Anales del Instituto de Actuarios Españoles, 3ª época, 20, 2014/53-82

GESTIÓN DEL RIESGO: INMUNIZACIÓN VERSUS RÉPLICA DE CARTERAS

Iván Iturricastillo Plazaola [1], J. Iñaki De La Peña Esteban [1], Rafael Moreno Ruiz [2]*, Eduardo Trigo Martínez [2]

Resumen

La necesidad de comparar modelos que permitan valorar los riesgos y sus estrategias de gestión es consustancial a la labor habitual del actuario, que debe tener una opinión fundada sobre qué posibilidades, ventajas y desventajas tiene cada estrategia. En este trabajo se comparan conceptualmente dos métodos que permiten, en teoría, la generación de carteras sin riesgo. Dicha comparación se realiza teniendo en cuenta su efectividad, sus ventajas y sus desventajas de cara a gestionar los riesgos.

Palabras Clave: Inmunización, Réplica de carteras, Gestión de Carteras.

RISK MANAGEMENT: IMMUNIZATION VERSUS REPLICATING PORTFOLIOS

Abstract

This paper compares two methods that, in theory, allow the generation of portfolios without risk. This comparison will take into account their effectiveness, advantages and disadvantages when managing risk. These techniques are a critical part of the supply of risk management tools, and the actuary needs to have an informed opinion on what possibilities, advantages and disadvantages that has each strategy.

---

[1] Departamento de Economía Financiera I de la Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea. UPV/EHU.
Calle Comandante Izarduy 23, Vitoria-Gasteiz. España. E-mail: ivan.iturricastillo@ehu.es. (Iván Iturricastillo);
Avda. Lehendakari Agirre, 83. Bilbao. España: E-mail: jinaki.delapena@ehu.es. (Iñaki De La Peña)
Trabajo realizado con apoyo de la UFI 11/51 de la UPV/EHU.
[2] Departamento de Finanzas y Contabilidad de la Universidad de Málaga. Plaza de El Ejido s/n. Málaga. España. E-mail: moreno@uma.es. (Rafael Moreno); etrigom@uma.es. (Eduardo Trigo).

- Autor para correspondencia: moreno@uma.es.

Este artículo ha sido recibido en versión revisada el 27 de octubre de 2014.

Key words: Immunization, Portfolio replication, Portfolio Management.

1. INTRODUCCIÓN. LA GESTIÓN DE RIESGOS EN LAS ENTIDADES ASEGURADORAS

La actividad diaria de las entidades aseguradoras conlleva la asunción continua de multitud de riesgos. Unos son propios de la actividad aseguradora como los riesgos de mortalidad, longevidad, etcétera, y otros surgen de la actividad financiera en general como los riesgos de crédito, interés, operacional, etcétera.

Para poder hacer frente al primer grupo de riesgos se han propuesto y puesto en marcha diversas técnicas actuariales, desarrolladas a través de continuas investigaciones que llevan a su mejor comprensión, conocimiento y gestión, como ocurre, por ejemplo con el riesgo de longevidad. En el caso del segundo grupo de riesgos, se han efectuado diferentes propuestas tanto para su valoración como para su gestión, similares en muchos casos a las empleadas en otras entidades financieras.

No obstante, hay que remarcar la diferente naturaleza de los negocios bancario y asegurador. Estas diferencias son mayores en el caso de los seguros de vida, pues el horizonte temporal que las aseguradoras deben considerar en sus obligaciones o pasivos es de muy largo plazo, mientras que dicho horizonte es más corto en el resto de las entidades financieras. Ni tan siquiera ofrecen hipotecas a tipo fijo a plazos medianamente elevados. Por ese motivo, se debe tener siempre en cuenta su ámbito temporal de actuación.

Se puede afirmar que la inmunización financiera nació para el ámbito actuarial hace más de sesenta años. Desde entonces ha ido superando las principales críticas que ha recibido esta técnica, como que la curva de tipos de interés fuese plana y el rebalanceo continuo con el fin de que se mantuviesen las condiciones de la inmunización.

Con sus últimos avances, se puede afirmar que la inmunización es una estrategia válida, ágil y dinámica para gestionar el riesgo de interés de una cartera de renta fija.

Por otro lado, ha surgido la opción de replicar carteras como estrategia para eliminar el riesgo de la inversión (y como medio para generar nuevos productos financieros) a través de una continua recolocación de los activos que vuelva a eliminar los riesgos surgidos debido al cambio en el valor/precio del activo subyacente por el transcurso del tiempo.

Ambas estrategias permiten, en teoría, la generación de carteras sin riesgo, por lo que resulta necesario compararlas para determinar cuál es la más conveniente de cara a la gestión de una cartera en el ámbito asegurador.
En este trabajo se analiza cómo la inmunización permite gestionar el riesgo de interés en las entidades aseguradoras a muy largo plazo y se compara con otras opciones que, si bien también pueden aplicarse a la gestión del riesgo de interés, pueden ser más apropiadas para gestionar otros riesgos e incluso para la generación de nuevos productos financieros.

Es habitual encontrar en la literatura financiera que las opciones financieras son métodos para garantizar una cartera, normalmente a un plazo relativamente corto. Como el largo plazo no se alcanza habitualmente sin realizar acciones correctivas, se establece un procedimiento de posicionamiento a corto plazo bajo el riesgo de no encontrar en un plazo intermedio una garantía para lo que se busca garantizar si el mercado cambia abruptamente. Por el contrario, la inmunización, en su visión general y dinámica, permite una cobertura del riesgo de interés a un muy largo plazo. Fue creada para ello.

La comparación conceptual que se lleva a cabo en el presente trabajo se basa en la empleabilidad por el actuario, en la cual se consideran criterios como los rendimientos que ofrece cada estrategia, en qué grado eliminan el riesgo y el grado de eficiencia en la gestión del mismo.

Por todo ello, en el segundo epígrafe se estudian las aplicaciones, ventajas, inconvenientes de la inmunización, y, en el tercero, de la réplica de carteras. En éste último se procede a distinguir entre las opciones de arbitraje y las estrategias de optimización de carteras como variación de la teoría de carteras clásica. Finalmente, se incluyen unas conclusiones así como la bibliografía empleada.

2. LA INMUNIZACIÓN GENERAL DINÁMICA: APLICACIONES, VENTAJAS E INCONVENIENTES

2.1. INTRODUCCIÓN

El seguro es un contrato por el que se cede un riesgo al asegurador a cambio de una prima. Ante ello, la entidad aseguradora debe cumplir sus obligaciones en todo momento, por lo que la inversión de las primas a través de la cartera de inversiones debiera tener como objetivo garantizar dicho cumplimiento. En el caso de pago de pensiones a muy largo plazo es habitual realizar inversión en renta variable porque se señala que a muy largo plazo esta inversión es más rentable. De esta forma es habitual encontrar investigadores que, como [Coutts, (1993)], opinan que "*invertir sólo las reservas en el tipo de activo que se espera dé un mayor rendimiento asume implícitamente que el inversor cree que este activo puede no valer nada en el momento de afrontar el pago del pasivo.*" En ese sentido, si se tiene un límite mínimo para el valor de la renta variable en el momento de afrontar el pago del pasivo y se sabe cuál es el rendimiento mínimo a garantizar, se podrá invertir una parte del pasivo comprometido en acciones y no todo el capital en bonos. Hay autores [Iturricastillo, (2007)] que, estando de acuerdo en el fondo de dicha crítica, señalan que "*no se debe olvidar que el plan debe también garantizar que se puedan afrontar los pagos que surjan en el corto plazo sin necesidad de acudir a las acciones, porque, de lo contrario, el riesgo sería alto.*" De hecho, incluso en el medio plazo el precio de las acciones puede bajar significativamente, por lo que sólo a muy largo plazo podría tener sentido plantear este tipo de inversión, máxime cuando no haya bonos a ese plazo o, de haberlo, si su rendimiento no fuera suficiente.

Si, por el contrario, se opta por la inversión en renta fija la aseguradora deberá, en primer lugar, escoger los títulos con la calidad crediticia adecuada para no sufrir un incumplimiento que imposibilite su propio cumplimiento. Una vez hecha dicha elección de modo que se pueda suponer suficientemente segura la inversión, la compañía tiene que estudiar qué ocurre con el rendimiento que conseguirá de su inversión, esto es, tendrá que gestionar el riesgo de interés.

Las primeras propuestas completas al respecto son la congruencia absoluta o Cash Flow Matching [Haynes y Kirton, (1952)] y la inmunización [Redington, (1952)].

La congruencia absoluta elimina por completo, teóricamente, el riesgo de interés. Sin embargo, el mercado hace que su aplicación sea a veces imposible por la ausencia de bonos y cupones adecuados al plazo. La inmunización, por el contrario, sí asume un riesgo teórico -el riesgo de inmunización o riesgo de interés que existe a pesar de que la cartera está inmunizada-, pero es más fácil de implementar, siempre que haya bonos de plazo superior al vencimiento máximo de las obligaciones, y permite cierta flexibilidad que puede ser utilizada para generar un beneficio.

La mayor crítica que se le ha achacado a la inmunización ha sido que, supuestamente, sólo es válida para el momento mismo en el que las condiciones son establecidas. El mero paso del tiempo es suficiente para que se dejen de cumplir sus condiciones. En este sentido, Khang (1983) afirmó que, dado que una variación en el tipo de interés puede ocurrir en cualquier momento y que puede ocurrir y ocurre en varias ocasiones durante el periodo de planificación de la inversión, la única forma para hacer posible una inmunización dinámica era el rebalanceo continuo, y que si no se realizaba así sólo se podría asegurar la cartera dinámicamente con el Cash Flow Matching.

Sin embargo, esta dificultad es superada [Iturricastillo y De la Peña, (2003)] convirtiendo a la inmunización en una estrategia dinámica, general y completa [Iturricastillo *et al.*, (2011)]. El único supuesto de todo el modelo es que la curva de tipos de interés sigua la Hipótesis de Expectativas Racionales (HER) excepto cuando se dé un desplazamiento paralelo, esto es, las curvas de tipos futuras serán las curvas implícitas (o forwards) en la curva spot actual o una curva paralela a las mismas. Bajo la HER no importa en qué momento ocurra el desplazamiento paralelo debido a que producirá un efecto de traslado paralelo a futuro, por lo que la estrategia permanece por sí misma perfecta [Iturricastillo, (2007)], incluso si hay un movimiento dentro de los periodos, mientras los tipos de interés sigan dicho supuesto.
Más aún, [Rubinstein, (1994)] "*una de las ideas centrales del pensamiento económico es que en los mercados que funcionan correctamente, los precios contienen información valiosa que puede ser utilizada para tomar una amplia variedad de decisiones económicas.*"

Y añade, "*en economía financiera, por ejemplo, se ha solido argumentar que los tipos de interés spot futuros, las predicciones sobre la inflación, o incluso la anticipación de los cambios en el ciclo económico, pueden ser inferidas de los precios actuales de los bonos. La eficacia de estas inferencias depende de cuatro condiciones:*

- *Un modelo satisfactorio que relacione los precios con la información inferida deseada,*
- *Un modelo que pueda implementarse con métodos oportunos y de bajo coste,*
- *La correcta medición de los inputs exógenos que requiera el modelo, y*
- *La eficiencia de los mercados.*

De hecho, dado el modelo correcto, un método de implementación rápido y de bajo coste, una especificación correcta de los inputs y la eficiencia del mercado, no será posible generalmente obtener una estimación mejor de la variable en cuestión por ningún otro método."

La estrategia de inmunización dinámica, general y completa propuesta ha sido chequeada [Iturricastillo *et al.*, (2014)] mediante la evolución que hubiera tenido la inversión en renta fija española siguiendo dicha estrategia desde 2004 hasta 2013. Este periodo incluye una crisis económico-financiera y otra de deuda soberana con consecuencias importantes en los mercados de renta fija. En este escenario, que puede calificarse de extremo, la estrategia ha mostrado un funcionamiento satisfactorio, el cual no ha requerido realizar un mero balanceo a pesar de las diferencias entre los tipos de interés del periodo y los previstos por la curva de tipos de 2004, así como los paralelos a éstos últimos.

La aseguradora debe ofrecer un tipo de interés mínimamente inferior al garantizado por su cartera, lo que le permitirá tener un margen, para con él poder afrontar los gastos de su gestión, que no serán excesivos bajo este marco, para generar un colchón para posibles imprevistos, así como para representar un beneficio si no se dan dichos imprevistos.

A pesar de que la teoría no lo exija, dicho gestor podrá realizar rebalanceos durante el periodo en el que no está obligado a hacerlos siempre que consiga realizar un beneficio extra, que se añadirá al colchón. En dichos rebalanceos escogidos en el momento en que le interesa a la compañía, el gestor deberá mantener las mismas condiciones y, si se dan las condiciones oportunas, ampliar el plazo en el que no es obligatorio realizar rebalanceos.

Por último, un elemento a tener en cuenta si se sigue esta estrategia es dejar siempre un plazo de Cash Flow Matching adicional al periodo de no rebalanceo para poder evitar tener que rebalancear en medio de una tormenta financiera. Dicho periodo extra debiera ser de un mínimo de dos años, pero podría ser superior en función de lo que prevea el conocimiento experto del gestor.

De esta forma la Inmunización se convierte en una estrategia general, dinámica y completa [Iturricastillo *et al.*, (2011)]:

- Dinámica porque sus condiciones no se mantienen sólo en el momento inicial, sino que permanecen en el tiempo por sí mismas sin necesidad de un continuo establecimiento de condiciones de equilibrio estáticas.
- Completa porque no sólo se puede inmunizar una cartera sin un excedente, sino que se puede incluso aplicar alternativamente a la inmunización del excedente o del ratio excedente/activo, alternativamente [Bierwag y Kaufman, (1985)] al establecer las condiciones que deben cumplir los gaps de duración en una inmunización estática.
- Y General, por un lado, porque la inmunización clásica (de la cartera sin excedente) es una generalización de la inmunización propuesta por Redington y, por otro, porque las dos inmunizaciones señaladas en el apartado anterior son una generalización de la inmunización clásica, por lo que, incluso el modelo más complejo expuesto puede ser convertido en el modelo de Redington, supuestos tipos de interés planos y excedente nulo.

2.2. CONDICIONES PARA LA INMUNIZACIÓN CLÁSICA DINÁMICA

Las condiciones para inmunizar una cartera sin excedente, esto es, una cartera con un conjunto de pasivos de valor actual igual al capital que la compañía tiene para garantizar dichos pagos. El objetivo de inversión bajo esta estrategia es evitar en cualquier momento, un valor superior de los pasivos al valor de los activos.

1. Valor actual neto nulo, esto es, valor del activo igual al valor del pasivo.

$$A_0\left({}_t i_0\right)=\sum_{t=1}^{t=T} F_t\left(1+{}_t i_0\right)^{-t}=\sum_{t=1}^{t=T} L_t\left(1+{}_t i_0\right)^{-t}=L_0\left({}_t i_0\right)$$

2. Diferencia entre las duraciones modificadas de activo y pasivo nula.

$$MD_A\left({}_t i_0\right)=\frac{\sum_{t=1}^{t=T} tF_t\left(1+{}_t i_0\right)^{-t}\left(1+{}_t i_0\right)^{-1}}{\sum_{t=1}^{t=T} F_t\left(1+{}_t i_0\right)^{-t}}=\frac{\sum_{t=1}^{t=T} t\,L_t\left(1+{}_t i_0\right)^{-t}\left(1+{}_t i_0\right)^{-1}}{\sum_{t=1}^{t=T} L_t\left(1+{}_t i_0\right)^{-t}}=MD_L\left({}_t i_0\right)$$

3. Diferencia positiva entre la Convexidad Modificada de los activos y los pasivos.

$$MCX_A({}_ti_0)=\frac{\sum_{t=1}^{t=T} t(t+1)F_t\left(1+{}_ti_0\right)^{-t}\left(1+{}_ti_0\right)^{-2}}{\sum_{t=1}^{t=T} F_t\left(1+{}_ti_0\right)^{-t}}\geq\frac{\sum_{t=1}^{t=T} t(t+1)L_t\left(1+{}_ti_0\right)^{-t}\left(1+{}_ti_0\right)^{-2}}{\sum_{t=1}^{t=T} L_t\left(1+{}_ti_0\right)^{-t}}=MCX_L({}_ti_0)$$

4. Periodo inicial de congruencia absoluta (Cash Flow Matching period) al menos igual al plazo en el que la compañía quiere no tener por qué realizar un rebalanceo (también denominado periodo sin rebalanceo).

Siendo:

${}_ti_0$	:	Tipo de interés spot para el periodo (0,t).
$A_0({}_ti_0)$	:	Valor actual de los activos.
$L_0({}_ti_0)$	:	Valor actual de los pasivos.
F_t	:	Cobro en t.
L_t	:	Pago en t.
$MD_A({}_ti_0)$	:	Duración Modificada de los activos en el momento actual (bajo los tipos de interés actuales).
$MD_L({}_ti_0)$	:	Duración Modificada de los pasivos en el momento actual (bajo los tipos de interés actuales).
$MCX_A({}_ti_0)$	:	Convexidad Modificada de los activos en el momento actual (bajo los tipos de interés actuales).
$MCX_L({}_ti_0)$	:	Convexidad Modificada de los pasivos en el momento actual (bajo los tipos de interés actuales).

Estas cuatro condiciones permiten una inmunización dinámica de la cartera bajo el supuesto realizado, pero aún el gestor de la cartera debe controlar el riesgo de inmunización.

Se han propuesto múltiples herramientas para medir dicho riesgo. Las más notables son M^2 [Fong y Vasicek, (1983)] y M^A [Nawalkha y Chambers, (1996)]. No obstante, cualquier medida de dispersión es una medida del riesgo de inmunización [Balbás e Ibañez, (1995)]. Algunos trabajos [Li y Panjer, (1994)] justifican la fortaleza de M^2 como medida de dicho riesgo por su parecido a la varianza. Sin embargo los riesgos financieros están ligados con el dinero y el tiempo y no con sus cuadrados [Iturricastillo, (2007)]. De hecho, ese es el enfoque en el que debe basarse una medida de riesgo que mejore la M^A y la M^2.

Iturricastillo (2007) propuso una nueva medida, el Riesgo de Inmunización Absoluto (RIA) que tiene sentido financiero, es fácil de entender y clasifica coherentemente el riesgo de inmunización [Iturricastillo y De la Peña, (2010)].

El RIA mide el tiempo medio existente entre los pagos y los cobros que los cubren, ponderados en función de su valor actual correspondiente. Esta medida es consistente con su objetivo, dado que muestra cómo de cerca o de lejos está una cartera con la estrategia sin riesgo de interés: la congruencia absoluta o Cash Flow Matching (CFM) en la cual se encuentran perfectamente casados los pagos y los cobros. Por lo tanto, el gestor puede establecer un RIA máximo prudente para controlar el riesgo de inmunización. Su expresión [Iturricastillo, (2007)] resulta:

$$RIA = \frac{\sum_{h=0}^{n} \left| \sum_{t=1}^{h} \left(F_t - L_t\right) \cdot \left(1 + {}_t i_0\right)^{-t} \right|}{\sum_{h=1}^{n} F_h \cdot \left(1 + {}_h i_0\right)^{-h}} \cdot \frac{1}{k}$$

Siendo k el número de periodos de igual tamaño en los que se divide un año para nuestro cálculo.

El RIA no sería una medida válida para un modelo general y dinámico si sólo ofreciera el riesgo en el momento actual y no fuera posible conocer su evolución dinámica. Esta evolución dinámica sí puede conocerse de un modo exacto si se mantienen los supuestos y se puede tener incluso una clara orientación sobre su valor si se incumplen [Iturricastillo *et al.*, (2011)]. De este modo, al conocer su evolución, es simple controlar este riesgo dentro del modelo.

La expresión para el cálculo del RIA de la cartera en un momento x (RIA_x) dentro del periodo de no rebalanceo es la siguiente:

$$RIA_x = \frac{RIA_0}{PFF_x}$$

RIA_0 : RIA en el momento inicial.
PFF_x : Peso proporcional en el valor actual inicial de los flujos posteriores a x.

Dado que PFF_0 es igual a 1 y que va decreciendo a medida que x crece debido a los flujos de caja casados que van dándose y que se reflejan en la evolución conocida desde el inicio del valor de PFF_x, el valor de RIA_x es un valor creciente de un modo conocido. De ese modo, se podría añadir una quinta condición:

5. El valor inicial del RIA no puede superar la proporción PFF_x del valor máximo del RIA establecido previamente por el gestor siendo x el momento final del periodo sin rebalanceo.

$$RIA_0 = PFF_x \cdot RIA_x \leq PFF_x \cdot Maximum\ RIA$$

2.3. CONDICIONES PARA LA INMUNIZACIÓN DEL EXCEDENTE

Tanto para la inmunización del excedente como la del ratio excedente/activo (siguiente apartado) se supone una cartera en la que el valor de los pasivos es inferior al capital que se dispone para realizar la inversión. En este primer caso se inmuniza el valor de este excedente, en el segundo se inmunizará el ratio entre el excedente y el activo.

Para este primer caso, la estrategia a llevar a cabo consiste en la suma de dos estrategias: la inversión a la vista del excedente (lo que elimina su exposición al riesgo de interés) y la inversión del resto de la cartera siguiendo los criterios de la inmunización clásica dinámica, de forma que si el excedente es nulo se obtiene la estrategia expuesta en el epígrafe 2.2.

Ambas estrategias pueden resumirse en la siguiente lista de condiciones:

1. El excedente a garantizar ha de existir y se invertirá a la vista.
2. La Duración Modificada del pasivo es A/L veces la del activo.
3. La Convexidad Modificada del pasivo no es mayor que A/L veces la Convexidad Modificada del activo.
4. Periodo inicial de congruencia absoluta (Cash Flow Matching period) al menos igual al plazo en el que la compañía quiere no tener por qué realizar un rebalanceo (también denominado periodo sin rebalanceo).
5. El valor inicial del RIA adaptado a este caso [Iturricastillo y De la Peña (2007)] no puede superar la proporción PFF_x del valor máximo del RIA establecido previamente por la dirección, siendo x el momento final del periodo sin rebalanceo. Cabe señalar que aunque sólo se están eliminando flujos de caja perfectamente casados, al igual que en el caso anterior, debe adaptarse la fórmula del RIA para su cálculo.

En este tipo de carteras, el excedente crecerá en función del rendimiento obtenido de la inversión a la vista, por lo que es preciso un estudio de la rentabilidad de las inversiones a muy corto plazo, dado que son inversiones sin riesgo de interés.

2.4. CONDICIONES PARA LA INMUNIZACIÓN DEL RATIO EXCEDENTE / ACTIVO

Para este segundo caso se inmuniza el ratio entre el excedente y el activo, requiriendo las condiciones siguientes;

1. El ratio excedente / activo ha de existir.
2. Diferencia entre las duraciones modificadas de activo y pasivo nula.
3. Diferencia positiva entre la Convexidad Modificada de los activos y los pasivos.
4. Flujo de caja Neto de activos y pasivos en proporción a sus valores actuales iniciales al menos durante el periodo en el que la compañía quiere no tener por qué realizar un rebalanceo (también denominado periodo sin rebalanceo).

De esta forma, [Iturricastillo *et al.* (2011)] la cartera perfectamente casada tendría todos sus activos y pasivos en esa proporción de los valores actuales de los activos y los pasivos. Por tanto, si esas condiciones se cumplen, el RIA evolucionará como en el caso de la inmunización clásica, porque sólo se eliminan flujos de caja <<perfectamente casados>>. Así, la última condición será la siguiente:

5. El valor inicial del RIA, adaptado a este caso [Iturricastillo y De La Peña, (2007)], no puede superar la proporción PFFx del valor máximo del RIA establecido previamente por la dirección, siendo x el momento final del periodo sin rebalanceo.

2.5. APLICACIONES, VENTAJAS E INCONVENIENTES DE LA INMUNZACIÓN GENERAL DINÁMICA

La fundamental aplicación de la inmunización es la gestión del riesgo de interés en carteras de renta fija. En concreto, gracias a la misma, una aseguradora podría garantizar de un modo suficientemente satisfactorio, unos rendimientos razonables a los asegurados. Tan es así, que, por ejemplo en España, ya se ha incluido incluso la opción de tomar para una cartera asegurada concreta como tipo de interés técnico el resultante de la inversión en la cartera inmunizada que la garantice, como recoge el Real Decreto 239/2007.

Por el contrario, la inmunización no puede manejar adecuadamente los riesgos de la inversión en renta variable, y aún menos la cobertura de opciones.

La gran ventaja de la inmunización dinámica estriba en que a cambio de un riesgo mínimo se reducen los costes de transacción, lo que, en última instancia, puede beneficiar a los asegurados. Por dicho motivo, a la larga, consideramos que al cliente le compensa optar por ella.

La inmunización dinámica tiene como principal inconveniente el que existen diversos riesgos que no pueden gestionarse con este sistema. Además, para poder implantar este sistema en su plenitud se precisaría disponer de bonos cupón cero a cualquier plazo o bonos a tantos plazos como para hacer posible la misma, aunque en este último caso podría no ser del todo posible en función de los flujos de caja pasivos estimados.

Una característica de la inmunización dinámica es que no precisa un control de la evolución minuto a minuto, que parece ser la norma ambientes financieros evitando comisiones a cambio de un seguimiento cuasi-continuo.
Aunque se puede achacar que la inmunización dinámica no puede gestionar riesgos de tipo de cambio o riesgo de crédito, en la práctica, siempre es gestionable siempre que se controle adecuadamente el riesgo de crédito, riesgo fundamental en las inversiones financieras en una entidad aseguradora.

Es más, en el caso del riesgo de crédito, si la inversión se realiza en todo caso en un tipo de bonos que no llegan al *impago* y que se tiene “la seguridad” de que no se llegará al mismo; por mucho que esos bonos se depreciaran, en teoría se podría volver a invertir en los mismos a los mismos precios y, en teoría, podría mantenerse la inmunización.

Esto último en la práctica podría llegar a ser imposible porque un bono depreciado por el riesgo de crédito que el mercado cree observar (en función de la evaluación de las agencias de calificación crediticia, por ejemplo) podría no ser una inversión ex novo aceptable en función de los límites cualitativos que sean impuestos por el legislador, lo que podría impedir la efectividad de la inmunización dinámica por un riesgo regulatorio.

A este respecto, es interesante recordar tanto que con los datos de la deuda española en plena crisis, una cartera inmunizada en 2004 se hubiera mantenido hasta 2013 en una posición financiera positiva [Iturricastillo *et al.*, (2014)] como que el regulador español ha favorecido recientemente la inversión en renta fija española, dando menos relevancia a las calificaciones crediticias.

3. LA RÉPLICA DE CARTERAS: APLICACIONES, VENTAJAS E INCONVENIENTES

3.1. INTRODUCCIÓN

La literatura científica moderna sobre la cobertura de riesgos en la inversión en acciones o incluso, la cobertura del riesgo derivado de la emisión de opciones es muy abundante y, en buena medida, poco fácil de seguir dada la multitud de diferentes modelos, criterios y supuestos. De esta forma, por ejemplo, Pelsser (2000) "*intenta dar una visión general de los modelos que pueden ser utilizados para valorar eficientemente derivados (exóticos) sobre tipos de interés*". Esta multitud de modelos probablemente se debe a que no existe un modo de evolución teórica a la que se ajusten los precios de las acciones/opciones/… en la realidad. La determinación/visión de la evolución que siguen las valoraciones de los títulos en la realidad sería precisa para poder estudiar estos datos sin tener que limitarse a aproximaciones estadísticas. Aún así, dado que, previsiblemente, la vía ideal que representaría el conocimiento del modelo evolutivo real no tenga futuro, esta vía alternativa parece tener un gran futuro en estos ámbitos, aunque siempre deberá tenerse en cuenta hasta dónde llegan sus posibilidades y qué cuestiones son difíciles de cubrir siguiendo este enfoque.

Aunque podrían hacerse diversas clasificaciones según el factor o característica a elegir como realiza Wilmott (2009), los diferentes enfoques pueden ser englobados en:

1. Arbitraje. En el cual la réplica es perfecta y única.
2. Réplica de carteras. En la cual se replica para los escenarios generados.
3. Optimización de carteras basada en escenarios. En la cual se trata de encontrar la cartera óptima para un cliente dado, en función de sus preferencias / aversión al riesgo, dados los escenarios generados.

Por último, cabe señalar que existen también diversas estrategias para tratar de ofrecer una cobertura a la inversión de los clientes, asumiendo el cliente un riesgo presuntamente limitado por la estrategia que le propone seguir la entidad financiera. A modo de ejemplo puede consultarse Mahayni (2012).

3.2. ARBITRAJE

El arbitraje (o más bien las consideraciones de no arbitraje) en la literatura financiera se aplica principalmente a la valoración de opciones, si bien se podría en teoría aplicar a diferentes ámbitos en las finanzas. A modo de ejemplo, Harrison y Kreps (1979) señalan que "*en esta teoría, iniciada por Black y Scholes (1973), uno puede tomar como dada la dinámica del precio de ciertos títulos (como acciones y bonos). A partir de ahí, intenta determinar los precios de otros títulos contingentes (como opciones subscritas sobre la acción) únicamente a través de consideraciones de arbitraje. Esto es, intenta mostrar que existe un precio único para un título contingente específico que junto con los precios dados de los títulos no permitirá beneficios en el arbitraje.*" De hecho [Cízek y Komorád, (2005-2007)], el enfoque de Black-Scholes "*asegura que la valoración de una opción se mantiene libre de preferencias, esto es, toda la incertidumbre está en el precio de la acción, y así, podemos cubrir opciones utilizando el subyacente.*"

En realidad, la primera aparición de la cuestión de los títulos contingentes abarcados por un conjunto dado de títulos negociados [Harrison y Kreps, (1979)] sería el trabajo clásico de Arrow (1964), aunque las aportaciones que ellos entienden más relevantes son las de Black y Scholes (1973), Merton (1973) y Cox y Ross (1976).

De todos modos, cabe señalar que incluso cuando se habla de no arbitraje no siempre es claro que se esté realizando así, pues un arbitraje implica un beneficio seguro y no precisa por tanto, realizar ninguna consideración sobre la naturaleza del inversor. Esto es, independiente de que sea propenso, adverso o neutral al riesgo. Para ilustrarlo, cabe señalar [Harrison y Kreps, (1979)]: "*el lector cuidadoso puede estar preocupado por esta comparación de Cox y Ross (1976) con nuestros resultados, porque Cox y Ross establecen que el arbitraje es independiente de las preferencias, mientras en nuestro tratamiento el arbitraje está crucialmente ligado a una clase de agente particular, la clase A. Está claro cómo se reconcilian ambas posiciones. Cuando Cox y Ross construyen las preferencias del agente neutral al riesgo* *que proporciona el valor de arbitraje de la reclamación, están construyendo una medida equivalente a la martingala*."

Por último, cabe señalar que [Harrison y Kreps, (1979)], "*Cox y Ross (1976) proporcionan la siguiente observación clave. Si una opción se puede valorar mediante arbitraje en un mundo con sólo una acción y un bono, entonces su valor puede ser encontrado modificando primeramente el modelo de modo que el activo genere el rendimiento del tipo sin riesgo, y entonces computando el valor esperado de la opción.*"

Hay dos consideraciones relevantes respecto a esta cuestión: La primera es que si se va a entrar en una operación tan compleja y al final el rendimiento del activo corresponde al bono sin riesgo, entonces únicamente sirve para generar instrumentos financieros a disposición de especuladores, entre otros, pero no es útil para quien vaya a gestionar su propia cartera, porque para obtener esa rentabilidad invertiría directamente en un bono sin riesgo y no tomaría riesgos de modelo, por ejemplo. La segunda es que, en este esquema, el propio bono representa el tipo sin riesgo porque es un bono con el mismo vencimiento que la reclamación. Si mientras tanto se va a tener que rebalancear, el bono puede sufrir ganancias y pérdidas, dejando sin plena validez este esquema y haciendo que ya no fuera una operación sin arbitraje.
Dentro de este enfoque ha habido multitud de aportaciones tratando de mejorar la aportación fundamental de Black y Scholes, [Rubinstein, (1994); Dupire, B., (1994); Derman *et al.*, (1996); Cízek y Komorád, (2005-2007)], que tratan de superar el problema fundamental de la volatilidad local constante en la fórmula de Black-Scholes. Ésta no da valores adecuados cuando la volatilidad se muestra claramente no constante.

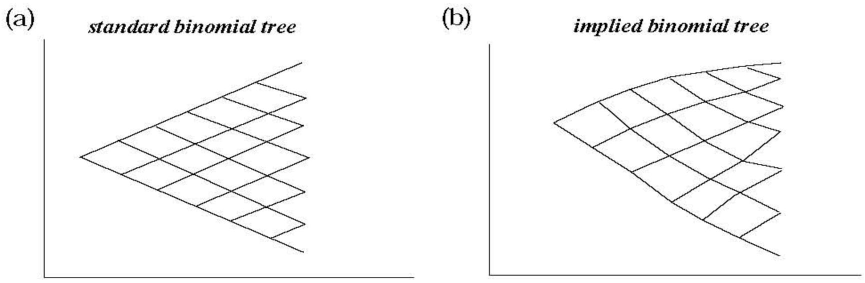
Como señalan Cízek y Komorád (2005-2007), "*se pueden construir árboles binomiales como una discretización del modelo de Black-Scholes de muchas maneras alternativas*." La clásica es la de Cox, Ross y Rubinstein (1979). Y añaden que "*hay muchas extensiones del enfoque original de Black-Scholes que intentan capturar la variación de la volatilidad y de valorar los precios consistentemente con los precios de mercado (esto es, de tener en cuenta la sonrisa de la volatilidad)*."

Algunos autores [Rubinstein, (1994)] sugieren aplicar modelos binomiales implícitos. Otros [Dupire, (1994)] prefieren modelos trinomiales implícitos, y algunos [Derman *et al.*, (1996); Cízek y Komorád, (2005-2007)] llegan a proponer incluso árboles multinomiales.

El gráfico 1 muestra la diferencia entre el enfoque clásico de Cox, Ross y Rubinstein (1979) y el enfoque de árboles implícitos, donde la volatilidad local instantánea no es constante sino que depende del precio de la acción y del tiempo [Derman *et al.*, (1996)].

Gráfico 1: Árbol binomial estándar vs. implícito

FIGURE 1. Schematic representation of (a) standard CRR binomial tree, (b) implied binomial tree.



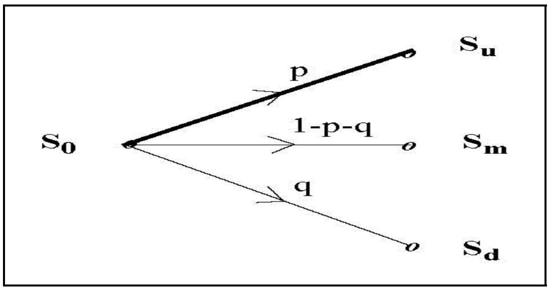
Fuente: Derman *et al.* (1996)

"*Bajo ese supuesto, como toda la incertidumbre sobre la volatilidad local se deriva de la incertidumbre sobre el precio de la acción, podemos cubrir opciones utilizando la acción y así, al igual que en la teoría tradicional de Black-Scholes, la valoración se mantiene libre de preferencias*" [Derman *et al.* (1996)]].

Si se aplican árboles trinomiales no sólo se contempla una opción de crecimiento del precio y otro a la baja sino que hay un tercer valor intermedio. Además, la probabilidad se divide ahora entre las tres opciones por lo que aparecen más parámetros como se observa en el gráfico 2 para un único paso, lo que también da más flexibilidad al modelo.

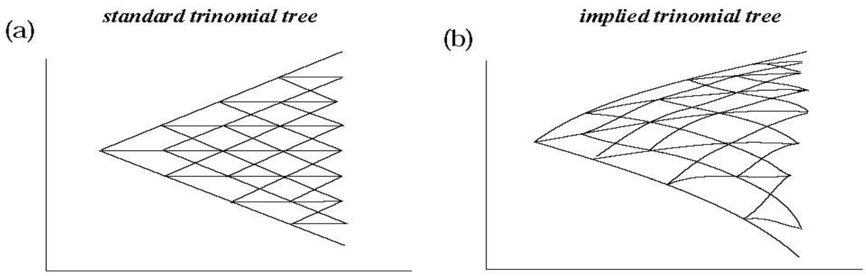
De lo que se infiere un árbol trinomial que, según sea la volatilidad constante (estándar) o no (implícito), obtendremos las representaciones gráficas recogidas en el gráfico 3.

Gráfico 2: Árbol trinomial y sus parámetros



Fuente: Derman *et al.* (1996)

Gráfico 3: Árbol trinomial estándar vs implícito



Fuente: Derman *et al.* (1996)

De todos modos, no todo es ciencia como se ha señalado anteriormente, porque las probabilidades calculadas pueden ser negativas debido a que los precios de los forwards pueden salirse del rango y a que las volatilidades pueden llegar a ofrecer resultados negativos. "*En esos casos deberá reescribirse el precio de la opción que produce las probabilidades inaceptables, y reemplazarlas por el precio de otra opción de nuestra elección*", Derman *et al.* (1996) están obteniendo el precio de opciones exóticas teniendo los precios de mercado de opciones estándar líquidas, por lo que proponen una mera sustitución de una opción por otra en esta construcción del producto financiero complejo.

Dentro de la Optimización de carteras incluimos la aportación de Gondzio *et al.* (2003), que aunque será presentada a continuación, resulta interesante su consideración junto a lo anterior, pues, como éstos señalan, "*el modelo de optimización estocástica de cobertura precisa como input un árbol de* *sucesos de los precios de los activos*", y "*el desenvolvimiento del modelo de optimización estocástica de cobertura depende crucialmente de la calidad de este árbol de sucesos, el cuál es una aproximación del proceso de precios subyacente.*" Y, de hecho, concluyen que "*su contribución es proponer métodos fiables para construir árboles de sucesos para modelos de volatilidad estocástica*."

Sin embargo a veces se prefieren las fórmulas cerradas al ser más rápida su resolución, donde la de Black y Scholes es la formulación más clásica [Wilmott, (2009)].

3.3. RÉPLICA DE CARTERAS

Como señalan Boekel *et al.* (2009), "*una cartera replicada es un conjunto de activos diseñado para reproducir (replicar) los flujos de caja o los valores de mercado de un conjunto de pasivos a lo largo de un gran número de escenarios estocásticos*". Y añaden que "*la gran ventaja de replicar carteras descansa en la velocidad del recálculo de los efectos de los acontecimientos en los mercados financieros*". Esta última es seguramente la ventaja que más comúnmente se encuentra en la literatura financiera.

Chen y Skoglund (2012), para distinguir la réplica del arbitraje, señalan que "*el concepto de carteras replicantes (implicando la idea de utilizar una cartera de instrumentos financieros activamente negociados para modelar la estructura de pagos de unos activos o pasivos ilíquidos) no es nueva. De hecho, la ingeniería financiera de fijación de precios desarrollada las últimas décadas utiliza ese principio junto con la ley de no arbitraje para obtener valores únicos de mercado para los instrumentos. El ejemplo más prominente es la valoración de Opciones de Black y Scholes (1973), donde una combinación apropiada de un activo sin riesgo y el activo subyacente replican el precio de la opción*". Pero, "*en contraste con el modelo de Black y Scholes, el modelo de réplica de flujos de caja […] no tiene la meta de definir un único precio de mercado en el sentido de no arbitraje*", y, de hecho, "*el valor mínimo de la cartera replicante obtenida para la cartera de los activos puede no ser fácilmente transferido a un valor correspondiente de los pasivos replicados*".

La réplica de carteras tiene diversas utilidades; para comenzar la propia cobertura de riesgos financieros, pero [Boekel *et al.* (2009)]] "*la cartera replicante teórica no es siempre práctica debido a riesgos de mercados imposibles de cubrir –por ejemplo el riesgo de interés- a un extremadamente* *largo plazo de algunos pasivos asegurados*". Por otro lado, está la ventaja de la velocidad en los cálculos mediante la reducción de cartera. Esto es, al reducir los cálculos del riesgo a los de la cartera replicante en lugar de calcularlo sobre la cartera real [Dempster y Thompson (2001)]].

Hace ya tiempo que hay aplicaciones financieras que realizan el tracking para acciones o índices (a largo plazo), pero la literatura financiera pretende tratar problemas más complejos incluyendo instrumentos no lineales desde la perspectiva del riesgo [Dempster y Thompson (2001)]].

Es interesante señalar que [Corrigan y Qin (2011)]] al establecer los activos candidatos para la réplica para las obligaciones en los que se garantizan los tipos de interés se utilizan bonos cupón cero. Es evidente que si se disponen de bonos cupón cero al plazo adecuado se podría replicar la cartera perfectamente lo que la convertiría en realidad en un arbitraje. De hecho, esta réplica perfecta recibe el nombre de Cash Flow Matching [Haynes y Kirton (1952)]. Si no se dispone de bonos a los plazos adecuados pero sí, al menos de un plazo igual o superior al más largo vencimiento de los pasivos sí se podrán replicar. Con todos estos ejemplos sólo se pretende hacer notar que una réplica correctamente planteada llevará por sí mismo a resultados cercanos a las estrategias que, en lugar de basarse en escenarios y estadísticas se basan en el entendimiento financiero de la operación. Por tanto, se puede señalar que la réplica no lo está haciendo tan mal (ni las otras estrategias se separan de la realidad, a sensu contrario).

Dentro de la réplica de carteras hay más de un posible objetivo, como ya se señala en la definición al inicio de este apartado. Así, [Boekel *et al.* (2009)] "*los posibles objetivos de la optimización pueden agruparse en dos tipos: réplica del valor de mercado y réplica de los flujos de caja. La réplica de los flujos de caja es replicar los futuros flujos de caja en cada paso temporal bajo diferentes escenarios, mientras la réplica del valor de mercado intenta replicar los valores de mercado de los pasivos*". Y sobre esta última añaden que "*la réplica del valor de mercado […] es también conocida como ajuste de las griegas*".

En la réplica de los flujos de caja se eliminará todo riesgo siempre que los escenarios utilizados reflejen la realidad de un modo correcto. En la réplica del valor de mercado, no se eliminará más riesgo que el que sea recogido en la medida que se utilice para replicar el valor, esto es, si lo que se hace es "*controlar medidas comunes como delta, vega, gamma y rho*", como dichos autores señalan, el valor de mercado estará tan bien controlado como la definición de las griegas utilizadas en la simulación definan/controlen ciertamente dicho valor.

Estas dos diferentes réplicas se pueden intentar con diversos modelos pero son, en definitiva, las dos réplicas básicas que se realizan. Por ejemplo, Dempster y Thompson (2001) acometen un tracking del valor, mientras Chen y Skoglund (2012) realizan una réplica de los flujos de caja.

Siguiendo a Boekel *et al.* (2009), la relación de ventajas y desventajas de cada una de ellas son:

	Réplica de los Flujos de Caja	**Réplica del Valor de Mercado (Ajuste de las griegas)**
Ventajas	No se necesita valorar las opciones y las garantías para cada nodo y para cada escenario. Por tanto, no se precisan soluciones de fórmula-cerrada o escenarios estocásticos.	Se pueden utilizar soluciones de fórmula-cerrada para valorar las opciones y las garantías cuando están disponibles.
	Ofrece más información sobre la estructura subyacente del pasivo.	En los informes financieros se utilizan los valores de mercado.
	Si hay un buen ajuste de los flujos de caja se puede hacer un buen ajuste de los flujos descontados.	Las griegas se pueden utilizar para la gestión diaria del riesgo financiero.
	Bajo la condición de una cartera asegurada estable, la información de los flujos de caja puede volver a ser utilizada.	
Desventajas	Precisa más detalle, lo que implica más escenarios y una más detallada optimización.	Precisa el valor de las opciones y las garantías para cada nodo y para cada escenario. Por tanto, se deben generar conjuntos de escenarios neutrales al riesgo para cada conjunto de escenarios a emplear en la réplica. Esta es una tarea ardua.
	Construir la cartera replicante tomará más tiempo y precisará más experiencia.	El ajuste se optimiza en un momento del tiempo. Esto requerirá un número significativo de escenarios para ser utilizados en la réplica.
	En algunos casos, existirán pocos instrumentos financieros que permitan replicar los flujos de	Dependiendo del propósito de la réplica y del desarrollo de los pasivos asegurados, se puede

	Réplica de los Flujos de Caja	**Réplica del Valor de Mercado (Ajuste de las griegas)**
	caja. Los ejemplos son las acciones a más de 10 años o los instrumentos de tipo de interés de mercado a más de 30 ó 50 años. Si es necesario, pueden emplearse activos sintéticos, pero entonces la cartera no puede ser utilizada para propósitos de cobertura.	precisar un rebalanceo frecuente.

Para terminar cabe señalar que en la literatura financiera, en muchas ocasiones, los autores no realizan la distinción que aquí se plantea, pues consideran que realizan una réplica de cartera a pesar de estar realizando una optimización. De esta forma, Dempster y Thompson (2001) defienden estar realizando una réplica mientras realmente estudian una versión de múltiples pasos del problema de optimización estocástico estático cuyo equivalente determinista fue estudiado por Dembo y Rosen (1999).

3.4. OPTIMIZACIÓN DE CARTERAS BASADA EN ESCENARIOS

Hay trabajos que siguen este esquema [Dembo (1991); Dembo y Rosen (1999); Dempster y Thompson (2001)], bajo un enfoque que supera la Moderna Teoría de Carteras. Es una optimización pero basada en un enfoque estocástico que supera la versión estática representada por aquélla.
En este sentido, Dembo, y Rosen (1999) señalan que "*los problemas de optimización encuentran la cartera que mejor replica uno de los atributos del objetivo (generalmente los flujos de caja en una fecha concreta bajo todos los escenarios*", aunque "*la formulación se generaliza fácilmente para encontrar carteras que replican varios atributos del objetivo en varios momentos diferentes. El programa resultante es un problema de optimización multi-objetivo*". Pero no siempre van a estar todos los objetivos al mismo nivel para el gestor del riesgo, por lo que proponen una variación de esta estrategia: "*una estrategia de priorización estratificada es aquélla que asegura que primero se minimizan los errores en un atributo antes de intentar minimizar los de un segundo atributo. Esto se puede obtener estableciendo una ponderación entre ambos atributos. […] Ésta es también una buena manera de conseguir <<mejores>> coberturas óptimas cuando existen múltiples soluciones óptimas*."

Dembo, y Rosen (1999) explicitan que "*el problema de optimización de una cartera futura […] requiere como inputs:*

- *El conjunto de escenarios, y sus probabilidades (la medida sobre el conjunto),*
- *Los precios actuales de los instrumentos y de los objetivos,*
- *El parámetro de la aversión al riesgo d (o alternativamente el beneficio extra deseado k), y*
- *Los supuestos sobre liquidez.*

Y obtiene como output una cartera X que es óptima (o un conjunto de carteras […] dependiendo de la parametrización)."

Como se observa, la optimización propuesta tiene en cuenta la aversión al riesgo, lo que implica directamente que no es una réplica (cuestión que a veces muchos confunden) sino una optimización y, de hecho, añaden que "*al igual que en el modelo de Markowitz, el inversor se guía por la relación entre riesgo y el beneficio extra esperado al final de la operación. Pero deben señalarse varias diferencias: Primera, el riesgo se define como un riesgo de caída respecto a un objetivo en lugar de ser una varianza. Segunda, trabajan en un espacio de beneficios y pérdidas, y no de rendimientos, que les permite tratar eficientemente los instrumentos apalancados y los derivados. Finalmente, modelando explícitamente los factores de distribución y usando simulación, se captura con efectividad las no-linealidades, dependencias de las trayectorias, vencimiento de los instrumentos, así como los saltos de los mercados o las condiciones de mercado extremas específicas.*"

Para terminar con estas aportaciones se recogen un par de reflexiones que, aunque se realizan a colación de este sistema, salvo en el caso de que se pudiera dar una réplica perfecta y sin coste excesivo debería tenerse en cuenta en cualquier sistema de gestión de riesgos. Dembo (1991) señala por un lado que "*la optimización de escenarios no es todo ciencia. No especifica una fórmula que debe ser resuelta para obtener una solución al problema estocástico subyacente, como hacen otros métodos. Es un enfoque en el cuál se deja mucho espacio todavía para el modelador. El arte de escoger escenarios y la flexibilidad permitida por el modelo de réplica (tracking) deja mucho espacio al juicio experto*" y por otro que "*a menudo en la práctica los escenarios de los tipos de interés se generan por pura intuición mientras todo lo que hace la optimización de escenarios es permitir al usuario la cobertura contra los escenarios elegidos y consecuentemente contra cualquier escenario que esté <<cerca de>> los elegidos. En nuestro enfoque, no importa si esos escenarios son realistas o no. Permiten al experto el cuantificar el efecto de la cobertura contra un punto de vista personal subjetivo. A menudo en las finanzas esto es tan o más interesante* *que utilizar un conjunto de escenarios generado artificialmente basados en algún modelo analítico imperfecto.*” Esto debiera tenerse en cuenta en todo caso y añadir siempre un análisis de los casos extremos, incluso los que pensemos a priori que son impensables en el momento actual.

En este campo, las aportaciones han sido muy numerosas, como ya se ha señalado anteriormente. Entre éstas, es relevante la de Gondzio *et al.* (2003) quienes “*proponen un modelo de optimización estocástico para la cobertura de reclamaciones contingentes que tiene en cuenta los efectos de la volatilidad estocástica, los costes de transacción y las restricciones a la negociación*.”

Cabe reseñar que este modelo, en un intento por ser realista, “*tiene un número limitado de fechas de negociación en las cuales la cartera puede ser rebalanceada (por ejemplo semanalmente), mientras los costes de transacción y las restricciones a la negociación se toman en cuenta*.”

Así mismo, señalan que “*la meta del modelo es minimizar los errores de cobertura siguiendo una estrategia de negociación dinámica apropiada*”, consideran una característica importante la minimización del error de la cobertura durante el inicio de la misma (primeros días) y no hasta el vencimiento contingente y piensan que “*su especificación del modelo de cobertura es útil porque:*

1. El horizonte de planificación de los negociadores es más corto que el vencimiento de sus reclamaciones contingentes y están generalmente más interesados en los beneficios o pérdidas de un día para el siguiente.
2. La cartera de pasivos de un negociador puede cambiar frecuentemente debido a las compras y ventas adicionales.
3. Los límites al riesgo como los <<Valores en Riesgo>> son frecuentemente impuestos en unos horizontes relativamente cortos.”

Realizan una réplica del valor pues piensan en un gestor preocupado por el valor al día siguiente que hará o deshará posiciones en función de dicho valor y, de hecho, se comparan con la moderna teoría de carteras, señalando que estas últimas no son plenamente apropiadas en un contexto con costes de transacción y volatilidad estocástica por lo que afirman que su “*estrategia de cobertura de optimización estocástica puede realmente superar un esquema de cobertura delta-vega en presencia de costes de transacción.*”

Para concluir, confirman algo que siempre debe tenerse en cuenta en todos los enfoques similares, el que “*la calidad de la cobertura construida con el* *modelo de optimización estocástica dependerá crucialmente de la calidad de los escenarios de precios. Sin un buen programa de generación de escenarios el modelo de optimización estocástico es meramente un concepto teórico, no una herramienta de cobertura practicable*." Y ellos entienden que su "*contribución es proponer métodos fiables para construir escenarios para los modelos de volatilidad estocástica*."

Zhao y Ziemba (2000) toman el el Valor en Riesgo –VaR- como la medida del riesgo, pero exponen una cuestión crítica cuando señalan que dado "*que el VaR lidia con decisiones que están dentro de ciertos niveles de confianza, ¿qué ocurre si el inversor no puede permitirse la pérdida causada por sucesos extremos, incluso aunque la probabilidad de pérdida sea pequeña*?", así "*un nivel de subsistencia mínimo es importante para los inversores institucionales*." Y por eso desarrollan una estrategia que pretende garantizar "*un pago objetivo casi con seguridad*" mientras "*mantiene un rendimiento al alza potencial cuando los activos en su conjunto siguen un movimiento Browniano geométrico en un mercado completo*."

Esta aportación es interesante al plantear la cuestión básica de la supervivencia de la empresa como mínimo a garantizar pero, como en la mayoría de los casos, dependerá de lo realista que sean los movimientos de precios esperados y los escenarios generados. En este caso se exige un movimiento Browniano geométrico en un mercado completo para garantizar ese pago objetivo "casi con seguridad".

3.5. APLICACIONES, VENTAJAS E INCONVENIENTES DE LA RÉPLICA DE CARTERAS

La réplica de carteras tiene un gran campo de aplicación en la gestión del riesgo financiero de las diferentes inversiones. Puede aplicarse prácticamente para gestionar cualquier inversión, esto es, cualquier riesgo financiero del cual haya instrumentos financieros adecuados para realizar su réplica, aunque puede que no siempre tenga que ser la opción preferible. De hecho, ofrecerá, en general, un control del riesgo razonable ante evoluciones no terriblemente abruptas del mercado.

Su mayor ventaja es la velocidad en los cálculos, si bien dependerá de si nos encontramos en un caso en el que aplicamos una fórmula cerrada o bien en uno en el que tenemos que simular multitud de escenarios. En cualquier caso, el problema de la dimensionalidad está siempre presente.

Entre sus inconvenientes aparece la necesidad de un continuo seguimiento y rebalanceo con sus costes correspondientes (de transacción entre otros). Éste es el principal motivo por el que argumentamos que la estrategia de inmunización dinámica propuesta es preferible para gestionar el riesgo de interés, dado que elimina casi por completo los costes de transacción y faculta el realizar cambios sólo cuando haya un beneficio y no como imperiosa necesidad para mantener la cobertura, mientras el riesgo permanece controlado. Bajo este enfoque, Dembo (1991) en su primer ejemplo trata la inmunización y afirma que la cartera de bonos óptima inmunizadora será diferente para diferentes escenarios e incluso señala que la réplica será mala si el escenario supuesto no es el que luego ocurre. Lógicamente siempre hay riesgo, y por eso en la inmunización se trata con el riesgo de inmunización, pero en el caso de la optimización (o incluso la réplica que se basa en escenarios) todo dependerá de los escenarios creados, por lo que, al final, también en este caso, todo dependerá de los supuestos realizados.

Cabe recoger que [Aliprantis *et al.* (2000)], "*el aseguramiento de la cartera al mínimo coste es una estrategia de inversión que permite al inversor evitar las pérdidas mientras todavía captura ganancias de los pagos de la cartera a un mínimo coste.*" Eso mismo intenta hacer la inmunización (sólo que su campo de actuación razonable se limita a la renta fija).

Este sistema no puede generar carteras replicantes si no hay mercado financiero en el que se negocien activos adecuados. Podrá optimizarse la cartera que más se acerque, pero no siempre se podrá replicar y no podrá utilizarse como cobertura con garantías.

Finalmente, cabe señalar que el arbitraje, si verdaderamente es posible llevarlo a cabo y lo es a un coste asumible, es preferible a la réplica de carteras, pues el resultado originado por la cartera a la que se le aplique el arbitraje no dependería en ningún caso de cuál fuera el escenario que realmente se diera, a diferencia de la réplica de carteras. Mientras, igualmente, la réplica de carteras sería preferible a la optimización de carteras, pues eliminaría el riesgo para la gran mayoría de los casos, no dependiendo ni de supuestos ni de preferencias.

Esta última posibilidad sería, aún así, una mejora respecto a la Moderna Teoría de Carteras en la cual en lugar del enfoque riesgo-rendimiento estático inicial se utiliza un enfoque similar optimizando dentro de los escenarios creados. Por tanto, al tener en cuenta las preferencias en la elección no es exactamente una réplica.

3.6. ALGUNAS CRÍTICAS A LA MODERNA TEORÍA DE CARTERAS

Gran parte de lo expuesto es, en parte, heredero de la moderna teoría de carteras y, como tal, le son aplicables algunas de las críticas habituales a dicha teoría. Clarkson (2000) y (2002) recoge las principales críticas que pueden realizarse a estas teorías, las cuales pueden ser de utilidad para los actuarios en el desempeño de su profesión y que transcribimos a continuación:

"*Allais (1954) atrae atención a los muy serios peligros de construir una teoría matemática aparentemente rigurosa sobre supuestos simplificadores que no tienen relevancia en el mundo real, y consecuentemente sugiere que sólo aquellos que tienen una experiencia práctica de muchos años deberían intentar formular modelos económicos."* Esta crítica debiera recordarla el actuario en todo momento, pues si se cae en este error no importará cómo de elaborado sea nuestro modelo matemático.

Según Fama (1970) "*las distribuciones no normales estables del tipo precisamente defendido por Mandelbrot son más realistas que las distribuciones estándar, pero entonces señala: <<los Economistas, sin embargo, han sido reacios a aceptar estos resultados, primeramente debido a la riqueza de técnicas disponibles para trabajar con variables normales y la carencia relativa de tales técnicas para variables no-normales estables.>>*" Esto es superado por medio de los modelos basados en escenarios, siempre que no mantengan esos supuestos simplificadores, pero aún puede ser un error cometido por otros modelos más simples.

El propio Mandelbrot (1982) "*ha calificado como metodologías estadísticas <<suicidas>> […] el estándar en la teoría financiera*" y señalaba que "*<<Al afrontar un test estadístico que rechaza la hipótesis de que los cambios en los precios Brownianos son Gaussianos, el economista puede intentar una modificación tras otra hasta que el test es engañado. Una droga popular es la censura, hipócritamente llamada <<rechazo de los datos extraños>>. Uno distingue los cambios ordinarios pequeños en el precio, de los grandes cambios que vencen los filtros de Alexander. Los primeros se ven como aleatorios y Gaussianos, y se dedica a ellos tesoros de ingenuidad. Los segundos se manejan por separado, como <<no-estocásticos>>.>> Poco después de que el <<Efecto Noé>> se manifestara con extrema severidad en el derrumbe del Long-Term Capital Management, Mandelbrot (1999) produjo un breve artículo en el cual usó analogías náuticas para hacer ver la demencial naturaleza de los modelos de riesgos estándar que suponen distribuciones normales independientes."*

"Una piedra angular de la ciencia actuarial es el uso de las probabilidades observadas en el mundo real, como las tasas de mortalidad, mientras que mucho de la teoría financiera actual es, como Von Hayek observó en un contexto más general en su Lectura Memorial del Nóbel de Diciembre de 1974, <<decididamente acientífico en el verdadero sentido de la palabra, ya que implica una aplicación mecánica y acrítica de hábitos de pensamiento a campos diferentes para aquellos en los cuales éstos habrían sido formados.>>"

4. CONCLUSIONES

Las principales conclusiones del trabajo se han realizado a lo largo del mismo, por lo que el presente epígrafe se limita a resumir las más importantes:

1. Entendemos que es aconsejable establecer una gestión diferenciada entre el negocio de aseguramiento de vida y pensiones, el cual se caracteriza por ser finalista y con un inversor con un alto grado de aversión al riesgo, de la de otros negocios financieros tales como, por ejemplo, la creación de opciones o derivados sintéticos con otras características porque, ante una evolución negativa, el valor de los instrumentos utilizados para canalizar el ahorro podría verse afectado, con el coste social que ello generaría. Y esto, a pesar de que se entiende que la réplica de carteras puede ser útil si se gestiona de un modo inteligente.
2. Los supuestos en los que se basa la réplica hacen que sea necesario gestionar la cartera de forma dinámica para conseguir unos objetivos concretos sin garantizar su consecución lo que, en última instancia, dependerá de que no se produzcan cambios bruscos. La inmunización general dinámica está diseñada para establecer la estrategia y hacer un control muy liviano, no necesitando hacer cambios en la cartera durante largos periodos, si bien se podrán hacer cuando se pueda asegurar un beneficio mínimamente relevante con el cambio de una cartera inmunizadora por otra. Son mundos distintos: la primera es la lucha cuerpo a cuerpo diaria del mejor samurái de la actualidad; la segunda es la estrategia del general que decide comenzar la guerra cuando le interesa. De hecho, esto último es lo que recomienda el Sun Tzu cuando dice que "*la mejor victoria es vencer sin combatir*".

5. BIBLIOGRAFÍA

Aliprantis, C.D., Brown, D.J. y J., Werner (2000). *Minimum-cost portfolio insurance*, Journal of Economics Dynamics and Control, 24, 1703-1719.

Arrow, K. (1964). *The role of securities in the optimal allocation of risk-bearing*, The Review of Economic Studies, 31, 91-96.

Balbás, A. e Ibáñez, A. (1995). *Medidas de dispersión como medidas del riesgo de inmunización*, Documento de Trabajo 95-18, Serie de Economía de la Empresa 01, Octubre. Universidad Carlos III de Madrid.

Bierwag, G.O. y Kaufman, G. G. (1985). *Duration Gap for Financial Institutions*, Financial Analyst's Journal, March-April, 41(2), 68-71.

Black, F. y Scholes, M. (1973). *The pricing of options and corporate liabilities*. Journal of Political Economy, 81, 637-659.

Boekel, P., Van Delft, L., Hoshino, T., Ino, R., Reynolds, C. y H., Verheugen (2009). *Replicating Portfolios. An Introduction: Analysis and Illustrations.* Milliman Research Report, November.

Chen, W. y Skoglund, J. (2012). *Cashflow replication with mismatch constraints*. The Journal of Risk, 14(4), 115-128.

Cízek, P. y Komorád, K. (2005-2007). *Implied Trinomial Trees*, SFB 649 Discussion Paper, Economic Risk. Berlin.

Clarkson, R. S. (2000). *A General Theory Of Financial Risk.* 10th AFIR, Tromsϕ, Norway, Junio, 179-209.

Clarkson, R. S. (2002). *A Fractal Probability Distribution For Financial Risk Applications.* 12th AFIR, Cancún, México, Marzo.

Corrigan, J. y Charles, Q. (2011). *Replicating Portfolios and Risk Management*. Biennial Convention of the Institute of Actuaries of Australia, Abril. Sydney.

Coutts, S. (1993). *Immunization is Dead.* 3rd AFIR, Rome, Italy, Marzo – Abril, 519-524.

Cox, J. y Ross, S. (1976). *The valuation of options for alternative stochastic processes*. Journal of Financial Economics, 3, 145-166.

Cox, J.C., Ross, S.A. y M., Rubinstein (1979), *Option Pricing: A Simplified Approach*. Journal of Financial Economics, 7, 229-263.

Dembo, R. (1991). *Scenario optimization*. Annals of Operations Research, 30, 63-80.

Dembo, R. y Rosen, D. (1999). *The practice of portfolio replication. A practical overview of forward and inverse problems*. Annals of Operations Research, 85, 267-284.

Dempster, M.A.H. y Thompson, G.W.P. (2002). Dynamic Portfolio Replication Using Stochastic Programming. *Risk Management: Value at Risk and Beyond*, 100 - 128, Dempster, M.A.H. (ed.). Cambridge University Press.

Derman, E. y Kani, I. (1994). *Riding on a Smile*. Risk 7, 2, 32-39.
Derman, E., Kani, I. y Chriss, N. (1996). *Implied Trinomial Trees of the Volatility Smile*. Goldman Sachs´ Quantitative Strategies Research Notes. February.
Dupire, B. (1994). *Pricing with a Smile*. Risk 7, 1, 18-20.
Fong, H.G. y Vasicek, O. (1983). *The Tradeoff Between return and Risk in Immunized Portfolios*. Financial Analyst's Journal, 39(5), 73-78.
Gondzio, J., Kouwenberg, R. y Vorst, T. (2003). *Hedging Options under Transaction Costs and Stochastic Volatility*. Journal of Economic Dynamics and Control, 27, 1045 – 1068.
Harrison, J.M. y Kreps, D.M. (1979). *Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets*. Journal of Economic Theory, 20, 381-408.
Haynes, A.T. y Kirton, R.J. (1952). *The Financial Structure of a Liffe Office*. The Journal of The Institute of Actuaries, 18, 141-197.
Iturricastillo, I. (2007). *Medición y gestión de riesgos en las entidades financieras a través de la inmunización del riesgo de interés*. Servicio de Publicaciones de la Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea, Bilbao.
Iturricastillo, I. y De la Peña, J.I. (2003). *The Rebalancing Issue In The Immunized Portfolios By The Horizon Matching*. 6th Italian-Spanish Conference On Financial Mathematics, Trieste, Italia, Julio, II-399 - II-421.
Iturricastillo, I. y De la Peña, J.I. (2007). *Medición general del riesgo de inmunización a través del riesgo de inmunización absoluto: R.I.A.*. V Encuentro Iberoamericano de Finanzas y Sistemas de Información. Alicante, Noviembre.
Iturricastillo, I. y De la Peña, J.I. (2010). *Riesgo de Inmunización Absoluto como medida general del riesgo de inmunización*. Análisis Financiero, 114(3), 42-59.
Iturricastillo, I., De la Peña, J. I., y Garayeta, A. (2014). *A new paradigm that really works in the long term, even inside the Spanish debt market crisis: the dynamic, complete and general immunization model.* 11th International Conference Developments in Economic Theory and Policy. Bilbao, Junio.
Iturricastillo, I., De la Peña, J. I., Moreno, R. y Trigo, E. (2011). *A Complete Model of General Dynamic Immunization*. AFIR-ASTIN Colloquim, Madrid, Junio.
Khang, C. (1983). *A Dynamic Global Portfolio Immunization Strategy in the World of Multiple Interest Rate Changes: A Dynamic Immunization and Minimax Theorem*. Journal of Financial and Quantitative Analysis , 18 (3), 355-363.
Li, David X. y Panjer, Harry H. (1994). *Immunization Measures for Life Contingencies*. 4th AFIR, Orlando, Florida, U.S.A., Abril, 375-395.

Mahayni (2012). Market Valuation Methods. 25th International Summer School of the Swiss Association of Actuaries. Laussane.

Mandelbrot, B. B. (1963). *The variation of certain speculative prices*. Journal of Business, 36, 394-419.

Mandelbrot, B. B. (1982). *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman and Company, New York.

Mandelbrot, B. B. (1999). *A multifractal walk down Wall Street*. Scientific American, Febrero, 70-73.

Merton, R. (1973). *Theory of rational option pricing*. The Bell Journal of Economics and Management Science, 4, 141-183.

Nawalkha, S.K. y Chambers, D.R. (1996). *An Improved Immunization Strategy: M-Absolute*. Financial Analysts Journal, Septiembre-Octubre, 69-76.

Pelsser, A. (2000). *Efficient Methods for Valuing Interest Rate Derivatives*. Springer, UK.

Pelsser, A. (2012). Market Valuation Methods. 25th International Summer School of the Swiss Association of Actuaries. Laussane

Redington, F. M. (1952). *Review of The Principles of Life-Office Valuations*. The Journal of The Institute of Actuaries, 78, 286-340.

Real Decreto 239/2007, de 16 de febrero, por el que se modifica el Reglamento de ordenación y supervisión de los seguros privados, aprobado por el Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, y el Reglamento de mutualidades de previsión social, aprobado por el Real Decreto 1430/2002, de 27 de diciembre.

Rubinstein, M. (1994). *Implied Binomial Trees*. Journal of Finance, 69, 771-818.

Sun Tzu (Siglo V A. D. C.). *El arte de la Guerra*. China.

Wilmott, P. (2009). *Frequently Asked Questions in Quantitative Finance*. Second edition. Wiley. UK.

Zhao, Y. y Ziemba W. T. (2000). *A dynamic asset allocation model with downside risk control*. The Journal of Risk, 3.