

Sistemas de previsión social

Por **Francisco Fornés Rubió**,
Miembro de número del Instituto.

I

En la Ponencia desarrollada en las Sesiones Científicas del Instituto, correspondiente al año 1947, sobre sistemas de previsión social, fueron estudiadas las primas técnicas que debían ser establecidas por las distintas Entidades de previsión social, así como por las Mutualidades afectas a la Ley de Seguros, aunque exceptuadas del registro.

Entre las primeras se estudiaron los diferentes riesgos cubiertos por las Mutualidades y Montepíos, por las Cajas de Empresa y por los Montepíos Laborales, entendiéndose como tales, a estos efectos, todos aquellos Montepíos u organizaciones de gran masa de asegurados y de ingreso obligatorio.

Sobre esto se fijó la atención, en especial en lo que se refiere al Seguro de Vejez o de Jubilación, por ser el de mayor importancia, dejando de considerar el de Defunción.

Conviene estudiar si las conclusiones que se formularon en relación con el Seguro de Vejez son válidas también para el Seguro de Defunción. Para mayor uniformidad y ordenación se seguirá el mismo camino entonces trazado.

Para mejor orientación conviene también resumir las conclusiones llegadas en la referida Ponencia, que eran las siguientes:

La derrama a prima pura se consideró totalmente inoperante, excepto en los casos de una población estabilizada en la que hubiera productores de todas las edades, activos y pasivos, y existiera la seguridad de que continuaría estabilizada en lo sucesivo, como ocurre cuando se establece un Seguro que abarca la totalidad del país, con efectos inmediatos.

La derrama de primas únicas en una población no estabilizada se estimó también totalmente inadecuada.

En cuanto a la derrama a prima única calculada sobre la población estabilizada, se consideró también que no reunía las garantías necesari-

rias, por cuanto dependía siempre del ingreso constante de generaciones futuras, que no podía estimarse seguro debido al hecho de que la prima actuarial futura sería mucho más barata que la prima correspondiente a la derrama aplicada. Este hecho se producía rápidamente en relación con los casos que se referían a cantidades fijas en pesetas, pero, en cambio, quedaba amortiguado cuando se trataba de pensiones calculadas a base de porcentajes sobre los salarios. En estos casos se demostró también en el estudio que para que la prima actuarial no alcanzare en su continuo decrecimiento un costo promedio inferior al de la derrama a prima única, era preciso que los salarios fuesen incrementando en progresión geométrica creciente de razón $1 + i$, estimándose, finalmente, que no se podía obligar a que un régimen de previsión precisara para su normal desarrollo, no solamente un ingreso constante de asociados, sino un incremento progresivo de los salarios.

Y, finalmente, se estableció la conclusión de que el único sistema posible era el de la prima actuarial calculada simplemente en la forma ortodoxa.

En cuanto a la dificultad que representa la aplicación de la prima actuarial a generaciones con derechos adquiridos a base de efecto retroactivo, se aconsejaba un régimen transitorio de aplicación de la prima que correspondería, finalmente, al grupo, aumentada en una sobreprima de amortización del déficit de reservas inicial durante el número de años que se estimare conveniente y de otra sobreprima que tuviera como finalidad la compensación de los futuros incrementos de sueldo. Se aconsejaba la creación de un fondo al que se pudiesen destinar los beneficios de mortalidad, aportaciones extraordinarias de empresas, cuotas indirectas, beneficios de rentabilidad de inversiones, etc., etc., que permitiera una cierta elasticidad en el pago de subsidios de viudedad y orfandad que fuesen notoriamente insuficientes al aplicarles la valorización actuarial de las pensiones.

DERRAMA

En el Seguro de Defunción se confunden los dos sistemas de derrama pura y derrama a prima única, constituyendo lo que se llama un temporal renovable, por cuanto al no tratarse de Seguro de Pensión se consume el pago en el propio ejercicio, unificando con ello ambos conceptos.

Con mucho mayor motivo que en el Seguro de Vejez, este procedimiento de derrama ha de ser aplicado en cuanto se trata de la totalidad de una población estabilizada que se quiera asegurar con efectos inme-

diatos y que tenga un carácter de permanencia, como es el caso de la población general del país.

Asimismo, al igual que en el Seguro de Vejez, se ha de considerar inoperante el seguro calculado a base de población no estabilizada, por cuanto esta población tenderá a estabilizarse y, en su consecuencia, el importe de la derrama sufrirá un aumento proporcional.

Se ha de llamar también la atención de que si en los momentos iniciales la población tiene una estabilización sub-normal que permite unas derramas bajas, el constante avance de las ordenadas hacia la derecha en el gráfico correspondiente, representaría la tendencia hacia una estabilización super-normal, que repercutiría en una derrama muy superior a la derrama de la población estabilizada.

Por este motivo se ha de hablar solamente de derrama en población estabilizada.

Partiendo de las mismas hipótesis que en el Seguro de Vejez, pero refiriéndonos a un capital de 1.000 pesetas, la derrama a prima única será la siguiente:

$$De = 1.000 \frac{\sum_{25}^{64} dx}{\sum_{25} lx} = 1.000 \frac{l_{25}}{\sum_{25} lx} = 29'56$$

habiendo calculado los valores numéricos a base de la tabla R. F. al 3'50 por 100, igual que en el Seguro de Vejez.

Esta será la derrama estabilizada, pero al iniciar el seguro, cuando toda la población sea de elementos activos, la fórmula no será ésta, sino que recogerá solamente los fallecimientos que se produzcan entre los 25 y 65 años de edad, o sea,

$$Di = 1.000 \frac{\sum_{25}^{64} dx}{\sum_{25} lx} = 1.000 \frac{l_{25} - l_{65}}{\sum_{25} lx} = 11'98$$

por lo tanto, y revirtiendo a cifras, el importe de la derrama aumentará constantemente desde el 11'98 por 1.000 hasta el 29'56 por 1.000 y esta cifra se estabilizará, siempre que el número de nuevos ingresos sea suficiente para mantener la estabilización correspondiente de la población.

Por su parte, la prima actuarial promedio correspondiente al primer año, que será la suma de todas las primas actuariales de cada una de las edades, valdrá:

$$\pi_i = \frac{1.000}{\sum_{25}^{64} l_x} \frac{A_x}{\sum_{25}^{64} \frac{A_x}{a_x^{65-x}}} l_x = \frac{1.000}{\sum_{25}^{64} l_x} \sum_{25}^{64} \pi_x l_x = 61'88$$

y este resultado será superior al de la derrama inicial, si ocurre:

$$\sum_{25}^{64} \pi_x l_x > \sum_{25}^{64} d_x = \sum_{25}^{64} l_x q_x$$

o sea si ocurre:

$$\pi_x > q_x$$

lo cual sucede siempre por cuanto la prima del Seguro Vida Entera permite pagar los siniestros del ejercicio y queda una reserva. Tanto es así, que no solamente es superior a la derrama inicial, sino que también lo es a la derrama estabilizada, como podrá verse por los cálculos numéricos que se detallan.

Al igual que en el Seguro de Vejez, la prima actuarial irá disminuyendo a medida que transcurran los años, ya que irán ingresando nuevos asegurados a prima de 25 años y saliendo los que fallezcan, que serán de primas más elevadas, como también los que dejen de cotizar por haber alcanzado los 65 años.

Al cabo de t años, la prima actuarial será:

$$\pi_t = \frac{1.000}{\sum_{25}^{64} l_x} \left[\pi_{25} \sum_{25}^{24+t} l_x + \sum_{25+t}^{64} \pi_x l_x \right]$$

en la cual el primer sumando aumentará de valor a medida que aumente el valor de t y disminuirá correlativamente el segundo.

Finalmente, al ser estabilizada totalmente la población asegurada la prima actuarial promedio será la de los 25 años, o sea:

$$\pi_{40} = 1.000 \frac{A_{25}}{a_{25}^{40}} = 1.000 \pi_{25} = 14'94$$

que, como podrá observarse, es inferior a la derrama estabilizada.

Se comprende deba ser así, por cuanto si desde el principio se ha aplicado prima actuarial, la Entidad tendrá unas reservas que a base de población estabilizada se mantendrán siempre con el mismo valor y cuyos intereses, sumados a la prima actuarial que paguen todos los asegurados, o sea la de los 25 años de edad, han de permitir pagar todas las defunciones. Es decir:

$$V. i + \pi_{25} \sum_{25}^{64} l_x = \sum_{25}^{64} d_x = l_{25}$$

de donde se deduce:

$$\pi_{25} = \frac{l_{25} - V \cdot i}{\sum_{25} l_x} < \frac{l_{25}}{\sum_{25} l_x} = De$$

que es lo que se trataba de demostrar.

Numéricamente se obtienen los resultados siguientes:

Prima actuarial inicial:

$$\pi_i = 1.000 \frac{1.668.258}{26.957.668} = 61'88$$

Prima actuarial a los 10 años:

$$\pi_{10} = 1.000 \frac{655.752}{26.957.668} = 24'52$$

Prima actuarial a los 20 años:

$$\pi_{20} = 1.000 \frac{479.387}{26.957.668} = 17'78$$

Prima actuarial a los 30 años:

$$\pi_{30} = 1.000 \frac{415.982}{26.957.668} = 15'45$$

Prima actuarial estabilizada:

$$\pi_{40} = 1.000 \frac{402.747}{26.957.668} = 14'94$$

Numéricamente se observa cómo del 61'88 0/00 se ha disminuido la prima actuarial al 14'94 0/00, sufriendo ya a los 10 años una tan considerable rebaja que la prima pasa a ser inferior a la derrama estabilizada.

Resulta de todo ello una situación análoga a la del Seguro de Vejez, aunque de importancia numérica 10 veces inferior, por cuanto los porcentajes se han convertido en tantos por mil, pero no por esto deja de tener extraordinaria importancia, y por las mismas razones consideradas al estudiar el Seguro de Vejez, se ha de estimar como inoperante la derrama y como de aplicación necesaria la prima actuarial.

También aquí cabe consignar que se ha calculado la prima actuarial partiendo de la hipótesis más desfavorable, o sea de una población ya estabilizada, pero como en la práctica esto no ocurre, sino que la población inicial no está estabilizada y la prima actuarial no precisa de estabilización, es indudable que se podrá iniciar el seguro a base de una prima de un importe muy inferior al que se ha señalado como inicial.

Favorece todavía más la decisión por una prima actuarial el hecho

de que los regímenes de previsión acostumbran a establecer Seguros de Defunción crecientes. En este caso la prima actuarial es de importe proporcionalmente más reducido y, en cambio, la derrama, inicialmente reducidísima, pasó a ser de importe muy superior al final, por producirse entonces, cuando la población está estabilizada, el mayor número de defunciones a base de capitales más importantes. Es decir, que el incremento de los subsidios actúa en sentido paralelo al incremento de los riesgos, y esto repercute en proporción directa en el incremento de la derrama, y en proporción inversa en la constante disminución de la prima actuarial.

Con referencia a los aumentos de salario en méritos de una posible devaluación monetaria, que constituye el único argumento a favor de la derrama por actuar de freno con respecto a la disminución de la prima actuarial, se han de formular las mismas consideraciones que en cuanto al Seguro de Vejez, ya que los razonamientos y las fórmulas que para aquel caso se dieron eran generales, sin tener en cuenta en absoluto la clase de prestación estudiada.

En su virtud, para que la prima actuarial se mantuviera sin disminuir, el incremento de salarios tendría que realizarse en progresión geométrica creciente de razón $1 + i$.

En su consecuencia, entendemos que aun tratándose de salarios asegurados, es teóricamente inaceptable la derrama a prima única, al igual que lo que ocurre en el Seguro de Vejez.

SISTEMA DE PRIMA ACTUARIAL

De cuanto antecede se puede deducir que también en el subsidio de defunción ocurre igual que en el de vejez, de que el único procedimiento adecuado de cálculo es el de la prima actuarial, aunque bien es verdad que en este caso la repercusión económica es notablemente inferior, aunque esto no quiera decir que no sea muy importante y que no deba tenerse el cuidado que exigen estas materias, realmente delicadas, por las repercusiones que representan sobre la economía del país.

La resolución del problema inicial que se produce si se quieren aplicar primas actuariales, es la misma que se había señalado cuando el estudio del Seguro de Vejez, o sea aplicación de la prima actuarial estabilizada, con una sobreprima para compensar la amortización del déficit inicial de reservas, y otra para crear una reserva para posibles déficits que produzcan futuros aumentos globales de salario.

CONCLUSIONES

Con ello podemos considerar terminado totalmente el estudio sobre los sistemas de previsión social empezado en la Ponencia desarrollada

en las Sesiones del año 1947 y formular como resumen las siguientes conclusiones:

1.^a Mutualidades y Montepíos.

a) Subsidio de enfermedad.

Puede admitirse la aplicación de cuotas de tipo promedio, que no dependan de las edades de los asociados, a base de los datos que ofrezca la propia experiencia de la Mutualidad, y, en su defecto, aceptando un coeficiente de morbilidad de 3'50 días anuales por asociado.

Interesa se constituyan reservas que oscilen entre el importe correspondiente a las cuotas de un año y el de las de dos años. Estas reservas convendría se constituyeran en un plazo máximo de cinco años. Si las Mutualidades tuviesen cubierto el riesgo de disolución por medio de un organismo federativo será suficiente un fondo de reserva equivalente a las cuotas de un semestre.

b) Subsidio de larga enfermedad e invalidez.

Pueden aplicarse asimismo cuotas de tipo promedio a base de experiencia propia, y, en su defecto, aceptando un 2 0/00 en larga enfermedad y un 15 0/00 en invalidez. Se ha de tener en cuenta para este último subsidio la necesidad de reunir un número considerable de asociados para que exista la debida compensación de riesgos.

Las Mutualidades y Montepíos deberán constituir reservas de importe mínimo igual a las primas de dos años en larga enfermedad y de cinco en invalidez, durante un plazo máximo de diez años. Si el riesgo de disolución estuviese cubierto, podrá reducirse a uno y dos años, respectivamente, el importe de las reservas.

c) Subsidio de entierro.

Se entiende por subsidio de entierro el de defunción, garantizado por las Mutualidades y Montepíos de previsión social por un capital inferior a 1.000 pesetas.

Puede admitirse el procedimiento de reparto simple, estableciendo una cuota base de un 15 0/00 anual y no permitiendo la devolución de superávits hasta que no se constituyan reservas que oscilen entre el 5 0/0 y el 10 0/0 de los capitales asegurados. Tales reservas se deberán constituir en un plazo máximo de diez años.

d) Subsidio de defunción.

Deben fijarse las cuotas a base del sistema de capitalización, pudiendo admitirse la aplicación de cuotas promedio debidamente ponderadas.

El cálculo de reservas deberá realizarse como mínimo cada tres años.

A las Mutualidades que actualmente conceden este subsidio, con cuotas inferiores, se les deberá conceder un plazo de uno a dos años para estudiar y proponer al Ministerio solución adecuada que permita la aplicación de nuevas cuotas y la constitución de reservas en unos plazos prudenciales, que no causen trastornos irreparables en la propia existencia de la Mutualidad.

e) Subsidio de vejez.

Se han de establecer cuotas a base de capitalización, pudiendo admitirse la aplicación de promedios por grupos de edades, de amplitud reducida.

Las reservas deberán ser calculadas anualmente.

Las deficiencias técnicas actuales deberán ser resueltas en plazos breves y estableciendo rigurosa vigilancia.

2.^a Cajas de Empresa de Ingreso Obligatorio y Montepíos Laborales.

Para los subsidios elementales se pueden seguir sistemas análogos a los señalados para los Montepíos y Mutualidades.

En cuanto a los seguros de defunción y de vejez deben seguirse los siguientes sistemas:

a) Reparto simple.

En los casos en que se asegure, con efecto inmediato, una colectividad estabilizada de productores activos y pasivos, cuya permanencia y continuidad estén garantizadas por su propia naturaleza.

b) Capitalización.

En todos los demás casos, aunque se trate de colectividades estabilizadas de productores activos, con permanencia y continuidad garantizadas, ya que la derrama de capitales de cobertura, posiblemente más barata en el momento inicial, se mantiene, finalmente, más elevada que la prima actuarial, sin garantizar, a pesar de ello, las prestaciones futuras.

Las reservas a constituir han de tener el carácter y las garantías de las reservas matemáticas de primes definidas por la Ley de 14 de mayo de 1908.

Se puede admitir la no constitución inmediata de la totalidad de las reservas, si se establece una forma de amortización del déficit inicial, técnicamente calculado, mediante la fijación de una sobreprima, que merezca las debidas garantías.

Se aconseja la constitución de una reserva especial para posibles déficits de reservas matemáticas debidos a incrementos globales de los salarios.

3.^a Mutualidades afectas a la Ley de Seguros.

Han de ser rígidas por los mismos principios técnicos establecidos para las Compa nias de Seguros, como consecuencia del hecho de que, entre ambos tipos de empresas, no existe más diferencia que la distribución de beneficios, que no afecta al aspecto técnico del cálculo de las primas.

4.^a Derrama.

El hecho de que en los Estatutos de una Mutualidad se prevea la posibilidad de una derrama, cosa saludable y aconsejable, no puede considerarse substitutivo de la obligación de funcionar con arreglo a las normas técnicas establecidas, ya que no ha de servir para cubrir insuficiencias de prima conocidas «a priori», sino que ha de hacerse uso de ella solamente en el caso de que se produzca cualquier desviación imprevista entre la siniestralidad real y la prevista.

II

Esta segunda parte contiene la contestación al discurso del profesor Lasheras-Sanz en la Academia de Ciencias Económico-Financieras de Barcelona, que se reproduce en este mismo volumen, y de ella ha sido retirado cuanto constituía elogio personal.

El profesor Lasheras, después de definir la entidad aseguradora, en su misión de compensadora de riesgos, estudia las diversas formas que puede adoptar, según como se realice la conjunción de los mismos.

En primer lugar se ocupa de las Mutualidades, que se constituyen por la integración de asegurados que son, a la vez, los propios aseguradores, cuya asociación puede llevarse a cabo de dos formas generales distintas:

- a) Voluntariamente, bien por propia decisión de los asegurados (Mutuas puras, que en atención a sus finalidades acostumbran a ser de previsión social) o atendiendo a los consejos o argumentos de gestores interesados en el incremento de asociados (Mutuas con empresa gestora, total o parcial, declarada o disimulada).
- b) Obligatoriamente, por ordenarlo así un organismo de rango superior, ya sea la Empresa a sus trabajadores (Cajas de Empresa) ya sea el Estado a los productores de una rama determinada (Montepío laboral).

Fija seguidamente las características de la Empresa Mercantil Aseguradora que garantiza a los asegurados contra posibles derramas motivadas por excesos de siniestralidad, y en justa correspondencia reserva para sí los lícitos beneficios que resultan del ejercicio de su industria, estímulo indispensable para decidirse a la necesaria aportación de fuertes capitales.

Y finalmente registra la existencia de entidades aseguradoras con finalidades específicas, nacidas por iniciativa del Estado o Corporaciones, como es el Instituto Nacional de Previsión, o que constituyen ser-

vicios de la Administración pública, de los que cita varios ejemplos en España.

Sentados estos puntos básicos, el profesor Lasheras explica los distintos sistemas financieros en el seguro, y termina llamando la atención sobre la distinción entre el patrimonio de la empresa y el del seguro, entre capital o reservas libres, y reservas matemáticas o necesarias para garantizar el pago de las prestaciones aseguradas, distinción no siempre conocida y muchas veces olvidada.

En cuanto a los sistemas financieros, estudia los tres clásicos de reparto, capitalización y mixto, o de reparto de capitales de cobertura con los distintos derechos que cada uno de ellos engendra para los asegurados, con sus ventajas e inconvenientes, viniendo a señalar conclusiones implícitas en orden a la adopción de uno u otro de ellos, según fuere la estructura del conjunto asegurado.

Dice muy bien el profesor Lasheras que su discurso es cantera de la cual indudablemente nos ofrecerá abundantes productos. Permítanos explotar uno de sus muchos flones introduciendo un nuevo concepto, muy simple, relacionado con el último punto glosado, que entraña cuestión tan palpitante como es la de los Montepíos laborales y las Cajas de Empresa.

Este concepto es de la *Cuota científica constante* que permite resolver técnicamente el problema que se presenta a tales organismos cuando desean calcular sus cuotas; es decir, distribuir en el tiempo las prestaciones que garantizan, a la vez que constituye el más exacto coeficiente de medición del valor de dichas prestaciones, cosa muy estimable en orden a la evaluación de las mismas y a su comparación con otras de distintas características.

Para la mejor comprensión de las ideas, imaginemos un Montepío laboral que reuna a todos los productores del país, de *estructura permanente*, según frase del profesor Lasheras, ya que en teoría se trata de una colectividad estabilizada, por cuanto las bajas por defunciones y jubilación serán sustituidas automáticamente por los nuevos ingresos de productores jóvenes.

Como estas instituciones recogen sólo a los productores en activo, las prestaciones que reportan pensión (jubilación, viudedad, orfandad), cuyos riesgos, en general, son los de mayor volumen, tienen una importancia potencial que no trasciende en pagos efectivos hasta que transcurren los años y se acumulan los pensionistas procedentes de las sucesivas generaciones.

Este hecho representa que los pagos a efectuar por dichos organismos, serán constantemente crecientes hasta llegar a estabilizarse cuan-

do se extinga la primera generación de pensionistas por fallecimiento de sus últimos supervivientes. Desde entonces figurarán pensionistas de todas las edades, y el Montepío habrá alcanzado su plenitud protegiendo a la totalidad de pasivos a que dará lugar la población estabilizada de activos en renovación constante.

Si para dar un ejemplo simple suponemos una población estabilizada de productores activos de 25 a 64 años de edad, que siga la ley de mortalidad recogida por la tabla R. F., y nos fijamos solamente en el riesgo de jubilación, tendremos que, durante el primer año, cobrarán solamente pensión los que se jubilen por alcanzar la edad de 65 años, que serán el 1,75 por 100 del número de activos; en el segundo año cobrarán pensión los que de éstos sobrevivan más los que en el año alcancen los 65 años, en total un 3,45 por 100; en el tercer año habrá tres generaciones de pensionistas, y sucesivamente irá aumentando el número de generaciones de pasivos hasta que se estabilice, cuando el primer grupo se extinga por fallecer el último superviviente; desde aquel momento el número de pensionistas será el 22,28 por 100 de los productores en activo.

En régimen de reparto, las cuotas corresponden a las cifras citadas.

En cambio, por el sistema de capitalización, las cuotas formarán una serie decreciente hasta estabilizarse también, pero en una cifra mínima.

En efecto, por este sistema, los productores de cada edad, en los años que faltan para empezar a devengar su pensión, constituyen el capital necesario para poder satisfacerla hasta la extinción total del grupo.

Este capital, que se beneficia de sus propios intereses, recibe el nombre de reservas matemáticas.

Luego, como inicialmente el Montepío recoge productores de todas las edades que llevan años trabajando, a los de edad avanzada les queda poco tiempo para constituir su capital y les corresponde cotizar primas muy elevadas que pesan extraordinariamente sobre el promedio del grupo.

En cambio, en los años sucesivos se van produciendo bajas de productores de edad avanzada, por fallecimiento y jubilación, siendo sustituidos por otros elementos jóvenes que tienen toda su vida de trabajo por delante para constituir su capital, con primas mínimas que rebajan notablemente el promedio hasta llegar al período de estabilización, que se produce cuando todos los asociados ingresados inicialmente han sido baja del grupo de activos y quedan sólo productores ingresados

en la edad mínima, por lo que la prima promedio del grupo coincide, para siempre, con la que corresponde a esa edad.

Siguiendo el ejemplo antes mencionado, la prima promedio de primer año, de importe 68,70 por 100, llega en constante decrecimiento a estabilizarse a 7,16 por 100, cuando, transcurridos los años, todos los asociados pertenecen a grupos ingresados a los 25 años de edad.

De suerte que nos encontramos ante dos series, que se cruzan: una creciente y otra decreciente, hasta que ambas se convierten en indefinidamente constantes.

Se comprende fácilmente, aun por los no iniciados, que existe una constante intermedia, también indefinida, que equivale a las dos series anteriores.

El planteamiento de su fórmula requiere, no obstante, otras concepciones algo más complejas.

Hemos visto cómo, aplicando las primas que resultan del sistema de capitalización, cada grupo de asegurados constituye sus reservas, que no son más que las diferencias, incrementadas en sus propios intereses, entre las primas que pagan y el riesgo que consumen, o sea entre las primas de capitalización y las primas de reparto.

En los primeros años estas diferencias son muy considerables, de forma que se van constituyendo reservas muy fuertes y acumulándose intereses también importantes; alcanzada la fase de estabilización son también muy elevadas tales diferencias, pero de signo contrario, ya que, como queda dicho, las prestaciones son superiores a las primas; entonces las reservas están plenamente constituidas y son invariables, por cuanto garantizan siempre idénticos riesgos, y los intereses, siempre iguales, de las mismas, permiten cubrir exactamente dichas diferencias.

En el ejemplo estudiado, se observa cómo las prestaciones llegan a ser tres veces superiores a la prima de capitalización; esto indica la importancia considerable de aquellas reservas cuyos intereses llegan a cubrir, por sí solos, los dos tercios de las prestaciones, siendo la causa esencial de la baratura de la prima de capitalización.

A estos efectos es indiferente que los asociados paguen desde su ingreso en el Montepío las primas de capitalización correspondientes a su edad en aquel momento, o que hubiesen pagado durante toda su vida laboral, antes de constituirse el Montepío, la prima correspondiente a su edad de ingreso en la profesión. En esta última forma al crearse el Montepío habría unas reservas formadas y los asociados pagarían la prima de la edad mínima. Luego, si el Montepío quiere percibir, desde su creación, esta prima constante en lugar de las elevadas primas decre-

cientes, antes señaladas, debería poseer estas reservas iniciales. Como no las posee, tiene un déficit inicial de reservas. En el ejemplo utilizado, este déficit inicial sería del 257,06 por 100 de la pensión anual.

Pero, por otro lado, sentado ya el principio de la estabilización permanente del grupo, estas reservas, aunque las poseyera, no deberían ser nunca realizadas; únicamente, son necesarios sus intereses. Luego, de poderse obtener estos intereses de otra fuente de ingresos, se evitaría la aportación del déficit inicial de reservas, resolviéndose la situación económica del Montepío.

La mejor fuente de ingresos son, en este caso, los propios asociados, quienes, junto con la cuota de capitalización de la edad mínima, pueden satisfacer aquellos intereses.

Esto da origen a la *cuota científica constante*, que puede definirse como el resultado de sumar a la cuota de capitalización de la edad mínima los intereses del déficit inicial de reservas.

Su fórmula será:

$$\pi_x + \frac{V_0 i v}{\sum_{k=0}^{n-1} l_{x+k}} = \pi_x + \frac{j v}{\sum_{k=0}^{n-1} l_{x+k}} \sum_0^{n-1} (\pi_{x+k} - \pi_x) l_{x+k} a_{x+k} \overline{n-k}$$

En el ejemplo citado resultará:

$$7,16 + 257,06 \times 0,035 \times 0,966184 = 15,86 \%$$

cifra intermedia entre las anteriormente citadas.

Quede bien sentado que puede prescindirse de la existencia material de las reservas iniciales, siempre que la permanencia del grupo estabilizado de productores garantice que no precisará utilizarlas como sería necesario en cuanto cesara la afluencia de nuevos ingresos de productores, ya que entonces deberían aplicarse, hasta el último céntimo, en el pago de las prestaciones correspondientes a los asociados que quedasen.

Si siguiendo estas directrices anteriores puede resolverse el problema de las Cajas de Empresa, cuya estructura, aunque algunas veces estabilizada, no puede presumirse sea permanente, por depender del desarrollo de una Empresa, sujeto a muchos cambios, no previsibles.

Cuando se crea una Caja de Empresa se asegura a todos los productores en activo, aunque sean de edad avanzada. Posteriormente ingresan en la misma los trabajadores que sucesivamente emplea la Empresa, en general, de edad joven. Estos no deben verse sobrecargados de cuota para compensar la falta de cotizaciones que los fundadores cometieron durante los años en que la Caja no estaba creada. Por otra parte, ésta carece de recursos para constituir momentáneamente

las reservas que exigen los riesgos que se cubren a los primeros asociados. De donde se encuentra con un déficit inicial de reservas, cuya cuantía guarda relación inversa con el importe de la cuota que se quiera establecer, igual para todos.

La única solución consiste en que la Empresa avale el déficit de reservas (garantía potencialmente exigida por las disposiciones vigentes), que posiblemente no tendrá que hacer nunca efectivo, y se aplique la prima que corresponda a la edad normal de ingreso, incrementada en los intereses de dicho déficit de reservas.

Es una variante de la aplicación de la cuota científica constante, en la cual la garantía que puede ofrecer la permanente estabilización que se admite existe en el grupo que asegura el Montepío laboral, queda sustituida por la garantía de la propia Empresa.

Para redondear la figura del concepto que se está glosando, sólo hace falta indicar que se trata de una prima intermedia entre cualesquiera otras que puedan calcularse, que si inicialmente se aplican cuotas inferiores a ella después tendrán que convertirse en superiores e incrementar además los intereses de las diferencias, y viceversa, y que por ser constante y no poder existir más de una constante, como es fácil demostrar por cálculo integral, sentado el postulado de la continuidad, coincide con ella cualquier otra cuota constante que resulte de un cálculo técnico.

Como corolario puede estudiarse el caso particular del riesgo de jubilación, en el que la cuota correspondiente a los capitales de cobertura es constante, por jubilarse siempre el mismo número de productores en el supuesto de población estabilizada.

En efecto, de la fórmula de capital de cobertura

$$\frac{l_{x+n} a_{x+n}}{\sum_{k=0}^n l_{x+k}}$$

aplicada al caso particular estudiado, resulta el valor de 15,86 por 100 que antes se ha obtenido en el cálculo de la prima científica constante, teniendo en cuenta que ésta se ha calculado a base de ser pagadera a principio de año.

Esta coincidencia no es sólo numérica sino formal, ya que ambas fórmulas son iguales, según se demuestra en nota anexa, con lo cual queda confirmada la tesis expuesta.

A N E X O

Demostración de que la cuota de capitales de cobertura coincide con la cuota científica constante para el riesgo de jubilación en población permanentemente estabilizada.

La cuota científica constante, al finalizar el ejercicio, producirá al organismo asegurador el conjunto de ingresos siguiente:

$$A = \pi_x (1+i) \sum_{k=0}^{n-1} l_{x+k} + Vi = \pi_x (1+i) \sum_{0}^{n-1} l_{x+k} + i \sum (\pi_{x+k} - \pi_x) l_{x+k} a_{x+k} \overline{n-k}$$

La cuota de capitales de cobertura produce los siguientes

$$l_{x+n} a_{x+n}$$

Ambas expresiones deben ser iguales. En efecto

$$A = \pi_x (1+i) \sum_{0}^{n-1} l_{x+k} + i \sum_{0}^{n-1} (\pi_{x+k} - \pi_x) l_{x+k} a_{x+k} \overline{n-k}$$

sacando π_x factor común y pasando a valores de conmutación

$$\begin{aligned} &= \pi_x \left[(1+i) \sum_{0}^{n-1} l_{x+k} - i \sum_{0}^{n-1} l_{x+k} \frac{N_{x+k} - N_{x+n}}{v^{x+k} l_{x+k}} \right] + \\ &+ i \sum_{0}^{n-1} \frac{D_{x+n} a_{x+n}}{N_{x+k} - N_{x+n}} l_{x+k} \frac{N_{x+k} - N_{x+n}}{v^{x+k} l_{x+k}} = \\ &= \pi_x \left[(1+i) \sum_{0}^{n-1} l_{x+k} - i \sum_{0}^{n-1} (l_{x+k} + l_{x+k+1} v + \dots + l_{x+n-1} v^{n-k-1}) \right] + \\ &+ i \sum_{0}^{n-1} \frac{D_{x+n} a_{x+n}}{v^{x+k}} \end{aligned}$$

La segunda sumatoria, dando valores a k, vale

$$i \cdot \left[\begin{array}{l} l_x + v l_{x+1} + v^2 l_{x+2} + \dots + v^{n-1} l_{x+n-1} \\ + l_{x+1} + v l_{x+2} + \dots + v^{n-2} l_{x+n-1} \\ + l_{x+2} + \dots + v^{n-3} l_{x+n-1} \\ \dots \dots \dots \\ + l_{x+n-1} \end{array} \right] =$$

$$\begin{aligned} &= i (l_x + a\bar{v} l_{x+1} + a\bar{v}^2 l_{x+2} + \dots + a\bar{v}^{n-1} l_{x+n-1}) = \\ &= (1+i) (v l_x + v i a\bar{v} l_{x+1} + v i a\bar{v}^2 l_{x+2} + \dots + v i a\bar{v}^{n-1} l_{x+n-1}) = \\ &= (1+i) [(1-v) l_x + (1-v^2) l_{x+1} + (1-v^3) l_{x+2} + \dots + (1-v^n) l_{x+n-1}] = \\ &= (1+i) \sum_{0}^{n-1} l_{x+k} - \sum_{0}^{n-1} v^k l_{x+k} = (1+i) \sum_{0}^{n-1} l_{x+k} - (1+i) \sum_{0}^{n-1} v^{x+k} l_{x+k} = \\ &= (1+i) \sum_{0}^{n-1} l_{x+k} - (1+i)^x (N_x - N_{x+n}) \end{aligned}$$

A su vez, el último término de la fórmula general vale

$$i D_{x+n} a_{x+n} \sum_0^{n-1} (1+i)^{x+k} = D_{x+n} a_{x+n} [(1+i)^{x+n} - (1+i)^x]$$

De donde, volviendo a la fórmula general, y descomponiendo la prima en sus valores conmutativos, resulta

$$\begin{aligned} A &= \frac{D_{x+n} a_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \left[(1+i)^x \sum_0^{n-1} l_{x+k} - (1+i)^x \sum_0^{n-1} l_{x+k} + (1+i)^x (N_x - N_{x+n}) \right] + \\ &+ D_{x+n} a_{x+n} [(1+i)^{x+n} - (1+i)^x] = \\ &= D_{x+n} a_{x+n} [(1+i)^x + (1+i)^{x+n} - (1+i)^x] = \\ &= l_{x+n} a_{x+n} \end{aligned}$$

como se trataba de demostrar.