TEMA II

Bases de cálculo y requisitos para la constitución de Reservas en el terreno de la previsión privada colectiva y en el de la previsión social legal para la vejez, invalidez y la familia

Las tablas de mortalidad en el terreno de la previsión colectiva, privada y social legal

Por Antonio LASHERAS-SANZ

I. Introducción

1,1. De conformidad con lo dicho en el parágrafo 1,3 de nuestra comunicación presentada al Tema 4 de este mismo Congreso, dividiremos el Seguro en:

A) *Micro-seguro,* constituido por el seguro practicado en régimen de Derecho privado, individual y facultativo o voluntario, independientemente de que luego, en el seno del asegurador, se produzca la formación de colectivos de asegurados, homogéneos en cuanto al riesgo al que sirven de sujeto y que no se han incorporado al seguro en bloque ni de forma que pueda parecerlo, sino individual e independientemente los unos de los otros.

B) *Macro-seguro,* que se refiere al aseguramiento de colectivos, formando grupos que constituyen unidades complejas de sujetos de riesgo reunidos en acto de solidaridad ejercitada consciente o inconscientemente, de manera expresa o tácita, por los componentes del colectivo asegurado, y en el que habremos de distinguir:

a) El de *primer grado,* que comprende a todos los que corrientemente llamamos específicamente *seguros colectivos o de grupos,* constituidos por todos los incorporados al seguro en bloque y cuyo carácter no varían las bajas y altas individuales de asegurados que después se produzcan, por análogas variaciones en el colectivo;

b) De *segundo grado*, integrados por los Seguros Sociales propiamente dichos, bien sean los que comprenden a toda la población laboral en general, bien los que discriminan a ésta por sectores laborales (textil, bancario, sidero-metalúrgico, etc.), como las llamadas Mutualidades Laborales, en España. En esta clase de seguros, los asegurados, han sido incorporados a ellos, por lo menos inicialmente en bloque y también sin perjuicio conceptual por las naturales altas y bajas ordinarias y las debidas a expansiones y depresiones del sector laboral que las proporciona.

El apartado a) del Tema 2 del programa, a que nos referimos al decir: ... "en el terreno de la previsión privada colectiva y en el de la previsión social legal"..., entendemos que se refiere concretamente a lo que nosotros acabamos de calificar de macroseguro de primer y segundo grado, a los que, por tanto, se refiere cuanto digamos en esta comunicación respecto a tablas estadístico-actuariales de mortalidad, y de ahí, además, el título con que la encabezamos.

1,2. Y de todos los aspectos que conforme al posible "máxicontenido" que parece desprenderse de la redacción del apartado a) de dicho Tema 2, concretamente nosotros vamos a referirnos a dos: el de la evolución de la sobrevivencia a través del tiempo y no como función real de él, sino de lo que puede ocurrir durante él por cualesquiera que sean las causas de tal evolución, pero tratada como si fuese consecuencia exclusiva del tiempo; y el de las consecuencias que se derivan, sobre todo para el macroseguro de segundo grado, de la eliminación de las causas de abandono "arbitrario" del seguro.

II. Tablas de sobrevivencia recogiendo la evolución de la vida humana a través del tiempo, como función de éste

2,1. Es del dominio absolutamente general la evolución de la prolongación de la vida humana, pero si no queremos conformarnos con el conocimiento natural, subjetivo, interno (que se produce en nuestra conciencia, con el solo auxilio de nuestros sentidos, sin más intervención que nuestras facultades espirituales), y queremos el conocimiento objetivo, externo, metódico (que emplea medios auxiliares provinentes de nuestros sentidos corporales, para determinar con mayor precisión el objeto de estudio), no tenemos que hacer más que tomar varios censos de población (que en todos los países se efectúan a intervalos regulares de tiempo, y en España, con relación al 31 de diciembre de cada año terminado en *cero)* y efectuar para cada uno de ellos lo siguiente:

$$\frac{\sum\limits_{x=0} x \cdot L_x}{\sum\limits_{x=0} L_x} = \bar{x}$$

y veremos con los ojos de la cara cómo va creciendo de un censo a otro posterior, el valor numérico resultante para x.

Esto es debido, como también es del dominio público, a los progresos de la cirujía, de la medicina y de la higiene en todos sus múltiples aspectos.

Pero, para el actuario, el hecho cierto es que, si bien no se ha logrado aún (!?) evitar la muerte, se prolonga la vida humana mucho más cada año que pasa, lo que hace que se produzca la consiguiente variación en la trayectoria de la curva de sobrevivencia, lo que hace que las tablas estadístico-actuariales de este fenómeno se queden inservibles a intervalos cada vez más cortos de tiempo; y no sólo se siente la necesidad de aceptar estas variaciones automáticas para los nuevos asegurados en cada momento o época para la cual esa prolongación de la vida se haya hecho mayor, sino también para los que ya eran asegurados de antes a cuando esas variaciones han tomado notoriedad estimable.

2,2. En una primera consideración del problema, parece ser que una asimismo primera adaptación pudiera lograrse construyendo una nueva tabla de sobrevivencia para cada nuevo censo de población y comparar la mortalidad de cada una de estas tablas con la que se esté aplicando a los cálculos actuariales (siempre sobre la misma base de comparación). Esto nos proporcionará el conocimiento de la evolución en el retardamiento de la mortalidad y consiguiente prolongación de la vida humana, cosa más fácil que construir una tabla de experiencia aseguradora para intervalos uniformes de tiempo, aun coincidentes con respecto al momento en que se levantan los censos de población.

Es de notar que con el transcurso del tiempo, la mortalidad de los colectivos seleccionados que constituyen los asegurados en las entidades de seguros privados, se aproximan más a la mortalidad de la población general, por las siguientes razones:

a) Porque la Seguridad Social cada vez protege más a las clases sociales modestas, con medios sanitarios que antes les eran inasequibles;

b) Porque las entidades aseguradoras de Derecho privado cada vez reducen más las medidas de selección previa para el aseguramiento;

c) Porque cada vez se impone más la necesidad social y vital de trabajar, por haberse impuesto de manera general el "slogan" de que "quien no trabaja no come", y

d) Porque el que trabaja, pertenezca al sector que sea de la sociedad, es activo para el trabajo y por consiguiente sus circunstancias de salud son, por lo menos, mínimamente buenas.

2.3. Todas estas consideraciones expuestas muy a grandes rasgos, nos inducen a insistir en la idea expuesta ante la "Tercera Conferencia Internacional de Actuarios y Estadísticos de la Seguridad Social" (Madrid, noviembre, 1962), de construir, a base de sucesivos censos de la población y la mortalidad correspondientes a los años censal y post-censal, por el conocido método de Lexis (según su *esquema* referente a su *teoría formal de la Población,* que publicó en su "Einleitung in die Theorie der Bevölkerungsstatistik" (Strasburgo, 1873), sirviéndonos de la fórmula:

$$m_x = \frac{d_x = \frac{1}{2}(d'_x + d''_x)}{L_x} = \frac{2q_x}{2 - q_x}$$

donde d' y d'' representan, respectivamente, la mortalidad de los años censal y post-censal.

2.4. Elaborada la serie bruta de sobrevivencia correspondiente a cada uno de los censos con que operemos, las ajustaremos todas mediante el mismo tipo de función que, a ser posible, debe ser válida para todas las edades de la posible vida humana, desde 0 hasta la que, en cada caso concreto, resulte ser la última. Nosotros hemos empleado la siguiente función:

$$l_x = k \cdot sx \cdot fx^2 \cdot hx^3 \cdot mx^4 \cdot nx^5 \cdot rx^6 \cdot gc^x$$

que recoge bien la curva entre los antedichos límites, y cuyo cálculo, hoy, con los procedimientos modernos no es molesto ni, mucho menos, largo.

2.5. Indudablemente, los valores numéricos de los parámetros resultarán distintos de una a otra serie de sobrevivencia y, entonces, todo quedará reducido a determinar, para cada serie de valores de un mismo parámetro, cuál es la fórmula que nos recoge dicha variación en función única del tiempo t.

Esto nos permitirá extrapolar y construir una sucesión de series de sobrevivencia de las que, partiendo de una tomada como primera para un momento de partida previamente fijado, tomando un término de cada una de ellas, en orden sucesivo, formar una serie hipotética de sobrevivencia que nos aproxime a lo que podrá ir pasando a través del tiempo. Esa serie hipotética podremos expresarla como sigue:

$$l'_x \,,\ l''_{x+1} \,,\ l'''_{x+2} \,,\ l^{iv}_{x+3} \,,\ l^{v}_{x+4} \,,\ \ldots$$

2.6. En una serie de esta clase puede suceder que, en lugar de seguir sus términos un proceso extintivo, haya términos posteriores iguales o mayores que sus anteriores, por lo que los términos d_x de la sucesión de la mortalidad podrá tener términos negativos que dificultarán los cálculos financieros. Por ello, para calcular los valores financieros para caso de muerte, resultará más cómodo operar en función de D_x, N_x, etc., y de las rentas.

2.7. Pero lo dicho no es todo, pues la extrapolación nos podrá aproximar a la evolución real que se produzca, pues también puede diferenciársenos bastante de ella, sobre todo a partir de algún término alejado del origen, porque pueden resultar hechos de emergencia (nuevas drogas, nuevas cirujías, etc.), que proporcionen saltos en la marcha de los hechos reales con relación a los previstos.

Para nuestro modo de ver, si se tratase de micro-seguro (en régimen de Derecho privado) no cabe más solución que la siguiente:

a) Adoptar una Tabla de mortalidad superior a la real, para los seguros para caso de muerte;

b) Otra Tabla de mortalidad menor que la real, para los seguros para caso de vida;

c) La combinación de ambas, para los seguros mixtos, y

d) Participación de los asegurados en los beneficios del asegurador, por lo menos, en los provinentes de la mortalidad.

Ahora bien, tratándose de casos de macro-seguros en cualquiera de sus dos antedichos grados, esta circunstancia es una más que se une a la de la actualización de pensiones, etc., contribuyendo a mayor abundamiento a aconsejar el sistema de reparto, al que se está inclinando la Seguridad Social actualmente por no encontrarse mejor fórmula en sus también periódicas Conferencias de Actuarios y Estadísticos de la Seguridad Social. Y en el caso de micro-seguros de primer grado o seguros colectivos o de grupos, concertados por empresarios a favor de sus trabajadores, con aseguradores privados, el sistema es el de reparto a base de la prima natural promedia con participación en los beneficios.

III. La persistencia en el seguro

3.1.1. *Planteamiento de la Cuestión.*—Una Tabla de sobrevivencia general y/o de mortalidad en términos absolutos, no recoge más eliminación que la causada por la muerte propiamente dicha. Y si el seguro es mercantil y se extingue por causa distinta al fallecimiento del asegurado o del vencimiento del plazo establecido para su duración máxima, el asegurador devuelve, al asegurado o/y al contratante, la reserva matemática que se haya producido según el sistema financiero-actuarial conforme al que haya sido establecida la prima, ya que no otra cosa que esta devolución significa el valor de rescate: la reserva, menos la correspondiente indemnización al asegurador por el perjuicio que le supone la prematura extinción del seguro.

Si en lugar de referirnos al seguro ordinario sobre la vida humana, lo hacemos al seguro para caso de muerte de un asegurado válido o activo, para si fallece en tal estado de validez o actividad, de quedar inválido, automáticamente se extingue también el seguro y sin que el asegurador tenga que devolver nada, a menos que el seguro se hubiese pactado, para tal caso con reembolso de la propia reserva matemática o con pago de alguna otra prestación específica.

Muchos más casos podríamos citar a modo de ejemplos, para mayor abundamiento, pero nos parece suficiente con lo que acabamos de decir.

Ahora bien, estas observaciones nos atraen la atención acerca de si no podrían ser elaboradas unas "Tablas" de asegurados, que recogiesen no sólo las extinciones de los seguros por causas técnicamente normales, sino también por todas las demás, con lo que, como en el segundo ejemplo referido, en cuanto a producirse invalidez, el asegurador no tendría que pagar ni tan siquiera restituir nada al asegurado, la prima del seguro resultaría menor.

3.1.2. Pero ésto nos plantea la necesidad de distinguir entre hechos debidos a causas que permiten estudiar estadísticamente sus efectos, determinar las fórmulas matemáticas que expresan las leyes de las tendencias de éstos en sus realizaciones y, en función de ellas, conjeturar la tendencia de tales realizaciones en el futuro; y aquellos otros hechos que, aun pudiendo ser estudiadas estadísticamente sus realizaciones, las enseñanzas que nos proporcionen no nos permitirán conjeturar con un grado de estimable aceptación, no ya de confianza, sobre el futuro, porque en el complejo formado por el conjunto de todas las causas concurrentes, puede haber algunas cuyas realizaciones se diferencien notablemente entre el pretérito y el futuro. En este segundo caso, la estadística nos servirá para conocer lo que ha sucedido y la tendencia media con que se ha manifestado lo sucedido, pero no podremos efectuar predicciones estimables.

En el caso del primer ejemplo antes expuesto, podrá haber hechos que pertenezcan a la primera de estas clases citadas, pero que, por no haberlos tomado en consideración, no hayan sido tenidos en cuenta para el cálculo de las primas, en cuyo caso, si un asegurado para caso de muerte simplemente, por no haber tenido en cuenta a su tiempo la posibilidad de invalidarse, se invalida y no puede seguir manteniendo su seguro en vigor, se producirá el rescate, como en el caso de la renuncia caprichosa a continuar con él. En cambio, en el caso del segundo ejemplo, como se tuvo en cuenta ese riesgo complementario, aunque el seguro no lo cubriese, no habrá lugar a rescate, pero la prima habrá resultado menor.

3.1.3. Entre los hechos de la segunda citada clase, tenemos la variación de las circunstancias económicas del asegurado por empeoramiento debido a causas de orden general o particular, que no le permitan seguir manteniendo su seguro en vigor; perder su interés por su seguro debido a una mejoría de su situación económica; porque el gestor que aportó el seguro a la entidad con la que se concertó, cambie de empresa y traslade a ésta los seguros que antes aportó a la anterior, etc.

Y todos estos casos que se presentan con gran profusión en el seguro individual, libre y facultativo o voluntario, se reducen extraordinariamente para los seguros colectivos, y sobre todo, en los llamados sociales y obligatorios.

Entre los casos de abandono de seguro, en este sector, tenemos el de las mujeres trabajadoras que contraen matrimonio, pero ésto puede ser aceptablemente medido por la estadística. También, en los casos de Seguros Sociales no únicos, como el de las Mutualidades Laborales, en España, el cambio de profesión; pero ésto no implica abandono de seguro, y en muchas ocasiones, ni de Mutualidad, y en todo caso, cambio de ésta, lo que, si sobre todas ellas existe una Caja compensadora que funcione adecuadamente a modo de reaseguradora, tampoco constituye baja en el seguro.

3.1.4. Con todo lo que queda dicho no hemos pretendido más que hacer una enunciación indicativa, no exhaustiva, que cada uno podrá extender y completar a su modo de ver, por lo que nosotros vamos a considerar la cuestión en sus términos generales, pasando a estudiar lo que llamamos *persistencia en seguro,* como expresa el título de esta sección del presente trabajo.

3.2.1. *La variación de la mortalidad por causas de abandono del seguro, hoy día.*—Respetando la notación actuarial internacional, seguiremos representando por l_x un colectivo de cabezas humanas de edad x; de acuerdo con la extensión de esta notación por Schärtlin (1906), l_x^{aa} representa el colectivo de cabezas válidas o activas de edad x, y conforme a Gaillard (1913), l_x^{ss} el de cabezas solteras de esa misma edad. Pero nosotros, para atribuir generalidad, adoptaremos el símbolo λ_x para expresar el número de asegurados que persisten en el seguro.

Análogamente, adoptaremos el símbolo δ_x para expresar los fallecidos de edad x, procedentes directamente de los asegurados que tienen esa edad, al objeto de eludir la más mínima coincidencia con los símbolos semejantes d_x, d^{aa}_x, d^{ss}_x, etc.

Los que por cualquiera otra causa, pero de las comprensibles entre las de la primera clase referida en el primer punto de 3.1.2, abandonen el seguro, los representaremos por s_x, inicial de salidos.

3.2.2. En estas condiciones tendremos que

$$\lambda_{x+1} = \lambda_x - \delta_x - s_x .$$

Por su parte, haremos que sea

$$\delta_x = (\lambda_x - s_x) \cdot q_x = \lambda_x \cdot \gamma_x$$

admitiendo que la intensidad de la mortalidad sigue siendo la misma para los $\lambda_x - s_x$ que para los λ_x.

Antaño se afirmó con bastante generalidad que los que abandonaban el seguro producían una auto-antiselección al asegurador, porque los que rescindían el seguro para caso de muerte, se decía que lo hacían por convicción de que su salud no les inducía a temer un próximo fin de su vida, y viceversa los asegurados para caso de vida. Y es posible que así sucediese entonces y por ello lo sostuviesen quienes lo afirmaban; pero hoy, entendemos poder afirmar que no sucede así y que las causas del abandono del seguro son bastante distintas a las de la salud de los asegurados, y mucho más aún en los protegidos por los seguros sociales, sobre todo si son obligatorios.

3.2.3. Así, pues, podemos escribir:

$$\lambda_{x+1} = (\lambda_x - s_x)(1-\sigma_x)(1-q_x) = \lambda_x \cdot \delta_x$$
$$\delta_x = \lambda_x (1-\sigma_x)\, q_x = \lambda_x \cdot \gamma_x$$

donde es $\sigma_x = \dfrac{s_x}{\lambda_x}$, lo que nos dice que $\varrho_x < p_x$ y que $\gamma_x < q_x$.

3.3. *La serie de "persistencia en seguro" y su relación con la de sobrevivencia ordinaria.*—Lo que acaba de quedar expuesto en 3.2.2, substituyendo valores y reduciendo términos, permite obtener:

$$\begin{aligned}\lambda_{x+t} = \lambda_x[&(1-q_x)(1-q_{x+1})(1-q_{x+2}) \cdots (1-q_{x+t-1}) - \\ &- \sigma_x(1-q_x)(1-q_{x+1})(1-q_{x+2} \cdots (1-q_{x+t-1}) - \\ &- {}_{1/}\sigma_x(1-q_{x+1})(1-q_{x+2}) \cdots (1-q_{x+t-1}) - \\ &- {}_{2/}\sigma_x(1-q_{x+2}) \cdots\cdots (1-q_{x+t-1}) - \\ &- \cdots\cdots\cdots - \\ &- {}_{t-1/}\sigma_x(1-q_{x+t-1} \cdot)\end{aligned}$$

3.4. *La sucesión de fallecimientos provinentes de la serie de "persistencia en seguro" y su relación con la sobrevivencia ordinaria.*—Por análogas razones a las que acabamos de exponer, tendremos:

$$\begin{aligned}\delta_{x+t} = \lambda_x[&(1-q_x)(1-q_{x+1})(1-q_{x+2})\cdots(1-q_{x+t-2})q_{x+t-1} -\\ &-\sigma_x(1-q_x)(1-q_{x+1})(1-q_{x+2})\cdots(1-q_{x+t-2})q_{x+t-1} -\\ &-{}_{1/}\sigma_x(1-q_{x+1})(1-q_{x+2})\cdots(1-q_{x+t-2})q_{x+t-1} -\\ &-{}_{2/}\sigma_x(1-q_{x+2})\cdots(1-q_{x+t-2})q_{x+t-1} -\\ &-\cdots\cdots\cdots -\\ &-{}_{t-1/}\sigma_x(1-q_{x+t-2})q_{x+t-1}]\,.\end{aligned}$$

3.5. *Valor-Capital de la Renta en "Persistencia" y su relación con el de la vitalicia ordinaria.*—Según lo que llevamos dicho en los parágrafos precedentes de esta sección, la expresión primaria de una renta temporal, inmediata y prepagable en "persistencia" es:

$$\ddot{\alpha}_{x,\overline{n}|} = 1 + v\cdot\varrho_x + v^2\cdot{}_2\varrho_x + v^3\cdot{}_3\varrho_x + \cdots + v^{n-1}\cdot{}_{n-1}\varrho_x$$

o sea:

$$\lambda_x\ddot{\alpha}_{x,\,n} = \lambda_x + v\cdot\lambda_{x+1} + v^2\cdot\lambda_{x+2} + \cdots + v^{n-1}\cdot\lambda_{x+n-1}$$

donde sustituyendo las λ por sus valores expresados en 3.3, se tiene que

$$\ddot{\alpha}_{x,\overline{n}|} = \ddot{a}_{x,\overline{n}|} - \sigma_x\cdot a_{x,\overline{n-1}|} - v\,{}_{1/}\sigma_x\,a_{x+1,x+1,\overline{n-2}|} - \cdots - v^{n-2}\cdot{}_{n-2}\sigma_x\,a_{x+n-2,\overline{1}|}$$

lo que nos demuestra que $\ddot{\alpha}_{x,\overline{n}|} < \ddot{a}_{x,\overline{n}|}$.

3.6. *La prima única del seguro temporal de tracto único para caso de muerte en "persistencia" y su relación con su homóloga ordinaria.*—También por razón de todo lo dicho en esta sección, tenemos:

$$\begin{aligned}{}_{/n}\mathcal{A}_x &= v\cdot\gamma_x + v^2\cdot{}_{1/}\gamma_x + v^3\cdot{}_{2/}\gamma_x + \cdots + v^n\cdot{}_{n-1/}\gamma_x\\ &= {}_{/n}A_x - \sigma_x\cdot{}_{/n}A_x - v\cdot{}_{1/}\sigma_x\cdot{}_{/n+1}A_{x+1} - \cdots - v^{n-1}\cdot{}_{n-1/}\sigma_x\cdot{}_{/1}A_{x+n-1}\end{aligned}$$

lo que nos dice que ${}_{/n}\mathcal{A}_x < {}_{/n}A_x$.

3.7. *Las primas únicas del capital diferido para caso de vida en "persistencia" y ordinario.*—De modo semejante, tenemos:

$${}_n\mathcal{E}_x = {}_nE_x - \sigma_x\cdot{}_nE_x - v\cdot{}_{1/}\sigma_x\cdot{}_{n-1}E_x - \cdots - v^{n-1}\cdot{}_{n-1/}\sigma_x\cdot E_{x+n-1}$$

lo que nos dice que también ${}_n\mathcal{E}_x < {}_nE_x$.

3.8.1. *Relación entre la prima anual del seguro en "persistencia" y su homóloga del "seguro ordinario"*.—Análogamente a como la prima pura anual para el seguro temporal ordinario es ${}_{/n}P_x = {}_{/n}A_x : {}_{/n}\ddot{a}_x$, su homóloga en «persistencia» es ${}_{/n}\mathit{P}_x = {}_{/n}\mathit{A}_x : {}_{/n}\ddot{\mathit{a}}_x$ Y aunque se ha visto que es ${}_{/n}\mathit{a}_x < {}_{/n}a_x$ y ${}_{/n}\mathit{A}_x < {}_{/n}A_x$ no se pueda afirmar, sin demostrarlo, que sea ${}_{/n}\mathit{P}_x < {}_{/n}P_x$, ya que el cociente de dos cantidades respectivamente menores que otras dos homólogas suyas, puede ser menor, igual o mayor que el de éstas.

Para ver lo que sucede en este caso, descompongamos la prima anual en «persistencia» en prima de riesgo, cuota de ahorro y residuo, que es semejante a la que resulta para el seguro de un activo o válido, para caso de su muerte en tal estado, sin cubrir prestación alguna para caso de invalidicación, o sea:

$$
\begin{aligned}
{}_{/n}\mathit{P}_x = v\, q_{x+t}(1 - {}_{t+1}W_{x,\overline{n|}}) + (v \cdot {}_{t+1}W_{\overline{xn|}} - {}_tW_{xn}) - \\
- v\, \sigma_{x+t}(q_{x+t} + p_{x+t}\, {}_{t+1}W_{\overline{xn|}})
\end{aligned}
$$

donde W representa la reserva matemática en «persistencia», frente a V en el seguro ordinario.

Dando, ahora, valores a t, desde 0 a n-1, se obtiene un sistema de n ecuaciones en el que multiplicaremos, a la primera, por la unidad; a la segunda, por $v \cdot p_x$; a la tercera, por $v^2 \cdot {}_2p_x$, y así sucesivamente, hasta la última que será multiplicada por $v^{n-1} \cdot {}_{n-1}p_x$.

Sumando, ahora, miembro a miembro las igualdades resultantes de tal multiplicación, y reduciendo términos en el segundo miembro, se obtiene:

$$
{}_{/n}A_x + v^n \cdot {}_np_x \cdot {}_nW_{\overline{xn|}} - \sum_{h=1}^{n} v^h\, \sigma_{x+h-1}({}_{n-1/}q_{x+h}p_x \cdot {}_hW_{\overline{xn|}}) = {}_{/n}\mathit{P}_x \cdot \ddot{\mathit{a}}_{x,\overline{n|}}
$$

3.8.2. Aqui, si el seguro es temporal, será $v^n \cdot {}_np_x \cdot {}_nW_{\overline{xn|}} = 0$, por serlo ${}_nW_{\overline{xn|}}$; y si en lugar de ser temporal es mixto, será ${}_nV_{\overline{xn|}} = 1$, por lo que ${}_{/n}A_x + v^n\, {}_np_x = A_{x,\overline{n|}}$.

3.8.3. Si, ahora, la última expresión de 3.8.1, la dividimos por $\ddot{\mathit{a}}_{x,\overline{n|}}$, resultará:

$$
{}_{/n}\mathit{P}_x = \frac{{}_{/n}A_x}{\ddot{\mathit{a}}_{x,\overline{n|}}} - \frac{\sum_{h=1}^{n} v^h \cdot \sigma_{x+h-1}({}_{h-1/}q_{x+h}p_x\, {}_hW_{\overline{xn|}}}{\ddot{\mathit{a}}_{x,\overline{n|}}}
$$

en la que la primera fracción del segundo miembro es la prima anual del seguro ordinario para caso de muerte, temporal; y si fuese mixto, por lo dicho en 3.8.2, el numerador de ella sería la prima única del seguro mixto. Por consiguiente, el valor de la prima anual o periódica del seguro en régimen de "persistencia" es menor que la de su homóloga del seguro ordinario, ya que la segunda fracción del segundo miembro es sustractiva y de valor absoluto mayor que *cero*.

3.9. *Las reservas matemáticas en uno y otro régimen de seguro.*—Queda por ver la relación que guardan entre sí las reservas matemáticas del seguro "ordinario" sobre la vida, y el de en "persistencia". Para ponerla de relieve, observemos que son:

$$
\begin{aligned}
{}_tV_{x,\overline{n|}} &= (P_{x+t,\overline{n-t|}} - P_{x,\overline{n|}}) \cdot \ddot{a}_{x+t,\overline{n-t|}} \\
{}_tW_{x,\overline{n|}} &= (\mathcal{P}_{x+t,\overline{n-t|}} - \mathcal{P}_{x,\overline{n|}}) \cdot \ddot{\alpha}_{x+t,\overline{n-t|}}
\end{aligned}
$$

las expresiones de las respectivas reservas matemáticas en planes de seguro mixto, pero que, lo que para éste resulte, se dará también para el seguro temporal de riesgo inmediato y para el de capital diferido en caso de vida. Y hagamos ahora lo siguiente:

$$
\frac{{}_tV_{x,\overline{n|}}}{{}_tW_{x,\overline{n|}}} = \frac{(\mathcal{P}_{x+t,\overline{n-t|}} + \pi_{x+t,n-t}) - (\mathcal{P}_{x,\overline{n|}} + \pi_{x,\overline{n|}})}{\mathcal{P}_{x+t,\overline{n-t|}} - \mathcal{P}_{x,\overline{n|}}} \cdot \frac{(\ddot{\alpha}_{x+t,\overline{n-t|}} + \varepsilon_{x+t,\overline{n-t|}})}{\ddot{\alpha}_{x+t,\overline{n-t|}}}
$$

$$
= \left(1 - \frac{\pi_{x+t,n-t} - \pi_{x,\overline{n|}}}{\mathcal{P}_{x+t,\overline{n-t|}} - \mathcal{P}_{x,\overline{n|}}}\right)\left(1 + \frac{\varepsilon_{x+t,\overline{n-t|}}}{\ddot{\alpha}_{x+t,\overline{n-t|}}}\right) = (1 + f) > 1,
$$

lo que nos demuestra que también es ${}_tW_{x,\overline{n|}} < {}_tV_{x,\overline{n|}}$.

3.10. *Deducciones que de lo dicho se desprenden.*—En la descomposición de la prima media, constante o nivelada que ha quedado expuesta en 3.8.1, se pone de manifiesto que, al ser negativo el residuo, las reservas matemáticas de los que han abandonado el seguro por motivos distintos al de su fallecimiento, se las apropia el asegurador, con pleno derecho, a fin de poder cumplir técnicamente sus compromisos.

Por su parte, la prima de riesgo significa que al ser la diferencia entre la suma asegurada y la reserva del seguro en cuestión, el capital arriesgado por el asegurador, al pagar éste el capital asegurado, lo que hace es devolver las reservas de la operación.

La no devolución de la reserva matemática en caso de abandono del seguro, queda compensada con la menor cuantía de la prima que hemos visto en 3.8.

Ya hemos anticipado en I, y repetimos ahora, que el criterio de la "persistencia" no es aplicable cuando el seguro es facultativo, sino que su aplicación requiere dos condiciones: colectividad y obligatoriedad, sin que sea preciso que esta provenga del Poder público, sino que basta con la que implica, por ejemplo, un seguro colectivo concertado por una empresa para sus propios trabajadores.