Duration y riesgo de insolvencia

Por

ELISEO NAVARRO ARRIBAS

Economía Financiera y Contabilidad. Universidad de Valencia

INTRODUCCION

El concepto de duration fue definido por primera vez en el año 1938 por Frederick Macaulay (1) en su intento de encontrar una variable que fuera más significativa que el período de amortización de un bono a la hora de explicar el comportamiento de su precio originado por variaciones en la estructura temporal de tipos de interés. Aunque la definición dada por Macaulay hacía referencia a un bono con pago semestral de cupones, se trata de un concepto que puede extenderse a cualquier corriente de pagos o distribución de capitales (por ejemplo, la generada por un bono o una cartera de activos financieros, o bien el activo o pasivo de una institución financiera...).

Así, dada una corriente de pagos:

	a_1	a_2	.....	a_s	.....	a_n	Cuantías
t_0	t_1	t_2	.....	t_s	.....	t_n	Vencimientos

donde a_j son las cuantías y t_j los vencimientos de los capitales financieros que componen dicha corriente de pagos, la duration de la misma en el instante t_0 vendrá dada por la expresión:

$$D = \frac{\sum_{j=0}^{n} (t_j - t_0)\, a_j (1+i)^{-(t_j - t_0)}}{\sum_{j=0}^{n} a_j (1+i)^{-(t_j - t_0)}} \qquad [1]$$

siendo «i» el tipo de interés del mercado*.

* En la definición dada por Macaulay éste utiliza el término «yield to maturity», cuya traducción para el caso de un bono sería el rendimiento interno del mismo, pero como estamos generalizando la definición de duration a cualquier corriente de pagos, es más conveniente el considerar «i» como el tipo de interés del mercado.

Pocos años después de la publicación del libro de Macaulay fueron varios los autores que redescubrieron el concepto de duration. Así en 1939 Hiks, en su libro *Valor y Capital* (2), obtuvo la fórmula [1] al calcular la elasticidad del valor presente de una corriente de pagos respecto al factor de descuento $(1 + i)^{-1}$. Esta propiedad «elástica» de la duration fue explicitada de una forma mucho más clara en 1973 por Hopewell y Kaufman (3), quienes enunciaron el siguiente teorema:

«Dada una variación porcentual en el tipo de interés del mercado, la variación porcentual en el precio de un bono es proporcional a la duration y es mayor cuanto mayor sea ésta».

Es por ello que la duration puede ser considerada como el mejor indicador del denominado «price-bond risk», es decir, el riesgo de variación en el precio de un bono (o un activo financiero de renta fija en general) derivado de posibles fluctuaciones en la estructura temporal de los tipos de interés.

Por otra parte, en 1945, Samuelson (4) llegó de nuevo y de forma independiente a definir el concepto de duration (que él llamó «vencimiento medio ponderado») al analizar los efectos de cambios en los tipos de interés en el valor neto de una institución financiera, llegando a la conclusión de que incrementos en los tipos de interés beneficiarían a las instituciones en las que el vencimiento medio ponderado de sus pasivos fuera mayor que el vencimiento medio ponderado de sus activos. De una forma mucho más rigurosa el actuario británico F. M. Redington (5) analizó en 1952 los efectos de variaciones en los tipos de interés, sobre una compañía de seguros, estudiando la distribución de activos y pasivos de la compañía que minimizara los efectos de dichas variaciones, es decir, que «inmunizara» a la institución financiera frente a las posibles variaciones en la estructura temporal de tipos de interés, lo que le llevó a enunciar las condiciones necesarias para llevar a cabo la «inmunización financiera»:

— que la duration de los activos iguale a la de los pasivos, y

— que la dispersión del valor de los activos en torno a la duration sea mayor que la dispersión del valor de los pasivos.

Analíticamente estas condiciones vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\Sigma\, t\, A_t(1 + i)^{-t} = \Sigma\, t\, L_t(1 + i)^{-t}$$

$$\Sigma\, t^2\, A_t(1 + i)^{-t} > \Sigma\, t^2\, L_t(1 + i)^{-t}$$

donde L_t son los pagos esperados netos en el año t y A_t los cobros esperados netos en el año t.

De esta forma se lograba que el valor neto de una institución financiera no se viera afectado por las posibles fluctuaciones en los tipos de interés, de forma que las pérdidas que dichas fluctuaciones podían ocasionar en los activos de la misma se vieran compensadas por un menor valor también de sus pasivos.

Dentro de este objetivo del logro de la inmunización financiera han sido desarrolladas estrategias de cartera que permiten la obtención de un rendimiento predeterminado al cabo de un cierto período de planificación y que podemos resumir mediante el teorema de la inmunización, desarrollado por Fisher y Weil (6) en 1971:

«Una cartera de valores estará inmunizada en un instante t_o si su duration en dicho instante es igual al período de planificación del inversor».

Vemos, pues, que la duration se presenta como un poderoso instrumento a la hora de analizar y protegerse de los efectos de posibles fluctuaciones en la estructura temporal de tipos de interés, es decir, del denominado en la terminología anglosajona «interest-rate risk».

Una vez expuesta la utilidad de la duration en el análisis del «price-bond risk» y del «interest-rate risk», pasamos a estudiar su influencia en el análisis de un tercer riesgo al que puede verse sometido el poseedor de activos financieros de renta fija, el riesgo de insolvencia, siendo éste el objeto principal de este artículo.

MODELO DE VALORACION DE ACTIVOS ARRIESGADOS

Lo que se pretende es demostrar que la duration puede utilizarse también como un instrumento para el análisis y la evaluación del riesgo de insolvencia que en numerosas ocasiones puede llegar a ser tan importante o más que cualquiera de los otros dos que acabamos de citar.

Hicks, en su obra *Valor y Capital*, ya citada, indica que la duration no es sino «un medio exacto de medir el crescendo (o disminuendo) de una corriente de valores» (7), es decir, se trata de una variable indicativa de cómo se distribuyen los capitales de una corriente de pagos. Fue precisamente esta propiedad de la duration la que nos llevó a pensar que podía establecerse alguna relación entre la duration y el riesgo de insolvencia, ya que si es lógico pensar que la forma en que se distribuyen los capitales de una corriente de pagos tiene una clara repercusión en la pérdida esperada originada por el riesgo de insolvencia, era evidente que tiene que existir una relación entre la duration y el riesgo de insolvencia.

Para desarrollar este modelo partiremos del análisis de la corriente de pagos —pagos que vamos a definir por dos variables: cuantía a_r y vencimiento t_r— generada por un título de renta fija. Gráficamente:

	a_1	a_2	.....	a_s	.....	a_n	Cuantías
t_o	t_1	t_2	.....	t_s	.....	t_n	Vencimientos

En caso de que el riesgo de insolvencia fuera nulo, las cuantías y vencimientos de los capitales que componen dicha corriente de pagos estarían perfectamente determinados, no existiendo ningún tipo de incertidumbre en cuanto a su origen, t_o, —que coincidirá con el instante en que se efectúe la inversión en el título— y su final en t_n —que coincidirá con el instante de amortización o vencimiento del mismo siempre y cuando no se trate de una renta perpetua que tendría determinado exclusivamente su origen—. Pero ¿qué ocurriría si el título estuviese sujeto al riesgo de insolvencia? En tal caso el origen de la renta sí estaría perfectamente determinado, pero no su final, ya que si se produjera la insolvencia de la entidad emisora del título antes de t_n (fecha prevista de amortización del título), el final de dicha renta se habría adelantado a un instante $t_s < t_n$.

Es por ello que vamos a considerar de ahora en adelante a la corriente de pagos generada por un activo financiero de renta fija emitido por una entidad sujeta al riesgo de insolvencia como una renta de origen cierto y final aleatorio.

Este tipo de rentas están caracterizadas por una variable aleatoria Φ, que denominamos final de la renta, definida para el período $[t_o, t_n]$, es decir, desde el instante en que se realiza la inversión t_o, hasta el instante inicialmente previsto para la amortización de dicho título en t_n. Junto a esta variable aleatoria Φ, aparece asociada una función de distribución $\theta(t) = \text{prob}\ (\Phi \leq t)$ que indica la probabilidad de que la renta termine en un instante menor o igual a t.

Una vez definida la función de distribución $\theta(t)$, se obtiene la función $p(t) = 1 - \theta(t) = \text{prob}(\Phi > t)$ que indica la probabilidad de pervivencia o duración en t de dicha renta.

Así pues, para analizar la renta aleatoria generada por un título de renta fija sujeto al riesgo de insolvencia, se debe realizar una hipótesis acerca de la función de distribución $\theta(t)$ que indica la probabilidad de que se produzca la insolvencia de la entidad emisora del título antes o en el intante t, tarea que se aborda a continuación.

HIPOTESIS

Suponemos que la función de distribución de la variable aleatoria Φ, final de la renta, asociada a la renta aleatoria generada por un título de renta fija sujeto al riesgo de insolvencia es la siguiente:

$$\theta(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq t_o \\ \dfrac{t - t_o}{\alpha_o} & \text{si } t_o < t < t_n \\ 1 & \text{si } t \geq t_n \end{cases} \qquad [2]$$

donde:

— t_o es el origen de la renta aleatoria (el momento de la inversión).

— t_n es el máximo valor que puede tomar la variable aleatoria Φ, final de la renta (el instante previsto para la amortización del título).

— α_o es un coeficiente que recoge las expectativas del inversor en t_o y está sujeto a las siguientes restricciones:

$$t_n/\alpha_o \leq 1 \quad \text{y} \quad t_o/\alpha_o \geq 0$$

A la vista de esta función de distribución es fácil ver que es el coeficiente α_o el que determina si un activo financiero es más o menos arriesgado, es decir, si presenta un mayor o menor riesgo de insolvencia ya que del mismo depende que $\theta(t)$ tome un mayor o menor valor. Por otra parte, el valor de α_o depende además de las unidades de tiempo que estemos utilizando, siendo su ecuación de dimensiones $[T^1]$.

En realidad lo que estamos suponiendo con la hipótesis anterior es que el riesgo de insolvencia, que viene determinado como acabamos de ver por el coeficiente α_o, se distribuye uniformemente a lo largo de toda la vida prevista del título.

Queda así planteado el problema de la determinación del coeficiente α_o. Para solventarlo han sido desarrollados algunos modelos que determinan la probabilidad de que una operación financiera permanezca viva durante un período de tiempo $[t_s, t_{s+1}]$. Entre estos, resulta muy interesante un modelo basado en la observación de una serie de activos financieros previamente clasificados en función de criterios objetivos de riesgo y fecha de vencimiento «dada la innegable importancia de la duración de la operación sobre el nivel de riesgo» (8).

Una vez determinada la función $\theta(t)$ no resulta difícil determinar la función p(t) de pervivencia o perduración en t de la renta:

$$p(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \leq t_o \\ 1 - \dfrac{t - t_o}{\alpha_o} & \text{si } t_o < t < t_n \\ 0 & \text{si } t \geq t_n \end{cases} \qquad [3]$$

donde t_o, t_n y α_o denotan los mismos conceptos que los ya vistos al definir la función de distribución $\theta(t)$.

Lógicamente la suma de los valores de $\theta(t)$ y p(t) en un instante «t» cualquiera es siempre igual a la unidad.

Siguiendo con el desarrollo del modelo, la renta aleatoria generada por un título tal y como hemos definido $\theta(t)$, va a venir dada ahora por una serie de capitales financieros aleatorios (∂_s, t_s) de vencimiento cierto (t_s) y cuantía aleatoria (∂_s) que puede tomar los siguientes valores:

$$\partial_s = \begin{cases} a_s \text{ con probabilidad } p(t) = 1 - \dfrac{t_s - t_n}{\alpha_o} \\ 0 \text{ con probabilidad } \theta(t) = \dfrac{t_s - t_n}{\alpha_o} \end{cases} \qquad [4]$$

siendo a_s la cuantía del capital financiero que se pagaría en caso de que la renta aleatoria finalizara con posterioridad a t_s.

El valor actual de una renta de origen cierto y final aleatorio, como la que acabamos de describir, viene dado por el valor actual de la esperanza matemática de cada uno de los capitales aleatorios (∂_s, t_s) que la constituyen*.

Dicho valor actual vendrá dado por la siguiente expresión:

$$V_{o\Phi} = \sum_{j=o}^{n} E[\partial_j]\,(1 + i)^{-(t_j - t_o)} \qquad [5]$$

Una observación importante es la relativa al tipo de interés «i» que estamos utilizando al calcular este valor actual, ya que al estar actualizando «capitales cientos» —equivalentes a los aleatorios (∂_s, t_s)— aquel tipo de interés debiera ser el aplicable a un título de la máxima calidad, es decir, con menor grado de riesgo.

Vamos a continuación a definir un nuevo concepto, que denominamos valor sin riesgo de un título, y que denotamos por V_o^*.

Valor sin riesgo en el instante t_o de un título de renta fija es el valor actual de la renta aleatoria generada por el mismo sustituyendo la función de distribución inicial $\theta(t)$ por otra $\theta^*(t)$ que toma los siguientes valores:

$$\theta^*(t) = 0 \quad \text{si} \quad \theta(t) < 1$$
$$\theta^*(t) = 1 \quad \text{si} \quad \theta(t) = 1$$

En realidad este valor sin riesgo de un título no es más que el valor que dicho título tendría en caso de verse libre del riesgo de insolvencia, es decir:

$$V_o^* = \sum_{j=o}^{n} a_j\,(1 + i)^{\;(t_j - t_o)} \qquad [6]$$

* El que sustituyamos los capitales aleatorios por otros ciertos equivalentes, mediante el cálculo de la esperanza matemática, no impide la utilización de otros criterios, pero en cualquier caso aquel es el más extendido.

Una vez definido V_0^* podemos ya enunciar el siguiente teorema:

TEOREMA DE VALORACION DE ACTIVOS ARRIESGADOS

Si las hipótesis anteriores son ciertas, el valor de un título de renta fija sujeto al riesgo de insolvencia en un instante determinado del tiempo dependerá de su valor sin riesgo, su duration y las expectativas del inversor en dicho instante.

A esta conclusión se llega tras el cálculo del valor actual de la renta aleatoria generada por un título de renta fija, valor que viene dado por la expresión [5] y suponiendo una función de distribución $\theta(t)$ tal y como la definimos anteriormente ya que:

$$V_{0\Phi} = V_0^*[1 - D/\alpha_0] \qquad [7]$$

donde:

$V_{0\Phi}$: Es el valor del título arriesgado en el instante t_0.

V_0^* : Es el valor sin riesgo del título, es decir, el valor que tendría en caso de que el riesgo de insolvencia fuera nulo en el instante t_0.

α_0 : Es un coeficiente que recoge las expectativas del inversor y cuya interpretación vimos en páginas anteriores.

D : Es la duration del título tal y como la definió Macaulay (aunque utilizando como tipo de interés el correspondiente a un bono semejante pero de la máxima calidad).

A partir de la expresión [3] podemos establecer una serie de relaciones entre el valor del título, el valor sin riesgo del mismo, su duration y las expectativas del inversor, relaciones obvias y que hemos recogido para una primera contrastación de la bondad de nuestro modelo con la realidad. Estas relaciones las vamos a expresar mediante los siguientes corolarios:

Corolario I

El valor de un título de renta fija sujeto al riesgo de insolvencia ($V_{0\Phi}$) es inferior al valor sin riesgo del mismo (V_0^*), es decir, $V_{0\Phi} < V_0^*$.

Corolario II

En condiciones «ceteris paribus» (D y α_0 permanecen constantes) el valor de un título de renta fija sujeto al riesgo de insolvencia será mayor cuanto mayor sea el valor sin riesgo del mismo.

Corolario III

En condiciones «ceteris paribus» (V_0^* y D permanecen constantes), el valor de un título de renta fija será mayor cuanto mayor sea el coeficiente α_0, es decir, cuanto más optimistas sean las expectativas del inversor.

Corolario IV

En condiciones «ceteris paribus» (V_0^*y α_0 permanecen constantes), el valor de un título de renta fija será mayor cuanto menor sea su duration.

Estos corolarios, derivados de la expresión [7], corroboran la lógica del modelo que acabamos de desarrollar, mereciendo un comentario aparte el último de ellos. Si queremos buscar una interpretación lógica a este resultado sería conveniente recordar la interpretación inicial de la duration, dada por Macaulay (9), como la vida media de una corriente de pagos, así como las palabras ya citadas de Hicks sobre la duration, que él llamó «período medio», que nos condujeron, como indicamos al inicio de este capítulo, a la búsqueda de una relación entre duration y riesgo de insolvencia.

EL TRANSCURSO DEL TIEMPO

Se analiza a continuación cuáles son los efectos del transcurso del tiempo sobre el modelo que acabamos de desarrollar. Para ello se estudia cómo se transforma la función de distribución $\theta(t)$ de la variable aleatoria Φ, final de la renta, si transcurrido un determinado período de tiempo llegamos a un instante $t_s > t_0$ sin que se haya producido el final de la renta. Pues bien, el transcurso del tiempo afecta o puede afectar al modelo que acabamos de desarrollar de dos formas distintas:

- Al situarnos en t_s sin que se haya producido el final de la renta, la probabilidad de insolvencia con anterioridad a un instante $t > t_s$ pasará a estar condicionada por el hecho de que la renta esté viva en t_s, lo que supondrá siempre una modificación de $\theta(t)$.

- Por otra parte, una vez llegados a t_s puede haberse producido una variación en las expectativas del inversor (lo que no habría ocurrido en el caso anterior) que afectaría al coeficiente α_0 provocando por tanto una nueva modificación de $\theta(t)$.

Se analiza en primer lugar lo que ocurriría con la función de distribución $\theta(t)$ si se supone que una vez llegado el instante «t_s» no se ha producido el final de la renta.

En este caso la función $\theta(t)$ se transformará en la función de distribución $\theta(t/\Phi > t_s)$ que indicará la probabilidad de que la renta aleatoria generada por un título finalice en o con anterioridad a un instante «t», condicionada a que dicha renta perdure en el instante «t_s» y que tomará los siguientes valores:

$$\theta(t/\Phi > t_s) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_s \\ \dfrac{t - t_s}{\alpha_o^s} & \text{si } t_s < t < t_n \\ 1 & \text{si } t > \tau_r \end{cases} \qquad [8]$$

donde $\alpha_o^s = \alpha_o - (t_s - t_o)$.

Veámoslo:

Si una vez llegado el instante t_s no se ha producido el final de la renta:

- la probabilidad de que la renta termine en un instante $t \leq t_s$ es nula, por lo que:

$$\theta(t/\Phi > t_s) = 0 \quad \text{si} \quad t \leq t_s$$

- la probabilidad de que la renta termine con anterioridad a un instante del intervalo de tiempo $[t_s, t_n]$ viene dada por la expresión:

$$\frac{\text{prob}\,(t_s < \Phi < t)}{\text{prob}(\Phi > t_s)} = \frac{\theta(t) - \theta(t_s)}{p(t_s)} = \frac{t_o - t_s}{\alpha_o - (t_s - t_o)}$$

así pues:

$$\theta(t/\Phi > t_s) = \frac{t - t_s}{\alpha_o^s} \qquad \text{si } t_s < t < t_n$$

- la probabilidad de que la renta finalice en t_n o con posterioridad ha de ser igual a la unidad ya que t_n es el valor máximo que podía tomar la variable aleatoria final de la renta (el momento de amortización del título), luego:

$$\theta(t/\Phi > t_s) = 1 \quad \text{si} \quad t \geq t_n$$

Vemos, pues, que la nueva función de distribución es similar a $\theta(t)$ pero con un coeficiente α diferente. Esta variación en el valor de α no es debido, sin embargo, a una modificación en las expectativas del inversor, sino única y exclusivamente al transcurso del tiempo; de ahí que en el nuevo coeficiente mantengamos el mismo subíndice queriendo indicar expresamente que las expectativas del inversor continúan siendo las existentes en el instante t_o.

De ahí que de la comparación de las funciones de distribución $\theta(t)$ y $\theta(t/\Phi > t_s)$ no es difícil deducir el siguiente:

Corolario V

Si permanecen constantes las expectativas del inversor, la probabilidad de que el final de la renta se produzca en o con antelación a un instante $t > t_s$ disminuye con el transcurso del tiempo, es decir:

$$\theta(t/\Phi > t_s) < \theta(t) \quad \text{si} \quad t_s < t < t_n$$

A partir de $\theta(t/\Phi > t_s)$ en [8] podemos hallar la función de pervivencia de la renta aleatoria condicionada a que esta renta esté viva en un instante t_s:

$$p(t/\Phi > t_s) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \leq t_s \\ 1 - \dfrac{t - t_s}{\alpha_o} & \text{si } t_s < t < t_n \\ 0 & \text{si } t \geq t_n \end{cases} \qquad [9]$$

Como es lógico $p(t/\Phi > t_s) + \theta(t/\Phi > t_s) = 1$.

En cualquier caso, esta modificación en las funciones de distribución $\theta(t)$ y $p(t)$ no debemos confundirlas con una variación en las expectativas del inversor que vendría reflejada en una variación del coeficiente α_o. Unicamente lo que se ha producido ha sido una «variación natural» del coeficiente «α» por el mero hecho del transcurso del tiempo, pasando de α_o a $\alpha_o^s = \alpha_o - (t_s - - t_o)$.

Si realmente se produjera una modificación en las expectativas del inversor en el instante t_s (y estamos ya analizando el segundo tipo de variación de $\theta(t)$, que comentamos al inicio de este apartado) aquél coeficiente α_o que recoge las expectativas del inversor en t_o pasaría a tomar no el valor α_o^s, sino un valor α_s que recogiera esas nuevas expectativas siendo la nueva función de distribución:

$$\theta(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq t_s \\ \dfrac{t - t_s}{\alpha^s} & \text{si } t_s < t < t_n \\ 1 & \text{si } t \geq \tau_r \end{cases} \qquad [10]$$

Compárese [10] con [8].

Una vez analizados los efectos del transcurso del tiempo sobre la función de distribución $\theta(t)$, veamos cuál sería el valor del título después de haber transcurrido un período de tiempo $[t_o, t_s]$ sin que se hubiese producido el final de la renta aleatoria generada por dicho título.

Esta renta quedará definida por una serie de capitales de cuantía aleatoria (∂_r, t_r) que podrá tomar los siguientes valores:

$$\partial_r = \begin{cases} a_r \text{ con probabilidad } p(t_r/\Phi > t_s) = 1 - \dfrac{t_r - t_s}{\alpha_o^s} \\ \\ 0 \text{ con probabilidad } \theta(t_r/\Phi > t_s) = \dfrac{t_r - t_s}{\alpha_o^s} \end{cases} \qquad [11]$$

Podemos ya enunciar el siguiente teorema, suponiendo que todas las hipótesis anteriores son ciertas:

TEOREMA

El valor de un título de renta fija sujeto al riesgo de insolvencia en un instante $t_s > t_o$ (siendo t_o el momento de la inversión) dependerá del valor sin riesgo del título en el instante t_s, de su duration en t_s y de las expectativas del inversor en t_s.

A esta conclusión se llega calculando el valor de la renta aleatoria pendiente de vencimiento en el instante t_a aplicando la nueva función de distribución $\theta(t/\Phi > t_s)$:

$$V_{s\Phi} = \sum_{j=o}^{n} E[\partial_j]\,(1+i)^{-(t_j - t_o)} = V_o^*\left[1 - \frac{D_s}{\alpha_o^s}\right] \qquad [12]$$

donde:

V_o^* es el valor sin riesgo del título en el instante t_a,
D_s es la duration del título en t_s, y
α_o^s es el coeficiente que recoge las expectativas del inversor en t_s.

En el caso de que en t_s se hubiera producido realmente una variación en las expectativas del inversor, el resultado al que llegaríamos, teniendo en cuenta [10], sería:

$$V_{s\Phi} = \sum_{j=o}^{n} E[\partial_j]\,(1+i)^{-(t_j - t_o)} = V_o^*\,[1 - D_s/\alpha_s] \qquad [13]$$

donde:

α_s es el coeficiente que recoge las nuevas expectativas del inversor en t_s.

Compárense las expresiones [12] y [13] con [7].

Así pues, la ecuación [7], que expresaba analíticamente el teorema de valoración de activos arriesgados, se mantiene con el transcurso del tiempo, con la única modificación del coeficiente α_o, que como ya vimos sufre una «variación natural» por el mero hecho del transcurso del tiempo, siempre y cuando se mantengan las expectativas del inversor, o bien varía al modificarse dichas expectativas.

CONCLUSIONES

El resultado más importante al que hemos llegado consiste en la obtención de un modelo que permite establecer formalmente una relación entre la duration y el riesgo de insolvencia, modelo basado en una serie de hipótesis muy poco restrictivas a pesar de lo cual se obtiene un resultado muy sencillo de aplicar aunque no por ello deje de ser riguroso en cuanto a su desarrollo, y que queda resumido mediante la expresión [7].

Por otra parte, hemos podido observar los efectos del transcurso del tiempo sobre dicho modelo, introduciendo así una componente dinámica, viendo que no sufre ninguna modificación «sustancial» más que el hecho de recoger la posible nueva información que el paso del tiempo conlleva (expresiones [12] y [13]).

De esta forma son ya tres los tipos de riesgo que pueden ser analizados a través de un único instrumento, la duration. Estos riesgos son:

- Price-bond risk.
- Interest-rate risk.
- Riesgo de insolvencia.

Es precisamente la posibilidad de analizar estos tres tipos de riesgo a los que puede verse sometido el poseedor de activos financieros de renta fija, mediante un único instrumento, donde radica el interés de la duration ya que el coste que puede suponer su cálculo, por otra parte muy sencillo, se ve más que compensado por la información y las enormes posibilidades de análisis que su conocimiento conlleva.

BIBLIOGRAFIA

(1) MACAULAY, F. R.: «Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rate, Bonds, Yields and Stock Prices in the United States since 1856». Columbia University Press. New York, 1938. Reeditado en «Bond, Duration and Immunization: Early Developments and Recent Contributions». Gabriel A. Hawawini ed. Garland Publishing. New York., 1982.

(2) HICKS, J. R.: «Value and Capital». Oxford Clarendon Press, 1939.

(3) HOPEWELL, M. N., y KAUFMAN, G. G.: «Bond Price Volatility and Term to Maturity: A Generalized Respecification». *American Economic Review.* Septiembre, 1973.

(4) SAMUELSON, P. A.: «The Effects of Interest Rate Increases on the Banking System». *American Economic Review.* Marzo, 1945.

(5) FISHER, L. y WEIL, R. L.: «Coping with the riek of Market Rate Fluctuations: Returns to Bondholders from Naive and Optimal Strategies». *Journal of Bisiness*. Octubre, 1971.
(6) REDINGTON, F. M.: «Review of the Principle of Life-Office Valuations». *Journal of the Institute of Actuaries*. Vol. 18, 1952.
(7) HICKS, J. R.: *Ob. cit.*
(8) BARREIRA TURNES, M.ª T.: «Cobertura del Riesgo en las Entidades de Depósito». *Estudios Financieros de Matemática Aplicada*. N.º 3. Valencia, 1985.
(9) MACAULAY, F. R.: *Op. cit.*