MÉTODO GLOBAL DE CÁLCULO DE LA PROVISIÓN DE SINIESTROS PENDIENTES, A PARTIR DE LA UTILIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN HISTÓRICA DE QUE SE DISPONE, COMPLETA E INCOMPLETA

Francisco González-Quevedo García
Actuario Consultor
Diplomado en CC Estadísticas

RESUMEN

En el presente artículo se desarrolla un método de cálculo de la provisión de siniestros pendientes como una mixtura a partir de la utilización de información histórica de años donde la manifestación de la siniestralidad se ha completado plenamente y la información incompleta de los últimos años donde no toda la siniestralidad se ha puesto de manifiesto.

PALABRAS CLAVE

Provisión de Prestaciones, siniestros pendientes de declaración, IBNR, siniestros pendientes de liquidación o pago, IBNER, métodos estadísticos, métodos globales, run-off, triangulo de siniestros, link-ratio, Chain Ladder, siniestralidad histórica completa.

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los más importantes temas de investigación en seguros y que ha dado lugar a abundante bibliografía en los últimos años, pero que no por ello ha dejado de ser un tema candente y abierto a la investigación, es el que aborda los métodos de cálculo de la provisión de siniestros pendientes, tanto de liquidación o pago, como de declaración.

La definición de provisión de prestaciones aparece recogida en el artículo 28 de las IAD (Insurance Accounts Directive) y en el artículo 39 del vigente Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados, pero si bien es cierto que las IAD han establecido un marco común de principios contables que ha sido implantado en los estados miembros individualmente, el establecimiento de unos métodos que permita la valoración de estas provisiones de forma armonizada en el espacio económico europeo se encuentra hoy día en estudio.

La necesidad de una armonización europea a nivel internacional a la hora de la valoración de las provisiones técnicas, fundamentales para conocer la posición de solvencia de una compañía aseguradora, ha llevado actualmente a la Comisión Europea, a través del grupo de trabajo de Solvencia II, a estudiar esta posibilidad, encaminando el trabajo a que en los IFRS (International Financial Reporting Standard) que se establezcan en el futuro, las provisiones requieran la mejor estimación posible utilizando modelos estocásticos para determinar los valores esperados.

La provisión de siniestros pendientes es extremadamente subjetiva y suele ser una de las causas de insolvencia de las compañías de seguros no-vida. El vigente Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados de 20 de Noviembre de 1998 autoriza expresamente el cálculo de esta provisión mediante métodos estadísticos cuando en el articulo 43, "Métodos estadísticos del cálculo de la provisión de prestaciones" apartado 1, dice "*Las entidades aseguradoras podrán utilizar métodos estadísticos de cálculo de la provisión de prestaciones.*", si bien es cierto que seguidamente establece ciertas condiciones y requisitos para su uso.

Muchos son los métodos elaborados para el cálculo de esta provisión, pero no será objeto de este artículo entrar en ellos. Simplemente se explicará en que consiste el método de cálculo basado en los link-ratio, que se encuentra incluido dentro de los métodos denominados globales o estadísticos, para después, apoyándonos en este método, establecer un criterio que nos va a permitir abordar el uso de información completa y complementaria de forma que estableceremos un método de cálculo de la provisión que utilice toda la información histórica disponible que la empresa posea.

En este sentido, el método propuesto se puede ver como una mixtura de la información utilizada en los métodos link-ratio, información recogida en forma de triángulo, y la información completa y empírica de ejercicios anteriores de que la empresa dispone.

La aplicación del mismo se podrá realizar bien sobre los IBNR o sobre los IBNER no haciendo hincapié este artículo sobre ninguno de los dos tipos en concreto y tratándose de forma general, debiéndose entender lo que proceda en cada caso.

2. DESCRIPCIÓN DE LOS MÉTODOS GENERALES LINK-RATIO

Dentro de los métodos globales también llamados métodos estadísticos, de cálculo de la provisión para siniestros pendientes, encontramos los denominados métodos basados en los link-ratio o ratios de enlace.

Al igual que otros métodos de cálculo de la provisión, los link-ratio están basados en el empleo de la información disponible del pasado respecto de los pagos por siniestro, dispuesta en forma de triángulo, para estimar su evolución futura.

Así, considerando el siguiente triángulo de siniestros:

AÑO DE NOTIFICACIÓN O PAGO

AÑO DE ORIGEN	1	2	3	...	n-1	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,3}$	...		
...	...	...	...			
m-1	$C_{m-1,1}$	$C_{m-1,2}$				
m	$C_{m,1}$					

Los $C_{i,j}$ representan la cuantía total de los siniestros ocurridos o notificados en el año i que se ha pagado hasta el año j.

Nos encontramos a 31/12 del año m y pretendemos estimar la *provisión para este año.*

Los métodos link-ratio consisten en determinar el ratio que "enlaza" cada columna con la siguiente, de modo que podamos completar el triángulo hasta convertirlo en un rectángulo y teniendo los últimos pagos totales acumulados para cada año, los $C_{i,n}$, determinar la provisión sin más que restar a éstos últimos[1] los pagos que ya se han realizado, es decir, los valores de la diagonal.

$$PSPi = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i}$$

La provisión total será la suma de las provisiones estimadas para cada año.

$$PSP = \sum_{i=1}^{m} PSPi$$

La forma de obtener los ratios que enlazan unas columnas con otras es lo que caracteriza los diferentes métodos de link-ratio que existen, método prudente o máximo, mínimo, media aritmética, Chain Ladder, etc.

En un primer paso lo que haremos será dividir cada valor $C_{i,j}$ del triángulo por el anterior, en la medida en que esto sea posible, es decir siempre que exista el dato, de forma que obtendremos un triángulo de ratios de dimensiones m-1, n-1:

	1	2	3	...	n-1
1	$R_{1,1}$	$R_{1,2}$	$R_{1,3}$	...	$R_{1,n-1}$
2	$R_{2,1}$	$R_{2,2}$	$R_{2,3}$		
...	...	...			
m-1	$R_{m-1,1}$				

[1] En adelante se usará frecuentemente el termino "últimos" para referirnos a los costes acumulados en el último año donde aparecen costes, para siniestros ocurridos en un año de origen concreto.

$$\text{Donde} \quad R_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$$

A partir de este triángulo, debemos determinar un solo ratio para cada columna de forma que nos permita estimar el valor de la siguiente, el ratio que elijamos determinará el tipo de link-ratio.

Así, si elegimos el mayor $R_{i,j}$ de cada columna diremos que aplicamos el método del máximo o método prudente.

Si tomamos el mínimo $R_{i,j}$ de cada columna diremos que utilizamos el método del mínimo.

Si realizamos una media de los $R_{i,j}$ de cada columna estaremos aplicando el método media aritmética.

Si para obtener los ratios lo que hacemos es, en lugar de coger cada $C_{i,j}$ y dividirlo por el anterior, cogemos la suma total de la columna j y la dividimos por la suma de la columna j-1 sin tener en cuenta el último valor de esta columna, para que en ambas columnas haya el mismo número de términos, diremos que estamos aplicando un Chain Ladder.

Una vez elegida la forma de calcular los ratios que nos hacen pasar de una columna a la siguiente, calcularemos los factores que nos hacen pasar de cada valor de la diagonal al último, obteniéndose cada factor obviamente como el factor posterior por el ratio de su correspondiente columna.

	1	2	....	n-2	n-1
Rj	R_1	R_2	....	R_{n-2}	R_{n-1}
Fmj	$F_{m,1}=F_{m,2}*R_1$	$F_{m,2}=F_{m,3}*R_2$	....	$F_{m,n-2}=F_{m,n-1}*R_{n-2}$	$F_{m,n-1}=R_{n-1}$

Siendo $F_{m,n-i}$ el factor calculado para el año m (en el que se pretende calcular la provisión) aplicable al año de comunicación n-i.

Multiplicando cada valor de la diagonal por su correspondiente factor, obtenemos los últimos estimados.

$$\hat{C}_{i,n} = C_{i,n-i} * F_{m,n-i}$$

Y a partir de ellos la provisión para cada año, como diferencia de estos últimos estimados y el valor de la diagonal, como se vio anteriormente.

Veámoslo con un ejemplo:

Disponemos del siguiente triángulo de siniestros acumulados para una compañía no vida que opera en un ramo determinado:

	1	2	3	4	5	6
1	1120	2090	2610	2920	3130	3340
2	1030	1920	2370	2710		
3	1090	2140	2610			
4	1300	2650				
5	1420					

El valor $\hat{C}_{1,6} = 3340$ o último para el año 1 será siempre un valor estimado a priori, necesario para el desarrollo del método.

Aplicando el link-ratio, es decir, dividiendo cada Cij por el de su izquierda, los ratios obtenidos son:

	1	2	3	4	5
1	1,8661	1,2488	1,1188	1,0719	1,0671
2	1,8641	1,2344	1,1435		
3	1,9633	1,2196			
4	2,0385				

De tal forma que si optamos por el método prudente, los ratios elegidos serían los mayores de cada columna, y los factores quedarían:

	1	2	3	4	5
Rj	2,0385	1,2488	1,1435	1,0719	1,0671
Fm,j	3,3296	1,6334	1,3079	1,1438	1,0671

Si optamos por el mínimo:

	1	2	3	4	5
Rj	1,8641	1,2196	1,1188	1,0719	1,0671
Fm,j	2,9093	1,5607	1,2797	1,1438	1,0671

Si tomamos la media aritmética tendríamos:

	1	2	3	4	5
Rj	1,9330	1,2343	1,1311	1,0719	1,0671
Fm,j	3,0868	1,5968	1,2937	1,1438	1,0671

Y finalmente si lo que aplicamos es el método Chain Ladder y obtenemos los ratios como el cociente entre la suma de cada columna y su inmediata anterior sin tener en cuenta en esta última el último valor, para que haya igualdad de términos en las dos columnas, tenemos:

	1	2	3	4	5
Rj	1,9383	1,2341	1,1305	1,0719	1,0671
Fm,j	3,0930	1,5957	1,2930	1,1438	1,0671

Una vez obtenidos los factores, la forma de aplicarlos sobre el triángulo es exactamente la misma. Por su habitual y extendido uso en la práctica actuarial y por ser el estimador de máxima verosimilitud[2], elegiremos para la conclusión del ejemplo el método Chain Ladder.

[2] VEGAS ASENSIO, J. "Análisis metodológico de los métodos estadísticos en el cálculo de la reserva o provisiones técnicas de prestaciones en los seguros no vida" ANALES IAE 1995

Una vez que tenemos los factores, multiplicándolos por su correspondiente valor de la diagonal tendríamos los últimos para cada año:

	1	2	3	4	5	6
1	1120	2090	2610	2920	3130	3340
2	1030	1920	2370	2710		3100
3	1090	2140	2610			3375
4	1300	2650				4229
5	1420					4392

También podríamos haber completado todo el cuadro a partir de los ratios, hasta haber obtenido los últimos.

Finalmente la PSP para cada año será la diferencia entre el último estimado y el correspondiente valor de la diagonal.

	1	2	3	4	5
$\hat{C}_{i,6}$	3340	3100	3375	4229	4392
Pagado	3130	2710	2610	2650	1420
PSP_i	210	390	765	1579	2972

La PSP total será la suma de la PSP para cada año:

$$\text{PSP} = \sum_{i=1}^{5} PSPi = 5.915$$

3. MÉTODO DE INCORPORACIÓN DE DATOS HISTÓRICOS DE AÑOS COMPLETAMENTE DESARROLLADOS

Supongamos ahora que disponemos de la información de los pagos acumulados para un total de m años, de los cuales:

De k disponemos de toda la información, en forma de rectángulo, pues ya se han revelado todos los siniestros ocurridos.

De m-k disponemos solamente de parte de la información en forma de triángulo, pues todavía no se han revelado todos los siniestros ocurridos.

El número de años que tardan en aparecer todos los siniestros es n.

La información aparecería recogida en forma de trapecio de la siguiente manera:

	1	2	3	...	...	n
1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	...	C_{1n}
2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	...	...	C_{2n}
...	...	...	...	...	...	...
K	C_{k1}	C_{k2}	C_{k3}	...	...	C_{kn}
k+1	$C_{k+1,1}$	$C_{k+1,2}$	$C_{k+1,3}$	...	$C_{k+1,n-1}$	
...	...	...	...	...		
...	...	...	...			
m-1	$C_{m-1,1}$	$C_{m-1,2}$				
m	$C_{m,1}$					

Donde C_{ij} indica los pagos acumulados hasta el año j por siniestros ocurridos en el año i.

Con $i = 1, \ldots. k, k+1, \ldots m$
$j = 1, \ldots.n.$

Nos encontramos pues en el año m, a 31 del 12, y pretendemos determinar la provisión para este año.

1º <u>Tratamiento de la información incompleta</u>:

En un primer paso vamos a tener en cuenta solamente la parte triangular, realizando sobre la misma una estimación de los valores de $\hat{C}_{k+1,n}$, ..., $\hat{C}_{m,n}$ mediante cualquiera de las versiones del link-ratio recogidas en el apartado anterior, obteniendo los correspondientes n-1 factores de link-ratio, $F_{m,j}$.

j	1	2	...	...	n-1
$F_{m,j}$	$F_{m,1}$	$F_{m,2}$	...	...	$F_{m,n-1}$

De tal forma que multiplicando cada valor de la diagonal del triángulo por su correspondiente factor obtenemos una estimación para los últimos $C_{i,n}$ con i = k+1, ...,m, es decir:

$$C_{k+1,n-1} * F_{m,n-1} = \hat{C}_{k+1,n}$$

$$C_{k+2,n-2} * F_{m,n-2} = \hat{C}_{k+2,n}$$

....

$$C_{m-1,2} \ * F_{m,2} = \hat{C}_{m-1,n}$$

$$C_{m,1} \ * F_{m,1} = \hat{C}_{m,n}$$

Para mayor comodidad en la notación, introduciremos un nuevo índice, g, y notaremos los valores de la diagonal del triángulo como $C_{k+g,n-g}$

Y a los últimos estimados como $\hat{C}_{k+g,n}$
Con g = 1,....., m-k.

Pudiendo expresar ahora de forma general:

$$C_{k+g,n-g} * F_{m,n-g} = \hat{C}_{k+g,n} \quad \forall\, g = 1, ...,m\text{-}k \quad (1)$$

Sabemos además que la provisión total que debemos dotar en este año m, es

$$\text{PSP} = \sum_{g=1}^{m-k} PSP_{k+g}$$

es decir, la suma de las diferentes provisiones para cada año de ocurrencia de los siniestros.

Y que la provisión para cada año se obtiene de la diferencia entre el último y el valor de la diagonal para ese año.

$$\text{PSP}_{k+g} = \hat{C}_{k+g,n} - C_{k+g,n-g} \Leftrightarrow$$

Por lo que si despejamos los valores de la diagonal en esta ecuación

$$\Leftrightarrow C_{k+g,n-g} = \hat{C}_{k+g,n} - \text{PSP}_{k+g}$$

Sustituimos este valor en (1):

$$[\hat{C}_{k+g,n} - \text{PSP}_{k+g}] * F_{m,n-g} = \hat{C}_{k+g,n}$$

Y volvemos a despejar, tenemos que

$$\text{PSP}_{k+g} = (1 - \frac{1}{F_{m,n-g}}) * \hat{C}_{k+g,n}$$

Y la provisión total será

$$\text{PSP} = \sum_{g=1}^{m-k} PSP_{k+g} = \sum_{g=1}^{m-k} (1 - \frac{1}{F_{m,n-g}}) * \hat{C}_{k+g,n}$$

2° <u>Incorporación de la información completa:</u>

Tenemos, por otra parte, el rectángulo de los años en que ya se han realizado todos los pagos. Si pretendiéramos obtener el valor último para cada año $C_{i,n}$, a partir de cada C_{ij} de forma individual, podríamos definir:

$$Cij * \alpha ij = Ci,n$$

Por lo que

$$Cij = Ci,n * \frac{1}{\alpha_{i,j}}$$

e interpretaríamos $\frac{1}{\alpha_{i,j}}$ como el porcentaje de los pagos totales del año i, que se han producido hasta el j-ésimo año.

Realizando este cálculo para cada valor del rectángulo, obtendríamos una matriz de αij, de las mismas dimensiones del rectángulo, es decir KxN donde la última columna sería de unos. Denominamos a esta matriz, la matriz α.

Si se cumplen las condiciones, entonces, para compañías suficientemente establecidas y grupos de siniestros homogéneos, los valores para cada columna de la matriz deben ser iguales, por cuanto representan el porcentaje de los pagos totales de un grupo de siniestros que se presenta en cada año, siendo las posibles desviaciones que aparezcan debidas a la aleatoriedad.

Para obtener entonces un alfa representativo de cada columna podemos optar por distintas soluciones, como puede ser el tomar el valor medio de la columna, el máximo, el mínimo, etc., siendo lo más adecuado seguir las pautas elegidas en el link-ratio aplicado a la parte triangular de la información. Así por ejemplo, si venimos aplicando el método prudente, elegiremos el mayor $\alpha_{i,j}$ de cada columna, si venimos aplicando la media tomaremos la media aritmética de cada columna, etc., obteniendo ahora una matriz de 1xN formada por los $\alpha'_{o,j}$ elegidos.

	1	2	...	n-1	n
1	$\alpha_{1,1}$	$\alpha_{1,2}$	...	$\alpha_{1,n-1}$	1
2	$\alpha_{2,1}$	$\alpha_{2,2}$	...	$\alpha_{2,n-1}$	1
...	...	...		...	...
k	$\alpha_{k,1}$	$\alpha_{k,2}$	...	$\alpha_{k,n-1}$	1
$\alpha'_{o,j}$	$\alpha'_{o,1}$	$\alpha'_{o,2}$	...	$\alpha'_{o,n-1}$	1

Si aplicamos estos valores al triángulo, multiplicando cada valor del mismo por el $\alpha'_{o,j}$ que le corresponde, obtenemos otro triángulo formado por los últimos (cada valor será una estimación de último) a que cada Ci,j * α'_{oj} ha dado lugar.

Al igual que sucedía en el rectángulo, los valores obtenidos deben ser iguales por filas e iguales al último que obtendríamos cuando con el paso de los años el triángulo se completara. Diferencias entre los mismos deben ser achacadas de nuevo a la aleatoriedad, por lo que de nuevo debemos optar por elegir para cada año un último adecuado siguiendo las pautas elegidas al comienzo del desarrollo del método, realizando una media, tomando el máximo, el mínimo, etc., esta vez por filas, para obtener un último adecuado que notaremos como $\hat{C}'_{k+g,n}$ como aparece reflejado en la siguiente matriz auxiliar:

	1	2	3	...	n-1	n
K+1	$\alpha'_{o,1}$ $*C_{k+1,1}$	$\alpha'_{o,2}$ $*C_{k+1,2}$	$\alpha'_{o,3}$ $*C_{k+1,3}$	...	$\alpha'_{o,n-1}$ $*C_{k+1,n-1}$	$\hat{C}'_{k+1,n}$
...	...	...	...	...		...
...	...	...	...			...
m-1	$\alpha'_{o,1}$ $*C_{m-1,1}$	$\alpha'_{o,2}$ $*C_{m-1,2}$				$\hat{C}'_{m-1,n}$
M	$\alpha'_{o,1}*C_{m,1}$					$\hat{C}'_{m,n}$

Estos $\hat{C}'_{k+g,n}$, últimos estimados mediante la aplicación de los α' sobre el triángulo, para g = 1,....,m-k, son los últimos que nos deben dar los años de los que no disponemos toda la información, es decir los años del triángulo, en base a la información empírica que nos proporcionan los años completamente terminados, es decir, los años del rectángulo.

Por lo tanto, si volvemos a la ecuación obtenida para la PSP en el link-ratio, y que era:

$$\text{PSP} = \sum_{g=1}^{m-k} PSP_{k+g} = \sum_{g=1}^{m-k} (1 - \frac{1}{F_{m,n-g}}) * \hat{C}_{k+g,n}$$

Podemos sustituir los $\hat{C}_{k+g,n}$ por los nuevos $\hat{C}'_{k+g,n}$ obtenidos con la información empírica del rectángulo, quedando ahora:

$$\text{PSP} = \text{PSP'} = \sum_{g=1}^{m-k} PSP'_{k+g} = \sum_{g=1}^{m-k} (1 - \frac{1}{F_{m,n-g}}) * \hat{C}'_{k+g,n}$$

Donde $\hat{C}'_{k+g,n}$ son los últimos estimados a partir de aplicar la información obtenida en la parte rectangular sobre el triángulo de la información incompleta.

Y $(1 - \frac{1}{F_{m,n-g}})$ es el factor que aplica la información obtenida del triangulo, mediante el link-ratio, sobre los últimos estimados y nos proporciona el valor de la provisión.

Esta ecuación nos permite combinar la información total de que dispone la empresa, completa e incompleta para llevar a cabo el cálculo de la PSP.

3ª <u>Consecuencias:</u>

Si calculamos la diferencia que existe entre los últimos estimados con la información completa y los últimos estimados mediante el método link-ratio, obtenemos las desviaciones que se producen al aplicar uno u otro modelo.

$$d_{k+g} = \hat{C}'_{k+g,n} - \hat{C}_{k+g,n}$$

Y puesto que sabemos que

$$\hat{C}_{k+g,n} = F_{m,n-g} * C_{k+g,n-g}$$

Podemos escribir

$$d_{k+g} = \hat{C}'_{k+g,n} - (F_{m,n-g} * C_{k+g,n-g})$$

De tal forma que despejando podemos obtener los últimos estimados mediante las proyecciones realizadas por la utilización de la información que nos proporcionan los años completos en función de los valores de la diagonal del triángulo de los años incompletos.

$$\hat{C}'_{k+g,n} = (F_{m,n-g} * C_{k+g,n-g}) + d_{k+g}$$

Donde el factor $F_{m,n-g}$ es la parte explicada por la información recogida del triángulo formado por los años incompletos y d_{k+g} es la parte explicada por la información recogida del rectángulo formado por los años completos.

Finalmente podemos escribir la PSP para cada año en función de los valores de la diagonal de la forma:

$$PSP_{k+g} = [\ 1-(\frac{1}{F_{m,n-g}})\ ] * [\ F_{m,n-g} * C_{k+g,n-g} + d_{k+g}\ ]$$

Donde reordenando los factores podemos escribir:

$$PSP_{k+g} = d_{k+g} * [\ 1-(\frac{1}{F_{m,n-g}})\ ] + [(1-(\frac{1}{F_{m,n-g}})) * F_{m,n-g}] * C_{k+g,n-g}$$

$$PSP_{k+g} = [\ F_{m,n-g} - 1] * C_{k+g,n-g} + d_{k+g} - \frac{d_{k+g}}{F_{m,n-g}}$$

Donde

$[F_{m,n-g} - 1] * C_{k+g,n-g}$ es la parte de la provisión explicada por la información recogida del triángulo.

d_{k+g} es la parte de la provisión explicada por el rectángulo.

$\frac{d_{k+g}}{F_{m.n-g}}$ es la parte de información del rectángulo que ya ha sido explicada por el triángulo

De tal forma que si llamamos

$$\psi_{k+g} = d_{k+g} - \frac{d_{k+g}}{F_{m.n-g}}$$

ψ_{k+g} es la parte de la información que aporta exclusivamente el rectángulo, y es por tanto también una medida del error o desviación que se produce al realizar la estimación de la provisión tomando en cuenta solamente la información recogida de años incompletos en lugar de toda la información histórica de que se dispone.

De igual forma si denominamos

$$\beta_{n-g} = [F_{m,n-g} - 1]$$

$\beta_{n-g} * C_{k+g,n-g}$ es la parte de la provisión que explica exclusivamente el triángulo.

La provisión puede entonces ser escrita como:

$$PSP_{k+g} = \psi_{k+g} + \beta_{n-g} * C_{k+g,n-g}$$

Por lo que podemos expresar la PSP_{k+g} en forma de aplicación lineal de los valores de la diagonal del triángulo $C_{k+g,n-g}$, a través de dos parámetros ψ_{k+g} y β_{n-g} que son a su vez función de los factores del link-ratio obtenidos en el triángulo y de los valores empíricos del rectángulo.

La PSP total para el año en que la estamos calculando, m, queda de la forma:

$$\mathrm{PSP} = \sum_{g=1}^{m-k} PSP_{k+g} = \sum_{g=1}^{m-k} [\Psi_{k+g} + \beta_{n-g} * C_{k+g,n-g}]$$

$$\mathrm{PSP} = \sum_{g=1}^{m-k} \Psi_{k+g} + \sum_{g=1}^{m-k} \beta_{n-g} * C_{k+g,n-g}$$

Si $\sum_{g=1}^{m-k} \Psi_{k+g} > 0$, el modelo estará detectando infraestimación de la provisión calculada únicamente mediante la aplicación del link-ratio, con respecto de la información global de años completos de los que la empresa dispone.

Si $\sum_{g=1}^{m-k} \Psi_{k+g} < 0$, el modelo estará detectando sobreestimación de la provisión calculada únicamente mediante la aplicación del link-ratio, con respecto de la información global de años completos de los que la empresa dispone.

Si $\sum_{g=1}^{m-k} \Psi_{k+g} \approx 0$, la información proporcionada por el link-ratio está en consonancia con lo demostrado por la experiencia en los años completos.

Ejemplo:

Siguiendo con el ejemplo del apartado anterior, supongamos que disponemos de la siguiente tabla histórica de pagos acumulados que completa al triángulo que ya teníamos:

	1	2	3	4	5	6
1	920	1690	2190	2660	2950	3090
2	940	1780	2210	2680	3050	3200
3	1050	1890	2560	2970	3410	3480
4	1110	2100	2660	3180	3590	3620
5	1120	2090	2610	2920	3130	
6	1030	1920	2370	2710		
7	1090	2140	2610			
8	1300	2650				
9	1420					

En este ejemplo tendríamos que el número de años que tardan en manifestarse todos los siniestros es, $n = 6$.

Que el número total de años de los que disponemos datos es $m = 9$, y que nos encontramos por tanto a 31/12 del año 9.

El número de años de los que disponemos datos completos y que forman el rectángulo es $k = 4$.

El número de años que forman el triángulo es $m - k = 5$.

1º Tomando por lo tanto solamente el triángulo y aplicando un link-ratio, como se vio en el apartado anterior, teníamos que, utilizando el método Chaín Ladder, los invariantes y los factores obtenidos eran:

	1	2	3	4	5
Invariante	1,9383	1,2341	1,1305	1,0719	1,0671
Factores ($F_{9,j}$)	3,0930	1,5957	1,2930	1,1438	1,0671

2º Volviendo a los datos completos, es decir al rectángulo, calculamos los α_{ij} que relacionan cada $C_{i,j}$ con el $C_{i,n}$ o último de cada año, es decir, de forma que:

$$C_{i,j} * \alpha_{i,j} = C_{i,n}$$

La matriz α para los valores del ejemplo resulta ser:

3,3587	1,8284	1,4110	1,1617	1,0475	1
3,4043	1,7978	1,4480	1,1940	1,0492	1
3,3143	1,8413	1,3594	1,1717	1,0205	1
3,2613	1,7238	1,3609	1,1384	1,0084	1

Puesto que hemos aplicado en el cálculo de los link-ratio el método Chain Ladder, aplicaremos el mismo método en la determinación de los $\alpha'_{o,j}$ para cada columna.

Así, los valores obtenidos son:

1	2	3	4	5	6
3,3308	1,7949	1,3919	1,1654	1,0300	1,0000

Multiplicando estos $\alpha'_{o,j}$ por los valores del triángulo obtenemos el siguiente triángulo de últimos donde optaremos ahora por tomar como último para cada año el valor medio de cada fila:

	1	2	3	4	5	$\hat{C}'_{k+g,6}$
5	3731	3751	3633	3403	3224	3548
6	3431	3446	3299	3158		3333
7	3631	3841	3633			3702
8	4330	4757				4543
9	4730					4730

Por lo que al definir la PSP como:

$$PSP'_{k+g} = \left[1 - \left(\frac{1}{F_{m,n-g}}\right) \right] * \hat{C}'_{k+g,n}$$

Tenemos entonces que :

$$PSP'_5 = \left[1-\left(\frac{1}{F_{9,5}}\right) \right] * \hat{C}'_{5,6} = 223{,}12$$

$$PSP'_6 = \left[1-\left(\frac{1}{F_{9,6}}\right) \right] * \hat{C}'_{6,6} = 419{,}09$$

$$PSP'_7 = \left[1-\left(\frac{1}{F_{9,7}}\right) \right] * \hat{C}'_{7,6} = 838{,}78$$

$$PSP'_8 = \left[1-\left(\frac{1}{F_{9,8}}\right) \right] * \hat{C}'_{8,6} = 1.696{,}09$$

$$PSP'_9 = \left[1-\left(\frac{1}{F_{9,9}}\right) \right] * \hat{C}'_{9,6} = 3.200{,}61$$

Siendo

$$PSP = PSP' = \sum_{g=1}^{m-k} PSP'_{k+g} = \sum_{g=1}^{m-k} \left(1-\frac{1}{F_{m,n-g}}\right) * \hat{C}'_{k+g,n} = 6.377{,}68$$

La provisión total para este año estimada por este método resulta ser un 7,82% superior a la estimada aplicando el Chain Ladder.

Para cada año, las desviaciones que se producen entre los últimos obtenidos a partir de la información completa y los últimos a partir de la incompleta son:

$$d_5 = \hat{C}'_{5,6} - \hat{C}_{5,6} = 208{,}28$$

$$d_6 = \hat{C}'_{6,6} - \hat{C}_{6,6} = 233{,}78$$

$$d_7 = \hat{C}'_{7,6} - \hat{C}_{7,6} = 326{,}79$$

$$d_8 = \hat{C}'_{8,6} - \hat{C}_{8,6} = 314{,}70$$

$$d_9 = \hat{C}'_{9,6} - \hat{C}_{9,6} = 337{,}74$$

A medida que nos acercamos al año actual la desviación o error que se comete es mayor, esto es lógico, ya que a medida que bajamos en el triángulo disponemos de menos información y por tanto la desviación respecto a años completos debe aumentar.

El parámetro $\psi_{k+g} = d_{k+g} - \dfrac{d_{k+g}}{F_{m.n-g}}$ para cada año resulta:

$$\psi_5 = 213{,}39\text{-}199{,}97 = 13{,}10$$
$$\psi_6 = 238{,}63\text{-}208{,}63 = 29{,}39$$
$$\psi_7 = 332{,}81\text{-}257{,}39 = 74{,}05$$
$$\psi_8 = 321{,}04\text{-}201{,}19 = 117{,}48$$
$$\psi_9 = 343{,}14\text{-}110{,}94 = 228{,}55$$

Obsérvese que el parámetro ψ_{k+g} para cada año puede ser también obtenido como diferencia de la PSP para cada año calculada por un método o por otro.

Siendo

$$\sum_{g=1}^{5} d_{k+g} = 1421{,}28$$

$$\sum_{g=1}^{5} \frac{d_{k+g}}{F_{m.n-g}} = 958{,}71$$

$$\sum_{g=1}^{m-k} \Psi_{k+g} = 1421{,}28 - 958{,}71 = 462{,}57$$

También obtenido como diferencia entre la PSP total aplicando un método u otro.

Es decir, el cálculo de la PSP mediante el método Chain Ladder está infraestimando dicha provisión en un 7,82% con respecto al cálculo utilizando la información total de que dispone la empresa.

De la estimación de la provisión realizada aplicando el método que hemos descrito y que para el ejemplo ha sido de 6.378 uds, 5.915 podíamos obtenerlas mediante la aplicación del Chain Ladder, 1.421 eran proporcionadas por la información histórica completa, de las cuales 959 eran ya proporcionadas a su vez por la aplicación del Chain Ladder, por lo que 462 uds pueden atribuirse exclusivamente a la incorporación de información histórica completa.

4. CONCLUSIONES

Como diferentes estudios reconocen, el cálculo de la provisión de siniestros pendientes es bastante subjetiva y ante la falta de una orientación más específica por parte del regulador, tampoco necesaria desde nuestro punto de vista, no caen en vano todos los esfuerzos que vayan encaminados a una estimación más precisa.

En este sentido, el desarrollo que se ha venido realizando en este trabajo, no ha pretendido más que ayudar al significativo reto que supone obtener una mejor estimación, partiendo de la idea de que la información histórica y completa de que disponen compañías con cierta veteranía, y que muchas veces es utilizada implícitamente, recogidas en las opiniones o decisiones de sus actuarios más experimentados, no podía ser dada de lado en tanto en cuanto tuviera algo que aportar a los métodos estadísticos reconocidos para el cálculo de la PSP.

No obstante, compartimos la idea y somos plenamente conscientes de que lo apropiado es aplicar diferentes metodologías y comparar los resultados obtenidos, usando el conocimiento del negocio para explicar las diferencias y seleccionar el o los métodos más apropiados, que lleven a nuestra compañía a una buena estimación de la PSP..

BIBLIOGRAFÍA

GIL FANA, J.A. (1995) "*Provisión para siniestros pendientes. Métodos de cálculo*".Previsión y seguro nº 44

GONZÁLEZ-QUEVEDO GARCÍA, F. "*La Provisión de Gastos Internos y el Reglamento de Ordenación y Supervisión de Seguros Privados*" Anales I.A.E. 2001

KLUGMAN, S.S., PANJER, H.H., WILLMOT, G.E. (1998) "*Loss models. From data to Decisions*". Willey Series in Probability and Statistics

KPMG (2002) "*Study into the methodologies to assess the overall financial position of an insurance undertaking from the perspective of prudential supervisión*". European Commission

PANJER, H.H., WILLMOT, G.E. (1992) "*Insurance Risk Models*". Society of Actuaries

PENTIKÄINEN,T., RANTALA, J. (1992) "*A simulation procedure for comparing different claims reserving methods*", ASTIN Bulletin

SANZ MONTERO,D. "*Métodos Estadísticos de control de la provisión de prestaciones. Métodos B*" Anales I.A.E. 1998

TAYLOR, G.C. (1986) "*Claims Reserving in non-life insurance*" North Holland. Ámsterdam

VEGAS ASENSIO, J., NIETO DE ALBA, U. (1993), "*Matemática Actuarial*". Mapfre

VEGAS ASENSIO, J. "*Análisis metodológico de los métodos estadísticos en el cálculo de la reserva o provisiones técnicas de prestaciones en los seguros no vida*" Anales I.A.E. 1995

VEGAS MONTANER, A. (1993) "*Métodos estadísticos para el cálculo y comprobación de la provisión técnica para prestaciones*". Previsión y Seguro nº 28