

MODELIZACIÓN DEL TIPO DE INTERÉS A CORTO PLAZO CON MODELOS TAR: UNA APLICACIÓN AL CASO ESPAÑOL

Antoni Vidiella Anguera¹ y Antonio Alegre Escolano²
¹*Becario de investigación del Departament de Matemàtica
Econòmica, Financera i Actuarial de la Universitat de Barcelona.*
²*Catedrático de Universidad del Departament de Matemàtica
Econòmica, Financera i Actuarial de la Universitat de Barcelona*

RESUMEN

En este trabajo se investiga el comportamiento dinámico no-lineal del tipo de interés a corto plazo en el mercado interbancario español. La modelización de los tipo de interés a corto plazo es fundamental por su condición de variable clave que influye en la dinámica de toda la estructura de tipos de interés. Sin embargo la mayoría de los modelos univariantes, por ejemplo Vasicek (1977), no son capaces de capturar los patrones de volatilidad reales ni la estructura de dependencia entre los tipos de interés a diferentes plazos. La solución que se ha tomado históricamente para soslayar estos problemas ha radicado en la inclusión de más factores o variables explicativos. Los modelos TAR introducidos por Tong (1990) se han utilizado exitosamente para capturar el comportamiento heterocedástico de los tipos de interés sin incluir factores extra. En este trabajo se comparan modelos con diferente número de regímenes como se sugiere en Pfann, Schotman y Tschernig (1996) y Pai y Perderson (1999). Para el proceso de estimación se ha combinado la metodología propuesta por Knotters y De Gooijer (1999) para los parámetros relacionados con el modelo no-lineal y el método de los GMM descrito en Hamilton (1994).

PALABRAS CLAVE: modelos de series temporales no lineales, tipo de interés a corto plazo.

1. INTRODUCCIÓN

El tipo de interés a corto plazo es considerado en todos los modelos tradicionales el principal factor observable que influye en la dinámica de la estructura temporal de tipos de interés (ETTI). Por ello el tipo de interés a corto plazo es una pieza clave en la mayoría de modelos de valoración de instrumentos sensibles a esta variable. Además la modelización econométrica de los tipos de interés es de útil aplicación para la gestión de riesgo, por ejemplo en modelos *asset-liability management* (ALM) de aplicación reciente en el mundo actuarial, permite generar escenarios futuros. Los modelos clásicos de tipo de interés se han estudiado básicamente bajo hipótesis lineales, estas consisten en que el tipo de interés a corto plazo sigue un modelo de series temporales llamado autoregresivo y/o media móvil (ARMA). Una completa explicación de estos modelos se encuentra en Hamilton (1994). Estos modelos derivan de las formulaciones en tiempo continuo propuestas por Cox, Ingersoll y Ross (1985, CIR de aquí en adelante) y Vasicek (1977). Una extensa revisión de la implantación econométrica de estos modelos puede encontrarse en Chan, Karolyi, Longstaff and Sanders (1992, CKLS de aquí en adelante). Todos estos modelos pertenecen a los llamados modelos unifactoriales. Además existen varios modelos que incluyen más de un factor para predecir los movimientos de la ETTI. Se pueden encontrar modelos de dos factores en Longstaff y Schwartz (1992) y en Fong y Vasicek (1992). Estos modelos incluyen aquellos factores de riesgo que demuestran tener poder explicativo utilizando técnicas de estadística multivariante. Los factores explicativos que normalmente se utilizan son las variaciones en la pendiente o en la curvatura de la ETTI y volatilidades. El modelo más general y complejo está formado por tres factores explicativos independientes, ejemplos se pueden encontrar en Chen (1996).

En este trabajo nos centraremos sólo en modelos de un factor. En general se escriben como,

$$dr_t = \mu(r_t)dt + \sigma(r_t)dW_t, \quad (1)$$

donde r_t es la tasa instantánea del tipo de interés y dW_t un movimiento browniano estándar¹. El modelo de Vasicek (1977) reemplaza el término pendiente $\mu(r_t)$ por $(\alpha + \beta r_t)$ y el término asociado a la varianza se deja independiente de r_t . Entonces el modelo se escribe como,

$$dr_t = (\alpha + \beta r_t)dt + \sigma dW_t. \quad (2)$$

En el modelo CIR los dos parámetros, pendiente y varianza, dependen linealmente del nivel r_t , dando como resultado la siguiente especificación,

$$dr_t = (\alpha + \beta r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t. \quad (3)$$

Una versión extendida de este modelo es el propuesto por CKLS que incluye un parámetro adicional en la estructura de la varianza. Esta especificación puede escribirse como

$$dr_t = (\alpha + \beta r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t. \quad (4)$$

Esta es la versión más amplia para modelos unidimensionales de tipo de interés a corto plazo. Es fácil comprobar que se trata solo de una generalización de las dos especificaciones anteriores con $\gamma=0$ para el modelo de Vasicek y $\gamma=0.5$ para el modelo CIR. Esta última ecuación puede ser escrita también como,

$$dr_t = -\beta\left(\frac{\alpha}{-\beta} - r_t\right)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t = \kappa(\mu - r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW, \quad (5)$$

donde κ es la velocidad de reversión a la media y μ la media incondicional del tipo de interés nominal.

¹ También llamado proceso de Wiener, posee dos propiedades clave. La primera es que dW_t se distribuye como una normal de media cero y desviación \sqrt{dt} y la segunda hace referencia a la independencia entre dos incrementos no solapados del proceso.

Si cualquier de los tres modelos especificados (2), (3) o (4) tiene pendiente positiva, el proceso estocástico implícito definido por las ecuaciones crecerá con el tiempo hasta el infinito. Esto es obviamente una especificación no realista. Una manera de solventar este problema es la introducción de una función decreciente de volatilidad con respecto al tiempo. Sin embargo, este planteamiento no es una solución conveniente ya que implica un descenso de la volatilidad a medida que se incrementa el vencimiento. La solución más utilizada en la literatura financiera es la modelización del proceso bajo la hipótesis de reversión a la media. Esta consiste en la existencia bajo condiciones normales de tipos de interés de un valor medio alrededor del cual los tipos de interés revierten, es decir, cuando el grado de divergencia entre el tipo de interés y el valor medio es alto, la tasa de interés converge hacia este valor medio. Más detalles se pueden encontrar en Rebonato (1998).

La principal ventaja del modelo de Vasicek es su simplicidad en el proceso de estimación ya que se define completamente como un proceso lineal. Sin embargo, tiene el inconveniente que puede producir escenarios con tipos de interés negativos con bastante frecuencia. En el mundo real la verosimilitud de tasas nominales negativas de tipo de interés a corto plazo es extremadamente baja. Otro supuesto poco realista bajo el modelo de Vasicek es la homocedasticidad del proceso. Está ampliamente asumido que la volatilidad de los tipos de interés está positivamente relacionada con el nivel de éstos, es decir, durante etapas de tipo de interés alto (bajo) se espera una volatilidad alta (baja). Este patrón está parcialmente recogido en el modelo CIR ya que la volatilidad es proporcional a la raíz cuadrada del valor que toma el tipo de interés. En el modelo CKLS el efecto del nivel sobre la variación de la tasa de interés se incrementa a medida que el parámetro γ se hace mayor.

2. ANÁLISIS DE LOS DATOS

En este trabajo se ha utilizado la serie de tipo de interés interbancario a un mes, con frecuencia semanal procedente del Banco de España. Esta serie está representada en el Gráfico 1 desde 1998 hasta el

febrero de 2000. A primera vista se pueden señalar dos características de esta serie. La primera es la dependencia de la volatilidad con respecto al nivel del tipo de interés. Esta relación es especialmente relevante en situaciones de crisis monetarias como las sucedidas en la primera mitad de 1993. Por tanto, los modelos tipo CKLS que recogen esta dependencia son de especial utilidad. La segunda característica es la existencia de diferentes regímenes de tipo de interés.

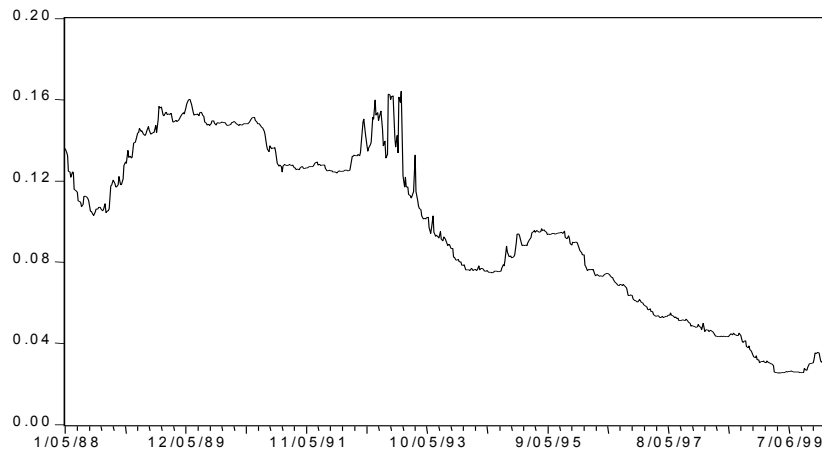


Gráfico 1: Tipo interbancario a un mes

Dependiendo del nivel del tipo a corto plazo el proceso tiene propiedades distintas. Este hecho se observa claramente en la Gráfica 1. Para analizar más detalladamente los datos se calculan una serie de estadísticos que se recogen en la Tabla 1. Se comprueba que los primeros momentos del tipo de interés a corto plazo sugieren la existencia de una raíz unitaria con una estructura de probabilidad martingala². Nótese que las primeras diferencias sólo están ligeramente autocorrelacionadas. Para confirmar estos resultados se han realizado los tests de raíces unitarias de Phillips-Perron y el aumentado Dickey-Fuller. Los resultados se encuentran en la Tabla 2. Para la serie de datos sin diferenciar los tests se han realizado incluyendo constante y pendiente. En ambos tests no se rechaza la

² Básicamente esto significa que, $E_t[r_t] = r_{t-1}$

hipótesis nula de raíz unitaria. En cambio para la serie diferenciada no se ha incluido ni pendiente ni constante ya que su gráfica no lo sugería. Los resultados de los tests nos indican claramente que la serie diferenciada ya cumple con el principio de estacionariedad y por tanto no es necesario seguir diferenciando los datos.

Serie	\bar{x}	$\hat{\sigma}$	Asim.	Curt.	$\hat{\rho}_1$	Rango
r_t	0.097	0.041	-0.173	-1.246	0.994	0.139
Δr_t	0.000	0.003	-1.266	58.003	-0.045	0.071
$R_t: r_t < 0.0831$	0.053	0.019	0.014	-1.364	0.992	0.058
$\Delta r_t: r_t < 0.0831$	0.000	0.001	-0.985	4.821	-0.071	0.008
$R_t: r_t \geq 0.0831$	0.126	0.023	-0.290	-1.195	0.978	0.081
$\Delta r_t: r_t \geq 0.0831$	0.000	0.004	-1.063	36.830	-0.050	0.071

Tabla 1: Resumen de estadísticos

También se comprueba que los primeros momentos de la distribución son significativamente diferentes dependiendo si el valor que toma el tipo de interés en el periodo anterior es inferior o superior a 0.0851, confirmado otra vez que la heteroscedasticidad observada en los datos esta relacionada con el nivel. Además el parámetro curtosis es extremadamente alto. Esto se puede producir parcialmente por la heteroscedasticidad del proceso, pero muy probablemente por la presencia de *outliers* en los datos. Estos patrones observados en la serie bajo estudio nos llevan a considerar otro tipo de modelización para el tipo de interés como la propuesta por Pfann, Schotman y Tschernig (1996, PST de aquí en adelante) y Pai y Pedersen (1999, PP de aquí en adelante). Estos autores consideran que los modelos de series temporales lineales no son capaces de reproducir el comportamiento histórico de los tipos de interés a corto plazo. Por lo tanto, proponen la modelización de este factor a partir de un modelo de series temporales no-lineales llamado *threshold autoregressive models* (TAR). Como se detallará mas adelante este modelo permite simplificar la estructura no lineal de un proceso en simples regímenes lineales dependiendo del valor que toma en el pasado una variable de estado respecto a un parámetro umbral.

Serie	ADF	PP
$r_t^{(1)}$	-2.2772	-2.1727
$\Delta r_t^{(2)}$	-10.4337	-23.6431

⁽¹⁾Valor crítico de MacKinnon al 5% = -3.4192

⁽²⁾Valor crítico de MacKinnon al 5% = -1.9400

Tabla 2: Resultados de los tests de raíz unitaria.

No es difícil encontrar razones económicas para explicar este comportamiento específico de los tipos de interés a partir de las actuaciones de los Bancos Centrales (BC) y de las políticas de intervención de las autoridades monetarias. Como es conocido los BC utilizan el tipo de interés a corto plazo como uno de principales instrumentos de política monetaria. Por ejemplo, el Banco de España tuvo que incrementar los tipos de interés para defender la Peseta contra con los movimientos especulativos de venta durante toda la primera mitad de 1993. Esto se confirma en el Gráfico 1. Ninguno de los modelos lineales introducidos previamente puede capturar este tipo de dinámica. Un proceso estocástico sujeto a este tipo de impactos no puede ser caracterizado como un proceso lineal.

Es importante en toda modelización de los tipos de interés considerar la relación del modelo utilizado con la ETTI esperada, ya que los tipos de interés a largo plazo recogen la expectativas de los futuros movimientos del tipo a corto. Por lo tanto es necesario analizar que propiedades hay implícitas a largo plazo en nuestro modelo. Los modelos de series temporales no-lineales son capaces de recoger las características mostradas por los procesos a largo plazo de una manera parsimoniosa.

3. MODELOS TAR

Se puede encontrar una detallada explicación de los modelos TAR en el libro de Tong (1990). Un proceso estocástico $\{Y_t\}$ se dice que sigue un proceso discreto *self-exciting threshold autoregressive*, $SETAR(K_1, \dots, K_J)$ con J regímenes si satisface la relación,

$$Y_t = \begin{cases} \alpha_0^{(1)} + \alpha_i^{(1)} Y_{t-i} + \sigma^{(1)} \varepsilon_t & \text{if } c_0 \leq Y_{t-d} < c_1, \\ \alpha_0^{(2)} + \alpha_i^{(2)} Y_{t-i} + \sigma^{(2)} \varepsilon_t & \text{if } c_1 \leq Y_{t-d} < c_2, \\ \dots & \dots \\ \alpha_0^{(j)} + \alpha_i^{(j)} Y_{t-i} + \sigma^{(j)} \varepsilon_t & \text{if } c_{j-1} \leq Y_{t-d} < c_j. \end{cases} \quad (6)$$

Donde $\{\varepsilon_t\}$ es una sucesión de variables aleatorias normalmente distribuidas (n.i.d) de esperanza cero y varianza unitaria; d , es un entero positivo conocido como parámetro de retardo (o retardo del umbral); c_j ($j = 0, 1, \dots, J$) es un conjunto de parametros umbral que parten la recta real entre J regímenes adyacentes definiendo regiones $[c_j, c_{j+1})$ con $c_j < c_{j+1}$, $c_0 = -\infty$ y $c_J = +\infty$. Esta clases de modelos TAR, se denominan “*self-exciting*” porque la variable que condiciona los regímenes es la propia variable explicada. En el caso que se quiera incorporar la heteroscedasticidad definida en CKLS se trabajará con modelos llamados SETAR con heteroscedasticidad proporcional (SETAR-PH) definidos por PST. Este modelo puede ser escrito para dos regímenes como³,

$$\Delta r_t = \begin{cases} \alpha^{(1)} + \beta^{(1)} r_{t-1} + \varepsilon_t \sigma^{(1)} r_{t-1}^{\gamma^{(1)}} & \text{if } r_{t-1} \leq c, \\ \alpha^{(2)} + \beta^{(2)} r_{t-1} + \varepsilon_t \sigma^{(2)} r_{t-1}^{\gamma^{(2)}} & \text{if } r_{t-1} > c. \end{cases} \quad (7)$$

³ Para discretizar el modelo continuo se ha utilizado el procedimiento común para estos modelos. Por ejemplo, el modelo continuo, $dr_t = (\alpha + \beta r_t)dt + \sigma dW_t$, se discretiza como, $r_t - r_{t-1} = \alpha + \beta r_{t-1} + \sigma \varepsilon_t$.

En realidad la expresión (7) es una versión extendida del modelo SETAR-PH de PST ya que la heterocedasticidad está doblemente definida por diferentes regímenes y diferentes parámetros γ .

4. PROCEDIMIENTO DE ESTIMACIÓN

El método de estimación utilizado por PST y PP está basado en simulación bayesiana. En este trabajo no se utiliza esta metodología sino la de la regresión “arreglada” propuesta por Tsay (1989). Igual que los trabajos de PST y PP, el parámetro retardo d , se fija igual a 1. Para la estimación del parámetro umbral, c , se sigue una metodología de común aplicación en estadística llamada bootstrapping y se utiliza una estrategia de búsqueda extraída del trabajo de Knotters y De Gooijer (1999),

1. Fijar el número de regímenes l^* utilizando información a priori, por ejemplo analizando los datos gráficamente.
2. Seleccionar un intervalo $[r_L, r_U]$ en el que los valores umbral van a ser buscados o aquella combinación de valores si hay más de dos regímenes. En el presente trabajo r_L y r_U se fijan al percentil 5 y al percentil 95 respectivamente.
3. Con el fin de garantizar que hay suficientes observaciones en cada régimen se fija la amplitud de los intervalos de búsqueda en,

$$\frac{r_U - r_L}{\lceil 0.9N \rceil} \text{ donde } N = \text{número de observaciones,}$$

tal que en cada régimen j -ésimo contiene como mínimo 20 observaciones.

4. Para la búsqueda de los parámetros umbral se estima un modelo SETAR sobre cada régimen y la forma paramétrica de cada nivel corresponde a la propuesta por Vasicek. Entonces, seleccionamos aquel valor umbral $r_U \leq c \leq r_L$, tal que

$\hat{c} = \arg \min_c \sigma_\varepsilon^2(\alpha, \beta, c)$, donde σ_ε^2 es la suma agregada de las varianzas residuales en cada régimen.

Posteriormente los valores \hat{c} , se mantienen para la estimación de los modelos restantes (CIR y CKLS) con la finalidad de obtener resultados comparables sobre el mismo número de datos en cada régimen. Una vez obtenidos los valores para los umbrales las series r_t y Δr_t son divididas de acuerdo a \hat{c} . Con estas nuevas series los parámetros para cada régimen se pueden estimar utilizando el Método de los Momentos Generalizados (GMM) como se propone en el artículo de CKLS. Una extensa explicación de cómo utilizar esta metodología se encuentra en Hamilton (1994). Este método tiene una serie de ventajas importantes para la estimación de procesos de tipo de interés. Primero, el método GMM no precisa que la distribución de las variaciones temporales de tipos de interés sean normales, esto es importante en el caso de la estimación del modelo CIR ya que este modelo asume que los cambios en las tasas de interés son proporcionales a una variación no centrada de χ^2 . Segundo, los estimadores GMM y sus respectivos errores estándar son consistentes aunque las perturbaciones sean condicionalmente heterocedásticas.

5. RESULTADOS

Como ya se ha visto en la sección de análisis de los datos, la serie temporal de tipo de interés a corto plazo está lejos de la hipótesis de normalidad, básicamente por dos razones. La primera se basa en el propio proceso de generación de datos ya que se ve influido por *shocks* de carácter no-lineal. Se ha realizado una intervención para la corrección de los valores *outliers*, para toda la serie son un total de 16. Se ha considerado *outlier* todo aquel valor que sobrepase tres veces la desviación estándar correspondiente al régimen en que se encuentra la observación.

Los resultados obtenidos sobre los modelos clásicos se encuentran en la tabla 3. Bajo el modelo de Vasicek el tipo de interés a corto sigue

un random walk ya que el parámetro β está muy cercano al cero. Sin embargo, si incluimos la dependencia de la volatilidad con respecto al nivel de tipos los resultados son diferentes. Los valores de los parámetros de los modelos CIR y CKLS son muy parecidos. Por lo tanto se podría aceptar que el modelo CIR es una representación adecuada para el proceso bajo estudio. Sin embargo los resultados sobre el conjunto de residuos obtenidos para el modelo CIR, nos indican que el modelo estimado está lejos de ser óptimo. Existe correlación serial significativa para retardos elevados (estadístico Ljung-Box p-valor=0.00000 en el retardo 9) y efectos ARCH(3) significativos (estadístico LM p-valor=0.00088).

n=616	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\gamma}$
Vasicek	-0.000245 (0.000134)	0.000765 (0.001529)	0.001315 (0.000098)	- -
CIR	-0.000405 (0.000138)	0.003200 (0.001573)	0.005329 (0.000336)	- -
CKLS	-0.000465 (0.000151)	0.004052 (0.001789)	0.008006 (0.003178)	0.663383 (0.162909)

Tabla 3: Valores estimados para los modelos tradicionales

La tabla 4 recoge los resultados obtenidos para el modelo con un solo umbral ($l^*=2$). El valor estimado para el umbral con el procedimiento descrito anteriormente es $\hat{c} = 0.0831$. El modelo de Vasicek se puede considerar como una aproximación válida para el proceso que gobierna este régimen ya que los parámetros estimados para los otros modelos más generalizados son casi iguales. El valor medio en este régimen corresponde a un tipo de interés del 1.6%. Los residuos obtenidos en este régimen no presentan ni problemas de correlación serial ni problemas de efectos ARCH en ningún orden.

R. I n=248	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\gamma}$
Vasicek	0.000064 (0.000204)	-0.003976 (0.003487)	0.000870 (0.000006)	- -
CIR	0.000023 (0.000204)	-0.003134 (0.003491)	0.003432 (0.000263)	- -
CKLS	0.000065 (0.000205)	-0.004006 (0.003525)	0.000842 (0.000483)	-0.011362 (0.193777)
R. II n=377	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\gamma}$
Vasicek	-0.000184 (0.000618)	0.000029 (0.005071)	0.002495 (0.000238)	- -
CIR	-0.000179 (0.000617)	-0.000186 (0.005066)	0.007585 (0.000695)	- -
CKLS	-0.000180 (0.000617)	-0.000193 (0.005066)	0.008432 (0.007123)	0.550763 (0.390165)
Umbral \hat{c}	0.08310			

Tabla 4: Valores estimados para el modelo con 2 regímenes

Las diferencias significativas entre los valores de los parámetros de cada nivel confirman la necesidad de utilizar diferentes regímenes para la modelización de la tasa de interés a corto plazo. Además es interesante observar que el régimen que corresponde a valores más elevados tiene mayor varianza, confirmando la hipótesis de la relación positiva entre el nivel del tipo de interés a corto plazo y su varianza. El segundo régimen se ajusta más a un proceso *random walk* ya que el parámetro que corresponde a la pendiente no es significativamente diferente de cero, especialmente en el modelo Vasicek. El valor negativo de la pendiente del *random walk* indica que el proceso tenderá a moverse hacia valores inferiores. Este resultado es consistente ya que nos encontramos en el régimen superior. Los residuos para este régimen tampoco presentan signos de mala especificación ya que no presentan correlación serial. Si que es significativo un ligero efecto ARCH (1) (estadístico LM p-valor=0.07159).

El último modelo estimado es el modelo con dos umbrales ($l^*=3$). Los valores umbrales estimados \hat{c}_1, \hat{c}_2 se encuentran recogidos en la parte inferior izquierda de la tabla 5. Estos valores parten los datos en tres regímenes, que corresponden a un estado de tipos de interés bajos, a un estado de transición o medio y a un estado de tipos altos que incluye los valores de crisis monetarias pasadas. Según los resultados obtenidos para el primer régimen, el modelo con parámetros más significativos es el modelo de Vasicek. Este nivel inferior de tipos de interés tiene un valor medio estimado del 2.89%. Los residuos para este régimen no presentan correlación serial y sólo se encuentra un leve efecto ARCH (1) (estadístico LM p-valor=0.05119).

Para los regímenes segundo y tercero el modelo que posee los parámetros más significativos es el propuesto por CIR. Sus valores medios son del 8.74% para el nivel medio y del 13.70% para el nivel superior. Los residuos del segundo régimen están lejos de ser óptimos y muestran la posibilidad de algún tipo de mala especificación, ya que hay correlación serial significativa (estadístico Ljung-Box p-valor=0.0090 en el retardo 2) y efectos ARCH (1) (estadístico LM p-valor=0.00003). En cambio para el último régimen los residuos tienen un comportamiento correcto. En general parece que no es necesario para la modelización del tipo de interés a corto un modelo muy sofisticado para recoger el patrón heterocedástico de los datos, como el propuesto por CKLS. Como alternativa se puede estimar la variación de la volatilidad con modelos más sencillos ajustados para cada nivel.

R. I n=252	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\gamma}$
Vasicek	0.000115 (0.000197)	-0.005180 (0.003253)	0.000877 (0.000064)	- -
CIR	0.000084 (0.000197)	-0.004499 (0.003254)	0.003524 (0.000276)	- -
CKLS	0.000113 (0.000197)	-0.005139 (0.003275)	0.000937 (0.000571)	0.022342 (0.204510)
R. II n=119	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\gamma}$
Vasicek	0.002878 (0.001918)	-0.033734 (0.019739)	0.001860 (0.000242)	- -
CIR	0.003131 (0.001929)	-0.036286 (0.019847)	0.006104 (0.000750)	- -
CKLS	0.003393 (0.001957)	-0.038831 (0.020096)	0.031397 (0.056379)	1.211837 (0.793228)
R. III n=250	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\gamma}$
Vasicek	0.002384 (0.001599)	-0.017536 (0.011414)	0.002610 (0.000272)	- -
CIR	0.002547 (0.001604)	-0.018754 (0.011448)	0.007151 (0.000742)	- -
CKLS	0.002502 (0.001626)	-0.018417 (0.011620)	0.005371 (0.009216)	0.357108 (0.854027)
Umbral \hat{c}_1	0.08556			
\hat{c}_2	0.11689			

Tabla 5: Valores estimados para el modelo con 3 regímenes

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se han utilizado un modelo de series temporales no-lineales para modelización del tipo de interés a corto plazo. Creemos que el resultado más importante que se deriva de este trabajo es la constatación empírica de que utilizando modelos más sencillos sobre diferentes niveles de los datos se puede modelizar mejor el tipo de interés a corto plazo. Este hecho tiene sus ventajas si se quiere utilizar estos modelos como instrumento de predicción, valoración o generación de escenarios. Para la predicción se constata que no es

necesario utilizar modelizaciones muy complejas para los tipos de interés a corto plazo si estamos trabajando sobre un horizonte temporal no muy lejano y dentro de un mismo estado de tasas de interés. Para la valoración, también para instrumentos a corto plazo, no se pueden utilizar directamente los valores estimados para los parámetros ya que representan una distribución de probabilidades real. Para su posible utilización en valoración se debe buscar la distribución neutral al riesgo equivalente a real estimada, para ello, deben estimarse también las primas de riesgo asociadas. Para la valoración de instrumentos a largo plazo se debería tener en cuenta la existencia de diferentes regímenes. Finalmente para generación de escenarios a largo plazo, si que se deberá tener en cuenta la posible transición de un régimen a otro y por tanto se deberá proceder a la variación de parámetros según sea el nivel de los intereses a corto plazo.

Aún quedan algunas cosas por hacer en investigaciones futuras basadas en este trabajo. La primera es la obtención de la toda la ETTI a partir de los resultados obtenidos. No es un trabajo inmediato ya que la no-linealidad se va trasladar a los distintos plazos. La segunda se basa en la introducción del comportamiento estocástico de la volatilidad como un factor predictor de las variaciones de los tipos de interés más como se sugiere en PST, utilizando modelos tipo TARSO definidos en Tong (1990).

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] CHAN, K., KAROLYI, G., LONGSTAFF, F. Y A. SAUNDERS (1992), **An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate**. Journal of Finance, 41, 1209-1227.
- [2] CHEN, L. (1996). **Stochastic mean and stochastic volatility, a three factor model of the term structure of interest rates and its applications in derivatives pricing and risk management**. Financial Markets, Institutions and Instruments. Vol. 5, No. 1, 3-88.
- [3] COX, J.C., J.E. INGERSOLL Y S.A. ROSS (1985). **A theory of the term structure of interest rates**. Econometrica 53, 385-407.

- [4] HAMILTON, J.D. (1994). Time series analysis. Princeton University Press, New Jersey.
- [5] KNOTTERS, M. Y J. DE GOOIJER (1999). **TARSO modeling of water table depths**. Water Resources Research 35, 695-705.
- [6] LONGSTAFF, F.A. Y E.S. SCHWARTZ (1992). **Interest rate volatility and the term structure: A two factor model general equilibrium model**. Journal of Finance 47, 1259-1282.
- [7] PAI, J. Y H.W. PEDERSEN (1999). **A Threshold model for the short-rate of interest and its estimation**. Proceedings of the Third International Congress on Insurance: Mathematics & Economics.
- [8] PFANN, G.A., P.C. SCHOTMAN Y R. TSCHERNIG (1996). **Nonlinear interest rate dynamics and implications for the term structure**. Journal of Econometrics 74, 149-176.
- [9] REBONATO, R. (1998). Interest-rate option models understanding, analysing, and using exotic interest rate options. Wiley series in financial engineering. John Wiley & Sons.
- [10] TONG, H. (1990). Nonlinear time series. Oxford University Press, New York.
- [11] TSAY, R. (1989), **Testing and modeling threshold autoregressive processes**, Journal of the American Statistical Association, 84, 231-240.
- [12] VASICEK, O.A. (1977). **An equilibrium characterization of the Term Structure**. Journal of Financial Economics 5, 177-188.