

# Aplicaciones en la estadística a los seguros

Por ANGEL VEGAS PÉREZ

La estadística matemática desempeña un papel fundamental en el desarrollo teórico de la ciencia actuarial, y por consiguiente también en sus aplicaciones prácticas. En efecto, de ella toman los actuarios las técnicas adecuadas e indispensables para el estudio de las características estocásticas de los fenómenos actuariales y para la determinación de los parámetros que figuran en los modelos biométricos, económico-financieros, etc., obteniendo información en términos de probabilidad acerca de la confianza que dichos modelos nos merecen. Podemos, por tanto, decir que los actuarios hacen uso de las técnicas estadísticas en la formulación y aplicación práctica de las teorías que describen los fenómenos actuariales, así como para sopesar la importancia relativa de los factores que intervienen en sus resultados.

Sin embargo, la aplicación de algunos de sus métodos, por ejemplo, el de Monte-Carlo, análisis de la varianza, etc., son todavía recientes. Gran parte de la actividad científica de los actuarios se encuentra en la actualidad polarizada en esta clase de aplicaciones, así como en el desarrollo de la matemática del seguro, siguiendo de cerca las directrices que marca la estadística matemática moderna.

Una idea más concreta de la aplicación de la estadística a los seguros se puede obtener, considerando:

a) Aplicación de las técnicas estadísticas a la construcción de tablas de mortalidad, invalidez, etc., en las que se basa el cálculo de primas y reservas.

b) Fijación de normas adecuadas, a efectos de conseguir una mayor estabilidad de la empresa aseguradora.

c) Uso de las técnicas estadísticas en el campo de la seguridad social, previsión de resultados, medidas preventivas y organización.

I. *Construcción de tablas de mortalidad, invalidez, etc.*—

Una tabla de mortalidad determina una sucesión de valores  $l_x$  que al variar con el índice  $x$  edad, desde un valor inicial  $x_0$  a un valor final  $x_n$  mide el curso del fenómeno de la supervivencia en  $(x_0, x_n)$  siendo la cantidad  $l_x$  el número de los que en edad  $x$  sobreviven de entre un gran número de vivientes tomados en consideración a la edad  $x_0$ .

Bajo ciertas hipótesis se encuentra que el número de supervivientes a la edad  $x$ ,  $l_x$ , se distribuye bidimensionalmente con probabilidad  $p(x)$  de que un individuo del grupo inicial, viva a la edad  $x$ . Este resultado nos habla, pues, de las características estocásticas del proceso de eliminación por muerte del grupo inicial.

La estimación del valor  $l_x$  que ha de figurar en la tabla es un problema, para cuya solución es preciso recurrir a la modelización estocástica (1).

Las características biológicas del tanto instantáneo de mortalidad,  $\mu_x$ , elaborados por la biometría, con fundamento biológico, figuran ciertos parámetros, cuya estimación se hace por los modernos métodos estadísticos, al tiempo que se determina valiéndose de los mismos, la función de distribución, e intervalos de confianza de estos parámetros, con objeto de poder contrastar la eficacia representativa del modelo.

La relación existente entre  $\mu_x$  y  $l_x$  nos permite resolver el problema de la determinación del número de supervivientes que ha de figurar en las tablas.

Los datos para la determinación de  $\mu_x$  se recogen de los censos de población o de la experiencia propia de las compañías de seguros, existiendo relaciones importantes, que con un criterio estadístico de máxima verosimilitud, permiten

---

(1) Véase ANGEL VEGAS: "Inferencia estadística en los Modelos Biométricos", *Trabajos de Estadística*, año 1956.

pasar de los datos del censo, pongamos por caso, al tanto instantáneo de mortalidad.

Las demás tablas (invalidez, persistencia, etc.), se construyen de forma análoga.

II. *Teoría del riesgo*.—Las desviaciones desfavorables respecto de los elementos de previsión tomados como base de cálculo, dan lugar a que el asegurador corra el riesgo de una posible ruina, de la que lógicamente aspira a cubrirse.

El objeto, pues, de una teoría del riesgo, es encontrar medidas adecuadas (reaseguro, recargos de seguridad, constitución de reservas, etc.) a fin de dar una estabilidad satisfactoria (en términos de probabilidad), a la compañía, al mismo tiempo que un precio adsequible al seguro.

La teoría del riesgo fue objeto de estudio en los Congresos Internacionales de Actuarios de Viena (1902), Estocolmo (1930), Bruselas (1951), Madrid (1954) y Nueva York (1957). En otros muchos congresos fueron presentadas ponencias sobre el particular.

Fruto de esta preocupación constante por el tema, es el desarrollo de dos teorías denominadas del *riesgo individual* y *colectivo* respectivamente.

La última de las teorías iniciada por F. Lumberg en su memoria "Über die Theorie der Rückversicherung" (teoría del reaseguro), presentada al VI Congreso Internacional de Actuarios de Viena (1909), puede ser considerada como la primera aplicación de la teoría de procesos estocásticos.

La teoría del riesgo colectivo resultó sugestiva a los actuarios, porque afronta el problema del riesgo de la cartera en una forma total como nunca hasta la fecha se había intentado.

El Doctor Lumberg publicó veinte años después otro interesante artículo sobre la materia (véase núm. 1 de S. A., 1930). A partir de este momento, los actuarios, sobre todo los pertenecientes a la Escuela Sueca, dedicaron gran parte de sus esfuerzos a hacer posible la aplicación de la teoría a la práctica, así como a la extensión de la teoría a otras ramas distintas del seguro de vida, tratada por Philipson y otros autores.

En principio, se prescindió en el desarrollo teórico de la existencia de intereses producidos por las reservas, de los gastos generales, etc. Más tarde, en un trabajo publicado en S. A., 1942, C. O. Segerdall mostró cómo puede introducirse el interés sobre las reservas de riesgos en la teoría de Lumberg (véase C. O. Segerdall: "Über einige risoko theoretische Fragestellungen").

H. Cramer publicó en 1955 un libro titulado *Collective Risk Theory — A survey of the theory from the point of the Theory of Stochastic Processes*, que es, sin duda, el trabajo más acabado sobre la materia. En todos los trabajos publicados con posterioridad (véase, por ejemplo, *Actas del Congreso de Nueva York*), son abundantes las citas al mismo.

Aparte de la gran labor de sistematización, obtiene Cramer, que la función aleatoria  $\gamma$  (b) que representa el importe total de los siniestros pagados por la compañía en el momento  $t$  debe definirse en un espacio restringido  $\eta_0$  que contiene solamente aquellas funciones  $\gamma(t)$  que son realmente necesarias para una descripción adecuada de la marcha del proceso del riesgo.

La teoría del riesgo individual contempla el riesgo total de la cartera de una compañía de seguros como la resultante de la suma de los riesgos correspondientes a cada una de las distintas pólizas que componen aquélla. La ganancia o pérdida total en un determinado periodo es la suma de las variables aleatorias asociadas a cada póliza de la cartera, suma que (consecuencia del teorema central del límite), se distribuye aproximadamente en forma normal si el número de pólizas es grande. Conocida la cuantía de la suma asegurada en cada póliza se pueden encontrar los valores aproximados de las probabilidades que interesan para dar, bajo ciertas condiciones, una medida de la pérdida o ganancia de la compañía, y en consecuencia obtener normas para la fijación de plenos, recargos de seguridad, etc., con el fin de conseguir la mayor estabilidad de la empresa aseguradora.

Entre los inconvenientes de esta teoría individual, podemos señalar:

- 1) El capital en riesgo de cada *póliza* varía en el tiempo.
- 2) El total de *pólizas* que componen la cartera está sometido a un movimiento de entradas y salidas que dificultan la aplicación de los teoremas básicos.
- 3) Esta teoría no da una respuesta a la pregunta: ¿cuál será la probabilidad de que la compañía se arruine en el futuro?

III. *Aplicaciones a la seguridad social*.—Para el cálculo de primas y reservas en el seguro social, es necesario conocer ciertas probabilidades que suelen figurar en tablas, cuya estimación mediante la determinación de los intervalos de confianza, ha de efectuarse, al igual que en las tablas de mortalidad, siguiendo los métodos de la teoría estadística moderna.

Problemas muy frecuentes en el campo del seguro social son los de *regresión*, por ejemplo, la determinación de la edad de la mujer para las distintas edades del marido, número medio de hijos, etc. Naturalmente, se contrasta la hipótesis que convenga a la naturaleza del fenómeno, que no siempre es lineal, y se determina la zona de confianza, alcanzando así, idea de las predicciones basadas en tal modelo.

En la II Conferencia Internacional de Actuarios y Estadísticos de la Seguridad Social, celebrado en Roma, año 1959, uno de los temas tratado fue la aplicación de la investigación operativa a la seguridad social. Refiriéndose al título del tema y a los motivos que llevaron a la comisión preparatoria de la Conferencia a proponerlo en el orden del día, dice Lucien Feraud: "...la investigación operativa es la extensión a otros campos de lo que se hace desde largo tiempo en los seguros de todo tipo. Sería ingenuo acoger como una novedad un modo de actividad del que la historia de nuestra ciencia proporciona los más bellos ejemplos" (1).

Modernamente, la investigación operativa ha sido aplicada a la resolución de problemas que no son del tipo clásico actuarial. Un ejemplo de aplicación nueva, puesto que no contiene cálculos de valores actuales, ni evaluaciones de probabilidades de riesgos, es el trabajo presentado por el Profesor

---

(1) Párrafo tomado del informe presentado por el Dr. FERAUD, Profesor de la Universidad de Ginebra, ex actuario de la Oficina Internacional del Trabajo.

Emanuelli, de la Universidad de Roma, con el título: "Una aplicación de los métodos de la investigación operativa a las medidas preventivas de los accidentes del trabajo".

Otra no menos importante aplicación es la que se hace con el fin de prever la distribución de las pensiones que se pagarán en un año venidero, según su importe, es decir, según el promedio anual de las semanas de cotización, cuantía anual de los salarios, etc., o cualquier otro factor de base para el cálculo de la pensión. Como es fácil adivinar una investigación sobre esta cuestión hace aplicación de los procesos estocásticos aunque su aplicación está relacionada con otras investigaciones sobre la evaluación de la pensión media.

Estos y otros trabajos publicados en la Revista Internacional del Actuariado y Estadística de la Seguridad Social son un exponente del interés que han despertado entre los actuarios las aplicaciones de la investigación operativa.