

## SEGURO DE FALLECIMIENTO CON ANTICIPACIÓN PARCIAL DE LA PRESTACIÓN POR DEPENDENCIA\*

A. Alegre Escolano<sup>1</sup>, M. A. Pons Cardell<sup>2</sup>, F. J. Sarrasí Vizcarra<sup>3</sup>, J.  
Varea Soler<sup>4</sup>

### ABSTRACT

In this work we suggest an insurance of decease in which part of the amount of the insurance is advanced to the insured in the case that turns into dependence or worsens its situation of dependence. The amount of the anticipation will be according to the degree of dependence that it has reached. The insured will be able to use this anticipation to finance the acquisition, or adequacy, of a specific infrastructure as consequence of the lack of autonomy. We will calculate the premium, the mathematical provisions and will carry out the comparison with the insurance of traditional decease.

**KEYWORDS:** Autonomous, degrees of dependence, premium, mathematical provisions, dependent.

### RESUMEN

En este trabajo proponemos un seguro de fallecimiento en el que al asegurado se le anticipa parte de la cuantía del seguro en el caso que se convierta en dependiente o agrave su situación de dependencia. El importe del anticipo estará en función del grado de dependencia que haya alcanzado. El asegurado podrá utilizar este anticipo para financiar la adquisición, o adecuación, de una determinada infraestructura como consecuencia de la falta de autonomía. Calcularemos las primas así como las provisiones matemáticas y realizaremos la comparación con el seguro de fallecimiento tradicional; también plantearemos la problemática de la carencia.

---

\* La versión preliminar de este trabajo obtuvo el PREMIO MUTUA PELAYO en su segunda edición, dentro del Área Temática "Previsión Socio-Económica". Año 2006.

<sup>1</sup> *Catedrático de Universidad.* Universidad de Barcelona. Avenida. Diagonal 690, Barcelona (08034) e-mail: [aalegre@ub.edu](mailto:aalegre@ub.edu)

<sup>2</sup> *Profesor Titular de Universidad.* Universidad de Barcelona. Avenida. Diagonal 690, Barcelona (08034) e-mail: [mapons@ub.edu](mailto:mapons@ub.edu)

<sup>3</sup> *Profesor Titular de Universidad.* Universidad de Barcelona. Avenida. Diagonal 690, Barcelona (08034) e-mail: [sarrasi@ub.edu](mailto:sarrasi@ub.edu)

<sup>4</sup> *Profesor Titular de Escuela Universitaria.* Universidad de Barcelona. Avenida. Diagonal 690, Barcelona (08034) e-mail: [xvarea@ub.edu](mailto:xvarea@ub.edu)

**PALABRAS CLAVE:** Autónomo, grados de dependencia, prima, provisión matemática, dependientes.

## **1. INTRODUCCIÓN**

La exposición de motivos de la Ley de Promoción de la Autonomía Personal y Atención a las Personas en Situación de Dependencia, indica que la atención a las personas en situación de dependencia constituye uno de los principales retos de la política social de los países desarrollados. El reto no es otro que atender las necesidades de aquellas personas que, por encontrarse en situación de especial vulnerabilidad, requieren apoyos para desarrollar las actividades esenciales de la vida diaria y poder ejercer plenamente sus derechos de ciudadanía. El reconocimiento de los derechos de las personas en situación de dependencia ha sido puesto de relieve por numerosos documentos y decisiones de organizaciones internacionales, como la Organización Mundial de la Salud, el Consejo de Europa y la Unión Europea.

Aunque la Seguridad Social ha venido asumiendo algunos elementos de atención en las situaciones de dependencia como: gran invalidez, complementos de ayuda a tercera persona en la pensión no contributiva de invalidez y de la prestación familiar por hijo a cargo con discapacidad, así como las prestaciones de servicios sociales en materia de reeducación y rehabilitación de personas con discapacidad y de asistencia a las personas mayores, el incremento cuantitativo de la demanda ante situaciones de dependencia ha coincidido en el tiempo con cambios importantes en el modelo de familia, y con la incorporación progresiva de la mujer al mercado de trabajo, fenómenos, ambos, que están haciendo disminuir sensiblemente la capacidad de prestación de los cuidados familiares.

La necesidad de garantizar a los ciudadanos, y a las propias Comunidades Autónomas un marco estable de recursos y servicios para la atención a la dependencia y su progresiva importancia lleva al Estado a intervenir en este ámbito con la regulación contenida en esta Ley, que la configura como una nueva modalidad de protección social que amplía y complementa la acción protectora del Estado y del Sistema de la Seguridad Social.

La Ley de Promoción de la Autonomía Personal y Atención a las Personas en Situación de Dependencia define en el artículo 2.2 la “dependencia” como el estado de carácter permanente en que se encuentran las personas que, por razones ligadas a la falta o a la pérdida de autonomía física,

intelectual o sensorial, precisan de la atención de otra u otras personas o ayudas importantes para realizar actividades básicas de la vida diaria. Y define en el artículo 26.1 los tres grados en que se clasifica la situación de dependencia:

- a) Grado I. Dependencia moderada.
- b) Grado II. Dependencia severa.
- c) Grado III. Gran dependencia.

Tal como indica el artículo 33 de la Ley, los beneficiarios de las prestaciones de dependencia participarán en la financiación de las mismas, según el tipo y coste del servicio y su capacidad económica, y la capacidad económica del beneficiario se tendrá también en cuenta en la determinación de la cuantía de las prestaciones económicas. Este sistema de pago es el que da vía libre a la aparición de seguros privados que complementen o garanticen las cuantías que no cubrirán el sistema público.

En este trabajo proponemos una modalidad de seguro basada en un seguro de vida tradicional pero con una anticipación parcial de la prestación en caso de caer en situación de dependencia o agravarla. La ventaja de esta modalidad de seguro es que la ampliación de cobertura que incorpora no representa un gran incremento en la prima, lo cual puede ser muy ventajoso de cara a su contratación.

Según la Memoria Social del Seguro Español 2.004, realizada por Unespa a 31 de diciembre, la distribución de asegurados según las modalidades de seguro contratadas por los españoles era la siguiente:

CATEGORÍA	Nº ASEGURADOS
SEGUROS DE RIESGO (INDIVIDUALES)	12.459.253
SEGUROS DE AHORRO PARA LA JUBILACIÓN (INDIVIDUALES)	3.775.420
OTROS SEGUROS DE AHORRO (INDIVIDUALES)	3.539.605
SEGUROS DE RIESGO (COLECTIVOS)	4.651.715
SEGUROS DE AHORRO PARA LA JUBILACIÓN (COLECTIVOS)	1.464.570

Tabla I. Distribución de asegurados según las modalidades de seguros.

De estos datos se desprende que el 47% de los seguros de vida contratados son contratos individuales y corresponden a seguros de riesgo.

Es a este segmento del mercado, donde creemos que la modalidad de seguro de dependencia que presentamos en este trabajo puede ser de fácil implantación.

## **2. SEGUROS PRIVADOS DE DEPENDENCIA**

Vamos a centrar nuestro trabajo en los seguros privados de dependencia como una posible alternativa de financiación de las prestaciones a cargo de los beneficiarios.

Utilizaremos un modelo de dependencia con tres estados o grados de dependencia, que son los que se contemplan en la Ley y que ya fueron definidos en la Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud (1999), llevada a cabo por el Instituto Nacional de Estadística Español, donde  $a$  es autónomo;  $d_1$  dependiente moderado;  $d_2$  dependiente severo;  $d_3$  gran dependiente y  $m$  muerto o fallecido.

Asumiremos que el riesgo de dependencia se encuentra en patologías de carácter crónico, y por tanto, la dependencia se puede considerar como un estado irreversible en el que la persona dependiente ni puede volver a ser autónoma ni puede pasar a un grado de menor dependencia<sup>5</sup>.

En los seguros privados de dependencia que vamos a definir asumiremos que:

- Los asegurados serán personas autónomas o dependientes de edad  $x$ .
- Los seguros serán pagaderos por vencido, al final del periodo a partir del cual el asegurado adquiere la condición de dependiente o agrava su situación de dependencia.
- La variable temporal vendrá dada en años, para facilitar la nomenclatura, aunque podría generalizarse a cualquier otra periodicidad.
- La cuantía del seguro será variable según el grado de dependencia que alcance el asegurado, y consideraremos tres posibles niveles de

---

<sup>5</sup> Alegre, A; Pons, M. A.; Sarrasí, F. J.; Varea, J. (2007). Rentas y seguros privados de dependencia: un complemento a las prestaciones públicas de dependencia. *Anales, Tercera Época- Número 12*, 162.

cuantía  $c_1, c_2, c_3$ . Cuanto mayor sea el grado de dependencia padecido por el asegurado mayores prestaciones por dependencia precisará y el importe de la participación en el coste de las mismas aumentará, siempre dependiendo de su capacidad económica. Ello nos lleva a considerar que  $c_1 < c_2 < c_3$ . Para simplificar el análisis consideraremos que las cuantías son constantes, aunque se podría generalizar para cualquier tipo de variabilidad.

Vamos a proponer dos modalidades de seguros de dependencia:

- El seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por una persona autónoma.
- El seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por una persona dependiente.

En la primera modalidad diferenciaremos si el seguro se contrata sin carencia o con un cierto número de periodos de carencia, y calcularemos el importe de la prima única y la prima periódica, en cada caso, así como las provisiones matemáticas.

En la segunda modalidad vamos a diferenciar si el seguro es contratado por un dependiente moderado o por un dependiente severo, y en ambos casos sólo tiene sentido plantear la operación a prima única y sin periodos de carencia.

Para obtener el importe de la prima única o periódica a pagar por el asegurado un paso previo consiste en cuantificar las probabilidades de transición entre los estados, donde  $p_x^{i,j}$  es la probabilidad de que una persona de edad  $x$  pase del estado  $i$  al estado  $j$  en el transcurso de un año, siendo  $i, j =$  autónomo, dependiente moderado, dependiente severo, gran dependiente o muerto<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup> Alegre, A; Pons, M. A.; Sarrasi, F. J.; Varea, J. (2007). Rentas y seguros privados de dependencia: un complemento a las prestaciones públicas de dependencia. *Anales, Tercera Época- Número 12*, 163-164.

## **2.1. SEGURO DE FALLECIMIENTO CON ANTICIPACIÓN PARCIAL DE LA PRESTACIÓN POR DEPENDENCIA CONTRATADO POR UNA PERSONA AUTÓNOMA**

Se trata de un seguro de fallecimiento de cuantía  $c$  contratado por una persona autónoma de edad  $x$ , con la peculiaridad que se anticipa parte de la prestación por fallecimiento si el asegurado se convierte en dependiente antes de fallecer.

La cuantía que se anticipa se pagará al final del año en que el asegurado se convierte en dependiente, o agrave su situación de dependencia, y su importe dependerá del grado de dependencia alcanzado. Si el asegurado, antes de fallecer, pasa a ser dependiente moderado se le anticipará una cuantía  $c_1$ , si pasa a ser dependiente severo se le anticipará una cuantía  $c_2$ , y por último, si pasa a ser gran dependiente se le anticipará una cuantía  $c_3$ ; verificándose que  $c_3 > c_2 > c_1$ , esto es, se le anticipará una cuantía mayor cuanto mayor sea el grado de dependencia alcanzado. El asegurado percibirá estas cuantías de una sola vez si pasa de autónomo a dependiente, o bien, de forma escalonada si va agravando su situación de dependencia, esto es, cobrará:

- La cuantía adicional  $\Delta_1 = c_2 - c_1$  si el asegurado que, siendo ya dependiente moderado y habiendo cobrado en su momento la cuantía  $c_1$ , se convierte en dependiente severo.
- La cuantía adicional  $\Delta_2 = c_3 - c_2$  si el asegurado que, siendo ya dependiente severo, se convierte en gran dependiente.
- La cuantía adicional  $\Delta_1 + \Delta_2$  si el asegurado pasa de dependiente moderado a gran dependiente.

En caso de fallecimiento los herederos del asegurado percibirán una cuantía distinta según sea el grado de dependencia que haya alcanzado el asegurado. En esta modalidad de seguro siempre se paga una contraprestación de cuantía  $c$ , ya sea de una sola vez, si el asegurado fallece como autónomo, o bien, en varios pagos si el asegurado antes de fallecer se convierte en dependiente.

Esta operación vamos a analizarla bajo dos supuestos: seguro sin y con carencia, y en los dos casos obtendremos la prima única y las primas periódicas, así como las provisiones matemáticas.

### **2.1.1. SEGURO DE FALLECIMIENTO CON ANTICIPACIÓN PARCIAL DE LA PRESTACIÓN POR DEPENDENCIA, SIN CARENCIA, CONTRATADO POR UNA PERSONA AUTÓNOMA**

La prima única,  $\Pi$ , que deberá pagar el asegurado para contratar este seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia sin carencia es el valor actual actuarial de las prestaciones que percibirá el asegurado si pasa a dependiente, y luego fallece como tal, o bien fallece como autónomo. La prima se puede obtener como suma de cuatro primas, correspondientes a los cuatro seguros siguientes:

- $A_x^{ad_1}$  : Seguro de dependencia, contratado por un autónomo de edad  $x$  y de cuantía  $c_1$ , que se paga a la persona que ha contratado el seguro cuando se convierte en dependiente moderado.
- $A_x^{ad_2}$  : Seguro de dependencia, contratado por un autónomo de edad  $x$  y de cuantía variable, que consiste en pagar la cuantía  $c_2$  cuando la persona que ha contratado el seguro, que era autónoma, pasa a ser directamente dependiente severo, o bien, pagar la cuantía  $\Delta_1$  cuando la persona que ha contratado el seguro, que en un determinado momento se había convertido en dependiente moderado, agrava su situación de dependencia y pasa a ser considerada dependiente severo.
- $A_x^{ad_3}$  : Seguro de dependencia, contratado por un autónomo de edad  $x$  y de cuantía también variable, que consiste en pagar la cuantía  $c_3$  cuando la persona que ha contratado el seguro pasa directamente a gran dependiente, o bien, pagar la cuantía  $\Delta_2$  cuando la persona que ha contratado el seguro, que en un determinado momento se había convertido en dependiente severo, agrava su situación de dependencia y pasa a ser considerada gran dependiente, o bien, pagar la cuantía  $\Delta_1 + \Delta_2$  cuando la persona que ha contratado el seguro, que en un determinado momento se había convertido en dependiente moderado, agrava su situación de dependencia y pasa a ser considerada gran dependiente.
- $A_x^*$  : Seguro de fallecimiento, contratado por un autónomo de edad  $x$  y de cuantía variable en función del grado de dependencia que tenga el asegurado en el momento de su fallecimiento. De modo que si el asegurado fallece como:

*Seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia*

- Autónomo sus herederos cobrarán la cuantía  $c$ .
- Dependiente moderado sus herederos cobrarán la cuantía  $c - c_1$ .
- Dependiente severo sus herederos cobrarán la cuantía  $c - c_2$ .
- Gran dependiente sus herederos cobrarán la cuantía  $c - c_3$ .

El importe de la prima única,  $\Pi$ , viene dado por:

$$\Pi = A_x^{ad_1} + A_x^{ad_2} + A_x^{ad_3} + A_x^* \quad (1)$$

donde:

$$A_x^{ad_1} = c_1 \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{aa} \cdot p_{x+t}^{ad_1} \quad (2)$$

$$A_x^{ad_2} = c_2 \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{aa} \cdot p_{x+t}^{ad_2} + \Delta_1 \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{ad_1} \cdot p_{x+t}^{d_1 d_2} \quad (3)$$

$$A_x^{ad_3} = c_3 \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{aa} \cdot p_{x+t}^{ad_3} + \Delta_2 \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{ad_2} \cdot p_{x+t}^{d_2 d_3} + (\Delta_1 + \Delta_2) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{ad_1} \cdot p_{x+t}^{d_1 d_3} \quad (4)$$

$$A_x^* = c \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{aa} \cdot p_{x+t}^{am} + (c - c_1) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{ad_1} \cdot p_{x+t}^{d_1 m} + (c - c_2) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{ad_2} \cdot p_{x+t}^{d_2 m} + (c - c_3) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{ad_3} \cdot p_{x+t}^{d_3 m} \quad (5)$$

La provisión matemática correspondiente a este seguro en el momento que la persona asegurada sobrevive con edad  $y > x$ , depende del estado en el que se encuentre en esa edad. Vamos a simbolizarla por  $R_y^i$ , siendo  $i$  el estado en que se encuentra el asegurado a la edad  $y$ . De modo que si a la edad  $y$  el asegurado es:

- Autónomo, la expresión que nos permitirá determinar la provisión matemática,  $R_y^a$ , será:



$$R_y^a = A_y^{ad_1} + A_y^{ad_2} + A_y^{ad_3} + A_y^* \quad (6)$$

- Dependiente moderado, la expresión que nos permitirá determinar la provisión matemática,  $R_y^{d_1}$ , será:

$$\begin{aligned} R_y^{d_1} = & \Delta_1 \cdot \sum_{t=0}^{\omega-y-1} v^{t+1} \cdot {}_t P_y^{d_1 d_1} \cdot p_{y+t}^{d_1 d_2} + \Delta_2 \cdot \sum_{t=0}^{\omega-y-1} v^{t+1} \cdot {}_t P_y^{d_1 d_2} \cdot p_{y+t}^{d_2 d_3} + \\ & + (\Delta_1 + \Delta_2) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-y-1} v^{t+1} \cdot {}_t P_y^{d_1 d_1} \cdot p_{y+t}^{d_1 d_3} + (c - c_1) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-y-1} v^{t+1} \cdot {}_t P_y^{d_1 d_1} \cdot p_{y+t}^{d_1 m} + \\ & + (c - c_2) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-y-1} v^{t+1} \cdot {}_t P_y^{d_1 d_2} \cdot p_{y+t}^{d_2 m} + (c - c_3) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-y-1} v^{t+1} \cdot {}_t P_y^{d_1 d_3} \cdot p_{y+t}^{d_3 m} \end{aligned} \quad (7)$$

- Dependiente severo, la expresión que nos permitirá determinar la provisión matemática,  $R_y^{d_2}$ , será:

$$\begin{aligned} R_y^{d_2} = & \Delta_2 \cdot \sum_{t=0}^{\omega-y-1} v^{t+1} \cdot {}_t P_y^{d_2 d_2} \cdot p_{y+t}^{d_2 d_3} + (c - c_2) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-y-1} v^{t+1} \cdot {}_t P_y^{d_2 d_2} \cdot p_{y+t}^{d_2 m} + \\ & + (c - c_3) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-y-1} v^{t+1} \cdot {}_t P_y^{d_2 d_3} \cdot p_{y+t}^{d_3 m} \end{aligned} \quad (8)$$

- Gran dependiente, la expresión que nos permitirá determinar la provisión matemática,  $R_y^{d_3}$ , será:

$$R_y^{d_3} = (c - c_3) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-y-1} v^{t+1} \cdot {}_t P_y^{d_3 d_3} \cdot p_{y+t}^{d_3 m} \quad (9)$$

Si el abono de este seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia, sin carencia, se efectúa mediante el pago de  $n$  primas constantes, de importe  $P$ , por anticipado, mientras el asegurado de edad  $x$  es autónomo, el importe de la prima se obtiene a partir de la siguiente ecuación de equilibrio:

$$P \cdot \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t P_x^{aa} = A_x^{ad_1} + A_x^{ad_2} + A_x^{ad_3} + A_x^* \quad (10)$$

Del mismo modo, para obtener la provisión matemática en el momento en que la persona asegurada sobrevive con edad  $y > x$ , que vamos a

*Seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia*

simbolizarla de nuevo por  $R_y^i$ , siendo  $i$  el estado en que se encuentra el asegurado a la edad  $y$ , asumimos que la prima en  $y$  está pendiente de pago, debiéndose diferenciar si la provisión se determina durante el plazo de pago de primas, o bien, una vez finalizado dicho plazo:

- Durante el plazo de pago de primas, esto es, cuando  $y < x + n$ , si el asegurado es:
  - Autónomo, la expresión que nos permitirá determinar la provisión matemática,  $R_y^a$ , será:

$$R_y^a = A_y^{ad_1} + A_y^{ad_2} + A_y^{ad_3} + A_y^* - P \cdot \sum_{t=0}^{x+n-y-1} v^t \cdot {}_tP_y^{aa} \quad (11)$$

- Dependiente moderado, dependiente severo o gran dependiente las expresiones que nos permitirán determinar las provisiones matemáticas  $R_y^{d_1}$ ,  $R_y^{d_2}$  y  $R_y^{d_3}$ , son las dadas en (7), (8) y (9).
- Una vez ha finalizado el plazo de pago de primas, esto es, cuando  $y \geq x + n$ , las expresiones que nos permitirán determinar la provisión matemática si el asegurado es autónomo, dependiente moderado, dependiente severo o gran dependiente  $R_y^a$ ,  $R_y^{d_1}$ ,  $R_y^{d_2}$  y  $R_y^{d_3}$ , son las dadas en (6), (7), (8) y (9) respectivamente.

**2.1.2. SEGURO DE FALLECIMIENTO CON ANTICIPACIÓN PARCIAL DE LA PRESTACIÓN POR DEPENDENCIA, CON CARENIA, CONTRATADO POR UNA PERSONA AUTÓNOMA**

Si el seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia se pacta con  $h$  periodos de carencia, el seguro sólo se hará efectivo si el asegurado de edad  $x$  llega autónomo a la edad  $x + h$ . Si se convierte en dependiente o fallece siendo autónomo, dentro de los  $h$  periodos de carencia, no cobrará ninguna prestación.

La prima única,  $\Pi$ , que deberá pagar el asegurado para contratar este seguro es:

$$\Pi = v^h \cdot {}_hP_x^{aa} \cdot \left( A_{x+h}^{ad_1} + A_{x+h}^{ad_2} + A_{x+h}^{ad_3} + A_{x+h}^* \right) \quad (12)$$

La provisión matemática correspondiente a este seguro en el momento en que la persona asegurada sobrevive con edad  $y > x$ , depende del estado en el que se encuentre en esa edad. Vamos a simbolizarla, como en el apartado anterior, por  $R_y^i$ , siendo  $i$  el estado en que se encuentra el asegurado a la edad  $y$ , debiéndose diferenciar si la provisión se determina durante los  $h$  periodos de carencia o una vez finalizados:

- Durante los  $h$  periodos de carencia, esto es, cuando  $y < x + h$ , la provisión matemática sólo tendrá un valor distinto de cero si el asegurado permanece autónomo. En este caso, la expresión que nos permitirá determinar la provisión matemática,  $R_y^{a(x+h-y)}$ , donde  $x + h - y$  es el número de periodos que restan para finalizar la carencia, será:

$$R_y^{a(x+h-y)} = v^{x+h-y} \cdot {}_{x+h-y}P_y^{aa} \cdot (A_{x+h}^{ad_1} + A_{x+h}^{ad_2} + A_{x+h}^{ad_3} + A_{x+h}^*) \quad (13)$$

- Transcurridos los  $h$  periodos de carencia, es decir, cuando  $y \geq x + h$ , las expresiones que nos permitirán determinar la provisión matemática si el asegurado es autónomo, dependiente moderado, dependiente severo o gran dependiente,  $R_y^a$ ,  $R_y^{d_1}$ ,  $R_y^{d_2}$  y  $R_y^{d_3}$ , son las dadas en (6), (7), (8) y (9) respectivamente.

El abono del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia, con carencia, también se puede efectuar mediante el pago de  $n$  primas constantes, de importe  $P$ , por anticipado, mientras el asegurado de edad  $x$  es autónomo. Vamos a asumir que  $n \geq h$ , esto es, que como mínimo hay que pagar  $h$  primas para poder cobrar el seguro. En el caso particular que  $n = h$  se pagan tantas primas como periodos de carencia y la compañía, en caso de pago de indemnización, se asegura el cobro de las  $h$  primas. El importe de la prima periódica se obtiene a partir de la siguiente ecuación de equilibrio:

$$P \cdot \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_tP_x^{aa} = v^h \cdot {}_hP_x^{aa} \cdot (A_{x+h}^{ad_1} + A_{x+h}^{ad_2} + A_{x+h}^{ad_3} + A_{x+h}^*) \quad (14)$$

Para calcular la provisión matemática en el momento en que la persona asegurada sobrevive con edad  $y > x$ , que también vamos a simbolizar por

*Seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia*

$R_y^i$ , siendo  $i$  el estado en que se encuentra el asegurado a la edad  $y$ , hay que diferenciar tres casos  $y < x + h$ ;  $x + h \leq y < x + n$ ;  $y \geq x + n$ :

- Si  $y < x + h$ , la provisión matemática sólo tendrán un valor distinto de cero si el asegurado permanece autónomo. En este caso, la expresión que nos permitirá determinar la provisión matemática,  $R_y^{a(x+h-y)}$ , donde  $x + h - y$  es el número de periodos que restan para finalizar la carencia, será:

$$R_y^{a(x+h-y)} = v^{x+h-y} \cdot {}_{x+h-y}p_y^{aa} \cdot (A_{x+h}^{ad_1} + A_{x+h}^{ad_2} + A_{x+h}^{ad_3} + A_{x+h}^*) - P \cdot \sum_{t=0}^{x+n-1-y} v^t \cdot {}_t p_y^{aa} \quad (15)$$

- Si  $x + h \leq y < x + n$ , las expresiones que nos permitirán determinar la provisión matemática si el asegurado es autónomo, dependiente moderado, dependiente severo o gran dependiente,  $R_y^a$ ,  $R_y^{d_1}$ ,  $R_y^{d_2}$  y  $R_y^{d_3}$ , son las dadas en (11), (7), (8) y (9) respectivamente.
- Si  $y \geq x + n$ , las expresiones que nos permitirán determinar la provisión matemática si el asegurado es autónomo, dependiente moderado, dependiente severo o gran dependiente,  $R_y^a$ ,  $R_y^{d_1}$ ,  $R_y^{d_2}$  y  $R_y^{d_3}$ , son las dadas en (6), (7), (8) y (9) respectivamente.

En el caso particular que  $n = h$  sólo es necesario diferenciar si  $y < x + h$  o  $y \geq x + h$ .

## **2.2. SEGURO DE FALLECIMIENTO CON ANTICIPACIÓN PARCIAL DE LA PRESTACIÓN POR DEPENDENCIA CONTRATADO POR UNA PERSONA DEPENDIENTE**

Consiste en un seguro de fallecimiento de cuantía  $c$  contratado por una persona dependiente de edad  $x$  al que se le anticipa parte de la prestación por fallecimiento si se agrava su estado de dependencia. La cuantía del anticipo depende del grado de dependencia en que se encuentra el asegurado en el momento de la contratación, y se cobra al final del año en que el asegurado agrava su situación de dependencia.

Este seguro sólo tiene sentido plantearlo a prima única y sin periodos de carencia y hay que diferenciar si el asegurado que contrata el seguro es dependiente moderado, o bien, dependiente severo. Si el asegurado es ya gran dependiente no existirá anticipación de la prestación por dependencia.

### 2.2.1. SEGURO DE FALLECIMIENTO CON ANTICIPACIÓN PARCIAL DE LA PRESTACIÓN POR DEPENDENCIA CONTRATADO POR UNA PERSONA DEPENDIENTE MODERADA

La prima única,  $\Pi$ , que deberá pagar el asegurado para contratar este seguro se puede obtener como la suma de las primas correspondientes a los dos seguros siguientes:

- $A_x^{d_1^d}$ : Seguro de dependencia, contratado por una persona dependiente moderada de edad  $x$  y de cuantía variable, que consiste en pagar la cuantía  $c_2$  cuando la persona que ha contratado el seguro se convierte en dependiente severa, o bien, pagar la cuantía  $c_3$  cuando la persona que ha contratado el seguro pasa directamente a gran dependiente, o bien, pagar la cuantía  $\Delta_2$  cuando la persona que ha contratado el seguro, que en un determinado momento se había convertido en dependiente severo, agrava su situación de dependencia y pasa a ser considerada gran dependiente, siendo  $\Delta_2 = c_3 - c_2$ , con  $c_3 > c_2$ .
- $A_x^{d_1^*}$ : Seguro de fallecimiento contratado por una persona dependiente moderada de edad  $x$  y de cuantía variable en función del grado de dependencia que tenga el asegurado en el momento de su fallecimiento, de modo que si el asegurado fallece como:
  - Dependiente moderado sus herederos cobrarán la cuantía  $c$ .
  - Dependiente severo sus herederos cobrarán la cuantía  $c - c_2$ .
  - Gran dependiente sus herederos cobrarán la cuantía  $c - c_3$ .

El importe de la prima única,  $\Pi$ , viene dado por:

$$\Pi = A_x^{d_1^d} + A_x^{d_1^*} \quad (16)$$

donde:

*Seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia*

$$A_x^{d_1d} = c_2 \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{d_1d_1} \cdot p_{x+t}^{d_1d_2} + c_3 \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{d_1d_1} \cdot p_{x+t}^{d_1d_3} + \Delta_2 \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{d_1d_2} \cdot p_{x+t}^{d_2d_3} \quad (17)$$

$$A_x^{d_1^*} = c \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{d_1d_1} \cdot p_{x+t}^{d_1m} + (c - c_2) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{d_1d_2} \cdot p_{x+t}^{d_2m} + (c - c_3) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_x^{d_1d_3} \cdot p_{x+t}^{d_3m} \quad (18)$$

La provisión matemática correspondiente a este seguro en el momento en que la persona asegurada sobrevive con edad  $y > x$ , depende del estado en el que se encuentre en esa edad. Vamos a simbolizarla por  $R_y^i$ , siendo  $i$  el estado en que se encuentra el asegurado a la edad  $y$ . De modo que si a la edad  $y$  el asegurado es:

- Dependiente moderado, la expresión que nos permitirá determinar la provisión matemática,  $R_y^{d_1}$ , será:

$$R_y^{d_1} = A_y^{d_1d} + A_y^{d_1^*} \quad (19)$$

- Dependiente severo, la expresión que nos permitirá determinar la provisión matemática,  $R_y^{d_2}$ , será:

$$R_y^{d_2} = \Delta_2 \cdot \sum_{t=0}^{\omega-y-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_y^{d_2d_2} \cdot p_{y+t}^{d_2d_3} + (c - c_2) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_y^{d_2d_2} \cdot p_{y+t}^{d_2m} + (c - c_3) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_y^{d_2d_3} \cdot p_{y+t}^{d_3m} \quad (20)$$

- Gran dependiente, la expresión que nos permitirá determinar la provisión matemática,  $R_y^{d_3}$ , será:

$$R_y^{d_3} = (c - c_3) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_t p_y^{d_3d_3} \cdot p_{y+t}^{d_3m} \quad (21)$$

### 2.2.2. SEGURO DE FALLECIMIENTO CON ANTICIPACIÓN PARCIAL DE LA PRESTACIÓN POR DEPENDENCIA CONTRATADO POR UNA PERSONA DEPENDIENTE SEVERA

Al igual que el caso anterior, la prima única,  $\Pi$ , que deberá pagar el asegurado para contratar este seguro se puede obtener como la suma de las primas correspondientes a los dos seguros siguientes:

- $A_x^{d_2^d}$ : Seguro de dependencia, contratado por una persona dependiente severa de edad  $x$  y de cuantía  $c_3^*$ , que se paga a la persona que ha contratado el seguro cuando se convierte en gran dependiente.
- $A_x^{d_2^*}$ : Seguro de fallecimiento contratado por una persona dependiente severa de edad  $x$  y de cuantía variable en función del grado de dependencia que tenga el asegurado en el momento de su fallecimiento, de modo que si el asegurado fallece como:
  - Dependiente severo sus herederos cobrarán la cuantía  $c$ .
  - Gran dependiente sus herederos cobrarán la cuantía  $c - c_3^*$ .

El importe de la prima única,  $\Pi$ , viene dado por:

$$\Pi = A_x^{d_2^d} + A_x^{d_2^*} \quad (22)$$

donde:

$$A_x^{d_2^d} = c_3^* \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_tP_x^{d_2^d} \cdot p_{x+t}^{d_2^d} \quad (23)$$

$$A_x^{d_2^*} = c \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_tP_x^{d_2^d} \cdot p_{x+t}^{d_2^m} + (c - c_3^*) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_tP_x^{d_2^d} \cdot p_{x+t}^{d_3^m} \quad (24)$$

La provisión matemática correspondiente a este seguro en el momento en que la persona asegurada sobrevive con edad  $y > x$ , depende del estado en el que se encuentre en esa edad. Vamos a simbolizarla por  $R_y^i$ , siendo  $i$  el estado en que se encuentra el asegurado a la edad  $y$ . De modo que si a la edad  $y$  el asegurado es:

*Seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia*

- Dependiente moderado, la expresión que nos permitirá determinar la provisión matemática,  $R_y^{d_2}$ , será:

$$R_y^{d_2} = A_y^{d_2d} + A_y^{d_2*} \quad (25)$$

- Gran dependiente, la expresión que nos permitirá determinar la provisión matemática,  $R_y^{d_3}$ , será:

$$R_y^{d_3} = (c - c_3^*) \cdot \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} \cdot {}_tP_y^{d_3d_3} \cdot p_{y+t}^{d_3m} \quad (26)$$

### 3. APLICACIÓN NUMÉRICA

Para poder cuantificar la prima única y las provisiones matemáticas del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia, tanto si el seguro ha sido contratado por una persona autónoma como dependiente, vamos a utilizar la ley de supervivencia de la población general GKM-95 y las tasas de prevalencia estimadas a partir de una primera aproximación basada en los datos de la Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud (1999), llevada a cabo por el Instituto Nacional de Estadística.

La tasa de prevalencia  $\lambda_x^{d_s}$  se define como la proporción de personas dependientes de grado  $d_s$  con  $s=1, 2, 3$  y de edad  $x$ , respecto a la población general de esa edad. Para estimar las tasas de prevalencia, para cada edad y grado de dependencia, hemos realizado un ajuste paramétrico basado en el método de los mínimos cuadrados sobre una función de ajuste Gompertz-Makeham GM (0,3):

$$\lambda_x^{d_s} = e^{a_0 + a_1 \cdot y + a_2 \cdot y^2}$$

siendo,

$$s = 1, 2, 3 \quad ; \quad y = (x - \alpha) / \beta, \quad \text{para } \alpha = 52,5 \quad \text{y} \quad \beta = 46,5.$$

Los resultados del ajuste paramétrico son los que mostramos en la siguiente tabla:



	s=1	s=2	s=3
$a_0$	-4,033230691	-4,451945122	-5,312564466
$a_1$	3,690451386	5,514517028	6,373947115
$a_2$	-2,057027026	-3,094155265	-1,481258615

Tabla II. Resultados del ajuste paramétrico.

Para calcular las 14 probabilidades que aparecen en la matriz de transición<sup>7</sup>, además de las tasas de prevalencia, es necesario asumir hipótesis sobre la mortalidad de cada uno de los subcolectivos: autónomos, dependientes moderados, dependientes severos y gran dependientes, y sobre las transiciones entre los diferentes grados de dependencia:

- Calcularemos las probabilidades de fallecimiento para los distintos subcolectivos de dependientes recargando la probabilidad de fallecimiento,  $q_x$ , de la población general:

$$p_x^{d_1^m} = (1 + \delta^{d_1^m}) \cdot q_x$$

$$p_x^{d_2^m} = (1 + \delta^{d_2^m}) \cdot q_x$$

$$p_x^{d_3^m} = (1 + \delta^{d_3^m}) \cdot q_x$$

siendo  $\delta^{d_1^m}$ ,  $\delta^{d_2^m}$  y  $\delta^{d_3^m}$  los recargos por fallecimiento asociados a los grados de dependencia  $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$  respectivamente, que vamos a considerar independientes de la edad, para simplificar el análisis.

- Obtendremos las probabilidades de transición entre los grados de dependencia o dependientes, recargando las probabilidades de transición que tienen los autónomos para pasar a cualquiera de los tres grados de dependencia:

$$p_x^{d_1 d_2} = (1 + \delta^{d_1 d_2}) \cdot p_x^{ad_2}$$

$$p_x^{d_1 d_3} = (1 + \delta^{d_1 d_3}) \cdot p_x^{ad_3}$$

$$p_x^{d_2 d_3} = (1 + \delta^{d_2 d_3}) \cdot p_x^{ad_3}$$

<sup>7</sup> Alegre, A.; Pons, M. A.; Sarrasí, F. J.; Varea, J. Rentas y seguros privados de dependencia: un complemento a las prestaciones públicas de dependencia. *Anales, Tercera Época- Número 12.*, 163-164.

*Seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia*

donde,  $\delta^{d_1d_2}$ ,  $\delta^{d_1d_3}$  y  $\delta^{d_2d_3}$  son los recargos asociados a las distintas transiciones entre dependientes, que también vamos a considerar independientes de la edad, para simplificar el análisis.

Vamos a cuantificar la prima única correspondiente al seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia, sin carencia, asumiendo cuatro hipótesis respecto al valor de los recargos de fallecimiento y de transición entre los grados de dependencia, con las siguientes características comunes:

- Edad del asegurado:  $x = 50$  años.
- Tipo de interés técnico:  $i = 0,03$ .
- $c = 2.500\text{€}$ ,  $c_1 = 1.000\text{€}$ ,  $c_2 = 1.500\text{€}$ ,  $c_3 = 2.000\text{€}$  y  $c_3^* = 1.000\text{€}$ .

También vamos a comparar la prima única del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia, sin carencia, contratado por una persona autónoma, con la prima única de un seguro de fallecimiento tradicional con el mismo capital asegurado  $c = 2.500\text{€}$  y con la prima de un seguro de fallecimiento contratado por un autónomo, también con un capital asegurado  $c = 2.500\text{€}$ .

Las hipótesis que vamos a asumir en cuanto al valor de los recargos de fallecimiento y de transición entre los grados de dependencia son los siguientes:

Hipótesis	Recargos de fallecimiento $\delta^{d_1m}; \delta^{d_2m}; \delta^{d_3m}$	Recargos de transición $\delta^{d_1d_2}; \delta^{d_1d_3}; \delta^{d_2d_3}$
<b>1</b>	$\delta^{d_1m} = 0; \delta^{d_2m} = 0; \delta^{d_3m} = 0$	$\delta^{d_1d_2} = 0; \delta^{d_1d_3} = 0; \delta^{d_2d_3} = 0$
<b>2</b>	$\delta^{d_1m} = 0,1; \delta^{d_2m} = 0,15; \delta^{d_3m} = 0,2$	$\delta^{d_1d_2} = 0; \delta^{d_1d_3} = 0; \delta^{d_2d_3} = 0$
<b>3</b>	$\delta^{d_1m} = 0; \delta^{d_2m} = 0; \delta^{d_3m} = 0$	$\delta^{d_1d_2} = 0,05; \delta^{d_1d_3} = 0,05; \delta^{d_2d_3} = 0,05$
<b>4</b>	$\delta^{d_1m} = 0,1; \delta^{d_2m} = 0,15; \delta^{d_3m} = 0,2$	$\delta^{d_1d_2} = 0,05; \delta^{d_1d_3} = 0,05; \delta^{d_2d_3} = 0,05$

Tabla III. Hipótesis respecto a los recargos de fallecimiento y de transición entre los grados de dependencia.

En la primera hipótesis asumimos que las probabilidades de fallecimiento de los dependientes siguen la probabilidad de fallecimiento de la población general,  $q_x$ , y que las probabilidades de transición entre los dependientes coinciden con las probabilidades de transición que tienen los autónomos para pasar a cualquiera de los tres grados de dependencia.

En la segunda hipótesis, a diferencia de la anterior, las probabilidades de fallecimiento de los dependientes están recargadas respecto a la probabilidad de fallecimiento de la población general,  $q_x$ , siendo el valor del recargo directamente proporcional al grado de dependencia.

En la tercera hipótesis las probabilidades de fallecimiento de los dependientes siguen la probabilidad de fallecimiento de la población general,  $q_x$ , igual que en la hipótesis 1, pero hemos recargado, con el mismo recargo, las probabilidades de transición entre dependientes.

Y por último, en la cuarta hipótesis hemos recargado tanto las probabilidades de fallecimiento de los dependientes como las probabilidades de transición entre dependientes.

Los resultados obtenidos en cuanto al importe de la prima única a pagar por un asegurado autónomo, dependiente moderado o dependiente severo, de edad  $x=50$  años, que contrata un seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia, sin carencia, son los que aparecen en la siguiente tabla:

Hipótesis	Seguro contratado por un autónomo	Seguro contratado por un dependiente moderado	Seguro contratado por un dependiente severo
1	$\Pi = 1.106,69 \text{ €}$	$\Pi = 1.050,95 \text{ €}$	$\Pi = 966,28 \text{ €}$
2	$\Pi = 1.106,08 \text{ €}$	$\Pi = 1.090,21 \text{ €}$	$\Pi = 1.028,73 \text{ €}$
3	$\Pi = 1.106,66 \text{ €}$	$\Pi = 1.053,51 \text{ €}$	$\Pi = 966,28 \text{ €}$
4	$\Pi = 1.106,05 \text{ €}$	$\Pi = 1.092,64 \text{ €}$	$\Pi = 1.028,80 \text{ €}$

Tabla IV. Importe de la prima única, sin carencia, para un seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia

*Seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia*

Las diferencias entre los importes de las primas se deben a los cambios que las variaciones en los recargos  $\delta^{d_1m}, \delta^{d_2m}, \delta^{d_3m}$  y  $\delta^{d_1d_2}, \delta^{d_1d_3}, \delta^{d_2d_3}$  producen en las probabilidades de la matriz de transición.

Como puede observarse, la prima del seguro contratado por un autónomo apenas se ve afectada por el incremento en los recargos de fallecimiento, hipótesis 2, y de transición entre los grados de dependencia, hipótesis 3. En ambos casos el decremento en el importe de la prima es poco significativo. Sin embargo, al aumentar sólo los recargos por fallecimiento asociados a los tres grados de dependencia, hipótesis 2, tanto si el seguro es contratado por un dependiente moderado como por un dependiente severo, la prima aumenta. Pero si sólo aumentamos los recargos de transición entre los grados de dependencia, hipótesis 3, la prima del seguro contratado por un dependiente moderado aumenta debido a los incrementos que se producen en las probabilidades  $P_{50}^{d_1d_2}, P_{50}^{d_1d_3}, P_{50}^{d_2d_3}$ , mientras que la prima del seguro contratado por un dependiente severo no varía respecto a la hipótesis 1, ya que la prima es independiente de las variaciones que se producen en dichos recargos.

En la siguiente tabla aparece el importe de la prima única de un seguro de fallecimiento tradicional y la de un seguro de fallecimiento contratado por un autónomo, calculado bajo las cuatro hipótesis antes descritas:

Hipótesis	Seguro de fallecimiento tradicional $A_x$	Seguro de fallecimiento contratado por un autónomo $A_x^a$
1	$\Pi = 984,72 \text{ €}$	$\Pi = 966,28 \text{ €}$
2	$\Pi = 984,72 \text{ €}$	$\Pi = 964,74 \text{ €}$
3	$\Pi = 984,72 \text{ €}$	$\Pi = 966,28 \text{ €}$
4	$\Pi = 984,72 \text{ €}$	$\Pi = 964,74 \text{ €}$

Tabla V. Importe de la prima única del seguro de fallecimiento tradicional y del seguro de fallecimiento contratado por un autónomo.

Si comparamos la prima única del seguro de fallecimiento tradicional y la prima única del seguro de fallecimiento contratado por un autónomo con la del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia, sin carencia, contratado por una persona autónoma, que

aparece cuantificada en la Tabla IV, se observa que en este último la prima es superior bajo las cuatro hipótesis. El encarecimiento que implica la anticipación parcial de la prestación por dependencia oscila entre un 12,32% y un 12,38%, según las hipótesis, respecto al seguro de fallecimiento tradicional, y es de un 14,53% en las hipótesis 1 y 3, y de un 14,65% en el resto de las hipótesis, respecto al seguro de fallecimiento contratado por un autónomo.

Por otro lado, si comparamos la prima del seguro de fallecimiento tradicional con la del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por un dependiente moderado la diferencia que hay entre ambas primas disminuye respecto al caso anterior, el incremento de la prima no llega a un 7% en las hipótesis 1 y 3, y a un 11% en las hipótesis 2 y 4.

Sin embargo, la prima del seguro de fallecimiento tradicional es mayor que la prima del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por un dependiente severo en las hipótesis 1 y 3, a diferencia de lo que sucede con el resto de las hipótesis.

En los tres gráficos siguientes vamos a mostrar la evolución de la provisión matemática para el seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por una persona autónoma, por una persona dependiente moderada y por una persona dependiente severa, bajo el supuesto de la hipótesis 4.

En el gráfico 1 se muestra la evolución de la provisión matemática del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por una persona autónoma, de edad  $x=50$  años, diferenciado los cuatro posibles estados en los que se puede hallar el asegurado a la edad  $y > x$ , autónomo, dependiente moderado, dependiente severo o gran dependiente.

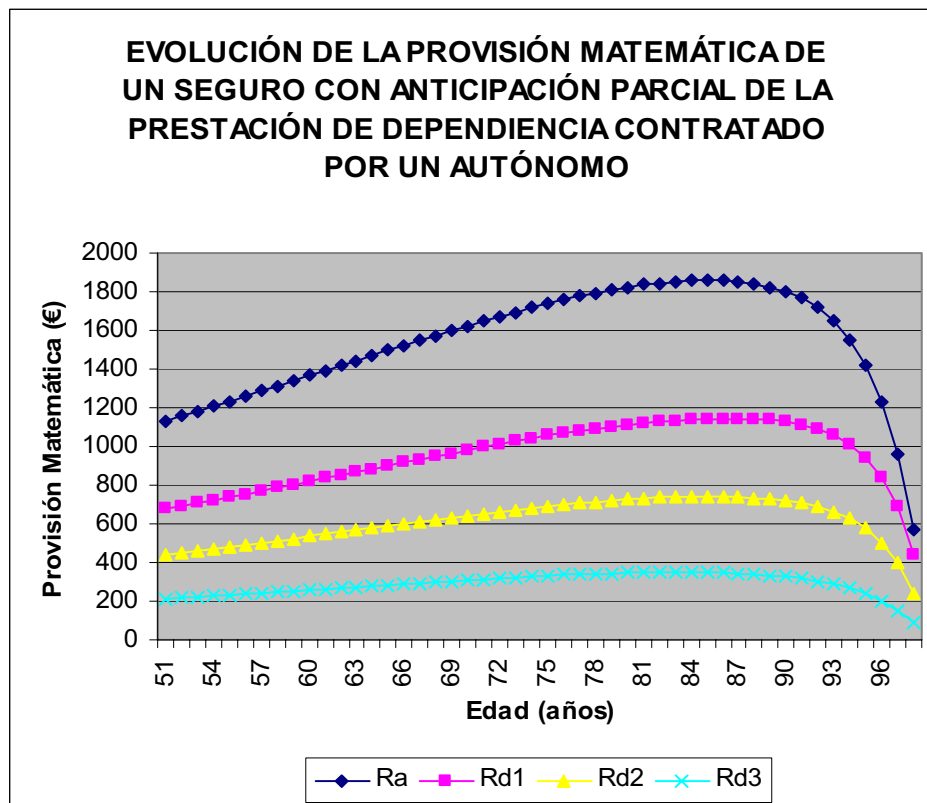


Gráfico 1. Evolución de la provisión matemática del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por un autónomo.

En los cuatro estados, la provisión matemática es creciente hasta alcanzar su máximo, que para la hipótesis que hemos asumido, se halla a la edad de 85 años si el asegurado es autónomo, a los 86 años si el asegurado es dependiente moderado, a los 85 años si es dependiente severo y a los 83 años si es gran dependiente. Una vez alcanzado el máximo la provisión matemática decrece en los cuatro estados, y su valor es menor cuanto mayor es el grado de dependencia en que se encuentre el asegurado.

En el gráfico 2 se muestra la evolución de la provisión matemática del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por una persona dependiente moderada, de edad  $x = 50$  años, diferenciado en este caso los tres posibles estados en los que se puede hallar el asegurado a la edad  $y > x$ , dependiente moderado, dependiente severo o gran dependiente.

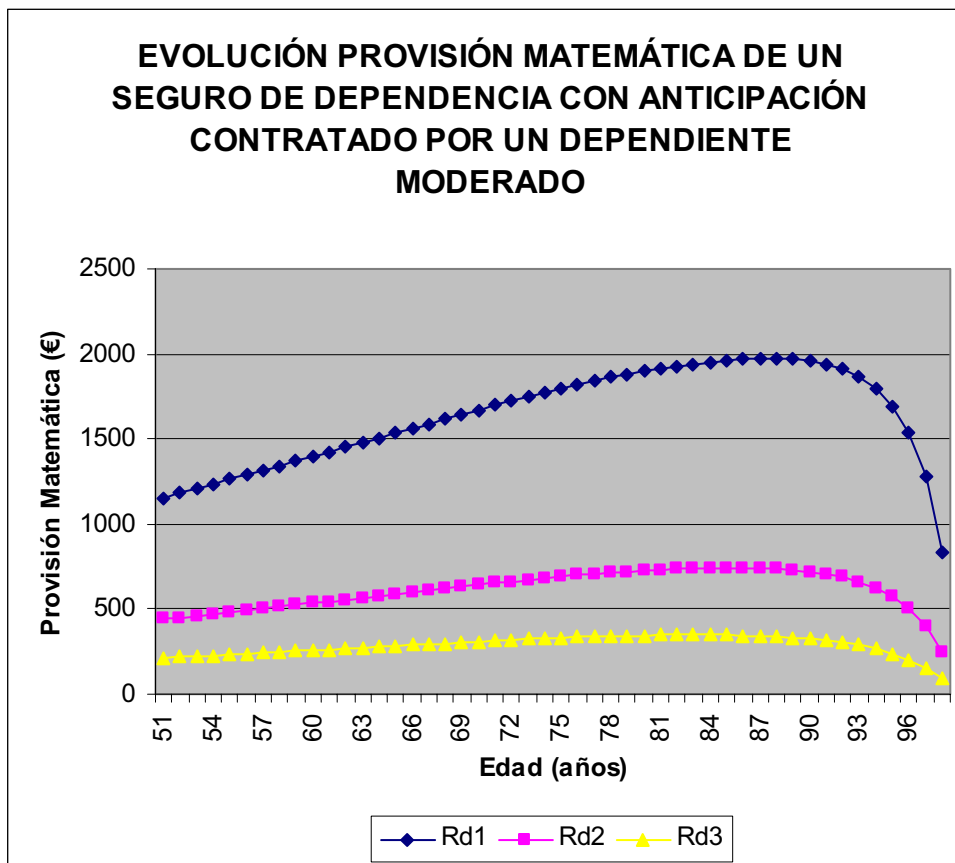


Gráfico 2. Evolución de la provisión matemática del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por un dependiente moderado.

En los tres estados que puede hallarse el asegurado a la edad  $y > x$ , la provisión matemática es creciente hasta alcanzar su máximo, que para la hipótesis que hemos asumido, se halla a la edad de 88 años si el asegurado es dependiente moderado, a la edad de 85 años si el asegurado es dependiente severo y a los 83 años si es gran dependiente. Una vez alcanzado el máximo la provisión matemática decrece en los tres estados. Como puede también apreciarse, el valor de la provisión matemática es menor cuanto mayor es el grado de dependencia en que se encuentre el asegurado a la edad  $y$ .

Por último en el gráfico 3, se muestra la evolución de la provisión matemática del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por una persona dependiente severa,

*Seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia*

de edad  $x=50$  años. En este caso sólo hay dos posibles estados en los que se puede hallar el asegurado a la edad  $y > x$ , dependiente severo o gran dependiente.

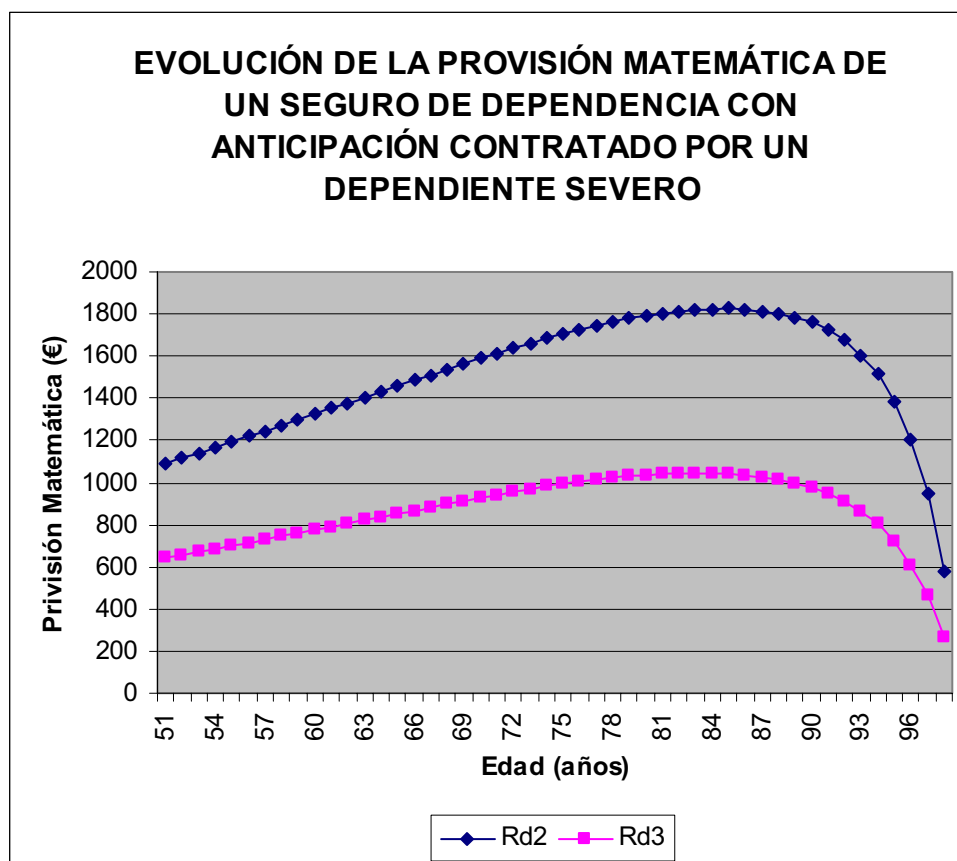


Gráfico 3. Evolución de la provisión matemática del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por un dependiente severo.

El comportamiento de la provisión matemática es el mismo que en los dos gráficos anteriores, creciente para las primeras edades hasta alcanzar su máximo, que para la hipótesis que hemos asumido, se halla a la edad de 85 años si el asegurado es dependiente severo y a la edad de 83 años si el asegurado es gran dependiente. También como en los dos gráficos anteriores, el valor de la provisión matemática es menor cuanto mayor es el grado de dependencia en que se encuentre el asegurado a la edad  $y$ .



#### **4. CONCLUSIONES**

En este trabajo hemos propuesto un seguro de fallecimiento que incorpora como novedad la anticipación al asegurado, de parte de la prestación de fallecimiento, en caso de que pase a ser dependiente o agrave su situación de dependencia. Las dos modalidades de seguros de dependencia que hemos analizado son:

- El seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por una persona autónoma.
- El seguro fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por una persona dependiente.

En la primera modalidad hemos diferenciado si el seguro se contrata sin carencia o con un cierto número de periodos de carencia y en la segunda modalidad hemos distinguido si el seguro es contratado por un dependiente moderado o por un dependiente severo.

El modelo utilizado para desarrollar estos seguros se basa en un proceso de Markov estacionario y contempla los tres grados de dependencia que se prevén en la Ley. Debido a la falta de información, los recargos por fallecimiento asociados a los grados de dependencia,  $\delta^{d_1m}$ ,  $\delta^{d_2m}$ ,  $\delta^{d_3m}$  y los asociados a las distintas transiciones entre grados de dependencia,  $\delta^{d_1d_2}$ ,  $\delta^{d_1d_3}$ ,  $\delta^{d_2d_3}$  se han supuesto independientes de la edad y en la aplicación numérica hemos considerado cuatro hipótesis respecto a posibles valores que éstos pueden tomar.

Para los datos objeto de estudio, el encarecimiento que implica la anticipación parcial de la prestación por dependencia en el seguro de fallecimiento, sin carencia, contratado por un autónomo respecto al seguro de fallecimiento tradicional oscila entre un 12,32% y un 12,38%, según las hipótesis, y respecto al seguro de fallecimiento contratado por un autónomo el encarecimiento es de un 14,53% en las hipótesis 1 y 3, y de un 14,65% en el resto de las hipótesis.

Sin embargo, el encarecimiento que implica la anticipación parcial de la prestación por dependencia de un seguro contratado por un dependiente moderado respecto a la prima del seguro de fallecimiento tradicional no llega a un 7% en las hipótesis 1 y 3, y a un 11% en las hipótesis 2 y 4.

Por otro lado, la prima del seguro de fallecimiento tradicional es mayor que la prima del seguro de fallecimiento con anticipación parcial de la prestación por dependencia contratado por un dependiente severo, tanto en la hipótesis 1 como en la 3.

En general, el impacto en la prima que representa la inclusión de la cobertura de dependencia, no es excesivamente alto, lo que puede justificar la implantación de este tipo de seguros en el mercado.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- Alegre, A. (1990). *Valoración actuarial de prestaciones relacionadas con la invalidez*. Publicacions Universitat de Barcelona. Barcelona.
- Alegre, A.; E.; Pons, M.A.; Sarrasí, F. J.; Varea, J.; Pociello, E. (2007). Modelo discreto de transiciones entre estados de dependencia. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles, Tercera Época- Número 10. Año 2004*. Madrid.
- Alegre, A; Pons, M. A.; Sarrasí, F. J.; Varea, J.(2007). Rentas y seguros privados de dependencia: un complemento a las prestaciones públicas de dependencia. . *Anales del Instituto de Actuarios Españoles, Tercera Época- Número 12. Año 2006*. Madrid.
- Amsler, M.H. (1968). Les chaînes de Markov des assurances vie, invalidité et maladie. *Transactions of the 18th International Congress of Actuaries, volumen 5, 731-746*. Mónaco.
- Forfar, D.O.; McCutcheon, M.A.; Wilkie, A.D.(1988). On graduation by mathematical formula. *Journal of the institute of actuaries, vol. 115, 1-149*.
- Haberman, S.; Pitacco, E. (1999). *Actuarial models for disability insurance*. Chapman and Hall. Londres.
- Hoem, J.M. (1969). Markov chain models in life insurance. *Blätter der deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematiker IX, núm. 2, 91-107*.
- ICEA (2005). *El seguro de dependencia. Guía para el desarrollo de productos de larga dependencia en España*.
- IMSERSO (2005). *Libro Blanco sobre la atención a las personas en situación de dependencia en España*.
- INE (2000). Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de salud de 1999. Madrid.
- INE (2001). Proyecciones de población. Madrid.
- Pitacco, E. (1995). Modelli attuariali per le assicurazioni sulla salute. *CERAP*.
- Wolthuis, H. (1994). Life insurance Mathematics (The Markovian model). *CAIRE Education series n. 2*. University of Amsterdam. Bruselas.