \log_e \frac{K - Y_1}{Y_1}$$

Dando los otros dos valores y despejando las exponenciales, nos queda:

$$e^{5a + b} = \frac{K - Y_2}{Y_2}$$

Dividiendo estas dos ecuaciones miembro a miembro, se obtiene lo siguiente:

$$e^{10a+b} = \frac{K - Y_3}{Y_3}$$

$$e^{5a} = \frac{(K - Y_2)\,Y_2}{Y_3\,(K - Y_2)}$$

Sustituída esta expresión en la función cuando a X se le da el valor dos; y hecho lo mismo con el valor de b se obtiene una ecuación en K de primer grado que resuelta respecto a ella, nos da la siguiente expresión para hallar el valor de K:

$$K = \frac{Y_2^2\,(Y_1 + Y_3) - 2\,Y_3\,Y_2\,Y_1}{Y_2^2 \quad - Y_3\,Y_1}$$

El valor numérico obtenido fué $K = 142.042'46$.

Sustituído K en la expresión de b se obtuvo como valor de éste 4'456. Por último, despejado a en la expresión de e^{5a} y calculado su valor, éste es — 0'88532.

La curva *logística* obtenida tiene, pues, por ecuación la siguiente:

$$Y = \frac{142.042'46}{1 + e^{-0'8853\,(X-20)\,+\,4'456}}$$

El sistema para la determinación de los parámetros de la primera logarítmica fué el siguiente:

$$\text{Antilog}\ \frac{y_1}{100.000} = a\,x^2 + b\,x + c \qquad y_1 = 69.975 \text{ para } x = 25$$

$$\text{Antilog}\ \frac{y_2}{100.000} = a\,x^2 + b\,x + c \qquad y_2 = 140.315 \quad \text{»} \quad x = 30$$

$$\text{Antilog}\ \frac{y_3}{100.000} = a\,x^2 + b\,x + c \qquad y_3 = 155.496 \quad \text{»} \quad x = 35$$

Resuelto este sistema se obtuvo para valores de los parámetros:

$a = -0'17088$; $b = 13'4408$ y $c = -224'13$

Por consiguiente, la ecuación resulta de la forma

$$y = 100.000 \log(-0'17088\,x^2 + 13'4408\,x - 224'13)$$

El sistema planteado para la segunda logarítmica es idéntico al de la curva anterior, variando solamente los valores que como datos se consideran:

$y_1 = 140.315$ para $x = 30$

$y_2 = 155.496$ » $x = 35$

$y_3 = 163.797$ » $x = 40$

Para los parámetros se obtuvo:

$a = -0'06055$; $b = 6'0535$ y $c = -101'81$

La ecuación correspondiente es:

$$y = 100.000 \log(-0'06055\,x^2 + 6'0535\,x - 101'81)$$

El sistema para la obtención de los parámetros de la tercera logarítmica es análogo, figurando en el primer miembro los valores de y, en lugar de los antilogaritmos:

$y_1 = 163.797$ para $x = 40$

$y_2 = 169.456$ » $x = 50$

$y_3 = 171.624$ » $x = 60$

Los valores de los parámetros son:

$a = -17'455$; $b = 2.136'85$

y $c = 106.251$

La ecuación correspondiente:

$$y = -17'455\,x^2 + 2.136'85\,x - 106.251$$

Calculados los valores particulares de estas funciones, empleando de 14 a 25 años los valores de la curva logística, de 26 a 30 la primera logarítmica, de 31 a 39 la segunda logarítmica y de 40 a 60 la parábola, y halladas las diferencias entre los valores acumulados, se obtuvo el cuadro de valores VII a.

Una vez obtenidos los matrimonios edad por edad, trataremos de clasificar éstos según el estado civil del contrayente: soltero o viudo.

Para ello, en el año 1930 nos encontramos con que los totales por grupos de edades que figuran en el cuadro I, los tenemos clasificados en solteros y viudos, lo que nos pone en situación de proceder de la siguiente forma:

1.—Ajuste de las mismas curvas empleadas para los matrimonios sin distinción de estado civil aplicado a los solteros.

2.—Idéntico ajuste para viudos.

3.—Para cada valor particular tendremos que el total ajustado menos los matrimonios entre solteros nos dará los matrimonios entre viudos ajustados.

4.—Análogamente, del total de matrimonios al deducir los matrimonios ajustados de viudos tendríamos los matrimonios ajustados entre solteros.

Como fácilmente se puede comprender, las cifras que se obtengan para solteros mediante el sistema primero no coincidirán con el cuarto y lo mismo ocurrirá con los viudos obtenidos mediante el segundo y tercer sistema. Fijaremos como valor probable de matrimonios entre solteros o viudos la media aritmética de los valores obtenidos por los dos procedimientos distintos, con lo que obtendremos una precisión estadística muy fuerte.

Como las curvas que emplearemos, tanto para viudos como para solteros son las mismas que hemos utilizado, para el total de matrimonios, no consignaremos lo que a forma de despejar los parámetros se refiere. Señalaremos los valores obtenidos para los parámetros, y la ecuación de cada curva. Los puntos que nos sirven de base son los mismos, y los intervalos en que tomamos los valores también.

CURVAS DE SOLTEROS.—*Valores de los parámetros y ecuaciones:*

Logística.—Los valores base corresponden a x igual a 20, 25 y 30.

Parámetro k igual a 140.253'158

» a » — 0'885653

» b » 4'43826

La ecuación correspondiente es:

$$y = \frac{140.253'158}{1 + e^{-0'885653\,(x-20) + 4'43826}}$$

Los valores que se obtienen con esta ecuación son desde $x = 15$ a $x = 25$.

1.ª *Logarítmica.*—Los valores base corresponden a x igual a 25, 30 y 35.

Parámetro A igual a — 0'0197862

» B » 14'7481

» C » — 240'05555

La ecuación correspondiente es:

$$y = 100.000 \log\,(-\,0'0197862\,x^2 + 14'7481\,x - 240'05555)$$

Los valores que se obtienen con esta ecuación son desde $x = 26$ a $x = 30$.

2.ª *Logarítmica.*—Los valores base corresponden a x igual a 30, 35 y 40.

Parámetro A igual a — 0'106452

» B » 8'8055

» C » — 144'0457

La ecuación correspondiente es:

$$y = 100.000 \log (- 0'106452\, x^2 + 8'8055\, x - 144'0457)$$

Con esta ecuación se obtienen valores desde $x = 30$ hasta $x = 40$.

Parábola de segundo grado.—Los valores base corresponden a x igual a 40, 50 y 60.

Parámetro A igual a — 10'715

» B » 1.240'45

» C » 125.104

La ecuación es:

$$y = - 10'715\, x^2 + 1.240'45\, x + 125.104.$$

Con esta ecuación se obtienen valores desde $x = 41$ hasta $x = 60$.

Se calcularon todos los valores y por diferencia con los que se obtuvieron al operar sin distinción de estado, se determinan el número de matrimonios de contrayente viudo, conforme se indica en el apartado 3.

CURVAS DE VIUDOS.—*Valores de los parámetros y ecuaciones.*

Logística:

Parámetro k igual a 1.821'71

» a » — 0'92891

» b » 6'8133

La correspondiente ecuación es:

$$y = \frac{1.821'71}{1 + e^{-0'92891\,(x-20) + 6'8133}}$$

Se obtienen valores para los de x comprendidos entre 14 y 26.

1.ª *Logarítmica:*

Parámetro A igual a 0'011119

» B » — 0'52585

» C » 7'240376

La ecuación correspondiente es:

$$y = 10.000 \log (0'011119\, x^2 - 0'52585\, x + 7'240376$$

Se obtienen valores para x comprendida entre 25 y 30.

2.ª *Logarítmica:*

Parámetro A igual a 0'0146147

» B » — 0'753007

» C » 10'910867

Que corresponden a la siguiente ecuación:

$$y = 10.000 \log (0'0146147\, x^2 - 0'753007\, x + 10'910867)$$

Se dan a x valores desde 30 hasta 40.

Parábola de segundo grado:

Parámetro A igual a — 6'75

» B » 898'2

» C » — 18.925

Siendo su ecuación la siguiente:

$$y = - 6'75\, x^2 + 898'2\, x - 18.925$$

Se obtienen valores para x comprendido entre 40 y 60.

Se calcularon todos los valores y por diferencia con los que se obtuvieron al operar sin distinción de estado, se determina el número de matrimonios de contrayente soltero, conforme se indica en el apartado 4 y figurar en el cuadro VIIa.

b) HEMBRAS-1930.

Vistos los satisfactorios resultados obtenidos con el empleo de cuatro curvas sobre la base de valores acumulados, en varones; se procede con hembras de idéntica manera.

Solamente indicaremos los parámetros y ecuaciones obtenidas, omitiendo cuanto a la resolución de las ecuaciones se refiere.

Curva logística.—Los valores base corresponden a x igual a 25, 30 y 35.

Parámetro k igual a 156.918'54

» a » — 0'673225

» b » 2'1924754

La ecuación correspondiente es:

$$y = \frac{156.918'54}{1 + e^{-673225\,(x-20)\,+\,2'1924654}}$$

Con esta ecuación se obtienen valores desde $x = 15$ hasta $x = 25$.

1.ª Logarítmica.—Los valores base corresponden a x igual a 25, 30 y 35.

Parámetro A igual a — 0'23706

» B » 17'0185

» C » — 261'494

La ecuación correspondiente es:

$$y = 100.000 \log (-0'23706\,x^2 + 17'0185\,x - 261'494)$$

Con esta ecuación se obtienen valores desde $x = 25$ hasta $x = 30$.

2.ª Logarítmica.—Los valores base corresponden a x igual a 30, 35 y 40.

Parámetro A igual a — 0'0003088

» B » 0'025968

» C » 0'92863

La ecuación correspondiente es:

$$y = 1.000.000 \log (-0'0003088\,x^2 + 0'025968\,x + 0'92863)$$

Con esta ecuación se obtienen valores desde $x = 30$ hasta $x = 40$.

Parábola de segundo grado.—Los valores base corresponden a $x = 40$, $x = 50$ y $x = 60$.

Parámetro	A	igual a	— 10'31
»	B	»	1.233'—
»	C	»	135.459'—

La correspondiente ecuación es:

$$y = -10'31\, x^2 + 1.233\, x + 135.459$$

Se calculan valores con esta ecuación desde $x = 41$ hasta $x = 60$.

Como queda indicado, cuando se hizo el desglose del número de matrimonios (varones) según el estado civil de éstos, sólo consignaremos en cada curva los valores obtenidos para los parámetros, la ecuación.

Los puntos que sirven de base son los mismos, así como los intervalos, en los que consideramos los valores de cada curva.

CURVAS DE SOLTERAS.—*Valores de los parámetros y ecuaciones.*

Logística.—Los valores base son las edades 20, 25 y 30, para las cuales los datos son, respectivamente: 15.751, 119.565 y 154.138.

Los parámetros hallados, son:

K	igual a	155.724,37
a	»	—0,6083663
b	»	—2,1845133

La ecuación correspondiente, es:

$$y_x = \frac{155.724{,}37}{1 + e^{-0{,}6083663\,(x-20) + 2{,}1845133}}$$

Los valores que se obtienen son desde 14 años a 25.

1.ª logarítmica.—Los valores empleados son los correspondientes a las edades 25, 30 y 35. Resuelto el sistema de ecuaciones correspondiente, los parámetros resultaron:

a	—,242077
b	17,13245
c	— 261,3265

Y la función correspondiente toma la forma:

$$y = 100.000 \,.\, \log\,(-0{,}242077\, x^2 + 17{,}13245\, x - 261{,}3265)$$

Y sólo se consideran válidos los valores comprendidos entre 25 y 30.

2.ª logarítmica.—Se toman los años 30, 35 y 40 y los valores de los parámetros resultantes, son:

a —0,076568
b 6,3748
c — 87,5488

Y la curva ajustada, es:

$$y = 100.000 \cdot \log(-0{,}076568\, x^2 + 6{,}3748\, x - 87{,}5488)$$

De esta curva se toman todos los valores.

Parábola de segundo grado.—Los valores base para el cálculo son los correspondientes a las edades 40, 50 y 60.

Los valores de los parámetros, son:

a —7,585
b 869,750
c 142,604

Y la curva tiene la forma: $Y = -7{,}585\, x^2 + 869{,}750\, x + 142{,}604$ que se emplea para hallar los valores comprendidos entre los 40 y 60 años.

Calculados por medio de las funciones anteriores los valores acumulados de solteras, obtenemos por diferencia los valores acumulados correspondientes a viudas, restando de los valores acumulados de hembras ajustados los de solteras averiguados últimamente.

El desarrollo puede verse en el cuadro que se acompaña en la página siguiente.

Una vez ajustados los valores de las solteras, procederemos a ajustar las viudas y hallaremos las solteras también por diferencia con el fin de promediar los valores.

Logística.—Los valores base son los que corresponden a las edades 20, 25 y 30.

Parámetro	K	igual a	1.196'9164
»	a	»	—0'772195
»	b	»	5'001352

La correspondiente ecuación es:

$$y = \frac{1.196'9164}{1 + e^{-0'772195\,(X-20)\,+\,5'001352}}$$

Se obtienen con ella valores desde $X = 14$ hasta $X = 25$.

1.ª logarítmica.—Los valores empleados como base corresponden a las edades 25, 30 y 35 años.

Parámetro	A	igual a	0'001524
»	B	»	—0'0586
»	C	»	1'0815

La ecuación correspondiente, es:

$$y = 10.000 \log (0'001524\ X^2 - 0'0586\ X + 1'0815)$$

Sólo se calculan valores desde X = 25 hasta X = 30.

2.ª logarítmica.—Los valores utilizados como base corresponden a las edades 30, 35 y 40 años.

Parámetro	A	igual a	0'00214
»	B	»	—0'0786
»	C	»	1'727

La expresión de la ecuación correspondiente, es:

$$y = 10.000 \log (0'00214\ X^2 - 0'0786\ X + 1'727)$$

De esta ecuación se consideran todos los valores, o sea desde X = 30 hasta X = 40.

Parábola de segundo grado.—Los valores base corresponden a las edades 40, 50 y 60 años.

Parámetro	A	igual a	—2'725
»	B	»	363'25
»	C	»	7.147

La ecuación que corresponde tiene la siguiente expresión:

$$y = -2'725\ X^2 + 363'25\ X - 7.147$$

Con ella se obtienen valores desde X = 40 hasta X = 60.

Operando de idéntica forma a como se ha hecho con las curvas de soltera se obtiene el siguiente cuadro VIIb de valores.

D.—Curva del año 1940.

Proceso seguido para la obtención de las curvas de distribución.

A la vista de los datos o frecuencias de Contrayentes varones del año 1940, vamos a tratar de dar una ligera explicación del método aplicado en las operaciones que anteceden. Después de haber efectuado diferentes estudios en los cuales vimos que se nos producían algunos fenómenos no registrados, llegamos a la conclusión de que la mejor forma de obtener una distribución que nos forme dos ramas asintóticas con un punto máximo, es decir, la curva de Pearson es tomar la ojiva, la cual nos recoge la acumulación de los matrimonios verificados.

Para ello procedimos a añadir la parte proporcional correspondiente de los matrimonios de la casilla «no consta».

Una vez hallados estos valores estadísticos, procedemos a tomar las siguientes curvas:

Logística:	años (19)	20-30-40
Logarítmica:	»	30-40-50
Parabólica:	»	45-50-60
Extrapolación:	»	15 a 20

con lo cual habremos obtenido la curva acumulativa, la cual nos registra perfectamente todo el fenómeno.

Hemos tomado la curva Logística entre los años (19) 20-30-40 porque en nuestro caso el punto de inflexión se registra entre las edades 30 y 31, punto en el cual la curva logarítmica 30-40-50 se adaptará perfectamente.

Una vez hallada esta curva, hemos procedido a efectuar las diferencias entre cada dos edades consecutivas, con lo cual hemos obtenido la curva derivada en la cual observamos que el punto máximo se sitúa entre las edades 30 y 31, que efectivamente es el punto donde la acumulativa tiene su punto de inflexión, con lo cual hemos obtenido la distribución correspondiente.

Logística correspondiente a los años (20)-30-40.

Ecuación de la curva:

$$y = \frac{k}{1 + e^{a+bx}}$$

efectuando el cambio de variable,

$$\frac{x-20}{10} = z \qquad a + bx = h + dz$$

siendo

$$h = a + 20\,b$$

$$d = 10\,b$$

obtenemos la función

$$y = \frac{k}{1 + e^{h+dz}}$$

Valores de los parámetros:

$$k = \frac{y_1^2\ y_2 + y_0\, y_1^2 - 2\, y_0\, y_1\ y_2}{y_1^2 - y_0\, y_2} = 114.694,339219$$

$$h = \log_e \frac{k - y_0}{y_0} \qquad = \qquad 4,14488341167653\,2$$

$$d = \log_e \frac{y_0\,(k - y_1)}{y_1\,(k - y_0)} \qquad = \qquad -\ 4,10755749523$$

$$a = \ 12,3599984021365\,32$$

$$b = -\ 0,4107557495\,23$$

$$y_x = \frac{114.694,339219}{1 + e^{12,359998402136532 - 0,410755749523\,x}}$$

Logarítmica para los años 30-40 y 50.

Sistema:

$$y'_{30} = \frac{56.277}{100.000} = \log\,[a + 30\,b + \ 900\,c]$$

$$y'_{40} = \frac{112.769}{100.000} = \log\,[a + 40\,b + 1.600\,c]$$

$$y'_{50} = \frac{121.785}{100.000} = \log\,[a + 50\,b + 2.500\,c]$$

$$a = -\ 65,6469$$

$$b = \quad 3,310248$$

$$c = \ -\ 0,0333406$$

$$y'_x = \log\left\{ -\ 65,6469 + 3,310248\,x - 0,0333406\,x^2 \right\}$$

Parábola de segundo grado para los años 45-50-60.

Sistema:

$$119.864 = a + 45\,b + 2.025\,c$$

$$121.785 = a + 50\,b + 2.500\,c$$

$$124.764 = a + 60\,b + 3.600\,c$$

$$a = 89.630,0075$$

$$b = \quad 930,76635$$

$$c = \quad -\ 5,75333$$

$$y_x = 89.630,0075 + 930,76635\,x - 5,75333\,x^2$$

Logística correspondiente a los años 20-25-30.

Ecuación de la curva:

$$y = \frac{k}{1 + e^{a+b\,x}}$$

efectuando el cambio de variable,

$$\frac{x - 20}{5} = z \qquad a + b\,x = h + d\,z$$

siendo

$$h = a + 20\,b$$
$$d = 5\,b$$

obtenemos la función

$$y = \frac{k}{1 + e^{h + d\,z}}$$

Valores de los parámetros:

$$k = \frac{y_1^2\,y_2 + y_0\,y_1^2 - 2\,y_0\,y_1\,y_2}{y_1^2 - y_0\,y_2} = 158.712{,}971052$$

$$h = \log_e \frac{k - y_0}{y_0} \qquad = \quad 2{,}423237439$$

$$d = \log_e \frac{y_0\,(k - y_1)}{y_1\,(k - y_0)} \qquad = -2{,}552543184$$

$$a = \quad 12{,}63341017895812$$
$$b = -0{,}51050863698195$$

$$y_x = \frac{158.712{,}971052}{1 + e^{12{,}63341017 - 0{,}51050863698195\,x}}$$

Logarítmica para los años 25-30-40.

Sistema:

$$y_0 = \ \ 84.480 = 100.000 \log \left\{ a + 25\,b + \ \ 625\,c \right\}$$
$$y_1 = 148.547 = 100.000 \log \left\{ a + 30\,b + \ \ 900\,c \right\}$$
$$y_2 = 175.976 = 100.000 \log \left\{ a + 40\,b + 1.600\,c \right\}$$

$$a = -\ 212{,}162182$$
$$b = \quad 12{,}1403525$$
$$c = -\ \ 0{,}1349623$$

$$y_x = = 100.000 \log \left\{ -212{,}162182 + 12{,}140\,x - 0{,}1349\,x^2 \right\}$$

Parábola de segundo grado para los años 40-50-60.

Sistema:

$$175.976 = a + 40\,b + 1.600\,c$$
$$181.109 = a + 50\,b + 2.500\,c$$
$$182.532 = a + 60\,b + 3.600\,c$$

$$a = 118.344$$
$$b = 2.182,8$$
$$c = -18,55$$
$$y_x = 118.344 + 2.182,80_x - 18,55_x^2$$

Parábola de segundo grado para los años 45-50-60.

Sistema:

$$179.006 = a + 45\ b + 2.025\ c$$
$$181.109 = a + 50\ b + 2.500\ c$$
$$182.532 = a + 60\ b + 3.600\ c$$

$$a = 118.334,075$$
$$b = 2\ 183,1635$$
$$c = -18,5533$$
$$y_x = 118.334,075 + 2.183,1635_x - 18,5533_x^2$$

Las series resultantes de matrimonios edad por edad, para varones y hembras, se encuentran en el estado numérico VIII.

E.—Refundición de datos.

Las series de frecuencias absolutas de nupcialidad que nos han permitido obtener las que hemos llamado curvas de nupcialidad de varones y hembras, respectivamente, para los, asimismo respectivos, años 1910, 1920 y 1930, porque la relativa a 1940 no tiene para nosotros más que un interés complementario a algunos efectos como ya hemos dicho, han sido luego refundidas por el simple y elemental procedimiento de la media aritmética simple, lo que nos ha dado otras dos series, que sin ser de frecuencias absolutas de nupcialidad distribuída por edades, lo son de unos valores de la naturaleza de esas frecuencias, que son los que emplearemos más adelante para la obtención de los consiguientes valores de otras funciones actuariales propias del fenómeno nupcialidad. Los valores de estas dos series de refundición son los que figuran en el estado numérico IX.

F.—Algunas consideraciones.

Seguramente que todo cuanto antecede sugerirá numerosas consideraciones al lector, pero no queremos terminar esta primera parte del estudio que estamos exponiendo sin resaltar algo curioso en relación con un cierto aspecto de las edades de mayor frecuencia de la nupcialidad española según los datos manejados.

No vamos a referirnos a la correlación entre las edades de los contrayentes, estudio que reservamos para otra ocasión, con el de las correspondientes líneas de regresión. Por ahora nos limitamos a observar en las series finales parciales y total las edades para las cuales resultan las frecuencias absolutas máximas, lo que podemos sintetizar en el siguiente estadillo:

Años de referencia	Varones		Hembras	
	Edades de las series		Edades de las series	
	Parciales	Resumen	Parciales	Resumen
1910	25		24	
1920	26	25	24	24
1930	25		24	
1940	31		25	

Resulta, pues, que para los años 1910, 1920 y 1930 las edades de máxima frecuencia absoluta son, para los varones, alrededor de los 25 años, y para las hembras, la de 24 años, que son las que se mantienen en las series definitivas, apreciándose que estas edades para el año 1941 son las de 31 y 25 años, respectivamente.

La enorme dispersión que se observa para los varones la atribuímos al hecho de la revalidación legal conforme a la legislación española que tuvo lugar después de la revolución y la guerra civil de los años 1936-1939, pues las edades que regían a los efectos estadísticos fueron las del momento de la revalidación de dichos matrimonios que, desde luego, las uniones anteriores a dichas guerra y revolución se efectuarían a las edades normales de la nupcialidad española. En cuanto a las uniones producidas durante dicho período, también las presidiría la anormalidad.

Las observaciones apuntadas y sus resultados nos tranquilizan en cuanto a haber tenido que prescindir de considerar los datos relativos al año 1940, pues, aunque no hubiésemos tenido razón tan poderosa como la que nos ha obligado a prescindir de ellos, estas otras circunstancias nos habrían impuesto la misma obligación ineludible.

Repetimos que un estudio más completo de esta cuestión de las edades lo haremos al estudiar la correlación de ellas.

I, a.

VARONES que contrajeron matrimonio en cada uno de los años que se indican, sus promedios y acumulaciones de éstos.

Grupos de edades de los contrayentes.	1909	1910	1911	Promedios	Acumulaciones
Menos de 20 años......	1.604	1.714	1.690	1.670	1.670
De 20 a 25 —	54.918	59.433	61.181	58.567	60.237
— 26 a 30 —	44.358	49.309	50.217	48.008	108.245
— 31 a 35 —	12.821	13.189	13.405	13.151	121.396
— 36 a 40 —	6.343	6.692	6.764	6.606	128.002
— 41 a 50 —	5.736	5.663	5.828	5.748	133.750
— 51 a 60 —	2.492	2.295	2.385	2.393	136.188
Más de 60 —	1.031	1.037	1.063	1.045	137.188
No consta edad..........	111	145	142	—	
SUMAS.........	129.414	139.477	142.669	137.188	

I, b.

HEMBRAS que contrajeron matrimonio en cada uno de los años que se indican, sus promedios y acumulaciones de éstos.

Grupos de edades de los contrayentes.	1909	1910	1911	Promedios	Acumulaciones
Menos de 20 años......	14.802	15.157	15.625	15.210	15.210
De 20 a 25 —	75.817	83.407	85.428	81.644	96.854
— 26 a 30 —	22.581	24.385	24.945	23.992	120.846
— 31 a 35 —	7.345	7.566	7.631	7.521	128.367
— 36 a 40 —	3.929	4.012	4.039	3.997	132.364
— 41 a 50 —	3.261	3.293	3.280	3.281	135.645
— 51 a 60 —	1.212	1.156	1.201	1.190	136.835
Más de 60 —	349	349	360	353	137.188
No consta edad.........	118	152	160	—	
SUMAS.........	129.414	139.477	142.669	137.188	

OBSERVACIÓN.—Las columnas encabezadas con "Promedios" recogen los promedios de las cifras correspondientes a los tres años para el grupo de edades a que se refieren, después de haber distribuído proporcionalmente entre todos los grupos de edades conocidos la cifra de aquellos para los cuales no consta la edad.

II, a.

VARONES que contrajeron matrimonio en cada uno de los años que se indican, sus promedios y acumulaciones de éstos.

Grupos de edades de los contrayentes	1919	1920	1921	Promedios	Acumulaciones
Menos de 20 años......	2.150	2.011	1.746	1.978	1.978
De 20 a 25 —	57.370	65.657	59.300	61.041	63.019
— 26 a 30 —	67.034	66.955	65.334	66.730	129.749
— 31 a 35 —	18.912	18.918	18.120	18.731	148.480
— 36 a 40 —	9.417	9.437	8.759	9.244	157.724
— 41 a 50 —	7.724	7.605	7.176	7.534	165.258
— 51 a 60 —	2.886	2.928	2.808	2.887	168.145
Más de 60 —	1.231	1.275	1.340	1.287	169.432
No consta edad.........	671	891	641	—	
Sumas.........	167.395	175.677	165.224	169.432	

II, b.

HEMBRAS que contrajeron matrimonio en cada uno de los años que se indican, sus promedios y acumulaciones de éstos.

Grupos de edades de los contrayentes	1919	1920	1921	Promedios	Acumulaciones
Menos de 20 años......	13.218	14.655	15.281	14.459	14.459
De 20 a 25 —	93.057	100.235	94.117	96.295	110.754
— 26 a 30 —	37.744	37.413	34.598	36.773	147.527
— 31 a 35 —	10.823	10.802	9.909	10.566	158.093
— 36 a 40 —	5.433	5.364	4.774	5.216	163.309
— 41 a 50 —	4.421	4.307	3.955	4.248	167.557
— 51 a 60 —	1.420	1.433	1.308	1.395	168.952
Más de 60 —	495	484	452	480	169.432
No consta edad.........	784	984	830	—	
Sumas.........	167.395	175.667	165.224	169.432	

Observación.—La misma que para los cuadros anteriores *I, a* y *b*.

III, a.

VARONES que contrajeron matrimonio en cada uno de los años que se indican, sus promedios y acumulaciones de éstos.

Grupos de edades de los contrayentes	1929	1930	1931	Promedios	Acumulaciones
Menos de 20 años......	1.653	1.667	1.588	1.630	1.630
De 20 a 25 —	64.553	67.278	72.886	68.345	69.975
— 26 a 30 —	69.905	72.054	68.735	70.365	140.315
— 31 a 35 —	16.264	16.452	16.598	16.469	155.495
— 36 a 40 —	7.120	7.051	6.850	7.021	163.797
— 41 a 50 —	5.746	5.841	5.365	5.661	169.456
— 51 a 60 —	2.205	2.235	2.055	2.169	171.624
Más de 60 —	1.047	1.093	973	1.012	172.672
No consta edad.........	312	283	207	—	
SUMAS.........	168.805	173.954	175.257	172.672	

III, b.

HEMBRAS que contrajeron matrimonio en cada uno de los años que se indican, sus promedios y acumulaciones de éstos.

Grupos de edades de los contrayentes	1929	1930	1931	Promedios	Acumulaciones
Menos de 20 años......	14.839	15.461	16.884	15.759	15.759
De 20 a 25 —	101.511	104.349	105.831	104.096	119.855
— 26 a 30 —	34.788	36.086	35.144	35.406	155.261
— 31 a 35 —	8.706	8.842	8.898	8.863	164.124
— 36 a 40 —	4.267	4.242	4.037	4.159	168.283
— 41 a 50 —	2.963	3.223	2.949	3.051	171.334
— 51 a 60 —	1.012	1.055	895	989	172.323
Más de 60 —	362	346	315	341	172.664
No consta edad.........	357	350	280	—	
SUMAS.........	168.805	173.954	175.283	172.664	

OBSERVACIÓN.—La misma de los cuadros *I, a* y *b*.

IV

MATRIMONIOS POR EDADES Y ESTADO DE LOS CONYUGES

Año 1941.

Edades de ellos.	EDADES DE ELLAS < 20	... 24	... 29	... 34	... 39	... 49	... 59	... 60	No consta	TOTAL	Solteros	Viudos
Menos de 20 años.	1.262	550	76	16	2	4	—	—	1	1.911	1.910	1
De 20 a 24 — .	6.824	19.534	3.660	492	117	32	2	—	12	30.673	30.611	62
— 25 a 29 — .	5.118	40.765	32.961	3.986	620	157	6	—	26	83.639	83.035	604
— 30 a 35 — .	1.047	11.595	20.440	9.444	1.658	382	24	4	27	44.621	42.544	2.077
— 35 a 39 — .	205	2.211	4.576	4.223	2.335	719	39	2	16	14.326	11.937	2.389
— 40 a 49 — .	67	598	1.651	2.313	2.281	2.248	212	23	8	9.401	5.863	3.538
— 50 a 59 — .	12	94	172	374	494	1.171	591	82	12	3.002	1.111	1.891
De 60 años y más.	3	32	47	90	141	411	455	400	8	1.587	346	1.241
No consta............	5	22	20	4	5	3	2	5	405	471	418	53
TOTALES.......	14.543	75.401	63.603	20.942	7.653	5.127	1.331	516	515	189.631	177.775	11.856
Solteras	14.537	75.121	62.226	19.144	6.324	3.642	654	195	485	182.328	173.989	8.339
Viudas	6	280	1.377	1.798	1.329	1.485	677	321	30	7.303	3.786	3.517

OBSERVACIÓN.—Ya se hace constar en el texto que los datos de esta clase de los años 1939 y 1940 no se tomaron, así como los de algunos años anteriores.

V a.

CURVA DE MATRIMONIOS PARA EL AÑO 1910
A) VARONES

MATRIMONIOS CLASIFICADOS POR EDADES Y ESTADO CIVIL DE LOS CONTRAYENTES.

Edad	Valores acumulados	MATRIMONIOS	
		TOTALES	De solteros
15	22	22	22
16	53	31	31
17	126	73	73
18	302	176	175
19	718	416	414
20	1.700	982	978
21	3.983	2.283	2.274
22	9.060	5.077	5.056
23	19.391	10.331	10.289
24	37.253	17.862	17.789
25	60.269	23.016	22.922
26	77.271	17.002	16.305
27	88.649	11.378	10.911
28	96.938	8.289	7.949
29	103.282	6.344	6.084
30	108.277	4.995	4.790
31	112.047	3.770	2.928
32	115.026	2.979	2.313
33	117.488	2.462	1.913
34	119.587	2.099	1.630
35	121.416	1.829	1.421
36	123.036	1.620	888
37	124.491	1.455	798
38	125.811	1.320	724
39	127.019	1.208	662
40	128.133	1.114	611
41	128.858	725	241
42	129.551	693	231
43	130.209	658	219
44	130.834	625	208
45	131.426	592	197
46	131.984	558	186
47	132.508	524	174
48	132.999	491	163
49	133.456	457	152
50	133.880	424	141
51	134.270	390	55
52	134.637	367	52
53	134.950	313	44
54	135.240	290	41
55	135.496	256	36
56	135.718	222	32
57	135.907	189	27
58	136.063	156	22
59	136.185	122	17
60	136.273	88	13

V b.

CURVA DE MATRIMONIOS PARA EL AÑO 1910
B) HEMBRAS

MATRIMONIOS CLASIFICADOS POR EDADES Y ESTADO CIVIL DE LOS CONTRAYENTES.

Edad	Valores acumulativos	MATRIMONIOS TOTALES	MATRIMONIOS Entre solteras
14	337		
15	655	318	318
16	1.254	599	598
17	2.391	1.137	1.136
18	4.527	2.136	2.134
19	8.411	3.884	3.880
20	15.210	6.799	6.769
21	26.301	11.091	11.044
22	42.345	16.044	15.974
23	61.823	19.478	19.394
24	81.365	19.542	19.457
25	96.854	15.489	15.422
26	105.537	8.683	8.354
27	111.644	6.117	5.885
28	115.975	4.331	4.166
29	118.957	2.982	2.868
30	120.846	1.889	1.816
31	122.632	1.786	1.453
32	124.277	1.645	1.339
33	125.781	1.504	1.224
34	127.144	1.363	1.109
35	128.367	1.223	995
36	129.447	1.081	670
37	130.387	940	583
38	131.186	799	495
39	131.844	658	408
40	132.364	520	322
41	132.786	422	156
42	133.188	402	149
43	133.568	380	141
44	133.927	359	133
45	134.266	339	126
46	134.583	317	118
47	134.880	297	110
48	135.156	276	102
49	135.410	254	93
50	135.645	235	78
51	135.858	213	6
52	136.050	192	5
53	136.221	171	4
54	136.372	151	4
55	136.501	129	3
56	136.610	109	3
57	136.697	87	2
58	136.764	67	2
59	136.810	46	1
60	136.835	25	1

VI a.

CURVA DE MATRIMONIOS PARA EL AÑO 1920

A) VARONES

Matrimonios clasificados por edades y estado civil de los contrayentes.

Edad	Valores acumulados	MATRIMONIOS TOTALES	MATRIMONIOS De solteros
14	15	15	15
15	33	18	18
16	76	43	41
17	172	96	90
18	389	217	207
19	921	532	507
20	1.978	1.057	1.007
21	4.403	2.425	2.303
22	9.581	5.178	4.920
23	19.894	10.313	9.813
24	37.889	17.995	17.100
25	63.019	25.130	23.870
26	88.829	25.810	24.072
27	104.225	15.396	14.359
28	115.032	10.807	10.079
29	123.253	8.221	7.667
30	129.749	6.496	6.059
31	134.472	4.723	3.834
32	138.716	4.244	3.444
33	142.015	3.399	2.758
34	145.189	3.114	2.527
35	147.935	2.746	2.227
36	150.371	2.436	1.731
37	152.538	2.167	1.540
38	154.507	1.969	1.399
39	156.190	1.683	1.196
40	157.724	1.234	877
41	158.686	962	446
42	159.602	917	425
43	160.472	869	403
44	161.295	823	381
45	162.072	777	360
46	162.802	730	338
47	163.486	684	317
48	164.123	637	295
49	164.714	591	274
50	165.258	544	252
51	165.745	488	131
52	166.207	461	124
53	166.612	405	109
54	166.970	358	96
55	167.272	302	80
56	167.548	276	75
57	167.767	219	59
58	167.939	172	46
59	168.065	126	34
60	168.145	80	21

VI b.

CURVA DE MATRIMONIOS PARA EL AÑO 1920

B) HEMBRAS

MATRIMONIOS CLASIFICADOS POR EDADES Y ESTADO CIVIL DE LOS CONTRAYENTES.

Edad	Valores acumulados	MATRIMONIOS TOTALES	MATRIMONIOS De solteras
14	210	210	206
15	597	383	376
16	1.147	550	538
17	2.197	1.050	1.027
18	4.180	1.983	1.941
19	7.862	3.682	3.603
20	14.459	6.597	6.456
21	25.593	11.134	10.878
22	42.594	17.001	16.611
23	64.966	22.372	21.858
24	89.270	24.304	23.746
25	110.754	21.484	20.991
26	122.489	11.735	11.217
27	131.105	8.616	8.236
28	137.820	6.715	6.419
29	143.170	5.350	5.114
30	147.527	4.357	4.166
31	199.930	2.403	2.083
32	152.094	2.164	1.876
33	154.047	1.953	1.693
34	155.811	1.764	1.529
35	157.405	1.594	1.382
36	158.847	1.442	1.078
37	160.148	1.301	973
38	161.380	1.232	921
39	162.370	990	740
40	163.309	939	702
41	163.862	553	328
42	164.387	525	312
43	164.883	496	296
44	165.351	468	278
45	165.789	438	260
46	166.200	411	244
47	166.582	382	227
48	166.946	364	216
49	167.260	314	186
50	167.557	297	176
51	167.825	268	107
52	168.064	239	95
53	168.275	211	84
54	168.457	182	73
55	168.611	154	61
56	168.736	125	50
57	168.833	97	39
58	168.901	68	27
59	168.941	40	16
60	168.952	11	4

VII a.

CURVA DE MATRIMONIOS PARA EL AÑO 1930

A) VARONES

MATRIMONIOS CLASIFICADOS POR EDADES Y ESTADO CIVIL DE LOS CONTRAYENTES.

Edades	Valores acumulados	MATRIMONIOS	
		TOTALES	De solteros
14	8	8	8
15	20	12	12
16	47	27	27
17	115	68	68
18	284	169	169
19	677	393	393
20	1.630	953	951
21	3.887	2.257	2.254
22	9.625	5.738	5.731
23	20.147	10.522	10.502
24	40.627	20.480	20.434
25	69.975	29.348	29.240
26	99.193	29.218	29.037
27	115.229	16.036	15.852
28	126.108	10.879	10.571
29	134.129	8.021	7.640
30	140.315	6.186	5.747
31	144.185	3.870	3.325
32	147.564	3.379	2.912
33	150.537	2.973	2.553
34	153.164	2.627	2.224
35	155.496	2.331	1.945
36	157.568	2.073	1.652
37	159.413	1.845	1.441
38	161.055	1.642	1.187
39	162.510	1.455	972
40	163.797	1.287	747
41	164.520	723	376
42	165.218	698	351
43	165.872	654	327
44	166.479	617	318
45	167.063	574	282
46	167.611	548	264
47	168.135	524	248
48	168.604	469	207
49	169.047	443	200
50	169.456	409	179
51	169.830	374	157
52	170.169	339	137
53	170.473	304	114
54	170.742	269	93
55	170.977	235	62
56	171.176	199	25
57	171.337	161	14
58	171.467	130	7
59	171.562	95	2
60	171.624	62	—

VII b.

CURVA DE MATRIMONIOS PARA EL AÑO 1930
B) HEMBRAS

MATRIMONIOS CLASIFICADOS POR EDADES Y ESTADO CIVIL DE LOS CONTRAYENTES.

Edades	Valores acumulados	MATRIMONIOS Totales	MATRIMONIOS De solteras
14	307	307	307
15	602	295	295
16	1.176	574	574
17	2.292	1.116	1.115
18	4.432	2.140	2.139
19	8.454	4.022	4.020
20	15.759	7.305	7.301
21	28.178	12.419	12.380
22	46.788	18.610	18.566
23	71.697	24.909	24.853
24	97.691	25.994	25.934
25	119.855	22.164	22.081
26	131.669	11.814	11.724
27	140.121	8.452	8.346
28	146.492	6.371	6.167
29	151.420	4.928	4.658
30	155.261	3.841	3.678
31	157.421	2.160	2.047
32	159.387	1.966	1.835
33	161.158	1.771	1.562
34	162.765	1.607	1.356
35	164.124	1.359	1.152
36	165.325	1.201	952
37	166.341	1.016	796
38	167.231	890	635
39	167.819	588	557
40	168.283	464	228
41	168.680	397	255
42	169.058	378	240
43	169.414	356	226
44	169.751	337	209
45	170.061	310	195
46	170.361	300	180
47	170.635	274	164
48	170.888	253	149
49	171.121	233	134
50	171.334	213	119
51	171.545	211	104
52	171.697	152	98
53	171.847	150	63
54	171.977	130	58
55	172.086	109	16
56	172.175	89	8
57	172.243	68	3
58	172.290	47	3
59	172.317	27	1
60	172.323	6	0

VIII

CURVA DE MATRIMONIOS PARA EL AÑO 1941

MATRIMONIOS CLASIFICADOS POR EDADES Y ESTADO CIVIL DE LOS CONTRAYENTES.

Edades	Varones	Hembras
15	95	236
16	118	683
17	177	1.253
18	220	2.610
19	458	3.250
20	584	4.890
21	887	7.504
22	1.456	10.924
23	1.778	14.815
24	2.774	18.275
25	3.927	20.040
26	5.515	19.472
27	7.029	16.631
28	8.975	13.024
29	10.578	8.958
30	11.568	6.082
31	11.939	5.223
32	9.741	4.354
33	7.203	3.676
34	5.987	3.127
35	4.952	2.670
36	4.165	2.282
37	3.542	1.929
38	3.034	1.660
39	2.610	1.577
40	2.246	1.131
41	1.929	680
42	1.650	643
43	1.396	606
44	1.167	569
45	953	532
46	407	495
47	396	457
48	384	421
49	372	384
50	362	346
51	349	309
52	339	272
53	326	235
54	315	198
55	304	161
56	292	124
57	281	86
58	269	23
59	257	10
60	247	5

IX

SERIES DEFINITIVAS DE MATRIMONIOS

PROMEDIOS OBTENIDOS DE LAS SERIES PARTICULARES REFERENTES A LOS AÑOS 1910-20-30 ANTES OBTENIDAS.

Edades	Varones solteros	Hembras solteras
15	17	330
16	33	569
17	77	1.093
18	184	2.071
19	438	3.834
20	979	6.842
21	2.277	11.434
22	5.236	17.050
23	10.201	22.035
24	18.441	23.046
25	25.344	19.498
26	23.138	10.438
27	13.707	7.489
28	9.533	5.584
29	7.130	4.213
30	5.532	3.220
31	3.362	1.861
32	2.889	1.683
33	2.408	1.493
34	2.127	1.331
35	1.864	1.176
36	1.424	867
37	1.259	784
38	1.103	684
39	943	568
40	746	417
41	354	246
42	336	234
43	316	221
44	302	207
45	280	194
46	263	181
47	246	167
48	225	156
49	209	134
50	191	124
51	114	72
52	104	66
53	89	50
54	77	45
55	59	27
56	44	20
57	33	15
58	25	11
59	18	6
60	11	2

GRÁFICOS

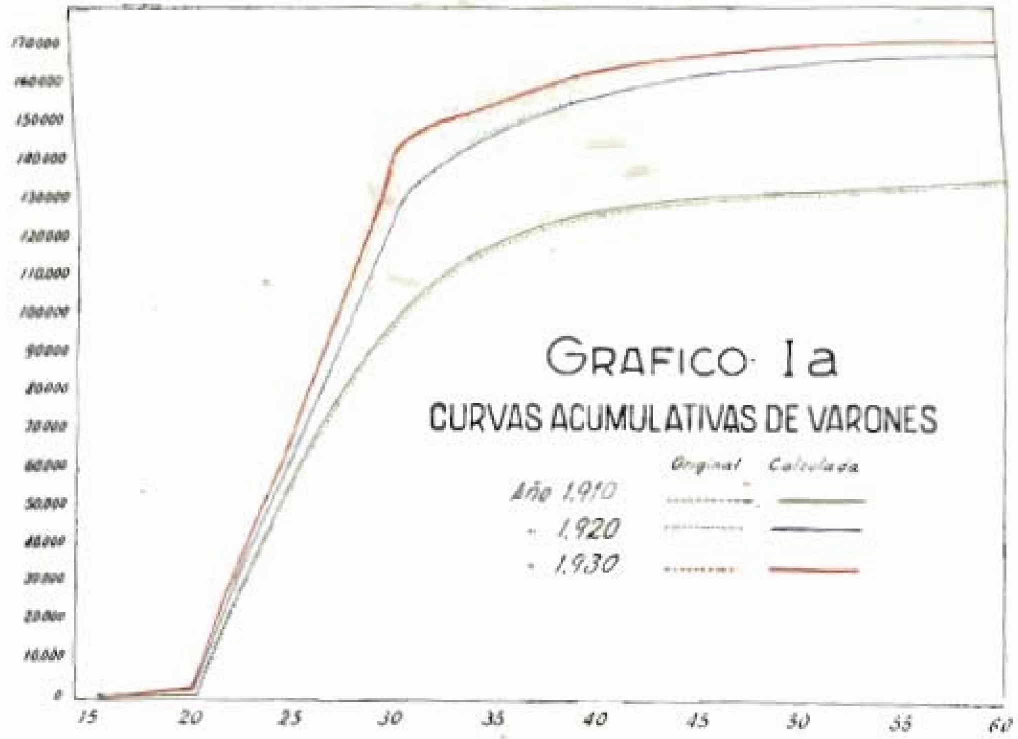
GRAFICO Ia
CURVAS ACUMULATIVAS DE VARONES
Original
Calculada
Año 1.910
" 1.920
" 1.930
170.000
160.000
150.000
140.000
130.000
120.000
110.000
100.000
90.000
80.000
70.000
60.000
50.000
40.000
30.000
20.000
10.000
0
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60

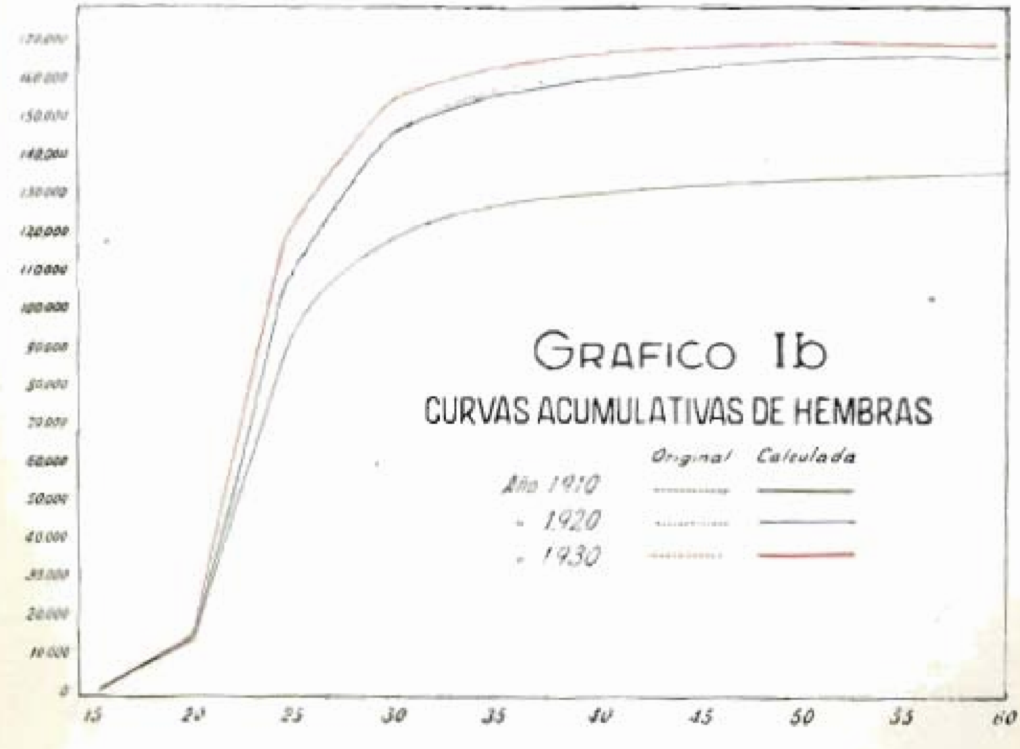
GRAFICO Ib
CURVAS ACUMULATIVAS DE HEMBRAS
Original
Calculada
Año 1910
" 1920
" 1930
170.000
160.000
150.000
140.000
130.000
120.000
110.000
100.000
90.000
80.000
70.000
60.000
50.000
40.000
30.000
20.000
10.000
0
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60

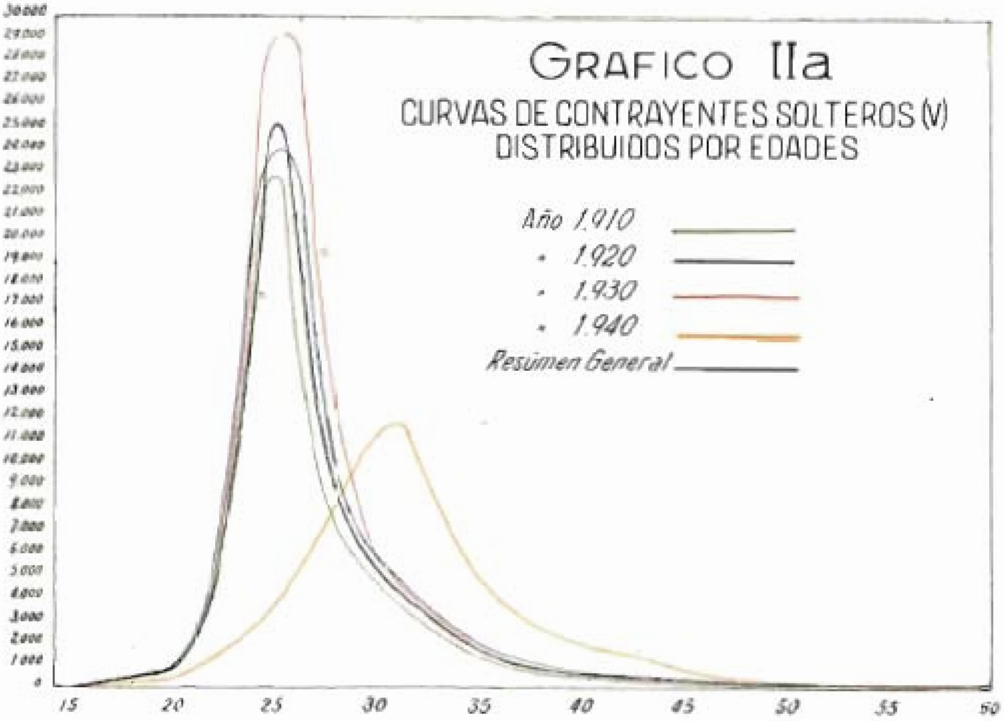
GRAFICO IIa
CURVAS DE CONTRAYENTES SOLTEROS (V)
DISTRIBUIDOS POR EDADES
Año 1.910
" 1.920
" 1.930
" 1.940
Resúmen General
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60

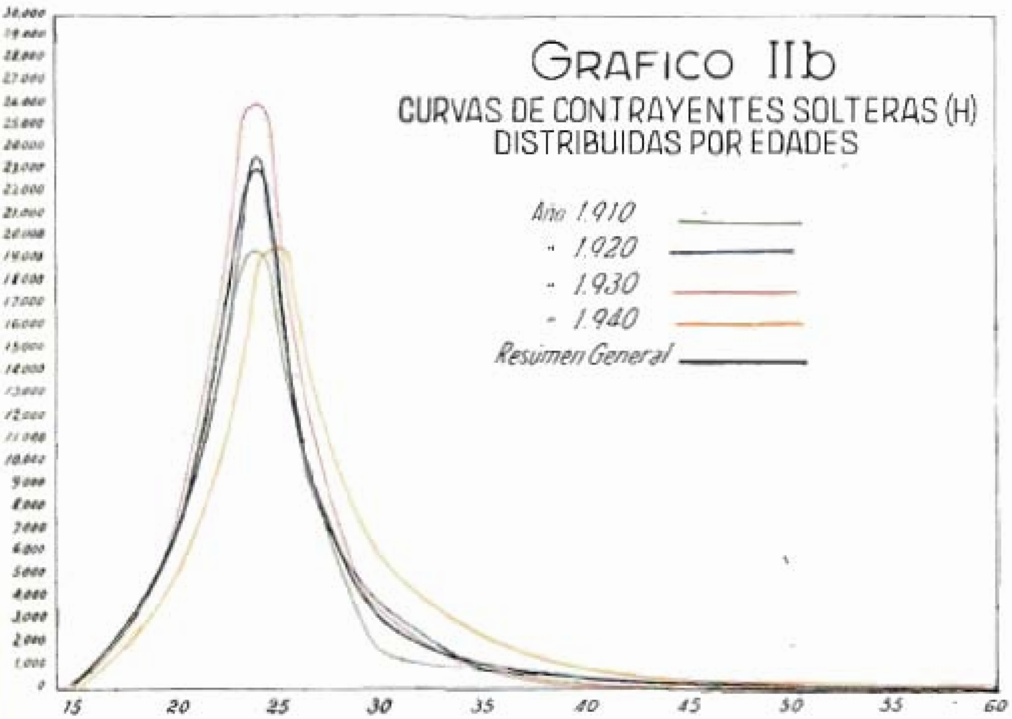
GRAFICO IIb
CURVAS DE CONTRAYENTES SOLTERAS (H)
DISTRIBUIDAS POR EDADES
Año 1.910
" 1.920
" 1.930
" 1.940
Resúmen General
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60

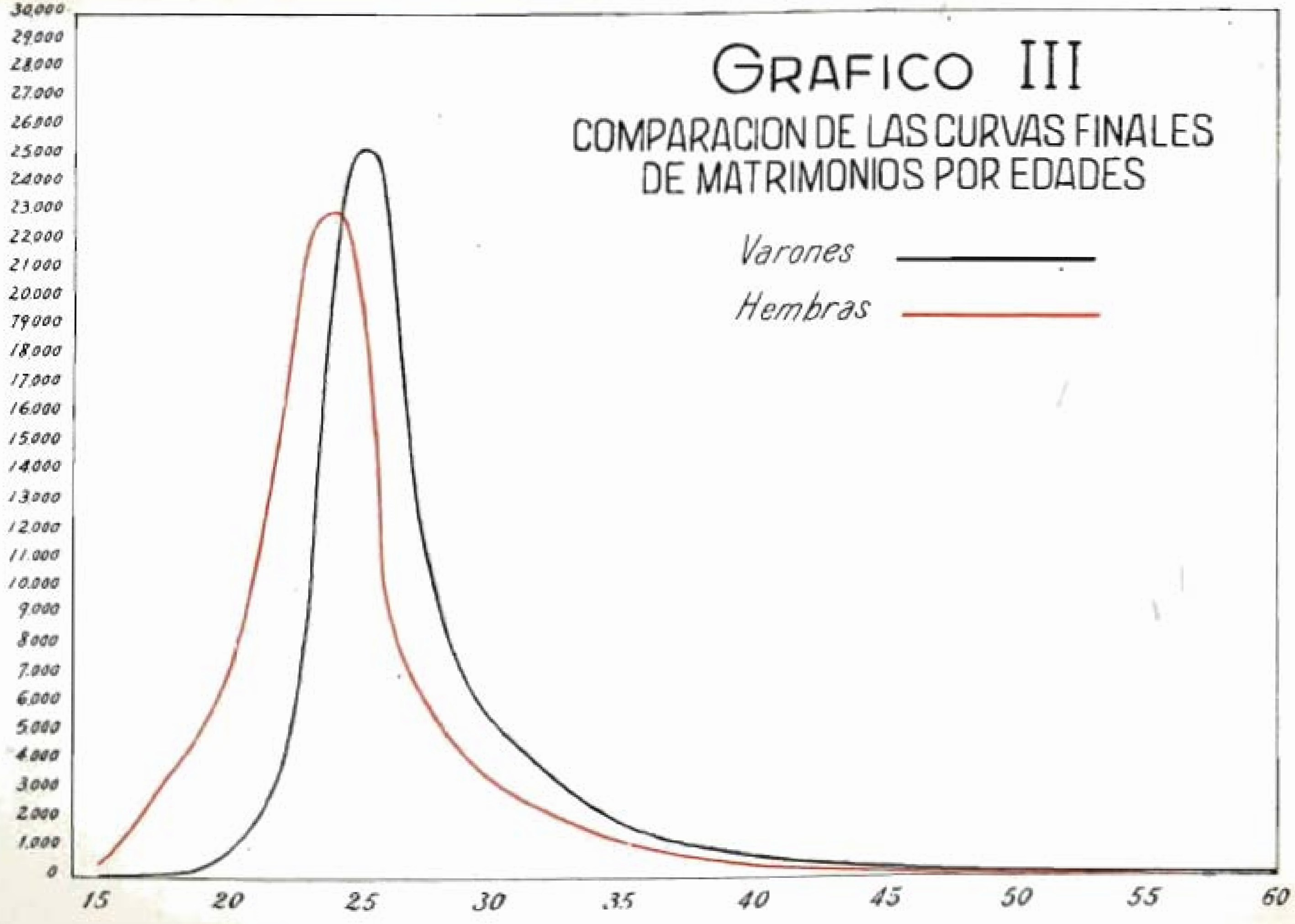
GRAFICO III
COMPARACION DE LAS CURVAS FINALES DE MATRIMONIOS POR EDADES
Varones
Hembras
30.000
29.000
28.000
27.000
26.000
25.000
24.000
23.000
22.000
21.000
20.000
79000
18.000
17.000
16.000
15.000
14.000
13.000
12.000
11.000
10.000
9.000
8.000
7.000
6.000
5.000
4.000
3.000
2.000
1.000
0
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60

II

ADECUADA PREPARACION DE LOS CENSOS DE POBLACION

SERIES DE SOLTEROS

A fin de poder establecer los tantos anuales de nupcialidad es preciso calcular la población soltera comprendida en los censos de población, que no se da clasificada por edades, debiendo prescindir del Censo de 1940, por no estar terminada su completa elaboración al efectuar el presente estudio.

A.—Censo de 1920.

A) VARONES SOLTEROS.

La estadística oficial nos da la población según el estado civil, de la siguiente manera:

Edad	ESTADO CIVIL				TOTAL
	Solteros	Casados	Viudos	No consta	
14-15	441.835	32	—	34	441.901
16-17	411.050	312	13	186	411.561
18-20	566.745	6.379	180	577	573.881
21-25	730.754	115.638	2.040	2.138	850.570
26-30	305.478	457.757	9.604	2.232	775.071

Edad	ESTADO CIVIL				TOTAL
	Solteros	Casados	Viudos	No consta	
31-35	122.296	511.319	15.852	1.989	651.456
36-40	77.948	551.010	24.034	1.747	654.731
41-45	49.050	468.258	27.403	1.359	536.070
46-50	41.304	466.951	39.289	1.283	548.827
51-55	28.714	350.666	41.108	938	421.426
56-60	25.041	349.378	61.259	905	436.584
Más de 60.	38.898	516.659	230.894	2.399	788.850
No consta.	13.682	7.409	1.623	11.709	34.423

La serie "no consta estado civil" se reparte proporcionalmente al número de solteros, casados y viudos, dentro de cada grupo de edades. De análoga manera se ha procedido con los términos de la serie "no consta edad".

Procediendo del modo indicado se obtiene el cuadro que a continuación se expone, en el que se prescinde de casados y viudos, por no interesar al objeto que se persigue:

Edad	Solteros censados	Parte prop. de no consta estado	Suma	Parte prop. de no consta edad	TOTAL
14-15	441.835	34	441.869	3.113	444.982
16-17	411.050	185	411.235	2.891	414.126
18-20	566.745	570	567.315	3.984	571.299
21-25	730.754	1.835	732.589	5.177	737.766
26-30	305.478	878	306.356	2.144	308.500
31-35	122.296	318	122.614	886	123.500
36-40	77.948	198	78.146	544	78.690
41-45	49.050	123	49.173	342	49.515
46-50	41.304	97	41.401	287	41.688
51-55	28.714	63	28.777	187	28.964
56-60	25.041	52	25.093	175	25.268
Más de 60.	38.898	109	39.007	274	39.281
No consta	13.682	6.322	20.004	—	—

Si admitimos que por los puntos correspondientes al número de existentes solteros a cuatro grupos de edades tal y como ha quedado modificado el Censo al repartir los "no consta", pasa una parábola de función:

$$y = a + b\,x + c\,x^2 + d\,x^3$$

siendo n el número de edades correspondientes a un grupo, la ecuación anterior tomará la forma:

$$\Sigma y = n\,.\,a + b\,\Sigma x + c\,\Sigma x^2 + d\,\Sigma x^3$$

Cálculo de Parámetros.

1.ª FUNCIÓN.—*Intervalo de 14 a 25 años.*

$$\left.\begin{array}{l} 444.982 = 2\,a + 29\,b + 421\,c + 6.119\,d \\ 414.126 = 2\,a + 33\,b + 545\,c + 9.009\,d \\ 571.299 = 3\,a + 57\,b + 1.085\,c + 20.691\,d \\ 737.766 = 5\,a + 115\,b + 2.655\,c + 61.525\,d \end{array}\right\} \begin{array}{l}[1]\\ [2]\\ [3]\\ [4]\end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} 444.982 &=& 2\,a + 29\,b + 421\,c + 6.119\,d & [1] \\ -\,414.126 &=& -\,2\,a - 33\,b - 545\,c - 9.009\,d & [2] \\ \hline 30.856 &=& -\,4\,b - 124\,c - 2.890\,d & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} 1.242.378 &=& 6\,a + 99\,b + 1.635\,c + 27.027\,d & [2]\cdot 3 \\ -\,1.142.598 &=& -\,6\,a - 114\,b - 2.170\,c - 41.382\,d & [3]\cdot 2 \\ \hline 99.780 &=& -\,15\,b - 535\,c - 14.355\,d & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} 2.224.910 &=& 10\,a + 145\,b + 2.105\,c + 30.595\,d & [1]\cdot 5 \\ -\,1.475.532 &=& -\,10\,a - 230\,b - 5.310\,c - 123.050\,d & [4]\cdot 2 \\ \hline 749.378 &=& -\,85\,b - 3.250\,c - 92.455\,d & \end{array}$$

$$\left\{\begin{array}{rcll} -\,4\,b - 124\,c - 2.890\,d &=& 30.856 & [5] \\ -\,15\,b - 535\,c - 14.355\,d &=& 99.780 & [6] \\ -\,85\,b - 3.205\,c - 92.455\,d &=& 749.378 & [7] \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{rcll} -\,60\,b - 1.860\,c - 43.350\,d &=& 462.840 & [5]\cdot 15 \\ 60\,b + 2.140\,c + 57.420\,d &=& -\,399.120 & [6]\cdot 4 \\ \hline 280\,c + 14.070\,d &=& 63.720 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} -\,255\,b + 9.095\,c - 244.035\,d &=& 1.696.260 & [6]\cdot 17 \\ 255\,b + 9.615\,c + 277.365\,d &=& -\,2.248.134 & [7]\cdot 3 \\ \hline 520\,c + 33.330\,d &=& -\,551.874 & \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{rcll} 280\,c + 14.070\,d &=& 63.720 & [8] \\ 520\,c + 33.330\,d &=& -\,551.874 & [9] \end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{rl} 3.640\,c + 182.910\,d = 828.360 & [8]\cdot 13 \\ -3.640\,c - 233.310\,d = 3.863.118 & [9]\cdot 7 \\ \hline -50.400\,d = 4.691.478 & \end{array} \qquad d = \frac{4.691.478}{-50.400} = -93{,}08488$$

$$\text{De la [9]} \quad c = \frac{-551.874 + 33.330 \times 93{,}08488}{520} = 4.905{,}086$$

$$\text{De la [5],} \quad b = \frac{30.856 + 124 \times 4.905{,}086 - 2.890 \times 93{,}0848}{-4} = -92.517{,}84$$

$$\text{De la [1],} \quad a = \frac{444.982 + 29 \times 92.517{,}84 - 421 \times 4.905{,}086 + 6.119 \times 93{,}08488}{2} =$$

$$= 816.272{,}267.$$

La función en el intervalo de 14 a 25 años, es:

$$y = 816.272{,}267 - 92517{,}84\,x + 4905{,}086\,x^2 - 93{,}08488\,x^3$$

2.ª FUNCIÓN.—*Intervalo de 21 a 40 años.*

Para establecer conexión entre el anterior intervalo y éste, tomamos como grupo común el de 21 a 25 años:

$$\begin{array}{rl} 737.766 = 5\,a + 115\,b + 2.655\,c + 61.525\,d & [1] \\ 308.500 = 5\,a + 140\,b + 3.930\,c + 110.600\,d & [2] \\ 123.500 = 5\,a + 165\,b + 5.455\,c + 180.675\,d & [3] \\ 78.690 = 5\,a + 190\,b + 7.230\,c + 275.500\,d & [4] \end{array}$$

Restando de cada una la siguiente, se obtiene:

$$\begin{array}{rl} 429.266 = -25\,b - 1.275\,c - 49.075\,d & [5] \\ 185.000 = -25\,b - 1.525\,c - 70.075\,d & [6] \\ 44.810 = -25\,b - 1.775\,c - 94.825\,d & [7] \end{array}$$

operando del mismo modo:

$$\begin{array}{rl} 244.266 = 250\,c + 21.000\,d & [8] \\ 140.190 = 250\,c + 24.750\,d & [9] \end{array}$$

$$104.076 = -3.750\,d. \qquad d = -\frac{104.076}{3.750} = -27{,}7536$$

$$\text{De la [9],} \quad c = \frac{140.190 + 24.750 \times 27{,}7536}{250} = 3.308{,}3664$$

De la [7], $b = \dfrac{44.810 + 1.775 \times 3.308,3664 - 94.825 \times 27,7536}{-25} = -131.417,0096$

De la [4],

$$a = \frac{78.690 + 190 \times 131.417,0096 - 7.230 \times 3.308,3664 + 275.500 \times 27,7536}{5} =$$

$= 1.754.909,9104$.

La función en el intervalo de 26 a 40 años es:

$$y = 1.754.909,9104 - 131.417,0096\,x + 3.308,3664\,x^2 - 27,7536\,x^3$$

Estudiando analíticamente la función, vemos que tiene su punto de inflexión a los 39 años, pasando de cóncava a convexa y siendo casi horizontal en el intervalo de 36 a 40 años, por lo cual es inadecuada en él, siendo necesario buscar la conexión con otra función a edades menores.

3.ª FUNCIÓN.—*Intervalo de 31 a 50 años.*

$$\begin{aligned}
123.500 &= 5\,a + 165\,b + 5.455\,c + 180.675\,d && [1]\\
78.690 &= 5\,a + 190\,b + 7.230\,c + 275.500\,d && [2]\\
49.515 &= 5\,a + 215\,b + 9.255\,c + 398.825\,d && [3]\\
41.688 &= 5\,a + 240\,b + 11.530\,c + 554.400\,d && [4]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
44.810 &= -25\,b - 1.775\,c - 94.825\,d && [5]\\
29.175 &= -25\,b - 2.025\,c - 123.325\,d && [6]\\
7.827 &= -25\,b - 2.275\,c - 155.575\,d && [7]
\end{aligned}$$

$15.635 = 250\,c + 28.500\,d$ [8]

$5.713 = 3.750\,d$ .. $d = 1,52346$

$21.348 = 250\,c + 32.250\,d$ [9]

De la [8], $c = \dfrac{15.635 - 28.500 \times 1,52346}{250} = -111,13444$

De la [5], $b = \dfrac{44.810 - 1.775 \times 111,13444 + 94.825 \times 1,52346}{-25} = 319,66146$

De la [4],

$$a = \frac{41.688 - 240 \times 319,66146 + 11.530 \times 111,1344 - 554.400 \times 1,52346}{5} =$$

$= 80.348,62376$

La función en el intervalo de 31 a 50 años es:

$$y = 80.348,62376 + 319,66146\,x - 111,1344\,x^2 + 1,52346\,x^3$$

El estudio analítico de la función nos revela que a los 47 años presenta un mínimo, por lo cual no es válida en el intervalo de 46 a 50 años; buscaremos la conexión en el intervalo de 41 a 45 años.

Intervalo 41 a 60 años.

Como en los casos anteriores, una ecuación de tercer grado toma la forma:

$$y = -422.164{,}535 + 27.020{,}8746\,x - 554{,}308\,x^2 + 3{,}71\widehat{3}\,x^3$$

con un máximo a los 43 años y un mínimo a los 57, por lo cual en este intervalo de edades no se ajusta una parábola de tercer grado, dada la índole de la función. No queda, pues, otro remedio que tomar una función de segundo grado entre los 41 y 55 años.

4.ª FUNCIÓN.—*Intervalo de 41 a 55 años.*

$$\begin{aligned} 49.515 &= 5a + 215b + 9.255c \quad [1] \\ 41.688 &= 5a + 240b + 11.530c \quad [2] \\ 28.964 &= 5a + 265b + 14.055c \quad [3] \end{aligned}$$

$$7.827 = -25b - 2.275c \quad [5]$$

$$12.724 = -25b - 2.525c \quad [6]$$

$$-4.897 = 250c \quad ,, \quad = -19{,}588$$

$$\text{De la [6],} \quad b = \frac{12.724 - 2.525 \times 19{,}588}{-25} = 1.469{,}428$$

$$\text{De la [1],} \quad a = \frac{49.515 - 215 \times 1.469{,}428 + 9.255 \times 19{,}588}{5} = -17.025{,}016$$

La función en el intervalo 41-55 es:

$$y = -17.025{,}016 + 1.469{,}428\,x - 19{,}588\,x^2$$

Esta función entre los 51 y 55 años tiene una excesiva pendiente, por lo que no es adecuada para él.

5.ª FUNCIÓN.—*Intervalo de 51 a 60 años.*

En este intervalo la función es constantemente decreciente y, prolongada hasta el límite de la vida humana, ha de ser asintótica al eje de las *x;* conviene, por tanto, una función exponencial de la forma:

$$y = a \cdot r^x$$

que para un período que comprenda cinco años se transforma en:

$$\sum_{n-4}^{n} y = a \cdot r^{n-4} + a \cdot r^{n-3} + a\, r^{n-2} + a r^{n-1} + a\, r^n =$$

$$= a \cdot r^{n-4} (1 + r + r^2 + r^3 + r^4) = a \cdot r^{n-4} \cdot \frac{r^5 - 1}{r - 1}$$

Dando a *n* los valores 55 y 60, tenemos:

$$\left.\begin{array}{ll} [1] & 28.964 = a\, r^{51} \cdot \dfrac{r^5 - 1}{r - 1} \\ [2] & 25.262 = a\, r^{56} \cdot \dfrac{r^5 \quad 1}{r - 1} \end{array}\right\} \quad r^{-5} = \frac{28.964}{25.262}$$

$$\log r = \frac{\log 25.268 - \log 28.964}{5} = -\frac{0,059278}{5} = -0,011.855.6$$

$$= \bar{1},988144 \quad , \quad r = 0,97307$$

$$r^5 = 0,87241 \quad , \quad r - 1 = -0,02693 \quad , \quad r^5 - 1 = -0,12759$$

De la [1], $a = \dfrac{28.694}{r^{51}} \cdot \dfrac{r - 1}{r^5 - 1}$, y aplicando logaritmos:

$$\log a = \log 28.964 + \log. 0,02693 + 51. \operatorname{colog} 0,97307 + \operatorname{colog} 0,12759$$

$$4,390914 = \log a \cdot \quad y \quad a = 24.598,8$$

La función en el intervalo de 51 a 60 años es:

$$y = 24.598,8 \times 0,97307^x$$

Los valores numéricos de la serie de Existentes Solteros $\left(L_x^{ss}\right)$ se han tomado, respectivamente, de las funciones:

Edades	14 a 25 años	:	1.ª función.
—	26 a 30 —	:	2.ª —
—	31 a 40 —	:	3.ª —
—	41 a 50 —	:	4.ª —
—	51 a 60 —	:	5.ª —

El desarrollo de la serie de solteros que corresponden a cada edad, deducidos de la serie acumulativa calculada conforme queda dicho, se contiene en el cuadro Xa.

B) HEMBRAS SOLTERAS (1920).

El Censo de 1920 nos da la población femenina según el estado civil, de la siguiente manera:

Edad	ESTADO CIVIL				TOTAL
	Solteras	Casadas	Viudas	No consta	
14-15	446.459	258	7	104	446.828
16-17	426.695	2.682	30	288	429.695
18-20	608.599	40.507	566	740	650.412
21-25	567.390	334.388	6.891	1.804	910.473
26-30	273.868	571.943	21.448	1.893	869.152
31-35	129.989	534.449	31.868	1.447	697.553
36-40	103.299	561.833	54.354	1.570	721.056
41-45	65.811	463.753	52.196	1.174	582.934
46-50	64.533	442.608	99.876	1.301	608.318
51-55	40.833	307.024	95.284	1.090	444.231
56-60	45.285	291.798	155.717	1.166	493.966
Más de 60.	78.127	361.156	476.305	3.060	418.648
No consta.	13.988	8.553	4.187	7.734	34.462

Las series "no consta estado civil" y "no consta edad" se reparten proporcionalmente, la primera al número de solteras, casadas y viudas de cada grupo; la segunda, solamente las solteras a las existentes de éstas a cada grupo de edades, como se ha hecho para los varones.

Procediendo como se indica, se obtiene el siguiente cuadro de valores:

Edad	Solteras censadas	Parte prop. de no consta estado	Suma	Parte prop. de no consta edad	TOTAL
14-15	446.459	103	446.562	3.329	449.981
16-17	426.695	285	426.980	3.174	430.154
18-20	608.599	689	609.288	4.515	613.803
21-25	567.390	1.142	568.532	4.255	572.787
26-30	273.868	598	274.466	2.037	276.503
31-35	129.989	272	130.261	968	131.229
36-40	103.299	285	103.584	770	104.354
41-45	65.811	143	65.954	491	66.445
46-50	64.533	139	64.672	485	65.157

Edad	Solteras censadas	Parte prop. de no consta estado	Suma	Parte prop. de no consta edad	TOTAL
51-55	40.833	108	40.941	305	41.246
56-60	45.285	165	45.450	335	45.785
Más de 60	78.127	261	78.388	578	78.966
No consta	13.988	7.224	21.212	—	—

Admitimos las mismas hipótesis que las establecidas al obtener la "serie de solteros".

Procedemos al

Cálculo de Parámetros.

1.ª FUNCIÓN.—*Intervalo 14-25 años.*

$$y_x = a + b\,x + c\,x^2 + d\,x^3$$

$$\left.\begin{array}{l} 449.891 = 2\,a + 29\,b + 421\,c + 6.119\,d \\ 430.154 = 2\,a + 33\,b + 545\,c + 9.009\,d \\ 613.803 = 3\,a + 57\,b + 1.085\,c + 20.691\,d \\ 572.757 = 5\,a + 115\,b + 2.655\,c + 61.525\,d \end{array}\right\}$$

Resuelto este sistema, nos da los siguientes valores:

$a = -95.265{,}78$ „ $b = 68.294{,}70$ „ $c = -4.543{,}46$ „ $d = 93{,}58928$

$$y_x = -95.265{,}78 + 68.294{,}7\,x - 4.543{,}46\,x^2 + 93{,}58928\,x^3$$

2.ª FUNCIÓN.—*Intervalo 21-40 años.*

$$\left.\begin{array}{l} 572.757 = 5\,a + 115\,b + 2.655\,c + 61.525\,d \\ 276.503 = 5\,a + 140\,b + 3.930\,c + 110.600\,d \\ 131.229 = 5\,a + 165\,b + 5.455\,c + 180.675\,d \\ 104.354 = 5\,a + 190\,b + 7.230\,c + 275.500\,d \end{array}\right\}$$

La función toma la forma:

$$y_x = 1.017.997{,}31 - 62.814{,}91\,x + 1.333{,}72\,x^2 - 8{,}688.2\,x^3$$

3.ª FUNCIÓN.—*Intervalo 31-40 años.*

$$y_x = a \cdot r^x$$

$$\left.\begin{aligned} 131.229 &= a \cdot r^{31} \cdot \frac{1-r^5}{1-r} \\ 104.354 &= a \cdot r^{36} \cdot \frac{1-r^5}{1-r} \end{aligned}\right\} \quad r = 0{,}9552 \;\;,, \;\; a = 118.860$$

y la función:

$$y_x = 118.860 \times 0{,}9552^x$$

4.ª FUNCIÓN.—*Intervalo 41-50 años.*

$$y_x = a \cdot r^x$$

$$\left.\begin{aligned} 66.455 &= a \cdot r^{41} \cdot \frac{1-r^5}{1-r} \\ 65.157 &= a \cdot r^{46} \cdot \frac{1-r^5}{1-r} \end{aligned}\right\} \quad r = 0{,}99609 \;\;,, \;\; a = 15.731{,}8$$

y la función:

$$y_x = 15\,731{,}8 \times 0{,}99609^x$$

5.ª FUNCIÓN.—*Intervalo 51-60 años.*

$$y_x = a + b\,x + c\,x^2$$

$$\left.\begin{aligned} 65.157 &= 5\,a + 240\,b + 11.530\,c \\ 41.246 &= 5\,a + 265\,b + 14.055\,c \\ 45.785 &= 5\,a + 290\,b + 16.830\,c \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} a &= 348.220{,}12 \\ b &= -\,12.450{,}24 \\ c &= 113{,}8 \end{aligned}$$

y la función:

$$y_x = 378.220{,}12 - 12.450{,}24\,x + 113{,}8\,x^2$$

Los valores numéricos de la serie L^{ss}_x se han obtenido de las funciones:

Edades	14 a 20 años	:	1.ª función.
—	21 a 30 —	:	2.ª —
—	31 a 40 —	:	3.ª —
—	41 a 50 —	:	4.ª —
—	51 a 60 —	:	5.ª —

El correspondiente desarrollo de solteras edad por edad, para el censo de 1920, se contiene en el cuadro X b.

B.—Censo de 1910.

A) Varones solteros.

Procedemos ahora a la distribución del censo de existencia de solteros, utilizando un procedimiento análogo al empleado para la distribución de matrimonios, ya que se nos da igualmente agrupado, partiendo de los datos siguientes:

Edades...	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50	51-60
Solteros.	994.568	827.886	652.446	256.895	99.448	70.854	42.401	35.746	42.204
Casados.	33	4.646	117.004	464.410	482.351	546.097	431.038	467.728	654.604
Viudos...	1	122	1.259	7.612	11.982	19.620	22.779	35.927	92.658

Estos valores del censo han sido obtenidos después de distribuir los datos de los existentes en los que no consta su estado civil, y de los que no consta la edad que tenían al confeccionar el censo, proporcionalmente igual a como se ha visto antes.

Acumulados los valores del censo, para existentes solteros, obtenemos:

15 años.................	994.568
20 —	1.822.454
25 —	2.474.900
30 —	2.733.517
35 —	2.834.144
40 —	2.897.815
45 —	2.944.498
50 —	2.980.244
60 —	3.022.448

Dividimos la curva en tres tramos: de 15 a 25 años, de 25 a 45 y de 45 a 60.

PRIMER TRAMO (parabólica).

Tomamos los valores correspondientes a las edades 15, 20 y 25, que para facilidad de cálculo los convertimos en — 5, 0 y 5, para lo cual no hay más que hacer el cambio de variable $z = x - 20$, obteniendo la función

$$y = 1.822.454 + 148.033{,}2\ z - 3.508{,}8\ z^2$$

SEGUNDO TRAMO (logarítmica).

Dado que la curva logarítmica se determina con dos puntos, por existir solamente dos parámetros, habremos de calcular qué valor inicial se ha de dar a la variable independiente para que la curva pase por los puntos intermedios dados por el censo. Esto se consigue sustituyendo el valor 25 por 1,5 y, por tanto, el punto 45 corresponderá al 21,5. La función es

$$y = 2.403.389 + 406.105 \log x$$

TERCER TRAMO (parabólica).

Para facilidad de cálculo sustituímos los valores 45, 50 y 60 por — 5, 0 y 10, obteniendo la siguiente función:

$$y = 2.980.244 + 6.172{,}9\ z - 195{,}25\ z^2$$

Dando a estas variables independientes de las respectivas funciones, valores particulares, obtenemos la distribución del censo de existencia de solteros, por diferencia entre cada dos valores consecutivos de la función acumulativa, como figuran en el cuadro X a.

B) HEMBRAS SOLTERAS (1910).

Para distribuir el censo de existencia de solteras, partiremos de los datos siguientes de la estadística oficial:

Edades...	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50	51-60
Solteras.	997.418	884.616	448.233	219.640	96.805	83.038	70.432	57.835	77.901
Casadas.	226	47.007	342.790	475.858	508.464	658.711	406.884	433.333	554.536
Viudas...	5	503	4.555	16.483	24.606	50.554	53.561	99.159	246.973

Estos valores del censo han sido obtenidos después de distribuir los datos de las existentes en los que no consta su estado civil y de los que no consta la edad que tenían al confeccionar el censo, proporcionalmente a los valores de cada estado civil y de cada grupo de años.

Nos valemos del mismo procedimiento de la curva acumulativa, cuyos valores para las distintas edades, son:

15 años...............	997.418
20 —	1.882.034
25 —	2.330.267
30 —	2.549.907
35 —	2.646.712
40 —	2.729.750
45 —	2.800.182
50 —	2.858.017
60 —	2.935.918

Dividimos la curva en tres tramos: de 15 a 25, de 25 a 35 y de 35 a 60.

PRIMER TRAMO (parabólica).

Tomamos los valores de las edades 15, 20 y 25, que convertimos en — 5, 0 y 5, obteniendo la función

$$y = 1.882.034 + 133.284{,}9\ x - 8.727{,}6\ x^2$$

SEGUNDO TRAMO (logarítmica).

En este segundo tramo sustituímos la edad 25 por 2,3, con objeto de que la curva se nos ajuste en el punto intermedio (30), con lo que obtenemos la función

$$y = 2.173.083 + 434.571 \log. x$$

TERCER TRAMO (parabólica).

Tomamos los puntos 40, 50 y 60, que convertimos en — 10, 0 y 10, obteniendo la función

$$y = 2.858.017 + 10.308{,}4\ x - 251{,}83\ x^2$$

Extrapolando esta función, hallamos los valores desde 35 años.

Damos en estas funciones los correspondientes valores a la variable independiente, y obtenemos la curva acumulativa. Por diferencia entre cada dos valores consecutivos de ésta, hallamos la distribución de existentes solteras para cada edad, que damos en el cuadro X b.

C.—Censo de 1930.

A) VARONES SOLTEROS.

El Censo de 1930 nos presenta la población española clasificada por su estado civil, como se aprecia en el siguiente cuadro. En él no se han considerado los menores de 14 años, por ser ésta la edad mínima admitida por nuestra legislación para poder contraer matrimonio:

Edades	ESTADO CIVIL				TOTAL
	Soltero	Casado	Viudo	No consta	
14 a 15	434.368	3	—	5	434.376
16 a 17	428.863	335	14	9	429.221
18 a 20	660.932	4.864	117	408	666.321
21 a 25	908.103	115.180	1.446	2.637	1.027.366
26 a 30	390.574	553.754	6.557	2.089	952.974
31 a 35	136.340	583.629	11.879	1.388	733.236
36 a 40	88.123	614.909	18.615	1.149	722.796
41 a 45	54.763	523.056	22.845	921	601.585
46 a 50	45.234	510.443	34.867	856	591.400
51 a 55	31.649	390.924	39.510	634	462.717
56 a 60	28.738	369.082	55.400	617	453.837

Repartiendo los no consta estado civil proporcionalmente a solteros, casados y viudos, se obtiene el siguiente cuadro, en que ha desaparecido la columna de "no consta":

Edades	ESTADO CIVIL		
	Soltero	Casado	Viudo
14 a 15	434.373	3	
16 a 17	428.872	335	14
18 a 20	661.337	4.867	117
21 a 25	910.440	115.476	1.450
26 a 30	391.432	554.970	6.572
31 a 35	136.599	584.736	11.901
36 a 40	88.263	615.888	18.645
41 a 45	54.846	523.858	22.881
46 a 50	45.300	511.183	34.917
51 a 55	31.692	391.460	39.565
56 a 60	28.777	369.584	55.476

Por análogo procedimiento a los expuestos para los dos censos anteriormente citados se obtiene la distribución de los varones solteros, por edades, para el censo de 1930, según el cuadro X a.

B) Hembras solteras (1930).

El Censo de 1930, lo mismo que para los varones, nos presenta la población española clasificada por su estado civil en la forma en que figura en el siguiente cuadro:

Edades	ESTADO CIVIL				TOTAL
	Soltera	Casada	Viuda	No consta	
14 a 15	433.712	78	—	7	433.797
16 a 17	437.309	2.082	24	60	439.475
18 a 20	661.689	43.132	263	496	705.580
21 a 25	676.672	378.353	3.995	1.769	1.060.789
26 a 30	320.983	684.115	15.651	1.544	1.022.293
31 a 35	148.900	586.197	26.800	1.065	762.962
36 a 40	125.958	618.790	51.216	1.092	797.056

Edades	ESTADO CIVIL				TOTAL
	Soltera	Casada	Viuda	No consta	
41 a 45	76.986	484.124	63.504	857	625.471
46 a 50	75.801	470.011	103.501	1.021	650.334
51 a 55	48.995	348.847	105.883	764.	504.489
56 a 60	53.391	313.780	162.756	899	530.826

Repartiendo los no consta estado civil proporcionalmente a solteras, casadas y viudas, se obtiene el siguiente cuadro, en que ha desaparecido la columna de "no consta":

Edades	ESTADO CIVIL		
	Soltera	Casada	Viuda
14 a 15	433.719	78	—
16 a 17	437.369	2.082	24
18 a 20	662.155	43.162	263
21 a 25	677.802	378.985	4.002
26 a 30	321.468	685.149	15.676
31 a 35	149.108	587.016	26.838
36 a 40	126.130	619.639	51.287
41 a 45	77.092	484.789	63.590
46 a 50	75.920	470.750	103.664
51 a 55	49.069	349.376	106.044
56 a 60	53.391	314.312	163.033

De análoga manera se obtiene la distribución por edades de las hembras solteras del Censo de 1930, según el cuadro X b.

X a

POBLACION SOLTERA COMPRENDIDA EN LOS CENSOS QUE SE INDICAN Y SU PROMEDIO ARITMETICO SIMPLE

VARONES.

Edad	Censo 1910	Censo 1920	Censo 1930	Suma	Promedio L_x^{ss}
15	186.630	217.998	209.351	613.979	204.660
16	179.612	210.413	213.437	603.462	201.154
17	172.595	203.713	215.448	591.756	197.252
18	165.577	197.328	236.796	599.701	199.900
19	158.560	190.700	201.356	550.616	183.539
20	151.542	183.271	223.184	557.997	185.999
21	144.524	174.481	178.562	497.567	165.856
22	137.507	163.774	199.567	500.848	166.949
23	130.490	150.589	181.599	462.678	154.226
24	123.473	134.368	174.383	432.224	144.075
25	116.452	114.554	176.326	407.332	135.777
26	90.094	86.726	79.842	256.662	85.554
27	59.344	72.176	77.057	208.577	69.526
28	44.324	59.746	79.874	183.944	61.315
29	35.392	49.270	64.661	149.323	49.774
30	29.463	40.582	89.997	160.042	53.347
31	25.239	28.843	24.901	78.983	26.328
32	22.075	26.697	28.387	77.159	25.720
33	19.616	24.621	37.782	82.019	27.340
34	17.652	22.624	27.644	67.920	22.640
35	16.045	20.715	27.783	64.543	21.514
36	14.716	18.905	17.239	50.860	16.953
37	13.573	17.201	15.491	46.265	15.422
38	12.603	15.613	17.894	46.110	15.370
39	11.763	14.150	14.884	40.797	13.599
40	11.026	12.821	22.754	46.601	15.534
41	10.478	10.296	9.490	30.264	10.088
42	9.701	10.137	12.712	32.550	10.850
43	9.284	9.942	10.058	29.284	9.761
44	8.821	9.707	10.578	29.106	9.702
45	8.399	9.433	12.007	29.839	9.946
46	7.931	9.120	8.788	25.839	8.613
47	7.539	8.768	7.510	23.817	7.939

Edad	Censo 1910	Censo 1920	Censo 1930	Suma	Promedio L_x^{ss}
48	7.149	8.377	8.961	24.487	8.162
49	6.759	7.946	7.410	22.115	7.372
50	6.368	7.477	12.630	26.475	8.825
51	5.978	6.113	5.525	17.616	5.872
52	5.587	5.949	7.216	18.752	6.251
53	5.196	5.788	6.028	17.012	5.671
54	4.807	5.633	6.233	16.673	5.558
55	4.415	5.481	6.659	16.555	5.518
56	4.025	5.333	5.931	15.289	5.096
57	3.635	5.190	4.692	13.517	4.506
58	3.244	5.050	5.604	13.898	4.633
59	2.854	4.914	4.484	12.252	4.084
60	2.463	4.781	8.064	15.308	5.103

X b

POBLACION SOLTERA COMPRENDIDA EN LOS CENSOS QUE SE INDICAN Y SU PROMEDIO ARITMETICO SIMPLE

HEMBRAS.

Edad	Censo 1910	Censo 1920	Censo 1930	Suma	Promedio L_x^{ss}
15	229.287	222.740	214.798	666.725	111.242
16	211.836	217.666	220.608	650.110	216.703
17	194.377	212.488	216.761	623.626	207.875
18	176.923	207.741	230.615	615.279	205.093
19	154.468	204.074	195.574	554.116	184.705
20	142.012	201.958	235.966	579.939	193.312
21	107.931	146.592	129.357	383.880	127.960
22	97.788	129.078	143.044	370.910	123.637
23	89.646	113.083	135.149	337.878	112.602
24	80.505	98.557	137.310	316.372	105.457
25	71.373	85.447	136.435	293.295	97.748
26	62.221	73.700	65.183	211.104	70.368
27	53.080	63.266	60.493	176.839	58.946
28	43.939	54.093	66.383	164.415	54.805
29	34.746	46.127	51.012	131.935	43.978
30	25.654	39.317	78.238	143.209	47.736

Edad	Censo 1910	Censo 1920	Censo 1930	Suma	Promedio L_x^{ss}
31	21.306	28.707	25.287	75.300	25.100
32	19.630	27.421	31.929	78.980	26.327
33	19.127	26.192	29.747	75.066	25.022
34	18.623	25.015	30.733	74.375	24.792
35	18.119	23.890	31.412	73.421	24.474
36	17.617	22.828	25.431	65.876	21.959
37	17.110	21.806	21.627	60.543	20.181
38	16.617	20.830	25.699	63.146	21.049
39	16.094	19.886	19.734	55.714	18.571
40	15.600	19.005	33.640	68.245	22.738
41	15.096	13.393	12.428	40.917	13.639
42	14.582	13.341	17.394	45.307	15.106
43	14.089	13.289	14.198	41.576	13.859
44	13.583	13.237	15.741	42.561	14.187
45	13.082	13.185	17.332	43.599	14.533
46	12.566	13.134	14.642	40.342	13.447
47	12.073	13.082	12.219	37.374	12.458
48	11.570	13.031	15.458	40.049	13.349
49	11.065	12.980	11.515	41.620	13.873
50	10.561	12.930	22.096	45.687	15.196
51	10.057	9.251	7.898	27.209	9.069
52	9.553	8.523	10.904	28.980	9.660
53	9.051	8.022	9.035	26.108	8.703
54	8.545	7.748	10.440	26.733	8.911
55	8.043	7.702	10.794	26.439	8.813
56	7.498	7.884	11.172	26.574	8.858
57	7.073	8.293	8.295	23.661	7.887
58	6.532	8.932	10.313	25.777	8.592
59	6.027	9.794	7.316	23.139	7.712
60	5.522	10.882	16.386	32.790	10.930

III

TANTOS DE NUPCIALIDAD

SUPERVIVENCIA DE SOLTEROS

Llamando L_x^{ss} al número de solteros existentes de edad x, y M_x^s al de matrimonios contraídos por varones solteros de la citada edad, obtendremos el tanto central de nupcialidad, por la siguiente relación:

$$\nu_x^s = \frac{M_x^s}{L_x^{ss}}$$

Estos tantos vienen dados en los cuadros XI a) y b), los cuales se han calculado también para cada año en particular, 1910, 1920 y 1930, a fin de que pueda hacerse el estudio comparativo de las frecuencias relativas, y figuran en los estados XI a_1, a_2 y a_3; b_1, b_2 y b_3.

Precisamos ahora establecer el tanto anual de nupcialidad en virtud de una relación que nos dé dicho tanto anual de nupcialidad, en función de valores conocidos, para lo que nos valemos de las siguientes:

$$\nu_x^s = \frac{M_x^s}{L_x^s} = \frac{\eta_x^s \cdot l_x^{ss}}{l_x^{ss} - \frac{1}{2}\left(M_x^s + d_x^{ss}\right)} = \frac{\eta_x^s \cdot l_x^{ss}}{l_x^{ss} - \frac{1}{2}\left(\eta_x^s \cdot l_x^{ss} + l_x^{ss} q_x^{ss}\right)} =$$

$$= \frac{\eta_x^s}{1 - \frac{1}{2}\left(\eta_x^s + q_x^{ss}\right)} = \frac{2\eta_x^s}{2 - \eta_x^s - q_x^{ss}} \quad ,,$$

De aquí,

$$\left(2-q_x^{ss}\right) \nu_x^s - \eta_x^s \cdot \nu_x^s = 2\eta_x^s$$

$$\left(2+\nu_x^s\right) \eta_x^s = \left(2-q_x^{ss}\right) \nu_x^s$$

$$\eta_x^s = \frac{\left(2-q_x^{ss}\right) \nu_x^s}{2+\nu_x^s}$$

El tanto anual de nupcialidad η_x nos viene dado, pues, en función del tanto anual de mortalidad entre solteros, q_x^{ss}, y del central de nupcialidad, ν_x^s. Nos encontramos, por consiguiente, con que desconocemos (ya que ninguna tabla española los da) los valores del tanto anual de mortalidad entre solteros.

Ahora bien, para obtener los valores q_x^{ss} se ha recurrido a las Tablas de Mortalidad (1) Hunter-Peerage, en las que se encuentran discriminados los tantos de mortalidad general y por estado civil; llamando Q_x, Q_x^s y Q_x^c los tantos anuales de mortalidad general, de solteras y de casadas, respectivamente, de la Tabla antedicha y designando por q_x, q_x^s y q_x^c los mismos tantos de la población española, si admitimos proporcionalidad entre los tantos correspondientes de ambas Tablas, podemos establecer:

$$\frac{Q_x}{q_x} = \frac{Q_x^s}{q_x^s} = \frac{Q_x^c}{q_x^c}$$

de donde:

$$q_x^s = Q_x^s \cdot \frac{Q_x}{q_x} \quad ,, \quad q_x^c = Q_x^c \cdot \frac{Q_x}{q_x}$$

Los valores de los elementos que entran en estas relaciones figuran en las tablas XII a) para varones y b) para hembras.

Conocidos los valores de los tantos anuales de mortalidad de

(1) «Transactions of the Faculty of Actuaries», vol. I, n.° 8. Tabla 9, página 272.

solteros correspondientes a la población española y aplicando la fórmula anteriormente obtenida, se hallan los valores de dichos tantos que figuran en los estados XIII a y b.

La serie de supervivientes solteros se obtiene por la relación:

$$l_{x+1}^{ss} = l_x^{ss} \cdot p_x^{ss}$$

para lo cual es preciso calcular el valor de p_x^{ss}, llamado probabilidad anual de permanencia en el grupo de solteros.

Este tanto se halla relacionado con los tantos anuales de nupcialidad y mortalidad de solteros según la fórmula:

$$1 = p_x^{ss} + q_x^{ss} + \eta_x^{s},$$

por ser contrarias las probabilidades de permanencia en el grupo de solteros, de nupcialidad y de mortalidad; de donde:

$$p_x^{ss} = 1 - [q_x^{ss} + \eta_x^{s}]$$

Tomando como base el valor de l_{15} de la tabla general de supervivencia española (1), obtenemos los valores numéricos de p_x^{ss} y l_x^{ss} que se exponen en las tablas XII.

Determinados los tantos centrales y los anuales de nupcialidad, se aprecia que las edades para las cuales dichos tantos presentan valores máximos en la serie son:

26 años para los varones
24 » » las hembras

tanto entre los tantos centrales como entre los anuales.

Aunque estos últimos no se han calculado particularmente para cada uno de los años 1910, 1920 y 1930 (para 1940 no se pueden calcular por las razones ya expuestas), sino únicamente los de con-

(1) Véase nuestro trabajo acerca de la mortalidad de la población general española, reproducido en el número del BOLETÍN OFICIAL DE SEGUROS Y AHORRO correspondiente al mes de enero de 1948.

junto o promedios, la coincidencia que ofrecen con los tantos centrales en cuanto a las edades a que corresponden los valores máximos de ellos, nos permite establecer la síntesis comparativa que sigue, a base de los tantos centrales particularizados por años:

Años de referencia	VARONES Edades Particulares	VARONES Edades Resumen	HEMBRAS Edades Particulares	HEMBRAS Edades Resumen
1910	25		24	
1920	26	26	25	24
1930	26		24	

Al comparar con las edades que resultan para las frecuencias absolutas expuestas en el capítulo I de este estudio, se observa que la edad resumen para las hembras se mantiene ahora igual que allí, pero no así para los varones que ahora aumenta en un año.

Es curioso que la diferencia entre las edades que acusan las máximas frecuencias relativas de la nupcialidad en primeras nupcias para varones y hembras, respectivamente, mantiene la diferencia de dos años que por término medio existe entre las edades núbiles iniciales de ambos sexos.

Observación.—Después de terminado el estudio de que esta sección forma parte, hemos tenido ocasión de recoger elementos suficientes de juicio para estudiar la mortalidad general española entre solteros, por lo que en estudio que publicaremos en su día volveremos a calcular los tantos anuales de nupcialidad valiéndonos de dichos tantos de mortalidad española.

TANTOS CENTRALES DE NUPCIALIDAD

XI a

A) VARONES

Edad	ν_x^s	Edad	ν_x	Edad	ν_x^s
14	0,00000	30	0,10370	46	0,03053
15	0,00008	31	0,12770	47	0,03099
16	0,00016	32	0,11232	48	0,02757
17	0,00039	33	0,08808	49	0,02835
18	0,00092	34	0,09395	50	0,02164
19	0,00239	35	0,08664	51	0,01941
20	0,00526	36	0,08400	52	0,01664
21	0,01373	37	0,08164	53	0,01569
22	0,03136	38	0,07176	54	0,01385
23	0,06614	39	0,06934	55	0,01069
24	0,12800	40	0,04802	56	0,00863
25	0,18666	41	0,03509	57	0,00732
26	0,27045	42	0,03097	58	0,00540
27	0,18852	43	0,03237	59	0,00441
28	0,15547	44	0,03113	60	0,00215
29	0,14325	45	0,02815		

XI b

B) HEMBRAS

Edad	ν_x^s	Edad	ν_x^s	Edad	ν_x^s
15	0.002.966	31	0.074.142	47	0.013.405
16	.002.626	32	.063.926	48	.011.686
17	.005.258	33	.059.664	49	.009.659
18	.010.098	34	.053.636	50	.009.184
19	.020.757	35	.048.051	51	.007.939
20	.035.393	36	.039.483	52	.006.832
21	.089.356	37	.038.849	53	.005.745
22	.138.014	38	.032.495	54	.005.049
23	.195.652	39	.030.585	55	.005.049
24	.218.537	40	.018.339	56	.002.258
25	.199.475	41	.018.037	57	.001.902
26	.148.200	42	.015.491	58	.001.280
27	.127.048	43	.015.946	59	.000.778
28	.101.883	44	.014.597	60	.000.183
29	.095.793	45	.013.349		
30	.067.454	46	.013.460		

TANTOS CENTRALES DE NUPCIALIDAD
1910

XI a_1

A) VARONES

Edad	ν_x^s	Edad	ν_x^s	Edad	ν_x^s
15	0,00011	31	0,11601	47	0,02308
16	0,00017	32	0,10477	48	0,02280
17	0,00042	33	0,09752	49	0,02248
18	0,00105	34	0,09234	50	0,02214
19	0,00261	35	0,08856	51	0,00920
20	0,00645	36	0,06034	52	0,00930
21	0,01573	37	0,05879	53	0,00846
22	0,03676	38	0,05744	54	0,00852
23	0,07884	39	0,05627	55	0,00815
24	0,14407	40	0,05541	56	0,00795
25	0,19683	41	0,02300	57	0,00742
26	0,18097	42	0,02381	58	0,00678
27	0,18385	43	0,02359	59	0,00595
28	0,17934	44	0,02358	60	0,00527
29	0,17190	45	0,02345		
30	0,16257	46	0,02345		

XI b_1

B_1) HEMBRAS

Edad	ν_x^s	Edad	ν_x^s	Edad	ν_x^s
15	0,00139	31	0,06820	47	0,00911
16	0,00282	32	0,06821	48	0,00882
17	0,00584	33	0,06399	49	0,00840
18	0,01206	34	0,05955	50	0,00739
19	0,02512	35	0,05491	51	0,00060
20	0,04668	36	0,03803	52	0,00052
21	0,10232	37	0,03407	53	0,00044
22	0,16335	38	0,02979	54	0,00047
23	0,21634	39	0,02535	55	0,00037
24	0,24169	40	0,02064	56	0,00040
25	0,21608	41	0,01033	57	0,00028
26	0,13426	42	0,01022	58	0,00031
27	0,11087	43	0,01001	59	0,00017
28	0,09481	44	0,00979	60	0,00018
29	0,08254	45	0,00963		
30	0,07079	46	0,00939		

TANTOS CENTRALES DE NUPCIALIDAD 1920

XI a_2

A_2) VARONES

Edad	ν_x^s	Edad	ν_x^s	Edad	ν_x^s
14	0,000056	30	0.149303	46	0.037061
15	.000083	31	.132927	47	.036154
16	.000195	32	.129003	48	.035215
17	.000442	33	.112018	49	.034483
18	.001049	34	.111695	50	.033703
19	.002659	35	.107299	51	.021430
20	.005495	36	.091563	52	.020844
21	.013199	37	.089530	53	.018832
22	.030041	38	.089605	54	.017042
23	.065164	39	.084521	55	.014596
24	.127262	40	.068403	56	.014063
25	.208373	41	.043318	57	.011368
26	.277563	42	.041926	58	.009109
27	.198944	43	.040535	59	.006919
28	.168697	44	.039250	60	.004392
29	.155612	45	.038164		

XI b_2

B_2) HEMBRAS

Edad	ν_x^s	Edad	ν_x^s	Edad	ν_x^s
14	0,000.907	30	.105.959	46	.018.578
15	.001.688	31	.072.561	47	.017.352
16	.002.472	32	.068.415	48	.016.576
17	.004.833	33	.064.638	49	.014.330
18	.009.343	34	.061.113	50	.013.612
19	.017.655	35	.057.848	51	.011.566
20	.031.967	36	.047.223	52	.011.146
21	.074.206	37	.044.621	53	.010.471
22	.128.728	38	.044.215	54	009.422
23	.193.292	39	.037.212	55	.007.920
24	.240.937	40	.036.938	56	.007.610
25	.245.661	41	.024.490	57	.004.703
26	.152.198	42	.023.387	58	.003.023
27	.130.180	43	.022.274	59	.001.634
28	.118.666	44	.021.002	60	.000.368
29	.110.868	45	.019.719		

TANTOS CENTRALES DE NUPCIALIDAD
1930

XI a_8

A_8) VARONES

x	v_x^{ss}	x	v_x^{ss}	x	v_x^{ss}
15	0,00006	30	0,06386	45	0,02349
16	0,00013	31	0,13353	46	0,03004
17	0,00031	32	0,10258	47	0,03302
18	0,00071	33	0,06757	48	0,02422
19	0,00195	34	0,08045	49	0,02699
20	0,00426	35	0,07001	50	0,01417
21	0,00566	36	0,09583	51	0,02842
22	0,02872	37	0,09302	52	0,01898
23	0,05783	38	0,06635	53	0,01891
24	0,11718	39	0,06530	54	0,01492
25	0,16583	40	0,03296	55	0,00931
26	0,36368	41	0,03962	56	0,00421
27	0,20572	42	0,02761	57	0,00298
28	0,13235	43	0,03091	58	0,00125
29	0,10233	44	0,03006	59	0,00045

XI b_8

B_8) HEMBRAS

x	v_x^{ss}	x	v_x^{ss}	x	v_x^{ss}
14	0,00140	30	0,04701	46	0,01282
15	0,00137	31	0,08095	47	0,01342
16	0,00260	32	0,05747	48	0,00964
17	0,00514	33	0,05251	49	0,01164
18	0,00927	34	0,04412	50	0,00538
19	0,02055	35	0,03667	51	0,01317
20	0,02980	36	0,03743	52	0,00899
21	0,09570	37	0,03681	53	0,00697
22	0,12979	38	0,02471	54	0,00555
23	0,18389	39	0,02822	55	0,00148
24	0,18887	40	0,06778	56	0,00072
25	0,16304	41	0,02052	57	0,00036
26	0,17986	42	0,01380	58	0,00029
27	0,13797	43	0,01592	59	0,00014
28	0,09290	44	0,01328	60	—
29	0,09131	45	0,01125		

XII a

TANTOS DE MORTALIDAD

A) VARONES

Edad	Tabla general española			Hunter-Peerage		Tantos anuales de morir soltero
	l_x	d_x	q_x	q_x	q_x^s	q_x^{ss}
15	684.848	2.009	0,002933	0,00305	0,00305	0,002933
16	682.839	2.217	0,003247	0,00330	0,00330	0,003247
17	680.622	2.286	0,003359	0,00360	0,00360	0,003359
18	678.336	2.953	0,004353	0,00406	0,00406	0,004353
19	675.383	3.383	0,005009	0,00476	0,00476	0,005009
20	672.000	3.802	0,005658	0,00553	0,00553	0,005658
21	668.198	4.171	0,006242	0,00621	0,00628	0,006312
22	664.027	4.464	0,006723	0,00673	0,00695	0,006942
23	659.563	4.668	0,007077	0,00716	0,00758	0,007492
24	657.895	4.773	0,007288	0,00750	0,00813	0,007900
25	650.122	4.787	0,007363	0,00784	0,00848	0,007964
26	645.335	4.718	0,007311	0,00785	0,00849	0,007907
27	640.617	4.581	0,007151	0,00765	0,00820	0,007665
28	636.036	4.411	0,006935	0,00739	0,00786	0,007511
29	631.625	4.452	0,007048	0,00722	0,00774	0,007555
30	627.173	4.479	0,007170	0,00731	0,00809	0,007935
31	622.676	4.551	0,007309	0,00772	0,00910	0,008615
32	618.125	4.610	0,007458	0,00836	0,01062	0,009474
33	613.515	4.679	0,007626	0,00911	0,01237	0,010354
34	608.836	4.755	0,007809	0,00987	0,01407	0,011131
35	604.081	4.841	0,008013	0,01052	0,01542	0,011745
36	599.240	4.937	0,008239	0,01108	0,01636	0,012165
37	594.303	5.045	0,008489	0,01164	0,01706	0,012441
38	589.258	5.163	0,008762	0,01214	0,01762	0,012717
39	584.095	5.295	0,009065	0,01257	0,01811	0,013060
40	578.800	5.441	0,009400	0,01287	0,01856	0,013555
41	573.359	5.603	0,009772	0,01296	0,01903	0,014348
42	567.756	5.779	0,010178	0,01287	0,01945	0,015459
43	561.977	5.975	0,010632	0,01272	0,01980	0,016549
44	556.002	6.189	0,011131	0,01266	0,02004	0,017659
45	549.813	6.422	0,011680	0,01283	0,02011	0,018307
46	543.391	6.679	0,012291	0,01329	0,01983	0,018340
47	536.712	6.957	0,012962	0,01396	0,01925	0,017873
48	529.755	7.260	0,013704	0,01473	0,01863	0,017332
49	522.495	7.588	0,014522	0,01552	0,01822	0,017048
50	514.907	7.944	0,015428	0,01621	0,01831	0,017426
51	506.963	8.327	0,016425	0,01675	0,01890	0,018533
52	498.636	8.741	0,017530	0,01721	0,01982	0,020188
53	489.895	9.183	0,018745	0,01766	0,02106	0,022353
54	480.712	9.656	0,020087	0,01820	0,02260	0,024943
55	471.056	10.161	0,021575	0,01892	0,02445	0,027876
56	460.895	10.694	0,023203	0,01975	0,02690	0,031603
57	450.201	11.258	0,025006	0,02065	0,03001	0,036340
58	438.943	11.850	0,026997	0,02170	0,03334	0,041478
59	427.093	12.465	0,029186	0,02300	0,03643	0,046228
60	414.628	13.104	0,031604	0,02463	0,03876	0,049734

XII b

TANTOS DE MORTALIDAD

B) HEMBRAS

Edad	Tabla española			Daughters of the Peerage			Tantos de mortalidad españoles	
	l_x	d_x	q_x	q_x	q_x^s	q_x^c	q_x^s	q_x^c
10	729.476	4.076	0,0055				0,0055	
11	725.400	4.026	55				55	
12	721.374	3.994	55				55	
13	717.380	3.977	56				56	
14	713.403	3.975	56				56	
15	709.428	3.984	0,0056	0,0041	0,0041	0,0041	0,0056	0,0056
16	705.444	4.004	57	46	46	46	57	57
17	701.440	4.035	58	50	49	62	56	71
18	697.407	4.070	58	53	52	75	57	82
19	693.337	4.105	59	56	54	80	57	84
20	689.232	4.242	61	58	54	85	57	89
21	684.990	4.287	62	59	52	89	54	92
22	680.763	4.115	62	59	49	90	51	94
23	676.458	4.204	62	60	47	88	49	91
24	672.344	4.196	62	60	46	84	48	87
25	668.148	4.190	63	61	45	82	46	84
26	663.958	4.184	63	61	44	80	45	83
27	659.774	4.183	63	62	44	78	45	80
28	655.591	4.183	64	63	45	77	46	78
29	651.408	4.188	64	65	46	78	45	77
30	647.220	4.195	65	68	47	81	45	77
31	643.025	4.205	65	72	49	85	45	77
32	638.820	4.222	66	75	51	88	45	78
33	634.598	4.241	66	77	53	89	46	77
34	630.357	4.267	67	78	55	89	48	77
35	626.090	4.298	68	79	58	88	50	76
36	627.792	4.336	69	80	61	88	53	76
37	617.456	4.380	71	81	64	88	56	77
38	613.076	4.434	72	82	67	88	59	78
39	608.642	4.496	74	83	70	88	62	78
40	604.146	4.568	76	84	73	88	66	79
41	599.578	4.651	77	85	76	88	69	80
42	594.927	4.747	80	86	78	89	72	83
43	590.180	4.855	82	87	80	90	76	85
44	585.325	4.980	85	88	82	90	79	87
45	580.345	5.120	88	88	84	90	94	89
46	575.225	5.281	92	89	87	90	90	93
47	569.994	5.460	90	90	91	90	92	90
48	564.484	5.662	91	92	96	91	95	90
49	558.822	5.890	0,0115	92	0,0103	92	0,0125	0,0111
50	552.932	6.143	111	99	110	95	123	107
51	546.489	6.428	118	0,0105	116	0,0101	132	114
52	540.361	6.745	125	112	124	108	138	121
53	533.616	6.095	133	119	131	115	147	129
54	526.521	7.485	142	127	139	123	156	138
55	519.036	7.816	151	135	147	131	162	147
56	511.220	8.490	166	143	156	139	181	161
57	502.730	8.912	177	151	166	146	194	170
58	493.818	9.481	192	159	179	153	216	183
59	484.337	10.102	209	167	195	158	244	197
60	474.235	10.776	227	175	212	163	263	202

TANTOS ANUALES DE NUPCIALIDAD

XIII a

A) VARONES

Edad	η_x^s	Edad	η_x^s	Edad	η_x^s
15	0,00007	31	0,11095	47	0,02723
16	0,00015	32	0,10584	48	0,02695
17	0,00039	33	0,08968	49	0,02471
18	0,00046	34	0,08322	50	0,02122
19	0,00237	35	0,08255	51	0,01904
20	0,00523	36	0,08011	52	0,01633
21	0,01358	37	0,07800	53	0,01539
22	0,03037	38	0,06883	54	0,01358
23	0,06378	39	0,06657	55	0,01048
24	0,11981	40	0,04657	56	0,00845
25	0,17003	41	0,03423	57	0,00716
26	0,22822	42	0,03226	58	0,00526
27	0,17875	43	0,03159	59	0,00429
28	0,14371	44	0,03037	60	0,00209
29	0,13316	45	0,02950		
30	0,12818	46	0,02879		

XIII b

B) HEMBRAS

Edad	η_x^s	Edad	η_x^s	Edad	η_x^s
15	0,002953	31	0,071331	47	0,013254
16	0,002614	32	0,061807	48	0,011263
17	0,005229	33	0,057802	49	0,009522
18	0,010018	34	0,052110	50	0,009086
19	0,020485	35	0,046806	51	0,007855
20	0,034668	36	0,038616	52	0,006762
21	0,085301	37	0,038002	53	0,005686
22	0,128775	38	0,031881	54	0,004997
23	0,177781	39	0,030031	55	0,004995
24	0,196537	40	0,018112	56	0,002235
25	0,180963	41	0,017814	57	0,001882
26	0,137624	42	0,015316	58	0,001269
27	0,119193	43	0,015760	59	0,000772
28	0,096721	44	0,014428	60	0,000180
29	0,091209	45	0,013205		
30	0,065106	46	0,013309		

XIV a

SERIE DE SOLTEROS

Edad	p_x^{ss}	l_x^{ss}	Edad	p_x^{ss}	l_x^{ss}
15	0,99700	684.848	38	0,91845	70.013
16	0,99660	682.793	39	0,92036	64.303
17	0,99625	680.471	40	0,93987	59.182
18	0,99519	677.919	41	0,95141	55.623
19	0,99262	674.658	42	0,95428	52.921
20	0,98911	669.679	43	0,95186	50.501
21	0,98010	662.386	44	0,95201	48.070
22	0,96228	649.204	45	0,95419	45.763
23	0,92872	624.716	46	0,95186	43.667
24	0,87229	580.186	47	0,95189	41.565
25	0,82200	506.090	48	0,95572	39.565
26	0,76387	416.006	49	0,95523	37.813
27	0,81358	317.774	50	0,96135	36.120
28	0,84877	258.534	51	0,96242	34.724
29	0,85928	219.436	52	0,96347	33.419
30	0,89388	188.557	53	0,96225	32.198
31	0,77043	168.547	54	0,96147	30.983
32	0,88468	129.854	55	0,96164	29.789
33	0,90596	114.879	56	0,95994	28.646
34	0,89964	104.076	57	0,95650	27.498
35	0,90570	93.631	58	0,95325	26.302
36	0,90772	84.802	59	0,94948	25.073
37	0,90955	76.976	60	0,94817	23.806

XIV b

SERIE DE SOLTERAS

Edad	p_x^{ss}	l_x^{ss}	Edad	p_x^{ss}	l_x^{ss}
15	0.991447	709.428	40	975288	81.386
16	990685	703.360	41	975286	79.385
17	989171	696.681	42	975484	77.423
18	984282	689.137	43	976640	75.680
19	973214	670.678	44	977672	73.912
20	959222	693.597	45	978395	72.262
21	909299	585.222	46	977691	70.701
22	866125	506.875	47	977546	69.124
23	817319	439.017	48	978937	67.572
24	798663	358.817	49	977948	66.149
25	814437	286.574	50	978614	64.690
26	857876	233.396	51	978945	63.306
27	876307	200.225	52	979438	61.973
28	898679	176.458	53	979614	60.699
29	904291	157.680	54	979403	59.460
30	930394	142.587	55	978805	58.235
31	924169	132.662	56	979665	57.001
32	933693	122.602	57	977718	55.842
33	937598	114.473	58	977131	54.598
34	943090	107.330	59	974828	53.349
35	948194	101.222	60	973520	52.006
36	956084	95.978	61	967909	50.638
37	956398	91.763	62	964906	49.013
38	962219	87.762	63	960903	47.293
39	963769	84.446	64	956814	45.444

IV

SERIES DE SUPERVIVENCIA DE SOLTEROS
TABLAS DEFINITIVAS DE NUPCIALIDAD ESPAÑOLA

Obtenidos los valores empíricos de las probabilidades de supervivencia en estado de soltería ès preciso proceder al suavizado o ajuste de la serie de tales valores al amparo de la función que de la forma más racional aparente interpretar la curva expresiva del fenómeno.

Para ello, si admitimos que la mortalidad entre solteros sigue la ley de Makeham:

$$\mu_x^{ss} = a + b \, . \, c^x \, ,$$

y què el tanto instantáneo de nupcialidad sigue la ley de Lazarus:

$$\omega_x = \alpha + \beta \, . \, r^x + \gamma \, . \, t^x \, ,$$

el tanto instantáneo de salida del grupo de solteros (por muerte como soltero o por matrimonio) será:

$$\mu_x^s = \mu_x^{ss} + \omega_x = (a + \alpha) + b \, . \, c^x + \beta \, . \, r^x + \gamma \, . \, t^x =$$
$$= A + B \, . \, c^x + D \, . \, r^x + E \, . \, t^x$$

que es el primer grado de la extensión, por Janse, de la ley de Lazarus.

Calculados los parámetros, hubo que renunciar a la expresión adoptada porque se tropezó con el inconveniente de la incompatibilidad de las dos series halladas, produciendo un descenso excesivamente rápido de la serie de supervivientes en estado de soltería a las primeras edades, y, en cambio, en otros intervalos se operaba un crecimiento, lo que no es posible dada la índole de la serie, por lo que hubo que renunciar a este criterio.

Para la serie de varones se admitió, después, que las probabilidades de supervivencia en estado de soltería respondían a la ley de Makeham, mas también hubo que desistir porque los cálculos nos demostrarán que la serie de probabilidades de supervivencia entre solteros y la general de supervivencia deben seguir la misma ley.

Por otra parte, al calcular los parámetros del primer grado de las expresiones de Janse, resulta prácticamente nulo un término exponencial por ser el parámetro básico prácticamente la unidad.

Finalmente, con la experiencia que nos proporcionaron los diversos ensayos llevados a cabo tanto para la serie de valores de los varones como para la de las hembras, decidimos proceder en firme de la manera que para cada uno de dichos casos se expone seguidamente.

A.—Varones.

Obtenidos los valores empíricos de las probabilidades de supervivencia entre solteros, vamos a calcular los valores ajustados, utilizando la ley de Lázarus por el método de King y Hardy.

La función que nos da el valor de p_x^s es:

$$p_x = s \cdot g^{c^x (c-1)} \cdot h^{r^x (r-1)}$$

Tomando logaritmos,

$$\log p_x = \log s + c^x (c - 1) \log g + r^x (r - 1) \log h$$

Precisamos, pues, de cinco grupos de valores, ya que son cinco los parámetros a determinar. Para ello, formamos grupos de once valores cada uno, a partir del valor de la probabilidad correspondiente a la edad de 10 años. Como para edades anteriores a los 15 años, la nupcialidad es nula, pues despreciamos para nuestro estudio los matrimonios correspondientes a los 14 años, edad tope marcada por la legislación española para contraer matrimonio, las probabilidades correspondientes a las edades comprendidas entre los 10 y los 14 años, las tomamos de la supervivencia general.

Damos a continuación la serie de logaritmos decimales de las probabilidades de supervivencia como soltero, agrupadas de once en once.

$\log p^s_{10} = \bar{1}'9962256$	$\log p^s_{21} = \bar{1}'9912687$	$\log p^s_{32} = \bar{1}'9467791$
$\log p^s_{11} = \bar{1}'9980980$	$\log p^s_{22} = \bar{1}'9835015$	$\log p^s_{33} = \bar{1}'9571090$
$\log p^s_{12} = \bar{1}'9984468$	$\log q^s_{23} = \bar{1}'9678848$	$\log p^s_{34} = \bar{1}'9540688$
$\log p^s_{12} = \bar{1}'9986690$	$\log p^s_{24} = \bar{1}'9406609$	$\log p^s_{35} = \bar{1}'9569844$
$\log p^s_{14} = \bar{1}'9987561$	$\log p^s_{25} = \bar{1}'9148718$	$\log p^s_{36} = \bar{1}'9579519$
$\log p^s_{15} = \bar{1}'9986952$	$\log p^s_{26} = \bar{1}'8830195$	$\log p^s_{37} = \bar{1}'9588266$
$\log p^s_{16} = \bar{1}'9985209$	$\log p^s_{27} = \bar{1}'9104003$	$\log p^s_{38} = \bar{1}'9630555$
$\log p^s_{17} = \bar{1}'9983683$	$\log p^s_{28} = \bar{1}'9287900$	$\log p^s_{39} = \bar{1}'9639577$
$\log p^s_{18} = \bar{1}'9979060$	$\log p^s_{29} = \bar{1}'9341347$	$\log p^s_{40} = \bar{1}'9730678$
$\log p^s_{19} = \bar{1}'9967830$	$\log p^s_{30} = \bar{1}'9512792$	$\log p^s_{41} = \bar{1}'9783677$
$\log p^s_{20} = \bar{1}'9952446$	$\log p^s_{31} = \bar{1}'8867332$	$\log p^s_{42} = \bar{1}'9796758$
$\sum_{x=10}^{x=20} \log p^s_x = \bar{1}'9761135$	$\sum_{x=21}^{x=31} \log p^s_x = \bar{1}'2923446$	$\sum_{x=32}^{x=42} \log p^s_x = \bar{1}'5898445$

$\log p^s_{43} = \bar{1}'9785763$	$\log p^s_{54} = \bar{1}'9829357$
$\log p^s_{44} = \bar{1}'9786415$	$\log p^s_{55} = \bar{1}'9830125$
$\log p^s_{45} = \bar{1}'9796349$	$\log p^s_{56} = \bar{1}'9822441$
$\log p^s_{46} = \bar{1}'9785731$	$\log p^s_{57} = \bar{1}'9808539$
$\log p^s_{47} = \bar{1}'9785868$	$\log p^s_{58} = \bar{1}'9792114$
$\log p^s_{48} = \bar{1}'9803307$	$\log p^s_{59} = \bar{1}'9774858$
$\log p^s_{49} = \bar{1}'9801080$	$\log p^s_{60} = \bar{1}'9768862$
$\log p^s_{50} = \bar{1}'9828815$	$\log p^s_{61} = \bar{1}'9770969$
$\log p^s_{51} = \bar{1}'9833646$	$\log p^s_{62} = \bar{1}'9769686$
$\log p^s_{52} = \bar{1}'9838382$	$\log p^s_{63} = \bar{1}'9770877$
$\log p^s_{53} = \bar{1}'9832779$	$\log p^s_{64} = \bar{1}'9770556$
$\sum_{x=43}^{x=53} \log p^s_x = \bar{1}'7878255$	$\sum_{x=54}^{x=64} \log p^s_x = \bar{1}'7708384$

$$\sum_{x+nt}^{x+nt t-1} \log p^s_x = t \log s + c^{x+nt}(c^t - 1) \log g + r^{x+nt}(r^t - 1) \log h$$

Sustituyendo en la expresión anterior los grupos de valores, obtenemos el siguiente sistema:

$$S_0 = 11 \log s + c^{10}(c^{11} - 1) \log g + r^{10}(r^{11} - 1) \log h = -0'0238865$$

$$S_1 = 11 \log s + c^{21}(c^{11} - 1) \log g + r^{21}(r^{11} - 1) \log h = -0'7076554$$

$$S_2 = 11 \log s + c^{32}(c^{11} - 1) \log g + r^{32}(r^{11} - 1) \log h = -0'4101557$$

$$S_3 = 11 \log s + c^{43}(c^{11} - 1) \log g + r^{43}(r^{11} - 1) \log h = -0'2121765$$

$$S_4 = 11 \log s + c^{54}(c^{11} - 1) \log g + r^{54}(r^{11} - 1) \log h = -0'2291616$$

Hallando las primeras diferencias que denominamos A, B, C y D:

$$A = \Delta S_0 = c^{10}(c^{11} - 1)^2 \log g + r^{10}(r^{11} - 1)^2 \log h = -0'6837689$$
$$B = \Delta S_1 = c^{21}(c^{11} - 1)^2 \log g + r^{21}(r^{11} - 1)^2 \log h = -0'2974997$$
$$C = \Delta S_2 = c^{32}(c^{11} - 1)^2 \log g + r^{32}(r^{11} - 1)^2 \log h = -0'1979792$$
$$D = \Delta S_3 = c^{43}(c^{11} - 1)^2 \log g + r^{43}(r^{11} - 1)^2 \log h = -0'0169851$$

Hacemos $c^{11} = \alpha$,, $r^{11} = \beta$,, $\log\ c^{10}(c^{11} - 1)^2 = M$, $\log\ h\, r^{10}(r^{11} - 1)^2 = N$ y obtenemos

$$A = M + N$$
$$B = M\alpha + N\beta$$
$$C = M\alpha^2 + N\beta^2$$
$$D = M\alpha^3 + N\beta^3$$

Para resolver este sistema utilizamos la propiedad que nos da la suma y el producto de α y β en función de los términos independientes.

$$\alpha + \beta = \frac{AD - BC}{AC - B^2} \quad ,, \quad \alpha \cdot \beta = \frac{BD - C^2}{AC - B^2}$$

Sustituyendo por los valores conocidos,

$$\alpha + \beta = 0'2112081$$
$$\alpha \ . \ \beta = 0'1976469$$

Conocidos la suma y el producto de dos números, éstos serán las raíces de la ecuación de segundo grado cuyo coeficiente lineal es el valor de la suma cambiado de signo y el término independiente el valor del producto.

Así, pues, tendremos la ecuación

$$x^2 - 0'2112081 \ . \ x + 0'1976469 = 0$$

cuyas raíces son

$$x_1 = \alpha = 0'1056040 + i \, . \, 0'4318503 = \gamma + i \, . \, \delta$$
$$x_2 = \beta = 0'1056040 - i \, . \, 0'4318503 = \gamma - i \, . \, \delta$$

Habiéndonos dado como resultado raíces imaginarias, operaremos sirviéndonos del procedimiento de Buchanan, mediante su conversión en sus valores homólogos reales.

Sustituímos α y β en las dos primeras ecuaciones del sistema y despejamos M y N.

$$M = \frac{B - \beta A}{\alpha - \beta} \quad ,, \quad N = \frac{A\alpha - B}{\alpha - \beta}$$

De aquí,

$$M = -0'3418844 - i.0'42805152 = P + i.Q$$
$$N = -0'3418844 + i.0'42805152 = P - i.Q$$

Transformamos α, β, M y N en forma polar

$$\alpha = \gamma + i.\delta = \rho_1 (\cos \omega_1 + i.\text{sen}\, \omega_1)$$
$$\beta = \gamma - i.\delta = \rho_1 (\cos \omega_1 - i.\text{sen}\, \omega_1)$$
$$\rho_1 = \sqrt{\gamma^2 + \delta^2} \quad ,, \quad \omega_1 = \text{arc. tg.} \frac{\delta}{\gamma}$$

Sustituyendo valores,

$$\rho_1 = 0'444575 \quad ,, \quad \omega_1 = 76^\circ\, 15'\, 30''9$$
$$M = P + i.Q = \rho_2 (\cos \omega_2 + i.\text{sen}\, \omega_2)$$
$$N = P - i.Q = \rho_2 (\cos \omega_2 - i.\text{sen}\, \omega_2)$$
$$\rho_2 = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad ,, \quad \omega_2 = \text{arc. tg.} \frac{Q}{P}$$

Sustituyendo valores,

$$\rho_2 = 0'5478256 \quad ,, \quad \omega_2 = 51^\circ\, 23'\, 8''3$$

pero como el ángulo ha de estar en el tercer cuadrante, por ser negativos el seno y el coseno (P y Q son negativos), transformamos el ángulo sumándole 180°, con lo que nos da

$$\omega_2 = 231^\circ\, 23'\, 8''3$$

Por ser β y N conjugados respectivamente de α y M, tendrán el mismo módulo que su conjugado y el mismo argumento, pero de signo contrario.

Obtenido el valor de $\alpha = c^{11}$, hallaremos el de c, cuyo módulo será la raíz de índice 11 del módulo de α y el argumento la onceava parte del de α.

$$c = \rho_3 (\omega_3) = \sqrt[11]{\rho_1} \left(\frac{\omega_1}{11}\right) = 0'9289557\, (6^\circ\, 55'\, 57''3)$$

Para hallar el valor de $(c^{11} - 1)$, restamos una unidad a la parte real de α. Su módulo y su argumento vendrán dados por las expresiones

$$\rho_5 = \sqrt{(\gamma - 1)^2 + \delta^2} \quad ,, \quad \omega_5 = \text{arc. tg.} \frac{\delta}{\gamma - 1}$$

Así, pues,

$$(c^{11} - 1) = \rho_5 (\omega_5) = 0'9931962\, (25^\circ\, 46'\, 23''2)$$

debiendo estar el argumento en el segundo cuadrante (seno positivo y coseno negativo), lo restamos de 180°, quedándonos

$$\omega_5 = 154^\circ\ 13'\ 36''8$$

Para obtener el valor de (c — 1), tenemos necesidad de poner *c* en forma binómica mediante las expresiones

$$\gamma_1 = \rho_3 \cos \omega_3 \qquad \text{y} \qquad \delta_1 = \rho_3 \operatorname{sen} \omega_3$$

Restando una unidad de la parte real de *c*, obtendremos el módulo y el argumento de (c — 1) que vendrán dados por

$$\rho_4 = \sqrt{(\gamma_1 - 1)^2 + \delta_1^2} \quad \text{y} \quad \omega_4 = \text{arc. tg.} \frac{\delta_1}{\gamma_1 - 1}$$

Así, pues:

$$(c - 1) = \rho_4 (\omega_4) = 0'1364944\ (55^\circ\ 13'\ 56''4)$$

encontrándonos en el mismo caso anterior, ya que el ángulo ha de estar en el segundo cuadrante. Si lo restamos de 180°, tendremos

$$\omega_4 = 124^\circ\ 46'\ 3''6$$

En la primera ecuación del sistema, sustituimos los valores hallados con objeto de obtener el valor de log s.:

$$S_0 = 11 \log s + \frac{M}{(c^{11} - 1)} + \frac{N}{(r^{11} - 1)}$$

(ya que habíamos hecho $M = c^{10} (c^{11} - 1)^2 \log g$ y $N = r^{10} (r^{11} - 1)^2 \log h$).

Sustituimos en la forma polar hallada los términos segundo y tercero del segundo miembro de la ecuación, y tenemos dos expresiones imaginarias, cuyos módulos son iguales.

Sacando factor común el módulo, nos queda la siguiente expresión:

$$S_0 = 11 \log s + \frac{\rho_2}{\rho_5} (\cos(\omega_2 - \omega_5) + i \,.\, \operatorname{sen}(\omega_2 - \omega_5) + \cos[-(\omega_2 - \omega_5)] + \\ + i \,.\, \operatorname{sen}[-(\omega_2 - \omega_5)])$$

De aquí, como los cosenos de dos ángulos iguales, pero uno positivo y otro negativo, son iguales, y los senos son iguales pero de signo contrario, las partes imaginarias se nos anulan y las reales se nos duplican.

Así, pues,

$$S_0 = 11 \log s + 2 \frac{\rho_2}{\rho_5} \cos(\omega_2 - \omega_5),$$

y sustituyendo valores

$$11 \log s = -0'2690637$$
$$\log s = -0'0244603$$

La función, pues, que representa la variación de las probabilidades de supervivencia de solteros, es:

$$\log p_x^s = \log s + 2 \frac{\rho_2 \rho_4 \rho_3^{x-10}}{\rho_5^2} \cos(\omega_2 + \omega_4 - 2\,\omega_5 + (x - 10)\,\omega_3) =$$
$$= \log s + 2 \,.\, L\, \rho_3^{x-10} \,.\, \cos(\theta + (x - 10)\,\omega_3) =$$
$$= -0'0244603 + 2 \,.\, 0'0758055 \,.\, 0'9289557^{x-10} \,.$$
$$\cos\left[(47^\circ\ 41'\ 58''3) + (x - 10)\,(6^\circ\ 55'\ 57''3)\right]$$

Dando a x los valores comprendidos entre 10 y 64, obtenemos la serie que damos en el cuadro de las páginas que siguen:

Hallando antilogaritmos de los valores de la serie dada, nos encontramos con que las probabilidades correspondientes a edades anteriores a 15 años son superiores a la unidad, por lo que prescindimos de ellas.

Por la fórmula ya dada,

$$l_{x+1}^{ss} = p_x^s \,.\, l_x^{ss}$$

obtenemos la serie de supervivencia de varones en estado de soltería.

El resumen de todo es la *Tabla de Nupcialidad masculina española* del cuadro numérico XV a.

ESTADO DE OPERACIONES EFECTUADAS PARA LA OBTENCION DEL VALOR AJUSTADO DE log p_x^{ss}

[1] Edad	[2] $\log.\left[2\ \frac{\rho_2\ \rho_4}{\rho^3_5}\ \rho_3{}^{x-10}\right]$	[3] $\log.\cos\left[\omega_2+\omega_4-2\omega_5+(x-10)\omega_3\right]$	[4] $\omega_2+\omega_4-2\omega_5+(x-10)\omega_3$	[5] [2] + [3]	[6] antilog [5]	[7] log s	[8] log p_x^{ss} [6] + [7]	[9] log p_x^{ss}
10	$\bar{1}$,1807173	$\bar{1}$,8280271	47° 41′ 58″3	$\bar{1}$,0087444	0,1020338	— 0,0244603	0,0775735	
11	$\bar{1}$,1487123	$\bar{1}$,7625468	54° 37′ 55″6	$\bar{2}$,9112591	0,0815190	—	0,0570587	
12	$\bar{1}$,1167073	$\bar{1}$,6777585	61° 33′ 52″9	$\bar{2}$,7944658	0,0622968	—	0,0378365	
13	$\bar{1}$,0847023	$\bar{1}$,5641279	68° 29′ 50″2	$\bar{2}$,6488302	0,0445482	—	0,0200879	
14	$\bar{1}$,0526973	$\bar{1}$,4007049	75° 25′ 47″5	$\bar{2}$,4534022	0,0284054	—	0,0039451	
15	$\bar{1}$,0206923	$\bar{1}$,1235449	82° 21′ 44″8	$\bar{2}$,1442372	0,0139391	—	— 0,0105212	$\bar{1}$,9894788
16	$\bar{2}$,9886873	$\bar{2}$,0900379	89° 17′ 42″1	$\bar{3}$,0787252	0,0011987	—	— 0,0232616	$\bar{1}$,9767384
17	$\bar{2}$,9566823	$\bar{1}$,0353434	83° 46′ 20″6	$\bar{3}$,9920257	— 0,0098180	—	— 0,0342783	$\bar{1}$,9657217
18	$\bar{2}$,9246773	$\bar{1}$,3573143	76° 50′ 23″3	$\bar{2}$,2819916	— 0,0191421	—	— 0,0436024	$\bar{1}$,9563976
19	$\bar{2}$,8926723	$\bar{1}$,5359790	69° 54′ 26″	$\bar{2}$,4286513	— 0,0268319	—	— 0,0512922	$\bar{1}$,9487078
20	$\bar{2}$,8606673	$\bar{1}$,6574239	62° 58′ 28″7	$\bar{2}$,5180912	— 0,0329678	—	— 0,0574281	$\bar{1}$,9425719
21	$\bar{2}$,8286623	$\bar{1}$,7470886	56° 2′ 31″4	$\bar{2}$,5757509	— 0,0376487	—	— 0,0621090	$\bar{1}$,9378910
22	$\bar{2}$,7966673	$\bar{1}$,8159865	49° 6′ 34″1	$\bar{2}$,6126538	— 0,0409877	—	— 0,0654480	$\bar{1}$,9345520
23	$\bar{2}$,7646623	$\bar{1}$,8698624	42° 10′ 36″8	$\bar{2}$,6345247	— 0,0431047	—	— 0,0675650	$\bar{1}$,9324350
24	$\bar{2}$,7326573	$\bar{1}$,9120619	35° 14′ 39″5	$\bar{2}$,6447172	— 0,0441283	—	— 0,0685886	$\bar{1}$,9314114
25	$\bar{2}$,7006523	$\bar{1}$,9446703	28° 18′ 42″2	$\bar{2}$,6453226	— 0,0441898	—	— 0,0686501	$\bar{1}$,9313499

26	$\bar{2}$,6686473	$\bar{1}$,9690376	21° 22′ 44″9	[illegible]	— [illegible]	0,0244603	[illegible]	$\bar{1}$,9321202
27	$\bar{2}$,6366423	$\bar{1}$,9860462	14° 26′ 47″6	$\bar{2}$,6226885	— 0,0419458	—	— 0,0664061	$\bar{1}$,9335939
28	$\bar{2}$,6046373	$\bar{1}$,9962546	7° 30′ 50″3	$\bar{2}$,6008919	— 0,0398925	—	— 0,0643528	$\bar{1}$,9356472
29	$\bar{2}$,5726323	$\bar{1}$,9999771	34′ 53″	$\bar{2}$,5726094	— 0,0373774	—	— 0,0618377	$\bar{1}$,9381623
30	$\bar{2}$,5406273	$\bar{1}$,9973263	6° 24′ 4″3	$\bar{2}$,5379536	— 0,0345106	—	— 0,0589709	$\bar{1}$,9410291
31	$\bar{2}$,5086223	$\bar{1}$,9882217	13° 17′ 1″6	$\bar{2}$,4968440	— 0,0313938	—	— 0,0558541	$\bar{1}$,9441459
32	$\bar{2}$,4766173	$\bar{1}$,9723853	20° 12′ 58″9	$\bar{2}$,4490026	— 0,0281191	—	— 0,0525794	$\bar{1}$,9474206
33	$\bar{2}$,4446123	$\bar{1}$,9493038	27° 8′ 56″2	$\bar{2}$,3939161	— 0,0247694	—	— 0,0492297	$\bar{1}$,9507703
34	$\bar{2}$,4126073	$\bar{1}$,9181567	34° 4′ 53″5	$\bar{2}$,3307640	— 0,0214172	—	— 0,0458775	$\bar{1}$,9541225
35	$\bar{2}$,3806023	$\bar{1}$,8776736	41° 0′ 50″8	$\bar{2}$,2582759	— 0,0181248	—	— 0,0425851	$\bar{1}$,9574149
36	$\bar{2}$,3485973	$\bar{1}$,8258191	47° 56′ 48″1	$\bar{2}$,1744164	— 0,0149422	—	— 0,0394025	$\bar{1}$,9605975
37	$\bar{2}$,3165923	$\bar{1}$,7704869	53° 52′ 45″4	$\bar{2}$,0870792	— 0,0122202	—	— 0,0366805	$\bar{1}$,9633195
38	$\bar{2}$,2845873	$\bar{1}$,6881340	60° 48′ 42″7	$\bar{3}$,9727213	— 0,0093912	—	— 0,0338515	$\bar{1}$,9661485
39	$\bar{2}$,2525823	$\bar{1}$,5783393	67° 44′ 40″	$\bar{3}$,8309216	— 0,0067751	—	— 0,0312354	$\bar{1}$,9687646
40	$\bar{2}$,2205773	$\bar{1}$,4220310	74° 40′ 37″3	$\bar{3}$,6426083	— 0,0043914	—	— 0,0288517	$\bar{1}$,9711483
41	$\bar{2}$,1885723	$\bar{1}$,1649618	81° 35′ 34″6	$\bar{3}$,3535341	— 0,0022570	—	— 0,0267173	$\bar{1}$,9732827
42	$\bar{2}$,1565673	$\bar{2}$,4104659	88° 31′ 31″9	$\bar{4}$,5670332	— 0,0003690	—	— 0,0248293	$\bar{1}$,9751707
43	$\bar{2}$,1245623	$\bar{2}$,9782627	84° 32′ 30″8	$\bar{3}$,1027250	0,0012668	—	— 0,0231935	$\bar{1}$,9768065
44	$\bar{2}$,0925573	$\bar{1}$,3372933	77° 26′ 33″5	$\bar{3}$,4298506	0,0026906	—	— 0,0217697	$\bar{1}$,9782303
45	$\bar{2}$,0605523	$\bar{1}$,5196929	70° 40′ 36″2	$\bar{3}$,5802452	0,0038040	—	— 0,0206563	$\bar{1}$,9793437

[1] Edad	[2] $\log\left[2\frac{\rho_2\,\rho_4}{\rho_5^2}\rho_3^{x-10}\right]$	[3] $\log\cos[\omega_2+\omega_4-2\omega_5+(x-10)\omega_3]$	[4] $\omega_2+\omega_4-2\omega_5+(x-10)\omega_3$	[5] [2] + [3]	[6] antilog [5]	[7] log s	[8] $\log p_x^{ss}$ [6] + [7]	[9] $\log p_x^{ss}$
46	$\bar{2}$,0285473	$\bar{1}$,6457959	63° 44′ 38″9	$\bar{3}$,6743432	0,0047243	— 0,0244603	— 0,0197360	$\bar{1}$,9802640
47	$\bar{3}$,9965423	$\bar{1}$,7383004	56° 48′ 41″6	$\bar{3}$,7348427	0,0054305	—	— 0,0190298	$\bar{1}$,9809702
48	$\bar{3}$,9645373	$\bar{1}$,8091335	49° 52′ 44″3	$\bar{3}$,7736708	0,0059384	—	— 0,0185219	$\bar{1}$,9814781
49	$\bar{3}$,9325323	$\bar{1}$,8645061	42° 56′ 47″	$\bar{3}$,7970384	0,0062667	—	— 0,0181936	$\bar{1}$,9818064
50	$\bar{3}$,9005273	$\bar{1}$,9078816	36° 0′ 49″7	$\bar{3}$,8084089	0,0064329	—	— 0,0180274	$\bar{1}$,9819726
51	$\bar{3}$,8685223	$\bar{1}$,9414774	29° 4′ 52″4	$\bar{3}$,8099997	0,0064565	—	— 0,0180038	$\bar{1}$,9819962
52	$\bar{3}$,8365173	$\bar{1}$,9667090	22° 8′ 55″1	$\bar{3}$,8032263	0,0063566	—	— 0,0181037	$\bar{1}$,9818963
53	$\bar{3}$,8045123	$\bar{1}$,9845017	15° 12′ 57″8	$\bar{3}$,7890140	0,0061519	—	— 0,0183084	$\bar{1}$,9816916
54	$\bar{3}$,7725073	$\bar{1}$,9954454	8° 17′ 0″5	$\bar{3}$,7679527	0,0058607	—	— 0,0185996	$\bar{1}$,9814004
55	$\bar{3}$,7405023	$\bar{1}$,9998778	1° 21′ 3″2	$\bar{3}$,7403801	0,0055002	—	— 0.0189601	$\bar{1}$,9810399
56	$\bar{3}$,7084973	$\bar{1}$,9979360	5° 34′ 54″1	$\bar{3}$,7064333	0,0050866	—	— 0,0193737	$\bar{1}$,9806263
57	$\bar{3}$,6764923	$\bar{1}$,9895576	12° 30′ 51″4	$\bar{3}$,6660499	0,0046350	—	— 0,0198253	$\bar{1}$,9801747
58	$\bar{3}$,6444873	$\bar{1}$,9744920	19° 26′ 48″7	$\bar{3}$,6189793	0,0041599	—	— 0.0203004	$\bar{1}$,9796996
59	$\bar{3}$,6124823	$\bar{1}$,9522287	26° 22′ 6″	$\bar{3}$,5647110	0,0036703	—	— 0.0207900	$\bar{1}$,9792100
60	$\bar{3}$,5804773	$\bar{1}$,9221017	33° 18′ 3″3	$\bar{3}$,5025290	0,0031807	—	— 0,0212796	$\bar{1}$,9787204
61	$\bar{3}$,5484723	$\bar{1}$,8827628	40° 14′ 0″6	$\bar{3}$,4312351	0,0026992	—	— 0,0217611	$\bar{1}$,9782389
62	$\bar{3}$,5164673	$\bar{1}$,8324292	47° 9′ 57″9	$\bar{3}$,3488965	0,0022330	—	— 0.0222273	$\bar{1}$,9777727
63	$\bar{3}$,4844623	$\bar{1}$,7681875	54° 5′ 55″2	$\bar{3}$,2526495	0,0017891	—	— 0,0226712	$\bar{1}$,9773288
64	$\bar{3}$,4524573	$\bar{1}$,6851436	61° 1′ 52″5	$\bar{3}$,1376009	0,0013728	—	— 0,0230875	$\bar{1}$,9769125

B.—HEMBRAS.

Partiendo también de la ley de Lazarus

$$l_x = k \,.\, c^x \, g^{c^x} h^{r^x} \quad ,, \quad p^x = s \,.\, g^{c^x (c-1)} \,.\, h^{r^x} (c-1) \,,,$$

tomando logaritmos:

$$\log p_z = \log s + c^z (c-1) \log g + r^z (r-1) \log h$$

Se ajusta el método de sumas y siendo cinco los parámetros a calcular, necesitamos cinco grupos de sumas de los logaritmos de las probabilidades de permanencia en el grupo de solteras:

$$A_1 = \sum_{x}^{x+t-1} \log p_z = t \,.\, \log s + c^x (c^t - 1) \log g + r^x (r^t - 1) \log h$$

$$A_2 = \sum_{x+t}^{x+2t-1} \log p_z = t \,.\, \log s + c^{x+t} (c^t - 1) \log g + r^{x+t} (r^t - 1) \log h$$

$$A_3 = \sum_{x+2t}^{x+3t-1} \log p_z = t \,.\, \log s + c^{x+2t} (c^t - 1) \log g + r^{x+2t} (r^t - 1) \log h$$

$$A_4 = \sum_{x+3t}^{x+4t-1} \log p_z = t \,.\, \log s + c^{x+3t} (c^t - 1) \log g + r^{x+3t} (r^t - 1) \log h$$

$$A_5 = \sum_{x+4t}^{x+5t-1} \log p_z = t \,.\, \log s + c^{x+4t} (c^t - 1) \log g + r^{x+4t} (r^t - 1) \log h$$

Hallando las primeras diferencias:

$$\Delta A_1 = c^x (c^t - 1)^2 \log g + r^x (r^t - 1)^2 \log h = A$$

$$\Delta A_2 = c^{x+t} (c^t - 1)^2 \log g + r^{x+t} (r^t - 1)^2 \log h = B$$

$$\Delta A_3 = c^{x+2t} (c^t - 1)^2 \log g + r^{x+2t} (r^t - 1)^2 \log h = C$$

$$\Delta A_4 = c^{x+3t} (c^t - 1)^2 \log g + r^{x+3t} (r^t - 1)^2 \log h = D$$

Haciendo

$$M = c^x (c^t - 1)^2 \log g \qquad \alpha = c^t$$

$$N = r^x (r^t - 1)^2 \log h \qquad \beta = r^t$$

queda

$$M + N = A$$

$$M\alpha + N\beta = B$$

$$M\alpha^2 + N\beta^2 = C$$

$$M\alpha^3 + N\beta^3 = D$$

DATOS PARA EL AJUSTE

x	l_x^{ss}	$\log\ l_x^{ss}$	$\Delta \log\ l_x^{ss} = \log.\ p_x^{ss}$
10	729.476	5.8630110	— 0.0024334
11	725.400	.8605776	— .0024171
12	721.374	.8581605	— .0024112
13	717.380	.8557493	— .0024144
14	713.403	.8533349	— .0024266
15	709.428	.8509083	— .0037306
16	703.360	.8471777	— .0041438
17	696.681	.8430339	— .0047283
18	689.137	.8383085	— .0117915
19	670.678	.8265141	— .0179001
20	643.597	.8086140	— .0412933
			— 0.0956903
21	585.222	.7673207	— .0624198
22	505.875	.7049009	— .0624196
23	439.017	.6424813	— .0876083
24	358.817	.5548730	— .0976362
25	286.574	.4572368	— .0991434
26	233.396	.3680934	— .0665751
27	200.225	.3015183	— .0573451
28	175.458	.2441732	— .0463936
29	157.680	.1977796	— .0436996
30	142.587	.1540800	— .0314305
31	132.662	.1226465	— .0341489
			— 0.6888231
32	122.602	.0884976	— .0297945
33	114.473	.0587031	— .0279820
34	107.330	.0307211	— .0254462
35	101.222	.0052749	— .0231032
36	95.978	4.9821717	— .0195041
37	91.763	.9626672	— .0193611
38	87.762	.9433065	— .0167223
39	84.446	.9265842	— .0160345
40	81.386	.9105497	— .0108160
41	79.385	.8997337	— .0108637
42	77.423	.8888700	— .0098889
			— 0.2095165
43	75.680	.8789811	— .0102661
44	73.912	.8687150	— .0098050
45	72.262	.8589100	— .0094844
46	70.701	.8494265	— .0097967
47	69.124	.8396289	— .0098621
48	67.572	.8297668	— .0092435
49	66.149	.8205233	— .0096861
50	64.690	.8108372	— .0093923
51	63.660	.8014449	— .0092424
52	61.963	.7922025	— .0090210
53	60.699	.7831815	— .0089566
			— 0.1047162

x	l_x^{ss}	$\log l_x^{ss}$	$\Delta \log l_x^{ss} = \log . p_x^{ss}$
54	59.460	.7742249	— 0.0090408
55	58.235	.7651841	— .0093016
56	57.001	.7558825	— .0089215
57	55.842	.7469610	— .0087843
58	54.598	.7371767	— .0100504
59	53.349	.7271263	— .0110728
60	52.006	.7160535	— .0115770
61	50.638	.7044765	— .0141652
62	49.013	.6903113	— .0155144
63	47.293	.6747669	— .0173203
64	45.444	.6574766	— .0191771
			— 0.1348954

$$\left.\begin{aligned} \frac{AD - BC}{AC - B^2} &= \alpha + \beta = P \\ \frac{BD - C^2}{AC - B^2} &= \alpha \,.\, \beta = Q \end{aligned}\right\} \text{ luego:}$$

α y β serán raíces de la ecuación de segundo grado:

$$z^2 - Pz + Q = 0$$

Dando valores: $(t = 11)$

$$\begin{aligned} A_1 &= -0'095.690.3 & & \\ A_2 &= -0'688.823.1 & A &= -0'593.152.8 \\ A_3 &= -0'209.516.5 & B &= 0'479.306.6 \\ A_4 &= -0'104.716.2 & C &= 0'104.800.3 \\ A_5 &= -0'134.895.4 & D &= -0'030.179.2 \end{aligned}$$

$$\alpha + \beta = 0'110.763.005.51$$

$$\alpha \,.\, \beta = 0'087.182.601.29$$

$$z^2 - 0'110.763.005.51\ z + 0'087.182.601.29 = 0$$

que resuelta nos da:

$$\alpha = 0'055.381.502.75 + 0'290.026.706.4\, i$$

$$\beta = 0'055.381.502.75 - 0'290.026.706.4\, i$$

$$\alpha = c^t = \rho_1(\omega_1) = \gamma + \delta i = 0'295.266.999.9\ (79^\circ\ 11'\ 21''6)$$

$$\beta = r^t = \rho_1(-\omega_1) = \gamma - \delta i = 0'295.266.999.9\ (280^\circ\ 48'\ 38''4)$$

en donde:

$$\rho_1 = \sqrt{\gamma^2 + \delta^2} \quad ,, \quad \omega_1 = \text{arc. tg.} \frac{\delta}{\gamma}$$

$$M = \frac{B - \beta A}{\alpha - \beta} = \frac{B - A\gamma + \delta A i}{2\,\delta i} = \frac{A\delta + (\gamma A - B)\,i}{2\,\delta}$$

$$N = \frac{\alpha A - B}{\alpha - \beta} = \frac{\gamma A + A\delta i - B}{2\,\delta i} = \frac{A\delta - (\gamma A - B)\,i}{2\,\delta}$$

y haciendo $\quad R = A\,.\,\delta \quad$ y $\quad S = A\gamma B$:

$$\left.\begin{aligned} 2\,\delta M &= R + S\,i \\ 2\,\delta N &= R - S\,i \end{aligned}\right\} \quad \text{y dando valores :}$$

$$S = -\,0'512.155.185.794.315$$
$$R = -\,0'170.243.524.418.099$$

$$M = -\,0'2965664 - 0'882.944.871\,.\,i = \gamma_1 + \delta_1\,i$$
$$N = -\,0'2965664 + 0'882.944.871\,.\,i = \gamma_1 - \delta_1\,i$$

$$M = \rho_2\,(\omega_2) \quad = 0'931.420.031\ (251^{\circ}\,28'\ \ 1''6)$$
$$N = \rho_2\,(-\,\omega_2) = 0'931.420.031\ (108^{\circ}\,31'\,58''4)$$

siendo $\quad \rho_2 = \sqrt{\gamma^2{}_1 + \delta^2{}_1} \quad : \quad \omega_2 = \text{arc tg} \frac{\delta_1}{\gamma_1}$

$$\alpha = c^{11} \quad ,, \quad c = \sqrt[11]{\alpha} \quad ,, \quad c = \sqrt[11]{\rho_1}\left(\frac{\omega_1}{11}\right) = \rho_3\,(\omega_3)$$

$$\rho_3 = \sqrt[11]{\rho_1} = 0'8950300 \quad ,, \quad \omega_3 = \frac{\omega_1}{11} = 7^{\circ}\,11'\ 56''\,5$$

$$c = 0'8950300\,(7^{\circ}\,11'\,56''\,5) \quad = 0'887.974.3 + 0'112.161.9\,i$$
$$r = 0'8950300\,(352^{\circ}\,48'\,3''\,5) = 0'887.974.3 - 0'112.161.9\,i$$

$$c^{t} - 1 = \alpha - 1 = -\,0{,}944.618.497.25 + 0{,}290.026.706.4\,i$$
$$r^{t} - 1 = \beta - 1 = -\,0{,}944.618.497.25 - 0{,}290.026.706.4\,i$$

$$\alpha - 1 = \rho_4\,(\ \omega_4) = 0'988.139.46\,(162^{\circ}\,55'\,54''\,9)$$
$$\beta - 1 = \rho_4\,(-\omega_4) = 0'988.139.46\,(197^{\circ}\ \ 4'\ \ 5''\,1)$$

siendo $\quad \rho_4 = \sqrt{\gamma^2{}_2 + \delta^2{}_2} \quad ,, \quad \omega_4 = \text{arc tg} \frac{\delta_2}{\gamma_2}$

$$c - 1 = -\,0{,}112.025.7 + 0{,}112.161.9\,i$$
$$r - 1 = -\,0{,}112.025.7 - 0{,}112.161.9\,i$$

$$c - 1 = \rho_5\,(\omega_5) = 0'158.524.6\,(134^{\circ}\,57'\,54''\,7)$$
$$r - 1 = \rho_5\,(\omega_5) = 0'158.524.6\,(225^{\circ}\ \ 2'\ \ 5''\,3)$$

siendo $\rho_5 = \sqrt{\gamma_3^2 + \delta_3^2}$,, $\omega_5 = \text{arc tg } \frac{\delta_3}{\gamma_3}$

$$\log s = \frac{A_1 - \left(\frac{M}{c^t - 1} + \frac{N}{r^t - 1}\right)}{t}$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{M}{c^t - 1} = \frac{\rho_2}{\rho_4} (\omega_2 - \omega_4) = \gamma_4 + \delta_4 i \\ \frac{N}{r^t - 1} = \frac{\rho_2}{\rho_4} (-\omega_2 + \omega_4) = \gamma_4 - \delta_4 i \end{array}\right\} \frac{M}{c^t - 1} + \frac{N}{r^t - 1} = 2\gamma_4$$

$$2\gamma_4 = 2 . \frac{\rho_2}{\rho_4} \cos(\omega_2 - \omega_4) \;,,\; \omega_2 - \omega_4 = 88^\circ\, 72'\, 6''\, 7$$

$\log \rho_2$	=	$\bar{1}$,969.145.6
$\log \cos(\omega_2 - \omega_4)$	=	$\bar{2}$,407.610.1
$\log 2$	=	0,301.030.0
		$\bar{2}$,677.785.7
$-\log \rho_4$	=	$\bar{1}$,194.818.3
$\log 2\gamma_4$	=	$\bar{2}$,682.967.4
$2\gamma_4$	=	0,048.191.17

$$\log s = \frac{-0'095.690.3 - 0'048.191.17}{11} = -0'013.801.363$$

Volviendo a la ecuación primitiva:

$$\log p_x^{ss} = \log s + \frac{c^z (c-1) M}{c^x (c^t - 1)^2} + \frac{r^z (r-1) N}{r^x (r^t - 1)^2}$$

$$= \log s + \frac{\rho_3^z \rho_5 \rho_2}{\rho_3^x \rho_4^2} [z\omega_3 + \omega_5 + \omega_2 - x\omega_3 - 2\omega_4] + \frac{\rho_3^z \rho_5 \rho_2}{\rho_3^x \rho_4^2} [z\omega_3 - \omega_5 - \omega_2 + x\omega_3 + 2\omega_4]$$

Haciendo: $\frac{\rho_5\, \rho_2}{\rho_4^2} = L$ y $\omega_5 + \omega_2 - 2\omega_4 = \theta$

queda:

$$\log p_z^{ss} = \log s + \rho_3^{z-x} L \Big[\cos[(z-x)\omega_3 + \theta] + i \operatorname{sen}[(z-x)\omega_3 + \theta]\Big] +$$

$$+ \rho_3^{z-x} L \Big[\cos[(z-x)\omega_3 + \theta] - i \operatorname{sen}[(z-x)\omega_3 + \theta]\Big] =$$

$$= \log s + 2 L \rho_3^{z-x} \cos[(2-x)\omega_3 + \theta]$$

Operando se obtienen los siguientes valores:

$$2 L = 0'301.742.0 \;,,\; \theta = 60^\circ\, 34'\, 6''5$$

La función analítica es:

$$\log p_z^{ss} = -0'013.080.136.363 +$$

$$+ 0'301.742.0 \times 0'895.030.0^{z-10} . \cos[60^\circ\, 34'\, 6''5 + (z-10)\, 7^\circ\, 11'\, 56''5]$$

El cálculo de valores numéricos en la página siguiente.

$$\log p_z^{ss} = \underbrace{-\,0'015.080.136}_{K} + \underbrace{0'301.7420}_{A} \times \underbrace{0'895.030}_{B}{}^{z-10} \times \cos \underbrace{[60^\circ\, 35'\, 6''5 + (z-10)\, 7^\circ\, 11'\, 56''5]}_{\alpha}$$

z	log. At (z−10) log. B (1)	α °	'	''	log cos α (3)	(1)+(3) (4)	antilog de (4) (5)	(5) — K	p_z^{ss}
10	$\bar{1}$,4796358	60	35	6,5	$\bar{1}$,6912448	$\bar{1}$,1708806	0,1482110	0,1351309	1,365994
11	,4314734	67	47	3	,5776437	,0091071	,1021191	,0891190	,227776
12	,3833110	74	58	59,5	,4134713	$\bar{2}$,7967823	,0626299	,0495498	,120856
13	,3351486	82	10	56	,1337964	,4689450	,0294405	,0163604	,038398
14	,2869862	89	22	52,5	$\bar{2}$,0338713	$\bar{3}$,3208575	,0020934	$\bar{1}$,9890133	0,975019
15	,2388238	96	34	49	$\bar{1}$,0591847	$\bar{2}$,2980085	,0198613	,9670586	,926955
16	,1906614	103	46	45,5	,3769102	,5675716	,0369464	,9499735	,891196
17	,1424990	110	58	42	,5539010	,6963999	,0497050	,9372149	,865396
18	,0943366	118	10	38,5	,6741283	,7684649	,0586766	,9282433	,847702
19	,0461742	125	22	35	,7626374	,8088116	,0643890	,9922539	,836625
20	$\bar{2}$,9980118	132	34	31,5	,8303062	,8283181	,0673469	,9195730	,830946
21	,9498494	139	46	28	,8828137	,8326621	,0680240	,9188959	,829652
22	,9016870	146	58	24,5	,9234607	,8250477	,0668417	,9200782	,831914
23	,8535246	154	10	21	,9542955	,8078201	,0642421	,9226777	,836908
24	,8053622	161	22	17,5	,9766295	,7819917	,0605329	,9263870	,844086
25	,7571998	168	34	14	,9913012	,7485020	,0560405	,9308794	,852863
26	,7090374	175	46	10,5	,9988158	,7078532	,0510333	,9358866	,862753
27	,6608750	182	58	7	,9994165	,6602915	,0457395	,9411804	,873334
28	,6127126	190	10	3,5	,9931181	,6058307	,0403488	,9465711	,884242
29	,5645502	197	22	—	,9797369	,5442871	,0350177	,9519022	,895163
30	,5163878	204	33	56,5	,9587955	,4751833	,0298664	,9570533	,905844

32	,4200630	218	57	49,5	,8907249	,3107879	,0204074	,9665125	,925790
33	,3719006	226	9	46	,8405339	,2124345	,0163093	,9706106	,934567
34	,3237382	233	21	42,5	,7757996	,0995378	,0125758	,9743441	,942636
35	,2755758	240	33	39	,6915228	$\bar{3}$,9670986	,0092704	,9776495	,949838
36	,2274134	247	45	35,5	,5780536	,8054670	,0063748	,9805451	,956192
37	,1792510	254	57	32	,4141576	,5934086	,0039211	,9829987	,961609
38	,1310886	262	9	28,5	,1348882	,2659768	,0018449	,9850749	,966217
39	,0829262	269	21	25	$\bar{2}$,0495331	,1424593	,0013882	,9855717	,967234
40	,0347638	276	33	21,5	$\bar{1}$,0575664	,0923302	,0012369	,9881568	,973098
41	$\bar{3}$,9866013	283	45	18	,3761497	,3627511	,0023054	,9892553	,975563
42	,9384390	290	57	14,5	,5534203	,4818593	,0030329	,9899528	,977131
43	,8902766	298	9	11	,6787842	,5640608	,0036649	,9905488	,978473
44	,8421142	305	21	7,5	,7624076	,6045218	,0040227	,9909425	,979360
45	,7939518	312	33	4	,8301057	,6240575	,0042078	,9911276	,979778
46	,7457894	319	45	0,5	,8826577	,6284470	,0042506	,9911704	,979874
47	,6976290	326	56	57	,9233409	,6209679	,0041780	,9910979	,979711
48	,6494646	334	8	53,5	,9542063	,6036709	,0040149	,9909348	,979343
49	,6013022	341	20	50	,9765674	,5778696	,0037833	,9907031	,978821
50	,5531398	348	32	46,5	,9912681	,5444079	,0035027	,9905025	,978369
51	,5049774	355	43	43	,9987920	,5036694	,0031891	,9901090	,977483
52	,4568150	2	55	39,5	,9994328	,4562478	,0028592	,9897791	,976740
53	,4086526	10	7	36	,9931359	,4077885	,0025222	,9894421	,975983
54	,3604902	17	19	32,5	,9798332	,3403234	,0021894	,9891093	,975235
55	,3123278	24	21	29	,9595107	,2718385	,0018700	,9887899	,974518
56	,2641654	31	33	25,5	,9304990	,1945644	,0015652	,9884851	,973834
57	,2160030	38	45	22	,8919914	,1079944	,0012794	,9881993	,973194
58	,1678406	45	57	18,5	,8421210	,0099616	,0010232	,9879431	,972620
59	,1196782	53	9	15	,7779051	$\bar{4}$,8975833	,0007899	,9877098	,972098
60	,0715158	60	21	11,5	,6942960	,7658118	,0005832	,9875903	,971830
61	,0233534	67	33	8	,5818777	,6052311	,0004029	,9873228	,971232
62	$\bar{4}$,9751909	74	45	4,5	,4199648	,3951658	,0002484	,9871683	,970886
63	,9270286	81	57	1	,1462137	,0732423	,0001184	,9870383	,970595
64	,8788662	89	8	57,5	,1712804	,0501468	,0001122	,9870321	,970582

Conocido el valor de la serie p_x^{ss}, el de l_x^{ss} se obtiene por la relación:

$$l_{x+1}^{ss} = l_x^{ss} \cdot p_x^{ss}$$

El valor base de la serie l_x^{ss} es el que corresponde a los 14 años en la *Tabla General de Mortalidad Española*.

(Ver gráfico núm. 13.)

El valor de η_x^{ss} se obtiene de la relación:

$$\eta_x^{ss} = 1 - \left[p_x^{ss} + q_x^{s} \right]$$

El de las series de Matrimonios de Solteras se obtiene mediante:

$$M_x^{s} = l_x^{ss} \cdot \eta_x^{ss}$$

Con todos estos valores y el de q_x anteriormente hallado se ha construído la *Tabla de Nupcialidad femenina española* que se inserta en el cuadro numérico.

XV a

TABLA DE NUPCIALIDAD

A) VARONES

Edad	M_x^s	r_x^{ss}	q_x^{ss}	p_x^{ss}	l_x^{ss}
14	—	—	—	—	686.808
15	17	0,02101	0,00293	0,97606	684.848
16	33	0,04892	0,00324	0,94784	668.452
17	77	0,07255	0,00335	0,92410	633.585
18	184	0,09118	0,00435	0,90447	585.495
19	438	0,10639	0,00501	0,88860	529.562
20	979	0,11822	0,00565	0,87613	470.568
21	2.277	0,12695	0,00631	0,86674	412.278
22	5.236	0,13396	0,00694	0,86010	357.337
23	10.201	0,13659	0,00749	0,85592	307.345
24	18.441	0,13819	0,00790	0,85391	263.062
25	25.344	0,13826	0,00796	0,85378	224.631
26	23.138	0,13680	0,00790	0,85530	191.785
27	13.707	0,13413	0,00766	0,85821	164.033
28	9.533	0,13022	0,00751	0,86227	140.774
29	7.130	0,12517	0,00755	0,86728	121.385
30	5.532	0,11904	0,00793	0,87303	105.274
31	3.362	0,11208	0,00861	0,87931	91.907
32	2.889	0,10456	0,00947	0,88597	80.814
33	2.408	0,09682	0,01035	0,89283	71.598
34	2.127	0,08912	0,01113	0,89975	63.924
35	1.864	0,08166	0,01174	0,90660	57.515
36	1.424	0,07458	0,01216	0,91326	52.143
37	1.259	0,06855	0,01244	0,91901	47.620
38	1.103	0,06228	0,01271	0,92501	43.763
39	943	0,05634	0,01306	0,93060	40.481
40	746	0,05073	0,01355	0,93572	37.671
41	354	0,04533	0,01434	0,94033	35.249
42	336	0,04011	0,01546	0,94443	33.145
43	316	0,03546	0,01655	0,94799	31.303
44	302	0,03123	0,01766	0,95111	29.675
45	280	0,02815	0,01830	0,95355	28.224
46	263	0,02609	0,01834	0,95557	26.913
47	246	0,02500	0,01787	0,95713	25.717
48	225	0,02442	0,01733	0,95825	24.614
49	209	0,02399	0,01704	0,95897	23.586
50	191	0,02324	0,01742	0,95934	22.618
51	114	0,02208	0,01853	0,95939	21.698
52	104	0,02065	0,02018	0,95917	20.817
53	89	0,01893	0,02235	0,95872	19.967
54	77	0,01698	0,02494	0,95808	19.142
55	59	0,01485	0,02787	0,95728	18.339
56	44	0,01203	0,03160	0,95637	17.555
57	33	0,00829	0,03634	0,95537	16.789
58	25	0,00419	0,04148	0,95433	16.039
59	18	0,00051	0,04623	0,95326	15.306
60	11	0,00000	0,04782	0,95218	14.590
61	—		0,04888	0,95112	13.892
62	—		0,04989	0,95011	13.213
63	—		0,05086	0,94914	12.554
64	—		0,05177	0,94823	11.915

XV b

TABLA DE NUPCIALIDAD

B) HEMBRAS

x	l_x^{ss}	q_x^{ss}	p_x^{ss}	η_x^{ss}	M_x^{s}
14	713.403	0.0056	0.975019	0.019381	13.826
15	695.581	56	.926955	0.067445	46.913
16	644.772	57	.891196	0.102104	65.833
17	574.618	56	.865396	0.129004	74.128
18	497.272	57	.847702	0.146598	72.899
19	421.555	57	.836625	0.157675	66.469
20	352.683	57	.830946	0.163354	57.618
21	293.224	54	.829652	0.164948	48.367
22	243.274	51	.831914	0.162986	39.650
23	202.883	49	.836908	0.158192	32.094
24	169.376	48	.844086	0.151114	25.595
25	142.968	46	.852863	0.142537	20.378
26	121.932	45	.862753	0.132747	16.186
27	105.197	45	.873334	0.122166	12.851
28	91.872	46	.884242	0.111158	10.212
29	81.237	45	.895163	0.100337	8.151
30	72.720	45	.905844	0.089536	6.512
31	65.873	45	.916079	0.079421	5.232
32	60.345	45	.925790	0.069710	4.206
33	55.927	46	.934567	0.060833	3.402
34	52.268	48	.942636	0.052564	2.747
35	49.270	50	.949838	0.045161	2.225
36	46.798	53	.956192	0.038508	1.802
37	44.748	56	.961609	0.032791	1.467
38	43.030	59	.966217	0.027883	1.200
39	41.576	62	.967234	0.026566	1.104
40	40.214	66	.973098	0.020302	816
41	39.132	69	.975563	0.017537	686
42	38.176	72	.977131	0.015669	598
43	37.303	76	.978473	0.013927	520
44	36.500	79	.979360	0.012740	465
45	35.747	84	.979778	0.011822	423
46	35.024	90	.979874	0.011126	390
47	34.316	92	.979711	0.011089	383
48	33.622	95	.979343	0.011153	375
49	32.929	0.0103	.978821	0.010868	358
50	32.231	123	.978369	0.009391	301
51	31.534	132	.977483	0.009316	294
52	30.824	138	.976740	0.009460	292
53	30.107	147	.975983	0.009317	281
54	29.384	156	.975235	0.009165	269
55	28.656	162	.974518	0.009282	266
56	27.926	181	.973834	0.008066	225
57	27.195	194	.973194	0.007406	201
58	26.466	216	.972620	0.005780	153
59	25.741	244	.972098	0.003502	90
60	25.023	263	.971830	0.001870	47
61	24.318	320	.971232	—	—
62	23.618	351	.970886	—	—
63	22.930	391	.970595	—	—
64	22.256	432	.970582	—	—

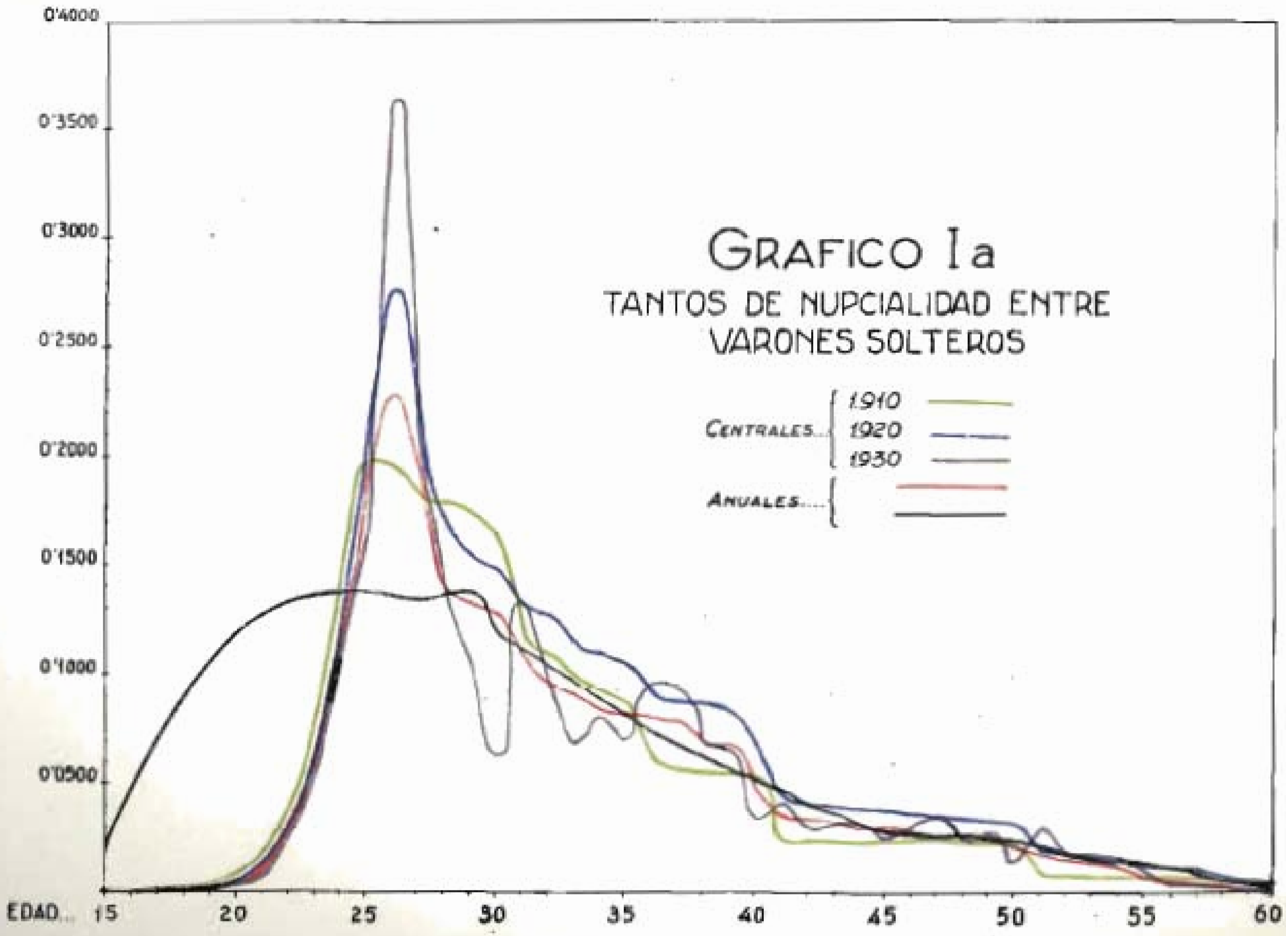
GRAFICO I a
TANTOS DE NUPCIALIDAD ENTRE
VARONES SOLTEROS
CENTRALES...
1.910
1920
1930
ANUALES...
0'4000
0'3500
0'3000
0'2500
0'2000
0'1500
0'1000
0'0500
EDAD...
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60

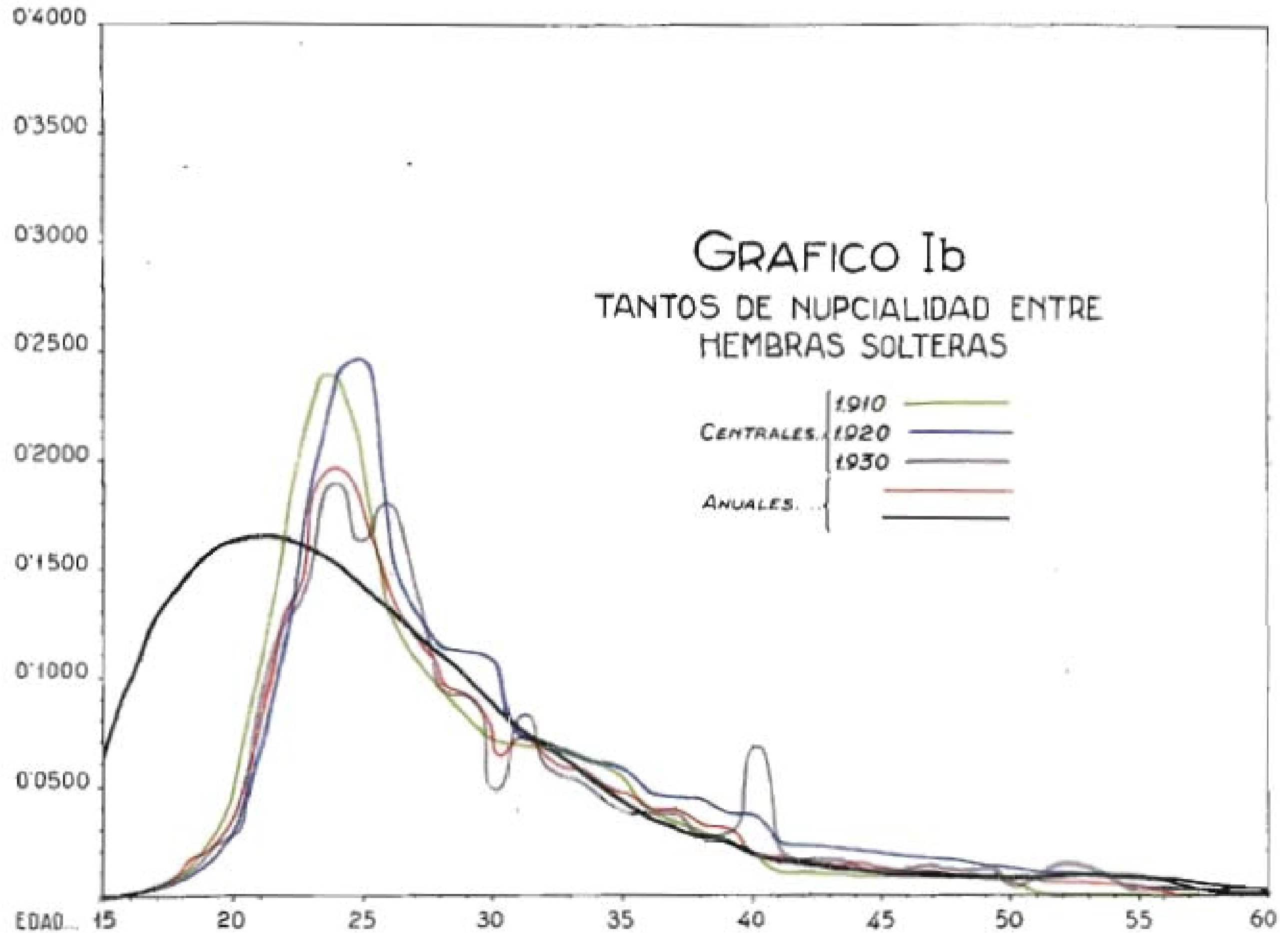
GRAFICO Ib
TANTOS DE NUPCIALIDAD ENTRE HEMBRAS SOLTERAS
CENTRALES. 1.910
1.920
1.930
ANUALES.
0'4000
0'3500
0'3000
0'2500
0'2000
0'1500
0'1000
0'0500
EDAD... 15
20
25
30
35
40
45
50
55
60

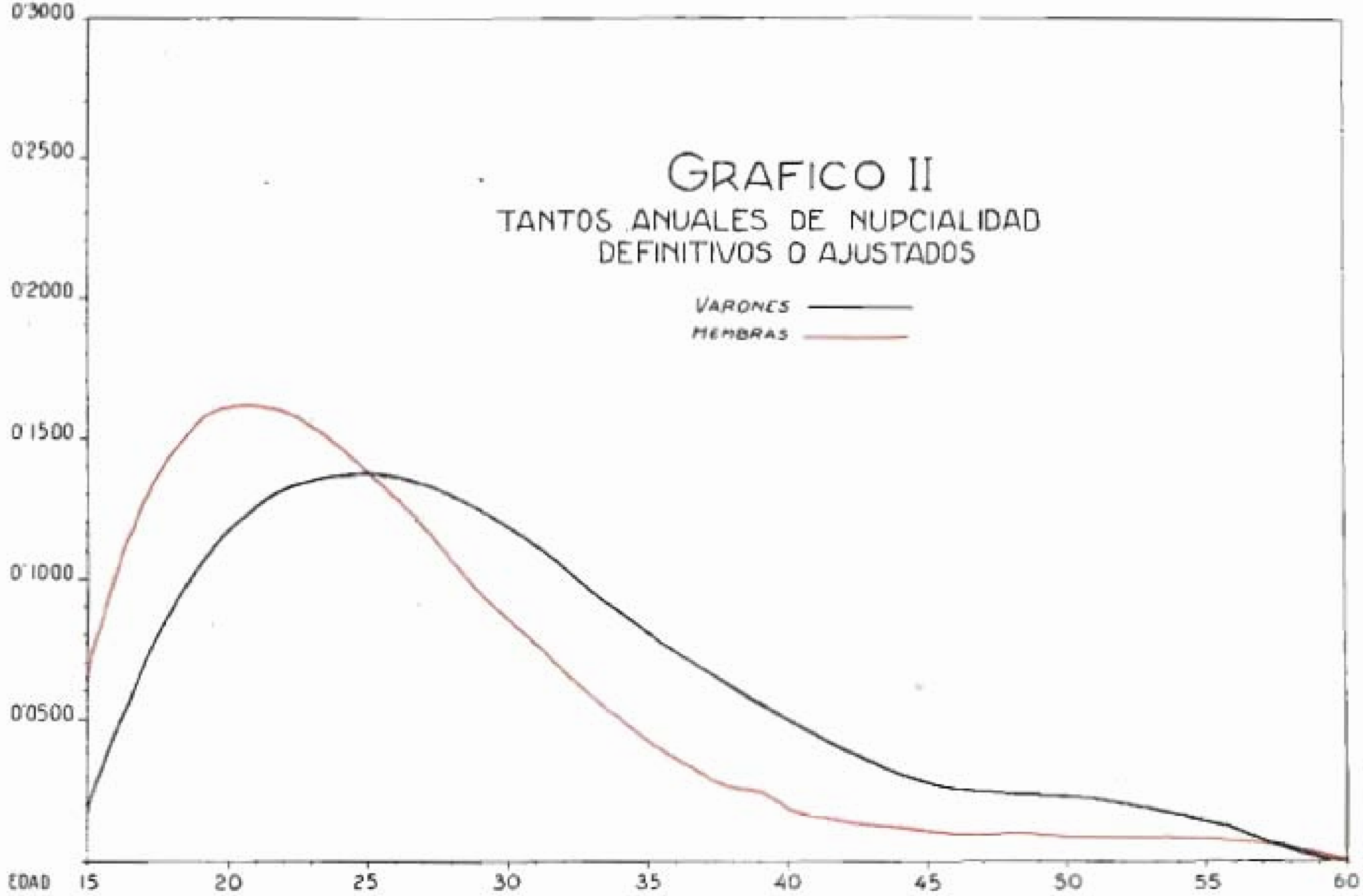
GRAFICO II
TANTOS ANUALES DE NUPCIALIDAD
DEFINITIVOS O AJUSTADOS
VARONES
HEMBRAS
0'3000
0'2500
0'2000
0'1500
0'1000
0'0500
EDAD
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60