# UN MODELO BONUS-MALUS CON ASIGNACIÓN DE TARIFAS MÁS COMPETITIVAS EN EL MERCADO DE SEGURO DE AUTOMÓVILES

José Mª Pérez Sánchez[1], Emilio Gómez Déniz[2] y Enrique Calderín Ojeda[3]


## Resumen

En el mercado de seguros de automóviles europeo, para el cálculo de la prima, se utiliza mayoritariamente un sistema de tarificación llamado *Bonus-Malus*, caracterizado por el hecho de que la prima únicamente se modifica atendiendo al número de reclamaciones que se produzcan en el período. Este trabajo trata el problema de penalización no equitativa que se produce en todos los sistemas de tarificación *Bonus-Malus*, en el sentido de que algunos asegurados pagan más de lo que debieran si tenemos en cuenta su experiencia de reclamaciones. En muchas ocasiones, las penalizaciones que se producen incrementando la prima de los asegurados *malus* son excesivas, lo que puede acarrear serios problemas de competitividad y, consecuentemente, de suficiencia a la compañía aseguradora.

## Abstract

*Bonus-Malus* system is the most commonly-used premium rating method in European auto insurance market. This system is based on the fact that the premium is only modified according to the number of claims declared in a period of time. In this paper we deal with the problem of unfair penalization in *Bonus-Malus* system. It occurs when insureds pay more than their pure premium according to their individual claim history. On many occasions, the premium increase for the *malus* class insureds is excessive and it could lead the insurance company to a lack of competitiveness and financial equilibrium problems.


**Palabras Clave:** *prima de seguros, Bonus-Malus, tarificación a posteriori.*

---

[1] Departamento de Métodos Cuantitativos. Universidad de Granada. josema@ugr.es
[2] Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. egomez@dmc.ulpgc.es
[3] Department of Economics. The University of Melbourne. enrique.calderin@unimelb.edu.au
Este artículo se ha recibido en versión revisada el 10 de octubre de 2011.

## 1. INTRODUCCIÓN

La metodología del sistema de tarificación *Bonus-Malus*, SBM en adelante, fue introducida en Europa en la década de los 60, siguiendo los trabajos de Bühlmann (1967, 1969), entre otros. En 1958 se empezó a aplicar en Francia, para ir extendiéndose poco a poco a casi todo el resto de Europa.

El diseño de un SBM depende de la regulación existente en cada país. Si la tarifa la impone el gobierno y cada compañía aseguradora ha de adoptarla, no existen razones comerciales para igualar el riesgo a la prima haciendo uso de toda la información relevante disponible. Las autoridades pueden decidir, por razones socioeconómicas, por ejemplo, excluir de la estructura de tarifas un determinado factor de riesgo. También, el gobierno puede corregir los desequilibrios de un sistema basado únicamente en información a *priori* utilizando un factor *malus*, que penaliza a las reclamaciones fuertemente.

El SBM es un método de tarificación en el que los asegurados se agrupan en clases según el número de reclamaciones que hayan realizado hasta el período actual. Por lo tanto, se calculan las primas de seguro aplicables para cada póliza individual, ajustadas por una cantidad que depende de la experiencia pasada de cada asegurado, penalizando a los contratantes de pólizas, en caso de reclamaciones, mediante subidas en la prima que éstos deben de pagar. Han sido numerosos los estudios realizados sobre este método de tarificación, entre los que destacan De Pril, (1978), Lemaire (1979, 1985, 1988, 1995, 1998), Tremblay (1992), Coene y Doray (1996), Shengwang y Whitmore (1999), Walhin y Paris (1999), Frangos y Vrontos (2001), Heras et al. (2002), Morillo y Bermúdez (2003), Sarabia et al. (2004), Gómez-Déniz et al. (2005) y Gómez-Déniz y Sarabia (2008).

Sin embargo, en muchas ocasiones, las penalizaciones de los sistemas de tarificación *Bonus-Malus* son excesivas. Esto puede acarrear serios problemas de competitividad y, consecuentemente, de equilibrio financiero a la compañía aseguradora (ver Baione *et. al*, 2002, Verico, 2002 y Pitrebois *et. al*, 2006). Entendemos por penalización a los incrementos de la prima debido a la existencia de reclamaciones por parte de los asegurados en un período establecido, normalmente anual. Este problema, que denominaremos de sobrecargas surge porque la compañía aseguradora no puede distinguir entre los asegurados de un mismo grupo, no pudiendo discriminar entre los asegurados con mayor frecuencia de reclamaciones y los de menor frecuencia. Analizaremos un método de reducción de estas sobrecargas en el que utilizaremos la función de utilidad exponencial y que tiene en cuenta la actitud de la compañía aseguradora ante el riesgo.

Este trabajo pretende ser un análisis introductorio a una metodología, propuesta por Lemaire (1979), que busca la disminución de las sobrecargas sin que ello perjudique la balanza comercial y financiera de la empresa. El artículo está estructurado como sigue. La sección 2 expone el método estándar de tarificación en los SBM. La sección 3 introduce una metodología con la que se obtienen precios más competitivos. Ilustraremos su ventaja mediante un ejemplo incorporado en ambas secciones. Por último, en la sección 4, se exponen las conclusiones más destacadas del trabajo.

## 2. METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LA PRIMA EN UN SBM

Los SBM, que aplican la mayoría de los países desarrollados en el ramo de automóviles, penalizan a los asegurados que realizan reclamaciones mediante aumentos en la prima que éstos deben pagar (cantidades *malus*). Por contra, recompensan a los conductores que no realizan ningún tipo de reclamación con descuentos sobre la prima (cantidades *bonus*). De esta forma, los asegurados se ven motivados a realizar una conducción más cuidadosa.

El objetivo principal del SBM es que todos los asegurados paguen, en el largo plazo, una prima que se corresponda con su propia experiencia de reclamaciones. La metodología bayesiana juega aquí un papel importante con la incorporación de la llamada distribución a *priori* y el cálculo de la distribución a *posteriori* a partir de la primera y de la experiencia observada.

En los problemas de tarificación actuarial, y en particular en los SBM, es usual considerar la función de utilidad exponencial,

$$u(z) = \frac{1}{c}(1 - e^{-cz}), \quad c > 0,$$

donde $z$ mide la riqueza de la compañía aseguradora, $c > 0$ la aversión al riesgo de la misma y $k$ el número de reclamaciones. Esta función posee propiedades deseables desde el punto de vista actuarial; ver, por ejemplo, Gerber (1974), Straub (1992), Tremblay (1992), Lemaire y Zi (1994) y Lemaire (1979, 1985, 1995). Para calcular la prima se utiliza la siguiente regla

$$u(z) = \sum_k u(z + \mathcal{P} - k) f(k),$$

siendo *f(k)* la función de densidad de probabilidad del número de reclamaciones, y en la que se iguala la utilidad de la posición actual de la compañía con la utilidad esperada después de aceptar la operación de aseguramiento. Es sencillo, utilizando la función de utilidad exponencial, obtener la siguiente expresión para $\mathcal{P}$:

$$\mathcal{P} = \frac{1}{c}\ln \mathcal{M}_k(c), \quad \text{con } \mathcal{M}_k(c) = \sum_k e^{ck} f(k). \tag{1}$$

Consideremos ahora una cartera de seguros de automóviles en el que la propensión de reclamación para cada asegurado, póliza o grupo de asegurados está caracterizada por un parámetro de riesgo $\theta$. Es usual considerar que el número de reclamaciones de cada póliza sigue una distribución de Poisson con media $\theta > 0$:

$$f(k|\theta) = \frac{e^{-\theta}\theta^k}{k!},$$

cuyo parámetro $\theta$ varía de un individuo (póliza) a otro, reflejando con ello la propensión de reclamación de cada individuo. Utilizando (1) se obtiene el siguiente valor para la prima

$$\mathcal{P} \equiv \mathcal{P}(\theta) = \frac{\theta}{c}(e^c - 1),$$

que se le conoce como la *prima de riesgo*. En estadística actuarial, sin embargo, es usual considerar el parámetro de riesgo $\theta$ aleatorio, y distribuido en la cartera de seguros de acuerdo a una función de densidad Gamma (distribución a priori) de parámetros $a > 0,\ b > 0$.

$$\pi_0(\theta) = \frac{b^a}{\Gamma(a)}\theta^{a-1}e^{-b\theta}.$$

En este caso, la prima que la compañía cobra es la prima colectiva, que en nuestro caso viene dada por

$$\mathcal{P}^* = \frac{1}{c}\ln\int_0^\infty e^{\mathcal{P}(\theta)}\pi(\theta)d\theta = \frac{a}{c}\ln\left(\frac{b}{b-e^c+1}\right), \quad b > e^c - 1. \tag{2}$$

Supongamos ahora que el número de reclamaciones en los períodos consecutivos está igualmente distribuido y no hay influencia de un período a otro. Además, al comenzar el período $t+1$ conocemos las reclamaciones $k_1, k_2, ..., k_t$ de los períodos precedentes. Tomando $\overline{k} = \sum_{i=1}^{t} k_i / t = k / t$, la función de verosimilitud viene dada por:

$$f\left(\overline{k}\middle|\theta\right) = e^{-t\theta}\theta^k \Big/ \prod_{i=1}^{t} k_i \ ,$$

y la distribución a *posteriori*, es de nuevo una distribución gamma, ahora con parámetros revisados *a+k* y *b+t*:

$$\pi\left(\theta\middle|\overline{k}\right) \propto \theta^{a+k-1}e^{-(b+t)\theta}.$$

Con esta información disponible la compañía de seguros puede revisar la prima colectiva y cobrar como valor de la prima la cantidad

$$\mathcal{P}(k,t) = \frac{1}{c}\ln\int_0^\infty e^{\mathcal{P}(\theta)}\pi(\theta|\overline{k})d\theta = \frac{a+k}{c}\ln\left(\frac{b+t}{b+t-e^c+1}\right), \quad b+t > e^c - 1, \tag{3}$$

que se le conoce como *prima Bayes* (prima a posteriori) o prima basada en la experiencia de reclamaciones. Obsérvese, como era previsible, que $\mathcal{P}^* = \mathcal{P}(0,0)$.

Como ya se comentó anteriormente, los SBM penalizan a los asegurados que realizan reclamaciones mediante aumentos en las primas, recompensando, como contrapartida, a los asegurados que no realizan ninguna reclamación. Para la consecución de este objetivo es usual considerar como valor de la prima el cociente entre una magnitud a *posteriori* y una magnitud a *priori*, multiplicada por 100. En nuestro caso, considerando la función de utilidad exponencial este objetivo puede alcanzarse dividiendo (2) entre (3) y multiplicando por 100, de manera que se obtiene:

$$\mathcal{P}_{\mathcal{BM}}(k,t) = 100\frac{(a+k)\ln\left(\dfrac{b+t}{b+t-e^c+1}\right)}{a\ln\left(\dfrac{b}{b-e^c+1}\right)}, \quad b > e^c - 1, \quad k = \sum_{i=1}^{t} k_i = t\bar{k} \tag{4}$$

Así se consigue que cuando se pasa de un período $t_1$ a otro $t_2$, $(t_1 < t_2)$, la prima se incremente conforme el asegurado pasa de una clase con $k_1$ reclamaciones a otra con $k_2$ reclamaciones $(k_1 < k_2)$ , mientras que disminuya la prima si el asegurado no experimenta reclamación.

**Ejemplo.** Consideremos una ilustración específica. La información que se dispone de la cartera aparece en la tabla 1, que muestra los datos extraídos de un ejemplo de Lemaire (1979) correspondiente a la distribución del número de reclamaciones de una cartera de seguros de automóviles con cobertura de responsabilidad a terceros, de una compañía aseguradora belga. De esta forma, por ejemplo, de los 10000 asegurados que componen la cartera, en el primer año (*t=1*) 9059 no han realizado ninguna reclamación, 877 realizaron 1 reclamación, 58 efectuaron 2 reclamaciones y 6 demandaron hasta 3 reclamaciones.

**Tabla 1. Información de la cartera**

| | Número de reclamaciones (*k*) | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *t* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 10000 | | | | | | |
| 1 | 9059 | 877 | 58 | 6 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 8297 | 1472 | 197 | 31 | 2 | 1 | 0 |
| 3 | 7584 | 1947 | 381 | 73 | 12 | 2 | 1 |
| 4 | 6991 | 2238 | 600 | 130 | 29 | 8 | 4 |

La tabla 2 muestra en la columna de las frecuencias absolutas observadas el número de asegurados con 0,1,2,3,4 y más de 4 reclamaciones. La media y varianza muestrales son, respectivamente, 0.1011 y 0.1074.

Es fácil comprobar que la distribución del número de reclamaciones para toda la cartera, independientemente del parámetro de riesgo $\theta$, sigue una distribución binomial negativa de la forma:

$$p_k = \int_0^\infty f(k|\theta)\pi(\theta)d\theta = \binom{k+a+1}{k}\left(\frac{b}{1+b}\right)^a\left(\frac{1}{1+b}\right)^k$$

Aplicando el método de estimación de los momentos, los parámetros de la distribución a *priori* estimados son $a$=1.6049 y $b$=15.8778. Puede observarse en la tabla 2 que con estos datos las frecuencias ajustadas mediante la distribución binomial negativa son bastante buenos.

**Tabla 2. Distribución del número de reclamaciones**

| | Frecuencias absolutas | |
|---|---|---|
| Número de reclamaciones | Observadas | Ajustadas |
| 0 | 96978 | 96895.0 |
| 1 | 9240 | 9222.5 |
| 2 | 704 | 711.7 |
| 3 | 43 | 50.7 |
| 4 | 9 | 3.5 |
| Más de 4 | 0 | 0 |
| Total | 106974 | 106974 |

Suponiendo un coste fijo por reclamación de 100 unidades monetarias, las primas *bonus-malus* a cobrar, teniendo en cuenta (4) se recogen en la tabla 3, en la que se ha tomado como constante de aversión al riesgo el valor $c$=0.4.

**Tabla 3. Primas obtenidas utilizando la expresión (4)**

| Número de reclamaciones ($k$) | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 10000 | - | - | - | - | - | - |
| 1 | 9399 | 15255 | 21111 | 26967 | - | - | - |
| 2 | 8666 | 14390 | 19914 | 25438 | 30962 | 36486 | - |
| 3 | 8399 | 13617 | 18845 | 24072 | 29300 | 34528 | 39755 |
| 4 | 7962 | 12923 | 17885 | 22850 | 27807 | 32768 | 37730 |

Como podemos observar, por ejemplo, un asegurado que hasta el período 2 no ha presentado reclamación paga 8666 u.m., mientras que si, en el siguiente período, realiza una reclamación pasar a pagar 13617 u.m. Por el contrario, si en el siguiente período no efectúa reclamación su prima disminuye en 267 u.m.

## 3. MODELO CON PRECIOS MÁS COMPETITIVOS.

En la figura 1 podemos observar, después de tres años ($t$=3), la distribución a *posteriori* de la frecuencia de reclamaciones de dos grupos de asegurados. La distribución de la izquierda se corresponde con el grupo de asegurados situados en $k$=0 (asegurados *bonus*), mientras que la derecha se refiere al grupo $k$=3 (asegurados *malus*). La zona sombreada nos indica el área en el que ambas distribuciones se solapan para valores menores de la media del grupo $k$=0, en ella se producen sobrecargas en grupos de asegurados que pagan más y, sin embargo, tienen una frecuencia de reclamaciones incluso menor que la media de los asegurados *buenos*, 0.085 Además, la sobrecarga aumenta a medida que se incrementa el número de reclamaciones, ya que las sobrecargas no equitativas de las primas son más acentuadas en aquellas clases con mayor número de reclamaciones. A la vista de la tabla 3 podemos observar cómo, en el período tercero, los asegurados pertenecientes al grupo 3 pagan aproximadamente 2.86 veces más que los del grupo $k$=0, aún cuando la frecuencia de reclamaciones real de muchos de ellos es menor que la media del grupo $k$=0. Este subgrupo de asegurados (zona sombreada en la figura) está penalizado indebidamente ya que paga casi el triple de su media de reclamaciones. Además, el problema aumenta debido a que la compañía aseguradora no puede distinguir exactamente qué asegurados del grupo pertenecen al subgrupo penalizado.

Esto, obviamente, representa un problema para la compañía aseguradora, pues los asegurados situados en las clases *malus* $(k > 0)$ pueden optar por abandonar dicha compañía para asegurarse en otra con precios más competitivos. Además, para la aseguradora, el perder los ingresos que le suponen estos clientes supone no poder compensar el descuento que lleva a cabo a los asegurados de la clase *bonus* $(k = 0)$. Todo esto puede desembocar en que se rompa el equilibrio financiero de la empresa aseguradora. De aquí que sea necesario desarrollar una nueva metodología que permita disminuir la prima de los asegurados *malus*. Como contrapartida, se incrementarán las primas de los asegurados *bonus*. Bastará un ligero incremento para reequilibrar el sistema puesto que la mayoría de los asegurados están situados en la clase *bonus*.

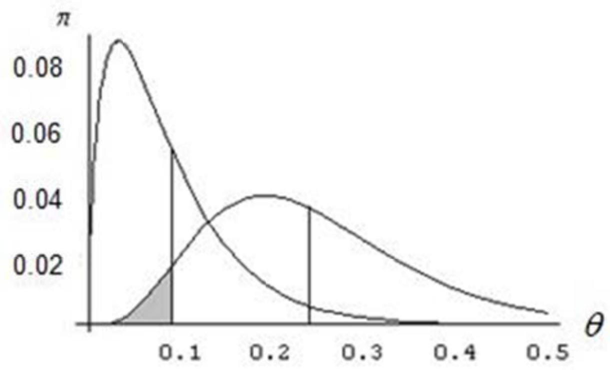


**Figura 1. Distribuciones a *posteriori* para la frecuencia de reclamaciones**

Para analizar el siguiente modelo, que trata de paliar las sobrecargas, empezaremos aclarando algunas notaciones importantes:

- $\mathcal{N}_k$ es la frecuencia absoluta de reclamaciones del grupo *k*.

- $\mathcal{N} = \sum_{k=0}^{m} \mathcal{N}_k$ , es el número total de asegurados de la compañía aseguradora.

- *m* es el máximo valor que puede tener *k*, el número total de clases en las que se subdivide la cartera.

Para la disminución de las sobrecargas proponemos tomar como valor de la prima el valor $\mathcal{P}^*(k,t)$ que soluciona el siguiente problema de optimización.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Max} & \mathcal{Z} = \dfrac{1}{\mathcal{N}} \displaystyle\sum_{k=0}^{m} \mathcal{N}_k \int_0^\infty \frac{1}{c} \left[1 - e^{c\left(\mathcal{P}(\theta) - \mathcal{P}^*(k,t)\right)}\right] \pi\left(\theta \middle| k\right) d\theta \\ \\ \text{s.a} & \dfrac{1}{\mathcal{N}} \displaystyle\sum_{k=0}^{m} \mathcal{N}_k \mathcal{P}^*\ (k,t) = \mathcal{P}^*, \end{array}\right\} (\text{P})$$

donde $\mathcal{P}^*$ es la prima colectiva. Esta restricción iguala la prima media que se cobra a los asegurados con la prima colectiva e impone la condición de suficiencia para la empresa aseguradora.

Este modelo difiere sustancialmente del propuesto por Lemaire (1979), pues este tomaba $\mathcal{P}^* = \mathcal{P}(\theta) = \overline{\theta}$, lo que tendría sentido sólo si se trabajase bajo el principio de prima neta (véase Gómez *et. al*, 2002).

**Proposición 1.** El valor $\mathcal{P}^*(k,t)$ solución del problema (P) viene dado por

$$\mathcal{P}^*\ (k,t) = \mathcal{P}^*_{\pi_0} + \frac{1}{c}\left[\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=0}^{m} \mathcal{N}_i \ln\ \mathcal{M}_i(-c) - \ln \mathcal{M}_k(-c)\right], \tag{5}$$

con $\quad \mathcal{M}_i(-c) = \int_0^\infty e^{-c\mathcal{P}(\theta)} \pi(\theta|k) d\theta.$

*Demostración*.- Basta considerar la función lagrangiana

$$\Psi = \frac{1}{c}\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{k=0}^{m} \mathcal{N}_k \int_0^\infty e^{-c\left(\mathcal{P}(\theta) - \mathcal{P}^*(k,t)\right)} \pi\left(\theta \middle| \overline{k}\right) d\theta - \alpha\left(\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{k=0}^{m} \mathcal{N}_k \mathcal{P}^*(k,t) - \mathcal{P}^*\right).$$

donde $\alpha$ es el multiplicador de Lagrange y simples cálculos llevan al resultado deseado. □

Luego, bajo un SBM la prima a cobrar vendrá dada por

$$\mathcal{P}^{*}_{\mathcal{BM}}\ (k,t) = 100\frac{\mathcal{P}^{*}(k,t)}{\mathcal{P}^{*}(0,0)}. \tag{6}$$

donde $\mathcal{P}^{*}(k,t)$ está dada por (5).

**Ejemplo** (Continuación)**.** Calculando de nuevo las primas *bonus-malus*, ahora con la expresión (6), obtenemos los valores que figuran en la tabla 4. Hemos conseguido otro conjunto de primas que, sujetas a la restricción presupuestaria, mejoran la situación inicial, manteniendo constante el valor de la constante de aversión al riesgo *c*.

**Tabla 4. Primas obtenidas utilizando la expresión (6)**

| Número de reclamaciones (*k*) | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *t* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 10000 | - | - | - | - | - | - |
| 1 | 9425 | 15113 | 20801 | 26489 | - | - | - |
| 2 | 8940 | 14314 | 19688 | 25062 | 30436 | 35811 | - |
| 3 | 8476 | 13569 | 18662 | 23755 | 28848 | 33941 | 39034 |
| 4 | 8060 | 12900 | 17740 | 22580 | 27420 | 32260 | 37100 |

Puede observarse que los asegurados situados en la clase *bonus* han sufrido un ligero incremento en el valor de las primas a cobrar, mientras que los asegurados situados en las clases *malus* se ven afectados por una reducción considerable de sus primas.

## 4. CONCLUSIONES

En este trabajo, proponemos un modelo alternativo de disminución de las sobrecargas indebidas que se producen en todos los SBM. La metodología existente anteriormente, ver Lemaire (1979), conseguía disminuir las sobrecargas, pero modificando sustancialmente el parámetro de aversión al riesgo *c*. Como sabemos, esta constante mide la aversión al riesgo de la compañía de seguros, por lo que no parece muy coherente realizar modificaciones de este valor con el fin de solucionar el problema de las sobrecargas. Lo razonable es considerar que este valor es fijo para un asegurador, y sólo varíe entre distintos decisores (aseguradores). Además, esta metodología conseguía la reducción de sobrecargas mediante elevados incrementos en las primas que se cobran a los "buenos" asegurados y pequeñas disminuciones en las primas correspondientes a los "malos" conductores. Nosotros, proponemos una metodología que mejora sensiblemente estos resultados, en el sentido de que fija primas que consiguen disminuir las sobrecargas, sin penalizar excesivamente al grupo de los "buenos" riesgos y bonificando menos al grupo de los "malos". Esto puede ser posible debido a que el número de conductores en la zona de los buenos asegurados suele ser muy superior al número de asegurados en la zona de los malos.

Además, como se ha comentado anteriormente, todo SBM óptimo debe satisfacer que las primas sean suficientes y equitativas. Con respecto a esto último, el objetivo fundamental del trabajo es disminuir las injusticias existentes en este sentido, y creemos que este objetivo se alcanza con el modelo propuesto en este trabajo.

## Agradecimientos

Los autores agradecen a un evaluador anónimo los valiosos comentarios realizados a una versión previa de este trabajo.

EGD agradece al Ministerio de Educación y Ciencia (proyecto ECO2009(14152).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Baione, F.; Levantesi, S. y Menzietti, M. (2002): "The development of an optimal Bonus-Malus system in a competitive market". *Astin Bulletin*, vol. 32, nº 1, pp. 159-169.

Bühlmann, H. (1967): "Experience rating and credibility", *Astin Bulletin*, vol. IV-III, pp. 199-207.

Bühlmann, H. (1969): "Experience rating and credibility". *Astin Bulletin*, vol. V-III, pp. 157-165.

Coene, G. y Doray, L. (1996). "A financially balanced Bonus-Malus System". Astin Bulletin, vol. 26, pp. 107-116.

De Pril, N. (1978): "The Efficiency of a Bonus-Malus System". *Astin Bulletin*, vol. 10, nº 1, pp. 59-72.

Frangos, N. y Vrontos, S. (2001): “Design of optimal Bonus-Malus systems with a frequency and severity component on an individual basis in automobile insurance”. *Astin Bulletin*, vol. 31, nº 1, pp. 1-22.

Gerber, H. (1974): “On additive premium calculation principles”. *Astin Bulletin*, vol. 7, pp. 215-222.

Gómez-Déniz, E.; Pérez, J., Hernández, A. y Vázquez, F. (2002). “Measuring sensitivity in a Bonus-Malus system”. *Insurance: Mathematics and Economics*, 31 (1), pp. 105-113.

Gómez-Déniz, E., Bermúdez, Ll. y Morillo, I. (2005). “Computing bonus-malus premiums under partial prior information”. *British Actuarial Journal*, 11, II, pp. 361-374.

Gómez-Déniz, E. y Sarabia, J.M. (2008). “La distribución binomial-exponencial truncada con aplicación en el sector del seguro de automóviles”. Anales del Instituto de Actuarios Españoles, nº 14, pp. 3-22.

Heras, A.; Vilar J.L. y Gil, J.A. (2002). “Asymptotic Fairness of Bonus-Malus Systems and Optimal Scales of Premiums”. *The GENEVA papers on Risk and Insurance Theory*, vol. 27, nº 1, pp. 61-82.

Lemaire, J. (1979): “How to define a Bonus-Malus system with an exponential utility function”. *Astin Bulletin*, vol. 10, pp. 274-282.

Lemaire, J. (1985): “Automobile Insurance (Actuarial Models)”. *Kluwer-Nijhoff Publishing*. *Boston/Dordrecht/Lancaster*.

Lemaire, J. (1988): “Construction of the new Belgian motor third party tariff structure”. *Astin Bulletin*, vol. 18, nº 1, pp. 99-112.

Lemaire, J. (1995): “Bonus-Malus Systems in Automobile Insurance”. *Kluwer Academic Publishers. Boston/Dordrecht/Londres*.

Lemaire, J. (1998): “Bonus-Malus system: The European and Asian approach to merit-rating (with discussion by Krupa Subramanian, “Bonus-Malus system in a competitive environment”). *North American Actuarial Journal*, vol. 2, nº 1, pp. 1-22.

Lemaire, J. y Zi, H. (1994): “A comparative analysis of 30 Bonus-Malus systems”. *Astin Bulletin*, vol. 24, nº 2, pp. 287-310.

Morillo, I. y Bermúdez, Ll. (2003). “Bonus-malus system using an exponential loss function with an Inverse Gaussian distribution”. *Insurance: Mathematics and Economics*, 33, 49-57.

Pitrebois, S.; Denuit, M. y Walhin, J.F. (2006). “An actuarial analysis of the French bonus-malus system”. *Scandinavian Actuarial Journal*, vol. 5, pp. 247-264.

Sarabia, J.M., Gómez-Déniz, E. y Vázquez, F.J. (2004). “On the use of conditional specification models in claim count distributions: an application to bonus-malus systems”. *Astin Bulletin*, vol. 34, nº1, pp. 85-98.

Shengwang, Y.W. y Whitmore, G.A. (1999). “Accounting for individual over-dispersion in a Bonus-Malus automobile insurance system”. *Astin Bulletin*, vol. 29, nº 2, pp. 327-337.

Straub, E. (1992): “Non life-insurance mathematics”. *Springer-Verlag*. *Association of Swiss Actuaries. Academic Publisher*.

Tremblay, L. (1992): “Using the Poisson inverse Gaussian in Bonus-Malus systems”. *Astin Bulletin*, vol. 22, nº 1, pp. 97-106.

Verico, P. (2002): “Bonus-Malus Systems: “Lack of transparency” and adequacy measure”. *Astin Bulletin*, vol. 32, nº 2, pp. 315-318.

Walhin, J.F. y Paris, J. (1999): “Using mixed Poisson processes in connection with Bonus-Malus Systems”. *Astin Bulletin*, vol. 29, nº 1, pp. 81-99.