

Reservas en el dominio de la previsión privada colectiva y en el de la previsión social legal, para la vejez, la invalidez y la familia: Sistema financiero-actuarial más conveniente

Por ANTONIO LASHERAS-SANZ

1.—*Consideraciones previas.*—Al estudiar la necesidad o conveniencia de constituir reservas (según dice la explicación del enunciado de la parte *b*) del Tema 2 del cuestionario) para “cuestiones de liquidez” y “para garantizar permanentemente las prestaciones, pensando en los cambios que experimente la composición de la cartera y una carga uniforme para las futuras generaciones, teniendo en cuenta asimismo el sistema de prestaciones y la función que realiza la reserva si la cuantía de las prestaciones depende de un índice”, que según el enunciado general del tema, que recogemos en el título de esta comunicación, se contrae a los dominios de la previsión privada colectiva y de la previsión social legal (lo que, en nuestra comunicación a la parte *a*) de este mismo Tema, hemos denominado *macro-seguro de primero y segundo orden*, respectivamente), consideramos que el problema de la *liquidez* es una cuestión de materialización de reservas y, muy principalmente, de las que constituyen créditos de los beneficiarios contra el asegurador, como son las destinadas a “Prestaciones pendientes de liquidación o/y pago”, teniendo en cuenta la rentabilidad que dejen de proporcionar y su repercusión en los otros dos aspectos de rentabilidad a considerar, como son el de la rentabilidad que salvaguarde el tipo de interés aplicado al cálculo de las primas y de las mismas reservas y, en el caso de la previsión privada, el tipo de interés de la rentabilidad de la entidad

aseguradora. Y además, habrá que cuidar de que el Activo disponible, conjuntamente con el realizable a la vista deben ser de cuantía superior a la del Pasivo exigible asimismo a la vista; así como el Activo realizable a corto plazo debe exceder al Pasivo exigible también a corto plazo, y el Activo realizable a largo plazo debe ser por lo menos igual al Pasivo también exigible a largo plazo y los vencimientos de aquél, anteriores a los de éste.

Pero, más aún. Para todo ello, la base está en el equilibrio económico-financiero de la empresa aseguradora, por lo que, sobre ésto, nos remitimos a nuestra comunicación al Tema I del cuestionario del "17º Congreso Internacional de Actuarios" (Londres-Edimburgo, 1964), en la que establecimos "A model for establishing the capital and for analysing and controlling the expenses of an insurance company", que no es otra cosa que la "ecuación" de dicho equilibrio*.

De algunas de estas cuestiones también nos hemos ocupado en la comunicación presentada para el Tema 3 de este mismo 18º Congreso.

Desde luego, el problema, a nuestro modo de ver, es de mayor amplitud, que el de la estabilidad del asegurador, en lo que tiene gran importancia el sistema financiero-actuarial adoptado y, por consecuencia, las reservas a que por su condición dé lugar, que es de lo que vamos a ocuparnos en esta comunicación.

2.—*Ecuación general de todos los sistemas financiero-actuariales posibles.*—Planteada la cuestión en estos términos, entendemos que lo principal es decidir el sistema o criterio financiero-actuarial que coordinando adecuadamente la clase, forma, cuantía de las prestaciones y el modo de correlacionar éstas con los salarios o remuneraciones de los protegidos por los seguros, se considere más conveniente para evitar los problemas que puedan plantearse por las diferentes circunstancias que se pueden presentar en el desarrollo de los seguros sociales a través del tiempo y consiguientes vicisitudes socio-económicas que surjan.

Para ello, recordemos que Julius Kaan refiriéndose a las "Cajas

* La versión castellana de este trabajo fue publicada en "RIESGO y SEGURO" (R y S), de la Dirección General de Seguros (Ministerio de Hacienda), del IV Trimestre de 1963.

de Seguros de Pensiones”, expuso ya en 1888, en su “Anleitung zur Berechnung der Einmaligen und Terminlichen Prämien”, la ecuación general básica de todos los sistemas o criterios financieros racionalmente posibles para la determinación de las primas que, ligeramente retocada por nosotros, es:

$$A + \sum_{n=1}^N \sum_{g} \sum_{s} \sum_{x} \sum_{t=1}^T v^{t+n-\frac{1}{2}} \cdot L_{(x)(g)(S)}^{(t)(n)} \cdot S_{(x)(g)(S)}^{(t)(n)} \cdot P_{(x)(g)(S)}^{(t)(n)} =$$

$$= B + \sum_{n=1}^N \sum_{c} \sum_{g} \sum_{x} \sum_{t=1}^T \sum_{s} v^{t+n-\frac{1}{2}} \cdot M_{(x)(g)(S)}^{(t)(n)} \cdot [K_{(x)(g)(S)}^{(t)(n)} = S \cdot c]$$

donde la significación atribuida a los símbolos que entran en ella, es la siguiente:

- (t) = Número de orden del año “general” de la vida del seguro o del asegurador;
- (x) = Característica de variabilidad, como es la edad en los seguros sobre riesgos personales;
- (n) = Número de años que el colectivo a que se afecta lleva en seguro;
- (S) = Amplitud económica o base sobre la que se establece la cuantía de la o las aportaciones, en su caso (sueldo, salario, etc.). De haber lugar a diversos grados de prestaciones, o clases de ellas, se podrá considerar un subcolectivo para cada una de ellas, de conformidad con el índice que sigue;
- (c) = Tipo-cuantía de prestación correspondiente;
- (g) = Intensidad en la realización del hecho;
- M = Frecuencia de realización con una intensidad determinada;
- K = Cuantía de la prestación, que podrá ser de la forma del valor actuarial del capital necesario para garantizar técnicamente el pago de una renta de cuota anual k, o simplemente de esta cuota anual;
- P = Cuota o prima con que contribuir cada año por o/y para cada asegurado;
- A = Ingresos de procedencia distinta a las aportaciones de las partes directamente interesadas en la financiación de los seguros, y
- B = Parte de las prestaciones que, por las causas que fueren, no satisfaga, y en la que puede suceder que sean:

$$\begin{aligned}
 A &= B = 0 \\
 A &= 0 \text{ y } B > 0 \\
 A &> 0 \text{ y } B = 0 \\
 (A \neq B) &> 0.
 \end{aligned}$$

Si $A=B=0$, el sistema financiero es de los que se bastan a sí mismos. Si $A>0$ y $B=0$, el sistema financiero no se basta asimismo, como en el caso de los seguros sociales en los que, aparte de las cuotas que paguen los protegidos por ellos, hay aportaciones de los empresarios o/y del Estado u otros medios semejantes. Si $A=0$ y $B>0$, significará que el fondo recaudado para pago de prestaciones es excesivo y que se recauda más de lo necesario, con destino a otros fines. En el caso de que sean $(A \neq B) > 0$, según sea A mayor que B o viceversa, nos encontraremos en cualquiera de los dos últimos casos anteriores. Y finalmente, si $(A=B) \neq 0$, habrá una compensación.

3.—*Sistemas aplicables a los seguros sociales.*—Dentro de las categorías de riesgos a cubrir a que se contrae el enunciado del tema: “vejez, invalidez y familia”, por ser sobre sujetos personales de riesgo, de todos los sistemas que pueden desprenderse de la anterior ecuación, por circunstancias de uniformidad que por diversas razones accesorias, aunque importantes, se imponen en el ámbito de los seguros a que está condicionado el tema que desarrollamos, entendemos que sólo caben los siguientes:

A) *Reparto entre contemporáneos o prima media general*, del que una modalidad es la *prima natural*, y otra, la *prima natural promedia general*, que nosotros llamamos de *reparto horizontal* por constituir un reparto entre contemporáneos.

Otro aspecto de esta cuestión es el “reparto rabioso” y a posteriori, aun cuando funcione partiendo de una “prima natural propiamente dicha” o de una “prima natural promedia general” cobrables por anticipado y rectificables “a posteriori”.

B) *Capitalización individual* o “plena capitalización”, o “reparto entre colectivos homogéneos y a través del tiempo”, que nosotros llamamos *reparto vertical*, nacido del matiz mutualista “sui generis” que impone al seguro el concepto de la “probabilidad empírica”, que tiene la propiedad de ser fiel intérprete de la probabilidad que ofrece cada asegurado, considerando individualmente, a la exposición al riesgo de que se trate y cobertura del mismo.

C) *Capitalización colectiva* o “reparto combinado entre contemporáneos y generaciones sucesivas a través del tiempo”, o *reparto mixto*, en el que cabe distinguir las tres posibles variantes siguientes:

a) La que toma en consideración los pagos eventuales a efectuar cada año, no solamente en los seguros cuyas prestaciones son de “tracto único” (seguros de capitales: por defunción, natalidad, nupcialidad y similares), sino en aquellos que son de “tracto sucesivo” (rentas o pensiones de invalidez, viudedad, orfandad, etc. y vejez o retiro por edad).

b) La que, en lugar de tomar en consideración cada año, para todos los seguros de prestaciones de “tracto sucesivo”, los pagos eventuales a efectuar por concepto de cuotas periódicas de sus prestaciones causadas cada año y para cada caso, toma el “valor-capital” actuarial que técnicamente garantiza el pago de las cuotas periódicas (anuales, semestrales, trimestrales o mensuales y las aun teóricamente diarias) sucesivas correspondientes a los derechos ya causados, lo que da lugar a un *reparto de capitales de cobertura* que, a su vez, puede ser:

i) De *capitalización de derechos en formación*, que se corresponde con la capitalización individual, plena capitalización o capitalización completa, e

ii) De reparto de capitales de cobertura propiamente dicho, o sea reparto de los capitales a constituir para garantizar técnicamente el pago de las pensiones (rentas) como ya hemos dicho.

c) *Reparto con fondo de cobertura*, que se produce cuando en la anterior modalidad de “reparto de capitales de cobertura”, se considera nulo el tipo de interés de los módulos determinantes de los “valores-capital” de las prestaciones de “tracto sucesivo”, con lo que se opera, en lugar de con valores-capital de las rentas o pensiones causadas, con “esperanzas matemáticas puras” (en el estricto sentido actuarial de esperanza matemática).

La razón, entre otras a que aludiremos después, para operar de esta forma es la de que así, desde el primer momento de la implantación de un seguro de tal naturaleza, el valor-capital para garantizar el pago de las futuras cuotas en que se desarrollan las prestaciones es igual (en su argumento, o sea, sin su amplitud económica) para todos los asegurados y beneficiarios que ofrezcan homogeneidad en todas las circunstancias a tomar en consideración, menos en lo que

se refiere al momento o año de la vigencia del seguro como institución practicada, que resulta indiferente.

D) *Reparto horizontal con recargo para constituir una reserva adicional* no necesaria para el cumplimiento de su función por el sistema, pero destinada a efectos complementarios (algunos de los cuales, como veremos luego, puede ser el de constituir un fondo de ahorro para revalorización o actualización de los valores de bienes patrimoniales del asegurador, desviaciones entre la siniestralidad real y la prevista, etc.). Y cuando el recargo cobre las características necesarias, este sistema puede confundirse con el expuesto en C), c).

4.—*Reservas técnicas de primas, que se producen.*—Como es bien sabido, cada uno de estos sistemas da lugar a la formación de unos "fondos" técnicos o *reservas técnicas de primas* que, como ya indicamos en nuestra comunicación al Tema 3 de este 18º Congreso son:

A) En el sistema de reparto entre contemporáneos, a lo más, se formarán las llamadas *reservas para riesgos en curso*, cuando se opere a *prima natural fija o eventual anticipada*.

B) En el de capitalización individual se formarán las llamadas *reservas matemáticas*, integradas por:

a) Las *reservas para riesgos en curso*, equivalentes a la mitad de las primas puras vencidas en el año económico, en razón a que:

$$\sum_n {}_n P_x = \sum_x v \cdot q_{x+m}$$

puesto que

$$\begin{aligned} {}_n P_x &= \frac{{}_n A_x}{{}_n \ddot{a}_x} = v \frac{v^0 \cdot {}_0 P_x \cdot q_x + v^1 \cdot {}_1 P_x \cdot q_{x+1} + v^2 \cdot {}_2 P_x \cdot q_{x+2} + \dots + v^{n-1} \cdot {}_{n-1} P_x \cdot q_{x+n-1}}{v^0 \cdot {}_0 P_x + v^1 \cdot {}_1 P_x + v^2 \cdot {}_2 P_x + \dots + v^{n-1} \cdot {}_{n-1} P_x} \\ &= v \cdot q_{x+m} \end{aligned}$$

donde, como se ve, q_{x+m} es valor promedio ponderado de la tasa anual de mortalidad para una edad intermedia entre la inicial x y la del final del intervalo n , $x+n-1$, lo que puede generalizarse más aún, como queda indicado, para n y x .

Para proceder de una manera global, bastará determinar la relación promedia general $\Sigma P : \Sigma P'' = \Theta$ y, luego, tomar como cifra global de estas reservas $\frac{1}{2} \Theta \Sigma P''$.

b) *Reservas para derechos en formación*, tanto en los seguros de prestaciones de tracto único como de sucesivo, en tanto llegue el momento de ser causada la prestación.

c) *Reservas para derechos en disfrute*, en los seguros de prestaciones de tracto sucesivo y una vez causado el derecho inmediato a la prestación (rentas o pensiones de la clase específica que fueren: invalidez, vejez, sobrevivencia: viudedad, orfandad, ascendientes y/o colaterales en su caso).

Las reservas de los apartados a) y b) no son simultáneas más que en el caso de que los pensionistas sigan pagando prima o cuota; pero en este caso, puede eliminarse la reserva a), tomando para la evaluación de las obligaciones, en la b), la diferencia entre la cuota de renta y la prima a seguir pagando, o sea, la renta neta por este concepto.

C) Capitalización colectiva:

a) En la modalidad de reparto de capitales de cobertura, como desde el principio de la implantación de la modalidad de seguro de que se trate, sobre la base del "colectivo modelo de activos" asegurados, cada año se destinará a garantizar el pago de las cuotas de las prestaciones causadas, la misma cantidad, que se agregará al fondo que vaya quedando vivo de las aportaciones de años anteriores al mismo, y el montante de los pagos anuales que vaya efectuando el asegurador, comenzando en una cuantía mínima, irá creciendo de año en año, hasta la extinción de la primera generación teórica de beneficiarios, en cuyo momento se estabilizará teóricamente en la misma cuantía para todos los años siguientes, habrá un momento a partir del cual el montante de los pagos que anualmente tenga que efectuar, asimismo teóricamente, el asegurador sobrepasará la cuantía viva del fondo que se ha ido constituyendo, quedará una zona en aparente descubierto que se cubrirá con los intereses del fondo constituido que permanecerá ya, teóricamente, repetimos, estabilizado. La formación de ese fondo la constituye la aportación de los expresados intereses que proporcione.

b) En la modalidad de reparto con fondo de cobertura, como su diferencia con el inmediato anterior consiste en que no se ha tomado en consideración rentabilidad alguna, la misión del fondo que se constituirá —como ya hemos dicho en 3, C), c)— consiste solamente en establecer un cierto grado de equidad entre las aportaciones recibidas por el asegurador con respecto a los primeros asegurados causantes de prestaciones más tempranas y las de los posteriores por los que se pagó al seguro más que por los primeros. Y

ésto no quiere decir que al fondo resultante no se le pueda obtener una rentabilidad que pueda ser aplicada a fines análogos a los del caso anterior, pero que no es indispensable.

Queremos resaltar que “reparto de capitales de cobertura” y “reparto con fondo de cobertura”, en analogía gramatical pueden tener la misma significación, pero, en nuestro caso, las empleamos como expresiones no idénticas, con significaciones que, aunque parecidas, no son iguales.

D) Otros conceptos se producen en el seguro, cuya naturaleza no deriva inmediata y directamente de las primas o cuotas, y que son aún menos reservas que las anteriores, en el ámbito económico-contable en el que nace el concepto de éstas, como son: Las *reservas para siniestros pendientes* y para *desviaciones entre la siniestralidad prevista y la realmente habida* (cuando ésta sea mayor que aquella). Acerca de estas llamadas reservas, nos remitimos a lo que decimos en nuestra comunicación al Tema 3 de este mismo 18º Congreso.

5.—*Observaciones que sugieren las antedichas reservas.*—Estas observaciones son las siguientes:

a) En los países en los que los seguros sociales protegen a la totalidad o casi totalidad de la población económicamente activa, las reservas técnicas de esta clase que se obtendrían adoptando un sistema de fuerte criterio de capitalización, llegarían a alcanzar tal cuantía que supondría una parte muy importante de la riqueza nacional.

b) También es de resaltar el hecho de que, en los países que cuentan con una larga tradición de seguros sociales y en los que los sistemas de pensiones por invalidez, vejez y muerte protegen a una parte importante de la población activa, los inconvenientes de la gran acumulación de fondos han inducido a los legisladores (por razones económicas y financieras) a abandonar o a reducir, cuando menos, sensiblemente los sistemas que proporcionan grandes sumas de estas reservas, en favor de las fórmulas inspiradas, más o menos acen-tuadamente, en un régimen de reparto.

c) Hay quienes sostienen que, en los países en los que exista escasez de capitales para financiar las inversiones que contribuyan a su desarrollo económico, el sistema financiero debería ser de los que ocasionan fuertes reservas, para provocar un ahorro que poder

aplicar a su desarrollo, salvo que posean riquezas naturales explotadas por capitales extranjeros, y siempre en forma que ni el impacto ni la incidencia recaiga sobre los mismos protegidos por los seguros sociales, porque, entonces, lo del ahorro constituiría una ficción.

d) Por otra parte, un sistema que requiera gran acumulación de fondos, en los seguros sociales, en épocas de inflación monetaria, ofrece grandes y graves inconvenientes, sobre todo si se ha de atender a la actualización de las prestaciones, no sólo por revalorización estricta del poder adquisitivo de la moneda, sino, incluso, por la elevación del nivel de vida de la población activa, lo que es indispensable acometer de tiempo en tiempo, si se quiere que los seguros sociales sean realmente sociales y no contribuyan a crear subclases económicas dentro de unos mismos sectores y categorías laborales.

6.—*Principales fórmulas propuestas para atender a la actualización de las pensiones.*—Tanto la desvalorización monetaria por causas técnicas, como la elevación del coste de la vida por una elevación del nivel de ésta por aumentos de los salarios, inciden en unas mismas consecuencias en cuanto a la actualización de las pensiones, tendiendo a aproximarlas dicho coste de la vida. El problema que, como sabemos, se plantea es el de que si el sistema financiero-actuarial adoptado da origen a reservas técnicas, al producirse una elevación de las pensiones, habrá que procurar una reposición de los fondos técnicos que las garanticen en el futuro, lo que puede encontrar una solución plena o casi plena, si los bienes patrimoniales que los materializan fuesen de tal naturaleza que al disminuir el poder adquisitivo del signo monetario, su valor se expresase por un mayor número de unidades monetarias.

Las medidas y soluciones propuestas han sido muy diversas y de las más principales de ellas vamos a pasar somera revista:

A) *Las de naturaleza estrictamente económica*, entre las que figuran:

a) Las basadas en reservas especiales para respaldar el incremento de la cuantía de las prestaciones. Pero ésto no resuelve el problema, porque habría que empezar a constituir esas reservas cuando aún no se conoce el alcance de las consecuencias de la desvalorización, lo que podría dar lugar a que no fuesen suficientes en su momento; y por otra parte, quienes constituirían esas reservas serían

los propios financiadores del seguro, con lo cual, los efectos nocivos de las consecuencias serían dobles.

b) La concesión de participación en los beneficios a los asegurados. Esto no cabe más que en la previsión privada colectiva y cabe resaltar que, si el seguro está concertado inicialmente con derecho a participación de los asegurados en los beneficios del asegurador, no se les da nada de lo a que inicialmente no tengan derecho, pues para poderles actualizar las cuantías de las prestaciones mediante beneficios, se les disminuyen los que pudieran corresponderles por convenio inicial e indeterminado en la cuantía. Los seguros con derecho a participación en los beneficios se practican o bien recargando la prima para la concesión de tal derecho, o reconociéndolo sin recargo, lo que equivale a una rebaja disimulada de la prima para eludir disposiciones legales o para evitar ciertos aspectos de competencia comercial, pero siempre implican una ficción.

B) *Las de carácter financiero*, que son las que actúan sobre las inversiones. De ellas, las que entendemos como más significativas son:

a) Acciones industriales y obligaciones de empréstitos privados y públicos, o adquiriendo títulos *representativos* de participación en el patrimonio de *investing trusts*, con lo que, además, se cumple el requisito de función de utilidad económica general. Pero tampoco esto resuelve completamente la cuestión, no pasando de ser un paliativo.

b) Inmuebles, lo que viene a cumplir algunos aspectos de la función económico-social. Esto resolvería bastante si se constituyesen entidades inmobiliarias de capital abierto e ilimitado que recogiesen los fondos técnicos de las entidades aseguradoras a cambio de unos títulos de copropiedad en el Capital líquido de la entidad, de valor nominal uniforme, que se cediesen en forma tal que después de cada cesión, los derechos de todos los tenedores de tales títulos, tanto en el orden jurídico como en el económico, fuesen iguales a los de los tenedores anteriores a la cesión. Con ello, al descender el poder adquisitivo de la moneda, aun cuando no fuese en la misma proporción, se elevaría el valor efectivo de esos títulos, puesto que la inversión de los fondos por la inmobiliaria habría de ser en inmuebles de aplicación comercial e industrial que ofreciesen el menor peligro para posibles futuras congelaciones de los alquileres. Incluso se podría llegar al establecimiento de una moneda teórica, coeficiente,

de tendencia a poder adquisitivo permanente cien por cien, en la cual se formalizasen todos los seguros. Pero el mayor inconveniente que se ofrece a esta idea es el de que los Gobiernos de todos los países consideran a las entidades aseguradoras, de la naturaleza que fueren y los seguros que practiquen, así como a la Banca, como esponjas absorbentes de Deuda pública.

c) Otras especies de bienes: trigo, hierro, carbón, etc., cuya compra no se efectúa realmente, sino que lo que hace el asegurador es especular con los precios, en forma algo parecida a lo que son las llamadas "operaciones dobles" en Bolsa. Pero, con ello, afecta a sus operaciones de un carácter especulador que pugna con el de empresas de inversión que tienen las de seguros. Y de semejante condición, aunque sobre especies que son signos estrictamente monetarios, están dotadas las siguientes fórmulas:

d) Moneda oro,

e) Moneda extranjera,

f) Moneda teórica "internacional".

g) Seguros "indizados", semejantes a los empréstitos de obligaciones asimismo "indizadas". Esta fórmula que para los valores mobiliarios implica la ayuda de todos los contribuyentes de un país en beneficio de los poseedores de semejante clase de valores, y que tampoco en el seguro privado es aconsejable por análogas razones, aunque se trate de "previsión privada colectiva" (que en el fondo es una forma de previsión social), está muy indicada, sin embargo, en la "previsión social legal" porque constituye una aportación a la financiación de esta clase de previsión por sectores acaudalados de la sociedad, ya que, en definitiva, los recursos para la "indización" saldrán de los impuestos y, éstos, de aquellos que no incidan en el coste de la vida.

h) *Sueldo vital*. Aplicada esta fórmula a la actualización de las pensiones, constituye un círculo vicioso que nos coloca en una situación parecida, en la esencia aunque no en la forma, a la que hemos mencionado en A), a) de este mismo parágrafo.

C) *Las puramente técnicas* que, adaptadas a nuestro caso, son las que vamos a estudiar seguidamente.

7. *Colectivos reales, de intensidad y de extensión*.—En primer lugar consideremos el elemento demográfico, el colectivo *universo* o

población de los asegurados a tratar, que nosotros calificaremos de *real*, que podrá ser de mayor o menor amplitud (como los de la previsión social legal y la privada colectiva, pasando por el intermedio de las Cajas de pensiones o Mutualidades laborales, en España), lo que puede hacerlo indefinido o finito y determinado. Pero nosotros operaremos con unos "colectivos modelo" o *modelos matemático-actuariales* que, como sabemos, pueden ser de *intensidad* (como las tablas actuariales de sobrevivencia general, las de persistencia en el grupo de válidos o activos, de inválidos, de solteros, casados, etc., y de las tasas que de ellos se desprenden como medición de la intensidad previsible con que se producen los respectivos hechos a tratar) y de *extensión* o *volumen* que nos reflejan el modelo estadístico-actuarial del colectivo real que represente.

Un colectivo de asegurados activos distribuidos por edades es tal que su término general adopta la forma

$$\lambda_{x+r-k}^{(m+r)} = \sum_{h=0}^{r-k} \lambda_{[x+h]+(r-h-k)}^{(m+h+k)}$$

donde $(m+r)$ expresa los años transcurridos desde la implantación del seguro de que se trate, y el número $\lambda_{x+r-k}^{(m+k+h)}$ el de asegurados de edad $x+r-k$ que hay en ese año, que se compondrá de los ingresados nuevos en ese mismo año a dicha edad, más los que queden de los ingresados en el año anterior con un año menos de edad de la que ahora tienen que es la de $[x+r-k-1] + 1 = x+r-k$, y así sucesivamente hasta llegar a los que queden de los que ingresaron a la edad $[x]$ hace $r-k$ años y que en la actualidad tienen $[x] + (r-k) = x+r-k$. Y el total de asegurados, trabajadores o ambas cosas, viene expresado sintéticamente por:

$$\sum_{k=1}^r \lambda_{x+r-k}^{(m+r)} = \sum_{k=1}^r \sum_{h=0}^{r-k} \lambda_{[x+h]+(r-h-k)}^{(m+h+k)} = \sum_{k=1}^r \sum_{h=0}^{r-k} \lambda_{[x+h] (r-h+k)}^{(m+h+k)} \cdot P_{[x+k]}^{aa}$$

La conclusión experimental a que hemos llegado después de nuestros extensos estudios sobre el particular, efectuados con la colaboración de alumnos nuestros, es la de que, estos colectivos de extensión adoptan la estructura de las *curvas de distribución asimétricas y positivas*, diferenciándose unos colectivos de otros en la mayor o menor separación de la "moda", de la "mediana", y en la mayor o menor altura de aquélla, según determinadas propiedades de los colectivos que representan.

8. *Colectivos modelo de beneficiarios o pasivos.*—De un colectivo de activos como el que acaba de quedar descrito en el párrafo 7, se derivan otros colectivos que, a fin de evitar confusiones con la significación que el vocablo “derivada” y sus variantes tienen en el análisis matemático, nosotros denominaremos *desprendidos*. De ellos, a modo de ejemplos, vamos a referirnos a dos:

A) El de *vejez o retiro por edad*, como prototipo de los seguros sobre riesgos de efecto diferido, para el que partiremos del origen de la cobertura de un seguro de esta clase, cuyo colectivo “modelo” de extensión estará integrado por cabezas de todas las edades comprendidas entre la menor de posible ingreso y la de retiro de la vida activa, por lo que en cada uno de los años de cobertura del riesgo, partiendo del primero, se producirán jubilados, de los cuales, unos alcanzarán la edad siguiente y otros morirán antes. Y como operemos sobre un colectivo modelo de activos, todos los años se producirá teóricamente el mismo número de jubilados que, en consonancia con lo que hemos dicho en el párrafo 7, será:

$$\lambda_{x+r}^{(m+r)} = \sum_{h=0}^{r-1} \lambda_{[x+h]+(r-h)}^{(r+h)}$$

De los jubilados en el primer año de vigencia del seguro, sobrevivirán teóricamente como tales jubilados, al siguiente año, los que resulten de multiplicar a dicho número por la probabilidad de vivir un año más e independientemente del estado físico, puesto que ya están jubilados, a cuyo número de sobrevivientes habrá que agregar los nuevos jubilados en ese año, y así sucesivamente, por lo que el total de jubilados que teóricamente habrá vivos en el t^o año será:

$$\begin{aligned} \sum_{h=0}^{r-1} \lambda_{[x+h]+(r-h)}^{(m+h)} (1 + p_{x+r} + {}_2p_{x+r} + \dots + {}_{t-1}p_{x+r}) &= \\ &= \sum_{h=0}^{r-1} \lambda_{[x+h]+(r-h)}^{(r+h)} (1 + {}_{t-1}e_{x+r}). \end{aligned}$$

Cuando se haya extinguido la primera generación teórica de jubilados, la esperanza matemática temporal de vida será reemplazada por la vitalicia: e_{x+r} , a partir de cuyo momento, todos los términos sucesivos serán iguales, lo que significa que el colectivo modelo de jubilados se ha estabilizado.

B) Para los seguros de efecto inmediato, vamos a tomar como referencia las *pensiones por invalidez* en uno de sus grados (parcial, total, absoluta o gran invalidez), y apoyándonos también en el modelo de activos, tendremos que el número de inválidos nuevos de cada año —teóricamente el mismo—, será:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^r \lambda_{x+r-h}^{(m+r)} \cdot p_{x+r-k}^{ai} &= \sum_{k=1}^r p_{x+r}^{ai} \sum_{h=0}^{r-k} \lambda_{[x+h]+(r-h+k)}^{(m+h+k)} = \\ &= \sum_{k=1}^r p_{x+(r-k)}^{ai} \sum_{h=0}^{r-k} \lambda_{[x+h]}^{(m+h+k)} \cdot (r-h+k) p_{x+h}^{aa} \end{aligned}$$

En cada año habrá, como en el caso anterior, los sobrevivientes de los inválidos de los años anteriores, más los nuevos de ese año, y los sobrevivientes de los inválidos de los años anteriores, los obtendremos teóricamente multiplicando por las correspondientes y respectivas probabilidades de supervivencia en tal estado, ${}_n p_x^i$, con lo que los inválidos existentes en el t^o año de funcionamiento del seguro serán:

$$\sum_{k=1}^r p_{x+(r-k)}^{ai} \sum_{h=0}^{r-k} \lambda_{[x+h]}^{(m+h+k)} \frac{1}{(r-h+k)} p_{x+h}^{aa} (1 + {}_{t-1} e_{x+h+1}^i)$$

Como en el caso de las pensiones de vejez, a partir del año en que se extinga teóricamente la primera generación de inválidos, el colectivo de éstos tendrá constantemente el mismo volumen numérico y la esperanza matemática de persistencia en el colectivo de inválidos pasará de temporal a vitalicia: e_{x+h+1}^i .

C) El caso que significan las *viudedades, orfandades, etc.*, es similar al de la invalidez, con sólo operar con los análogos elementos adecuados para estos casos.

Para todos estos colectivos modelos “desprendidos” del de los activos, la forma de la curva es la de la ojiva, en la que la rama que representa la estabilización teórica es la que queda paralela al eje de las abscisas.

9. *El salario.*—Este es el elemento más arbitrariamente variable de todos los que intervienen en la ecuación básica expuesta en el párrafo 2, y por ello, el más irreducible a leyes que interpreten sus variaciones. Se podrá determinar una tendencia a través del tiem-

po pasado, al amparo de la estadística, pero no se puede extrapolar sobre tal tendencia para conjeturar un futuro con confianza de "aproximación" aceptable; pues toda tendencia resultante antes de una variación de salarios, ofrecerá un coeficiente angular distinto a la de después de esta variación. Y tampoco es factible operar sobre salarios medios por edades, porque tales promedios darían lugar a series regidas por leyes que, aun siendo de la misma naturaleza, sus parámetros tomarían valores distintos a cada variación que se operase en los salarios, en relación con el *statu quo* vigente hasta entonces. Por eso, la parte más importante del problema que se plantea en cuanto a esta cuestión es ésta, cuya dificultad luego veremos la forma que entendemos como más aceptable para salvarla prácticamente.

10. *Relación entre salarios y prestaciones.*—Esta suele establecerla la legislación propia de la materia y ofrece menor variabilidad que los salarios; pero, aun cuando varíe, sus variaciones pueden ser recogidas en la fórmula correspondiente mucho mejor que las de los salarios, pues además, cuando éstos varíen, las relaciones entre las cuantías de las prestaciones y las de éstos, suelen permanecer invariables.

En los seguros de prestaciones de tracto único, la cuantía de ellas se determina en forma de un múltiplo de la unidad salarial actual (generalmente la mensualidad), posiblemente con un mínimo y un máximo.

En los seguros de tracto sucesivo, las cuotas periódicas de pensión suponen una parte del salario percibida en igual forma por el causante, siendo mayor o menor según el tiempo que lleve como asegurado o como trabajador en las condiciones preestablecidas para tener derecho a la protección por dicho seguro, con carencias iniciales o sin ellas y con ciertos topes máximos menores, iguales o mayores que el salario básico.

En las pensiones de jubilación, que suelen ser las reguladoras, en los seguros sociales, se suele relacionar la antigüedad con la edad del trabajador-asegurado. Por ello, representaremos por S el salario último equivalente y por $1 \pm f_{x+r}$ el coeficiente porque habrá que multiplicar a aquél para obtener el "salario-pensión" por jubilación a percibir a partir de la edad $x+r$ de dicha jubilación, con lo que éste será:

$$S^{(r)} = (1 \pm f_{x+r}) \cdot S = K \cdot S.$$

En cuanto a las pensiones de *invalidéz*, suelen determinarse también en función del salario que se venía percibiendo (último, promedio para un cierto número de últimos años o el criterio que establezca la ley). Así, pues, el salario-pensión en caso de invalidéz será de la forma: $(1 \pm f(x+b))$. S.

Respecto a las pensiones de viudedad, orfandad, etc., suelen ser de una parte alícuota de la que correspondería al causante si estuviese percibiendo pensión de vejez (jubilación) o de invalidéz, por lo que no habrá que hacer más que multiplicar a aquel de los anteriores coeficientes expuestos que corresponda, por el coeficiente de reducción de que se trate.

En general, todo queda concretado a que la expresión salarial reguladora hay que multiplicarla por el coeficiente determinante de la cuantía de la cuota de pensión a percibir por el propio causante o por sus beneficiarios, según los casos.

11. *Elemento financiero*.—En éste hay que considerar dos partes. La primera está integrada por el tipo de interés a adoptar para el cálculo de los tipos de primas o cuotas y de las reservas técnicas que puedan resultar del sistema financiero-actuarial que se adopte para el tratamiento del seguro en este aspecto. La segunda, por los bienes en que hayan de ser invertidas tales reservas.

Respecto del primero, es sobradamente sabido que el tipo nominal técnico que se adopte dependerá del real y efectivo que sea posible obtener a las inversiones, teniendo en cuenta una serie de circunstancias que hacen que dicho tipo real y efectivo resulte siempre menor que el nominal técnico que se adopte, pues aparte de los gravámenes tributarios que puedan recaer sobre la rentabilidad de los capitales, hay otros motivos retardatarios, como el de que no todas las primas o cuotas se cobran el mismo día de su vencimiento, ni son reembolsadas al asegurador el mismo día de su cobro por los servicios de recaudación, ni los fondos así recaudados son empleados en bienes adecuadamente rentables inmediatamente de haber llegado a poder del asegurador. Y, por otra parte, hay que tener en cuenta que las empresas aseguradoras, de cualquier clase que sean, no son de finalidad especulativa con las inversiones, aunque en ocasiones y siempre con la prudencia que debe caracterizar sus actos, puedan aprovecharse de ciertas circunstancias favorables para obtener alguna

ventaja por tal motivo, ya que dejarlas escapar podrá constituir falta de celo o torpeza en la política de inversiones; sino que son empresas de inversión, por lo que deben contar con los largos plazos que son propios de ciertas modalidades de seguro, y con las vicisitudes que durante ellos puede sufrir el mercado de capitales en cuanto a la rentabilidad de éstos.

Por lo que hace al segundo aspecto de la cuestión, además de con la rentabilidad a que acabamos de referirnos, hay que contar con la seguridad que deben ofrecer dichos bienes de materialización que está en razón inversa de la seguridad por lo que significa el grado de ella que ofrezca la inversión de que se trate; con la liquidez o fácil realización de los mismos (cosa más teórica que real en las administraciones de seguros en normal funcionamiento y sin complicaciones político-económicas marginales); con las utilidades económica y social de las inversiones, a fin de que, por una parte, puedan contribuir, junto con el efecto económico de las prestaciones, a compensar el impacto que produce en la economía del país la detracción de las sumas que constituyen el total de cuotas o primas absorbidas por los seguros sociales, aun cuando es muy distinto el efecto que experimenta la economía del país por la detracción de esos fondos, de provenir de una total diseminación de las fuentes que los aportan, a no que fuese sólo un reducido número de ellas, así como que tales fondos puedan servir de fuente de financiación a todos o algunos de los demás estamentos que, con los seguros sociales, integran el moderno concepto de la Seguridad Social, aliviando así a la economía nacional de nuevas detracciones de medios que pueden serle necesarios para sus fines propios, directos e inmediatos; y, por último, la tendencia de los Gobiernos de la mayoría de los países a considerar a la Banca y a las entidades de seguros, de la clase que ellas sean, como esponjas absorbentes de Deuda pública.

12. *Obtención racional del sistema financiero-actuarial más adecuado.*—Después de todo lo que acabamos de exponer, vamos a ver, ahora, sirviéndonos de un proceso totalmente racional, a que sistema financiero-actuarial llegamos como más conveniente para obviarnos los problemas de tan difícil solución por otros caminos, que hemos dejado resaltados. Y para que el raciocinio que empleemos pueda manifestarse como el más fiel a los dictados de la más depu-

rada lógica fundamental, partiremos, para todo nuestro razonamiento, del sistema de capitalización individual, llamado por algunos de capitalización completa, y tenido por muchos como el único que merece la denominación de actuarial, aunque como veremos no es así.

A) *Seguros de efecto inmediato*.—Continuando con el precedente que ya hemos establecido en el párrafo 8, tomaremos como prototipo de referencia a las pensiones de invalidez. Con las de viudedad, orfandad, etc., sucederá lo mismo, y lo que resulte para las prestaciones de tracto sucesivo es válido para las de tracto único.

Así, pues, sabemos que en el sistema de capitalización individual, la expresión fundamental de la prima o cuota anual para un seguro de esta clase, de amplitud económica unitaria y constante por toda la duración del mismo, que tomaremos por de r años, los que faltan al asegurado de edad inicial x , para su jubilación por edad, en cuyo momento se considerará incorporado al seguro de vejez con las condiciones económicas que en él concurren entonces, es:

$${}_rP_x^{ai} = \frac{{}_r\ddot{a}_x^{ai}}{{}_r\ddot{a}_x^{aa}}.$$

La descomposición de esta prima en “prima natural”, “cuota de ahorro” y “residuo”, para el año t , es la siguiente:

$${}_rP_x^{ai} = v \cdot p_{x+t-1}^{ai} \cdot \ddot{a}_{x+t}^i + (v \cdot {}_t/r V_{x-t}^{ai} - {}_{t-1/r} V_x^{ai}) - v(q_{x+t-1}^{aa} + q_{x+t-1}^{ai} + p_{x+t-1}^{ai}) \cdot {}_t/r V_x^{ai},$$

lo que nos dice que el residuo es negativo y está integrado por las reservas de los que se invalidan (y sigan viviendo después), lo que equivale a una devolución de reservas al constituirse el capital a mantener en reserva por el asegurador para que técnicamente le sea posible pagar la renta o pensión correspondiente al acaecer la invalidez permanente; y por las reservas de los que fallecen, ya sea como inválidos o como válidos, antes de alcanzar la edad siguiente, lo que resalta que, tales reservas, necesita incorporarlas el asegurador a las primas del año, para constituir el fondo de pago de prestaciones (capitales-renta, en este caso) y modificar las reservas del año anterior convirtiéndolas en las que correspondan al final del que se considera.

Teniendo, ahora, en cuenta que la reserva matemática de un seguro de esta clase, por el *método retrospectivo*, queda representada como sigue:

$${}_{t/r}V_x = \frac{(1+i)^t \cdot l_x^{aa} + (1+i)^{t-1} \cdot l_{x-1}^{aa} + \dots + (1+i) \cdot l_{x+t-1}^{aa}}{l_{x+t}^{aa}} ({}_rP_x^{ai} - {}_tP_x^{ai})$$

se nos pone de manifiesto que las diferencias de primas pagadas de más hasta ese año por los sucesivos asegurados que como tales van quedando desde el principio del seguro, acumuladas a interés compuesto, quedan en beneficio de los que alcanzan la edad $x+t$ o últimos supervivientes hasta ese año como tales asegurados, reparto que por su naturaleza, como ya hemos dicho, nosotros llamamos *vertical*. Por su parte, la prima natural y el residuo que interviene en la descomposición de la prima anual, constituyen un reparto entre contemporáneos u *horizontal*. Se produce, pues, un *reparto mixto* con predominio del *vertical*, puesto que las reservas matemáticas que entran en el *residuo* constituyen, como acabamos de ver, reparto *vertical*.

Dada la antedicha forma de expresión de la reserva matemática en función del método retrospectivo, las expresiones más explícitas de

$${}_tP_x^{ai} \text{ y } {}_{t-1}P_x^{ai}, \text{ que } {}_{t-1}a_x^{ai} \cdot {}_t\ddot{a}_x^{aa} = {}_{t-1}a_x^{ai} \cdot {}_{t-1}\ddot{a}_x^{aa} + v^{t-1} \cdot {}_{t-1}P_x^{aa} \cdot {}_{t-1}a_x^{ai}$$

y que, análogamente,

$${}_t a_x^{ai} \cdot {}_{t-1} \ddot{a}_x^{aa} = {}_{t-1} a_x^{ai} \cdot {}_{t-1} \ddot{a}_x^{aa} + v^t \cdot {}_t P_x^{ai} \cdot {}_{t-1} \ddot{a}_x^{aa}$$

tenemos para la *cuota de ahorro*

$$v \cdot {}_{t/r}V_x^{ai} - {}_{t-1/r}V_x^{ai} \underline{\underline{=}} ({}_rP_x^{ai} - {}_tP_x^{ai}) \frac{l_{x+t-1}^{aa}}{l_{x+t}^{aa}}$$

expresión en la que vemos sigue manifestándose, aunque en tono menor, el *reparto vertical*.

Según cuanto queda dicho, podemos escribir:

$$\begin{aligned} {}_tP_x^{ai} \underline{\underline{=}} v \cdot P_{x+t-1}^{ai} \cdot {}_{t-1}a_{x+t}^{ai} - v(Q_{x+t-1}^{aa} + Q_{x+t-1}^{ai} + P_{x+t-1}^{ai}) \cdot {}_{t/r}V_x^{ai} + \\ + ({}_rP_x^{ai} - {}_tP_x^{ai}) \frac{l_{x+t-1}^{aa}}{l_{x+t}^{aa}} \end{aligned}$$

Llegados a este punto, si en lugar de emplear tablas ordinarias de sobrevivencia en estado de actividad o validez, disponemos de otras de *permanencia en seguro y en estado de actividad*, que recojan las salidas del colectivo $l_{[x]}^{aa}$ no solamente por muerte en estado de actividad y por invalidez —sobreviviendo o muriendo como tal inválido después—, sino también por otras causas de orden económico, psicológico, etc., —susceptibles todas ellas de ser recogidas estadísticamente y proyectables, las leyes a que se ajusten en sus realizaciones, sobre el futuro con suficientes garantías de máxima aproximación a la realidad, porque, si no, no es posible construir tablas de semejante naturaleza utilmente aplicables a fines actuariales— (ver nuestra comunicación sobre el *Análisis actuarial de los seguros sociales*, presentada a la “Primera Conferencia de Actuarios y Estadísticos de la Seguridad Social” —Bruselas, 1956— y la presentada, también por nosotros, al Tema 2, a) de este 18º Congreso, con el título de *Las tablas de mortalidad en el terreno de la previsión colectiva, privada y social legal*, y las aplicamos, las primas y reservas correspondientes resultan menores según estas tablas que por las ordinariamente empleadas hasta ahora, por lo que, representando estas primas y reservas, respectivamente por Q y W , se tiene:

$$v \cdot p_{x+t-1}^{ai} \cdot {}_t a_{x+t}^i - v(q_{x+t-1}^{aa} + q_{x+t-1}^{ai} + p_{x+t-1}^{ai}) \cdot {}_t W_x^{ai} + \\ + ({}_t Q_x^{ai} - {}_t Q_x^{ai}) \frac{{}_t a_{x+t-1}^{aa}}{l_{x+t}^{aa}} \stackrel{=}{=} v \cdot p_{x+t-1}^{ai} \cdot {}_{t-1} a_x^i$$

lo que *equivale* a operar a prima natural.

Por su parte, el sistema de *reparto de capitales de cobertura* consiste en operar a prima natural, como la de la última expresión o a prima media similar a la antedicha, pero para unos valores promedios de x , r y t , generalmente y de forma más adecuada a los seguros sociales, sobre la base de un tipo promedio de prima.

También, según ya hemos dicho en el párrafo 4, B), a) de este mismo trabajo, como la prima anual del seguro en sistema de capitalización individual, equivale a una prima natural promedia dentro del intervalo a que se extiende la cobertura del riesgo por esa prima anual promedia, o duración del seguro a que se contraiga:

$${}_r P_x^{ai} = v \cdot p_{x+t-1}^{ai} \cdot {}_{r-t} \ddot{a}_{x+t}^i,$$

ello nos permite escribir, partiendo de una "prima media general":

$$\begin{aligned} v \cdot p_{x+t'-1}^{ai} \cdot /_{r-t'} \ddot{a}_{x+t'}^i &= \\ &= v \cdot p_{x+t'-1}^{ai} \cdot /_r \ddot{a}_{x+t'}^i + v(p_{x+t'-1}^{ai} \cdot /_{r-1} \ddot{a}^{ai} - p_{x+t'}^{ai} \cdot /_{r-t} \ddot{a}_{x+t'}^i) \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} v(p_{x+t'-1}^{ai} \cdot /_{r-t'} \ddot{a}_{x+t'}^i - p_{x+t'-1}^{ai} \cdot /_{r-t} \ddot{a}_{x+t'}^i) &\approx \\ \approx -v(q_{x+t-1}^{aa} + q_{x+t-1}^{ai} + p_{x+t-1}^{ai}) /_r W_x + ({}_r Q_x - {}_t Q_x) \frac{l_{x+t-1}^{aa}}{l_{x+t}^{aa}} \end{aligned}$$

solo que efectuando un *reparto horizontal* en vez de *vertical*, lo que nos demuestra que, *en esencia, el reparto vertical es equivalente al horizontal para el sistema de reparto de capitales de cobertura.*

B) *Seguros de efecto diferido*, de los que el prototipo es el de jubilación por edad en forma de renta diferida o pensión, que es al que vamos a referirnos, partiendo asimismo de la expresión de su prima anual según el sistema de capitalización individual, para una renta unitaria y anualidad constante, que como sabemos es:

$${}_r P_x^{aa} = \frac{1/\ddot{a}_x^{aa}}{1/\ddot{a}_x^{aa}}$$

donde r significa el tiempo que media entre la edad del comienzo del seguro, x , y la de retiro por jubilación.

De la anterior expresión se pasa a la siguiente:

$${}_r P_x^{aa} [(1+i)^r \cdot l_x^{aa} + (1+i)^{r-1} \cdot l_{x+1}^{aa} + \dots + (1+i) \cdot l_{x+r-1}^{aa}] = l_{x+r}^{aa} \cdot \ddot{a}^{x+r}$$

que nos permite apreciar cómo los l_{x+r}^{aa} que llegan a la edad de jubilación se reparten las aportaciones (primas) pagadas por ellos en unión de las de aquellos que, de entre los l_x^{aa} del colectivo inicial, han fallecido en los r años transcurridos, acumuladas con sus intereses compuestos, lo que no es otra cosa que un *reparto vertical*.

Por otra parte, según el método retrospectivo para el cálculo de las reservas, se tiene:

$${}_t V_x^{aa} \cdot l_{x+t}^{aa} = {}_r P_x [(1+i)^t \cdot l_x^{aa} + (1+i)^{t-1} \cdot l_{x+1}^{aa} + \dots + (1+i) \cdot l_{x+t-1}^{aa}]$$

que responde a la misma esencia del *reparto vertical* que acabamos de resaltar.

Y también debemos recordar como elemento de partida, que:

$$l_{x+t}^{aa} \cdot (r/t-1)V_x^{aa} + {}_tP_x^{aa}(1+i) = l_{x+t}^{aa} \cdot r/tV_x^{aa}$$

Aplicando, ahora, cuanto acabamos de decir al colectivo expuesto sintéticamente en el parágrafo 8, A), dividiendo a los dos miembros de la segunda igualdad del presente epígrafe por l_x^{aa} y multiplicando por $\lambda_{[x]}^{aa}$ se obtiene el volumen de primas del subcolectivo de ingresados a la edad $[x]$, o sea:

$$\ddot{a}_{x+r} \sum_{k=0}^{r-1} \lambda'_{[x+k]+r-k}^{(m+k)}$$

donde $\lambda'_{[x]+h}^{(m)} = {}_hP_x \cdot \lambda_{[x]}^{(m)}$, indicando (') la evolución indicada solamente por supervivencia en estado de actividad y como asegurado. En lo sucesivo suprimiremos las aa para simplificar la notación, ya que es más importante conservar (m).

Como en el mismo año se jubilan, de una misma edad $x+r$, elementos ingresados a las edades sucesivas desde x hasta $x+r-1$ (teóricamente hasta esta última edad, seguramente), el total de los fondos o reserva inicial para derechos en disfrute, formados de la manera dicha en la segunda igualdad de este epígrafe, en favor de cada uno de los subcolectivos de sobrevivientes que se jubilan, junto con las aportaciones hechas por los demás elementos o subcolectivos del colectivo total, que no han llegado aún a la edad de jubilación, que habrán dado lugar a las reservas matemáticas para derechos en formación, constituirán un total cuya expresión es:

$$\ddot{a}_{x+r} \sum_{k=0}^{r-1} \lambda'_{[x+k]+(r-k)}^{(m+k)} + \sum_{z=1}^{r-2} \sum_{k=0}^z {}_{r-k}P_{x+k} \sum_{h=k}^{r-2} (1+i)^{r-h} \cdot \lambda'_{[x+k]+(h-k)}^{(m+k+r-1)}$$

Si en esta última expresión reemplazamos la de las reservas iniciales para derechos en disfrute por su equivalente en función de las primas y su capitalización, y, en ella, reemplazamos todas la P por una general, Π , para todos los asegurados, cualesquiera que sean sus edades al ingresar en seguro, como se hace en los seguros sociales por razones de uniformidad que se manifiestan en economía administrativa y justicia conmutativa, y en lugar de recaudar las antedichas primas y luego constituir unos fondos que han de devengar interés en poder del asegurador, dejamos que ese interés lo deven-

quen, real o teóricamente, en poder de quienes paguen dichas cuotas o primas, la expresión definitiva queda reducida a:

$$\Pi \sum_{t=1}^r \sum_{h=0}^{r-t} (1+i)^t \cdot \lambda_{[x+h]+(r-t+h)}^{(m+t+h)} = \ddot{a}_{x+r} \sum_{t=0}^{r-t} \lambda_{[x+t]+(r-t)}$$

donde Π es la incógnita del sistema que esta expresión representa, que no es otro que el de *reparto de capitales de cobertura entre contemporáneos*.

C) *Resultado de hacer intervenir la amplitud económica*, que sabemos está representada por los salarios como base imponible para el devengo de las cuotas o primas y de los coeficientes determinantes de las pensiones a causar.

Si a los elementos que ya hemos venido utilizando agregamos S_{x+h} como expresión de la cuantía del salario, relacionado con la edad, no porque lo consideremos como función de ella, que puede no serlo estrictamente, aunque pudiera significar salario medio por edad, sino como medio notacional que refleje una relación convencional; y por f_{x+h}^i , la porción del salario que se reconoce como pensión para la edad $x+h$, figurando implícita en ella la antigüedad en el seguro y/o en el trabajo, podemos encontrarnos ante alguno de los siguientes casos:

a) Que conozcamos el número de los elementos componentes del colectivo observado, con sus respectivos salarios, siendo S_{x+h} la expresión del salario medio por cabeza, y tendremos:

$$\frac{\sum_{h=0}^{r-1} \lambda_{x+h} \cdot p_{x+h}^{ai} \cdot f_{x+h}^i \cdot S_{x+h} \cdot \ddot{a}_{x+h+1}^i}{\sum_{h=0}^{r-1} \lambda_{x+h} \cdot S_{x+h}} = p_{x+h}^{ai} \cdot f_{x+h}^i \cdot \ddot{a}_{x+h'+1}^i$$

que expresa la composición del coeficiente porque habrá que multiplicar el volumen total de salarios del colectivo real para determinar los fondos que habrá de obtener el asegurador para poder constituir los capitales que técnicamente garanticen el pago que deberá hacer en lo sucesivo por las pensiones causadas en el año de referencia.

La h' que figura en los factores que componen el segundo miembro de la última igualdad, representa lo que hay que agregar a la cantidad básica x para obtener la edad media resultante y correspondiente.

b) Pero si nos encontramos con que ignoramos el volumen total de salarios (denominador de la anterior fracción), pero no el del colectivo real, podremos encontrarnos también en alguno de los dos casos siguientes:

i) Conocer el número total de asegurados y el de salarios, pero no la correlación entre los asegurados y sus salarios, para lo que no habrá más que hacer que dividir el número total de salarios por el de asegurados, hallando así el salario medio general por cabeza;

ii) Conocer solamente el volumen total de salarios, pero no el de asegurados que los han devengado.

En este segundo subcaso, determinaremos, sobre la base del colectivo modelo y sin tener para nada en cuenta los salarios, la expresión similar a la anterior:

$$p_{x+h}^{ai} \cdot l_{x+h}^i \cdot a_{x+h}^{i+1}$$

donde h'' es equivalente a h' aunque no igual, que nos resolverá el problema multiplicando por este coeficiente a la masa total de salarios que nos es conocida. Y, a su vez, nos permite resolver el primer caso multiplicando al total de asegurados por el salario medio por cabeza y, a este producto, por el coeficiente hallado.

iii) Si en el sistema de reparto de capitales de coberutra, a que acabamos de hacer referencia, reemplazamos los valores capital de las rentas, \ddot{a} , por los de las esperanzas de vida, $(1+e)$, habremos pasado al sistema de reparto con fondo de cobertura en los términos en que lo hemos definido en el parágrafo 3, C), c). Claro está que los intereses que el asegurador no cuenta con obtener al fondo constituido en su poder los tiene que suplir con un ligero aumento en las primas que resulta directamente al calcular ésta.

iv) Más aún, si tanto en el sistema de reparto de capitales de cobertura y en el de reparto con fondo de cobertura, que acabamos de ver, no son idénticos, pero sí equivalentes para el tratamiento técnico actuarial de los seguros sociales, en lugar de repartir los importes de los capitales que en uno u otro garanticen técnicamente el pago futuro de las pensiones, y atribuimos a cada año la parte de ellas imputable a él, habremos pasado al sistema de *reparto simple*, no siendo innecesaria la constitución de fondos de reserva de ninguna especie, por lo que las cantidades que habrían de dar lugar a ellos

permanecen en poder de quienes, de otra forma, las habrían aportado para su constitución, obteniéndoles en su propio poder el interés que de otra forma debería o podría obtenerles el asegurador en el suyo, evitándose con ello todos los problemas y soluciones artificiosas e insuficientes respecto a revalorizaciones en los casos de actualización de las pensiones, y aun en el menos agudo de su revalorización nada más.

De todas formas, el coeficiente a imponer sobre los salarios para la consecución de los recursos necesarios sería el mismo en uno u otro de los dos sistemas (reparto de capitales de cobertura o reparto con fondo de cobertura) porque, sobre la base del colectivo modelo, la disgregación de \ddot{a}_x en

$$v^0 \cdot {}_0p_x + v \cdot p_x + v^2 \cdot {}_2p_x + v^3 \cdot {}_3p_x + \dots$$

y de $1 + e_x$ en

$${}_0p_x + p_x + {}_2p_x + {}_3p_x + \dots$$

en lugar de tomarla en sentido *vertical* se la puede tomar en sentido *horizontal*.