Valor y solvencia técnica de la entidad de seguros

Por
JOSE LUIS FERNANDEZ SANCHEZ

1. Introducción

La presente «Comunicación» complementa y coordina el trabajo práctico que publicamos en *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, números 11 y 12, años 1970 y 1971, bajo el título de *Análisis y Valoración de Una Empresa Aseguradora*, al cual y en consecuencia nos remitimos.

En dicha publicación señalábamos especiales consideraciones sobre diversos valores (Contable, Potencial, Emisiones, Carteras, Agencial, Goodwill, Negociación etc.).

Ahora desarrollamos la dependencia en general del Valor Global de la Entidad de Seguros, y en particular de su cartera de riesgos en coordinación con sus márgenes de solvencia y suficiencia de Tarifas.

Obtenidos los valores señalados anteriormente, tratados en el referido trabajo, el *Valorador* deberá afectarlos de manera importantísima, según los índices que resulten de analizar la cartera conforme explicamos en la presente Comunicación.

2. Riesgo y solvencia

El resultado de explotación de un ente asegurador, se integra por tres componentes característicos:

1. La liquidación del pasado.
2. Los resultados técnicos imputables exclusivamente al ejercicio, y
3. Los resultados financieros.

Parece obvio recorder que el resultado técnico del ejercicio, se obtiene al deducir de las Primas emitidas netas de anulaciones, los gastos de gestión, gastos generales y siniestros imputables al ejercicio.

En consecuencia de lo dicho, tres «ratios» se nos aparecen como fundamentales en la actividad de la Empresa Aseguradora:

1. El «ratio» de siniestralidad.
2. El «ratio» de gastos de gestión, y
3. El «ratio» de beneficios.

Es, pues, absolutamente necesario mantener cada uno de ellos entre márgenes adecuados.

Existen tres bloques de resultados, que designaremos con las letras «*L*» (liquidación), «*R*» (resultado técnico) y «*F*» (financiero). Estos tres resultados son la consecuencia de alguna combinación de las tres causas siguientes, que explican la naturaleza de los costes o gastos (inputs) de las Empresas de Seguros:

1. *El azar*, como puedan ser demasiados siniestros, siniestros muy elevados o catástrofes de grandes navíos, aviones u otros siniestros cualesquiera.
2. *La gestión*, que si es desafortunada puede derivar de, por ejemplo, tarifas insuficientes o acumulación de malos riesgos, y
3. *El mercado*, que puede degradarse por muchas razones y entre ellas una concurrencia desordenada o unos gastos de gestión externa excesivos.

Los factores conjuntos de *Azar, Gestión y Mercado*, producen los resultados de liquidación, técnicos y financieros que globalmente integran el *Resultado* de explotación de la Entidad de Seguros. Cierto que por cada categoría de riesgo podría calcularse un resultado, pero esta atomización de las cuentas de explotación ex-post no mejoraría la gestión de la Entidad y al mismo tiempo impediría un juego responsable de la ley de los grandes números y del principio de solidaridad que son el fundamento técnico y ético del seguro.

Los resultados por clases de tarificación, tienen en el seguro, por su dependencia combinada con el azar, la administración y el mercado, una naturaleza oscilante, cuyo análisis estadístico-actuarial corresponde a la teoría del riesgo, ya sea la clásica, la colectiva o la que introduce el concepto de utilidad de la reciente y fundamental obra del Actuario Karl Borch.

Cualquiera que sea el enfoque teórico, el «estadístico» fundamental es el tanto o tasa de resultados que se obtiene empíricamente al dividir el excedente o beneficio entre las primas que lo han originado.

Dada una secuencia estadística de tantos de resultados, por ejemplo: r_1 r_2 r_3 r_4 r_5 r_6 r_7 r_8 r_9 y r_{10} de naturaleza cuantitativa oscilante se obtiene, no solo por la observación directa de los r, sino que también, al utilizar las diferencias finitas primeras entre dos años consecutivos, surge una nueva serie: d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7 d_8 d_9 y d_{10} que podrá estar afectada de signos más y menos, según el significado algebraico de la primera diferencia.

Del valor de estas series (r y d), el Asegurador se hace responsable, de acuerdo con la gestión o administración, por la adaptación que haga a la situación del mercado y por la previsión correcta de los efectos aleatorios del azar.

Ello equivale a decir que el Asegurador tiene que calcular sus tarifas de modo que haga posible, no sólo el equilibrio estático de Balance, sino el equilibrio dinámico de explotación, tomando en consideración los resultados por períodos de varios ejercicios económicos y siempre manteniendo el principio de equidad, es decir, el de *mínimo coste* para el Asegurado, compatible con la *máxima solvencia* que sea necesaria para hacer frente a sus compromisos, sin provocar la ruina.

3. Suficiencia de tarifas

La suficiencia global de tarifas aplicadas es determinante principal en el futuro de la Empresa que, cuando trabaja varios Ramos con obtención separada de resultados, como es lógico, debe individualizarse el control global y suficiencia de tarifas, precisamente por Ramos, para distinguir claramente el riesgo del Asegurador en cada uno de ellos.

Si el riesgo del empresario de seguros puede representarse en la función $R=F(A, G, M)$, siendo «R»=riesgo; «A»=azar; «G»=gestión y «M»=mercado, y considerando como parámetros controlables e independientes a «G» y a «M», queda entonces el riesgo definido exclusivamente como una función del azar.

Resulta pues vital amortiguar estadísticamente ese azar, haciendo posible la solvencia dinámica. Si designamos a la variable aleatoria suma de siniestros con la letra «S», el problema de la No-ruina de la Empresa, consiste en que durante todo el proceso aleatorio contínuo, derivado de los distintos valores tomados por los siniestros (S), no superen en ningún momento el Fondo o Margen de solvencia inicial (V) y las Primas recaudadas en cada uno de los momentos de la vida de la Empresa Aseguradora.

Si en lugar de emplear las variables Siniestros y Primas, empleamos la variable tasa de resultados

$$\frac{S}{P}=X,$$

la No-ruina consistirá en que los resultados negativos de un año no superen el Fondo de solvencia, y en todo caso el problema, desde una perspectiva completamente general, consistirá en la aplicación del Teorema de Tchebycheff, es decir, que si

$$Pr(|X|\geqslant K)\leq\frac{1}{K^2} \quad \text{(por } X \text{ estandardizado)}$$

resultará necesario situar a «K» en la magnitud precisa para que la probabilidad de que una desviación de siniestralidad produzca la ruina, sea menor que una cantidad

$$\frac{1}{K^2}$$

tan pequeña como se quiera.

Para aclarar el significado actuarial del Teorema de Tchebycheff conviene decir que la prima suficiente depende de dos distribuciones básicas y fundamentales: La distribución del número de siniestros y la distribución de las cantidades en dinero pagadas en cada siniestro. Obtenidos los valores medios de ambas distribuciones, la prima o *cuota media* será el producto de $\bar{f}\cdot\bar{c}$, siendo $\bar{f}$ la frecuencia media de siniestralidad y $\bar{c}$ el coste medio por siniestro.

La prima pues es, a su vez, un valor medio y por lo tanto la suma de primas no coincidirá con la suma de siniestros durante cualquier período de tiempo de observación. Oscilará a un lado y a otro con desviaciones positivas y negativas. Pues bien, estas desviaciones pueden medirse mediante la varianza o desviación típica y lo que viene a decir el Teorema de Tchebycheff, que se utiliza cuando no se dispone de las distribuciones de frecuencia y de siniestralidad, es que la probabilidad de que la variable «Siniestros» se desvie de la variable «Primas» en un cierto múltiplo de la desviación típica, tiende a cero a medida que se aumente el múltiplo de la desviación. Teorema que coincide con el sentido común, que entiende fácilmente que una desviación respecto de un valor medio, en un experimento aleatorio, sea cada vez menos probable a medida que exigimos una desviación mayor.

Como el valor total de la siniestralidad constituye una variable aleatoria, suma de siniestros individuales, resulta necesario recordar aquí, que la función de distribución de la variable suma $Z=X+Y$ se obtiene por la integral de convolución, es decir, que la:

$$P(Z<z)=\int_{-\infty}^{\infty} F(z-v)dG(v)$$

siendo $F(x)$ y $G(y)$ las funciones de distribución de las variables X y Y.

Esta integral en el caso de n variables, comporta n convoluciones y el cálculo de la función de densidad de la suma, suele facilitar utilizando funciones características, que como es sabido se definen por $E(\varphi^{itX})=\varphi_X(t)=\int \varphi^{itx}dF(x)$; basades en el teorema de que $\varphi_{X+Y}(t)=\varphi_X(t)\cdot\varphi_Y(t)$.

A la vista de las series de resultados de la Empresa, ha de verse si la $P(Z<z)$ se mantiene en los limites exigidos para minimizar la probabilidad de ruina, haciendo que los Siniestros estén por debajo de las Primas y del Fondo de Solvencia, hecho que de por sí solo demuestra la consistencia actuarial de las tarifas utilizadas, desde el punto de vista cuantitativo. Ello también resulta, como necesario antecedente, el referirnos a los estimadores de la media y de la varianza de una muestra $X_1\ X_2\ \ldots\ X_n$ tomada de una cierta población estadística. Sabido es que los X tienen la misma distribución, de donde:

$$m=E(X_1)=E(X_2)=\ldots=E(X_n)$$

$$\sigma^2=V(X_1)=V(X_2)=\ldots=V(X_n)$$

$$\bar{X}=\frac{X_1+X_2+\ldots X_n}{n}$$

$$S^2=\sum_1^n\frac{(X_i-\bar{X})^2}{n-1}$$

así como también que $E(X)=m$, $V(X)=\sigma^2$.

Estadísticamente está demostrado que:

$$\hat{m}=\sum_1^n\frac{X_i}{n}\quad \text{y que}\quad \hat{\sigma}^2=\sum_1^n\frac{(X_i-\bar{X})^2}{n-1}$$

que son los estimadores de la media y la varianza respectivamente de la media y la varianza poblacional.

Hay que recordar que si la distribución de X_i es normal, $N(m,\sigma)$ pues

$$Y\hat{m}\quad \text{es}\quad N\left(m,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

y si la ley de distribución de X_i es desconocide pero $\hat{m}$ es aproximadamente

$$N\left(m,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

resulta importante para conocer y entender la aplicación de la ley de los grandes números a la Entidad, en que

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

se haga muy pequeña.

Si con los elementos estadísticos anteriores nos aproximamos a los matemático-actuariales que definen la Teoría Colectiva del Riesgo, a cuyo enfoque de solvencia respondan las tarifas utilizadas por la Compañía a valorar, resulta necesario exponer con algún detalle estos principios actuariales de carácter fundamental.

Si designamos por «R» variable aleatoria «Resultado», tendremos que $R=Q-S$; siendo Q=Primas menos Comisiones menos Gastos de Gestión más Productos Financieros, y S=Total de Siniestros acaecidos durante el ejercicio.

Entonces:

$$A=\frac{R}{P}=\frac{Q}{P}-\frac{S}{P}$$

siendo A el tanto de resultado global.

Como se ve claro S (siniestros) es una variable aleatoria y por lo tanto:

$$E(A)=E\left(\frac{Q}{P}\right)-E\left(\frac{S}{P}\right)=\frac{Q}{P}-\frac{E(S)}{P}$$

$$V(A)=V\left(\frac{S}{P}\right)=\frac{V(S)}{P^2}$$

que son el valor medio y la varianza de A respectivamente.

Si solo se disponen de datos semestrales, es necesario utilizar los estimadores de la media y varianza del tanto del «ratio» de resultados, es decir:

$$\hat{E}(A)=\frac{Q}{P}-\frac{\hat{E}(S)}{P}=\frac{Q}{P}-\frac{S}{P}=a$$

de donde $\hat{E}(A)=a$ que es el estimador de la media del «ratio» de resultados a.

En cuanto al estimador de la varianza tendremos:

$$\hat{V}(A)=\frac{\hat{V}(S)}{P^2}.$$

Hay que hacer la importante observación de que para conocer $\hat{V}(A)$ es necesario conocer la *cuantía de cada siniestro* (uno a uno), que se hayan producido durante el año, clasificados según categorías o clase de riesgo. Es igualmente importante dada la independencia de S_i afirma la validez de $V(S)=V(S_1)+V(S_2)+\ldots V(S_n)$, siendo S_i los siniestros de la clase o categoría «i».

Partiendo de la función característica de $S, E(\varphi^{itS})$, se puede demostrar matemáticamente el siguiente *teorema fundamental* de la Teoría del Riesgo, aplicable tanto a los seguros de Vida como a los No-Vida:

$$\hat{V}(S)=S_1^2+S_2^2+\ldots+S_n^2.$$

Quiere decir este importantísimo resultado que *el estimador de la varianza de la siniestralidad de un período de tiempo, es igual a la suma de los cuadrados de la cuantía de cada siniestro en particular*. O, dicho de otra manera, el estimador del «ratio» de resultados es igual al cociente entre la suma de los cuadrados de cada siniestro del año y el cuadrado de las primas de este ejercicio.

El teorema, aparte de una gran importancia matemático-actuarial, es extremadamente útil, ya que hemos visto que el Teorema de Tchebycheff establece una relación entre la probabilidad de una desviación y la varianza. Por lo tanto, si de una cartera de pólizas en un Ramo cualquiera, se obtiene la varianza, bien de la cuantía de siniestros o bien del «ratio» de resultados, se está en condiciones de definir probabilísticamente la ruina o No-ruina del ente asegurador, en cuanto se refiere a dicho Ramo, resultado éste en el que se apoya la consistencia de la Tarifa observada.

4. Estabilidad y margenes de solvencia

Para el estudio, pues, de la estabilidad de la Empresa de Seguros es imprescindible conocer, durante un período suficiente (por ejemplo: superior a cinco años), no sólo las primas sino también la varianza o la desviación típica de los siniestros, (que por comodidad operativa se suele utilizar en forma de porcentaje sobre las primas). Esta práctica permite hacer comparables, no sólo las distintas Empresas sino también los resultados de la propia Entidad en diferentes intervalos de tiempo.

Definidos los elementos fundamentales estadístico-actuariales de la Teoría del Riesgo, entramos ahora a analizar el Fondo o Margen de Solvencia, es decir, los criterios de seguridad que ofrece una determinada tarifa y una determinada composición de la cartera, objetivo éste hacia el que se dirigen las investigaciones matemático-actuariales de la Teoría Colectiva del Riesgo y de la Teoría del Riesgo en general.

El resultado de un ejercicio se integra por la suma de $R_n + L_n + F_n$, es decir, resultados técnicos, más los resultados de la liquidación del ejercicio anterior, más los resultados financieros. El problema de la Entidad de Seguros en cuanto a la ruina y la solvencia queda íntegramente circumscrito en R_n.

Si, por ejemplo, una estadística de resultados ofrece una tasa del 8,9% con una desviación típica del 7,8% y la desviación típica aplicable a los efectos del azar es sólo del 1%, resulta lógico que el Asegurador afecte parte de sus fondos propios al riesgo específico de los resultados, debidos a las fluctuaciones del azar.

Con este fin se viene utilizando correctamente la relación o cociente

$$\frac{1\%}{7,8\%} < 20\%,$$

lo que quiere decir que el 20% de los fondos propios los afectará el Asegurador al riesgo puro del azar. A este Fondo o Margen de Solvencia lo designaremos con la letra «U». Esta es, pues la Primera Decisión que tiene que adoptar respecto a los riesgos exclusivamente aleatorios de siniestralidad.

La razón de afectar unos fondos «U» al riesgo del azar, tiene como razón de ser el situar la probabilidad de ruina en el mínimo nivel posible. Supongamos que lo fijamos en el 1%, es decir, que en ciertos años y con el margen «U» sólo existe un caso, o sea un año, en el que el Asegurador puede arruinarse. Si este nivel se considera satisfactorio, la situación se describe así: $Pr[V+L+F+R<0]$ y, por lo tanto, cuanto menor del 1% sea la probabilidad de ruina mayor es, recíprocamente, la probabilidad de No-ruina o probabilidad de solvencia. Aleatoria de media aP y desviación típica

σP podemos, utilizando la variable centrada $\xi = \dfrac{R-aP}{P}$ transformar la probabilidad de ruina en

$$Pr[V+L+F+\xi\sigma P+aP<0]<1\%$$

o bien:

$$Pr\left[\xi < -\frac{V+L+F+aP}{\sigma P}\right]<1\%.$$

Por lo tanto, si

$$\frac{V+L+F+aP}{\sigma P}$$

es suficientemente grande, la desigualdad anterior se verificaría siempre. Esta expresión recibe el nombre de *coeficiente de seguridad*, que designaremos por «T». Para mayor claridad explicamos literalmente su significado, que es:

$$T=\frac{\text{Fondos propios} + \text{Beneficios no aleatorios} + \text{Beneficios medio aleatorio}}{\text{Desviación típica del importe global de siniestros}}.$$

«T» es una expresión importante dentro de la Teoría del Riesgo.

Podemos realizar unas transformaciones muy útiles, así:

$$U+L+F=U' \quad \text{y} \quad \frac{U'}{P}=\mu,$$

es decir, que μ representa los fondos propios más los beneficios no aleatorios expresados en porcentaje de las primas, con lo cual llegamos a una fórmula que nos proporcionará un resultado *fundamental.*

Entonces, si ξ sigue la distribución normal, sabido es que las tablas correspondientes de la distribución asignan una

$$Pr(\xi < -T)<1\% \quad \text{cuando} \quad T>2{,}4.$$

Cuando se tiene una ignorancia completa respecto de la distribución de ξ, aplicaremos el importantísimo Teorema de Tchebycheff que nos da para:

$$Pr[|\xi|>10]<\frac{1}{10^2}=1\%$$

y también es sabido que:

$$Pr[\xi < -10]<Pr[|\xi|]>10].$$

En la aplicación práctica de la Teoría del Riesgo a las carteras de pólizas de seguros, es suficiente que el valor mínimo de «T» sea 4. Esta es una *segunda decisión* que debe adoptar el Asegurador.

Creemos necesario exponer algunos ejemplos que aclaren el contenido forzosamente abstracto y sintético de esta exposición.

Supongamos que el Aseguradon estima suficiente un coeficiente de seguridad

$$T=\frac{\mu+a}{\sigma}>4 \quad \text{en donde} \quad \mu\cdot a\cdot \sigma$$

se calculan a partir de los datos contenidos en las estadísticas del Asegurador. Cuando la desigualdad anterior no se consigue y $T \leqslant 4$ entonces sólo existen tres procedimientos para restablecer la solvencia al nivel deseado, que se derivan de la estructura matemática

$$\frac{\mu+a}{\sigma}.$$

O bien se efectua sobre el numerador, o bien sobre el denominador, o bien se actua sobre ambos.

Modificar $\mu+a$ significa elevar los fondos propios y actuar sobre σ equivale a reasegurarse. En ambas actuaciones el efecto es o bien mejorar el margen de solvencia afectado al juego racional que es el seguro, o bien disminuir las oscilaciones de la siniestralidad. Naturalmente que todo ello está relacionado con la bondad y suficiencia de los contratos de reaseguro que establecemos como premisa.

En el supuesto de que el Asegurador actue generalmente sobre $\mu+a$ (margen de solvencia) manteniendo σ en un valor adecuado para que

$$\frac{\mu+a}{\sigma}>4,$$

la suficiencia de dicho margen es evidente.

Si, por ejemplo, fuera $a=3\%$ $\sigma=1\%$. Por cada 100 millones de unidades monetarias, tendremos:

$U=100000000\times 0{,}2=20000000$

$L_n=10$ millones, y

$F_n=5$ millones.

Entonces, resulta que las Primas tendrían que alcanzar el importe de:

$P=60$ millones, y por lo tanto:

$$\mu=\frac{20+10+5}{600}=\frac{35}{600}=5{,}8\%$$

de donde:

$$T=\frac{5{,}8+3}{1}=8{,}8 \quad \text{y, como} \quad 8{,}8>4$$

la estabilidad de la Empresa Aseguradora es satisfactoria, disponiendo pues, de un margen de solvencia más que suficiente debido a la composición de su cartera. En definitiva, lo que tiene que buscar un Asegurador a través de la configuración de su cartera y de las tarifas aplicadas es que:

$$V+L+F+aP>U\sigma P$$

o lo que es lo mismo, que:

$$\frac{U}{P}>U\sigma-a-\frac{L+F}{P}$$

siendo

$$\frac{U}{P}$$

el margen de solvencia calculado en forma porcentual sobre primas.

Por consiguiente, estas expresiones en general y en particular la última fórmula, son fundamentales en la Teoria del Riesgo, para analizar las Tarifas de la Empresa y observar la incidencia que en el valor de la misma han de tener los índices de Solvencia Técnica resultantes.

Cuando se trata de valorar una Cartera de Riesgo sobre la vida humana es preciso contemplar, dadas las características eminentemente técnicas de estos riesgos, una serie de matices adicionales importantes dada su incidencia en el Valor del Goodwill de la Entidad.

Dado por suficientemente conocidos estos matices teóricos, vamos a señalar un proceso práctico de estimación del valor de la Cartera de riesgos sobre el Ramo de Vida.

Para ello, partimos de las primas cobradas, reservas matemáticas y sumas aseguradas existentes en el momento de la evaluación.

De las primas cobradas iniciales obtendremos, de conformidad al promedio de conservación observado durante un número suficiente de años, las primas probables *que deberán cobrarse en años sucesivos y de conformidad a la relación media existente* entre primas cobradas y primas netas, proyectaremos también éstas últimas.

De acuerdo con la reducción promedia, que por caída de Cartera cabe también esperar en las sumas aseguradas, se proyectarán éstas durante el número de años que, como término medio se estime, deberá extinguirse la Cartera.

De las sumas aseguradas se obtendrán las correspondientes primas de riesgo, teniendo en cuenta la edad promedio de los asegurados en el momento de la evaluación.

Una vez obtenidas las primas de riesgo, se fijarán las primas de ahorro como diferencia entre aquéllas y las primas netas correspondientes.

Es sabido que las fuentes de beneficio de una Compañía de Seguros sobre la Vida provienen, por un lado, de la mortalidad favorable que nos proporcionan las primas de riesgo, y por otro, la diferencia de interés aplicado en las Tablas de Mortalidad usadas y el interés real obtenido.

Las reservas matemáticas sucesivas podrán conciliarse añadiendo a la reserva anterior la prima de ahorro correspondiente.

Acumulando los valores actuales de los rendimientos promedios que devengaron *las sucesivas reservas matemáticas anuales,* al *tipo de interés generalmente* observado, obtendremos el beneficio global por rentabilidad de dichas reservas sucesivas más probables que ocasionará la Cartera tratada.

Con estas consideraciones, nos fijamos una fórmula para desarrollar lo expuesto, primeramente señalando los coeficientes necesarios para ello y después indicando una forma sencilla de encontrar los mismos.

Los datos y coeficientes necesarios serán:

t_1 = Tanto por uno de disminución media anual de primas cobradas.

t_2 = Tanto por uno de relación entre prima cobrada y prima neta según la suficiente media en recargo.

t_3 = Tanto por uno de disminución media anual de las sumas aseguradas.

t_4 = Tanto por uno de reducción anual de reservas por todos los conceptos (rescates, siniestros, vencimientos y transformaciones).

t_5 = Tanto por uno de rentabilidad media de las reservas matemáticas.

n = Número de años que como término medio se extinguirá la Cartera.

PC_i = Primas cobradas en el momento de la evaluación.

SA_i = Sumas aseguradas en el momento de la evaluación.

R_i = Reservas Matemáticas en el momento de la evaluación.

x = Edad media de los asegurados en el momento de la evaluación.

Para esta evaluación de la Cartera no consideraremos nuevos alimentos de primas iniciales y, por tanto, sólo se valoran los rendimientos correspondientes a la administración de dicha Cartera. Por ello, y de conformidad con estos porcentajes, las sucesivas primas cobradas serían:

$$\text{Primer año: } PC_1 = PC_i \times t_1$$
$$\text{Segundo año: } PC_2 = PC_i \times t_2^2$$
$$\text{Tercer año: } PC_K = PC_i \times t_1^K$$

lo mismo

$$SA_K = SA_i \times t_3^K$$

La edad promedia de los asegurados, más probable en el año k, será $(x+k)$, considerando que la sucesiva caída de Cartera sea igual en todas las edades.

Si en el año k tenemos SA_K de sumas aseguradas, las primas de riesgo en dicho año, PR_K, serían las siguientes:

$$PR_K = SA_i \times t_3^K \times qx+k$$

Y como las primas netas en el año k, o sea PN_K deberán ser el producto de las primas cobradas en dicho año, por el coeficiente t_2, tendríamos:

$$PN_K = PC_K \times t_2 = PC_i \times t_1^K \times t_2.$$

Y siendo las primas de ahorro del año k, o sea PA_K, la diferencia entre las primas netas de dicho año menos las de riesgos correspondientes, tendremos:

$$PA_K = PN_K - PR_K = PC_i \times t_1^K \times t_2^K - SA_i \times t_3^K \times qx+k.$$

Las sucesivas reservas se obtendrían de esta Cartera, serían:

$$\text{Primer año: } R_i + PA_1 = R_1$$
$$\text{Segundo año: } R_i + PA_2 = R_2$$
$$\text{Ko. año: } R_{K-1} + PA_K = R_K.$$

Pero como, por otro lado, las reservas se irían reduciendo a razón de t cada año, por concepto de rescates, siniestros, vencimientos y transformaciones, tendríamos:

$$R_K = (R_{K-1} + PA_K) \times t_4^K.$$

De cuya fórmula calcularíamos las sucesivas reservas matemáticas, teniendo en cuenta que: $R_i = R_0$.

Ahora bien, los sucesivos beneficios por mortalidad favorable provienen de las primas de riesgos correspondientes, función de un coeficiente b, tendríamos:

$$PR_K \times b.$$

Y el valor actual de dicho beneficio:

$$PR_K \times b \times v^K.$$

Descontando a un tipo de interés que bien puede ser el obtenido en las reservas, o sea, t_5.

Es decir, que el beneficio por mortalidad favorable, en un año determinado k, o sea, BM_K, sería:

$$BM_K = SA_i \times t_3^K \times q_x + k \times b \times v^K.$$

De las reservas matemáticas sucesivas se obtendrá la correspondiente rentabilidad BR_K, cuyo valor actual sería:

$$BR_K = t_5 \times R_r \times v^K.$$

La suma de todos los valores actualmente citados anteriormente nos proporcionará el valor T de la Cartera:

$$T = b \times SA_i \times \sum_{K=1}^{n} t_3^K \times q_x + k \times v^K + t_5 \times \sum_{K=0}^{n-1} R_K \times v^k.$$

Los anteriores datos nos proporcionarán los siguientes coeficientes:

t_1 = El coeficiente entre el total de primas de primer año que se cobraron en un año determinado, PI_K, y el total de primas que en el año k se conservan de dicha Cartera, PC_K, nos proporcionará el tanto por uno de conservación media.

La media aritmética de dicho coeficiente nos dará el valor t_1:

$$t_1 = \frac{1}{k} \sum_{Z=1}^{K} \frac{PC_x}{PI_Z}$$

siendo:

$$PI_K = \sum_{Z=1}^{K} PC_Z.$$

t_2 = Para fijar este porcentaje es preciso analizar la suficiencia en recargos que tiene cada plan de seguros, determinando la suficiencia media correspondiente de conformidad a la composición de la Cartera.

t_3 = Puede seguirse el mismo procedimiento que para el t_1, aunque a efectos de simplificación puede considerarse que como término medio la reducción en suma asegurada es directamente proporcional a la caída de Cartera por primas cobradas, y entonces dichos tantos serían equivalentes.

$$t_1 \doteq t_3.$$

t_4 = La disminución de reservas técnicas que por todos conceptos debe considerarse existente en un año determinado, k, estará compuesta por tres coeficientes: de Siniestros (s); de Rescates, Variaciones o Transformaciones (r) y de Vencimientos (w), siendo:

$$s + r + w = 1$$

«s» y «r» son fácilmente determinables; basta comparar el total de rescates de cada año, reservas liberadas por transformaciones y siniestros, con las reservas del año anterior y obtener el coeficiente medio entre todos los años.

Para obtener el «w» medio, bastará aplicar la fórmula resultante del siguiente desarrollo:

$$\begin{array}{c} \text{Primer año: } w_1 = 1 - (s_1 + r_1) \\ \underline{\text{Segundo año: } w_2 = 1 - (s_2 + r_2)} \\ K \text{ año: } w_K = 1 - (s_K + r_K) \end{array}$$

siendo:

$$s_K = s_1^K \quad y \quad r_K = r_1^K.$$

Cuya media aritmética sería:

$$w = \frac{1}{k}\left[1 - \sum_{Z=1}^{K} (\bar{s}_1^Z + \bar{r}_1^Z)\right]$$

i = La rentabilidad media de inversiones es fácilmente determinable en cualquier Entidad y, lógicamente, es un dato de sobra conocido.

x = La edad media igualmente puede obtenerse sin dificultad y precisión con el auxilio de ordenadores, incluso de edades medias ponderadas al capital asegurado para mejor significación económica.

n = Esta cifra estimativa debe fijarse de conformidad a la composición de la Cartera, que igualmente podrá obtenerse con facilidad y precisión con el concurso de un ordenador.

Resumen

Al margen de los diferentes análisis, que para mejor valoración de una empresa aseguradora (Valor Contable, Potencial, Emisiones, Carteras, Agencias, Goodwill, Negociación, etc.), deben realizar los técnicos especializados, la presente Comunicación desarolla la dependencia del Valor Global de la Entidad, que por estos tratamientos corresponde, con los márgenes de solvencia y suficiencia de tarifas que presentan sus diferentes Carteras de riesgos.

Para ello, se analizan en primer lugar los conceptos de riesgo y solvencia, referidos al ente asegurador, según los distintos componentes que lo integran: Azar, Gestión y Mercado. Se pone después de manifiesto la dependencia del ratio de resultados en función de la siniestralidad, por cuanto se explica que éste es igual al cociente entre la suma de los cuadrados de cada siniestro del año y el cuadrado de las primas.

Con ello, puede obtenerse una relación entre la probabilidad de una desviación y la varianza, y observar por consiguiente la consistencia en el tiempo de la tarifa aplicada.

La Estabilidad y Margen General de Solvencia, se calcula, durante un número suficiente de años, para cada grupo de riesgos sujetos a una tarifa. Seguidamente se desarrolla un simple ejemplo.

En el terreno práctico, se expone un método de valoración de Carteras de riesgos sobre la vida humana, por cuanto dadas las características eminentemente técnicas y complejas de esta modalidad de seguros, se entiende que, en todo caso, debe realizarse además una consideración especial a las mismas, como contraste y complemento de las teorías aplicadas.

Summary

Besides the analyses to be made by specialized technicians in order to better evaluate an insurance company (accounting value, potential, issues, portfolios, agents, goodwill, negotiation, etc.), this report develops the dependence of the Company's aggregate value applicable as a result of these treatments on the margins of financial position and sufficiency of rates represented by the Company's various risk portfolios.

For this purpose, an analysis is first made of the items of risk and financial standing related to the insurance company depending on the different integral components: risk, management and market. The dependence of the ratio of results to losses is then stressed, since such a ratio is equal to the quotient of the sum of the squares of each year's loss divided by the square of the premiums.

Therefore, a relationship between deviation probability and variance may be established in order to determine the consistency of the rates applied in the period of time involved.

Stability and general margin of financial standing are computed for a sufficient number of years in respect of each risk group to which a rate is applicable. An example follows.

In practice, a method is discussed to evaluate Life Insurance Portfolios because, given the eminently technical and complex characteristics of this type of insurance, it is understood that special consideration should anyway be given to those characteristics as contrast to and complement of the theories applied.

Résumé

En marge des différentes analyses que doivent réaliser les techniciens spécialisés, pour une meilleure évaluation d'une entreprise d'assurances (Valeur Comptable, Potentiel, Emissions, Portefeuilles, Agences, Goodwill, Négociation, etc.), la présente Communication développe la dépendance de la Valeur Globale de la Société, qui correspond par ces traitements aux marges de solvabilité et suffisance de tarifs que présentent ses divers Portefeuilles de risques.

Pour cela, on analyse en premier lieu les notions de risque et solvabilité, référées à l'assureur, selon les divers composants qui en font partie: Hasard, Gestion et Marché. On souligne ensuite la dépendance du ratio de résultats en fonction des sinistres, du fait qu'on explique que celui-ci est égal au quotient entre la somme des carrés de chaque sinistre de l'année, et le carré des primes.

Avec cela, on peut obtenir un rapport entre la probabilité d'une déviation et la variance, et observer, par conséquent, la consistance dans le temps du tarif appliqué.

La Stabilité et Marge Générale de Solvabilité se calcule pendant un nombre suffisant d'années, pour chaque groupe de risques soumis à un tarif. Ensuite, on développe un simple exemple.

Dans le domaine pratique, on expose une méthode d'évaluation de Portefeuilles de risques sur la vie humaine, car, en raison des caractéristiques éminemment techniques et complexes de cette modalité d'assurances, on entend que, dans tout cas, on doit accorder une considération spéciale à celles-ci, comme contraste et complément des théories appliquées.

Zusammenfassung

Neben speziellen Analysen, die zur besseren Bewertung einer Versicherungsgesellschaft notwendig sind (Buchwert, Gewinnpotential, Emissionen, Portefeuilles, Agenturen, Goodwill, Verhandlungsposition usw.), schlägt der Autor vor, die Abhängigkeit des Gesamtwerts einer Gesellschaft von den Solvenzbestimmungen und des Prämienniveaus zu studieren.

Zu diesem Zweck werden zuerst die Risiko- und Finanzelemente der Gesellschaft mit den drei globalen Komponenten Risiko, Management und Markt in Beziehung gebracht. Dann wird die Abhängigkeit des Resultatsatzes von der Schadenlast hervorgehoben und im besonderen auf die Bedeutung des Verhältnisses zwischen Quadratsumme der Jahresschadenlasten und Quadratsumme der Prämien hingewiesen.

Daraus ergibt sich eine Beziehung zwischen Verlustwahrscheinlichkeit und Varianz der Schäden, welche für die Beurteilung des Prämienniveaus benutzt wird.

Stabilität und betriebsnotwendiges Kapital werden für eine Anzahl Jahre und Risikokategorien mit einem anschliessenden Beispiel gerechnet.

Für die Praxis wird die Methode absichtlich anhand eines Lebenportefeuilles erläutert, da diese Branche in diesem Zusammenhang ganz besonders komplexe technische Eigenschaften aufweist.