

Área de Seguro y Previsión Social

# **Opcões embutidas em planos *unit-linked*s brasileiros: avaliação sob a medida de probabilidade real**

César da Rocha Neves  
Álvaro Veiga

Fundación **MAPFRE**

A FUNDACIÓN MAPFRE não se responsabiliza pelo conteúdo deste trabalho, assim como sua publicação não implica concordância ou identificação com a opinião do autor ou dos autores.

Qualquer forma de reprodução, distribuição, comunicação pública ou alteração desta obra somente poderá ser feita com a autorização de seus autores, salvo exceção prevista em lei.

© 2015, FUNDACIÓN MAPFRE  
Paseo de Recoletos, 23  
28004 Madrid (Espanña)

[www.fundacionmapfre.org](http://www.fundacionmapfre.org)  
[publicaciones.ics@fundacionmapfre.org](mailto:publicaciones.ics@fundacionmapfre.org)

ISBN: 978-84-9844-573-2  
Depósito Legal: M-38669-2015  
Produção Editorial: Cyan, Proyectos Editoriales, S.A.

## APRESENTAÇÃO

Por meio de sua área de Seguro e Previdência Social, a FUNDACIÓN MAPFRE desenvolve atividades educativas e de pesquisa, cumprindo um de seus principais objetivos: incentivar a formação e a disseminação de conhecimentos relacionados ao setor de seguros.

Esse posicionamento é materializado pela concessão de bolsas de estudo e de auxílio à pesquisa nas áreas de Seguro e Previdência Social.

Para garantir a disseminação do conteúdo desses trabalhos, são publicados os Cadernos da Fundación – principal veículo de divulgação das bolsas de estudo e de auxílio à pesquisas concedidas pela FUNDACIÓN MAPFRE e que contribui para o intercâmbio de conhecimentos técnico e científico sobre temas ligados ao seguro.

A FUNDACIÓN MAPFRE edita ainda livros monográficos sobre diferentes aspectos do Seguro e da Previdência Social – alguns deles se transformaram em “clássicos” e são utilizados como manuais universitários.

Também elabora e publica relatórios anuais sobre os mercados de seguros da Espanha e da América Latina, rankings de grupos seguradores e relatórios sobre temas da atualidade relacionados ao mercado de seguros.

E, há mais de trinta anos, edita a revista *Gerência de Riscos e Seguros*, com periodicidade semestral e publicada em duas edições: bilíngue (espanhol/inglês) e português.

Este Caderno da Fundación é resultado da bolsa de auxílio à pesquisa concedida em 2013 pela FUNDACIÓN MAPFRE a César da Rocha Neves, atuário da Superintendência de Seguro Privados e Professor da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, e Álvaro Veiga, da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ).

Com o tema “Opções embutidas em planos *unit-linkeds* brasileiros: avaliação sob a medida de probabilidade real”, o trabalho aqui apresentado contou com a orientação de Roberto Carlos Pereira do Lago, diretor técnico atuarial da MAPFRE SERVIÇOS FINANCEIROS.

Todas as publicações da FUNDACIÓN MAPFRE na área de Seguro e Previdência Social podem ser consultadas no site: [www.fundacionmapfre.org](http://www.fundacionmapfre.org)

Seguro e Previdência Social  
FUNDACIÓN MAPFRE

**César da Rocha Neves** é Atuário da Superintendência de Seguro Privados (SUSEP), membro do Centro de Pesquisas Aplicadas em Risco (CEPAR), professor do Departamento de Estatística e Atuária da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), professor da Escola Superior Nacional de Seguros (ESNS), e doutorando do Departamento de Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). Av. Pres. Vargas, 730, Centro, Rio de Janeiro - RJ, Brasil, CEP: 20071-900; e-mail: cesar.neves@susep.gov.br; cesar@ime.uerj.br

**Álvaro Veiga** é Professor do Departamento de Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). Rua Marquês de São Vicente, 225, Edifício Cardeal Leme, sala 401, Gávea, Rio de Janeiro - RJ, Brasil, CEP: 22451-900.

# ÍNDICE

<b>Resumo</b>	<b>9</b>
<b>1. Introdução</b>	<b>11</b>
<b>2. Opções embutidas nos planos <i>unit-linked</i> brasileiros</b>	<b>15</b>
2.1. Opção de anuidade garantida	15
2.2. Opção de troca	16
2.3. Opção de crescimento	16
2.4. Opção de cancelamento / resgates	17
2.5. Opção de interrupção de pagamento	18
<b>3. Mercado brasileiro de anuidade</b>	<b>19</b>
3.1. Empréstimos e seguro de vida	20
3.2. Transferência de fundos de outra seguradora ou plano	22
3.3. Troca do tipo de anuidade	23
<b>4. Modelo</b>	<b>25</b>
4.1. Evolução do fundo <i>unit-linked</i>	25

4.2. Risco de mortalidade	29
4.3. Comportamento do segurado	32
4.4. Anuitização	36
4.5. Avaliação das opções embutidas	37
<b>5. Aplicação do modelo e análise de sensibilidade</b>	<b>41</b>
5.1. Definições	41
5.2. Análise de sensibilidade	44
5.2.1. Análise 1	44
5.2.2. Análise 2	47
5.2.3. Análise 3	49
5.2.4. Análise 4	49
5.2.5. Análise 5	50
5.2.6. Análise 6	51
<b>6. Conclusão</b>	<b>53</b>
<b>Referências</b>	<b>55</b>
<b>Apêndice</b>	<b>59</b>

## RESUMO

Propomos um modelo para avaliação do valor das opções embutidas em planos do tipo *unit-linked* disponíveis no Brasil, tais como opção de anuidade garantida, incluindo as opções de adiamento e troca do tipo de anuidade, opção de crescimento, opção de interrupção de pagamento, e ainda opção de cancelamento. O estudo descreve as principais características dessas opções e mostra que o mercado de anuidades brasileiro é incompleto e não é livre de arbitragem, o que é ilustrado através de três exemplos práticos, neste contexto, utilizamos a medida de probabilidade real nesta avaliação. O modelo proposto permite que se considere tanto comportamentos racionais como irracionais do segurado para a decisão de cancelamento antes da data prevista para a aposentadoria. Adicionalmente, o modelo admite a possibilidade de auto-anuitização por meio de resgates parciais, em adição às opções de troca do tipo de renda e de adiamento da data de conversão em renda. Os resgates, bem como outras opções embutidas, como crescimento e cancelamento, são modelados utilizando processos de salto na equação diferencial estocástica que descreve a evolução do fundo *unit-linked*.

**Palavras chave:** opções embutidas, opção de anuidade garantida, arbitragem, medida de probabilidade real, planos *unit-linked*s, processo de salto.



# 1. INTRODUÇÃO

No Brasil, há dois tipos de planos *unit-linked*s: VGBL (Vida Gerador de Benefícios Livres) e PGBL (Plano Gerador de Benefícios Livres). A única diferença entre eles é o benefício tributário. O segurado opta em comprar um PGBL ou VGBL em função de sua renda bruta anual com objetivo de maximizar seu benefício fiscal. Ambos são planos de anuidades e permitem converter o fundo *unit-linked* formado pelo segurado em renda com as bases técnicas (tábua de mortalidade e taxa de juros) fixadas no momento da compra do plano. Esses produtos representam 90% do total de provisões técnicas, cerca de 300 bilhões de reais, 92% do total de prêmios anual, 89% dos segurados e 14% de beneficiários do mercado de anuidades brasileiro<sup>1</sup>. A última percentagem é baixa devido ao fato que esses produtos são relativamente novos, o PGBL foi criado em 1997 e o VGBL em 2001.

Aos segurados desses planos são dadas contratualmente várias opções, tais como a opção de anuidade garantida, a opção de adiar a conversão em renda/anuidade, a opção de abandonar o plano, de trocar o tipo de anuidade, de interrupção de pagamento de prêmio, a opção de transferir fundos de/para outra seguradora, ou ainda a opção de aumento dos valores das rendas por meio do pagamento de prêmios suplementares. As seguradoras devem buscar apreçar corretamente o conjunto dessas opções embutidas de forma a determinar o seu passivo, bem como sua necessidade de capital.

Há vários artigos na literatura que tratam da avaliação dessas opções. Grasselli e Silla (2009) classificaram esses estudos em dois enfoques: financeiro e atuarial. A maioria deles segue o enfoque financeiro, baseados no princípio da não-arbitragem. Ballotta e Haberman (2003) introduziram um modelo teórico para apreçar a opção de conversão em anuidade garantida inclusa em contratos *unit-linked*s diferidos no Reino Unido, adquiridos pelo pagamento de um único prêmio. Esses autores assumiram um

---

<sup>1</sup> Informação disponibilizada pela Superintendência de Seguros privados (SUSEP), data-base: dezembro de 2012.

comportamento racional dos segurados e uma medida neutra ao risco, precificando esta opção embutida como uma opção europeia. Posteriormente, Ballotta e Haberman (2006) estenderam o modelo incorporando risco de mortalidade via simulação de Monte Carlo.

Seguindo a mesma linha de pensamento, Boyle e Hardy (2003) exploraram o apreçamento daquela opção, bem como o gerenciamento de seu risco. Por sua vez, Biffis e Millosovich (2006) admitem um mercado completo e usaram um processo afim para mortalidade dinâmica. Ziveyi *et al.* (2013) também precificaram a opção de anuidade garantida por meio da abordagem de não-arbitragem e modelaram a evolução da tábua de mortalidade por um processo afim, mas eles derivaram a equação diferencial parcial de precificação e a densidade de transição correspondente. Muitos artigos foram publicados com objetivo de precificar as anuidades variáveis norte-americanas, chamadas de *Guaranteed Minimum Withdrawal Benefit (GLWB) plans*, dentre eles podemos citar Milevsky e Salisbury (2006) que apresentaram duas abordagens em relação ao comportamento do segurado para apreçar essas anuidades variáveis. Primeiro, eles assumiram que os segurados comportam-se passivamente com respeito à utilização das garantias embutidas. Na segunda hipótese, eles assumiram que os mesmos são completamente racionais, procurando maximizar a opção embutida por meio do resgate do produto no tempo ótimo. Nas duas abordagens aplicou-se a medida martingal.

Em geral, o apreçamento de opções embutidas em contratos de previdência e seguro de vida utiliza uma abordagem baseada na avaliação neutra ao risco. No entanto, o teorema fundamental do apreçamento garante que há uma única medida martingal somente se o mercado é completo, o que acontece quando todos os ativos podem ser perfeitamente hedgeados. Quando o mercado é incompleto, mas é livre de arbitragem, haverá mais do que uma medida neutra ao risco. Alguns autores apresentam estratégias para replicar o portfólio de uma seguradora assumindo que o mercado de seguros é incompleto, tais como Møller (2001) e Consiglio e De Giovanni (2010). O primeiro especificou uma estratégia de hedging que minimiza o risco para contratos de seguro de vida do tipo *equity-linked*. Por sua vez, o segundo adotou um modelo de super-replicação para determinar a carteira replicante de uma opção de cancelamento. Entretanto, conforme colocado por Gatzert e Kling (2007), em muitos países as seguradoras não podem decidir livremente a alocação de seus

ativos, submetidas que estão a diversas limitações de ordem regulatória. Com isso, na prática, elas não podem adotar as estratégias de hedging propostas na literatura.

Por sua vez, o Solvência II<sup>2</sup> especifica que as seguradoras devem avaliar seus ativos e passivos de forma consistente com o mercado. Assim, os passivos devem ser avaliados segundo o montante pelo qual podem ser transferidos ou liquidados. As provisões técnicas são calculadas como a melhor estimativa desse valor mais uma margem de risco. Por outro lado, quando os fluxos de caixa futuros associados às obrigações da seguradora podem ser replicados de forma confiável através de instrumentos financeiros com valor de mercado observável, o valor das provisões técnicas associadas a esses fluxos de caixa futuros é determinado com base no valor de mercado desses instrumentos.

A análise do comportamento do segurado é extremamente importante na avaliação das opções embutidas. O Solvência II, justamente, recomenda que este comportamento deva ser apropriadamente modelado com base em evidências estatísticas e empíricas com relação a variações do mercado financeiro, mencionado explicitamente o fato das opções estarem dentro ou fora do dinheiro. Alguns autores, tais como Ballotta e Haberman (2003 e 2006), Boyle e Hardy (2003) e Biffis e Millosovich (2006), supõem que o segurado toma decisões de forma ótima. Por outro lado, De Giovanni (2010) construiu um modelo de expectativa racional para descrever a taxa de cancelamento de contratos de seguros e constatou que o comportamento dos segurados está longe do ótimo. Além disso, Kling *et al.* (2011) analisaram o impacto do comportamento do segurado sobre o apreamento e o hedge de contratos de anuidade variável e apresentou hipóteses diferentes sobre esse comportamento .

Nosso objetivo é discutir as opções embutidas nos planos *unit-linked*s brasileiros e propor um modelo para obter a melhor estimativa de seu valor, dada pelo valor médio dos fluxos de caixa futuros, considerando o valor do dinheiro no tempo. Nosso modelo de avaliação das opções é baseado na medida real, pois o mercado de brasileiro de anuidades, à semelhança de outros mercados de seguros, é incompleto. Ademais, esse mercado não é livre de arbitragem, fazendo com que não exista uma

---

<sup>2</sup> Solvência II é uma Diretiva da União Europeia que codifica e harmoniza a regulação de seguros.

medida neutral ao risco (martingal), segundo o teorema central do apreçamento (Harrison e Pliska, 1983). Nosso estudo apresenta exemplos realistas de arbitragem no mercado brasileiro de anuidades.

Nossa abordagem não supõe um comportamento ótimo do segurado. Em vez disso, modelamos as taxas de cancelamento no período até a data de aposentadoria predefinida de forma a permitir cancelamentos racionais e irracionais, aplicando o modelo proposto por Neves *et al.* (2014), que parte do mesmo conceito apresentado por De Giovanni (2010). O modelo utilizado é estocástico e considera a dependência entre as taxas de cancelamento e as taxas de juro de curto prazo reais. Além disso, usando cópulas elípticas multivariadas, o modelo assume que as taxas de cancelamento são afetadas por crises financeiras. Isso se dá pela utilização da taxa de retorno do índice de mercado de ações brasileiro (Ibovespa) como uma das distribuições marginais utilizadas na modelagem de dependência através de cópulas multivariadas.

Ademais, para obter a melhor estimativa de opções embutidas, modelamos a decisão de conversão do fundo em anuidade considerando que os segurados têm o direito de mudar o tipo de anuidade no momento da aposentadoria, a opção de adiar a data da aposentadoria, bem como a possibilidade de escolha de uma estratégia de auto-anuitização<sup>3</sup>, modelada por um processo com saltos. Por outro lado, os segurados podem aumentar o valor das opções embutidas se continuarem a pagar os prêmios regulares, pagar prêmios adicionais, ou ainda transferir seus fundos de outros planos ou de outras seguradoras para seus planos *unit-linked*s. Estes movimentos são também modelados por meio de processos de saltos.

O restante deste estudo está organizado da seguinte forma. Na seção 2, descrevemos as opções embutidas nos planos *unit-linked*s brasileiros. Na seção 3, apresentamos as características do mercado brasileiro de anuidades e demonstramos através de exemplos que existem oportunidades de arbitragem. A seção 4, o modelo proposto para avaliar a melhor estimativa das opções embutidas é apresentado. Na seção 5, aplicamos o modelo por meio de simulação de Monte Carlo e realizamos análise de sensibilidade. Na última seção, expomos as conclusões obtidas.

---

<sup>3</sup> Optar por resgates parciais após a data de aposentadoria pré-definida, postergando a data de aposentadoria.

## **2. OPÇÕES EMBUTIDAS NOS PLANOS *UNIT-LINKED* BRASILEIROS**

Os produtos PGBL e VGBL contêm diversas opções embutidas que devem ser avaliadas para uma correta determinação do nível de solvência da seguradora. Para estudá-las, vamos recorrer tanto à literatura de seguros de vida quanto à literatura de opções reais (Boyle e Irwin, 2004, e Li *et al.*, 2007). De fato, algumas das opções embutidas podem ser classificadas como opções reais, tal como ressaltou o artigo de Milevsky e Young (2001), que identificou a opção de adiar a transformação do fundo em benefício de anuidade como uma opção real, devido à sua irreversibilidade e à sua natureza não comercial e pessoal.

As opções embutidas nos contratos *unit-linked* no Brasil são:

### **2.1. OPÇÃO DE ANUIDADE GARANTIDA**

A tábua de mortalidade e a taxa de juros utilizadas para cálculo do valor da renda são predefinidas no contrato de anuidade no momento da sua compra. Além disso, o segurado predetermina a data exata da aposentadoria no contrato, mas pode alterá-la a qualquer momento. Com isso, essa opção tem forte semelhança com a uma opção americana, cuja principal característica é poder ser exercida a qualquer tempo.

No entanto, no Brasil, as pessoas costumam se aposentar a partir da idade prevista no sistema previdenciário estatal (Instituto Nacional de Seguridade Social - INSS), que em geral coincide com a data de aposentadoria fixada nos planos de anuidade. No entanto, comumente, os segurados decidem adiar, sem custo, a data de conversão fixada nos contratos de anuidade. Assim, não assumiremos a hipótese de antecipação da aposentadoria, conseqüentemente, modelamos a opção de anuidade garantida como uma opção europeia acrescida de uma opção de adiamento da data de aposentadoria, sendo avaliada em conjunto com as outras opções embutidas para cálculo do valor da melhor estimativa das opções.

## 2.2. OPÇÃO DE TROCA

Até alguns dias antes da conversão do fundo em anuidade, o participante tem o direito de alterar, sem custo, o tipo de anuidade definido no contrato. Os planos PGBL e VGBL oferecem vários tipos de anuidade, tais como:

- vitalícia simples, onde a renda vitalícia é paga ao segurado;
- temporária, onde o participante tem o direito de fixar o período de pagamento das anuidades atuariais;
- reversível ao beneficiário indicado, onde o segurado designa um beneficiário, independentemente de sexo ou idade, e o percentual de reversão;
- reversível ao cônjuge e filhos menores, sendo possível fixar o percentual de reversão;
- renda certa, quando o segurado converte o fundo em anuidades financeiras, com período de pagamento definido por ele; e
- renda com prazo mínimo garantido, renda certa acrescida de uma anuidade vitalícia diferida, cujo o período de pagamento da renda certa é definido pelo segurado.

Hu e Scott (2007) e Milevsky e Young (2001) identificaram que frequentemente razões relacionadas à herança levam os participantes a não converter o fundo em anuidades, haja vista que após a conversão em renda o fundo passa a pertencer à seguradora. Como se vê acima, os planos *unit-linked*s oferecem vários tipos de anuidade, com possibilidade inclusive de conversão a terceiros beneficiários, que pode reduzir a resistência dos segurados à conversão em anuidade.

## 2.3. OPÇÃO DE CRESCIMENTO

Nos planos *unit-linked*s, os segurados podem pagar prêmios regulares de acordo com a frequência definida em contrato, tendo inclusive o direito de alterar tal valor

durante a vigência do contrato. Além disso, eles podem optar em pagar prêmios adicionais (suplementares), no valor e na data que acharem por bem. Dada essa característica contratual, se a opção de anuidade garantida está dentro do dinheiro, cada prêmio pago aumenta o valor daquela opção. Podemos ver, então, que o valor da opção de crescimento do contrato depende do comportamento do segurado.

Em função desta opção de crescimento, se o comportamento do segurado fosse realmente ótimo, quando a opção de anuidade garantida estivesse dentro do dinheiro, o segurado poderia realizar uma série de contribuições adicionais que iriam aumentar substancialmente o valor da opção de anuidade garantida, haja vista que aumentam os valores dos benefícios futuros, podendo levar a seguradora a ter problemas de solvência.

Além disso, a dificuldade de se apreçar as opções embutidas dar-se ao fato do segurado poder, ainda, aumentar o valor de seu contrato por meio de transferência (portabilidade), sem custo, de seus fundos/provisões de outras seguradoras (ou fundos de pensão), ou ainda de outros planos de anuidade da mesma seguradora, incluindo planos de contribuição definida e benefício definido, para o plano *unit-linked*. Em resumo, o valor do contrato pode ser aumentado pelo pagamento de prêmios regulares e adicionais e pela portabilidade de recursos para o fundo *unit-linked*.

## **2.4. OPÇÃO DE CANCELAMENTO / RESGATES**

Os segurados podem fazer resgates, total ou parcial, a qualquer momento após a compra do plano, passada um pequeno período de carência. O resgate total, segundo a terminologia da literatura de opções reais, caracteriza a opção de abandono. O exercício dessa opção acarreta o cancelamento do plano e faz com que os valores de todas as outras opções embutidas tornem-se zero, haja vista que o segurado apenas resgata o valor do fundo *unit-linked*, que corresponde ao valor da provisão matemática de benefícios a conceder.

Por outro lado, uma retirada parcial reduz o valor das outras opções embutidas visto que o valor do fundo *unit-linked* se reduz. Os resgates podem estar relacionados

também a portabilidade para outro plano ou seguradora. O resgate parcial pode ocorrer também após a idade de aposentadoria preestabelecida no contrato, neste caso o segurado decide fazer retiradas programadas, ao invés de converter o fundo em anuidades. Para isso, o segurado adia a sua aposentadoria, decidindo ele mesmo o ritmo de retiradas, ou seja, ele opta por uma estratégia de auto-anuitização. No enfoque proposto neste texto, esta alternativa somente é considerada para datas posteriores à data predeterminada de aposentadoria.

## **2.5. OPÇÃO DE INTERRUÇÃO DE PAGAMENTO**

Os segurados têm o direito de interromper temporária ou permanentemente o pagamento dos prêmios. O exercício dessa opção não aumenta o valor das outras opções embutidas, porém pode afetar a receita e o processo de gestão de ativos e passivos da seguradora.

Como a avaliação da opção de anuidade garantida depende da opção de troca, de crescimento e de cancelamento, o modelo para obter a melhor estimativa das opções embutidas deve cobrir todas essas opções. É importante frisar que a maioria dessas opções também é incluída nos planos de contribuição definida.



### 3. MERCADO BRASILEIRO DE ANUIDADE

Por definição, um mercado é completo se e somente se todos os direitos contingentes são atingíveis. Adicionalmente, pode-se descrever a teoria de não-arbitragem via martingais, como resumido por Brigo e Mercurio (2006):

- *“O mercado é livre de arbitragem se somente se existe uma medida martingal;*
- *O mercado é completo se somente se a medida martingal é única;*
- *Em um mercado livre de arbitragem, não necessariamente completo, o preço de qualquer ativo é univocamente determinado ou pelo valor da estratégia de replicação associada, ou pela expectativa neutra ao risco dos fluxos de caixa descontados sob quaisquer umas das medidas martingais equivalentes.”*

No Brasil, não existe um mercado de resseguros de longevidade relevante. Além disso, não há nenhum ativo ligado à taxa de mortalidade brasileira disponível no mercado financeiro. Finalmente, existe uma regulamentação estrita sobre as políticas de alocação de ativos das seguradoras, limitando a gama de ativos que as seguradoras podem comprar para fazer face aos compromissos assumidos com segurados e beneficiários. Assim, podemos concluir que o mercado de anuidades é incompleto e as seguradoras não podem aplicar estratégias ótimas de replicação (*hedging*).

Como colocado por Brigo e Mercurio (2006), um mercado apresenta ausência de arbitragem quando há a impossibilidade de investir zero hoje e receber amanhã uma quantia não negativa que é maior que zero com probabilidade positiva, ou seja, duas carteiras de ativos com os mesmos retornos em uma data futura têm que ter o mesmo preço hoje. Nas próximas subseções, apresentamos três exemplos de oportunidade de arbitragem no mercado de anuidades brasileiro para provar que não há medida martingal neste mercado. Para isso, vale ressaltar o evidenciado por Sutcliffe (2013), que analisou a ocorrência de arbitragem no mercado de anuidade e

demonstrou que é possível para uma anuidade subprecificada, porém não para uma sobreprecificada.

### 3.1. EMPRÉSTIMOS E SEGURO DE VIDA

Suponha um mercado sem fricção, com negociação contínua, sem impostos nem custos de transação e sem restrições de empréstimos ou vendas a descoberto e ativos perfeitamente divisíveis.

Conforme apresentado na seção 2, os segurados podem exercer a opção de crescimento e pagar prêmios adicionais, inclusive imediatamente antes de converter o fundo em anuidades. Este procedimento é o equivalente a comprar uma anuidade adicional. Sendo assim, um segurado de um plano *unit-linked* pode simultaneamente pedir um empréstimo bancário e, com este dinheiro, comprar uma anuidade imediata, por meio de um prêmio adicional, e também um seguro de vida. Esse último terá que ter valores decrescentes, correspondendo sempre ao valor restante do empréstimo. Com essa estratégia, assumindo que a anuidade garantida está subprecificada, é possível obter uma arbitragem imediata. Essa estratégia é similar à demonstrada por Sutcliffe (2013), no entanto, vamos demonstrá-la usando uma anuidade temporária.

Suponha que a seguradora garanta uma anuidade baseada na tábua de mortalidade *1983 Individual Annuity Mortality Table* (AT 1983) e um juro real de 4% ao ano, o que são condições comumente oferecidas por planos *unit-linkeds* brasileiros. Para calcular o valor justo desta anuidade, ou seja, com bases técnicas realistas, vamos supor que as taxas de mortalidade dos planos de aposentadoria no Brasil correspondem as encontradas na tábua de mortalidade BR-EMS 2010 para cobertura de sobrevivência (Oliveira *et al.*, 2012) e que os ganhos de longevidade futuros são obtidos segundo o modelo desenvolvido em Neves *et al.* (2013). Adicionalmente, supomos que a taxa de juros real praticada pelo mercado seja de 4% a.a. e que o seguro de vida seja vendido pelo seu preço justo.

Dada a sua base técnica, a seguradora cobra R\$18.488,97 de um homem com 65 anos por uma anuidade temporária de R\$ 10.000,00 paga por dois anos, cujo preço

justo é R\$18.571,90. O segurado pode então pedir um empréstimo desse último valor, amortizando-o em duas prestações pagas na mesma data do recebimento das anuidades. O custo anual do empréstimo é de R\$9.846,75, o preço justo de um seguro de vida temporário é de R\$153,25 e a soma desses valores é exatamente o valor da anuidade temporária. Com isso, o segurado obtém um lucro instantâneo de R\$82,92 (= R\$18.571,90 - R\$18.488,97), o que expõe a possibilidade de investir zero hoje e obter um retorno positivo sem risco no mercado brasileiro de anuidade, ou seja, existe uma oportunidade de arbitragem.

As tabelas 1, 2 e 3 ilustram os fluxos de caixa produzidos por essa estratégia. Na tabela 1, estamos supondo que o segurado não morre durante o pagamento das anuidades. Na tabela 2, o segurado morre no primeiro ano e na tabela 3 morre no segundo ano. Em todos os casos há lucro na operação devido à arbitragem.

Anos	Transações	Entradas (R\$)	Saídas (R\$)
0	Pagamento do prêmio		18.488,97
0	Empréstimo	18.571,90	
<b>0</b>	<b>Lucro</b>		<b>82,92</b>
1	Anuidade	10.000,00	
1	Custo do empréstimo		9.846,75
1	Prêmio do seguro de vida		153,25
2	Anuidade	10.000,00	
2	Custo do empréstimo		9.846,75
2	Prêmio do seguro de vida		153,25

Tabela 1. Exemplo de arbitragem no mercado brasileiro de anuidades, supondo que o segurado não morra durante o período de pagamento das anuidades.

Anos	Transações	Entradas (R\$)	Saídas (R\$)
0	Pagamento do prêmio		18.488,97
0	Empréstimo	18.571,90	
<b>0</b>	<b>Lucro</b>		<b>82,92</b>
1	Indenização do seguro de vida	18.571,90	
1	Pagamento do empréstimo		18.571,90

Tabela 2. Exemplo de arbitragem no mercado brasileiro de anuidades, supondo que o segurado morra no primeiro ano de vigência do contrato.

Anos	Transações	Entradas (R\$)	Saídas (R\$)
0	Pagamento do prêmio		18.488,97
0	Empréstimo	18.571,90	
<b>0</b>	<b>Lucro</b>		<b>82,92</b>
1	Anuidade	10.000,00	
1	Custo do empréstimo		9.846,75
1	Prêmio do seguro de vida		153,25
2	Indenização do seguro de vida	9.846,75	
2	Pagamento do empréstimo		9.846,75

Tabela 3. Exemplo de arbitragem no mercado brasileiro de anuidades, supondo que o segurado morro no segundo ano de vigência do contrato.

### 3.2. TRANSFERÊNCIA DE FUNDOS DE OUTRA SEGURADORA OU PLANO

A legislação brasileira permite que os segurados realizem transferências (portabilidade) de fundos/provisões de uma seguradora para a outra e entre planos dentro da mesma seguradora, sem o pagamento de impostos. Um segurado pode, portanto, transferir seu fundo para uma seguradora que tenha uma maior taxa de anuidade garantida<sup>4</sup>, ou seja, pague uma renda maior com o mesmo recurso ou pague a mesmo valor de renda fazendo uso de um fundo menor. Com a transferência do fundo de uma seguradora com taxa de anuidade menor para aquela seguradora, o segurado pode, então, obter a mesma anuidade com um montante menor, gerando um lucro obtido sem risco. Por exemplo, suponha que o segurado tenha dois planos *unit-linked*s, um com uma taxa de anuidade garantida baseada na AT 1983 e na taxa de juros real de 4% ao ano e outro usando a *Annuity 2000 Mortality Table* (AT 2000) com taxa de juros real de 2% ao ano. Este segurado é um homem de 65 anos e possui R\$500.000,00 em cada plano no momento da conversão em anuidades. A anuidade do primeiro plano será de R\$41.875,12 e de R\$33.026,53 no segundo, totalizando R\$74.901,65. Calculando-as em bases realistas, ambas as anuidades têm que gerar o mesmo valor justo.

Este segurado pode, portanto, manter o mesmo valor de anuidade (R\$74.901,65) transferindo R\$394.345,45 do plano que usa a AT 2000 para o plano que usa a AT

<sup>4</sup> Taxa que deve ser multiplicada pelo fundo na data de conversão para cálculo do valor da renda, correspondendo ao inverso do valor da anuidade garantida.

1983 e exercer a opção de anuidade garantida neste último. Em seguida o segurado exercita a opção de cancelamento e resgata a quantia de R\$105.654,55, restante do plano com AT 2000, produzindo um lucro imediato, o que caracteriza a arbitragem.

### **3.3. TROCA DO TIPO DE ANUIDADE**

Suponha que o segurado contrate uma anuidade vitalícia simples e, no momento da conversão do fundo em renda, ele exerça a opção de troca de tipo de anuidade. Assumindo que as anuidades estão subprecificadas, há a possibilidade de um resgate parcial mantendo o mesmo valor justo das anuidades, ou seja, há oportunidade de arbitragem.

Para examinar esta possibilidade, considere mais uma vez que o segurado é um homem de 65 anos com um plano nas mesmas condições do exemplo apresentado na seção 3.1. Este segurado pode trocar uma anuidade vitalícia simples por uma anuidade reversível de 50% à sua esposa 10 anos mais jovem que ele. Supondo que este segurado tivesse R\$500.000,00 acumulados no seu plano ele obteria uma anuidade vitalícia de R\$41.875,12, sendo que o valor justo desta anuidade é de R\$561.659,50, assumindo as bases realistas definidas na seção 3.1.

No entanto, se o segurado exercer a opção de trocar o tipo de renda contratado para a anuidade reversível à esposa, com mesmo valor justo ele poderia adquirir uma anuidade de R\$41.814,51. Por outro lado, de acordo com o contrato, o preço dessa anuidade reversível é de R\$498.496,40. Esta estratégia permite, portanto, um resgate parcial de R\$1.503,60 mantendo o mesmo valor justo das anuidades, isto é, R\$561.659,50. Novamente, o que se observa são dois tipos de anuidade com os mesmos fluxos futuros, porém com preços diferentes, gerando a possibilidade de arbitragem.

## 4. MODELO

Nesta seção, propomos um modelo para obter a melhor estimativa das opções embutidas nos planos *unit-linked*s. Para tal, assumimos que a melhor estimativa é igual à média dos fluxos de caixa futuros provenientes destas opções, tomando em consideração o valor do dinheiro no tempo e as incertezas presentes na operação, entre elas as taxas de mortalidade e cancelamento e o comportamento do segurado. A avaliação é feita utilizando simulação de Monte Carlo.

Essa avaliação depende da evolução temporal do fundo *unit-linked*. Assim, na próxima seção descrevemos essa evolução.

### 4.1. EVOLUÇÃO DO FUNDO UNIT-LINKED

Assumimos que o fundo de investimento mantém sempre o mesmo portfólio de ativos e pressupomos um mercado sem fricção, com negociações contínuas, sem imposto e sem custo de transação.

Como em Ballotta e Haberman (2003), Ballotta e Haberman (2006), Graselli e Silla (2009), De Giovanni (2010) e outros autores, o retorno do fundo segue um movimento geométrico browniano com *drift* e volatilidade constantes, mas sob a medida de probabilidade real e considerando a possibilidade que segurados paguem prêmios regulares e adicionais antes da data de aposentadoria. Além disso, segurados podem optar em parar de pagar os prêmios e retomar os pagamentos posteriormente, bem como resgatar parte de seus fundos e transferir recursos de outros planos para o plano *unit-linked*.

Haja vista que os fundos brasileiros usualmente investem a maioria dos seus ativos em títulos do Governo Federal, adotamos uma correlação entre o retorno do fundo *unit-linked* e a variação da taxa de curto prazo livre de risco. O desenvolvimento do fundo depende, então, da média e variância do retorno do fundo, bem

como daquela correlação. O processo é definido em um espaço de probabilidade filtrado  $(\Omega, F, \{F_t\}_{t \geq 20}, P)$  e a dinâmica sob a medida objetiva é descrita pela seguinte equação diferencial estocástica:

$$dS_t = \mu_S S_t dt + \sigma_S S_t dZ_t + I_{(t < T)} a_t d\pi_t + I_{(t < T)} b_t d\zeta_t + I_{(t < T)} c_t d\gamma_t - I_{(t < T)} e_t d\delta_t - I_{(t \geq T)} f_t d\zeta_t \quad (1)$$

onde

$S_t$  é o fundo de investimento no tempo  $t$ ;

$\mu_S$  é o retorno esperado instantâneo do fundo (drift), trata-se do retorno real;

$\sigma_S$  é a variância instantânea do retorno do fundo;

$dZ_t$  é um movimento P-Browniano;

$I_{(A)}$  é uma função indicadora, assumindo o valor unitário se A ocorre e zero caso contrário;

$a_t$  é o prêmio regular, sendo zero depois do tempo  $T$ ;

$b_t$  é o prêmio adicional, sendo zero depois do tempo  $T$ ;

$c_t$  é a quantia (provisão) transferida de outra seguradora ou de outro plano da mesma seguradora para o fundo;

$e_t$  é a quantia resgatada ou transferida do fundo para outra seguradora ou plano;

$f_t$  é o resgate parcial relacionado ao processo de auto-anuitização;

$T$  é o tempo restante para a data de aposentadoria predefinida no contrato;

$\pi_t, \zeta_t, \gamma_t, \delta_t$  e  $\zeta_t$  são processos Poisson independentes;

$d\pi_t, d\zeta_t, d\gamma_t, d\delta_t, d\zeta_t$  e  $dZ_t$  são independentes; e

$d\pi_t, d\xi_t, d\gamma_t, d\delta_t$  e  $d\zeta_t$  assumem valores iguais a zero se o evento Poisson relacionado não ocorrer, e 1 (um) caso ocorram.

Como em De Giovanni (2010), assumimos que a taxa de juros de curto prazo livre de risco evolui de acordo como o modelo clássico CIR (Cox *et al.*, 1985), que é um conhecido modelo afim com um fator e segue a equação diferencial estocástica abaixo:

$$dr_t = \kappa(\mu_r - r_t)dt + \sigma_r \sqrt{r_t} dW_T \quad (2)$$

onde

$r_t$  é a taxa de juros de curto prazo livre de risco no tempo  $t$ ;

$\mu_r$  é a locação central ou taxa de juros de longo prazo;

$\sigma_r$  é a volatilidade;

$\kappa$  é a velocidade de ajustamento;

$\mu_r, \sigma_r$  e  $\kappa$  são constantes, com  $\kappa \mu_r \geq 0$  e  $\sigma_r^2 > 0$ ;

impõe-se  $2\kappa \mu_r \geq \sigma_r^2$  para que as taxas não sejam negativas;

$dW_t$  é um movimento P-Browniano correlacionado com  $dz_t$ , tal que  $dW_t dz_t = \rho dt$ , sendo que para  $\rho \neq 0$  temos:

$$Z_t = \rho W_t + \sqrt{(1-\rho^2)} W'_t; \quad \text{e (3)}$$

$dW'_t$  é um movimento P-Browniano independente de  $dW_t$ .

O valor dos prêmios regulares  $\{a_t\}$  é fixado em contrato, mas o segurado pode mudá-lo quando quiser, bastando apenas comunicar a companhia. Ainda, em função da opção de interrupção de pagamento, o segurado pode parar de pagar os prêmios e retornar a fazê-lo se desejar. Portanto, há uma probabilidade que o prêmio regular



não seja pago em determinado período ou que haja alteração em seu valor no decorrer do contrato. Dadas essas características, como em Coleman *et al.* (2006) e Coleman *et al.* (2007), usamos um processo de salto Poisson para modelar a evolução do fundo *unit-linked*. Assim, esse processo de pagamento é modelado adotando um modelo similar ao modelo de saltos de Merton (Merton, 1976) usado por Wu and Yen (2007) para modelar uma opção real de crescimento. Mas, assumimos  $a_t$ , que representa a amplitude do salto, como uma quantidade e não como um percentual do fundo. No modelo, pressupomos que aquela variável aleatória tem distribuição lognormal independente com parâmetros  $\mu_a$  e  $\sigma_a$ . Por sua vez, a intensidade do salto ( $\pi_t$ ) é um processo Poisson independente com parâmetro  $\lambda_a$ . Ademais, assumimos que os prêmios regulares só podem ser pagos até o tempo  $T$ .

Usamos a mesma estratégia para modelar os prêmios adicionais ( $b_t$ ), haja vista o segurado contribuir com esse tipo de prêmio quando e no valor que achar apropriado. No modelo, consideramos que esses prêmios só podem ser aportados até o tempo  $T$ . Assim, tomamos a amplitude do salto ( $b_t$ ) como uma distribuição lognormal independente com parâmetros  $\mu_b$  e  $\sigma_b$ , sendo a intensidade de seu salto ( $\zeta_t$ ) um processo Poisson independente com parâmetro  $\lambda_b$ .

O processo de transferência (portabilidade) para o fundo *unit-linked* também se enquadra como uma opção de crescimento e é igualmente modelado por meio de um processo de salto. Então,  $c_t$  tem distribuição lognormal independente com parâmetros  $\mu_c$  e  $\sigma_c$ , e  $\gamma_t$  é um processo Poisson independente com parâmetro  $\lambda_c$ .

Por sua vez, a opção de resgates permite ao segurado resgatar parte do seu fundo ou portá-lo para outra seguradora ou para outro plano da mesma seguradora antes que a opção da anuidade garantida seja exercida. Esse resgate ou transferência, antes da data de aposentadoria, é modelado também através de um processo de salto Poisson, onde  $e_t$  também tem distribuição lognormal independente com parâmetros  $\mu_e$  e  $\sigma_e$ , e  $\delta_t$  é um processo Poisson independente com parâmetro  $\lambda_e$ .

No modelo, poderíamos, ainda, assumir que as mencionadas amplitudes e intensidades dos saltos variam com o tempo. Por exemplo, é razoável pressupor que estes parâmetros mudam quando o montante do fundo cresce ou quando a data de aposentadoria se aproxima.

Entretanto, depois de  $T$ , quando em nossa abordagem os segurados podem decidir suas estratégias de anuitização, os resgates são relacionados à auto-anuitização. A decisão de exercer a opção de anuidade garantida é irreversível, tornando-a complexa. Hu e Scott (2007) e Milevsky e Young (2001) descrevem motivos para o segurado evitar anuitização, citando inclusive outros estudos. Os principais motivos são a perda da possibilidade de deixar o fundo acumulado como herança e o medo da iliquidez dos ativos. Como exemplo, os últimos autores citaram que apenas 2% da quantidade investida em anuidades variáveis no EUA foram convertidas em renda durante o período estudado, de acordo com *National Association of Variable Annuities* (30 de Junho de 2001).

Por isso, a equação (1) permite a possibilidade de o segurado optar pela auto-anuitização. Cada resgate reduz o valor das opções embutidas, dada a redução do fundo *unit-linked*. Esses resgates são modelados da mesma forma que os saltos anteriormente explicados, sendo  $f_i$  uma distribuição lognormal independente com parâmetros  $\mu_j$  e  $\sigma_j$ , e  $\zeta_j$  um processo Poisson independente com parâmetro  $\lambda_j$ .

Pode-se também definir as amplitudes dos saltos como um percentual do fundo. Por exemplo, pode-se pressupor o valor do resgate parcial após  $T$  como uma renda perpétua até o momento ótimo para exercer a opção de anuidade garantida.

Ressaltamos que os parâmetros dos saltos dependem se a anuidade está subprecificada ou não, ou seja, das bases técnicas do contrato, e, principalmente, do comportamento do segurado. Assim, para avaliar a melhor estimativa das opções embutidas, aqueles parâmetros devem ser estabelecidos com base em estatísticas e evidências empíricas da seguradora.

Nas próximas seções, antes da apresentação do modelo para avaliar as opções embutidas, descrevemos como abordamos as incertezas relacionadas a esta avaliação.

#### **4.2. Risco de mortalidade**

Trabalhamos com as taxas de mortalidade na medida de probabilidade real. Primeiro, assumimos que as probabilidades dos segurados brasileiros cobertos pelos planos *unit-linked*s morrerem dentro de um ano são aquelas encontradas na

tábua de mortalidade BR-EMS 2010 – cobertura de sobrevivência (Oliveira *et al.*, 2012), que foi construída a partir da experiência do mercado segurador brasileiro.

Para estimar os ganhos futuros de longevidade, aplicamos o modelo estrutural multivariado que usa a abordagem *seemingly unrelated time series equation* (SUTSE) proposto por Neves *et al.*(2013). Este modelo estima os ganhos de longevidade de uma população que possui uma série temporal curta de taxas de mortalidade observadas, que é o caso da população brasileira. O modelo também admite que haja uma população com taxas centrais de mortalidade com alguma similaridade com as da população estudada. Então, os autores usaram o conceito de tendências comuns, trabalhando com a ideia que as taxas de mortalidade das duas populações são afetadas por fatores comuns, como adotado por Li e Lee (2005), Jarnes e Kryger (2009), Li e Hardy (2011), Cairns *et al.* (2011) e Dowd *et al.* (2011). Ademais, a estrutura de dependência entre as taxas de mortalidades das diferentes idades também são capturadas pela matriz de covariância dos erros na equação de observação do modelo de espaço de estado.

Em Neves *et al.*(2013), os fatores de ganho de longevidade são previstos pela seguinte expressão:

$$G_{b,x,t+s} \sim \log normal (E(\log(m_{b,x,t+s}) | F_t) - \log(m_{b,x,t+s}), V \log(m_{b,x,t+s}) | F_t)) \quad (4)$$

onde

$t$  é o momento da previsão;

$x$  é a idade do segurado;

$s$  é número de passos a frente na previsão;

$G_{b,x,t+s}$  é o fator de ganho de longevidade para idade  $x$  da população brasileira no tempo  $t + s$ ;

$m_{b,x,t}$  é a taxa central de mortalidade para idade  $x$  da população brasileira no tempo  $t$ ; e

$E(\log(m_{b,x,t+s}) | F_t)$  e  $V\log(m_{b,x,t+s}) | F_t$  são estimados em Neves *et al.* (2013).

Como em Neves *et al.* (2013), aqui assumimos que a distribuição do ganho de longevidade dos segurados dos planos *unit-linkeds* é igual a da população brasileira. Assim, tomamos uma aproximação para realizar a previsão das taxas de mortalidade desses segurados, que também possuem distribuição lognormal, como se segue:

$$m_{x,t+s} = m_{x,t} \cdot G_{b,x,t+s} \quad (5)$$

onde

$m_{x,t+s}$  é a distribuição da taxa central de mortalidade prevista para idade  $x$  no tempo  $t + s$ ; e

$m_{x,t}$  é a taxa central de mortalidade para idade  $x$  no tempo  $t$ , obtida pela fórmula abaixo (Bowers *et al.*, 1997):

$$m_{x,t} = \frac{q_{x,t}}{1 - \left(\frac{q_{x,t}}{2}\right)} \quad (6)$$

onde  $q_{x,t}$  é a probabilidade de um indivíduo de idade  $x$ , no tempo  $t$ , morrer dentro de um ano, proveniente da tábua de mortalidade BR-EMS 2010 – cobertura de sobrevivência.

Portanto, para descontar os fluxos de caixa e obter os valores das anuidades futuras, dadas as informações até a data de avaliação, trabalhamos com taxas de mortalidade estocásticas. Assumimos, ainda, que as taxas de mortalidade são independentes do risco financeiro e do comportamento do segurado. Em consequência, definimos, na seguinte fórmula, a probabilidade que o segurado de idade  $x + s$  permanecerá vivo até a idade  $x + s + z$ :

$${}_z P_{x+s} = P(\tau_{x+s} > z | F_t) = E \left( e^{-\int_0^z \mu_{x+s+i} d_t} \mid F_t \right) \cong E \left( \prod_{i=0}^{z-1} (1 - q_{x+s+i,s+i}) \mid F_t \right) \quad (7)$$

onde

$x$  é a idade do segurado na data de avaliação  $t$ ;

$\tau_{x+s}$  é uma variável aleatória que representa o tempo remanescente de vida de um segurado de idade  $x + s$ ;

$\mu_{x+s+i}$  é a força de mortalidade na idade  $x + s + i$ ; e

$q_{x+s+i, s+i}$  é a probabilidade de morte de um segurado de idade  $x + s + i$ , prevista para  $s + i$  períodos após  $t$ , obtida pela aplicação da equações (5) e (6).

### 4.3. COMPORTAMENTO DO SEGURADO

Os segurados dos planos *unit-linked*s podem solicitar resgate de seus fundos alguns dias após a compra do plano. O período de carência é fixado em contrato. O plano PGBL permite diferimento tributário, com isso muitos usam o produto para reduzir suas obrigações tributárias, ou seja, contribuem para o plano em um ano civil e resgatam seus fundos no outro ano. Outra importante ressalva é que, em sua maioria, estes produtos *unit-linked*s são comercializados através da rede bancária, sendo, então, vendidos como mais um fundo de investimento financeiro e não como um plano previdenciário.

Devido a essas características, segurados acabam exercendo a opção de abandono independentemente do valor da opção de anuidade garantida. Para entender a dinâmica das taxas de cancelamento dos planos de anuidade brasileiros, Neves *et al.* (2014) propuseram um modelo estocástico multiestágio para prever as taxas de cancelamento por meio de simulação de Monte Carlo após a execução dos seguintes processos: modelos lineares generalizados (GLM), ARMA-GARCH e cópulas multivariadas. No GLM, assumindo a função de ligação logit, as variáveis explicativas são: taxa de juros real livre de risco de curto prazo, sexo e idade. Os resíduos do GLM para cada grupo de idade/gênero são, então, modelados aplicando o processo ARMA-GARCH para gerar resíduos i.i.d.. Depois disso, a estrutura de dependência entre esses resíduos é modelada pelas cópulas multivariadas Gaussiana e

*T-student*. Para explicar as incomuns e altas taxas de cancelamento observadas durante as crises econômicas, a distribuição dos resíduos oriundos do modelo ARMA-GARCH ajustado para os retornos do índice da bolsa de valores brasileira (Ibovespa) é usada como uma das distribuições marginais da cópula multivariada.

Aquele artigo mostrou que o *odds* da taxa de mortalidade para mulheres é 1.35% maior que para homens. Adicionalmente, pode ser visto na tabela 4, proveniente de Neves *et al.* (2014), que os *odds* para as quatro primeiros grupos de idade são maiores que para o grupo mais velho (72-80 anos), e que quanto mais jovem o grupo maior o *odds*. Assim, os resultados mostraram que as taxas de cancelamento são mais altas entre as mulheres e para grupos mais jovens. Portanto, analisando tal resultado, conclui-se que o comportamento do segurado está longe de ser ótimo, mesma conclusão tomada por De Giovanni (2010), que afirmou que Kuo *et al.* (2003) e Kim (2005) apresentaram fortes evidências para suportar tal conclusão.

Grupos etários (anos)	$\Delta \left( \frac{w_x}{1-w_x} \right) \%$
24-28	36.40%
29-53	19.87%
54-62	20.31%
63-71	9.19%

Tabela 4. Variação percentual nos *odds* dos grupos de idade em relação ao grupo mais velho (72-80 anos), onde  $w_x$  é a taxa de cancelamento para idade  $x$ . Origem: Neves *et al.* (2014)

A tabela 5, que também é extraída de Neves *et al.* (2014), ilustra a sensibilidade da variação mensal da taxa de cancelamento em relação a variação da taxa de juros real de curto prazo. O citado artigo mostrou que quando há uma variação positiva na taxa de juros, a taxa de cancelamento também cresce. Este comportamento tem relação com o valor da opção de anuidade garantida, haja vista que quando a taxa de juros cresce há uma maior chance da opção estar fora do dinheiro. Assim, existe um relativo comportamento racional em relação à variação da taxa de juros de curto prazo.

$\Delta$ taxa anual de juros	$\Delta \left( \frac{w_x}{1 - w_x} \right) \%$
2.00%	16.04%
1.00%	7.72%
0.75%	5.74%
0.50%	3.79%
0.25%	1.88%
-0.25%	-1.84%
-0.50%	-3.65%
-0.75%	-5.43%
-1.00%	-7.17%
-2.00%	-13.82%

Tabela 5. Variação percentual no odds dada uma variação na taxa de juros real de curto prazo. Origem: Neves *et al.* (2014).

Para relacionar a decisão de cancelamento com a situação financeira corrente, Neves *et al.* (2014) mostraram as estimativas dos valores das medidas de dependência entre os resíduos do retorno do Ibovespa e os resíduos de cada grupo de idade/sexo. A tabela 6 ilustra os resultados obtidos pelos autores.

Grupo	Correlação de Pearson	Tau de Kendall	Rho de Spearman
24-28 / male	-0.078	-0.045	-0.058
29-53 / male	-0.159	-0.141	-0.187
54-62 / male	-0.405	-0.202	-0.274
63-71 / male	-0.506	-0.202	-0.299
72-80 / male	-0.514	-0.216	-0.307
24-28 / female	0.072	0.048	0.067
29-53 / female	0.042	0.054	0.080
54-62 / female	-0.104	-0.096	-0.155
63-71 / female	-0.141	-0.096	-0.131
72-80 / female	-0.135	-0.076	-0.124

Tabela 6. Medidas de dependência entre os resíduos do retorno do Ibovespa e os resíduos de cada grupo de idade/sexo. Origem: Neves *et al.* (2014).

Aqueles autores concluíram, ainda, que as correlações negativas da tabela 6 podem ser explicadas observando que quando há retornos negativos no Ibovespa os segurados

tendem a trocar seus investimentos por produtos com menos risco, aumentando as taxas de cancelamento. O fato dos valores absolutos das medidas de dependência serem maiores para idades mais velhas é decorrente de que os grupos com idades próximas à aposentadoria têm menos tempo para se recuperarem de perdas financeiras incorridas durante a crise e optam pelo cancelamento. Ademais, o estudo mostra que as correlações são mais fortes para homens. A relação entre crises financeiras e taxas de cancelamento foi também estudada por Loisel e Milhaud (2011). Os resultados destes dois estudos mostraram que os segurados podem tomar decisões irracionais quando confrontados com crises financeiras.

Com base nas características do modelo utilizado para previsão das taxas de cancelamento, assim como em De Giovanni (2010), assumimos comportamentos racionais e irracionais do segurado no que diz respeito à decisão de abandonar um plano. Assim, aplicamos o modelo de Neves *et al.* (2014) para previsão das taxas de cancelamento. Como requerido pelo Solvência II, o modelo adotado assume, ainda, que essas taxas não são independentes do mercado financeiro.

Neste nosso estudo, as taxas de cancelamento, obtidas na medida objetiva, são usadas para descontar os valores das opções embutidas do tempo  $T$  até a data da avaliação da melhor estimativa. Definimos a probabilidade do segurado de idade  $x + s$  permanecer no plano até idade  $x + s + z$  de acordo com a fórmula abaixo:

$${}_z h_{x+s} = E \left( e^{-\int_0^z w'_{x+s+i, s+i} d_t} \mid F_t \right) \cong E \left( \prod_{i=0}^{z-1} (1 - w_{x+s+i, s+i}) \mid F_t \right) \quad (8)$$

onde

$w'_{x+s+i}$  é a força de cancelamento na idade  $x + s + i$ ; e

$w_{x+s+i}$  é a probabilidade de um segurado com idade  $x + s + i$ ,  $s + i$  períodos após a data de avaliação, cancelar seu contrato dentro de um ano, que é obtida aplicando Neves *et al.* (2014).



#### 4.4. ANUITIZAÇÃO

Assumimos que os segurados brasileiros tomam a decisão se vão exercer a opção de anuidade garantida, e quando vão, na data de aposentadoria predeterminada em contrato. Assim, para avaliar a melhor estimativa das opções embutidas, nossa premissa é que os segurados que irão converter seus fundos em renda o façam exatamente ou após o tempo  $T$ .

Diferente de Milevsky e Young (2001), Grasselli e Silla (2009) and Hu e Scott (2007), não aplicamos a teoria da utilidade no processo de tomada decisão. Ao invés disso, nosso modelo pressupõe que segurados exercerão a opção de conversão em renda se a opção estiver no dinheiro em qualquer tempo a partir de  $T$ , considerando a opção de troca, a opção de diferimento e o processo de salto relacionado à auto-anuitização. Na nossa abordagem, o valor das opções embutidas no tempo  $T$  é o máximo valor que a opção de anuidade garantida atinja a partir de  $T$ , tomando em consideração o valor do dinheiro no tempo e supondo uma abordagem similar à equação de Bellman ou equação fundamental da otimização (Dixit and Pindyck, 1994).

Acreditamos que o motivo para não conversão em renda relacionado à ausência de herança pode ser amenizado nos produtos *unit-linked*s devido à possibilidade de escolha do tipo de anuidade no momento da conversão do fundo em renda. Assim, no modelo, para sermos conservadores, tomamos a premissa que o segurado escolhe o tipo de renda que maximize o valor da opção de anuidade garantida. Em complemento, o modelo assume que o segurado pode optar por auto-anuitização por um predeterminado período ou perpetuamente. Assim, o medo da iliquidez dos ativos é também abordado quando permitimos esses resgates após  $T$ .

Como assumido antes de  $T$ , admitimos, após essa data, que o comportamento do segurado é uma combinação de comportamento racional e irracional. Racional porque o segurado opta por converter em renda seu fundo no momento em que o valor da opção atinge seu máximo, assumindo o tipo de renda que gere o mais alto valor, e irracional porque admite a possibilidade de resgates parciais, por meio de processo de salto (ver equação (1)) após  $T$ , independente se a opção está dentro do dinheiro ou não.

#### 4.5. AVALIAÇÃO DAS OPÇÕES EMBUTIDAS

Inicialmente, obtemos a melhor estimativa em  $T$ . Para tal, as opções de diferimento e de troca do tipo de anuidade são avaliados ao mesmo tempo que a opção de anuidade garantida. Então, encontramos a melhor estimativa no momento da avaliação, considerando o retorno esperado instantâneo do fundo entre aquela data e a data de anuitização, a probabilidade de o segurado permanecer vivo até a transformação em renda e a probabilidade de permanecer no plano até o tempo  $T$ . Como os planos *unit-linked*s permitem que a seguradora troque o fundo onde o recurso do segurado está aplicado após a conversão em renda, usamos para cálculo das anuidades uma previsão de estrutura a termo de taxas de juros de curto prazo livre de risco, obtida utilizando-se o modelo CIR. Não consideramos, ainda, a hipótese de excedente financeiro após a conversão em renda.

Para obter o valor da melhor estimativa no tempo  $T$ , analisamos a opção de troca, assumindo que os segurados optarão pelo tipo de renda que maximize a opção de anuidade garantida. Em função da possibilidade de postergação da data de conversão, temos que mensurar aquela opção de  $T$  até  $t$ , onde  $W$  é a última idade que há segurados vivos no plano. O valor da opção embutida para  $t + s \geq T$  é dado por:

$$O'_{x,t+s} = \max_i \left[ E \left( \frac{S_{t+s}}{g_{x+s,i}} a_{x+s,i} - S_{t+s} \mid F_t \right) \right]^+ \quad (9)$$

onde

$O'_{x,t+s}$  é a melhor estimativa das opções embutidas no tempo  $t + s$  para um segurado de idade  $x$  na data de avaliação  $t$ ;

$t$  é a data de avaliação;

$S_{t+s}$  é obtido pela equação (1);

$t + s \geq T$ ;

$i$  é o tipo de anuidade oferecida no plano,  $i = 1, 2, 3, \dots$ ;

$g_{x+s,i}$  é o valor da anuidade do tipo  $i$  para idade  $x + s$  calculada considerando as bases técnicas fixadas no plano; e

$a_{x+s,i}$  é o valor da anuidade real do tipo  $i$  para idade  $x + s$ , isto é, a esperança do valor presente das rendas unitárias do tipo  $i$  no tempo  $t + s$  calculada considerando bases técnicas (premissas) realistas.

Representamos as principais anuidades oferecidas nos planos *unit-linked*s, assumindo que as taxas de mortalidade e as taxas de juros são independentes, como se segue:

a) Vitalícia simples:

$$a_{x+s,i} = \sum_{j=1}^{\omega-(x+s)} (P(t+s, t+s+j))_j p_{x+s} \quad (10)$$

onde

$P(t+s, t+s+j)$  é a expectativa do preço, no tempo  $t+s$ , de uma unidade de um título zero cupom livre de risco, com data de vencimento em  $t+s+j$ , obtida na medida de probabilidade real.<sup>5</sup> Já que o modelo CIR é um processo afim, esse valor é obtido usando as expressões matemáticas dadas em Cox *et al.* (1985); e

${}_j p_{x+s}$  é obtido pela equação (7).

Temporária:

$$a_{x+s,i} = \sum_{j=1}^n (P(t+s, t+s+j))_j p_{x+s} \quad (11)$$

onde  $n$  é o período de pagamento da renda.

Renda Certa:

$$a_{x+s,i} = \sum_{j=1}^n P(t+s, t+s+j) \quad (12)$$

<sup>5</sup> Assumimos que o parâmetro referente ao risco de mercado do modelo CIR é igual a zero.

onde  $n$  é o período de pagamento da renda financeira.

Com prazo mínimo garantido:

$$a_{x+s,j} = \sum_{j=1}^n P(t+s, t+s+j) + \sum_{j=n+1}^{\omega-(x+s)} (P(t+s, t+s+j)_j p_{x+s}) \quad (13)$$

onde  $n$  é o prazo em que a renda financeira é paga, isto é, o prazo mínimo garantido.

Reversível ao beneficiário indicado:

$$a_{x+s,j} = \sum_{j=1}^{\infty} (P(t+s, t+s+j) ({}_j p_{x+s} + \beta ({}_j p_{y+s} - {}_j p_{x+s} {}_j p_{y+s}))) \quad (14)$$

onde

$\beta$  é o percentual de reversão; e

$y$  é a idade, em  $t$ , do beneficiário indicado.

Reversível ao cônjuge e filhos menores:

$$a_{x+s,j} = \beta \sum_{j=1}^m (P(t+s, t+s+j)) + (1-\beta) \sum_{j=1}^m (P(t+s, t+s+j)_j p_{x+s}) + \sum_{j=m+1}^{\infty} [P(t+s, t+s+j) ({}_j p_{x+s} + \beta ({}_j p_{y+s} - {}_j p_{x+s} {}_j p_{y+s}))] \quad (15)$$

onde

$\beta$  é o percentual de reversão;

$y$  é a idade do cônjuge em  $t$ ; e

$m$  é o tempo que falta, em  $t+s$ , para o filho mais novo atingir a maioridade.

Para estimar o valor esperado, no tempo  $T$ , da esperança dos futuros fluxos de caixa das opções embutidas, adotamos uma abordagem similar à equação de Bellman (Dixit and Pindyck, 1994), como se segue:

$$O_{x,T} = \max_{(v \geq 0)} \left[ {}_v p_{x+T} e^{-\mu_s v} O'_{x,T+v} \right] \quad (16)$$

onde

$O_{x,T}$  é a melhor estimativa das opções embutidas no tempo  $T$  para um segurado de idade  $x$  na data de avaliação  $t$ , considerando as estimativas em todos os tempos  $T + v$ ;

$v \in [0, \omega - (x + T - t)]$

$\mu_s$  é o retorno esperado instantâneo do fundo (ver equação (1));

${}_v p_{x+T}$  é obtido pela equação (7);

${}_v p_{x+T} = 1$ ; e

assumimos que  $\mu_s$  e as taxas de mortalidade são independentes.

Por fim, a melhor estimativa para o valor das opções embutidas na data de avaliação é obtida usando a seguinte fórmula:

$$V_{x,t} = O_{x,T} {}_T p_x {}_T h_x e^{-\mu_s T} \quad (17)$$

onde

$V_{x,t}$  é o valor da melhor estimativa das opções embutidas na data de avaliação;

${}_T p_x$  é obtido pela equação (7);

${}_T h_x$  é obtido pela equação (8); e

assumimos que retorno esperado instantâneo do fundo, as taxas de mortalidade e as taxas de cancelamento são independentes.

## 5. APLICAÇÃO DO MODELO E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

### 5.1. DEFINIÇÕES

Nesta seção, aplicamos o modelo proposto para realizamos análise de sensibilidade, variando os parâmetros financeiros do modelo, as bases técnicas do plano, as características individuais do segurado e os parâmetros dos processos de saltos, a fim de abordar amplamente o problema apresentado. A data-base dos cálculos é janeiro de 2014.

Na simulação de Monte Carlo, para evolução do fundo *unit-linked*, usamos o tradicional método de Euler-Maruyama (Maruyama, 1955) para aproximação da solução numérica da equação diferencial estocástica do fundo (eq.(1)). Optamos em trabalhar com discretização anual. Para simular os processos de salto da eq. (1), usamos a aproximação de Bernoulli, primeiramente introduzida por Ball e Tourous (1983), essa premissa permite que em cada intervalo de tempo ocorra no máximo um salto.

Para simulação é necessário também definir valores para o retorno esperado instantâneo  $-\mu_s$  e para a variância instantânea do fundo  $-\sigma_s$ . Em um primeiro momento, optamos por trabalhar com a média dos valores obtidos pelos maiores fundos *unit-linked*s operados pelas três maiores seguradoras brasileiras no período entre 2009 e 2013. Os valores encontrados são  $\mu_s = 0,04$  e  $\sigma_s = 0.018$ . Assumimos também uma correlação  $-\rho$  de 0,90 (ver eq.(3)), que é o valor médio das correlações encontradas entre os três fundos considerados e a taxa de curto prazo livre de risco. Esses valores são sensibilizados nesta seção. Para obtenção dos retornos reais de cada fundo, usamos o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), índice que mede a inflação oficial brasileira e é o mais usado para reajustes dos valores dos planos *unit-linked*s.

Para estimar os parâmetros do modelo CIR (eq. (2)), aplicamos o método dos momentos generalizados na forma apresentada por Chan *et al.* (1992). Encontramos

uma taxa anual de juros de longo prazo ( $\mu_s$ ) de 5,5% a.a.. Em seguida, utilizamos simulação de Monte Carlo para previsão das taxas de juros de curto prazo livre de risco para períodos futuros. A estimação foi realizada com base na taxa de curto prazo de seis meses para curva de cupom de IPCA, de setembro de 2003 a dezembro de 2013, obtida na forma do apresentado em Franklin *et al.* (2012).

Para prever os ganhos futuros de longevidade, adotamos o modelo estrutural multivariado de Neves *et al.*(2013). Neste artigo, os autores estimam o ganho de longevidade a partir de 2010, haja vista que utilizam dados<sup>6</sup> de mortalidade da população brasileira até 2009. O Apêndice apresenta os fatores de longevidade previstos naquele artigo para faixas etárias dos sexos masculinas e femininas. Esses fatores são aplicados às taxas centrais de mortalidade provenientes da tábua de mortalidade BR-EMS 2010 – cobertura de sobrevivência para encontrar as probabilidades de morte do ano de 2014 em diante (ver seção 4.2), assumindo que aquela tábua reflete a sobrevivência dos segurados dos planos *unit-linked*s no primeiro dia de 2010. A partir desses resultados, obtemos a probabilidade de sobrevivência expressa pela equação (7), para qualquer sexo, idade e tempo.

Podemos verificar o efeito do ganho de longevidade para ambos os sexos analisando a figura 1, que mostra a probabilidade de uma pessoa de 60 anos sobreviver mais 10 anos, considerando diferentes datas-bases. Podemos ver a evolução temporal dessa probabilidade de sobrevivência e que é sempre maior para as mulheres.

Para obtenção das taxas de cancelamento, utilizadas para calcularmos a probabilidade do segurado, na data de avaliação, permanecer no plano até a data de aposentadoria preestabelecida no contrato (ver eq.(8)), aplicamos o modelo de Neves *et al.* (2014). A base de dados utilizada consiste nas taxas de cancelamento mensais de planos de anuidades de uma relevante seguradora brasileira, de janeiro de 2006 até dezembro de 2011. Para efeito dessa aplicação, partimos da premissa que esses dados refletem os cancelamentos dos planos *unit-linked*s brasileiros. A figura 2 apresenta a probabilidade de pessoas de diferentes idades permanecerem no plano até a data de aposentadoria predefinida, que para essa ilustração definimos em 60

---

<sup>6</sup> Dados provenientes do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), disponível em [www.ibge.gov.br](http://www.ibge.gov.br), e baixados em 26/07/2012.

anos, na data-base da avaliação. Essas probabilidades são bastante baixas para pessoas mais jovens em função das altas taxas de cancelamento.

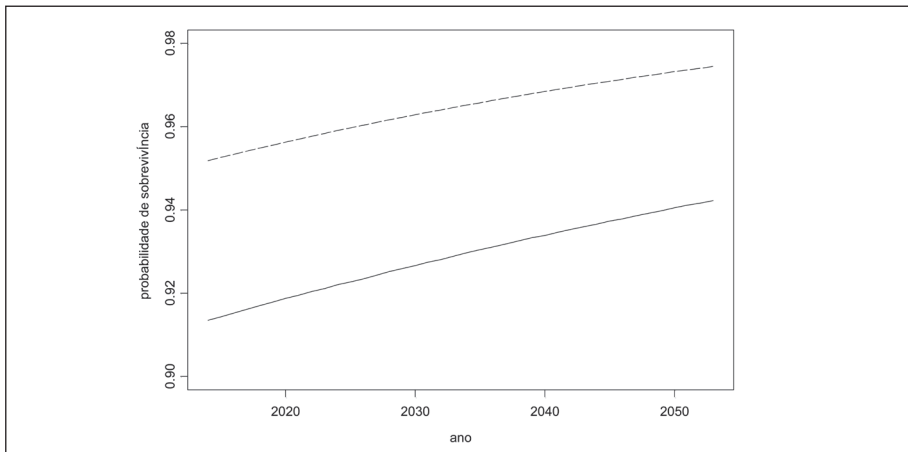


Figura 1. Evolução temporal da probabilidade de uma pessoa de 60 anos sobreviver mais 10 anos. Linha sólida para sexo masculino e linha tracejada para o sexo feminino.

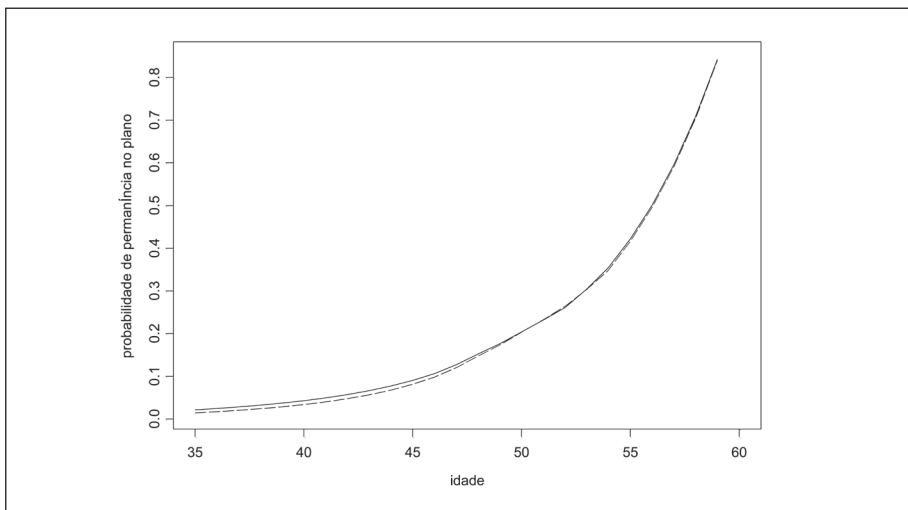


Figura 2. Probabilidade de pessoas de diferentes idades não cancelarem o plano até a data preestabelecida de aposentadoria, na data-base da avaliação. Linha sólida para sexo masculino e linha tracejada para o sexo feminino.



Por generalização, assumimos que o cálculo da melhor estimativa das opções embutidas ( $O'_{x,t+s}$ ) - ver equação (9) - dar-se-á no início de cada ano a partir da data predeterminada de aposentadoria. As análises são feitas considerando rendas anuais postecipadas.

## 5.2. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Nesta seção, apresentamos análise de sensibilidade para os parâmetros usados no cálculo da melhor estimativa das opções embutidas. No primeiro momento, vamos variar as bases técnicas do plano, isto é, a tábua de mortalidade e a taxa de juros fixadas na apólice. Para tal, mantemos constantes as demais variáveis envolvidas no cálculo.

### 5.2.1. Análise 1

Nossa análise será feita assumindo como base um contrato de referência e as seguintes premissas iniciais:

- idade do segurado na data de avaliação = 40 anos;
- sexo = masculino;
- idade de aposentadoria preestabelecida no contrato = 60 anos;
- fundo *unit-linked*:  $\mu_s = 0,04$ ,  $\sigma_s = 0.018$  e  $\rho = 0,90$ ;
- saldo inicial do fundo *unit-linked* = R\$ 60.000,00;
- para as rendas temporária, certa e com prazo mínimo garantido: temporariedade de 15 anos;
- para renda reversível ao cônjuge: beneficiário de sexo feminino e com 3 anos a menos que o segurado;

- para renda reversível ao cônjuge e aos menores: cônjuge de sexo feminino e com 3 anos a menos que o segurado, e filho mais novo faltando 4 anos para atingir a maioria na data predeterminada de aposentadoria; e
- processo de salto referente à contribuição regular: probabilidade de ocorrência = 1; média da distribuição lognormal referente ao valor desta contribuição = R\$ 5.000,00 ao ano; e desvio padrão dessa distribuição lognormal = R\$ 500,00.

Nesta primeira análise não consideramos os demais saltos, inclusive aquele referente à auto-anuitização. Realizamos testes de sensibilidade para taxas de juros anuais entre 0% e 6%, faixa permitida pela regulação brasileira, e para três tábuas de mortalidade: AT 2000, AT 1983 e *Annuity Mortality Table for 1949* (AT 1949), sendo que para as duas primeiras há distinção de sexo.

A tabela 7 apresenta a razão do valor da melhor estimativa das opções na data da avaliação em relação ao valor do saldo inicial do fundo *unit-linked*, considerando diversas bases técnicas de planos. Quanto maior a taxa de juros garantida na opção de anuidade garantida, maior o valor da melhor estimativa das opções embutidas, e, por conseguinte, maior o compromisso da seguradora com o segurado. Quando comparamos as tábuas de mortalidade garantidas, quanto maior as taxas de mortalidade, maior o valor da melhor estimativa das opções. Ressaltamos que até para a tábua mais conservadora – com menores taxas de mortalidade (AT 2000), mesmo para baixas taxas de juros garantidas, há a necessidade de provisionar um valor referente às opções embutidas. Portanto, nas situações simuladas, em algum momento a opção de conversão em renda estará no dinheiro, isso em função do ganho de longevidade.

Tábua	Taxa de juros ao ano						
	0%	1%	2%	3%	4%	5%	6%
AT 2000	0,015%	0,107%	0,275%	0,486%	0,751%	1,079%	1,517%
AT 1983	0,175%	0,344%	0,559%	0,825%	1,137%	1,487%	1,937%
AT 1949	2,512%	2,730%	2,974%	3,214%	3,533%	3,846%	4,205%

Tabela 7. Razão entre o valor da melhor estimativa das opções embutidas, na data da avaliação, e do saldo inicial do fundo *unit-linked*, para diferentes bases técnicas de plano

Importante frisar que os altos valores previstos para a taxa livre de risco acarretam em valores relativamente baixos para as melhores estimativas das opções. Valores esses que aumentariam consideravelmente em um cenário de redução das taxas reais.

Na tabela 8, comparamos a idade ótima de conversão em renda. Fica claro que quando maior a taxa de juros garantida pelo plano *unit-linked* mais rápido será essa conversão. O decréscimo da idade de conversão em relação ao crescimento da taxa de juros garantida não é tão acentuado em uma tábua com taxas de mortalidade mais distantes da realidade. No entanto, nas AT 2000 e AT 1983, quando a taxa de juros garantida é de 6% ao ano, há um maior decréscimo na idade ótima de conversão, devido a esta taxa superar a estimativa da taxa livre de risco de longo prazo.

Para taxas de juros bastante baixas, encontramos idades extremamente altas de conversão em renda. Isso porque assumimos que o valor da melhor estimativa das opções embutidas é o valor máximo que a opção de anuidade garantida atingir a partir da data predeterminada de aposentadoria, tomando em consideração o valor do dinheiro no tempo, a opção de diferimento e a opção de troca do tipo de renda, e sem levar em conta qualquer fator comportamental.

Tábua	Taxa de juros ao ano						
	0%	1%	2%	3%	4%	5%	6%
AT 2000	105	92	89	88	85	83	78
AT 1983	92	89	88	86	84	83	78
AT 1949	89	89	88	86	86	84	83

Tabela 8. Idade ótima de conversão em renda.

Ressaltamos que para todas as combinações de taxas de juros e tábuas de mortalidade, o tipo de renda que maximiza o valor das opções embutidas é a renda vitalícia. Destacamos, como exemplo, o plano que garante AT 2000 e 3% ao ano de taxa de juros. Neste plano, assumindo as premissas acima, a idade de conversão em renda vitalícia será 88 anos, onde o valor da opção encontra seu valor máximo. Verificamos que para algumas idades a opção com maior valor é a renda reversível ao beneficiário indicado. Mas, quando aplicada a equação (16) obtém-se o valor máximo na conversão em renda vitalícia aos 88 anos. Essa dinâmica acontece em outras combinações de tábua e taxa de juros.

## 5.2.2. Análise 2

Agora, assumimos a premissa de auto-anuitização, ou seja, incluímos na simulação de Monte Carlo o processo de saltos que representam os resgates parciais após a data predefinida de aposentadoria. É bastante razoável supor que após esta data o segurado postergue sua decisão de exercer a opção de conversão em renda e exerça a opção de resgate parcial. Nesta análise, supomos que, enquanto o momento ótimo para conversão em renda não for atingido, o segurado resgata a cada ano uma renda. A renda é definida, para efeito deste teste de sensibilidade, de forma que se resgatem os rendimentos reais do fundo *unit-linked* do ano, ou seja, assumimos uma renda perpétua financeira.

Assim, acrescentamos às seguintes premissas à análise 1:

- processo de salto referente à auto-anuitização: probabilidade de ocorrência = 1; média da distribuição lognormal referente ao resgate a cada tempo  $t = S_t \mu_s$ ; e um desvio padrão dessa distribuição lognormal de 10% da média a cada tempo  $t$ .

Na tabela 9, podemos verificar o efeito dessa auto-anuitização no valor da razão entre a melhor estimativa das opções e o valor inicial do fundo. Isso é repetido para várias combinações de taxas de juros anuais e tábuas de mortalidade. Também neste caso, a renda vitalícia foi a opção que apresentou o maior valor. Quando os resultados são comparados com os da tabela 7, vemos que, assumindo a premissa de resgates parciais, o valor do das opções embutidas diminui.

Tábua	Taxa de juros ao ano						
	0%	1%	2%	3%	4%	5%	6%
AT 2000	0,003%	0,031%	0,090%	0,176%	0,296%	0,525%	1,106%
AT 1983	0,051%	0,113%	0,201%	0,318%	0,476%	0,736%	1,355%
AT 1949	0,860%	0,969%	1,106%	1,265%	1,517%	1,891%	2,656%

Tabela 9. Razão entre o valor da melhor estimativa das opções embutidas, na data da avaliação, e do saldo inicial do fundo *unit-linked* para diferentes bases técnicas de plano, assumindo resgates parciais após a data predeterminada de aposentadoria.

Na figura 3, pode-se analisar a razão entre os resultados apresentados na tabela 9 e tabela 7. Como a média de rentabilidade real do fundo *unit-linked* utilizada na nossa premissa é de 4% ao ano, a partir dessa taxa de juros garantida há uma queda acentuada na diferença entre os resultados sem e com resgates parciais. Isso porque a partir deste valor a taxa de juros garantida é maior que a rentabilidade do fundo, não valendo tanto postergar a data de conversão em renda e optar por resgates parciais. Isso fica claro quando comparamos a tabela 10 e a tabela 8, a partir da taxa de juros garantida de 4%, a diferença entre as idades ótimas aumentam, pois o resgate parcial passa a não ser interessante.

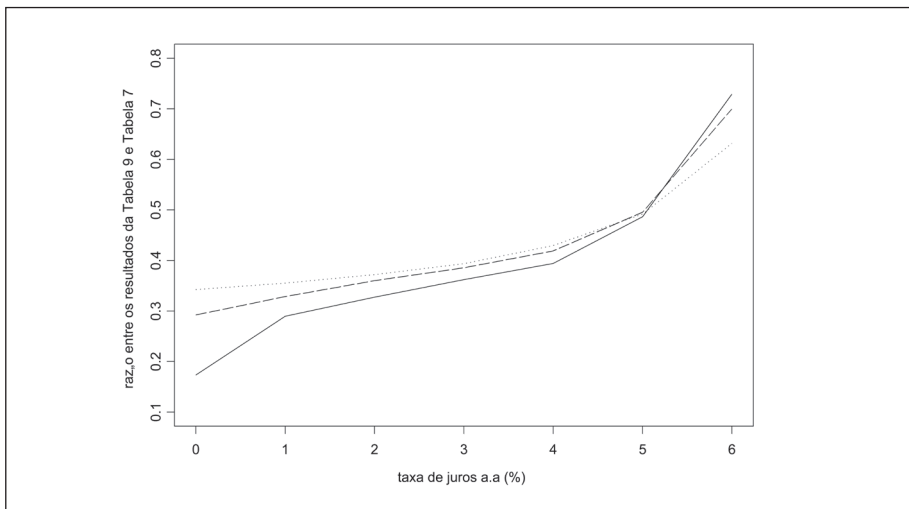


Figura 3. Razão entre os resultados da tabela 9 e tabela 7. Linha sólida para tábua AT 2000, linha tracejada para AT 1983 e linha pontilhada para AT 1949.

Tábua	Taxa de juros ao ano						
	0%	1%	2%	3%	4%	5%	6%
AT 2000	105	92	88	86	83	75	60
AT 1983	99	88	86	84	79	75	60
AT 1949	86	84	83	79	77	68	60

Tabela 10. Idade ótima de conversão em renda, considerando a premissa de resgates parciais.

### 5.2.3. Análise 3

Nesta análise, variamos os parâmetros financeiros do fundo *unit-linked*. Para isso, consideramos um contrato padrão. Optamos por um contrato que garanta AT 2000 e taxa de juros de 3%, assumindo todas as demais premissas fixadas na análise 2. Na tabela 11, comparamos a razão entre a melhor estimativa das opções com o valor do fundo inicial, para três cenários diferentes de retornos esperados para o fundo. Logicamente, quando aumentamos o retorno do fundo há uma redução no valor da melhor estimativa das opções, haja vista ficar menos atrativa a conversão em renda. Em todos os casos testados, a renda vitalícia é a opção de maior valor.

Retorno esperado do fundo		
2%	4%	6%
0,325%	0,176%	0,096%

Tabela 11. Razão entre o valor da melhor estimativa das opções embutidas na data da avaliação e do saldo inicial do fundo *unit-linked*, para diferentes retornos de fundo *unit-linked*.

Como trabalhamos com a expectativa do valor das opções, alterações nos valores da variância instantânea do retorno do fundo e da correlação entre movimentos P-Brownianos não afetam o valor da melhor estimativa das opções embutidas. No entanto, caso fosse mensurado o capital baseado em risco necessário para que a companhia garanta essas opções, a sensibilização daqueles parâmetros afetaria o valor do capital.

### 5.2.4. Análise 4

Nesta análise vamos variar algumas características individuais do segurado. Com relação ao contrato padrão definido na análise 3, primeiro vamos alterar o sexo do segurado para feminino. Neste caso, a razão entre o valor da melhor estimativa das opções embutidas e do saldo inicial do fundo *unit-linked* mais que dobra, passando de 0,176% para 0,356%, dado que as taxas atuais de mortalidade das mulheres são menores, e os ganhos de longevidade bem maiores. Assim, fica claro que para mulheres a obrigação da seguradora referente às opções embutidas dos planos *unit-linked*s é maior.

Agora, vamos considerar segurados com idades de 30 e 50 anos, mantendo a idade de aposentadoria do contrato referencial. Na primeira idade, a razão entre a melhor estimativa e o valor inicial passa de 0,176% para 0,042%, apesar do valor da opção na data predefinida de aposentadoria ser 64% maior que no contrato padrão, dada a quantidade maior de prêmios regulares pagos. No entanto, essa razão menor deve-se ao desconto financeiro e às probabilidades de morte e de cancelamento aplicados a um maior período. Para o segurado de 50 anos, a razão é de 0,57%, haja vista um período bem menor de aplicação das citadas probabilidades e do desconto financeiro.

Alteramos também a idade do beneficiário e do cônjuge na renda com reversão ao beneficiário indicado e na renda com reversão ao cônjuge e filhos, respectivamente. Testamos o beneficiário/cônjuge com duas diferentes idades: 20 e 50 anos. Nestes casos, o tipo de renda que maximiza os valores das melhores estimativas das opções também é a renda vitalícia, logo, não há alteração nesses valores quando comparado com o contrato padrão de referência. Aumentamos, ainda, a reversão para 100% e também não houve alteração. Mesma conclusão encontramos quando sensibilizamos a temporariedade das rendas: temporária, prazo mínimo garantido e certa, esses testes foram realizados para temporariedade de 5 e 25 anos.

### **5.2.5. Análise 5**

Nesta análise, alteramos o valor inicial do fundo e o prêmio regular, assumindo o contrato e as premissas de referência. Primeiro, supomos fundo inicial igual a zero. Nesta hipótese, o valor da melhor estimativa das opções na data de avaliação é de R\$ 55,32. Com essa mesma hipótese, mas assumindo que o valor da média do prêmio regular é o dobro do anterior, a melhor estimativa também dobra. Isso porque estamos trabalhando com as expectativas. Fica evidenciada a relação linear entre a média do prêmio e a melhor estimativa das opções.

Supomos agora que não haverá pagamento de prêmio e o fundo inicial é o anteriormente fixado (R\$ 60.000,00). Nesta hipótese, vamos encontrar a melhor estimativa apenas em função das obrigações decorrentes do fundo inicial. O valor encontrado é de R\$ 49,27, ou seja, 0,082% do valor inicial do fundo. Então, após outras simulações, assumindo diferentes valores de prêmio regular e fixando o valor inicial do

fundo, chegamos à conclusão que, dadas todas as hipóteses assumidas, para cada R\$ 1.000,00 de prêmio regular anual a razão entre a melhor estimativa das opções e do fundo inicial aumenta em 0,019%. Fica demonstrado que quanto maior o prêmio pago e o fundo inicial, maior a obrigação da seguradora com as opções embutidas.

Por último, reduzimos a probabilidade de pagamento de prêmio para 0,75. Com isso, a melhor estimativa encontrada é exatamente igual a 75% daquela oriunda do prêmio regular, quando assumimos probabilidade 1, mais a proveniente do fundo inicial. Portanto, concluímos, considerando todas as premissas assumidas, que a razão oriunda de prêmios regulares será igual 0,019% vezes a probabilidade de pagamento do prêmio para cada mil reais de prêmio anual.

#### **5.2.6. Análise 6**

Analizamos os processos de salto referentes aos prêmios adicionais e às transferências de outra seguradora ou de outro plano da mesma seguradora para o fundo. Os feitos desses processos são idênticos ao apresentado para prêmios regulares. Todos esses são relacionados à opção de crescimento definida na seção 2.3. O processo de salto referente à transferência de recursos para fora do fundo antes da data predefinida de aposentadoria também tem o mesmo efeito, mas com sinal negativo.

Para todos os saltos, os desvios padrão das amplitudes dos saltos não são relevantes, pois trabalhamos com a média dos valores simulados, haja vista que estamos interessados na melhor estimativa.

Para todas as combinações e premissas adotadas na nossa simulação, assumindo o cenário financeiro na data da avaliação, o tipo de renda que maximiza o valor das opções embutidas é a renda vitalícia. Portanto, não encontramos valor para opção de troca do tipo de renda em um plano que utiliza como padrão a renda vitalícia. No entanto, isso não quer dizer que não possa ocorrer em outros cenários. Nos demais casos, a opção de troca contribui para majoração da melhor estimativa das opções.

Por sua vez, a opção de adiamento da data de conversão em renda, majora o valor das opções embutidas, haja vista que o segurado pode optar por uma data ótima de



conversão (ver tabelas 8 e 10). A opção de crescimento, definida na seção 2.3, também majora sobremaneira o valor das opções, como visto nas análises desta seção. A opção de resgates parciais, apresentada seção 2.4, tanto antes como depois da data predefinida de aposentadoria, reduz a obrigação da seguradora relacionada às opções. Por sua vez, a opção da interrupção de pagamento dos prêmios, descrita na seção 2.5, também contribui para redução da melhor estimativa das opções, pois, em função desta opção, deve-se diminuir na simulação a intensidade do salto referente ao pagamento do prêmio regular.

## 6. CONCLUSÃO

Apresentamos um modelo para avaliação do valor de opções embutidas em planos *unit-linked*s brasileiros. As principais características dessas opções foram devidamente descritas no decorrer deste trabalho. Mostramos, ainda, que o mercado brasileiro de anuidades é incompleto e não é livre de arbitragem, que foi devidamente evidenciado pela apresentação de três exemplos de oportunidade de arbitragem. Provado que não há medida martingal neste mercado, utilizamos em nossa modelagem do valor da melhor estimativa das opções embutidas a medida de probabilidade real. Neste estudo, expusemos detalhadamente a forma que prevemos as variáveis envolvidas na simulação, bem como as premissas assumidas pelo modelo.

Ressaltamos que a melhor estimativa das opções embutidas em contratos *unit-linked*s deve ser devidamente provisionada pela seguradora a fim de garantir sua solvência. Assim, o modelo proposto pode ser amplamente utilizado pelas companhias a fim de mensurar o passivo resultante da oferta dessas opções em seus contratos de PGBL e VGBL. Além disso, algumas opções descritas na seção 2 também são oferecidas nos planos tradicionais de contribuição definida. Portanto, nosso modelo pode ser estendido para estes planos.

Nos testes de sensibilidade realizados na seção 5, analisamos os efeitos das opções embutidas, e estudamos a influência da base técnica do contrato no valor da melhor estimativa das opções. É válido destacar a importância da definição adequada dos parâmetros utilizados no cálculo da melhor estimativa das opções embutidas, que devem ser estabelecidos pelo atuário responsável com base em estatísticas e evidências empíricas da seguradora, com objetivo claro de manter a solvência da companhia. As premissas adotadas são a base da simulação de Monte Carlo proposta, portanto, a dificuldade da companhia ter dados ou conhecimento empírico suficiente para determinação das premissas limita a utilização do modelo e, por conseguinte, a avaliação das opções. Ressaltamos, ainda, que os parâmetros dos saltos dependem se a anuidade está subprecificada ou não, ou seja, das bases técnicas do contrato, e, principalmente, do comportamento do segurado.

Cabe, ainda, observar que um universo de queda de taxa de juros implicaria em uma redução do retorno do *fundo unit-linked* e da taxa livre de risco, tornado as opções embutidas mais onerosas para as companhias. Quanto à gestão do fundo *unit-linked*, as companhias devem intensificar esforços para obtenção de retornos altos. Isso se deve ao fato de retornos altos, além de atrair e reter segurados, provocarem redução do valor da melhor estimativa das opções, haja vista ficar menos vantajosa ao segurado a conversão em renda quando o retorno do fundo é atrativo, assumindo a hipótese da auto-anuitização.

Os resultados destas análises, quantificando o valor das oportunidades de arbitragem, principalmente aquela referente à portabilidade entre planos, mostram que as empresas do mercado de anuidades devem estudar formas de proteção contra esses riscos nos contratos a serem vendidos. Deve-se evitar que as anuidades oferecidas tornem-se subprecificadas no futuro. Para tal, critérios bem delineados de ganho de longevidade devem ser estipulados nos contratos, bem como deve ser realizada uma estimação correta da tábua de mortalidade garantida no plano. Para os contratos em vigor, os atuários devem mensurar cuidadosamente as obrigações provenientes dessa possibilidade de portabilidade, de forma a calcular corretamente as obrigações correspondentes. Pode-se, ainda, para proteção contra o risco de longevidade, tentar estimular a criação de um mercado de transferência desse risco, seja ela por meio de seguro, resseguro ou emissão de títulos ou swaps.

No que diz respeito às demais opções oferecidas nos contratos, para não alavancar seus riscos, as companhias devem impor limites na apólice para os valores de prêmios regulares e adicionais. Além disso, a seguradora deve estar consciente que o oferecimento da opção de postergar a data de aposentadoria e da opção de troca do tipo de anuidade pode acarretar em custos.

O modelo proposto neste trabalho pode servir como base, após os devidos ajustes, para um trabalho futuro que vise à obtenção da distribuição das obrigações da companhia com as opções embutidas e, conseqüentemente, do valor do cálculo de capital baseado em risco de subscrição proveniente dessas opções.

Por fim, pode-se estender o modelo assumindo uma função utilidade no processo de tomada decisão do segurado e aplicando uma metodologia de otimização sob incerteza.

## REFERÊNCIAS

Ball, C. A., & Torous, W. N. (1983). A simplified jump process for common stock returns. *Journal of Financial and Quantitative analysis*, 18(01), 53-65.

Ballotta, L., & Haberman, S. (2003). Valuation of guaranteed annuity conversion options. *Insurance: Mathematics and Economics*, 33(1), 87-108.

Ballotta, L., & Haberman, S. (2006). The fair valuation problem of guaranteed annuity options: The stochastic mortality environment case. *Insurance: Mathematics and Economics*, 38(1), 195-214.

Biffis, E., & Millossovich, P. (2006). The fair value of guaranteed annuity options. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2006(1), 23-41.

Boyle, G., & Irwin, T. (2004). A primer on real options. *INFINZ Journal*, 1, 44-59.

Boyle, P., & Hardy, M. (2003). Guaranteed annuity options. *Astin Bulletin*, 33(2), 125-152.

Bowers, N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A., & Nesbitt, C.J. (1997). *Actuarial Mathematics*. Chicago: The Society of Actuaries.

Brigo, D., & Mercurio, F. (2006). *Interest rate models-theory and practice: with smile, inflation and credit*. Springer.

Cairns, A., Blake, D., Dowd, K., Coughlan, G., & Khalaf-Allah, M. (2011). Bayesian stochastic mortality modelling for two populations. *ASTIN Bulletin*, 41(1): 29-59.

Chan, K. C., Karolyi, G. A., Longstaff, F. A., & Sanders, A. B. (1992). An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate. *The journal of finance*, 47(3), 1209-1227.

Coleman, T. F., Kim, Y., Li, Y., & Patron, M. (2007). Robustly hedging variable annuities with guarantees under jump and volatility risks. *Journal of Risk and Insurance*, 74(2), 347-376.

Coleman, T. F., Li, Y., & Patron, M. C. (2006). Hedging guarantees in variable annuities under both equity and interest rate risks. *Insurance: Mathematics and Economics*, 38(2), 215-228.

Consiglio, A., & De Giovanni, D. (2010). Pricing the option to surrender in incomplete markets. *Journal of Risk and Insurance*, 77(4), 935-957.

Cox, J. C., Ingersoll Jr, J. E., & Ross, S. A. (1985). A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 53(2), 385-407.

De Giovanni, D. (2010). Lapse rate modeling: a rational expectation approach. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2010(1), 56-67.

Dixit, A. K., & Pindyck, R. S. (1994). *Investment under uncertainty*, 1994. Princeton UP, Princeton.

Dowd, K., Cairns, A., Blake, D., Coughlan, G., & Khalaf-Allah, M. (2011). A gravity model of mortality rates for two related populations. *North American Actuarial Journal*, 15(2), 334-356.

Franklin Jr, S. L., Duarte, T. B., Neves, C. R., & Melo, E. F. (2012). A estrutura a termo de taxas de juros no Brasil: modelos, estimação e testes. *Economia Aplicada*, 16(2), 255-290.

Gatzert, N., & Kling, A. (2007). Analysis of participating life insurance contracts: a unification approach. *Journal of Risk and Insurance*, 74(3), 547-570.

Grasselli, M. R., & Silla, S. (2009). *A policyholder's utility indifference valuation model for the guaranteed annuity option*. Quantitative Finance Papers.

Harrison, J.M., & Pliska, S.R. (1983). A Stochastic Calculus Model of Continuous Trading: Complete Markets. *Stochastic Processes and their Applications*, 15, 313-316.

Hu, W. Y., & Scott, J. S. (2007). Behavioral obstacles in the annuity market. *Financial Analysts Journal*, 71-82.

Jarner, S., & Kryger, E. (2009). *Modelling adult mortality in small populations: the Saint model*. Pensions Institute Discussion Paper PI-0902.

Kim, C. (2005). Modeling Surrender and Lapse Rates with economic Variables. *North American Actuarial Journal*, 9(4):56-70.

Kling, A., Ruez, F., & Ruß, J. (2011). *The impact of policyholder behavior on pricing, hedging, and hedge efficiency of withdrawal benefit guarantees in variable annuities*. Working paper, Ulm University.

Kuo, W., Tsai, C., & Chen, W. K. (2003). An empirical study on the lapse rate: the cointegration approach. *Journal of Risk and Insurance*, 70(3), 489-508.

Li, N., & Lee, R. (2005). Coherent mortality forecasts for a group of populations: an extension of the Lee-Carter method. *Demography* 42(3), 575-594.

Li, Y., James, B. E., Madhavan, R., & Mahoney, J. T. (2007). Real options: Taking stock and looking ahead. *Advances in strategic management*, 24, 31-66.

Li, J., & Hardy, M. (2011). Measuring basis risk in longevity hedges. *North American Actuarial Journal*, 15(2), 177-200.

Loisel, S., & X. Milhaud. 2011. From Deterministic to Stochastic Surrender Risk Models: Impact of Correlation Crises on Economic Capital. *European Journal of Operational Research*, 214(2), 348-357.

Maruyama, G. (1955). Continuous Markov processes and stochastic equations. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 4(1), 48-90.

Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of Financial Economics*, 3(1), 125-144.

Milevsky, M. A., & Young, V. R. (2001). *The Real Option to Delay Annuitization: It's Not Now-or-Never*. York University and University of Wisconsin-Madison.

Milevsky, M. & Salisbury, T.S. (2006). Financial valuation of guaranteed minimum withdrawal benefits. *Insurance: Mathematics and Economics*, 38, 21-38.

Møller, T. (2001). Hedging equity-linked life insurance contracts. *North American Actuarial Journal*, 5(2), 79-95.

Neves, C., Fernandes, C. & Veiga, A. (2013). *Forecasting longevity gains of a population with a short times series of mortality rates: an application in insurance and pension plans*. Working paper.

Neves, C., Melo, E. & Fernandes, C. (2014). Forecasting surrender rates through copulas and macroeconomic variables. *North American Actuarial Journal*, 18, issue 2.

Oliveira, M., Frischtak, R., Ramires, M., Beltrão, K., & Pinheiro, S. (2012). *Brazilian mortality and survivorship: life tables, insurance market experience – 2010*. 1st edition, Fundação Escola Nacional de Seguros – Funenseg, Rio de Janeiro, Brazil.

Sutcliffe, C. (2013). *Trading Death: The Implications of Annuity Replication for the Annuity Puzzle, Arbitrage, Speculation and Portfolios*. <http://www.netspar.nl/files/Evenementen/IPW%20juni%202013/18%20juni/013%20sutcliffe.pdf>

Wu, M. C., & Yen, S. H. (2007). Pricing real growth options when the underlying assets have jump diffusion processes: the case of R&D investments. *R&D Management*, 37(3), 269-276.

Ziveyi, J., Blackburn, C., & Sherris, M. (2013). Pricing European options on deferred annuities. *Insurance: Mathematics and Economics*, 52(2), 300-311.

## APÊNDICE

ano	Faixas etária (anos)									
	0	1-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	+80
2010	0,9576	1,0030	1,0117	0,9725	0,9778	0,9777	0,9833	0,9867	0,9857	0,9911
2011	0,9202	0,9569	0,9683	0,9410	0,9483	0,9534	0,9641	0,9705	0,9724	0,9844
2012	0,8843	0,9130	0,9269	0,9105	0,9198	0,9297	0,9452	0,9545	0,9593	0,9778
2013	0,8499	0,8711	0,8872	0,8810	0,8921	0,9065	0,9267	0,9387	0,9463	0,9713
2014	0,8167	0,8311	0,8494	0,8524	0,8653	0,8840	0,9085	0,9233	0,9336	0,9649
2015	0,7849	0,7930	0,8132	0,8248	0,8393	0,8620	0,8907	0,9080	0,9210	0,9585
2016	0,7543	0,7566	0,7786	0,7981	0,8141	0,8405	0,8733	0,8931	0,9086	0,9523
2017	0,7249	0,7219	0,7456	0,7722	0,7896	0,8196	0,8561	0,8784	0,8964	0,9460
2018	0,6967	0,6889	0,7140	0,7472	0,7659	0,7993	0,8394	0,8639	0,8843	0,9399
2019	0,6695	0,6573	0,6839	0,7230	0,7430	0,7794	0,8229	0,8497	0,8724	0,9338
2020	0,6435	0,6273	0,6552	0,6996	0,7207	0,7601	0,8068	0,8357	0,8607	0,9279
2021	0,6184	0,5986	0,6278	0,6769	0,6992	0,7412	0,7910	0,8219	0,8492	0,9220
2022	0,5944	0,5713	0,6016	0,6550	0,6783	0,7228	0,7756	0,8084	0,8378	0,9161
2023	0,5712	0,5452	0,5766	0,6338	0,6580	0,7049	0,7604	0,7950	0,8266	0,9104
2024	0,5490	0,5204	0,5528	0,6133	0,6384	0,6874	0,7455	0,7820	0,8155	0,9047
2025	0,5277	0,4967	0,5301	0,5934	0,6194	0,6704	0,7309	0,7691	0,8046	0,8992
2026	0,5072	0,4741	0,5084	0,5742	0,6010	0,6538	0,7166	0,7564	0,7939	0,8937
2027	0,4875	0,4526	0,4877	0,5556	0,5832	0,6376	0,7026	0,7440	0,7833	0,8883
2028	0,4685	0,4320	0,4680	0,5376	0,5659	0,6218	0,6889	0,7317	0,7728	0,8829
2029	0,4503	0,4124	0,4492	0,5202	0,5491	0,6064	0,6754	0,7197	0,7625	0,8777
2030	0,4329	0,3938	0,4313	0,5033	0,5329	0,5915	0,6622	0,7079	0,7523	0,8725
2031	0,4161	0,3760	0,4142	0,4870	0,5172	0,5769	0,6493	0,6962	0,7423	0,8675
2032	0,3999	0,3590	0,3979	0,4713	0,5020	0,5626	0,6366	0,6848	0,7324	0,8625
2033	0,3844	0,3428	0,3824	0,4560	0,4872	0,5488	0,6242	0,6735	0,7227	0,8576
2034	0,3695	0,3274	0,3676	0,4412	0,4730	0,5353	0,6120	0,6624	0,7131	0,8527
2035	0,3552	0,3127	0,3535	0,4270	0,4591	0,5221	0,6001	0,6516	0,7036	0,8480
2036	0,3415	0,2986	0,3400	0,4131	0,4457	0,5093	0,5884	0,6408	0,6943	0,8434
2037	0,3283	0,2853	0,3272	0,3998	0,4328	0,4967	0,5769	0,6303	0,6851	0,8388

Tabela A.1: Fator de ganho de longevidade para o sexo masculino, previsto em Neves *et al.* [2013]



ano	Faixas etária (anos)									
	0	1-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	+80
2038	0,3156	0,2725	0,3150	0,3868	0,4202	0,4846	0,5657	0,6200	0,6760	0,8344
2039	0,3034	0,2603	0,3034	0,3743	0,4080	0,4727	0,5547	0,6098	0,6671	0,8300
2040	0,2917	0,2487	0,2923	0,3622	0,3962	0,4611	0,5439	0,5998	0,6582	0,8257
2041	0,2804	0,2377	0,2817	0,3505	0,3848	0,4498	0,5333	0,5899	0,6495	0,8215
2042	0,2696	0,2271	0,2717	0,3391	0,3738	0,4388	0,5229	0,5802	0,6410	0,8174
2043	0,2592	0,2171	0,2621	0,3281	0,3631	0,4281	0,5127	0,5707	0,6325	0,8133
2044	0,2493	0,2075	0,2530	0,3175	0,3527	0,4177	0,5028	0,5614	0,6242	0,8094
2045	0,2397	0,1983	0,2443	0,3072	0,3426	0,4075	0,4930	0,5522	0,6160	0,8056
2046	0,2305	0,1896	0,2360	0,2973	0,3329	0,3976	0,4834	0,5431	0,6078	0,8018
2047	0,2216	0,1813	0,2281	0,2877	0,3235	0,3879	0,4740	0,5342	0,5998	0,7982
2048	0,2131	0,1733	0,2206	0,2784	0,3144	0,3785	0,4648	0,5254	0,5920	0,7946
2049	0,2049	0,1657	0,2134	0,2694	0,3055	0,3693	0,4558	0,5168	0,5842	0,7911
2050	0,1971	0,1585	0,2066	0,2606	0,2970	0,3604	0,4470	0,5084	0,5765	0,7878
2051	0,1895	0,1516	0,2002	0,2522	0,2887	0,3517	0,4383	0,5000	0,5690	0,7845
2052	0,1823	0,1450	0,1940	0,2440	0,2806	0,3432	0,4298	0,4918	0,5615	0,7813
2053	0,1753	0,1388	0,1881	0,2362	0,2729	0,3349	0,4215	0,4838	0,5542	0,7782
2054	0,1686	0,1328	0,1825	0,2285	0,2653	0,3269	0,4133	0,4759	0,5469	0,7752
2055	0,1622	0,1271	0,1772	0,2211	0,2581	0,3190	0,4053	0,4681	0,5398	0,7723
2056	0,1560	0,1216	0,1722	0,2140	0,2510	0,3114	0,3975	0,4604	0,5327	0,7695
2057	0,1501	0,1164	0,1674	0,2070	0,2441	0,3039	0,3898	0,4529	0,5258	0,7668
2058	0,1444	0,1114	0,1628	0,2003	0,2375	0,2966	0,3823	0,4455	0,5189	0,7642
2059	0,1389	0,1067	0,1585	0,1939	0,2311	0,2896	0,3749	0,4382	0,5122	0,7616

Tabela A.1: Fator de ganho de longevidade para o sexo masculino, previsto em Neves *et al.* (2013) (continuación).

ano	Faixas etária (anos)									
	0	1-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	+80
2010	0,9711	0,9631	0,9792	0,9762	0,9759	0,9844	0,9868	0,9916	0,9921	0,9920
2011	0,9411	0,9280	0,9555	0,9506	0,9498	0,9651	0,9722	0,9809	0,9851	0,9876
2012	0,9121	0,8943	0,9323	0,9257	0,9243	0,9461	0,9578	0,9703	0,9782	0,9833
2013	0,8839	0,8618	0,9098	0,9015	0,8996	0,9276	0,9437	0,9598	0,9713	0,9791
2014	0,8567	0,8306	0,8877	0,8779	0,8755	0,9094	0,9297	0,9494	0,9645	0,9750
2015	0,8303	0,8006	0,8662	0,8550	0,8520	0,8916	0,9160	0,9391	0,9577	0,9709
2016	0,8047	0,7718	0,8452	0,8327	0,8292	0,8742	0,9024	0,9290	0,9510	0,9669
2017	0,7799	0,7441	0,8247	0,8110	0,8071	0,8572	0,8891	0,9190	0,9443	0,9630
2018	0,7559	0,7175	0,8048	0,7899	0,7855	0,8405	0,8759	0,9091	0,9377	0,9592
2019	0,7326	0,6920	0,7853	0,7694	0,7645	0,8241	0,8630	0,8993	0,9311	0,9554
2020	0,7101	0,6675	0,7663	0,7495	0,7441	0,8082	0,8502	0,8896	0,9246	0,9517
2021	0,6882	0,6440	0,7477	0,7302	0,7243	0,7925	0,8377	0,8800	0,9181	0,9481
2022	0,6671	0,6215	0,7296	0,7114	0,7050	0,7772	0,8253	0,8705	0,9117	0,9446
2023	0,6465	0,5999	0,7120	0,6932	0,6863	0,7622	0,8131	0,8611	0,9054	0,9411
2024	0,6267	0,5793	0,6947	0,6754	0,6681	0,7476	0,8011	0,8518	0,8990	0,9377
2025	0,6074	0,5594	0,6779	0,6582	0,6503	0,7333	0,7893	0,8427	0,8928	0,9344
2026	0,5888	0,5405	0,6615	0,6415	0,6331	0,7193	0,7776	0,8336	0,8866	0,9312
2027	0,5707	0,5223	0,6455	0,6253	0,6164	0,7056	0,7661	0,8246	0,8804	0,9280
2028	0,5532	0,5049	0,6299	0,6096	0,6001	0,6922	0,7548	0,8158	0,8743	0,9250
2029	0,5363	0,4882	0,6147	0,5943	0,5843	0,6791	0,7437	0,8070	0,8682	0,9220
2030	0,5199	0,4723	0,5998	0,5795	0,5689	0,6663	0,7327	0,7983	0,8621	0,9191
2031	0,5040	0,4570	0,5853	0,5652	0,5540	0,6538	0,7219	0,7898	0,8562	0,9163
2032	0,4886	0,4424	0,5711	0,5512	0,5395	0,6416	0,7113	0,7813	0,8502	0,9135
2033	0,4737	0,4285	0,5573	0,5377	0,5254	0,6297	0,7008	0,7729	0,8443	0,9108
2034	0,4592	0,4152	0,5439	0,5246	0,5116	0,6181	0,6905	0,7646	0,8385	0,9083
2035	0,4452	0,4025	0,5307	0,5119	0,4983	0,6067	0,6803	0,7564	0,8327	0,9058
2036	0,4317	0,3903	0,5179	0,4995	0,4854	0,5956	0,6703	0,7483	0,8269	0,9033
2037	0,4185	0,3787	0,5054	0,4876	0,4728	0,5847	0,6604	0,7403	0,8212	0,9010
2038	0,4058	0,3676	0,4932	0,4760	0,4606	0,5741	0,6507	0,7324	0,8156	0,8988
2039	0,3935	0,3570	0,4813	0,4648	0,4487	0,5638	0,6411	0,7246	0,8099	0,8966
2040	0,3815	0,3469	0,4697	0,4539	0,4371	0,5537	0,6317	0,7168	0,8044	0,8945

Tabela A.2. Fator de ganho de longevidade para o sexo feminino, previsto em Neves *et al.* [2013].

ano	Faixas etária (anos)									
	0	1-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	+80
2041	0,3700	0,3373	0,4584	0,4433	0,4259	0,5438	0,6224	0,7091	0,7988	0,8925
2042	0,3588	0,3281	0,4473	0,4331	0,4150	0,5342	0,6133	0,7016	0,7933	0,8906
2043	0,3479	0,3194	0,4365	0,4232	0,4044	0,5248	0,6042	0,6941	0,7879	0,8888
2044	0,3374	0,3111	0,4260	0,4136	0,3941	0,5156	0,5954	0,6867	0,7825	0,8870
2045	0,3272	0,3031	0,4157	0,4043	0,3841	0,5067	0,5866	0,6793	0,7771	0,8854
2046	0,3174	0,2956	0,4057	0,3954	0,3744	0,4980	0,5780	0,6721	0,7718	0,8838
2047	0,3078	0,2884	0,3959	0,3866	0,3650	0,4895	0,5695	0,6649	0,7665	0,8823
2048	0,2986	0,2816	0,3864	0,3782	0,3558	0,4812	0,5612	0,6578	0,7613	0,8809
2049	0,2896	0,2752	0,3771	0,3701	0,3469	0,4731	0,5529	0,6508	0,7561	0,8796
2050	0,2809	0,2691	0,3680	0,3622	0,3383	0,4652	0,5448	0,6439	0,7509	0,8784
2051	0,2725	0,2633	0,3592	0,3545	0,3299	0,4575	0,5368	0,6370	0,7458	0,8773
2052	0,2644	0,2578	0,3505	0,3471	0,3217	0,4500	0,5290	0,6302	0,7407	0,8763
2053	0,2565	0,2526	0,3421	0,3400	0,3138	0,4427	0,5212	0,6235	0,7357	0,8753
2054	0,2488	0,2477	0,3339	0,3331	0,3061	0,4356	0,5136	0,6169	0,7307	0,8745
2055	0,2414	0,2431	0,3259	0,3264	0,2986	0,4286	0,5061	0,6104	0,7257	0,8738
2056	0,2343	0,2388	0,3180	0,3199	0,2913	0,4219	0,4987	0,6039	0,7208	0,8731
2057	0,2273	0,2348	0,3104	0,3137	0,2842	0,4153	0,4914	0,5975	0,7159	0,8725
2058	0,2206	0,2310	0,3030	0,3076	0,2774	0,4089	0,4842	0,5911	0,7111	0,8721
2059	0,2141	0,2274	0,2957	0,3018	0,2707	0,4026	0,4772	0,5848	0,7063	0,8717

Tabela A.2. Fator de ganho de longevidade para o sexo feminino, previsto em Neves *et al.* [2013] (continuación)

## COLEÇÃO “CUADERNOS DE LA FUNDACIÓN”

Para qualquer informação sobre as nossas publicações consulte:  
[www.fundacionmapfre.org](http://www.fundacionmapfre.org)

211. Opções embutidas em planos unit-linked brasileiros: avaliação sob a medida de probabilidade real. 2015
210. El enfoque de Solvencia II para las pensiones ocupacionales españolas. 2015
209. El seguro privado de obras de arte. 2015
208. Definición y medición de la cultura aseguradora. Aplicación al caso español. 2015
207. Tipos de interés para valorar las provisiones técnicas de seguros. 2015
206. Teledetección aplicada a la elaboración de mapas de peligrosidad de granizo en tiempo real y mapas de daños en cultivos e infraestructuras. 2015
205. Current Topics on Risk Analysis: ICRA6 and RISK 2015 Conference. 2015
204. Determinantes do Prêmio de *Default* de Crédito de (Res)Seguradores. 2014
203. Generación de escenarios económicos para la medición de riesgos de mercado en Solvencia II a través de modelos de series temporales. 2014
202. La valoración de los inmuebles del patrimonio histórico y los riesgos sísmicos en el contrato de seguro: el caso de Lorca. 2014
201. Inteligencia computacional en la gestión del riesgo asegurador. 2014

200. El componente transfronterizo de las relaciones aseguradoras. 2014
199. El seguro basado en el uso (Usage Based Insurance). 2014
198. El seguro de decesos en la normativa aseguradora. Su encaje en Solvencia II. 2014
197. El seguro de responsabilidad civil en el arbitraje. 2014
196. La reputación corporativa en empresas aseguradoras: análisis y evaluación de factores explicativos. 2014
195. La acción directa del perjudicado en el ordenamiento jurídico comunitario. 2013
194. Investigaciones en Seguros y Gestión del Riesgo: RIESGO 2013
193. Viability of Patent Insurance in Spain. 2013
192. Viabilidad del seguro de patentes en España. 2013
191. Determinación de zonas homogéneas de riesgo para los rendimientos de distintos cultivos de la región pampeana en Argentina. 2013
190. Género y promoción en los sectores financiero y asegurador. 2013
189. An Introduction to Reinsurance. 2013
188. El control interno y la responsabilidad penal en la mediación de seguros privados. 2013
187. Una introducción al gobierno corporativo en la industria aseguradora en América Latina. 2013
186. Mortalidad de jóvenes en accidentes de tráfico. 2012

185. Las reclamaciones derivadas de accidentes de circulación por carretera transfronterizos. 2012
184. Efecto disuasorio del tipo de contrato sobre el fraude. 2012
183. Claves del Seguro Español: una aproximación a la Historia del Seguro en España. 2012
182. La responsabilidad civil del asegurador de asistencia sanitaria. 2012
181. Colaboración en el contrato de Reaseguro. 2012
180. Origen, situación actual y futuro del seguro de Protección Jurídica. 2012
179. Experiencias de microseguros en Colombia, Perú y Brasil. Modelo socio agente. 2012
178. El agente de seguros y su Responsabilidad Civil. 2012
177. Riesgo operacional en el marco de Solvencia II. 2012
176. Un siglo de seguros marítimos barceloneses en el comercio con América. (1770-1870). 2012
175. El seguro de Caución. 2012
174. La contabilidad de los corredores de seguros y los planes y fondos de pensiones. 2012
173. El seguro de Vida en América Latina. 2011
172. Gerencia de riesgos sostenibles y Responsabilidad Social Empresarial en la entidad aseguradora. 2011
171. Investigaciones en Seguros y Gestión del Riesgo. RIESGO 2011

170. Introdução ao Resseguro. 2011
169. La salud y su aseguramiento en Argentina, Chile, Colombia y España. 2011
168. Diferencias de sexo en conductas de riesgo y tasa de mortalidad diferencial entre hombres y mujeres. 2011
167. Movilización y rescate de los compromisos por pensiones garantizados mediante contrato de seguros. 2011
166. Embedded Value aplicado al ramo No Vida. 2011
165. Las sociedades cautivas de Reaseguro. 2011
164. Daños del amianto: litigación, aseguramiento de riesgos, y fondos de compensación. 2011
163. El riesgo de tipo de interés: experiencia española y Solvencia II. 2011
162. I Congreso sobre las Nuevas Tecnologías y sus repercusiones en el Seguro: Internet, Biotecnología y Nanotecnología. 2011
161. La incertidumbre bioactuarial en el riesgo de la longevidad. Reflexiones bioéticas. 2011
160. Actividad aseguradora y defensa de la competencia. La exención antitrust del sector asegurador. 2011
159. Estudio empírico sobre la tributación de los seguros de vida. 2010
158. Métodos estocásticos de estimación de las provisiones técnicas en el marco de Solvencia II. 2010
157. Introducción al Reaseguro. 2010

156. Encuentro Internacional sobre la Historia del Seguro. 2010
155. Los sistemas de salud en Latinoamérica y el papel del seguro privado. 2010
154. El Seguro de Crédito en Chile. 2010
153. El análisis financiero dinámico como herramienta para el desarrollo de modelos internos en el marco de Solvencia II. 2010
152. Características sociodemográficas de las personas con doble cobertura sanitaria. Un estudio empírico. 2010
151. Solidaridad impropia y seguro de Responsabilidad Civil. 2010
150. La prevención del blanqueo de capitales en las entidades aseguradoras, las gestoras y los corredores de seguros 2010
149. Fondos de aseguramiento agropecuario y rural: la experiencia mexicana en el mutualismo agropecuario y sus organizaciones superiores. 2010
148. Avaliação das Provisões de Sinistro sob o Enfoque das Novas Regras de Solvência do Brasil. 2010
147. El principio de igualdad sexual en el Seguro de Salud: análisis actuarial de su impacto y alcance. 2010
146. Investigaciones históricas sobre el Seguro español. 2010
145. Perspectivas y análisis económico de la futura reforma del sistema español de valoración del daño corporal. 2009
144. Contabilidad y Análisis de Cuentas Anuales de Entidades Aseguradoras (Plan contable 24 de julio de 2008). 2009



143. Mudanças Climáticas e Análise de Risco da Indústria de Petróleo no Litoral Brasileiro. 2009
142. Bases técnicas dinámicas del Seguro de Dependencia en España. Una aproximación en campo discreto. 2009
141. Transferencia Alternativa de Riesgos en el Seguro de Vida: Titulización de Riesgos Aseguradores. 2009
140. Riesgo de negocio ante asegurados con múltiples contratos. 2009
139. Optimización económica del Reaseguro cedido: modelos de decisión. 2009
138. Inversiones en el Seguro de Vida en la actualidad y perspectivas de futuro. 2009
137. El Seguro de Vida en España. Factores que influyen en su progreso. 2009
136. Investigaciones en Seguros y Gestión de Riesgos. RIESGO 2009
135. Análisis e interpretación de la gestión del fondo de maniobra en entidades aseguradoras de incendio y lucro cesante en grandes riesgos industriales. 2009
134. Gestión integral de Riesgos Corporativos como fuente de ventaja competitiva: cultura positiva del riesgo y reorganización estructural. 2009
133. La designación de la pareja de hecho como beneficiaria en los seguros de vida. 2009
132. Aproximación a la Responsabilidad Social de la empresa: reflexiones y propuesta de un modelo. 2009
131. La cobertura pública en el seguro de crédito a la exportación en España: cuestiones prácticas-jurídicas. 2009
130. La mediación en seguros privados: análisis de un complejo proceso de cambio legislativo. 2009

129. Temas relevantes del Derecho de Seguros contemporáneo. 2009
128. Cuestiones sobre la cláusula cut through. Transferencia y reconstrucción. 2008
127. La responsabilidad derivada de la utilización de organismos genéticamente modificados y la redistribución del riesgo a través del seguro. 2008
126. Ponencias de las Jornadas Internacionales sobre Catástrofes Naturales. 2008
125. La seguridad jurídica de las tecnologías de la información en el sector asegurador. 2008
124. Predicción de tablas de mortalidad dinámicas mediante un procedimiento bootstrap. 2008
123. Las compañías aseguradoras en los procesos penal y contencioso-administrativo. 2008
122. Factores de riesgo y cálculo de primas mediante técnicas de aprendizaje. 2008
121. La solicitud de seguro en la Ley 50/1980, de 8 de octubre, de Contrato de Seguro. 2008
120. Propuestas para un sistema de cobertura de enfermedades catastróficas en Argentina. 2008
119. Análisis del riesgo en seguros en el marco de Solvencia II: Técnicas estadísticas avanzadas Monte Carlo y Bootstrapping. 2008
118. Los planes de pensiones y los planes de previsión asegurados: su inclusión en el caudal hereditario. 2007
117. Evolução de resultados técnicos e financeiros no mercado segurador iberoamericano. 2007

116. Análisis de la Ley 26/2006 de Mediación de Seguros y Reaseguros Privados. 2007
115. Sistemas de cofinanciación de la dependencia: seguro privado frente a hipoteca inversa. 2007
114. El sector asegurador ante el cambio climático: riesgos y oportunidades. 2007
113. Responsabilidade social empresarial no mercado de seguros brasileiro influências culturais e implicações relacionais. 2007
112. Contabilidad y análisis de cuentas anuales de entidades aseguradoras. 2007
111. Fundamentos actuariales de primas y reservas de fianzas. 2007
110. El Fair Value de las provisiones técnicas de los seguros de Vida. 2007
109. El Seguro como instrumento de gestión de los M.E.R. (Materiales Especificados de Riesgo). 2006
108. Mercados de absorción de riesgos. 2006
107. La exteriorización de los compromisos por pensiones en la negociación colectiva. 2006
106. La utilización de datos médicos y genéticos en el ámbito de las compañías aseguradoras. 2006
105. Los seguros contra incendios forestales y su aplicación en Galicia. 2006
104. Fiscalidad del seguro en América Latina. 2006
103. Las NIC y su relación con el Plan Contable de Entidades Aseguradoras. 2006
102. Naturaleza jurídica del Seguro de Asistencia en Viaje. 2006

101. El Seguro de Automóviles en Iberoamérica. 2006
100. El nuevo perfil productivo y los seguros agropecuarios en Argentina. 2006
99. Modelos alternativos de transferencia y financiación de riesgos "ART": situación actual y perspectivas futuras. 2005
98. Disciplina de mercado en la industria de seguros en América Latina. 2005
97. Aplicación de métodos de inteligencia artificial para el análisis de la solvencia en entidades aseguradoras. 2005
96. El Sistema ABC-ABM: su aplicación en las entidades aseguradoras. 2005
95. Papel del docente universitario: ¿enseñar o ayudar a aprender? 2005
94. La renovación del Pacto de Toledo y la reforma del sistema de pensiones: ¿es suficiente el pacto político? 2005
92. Medición de la esperanza de vida residual según niveles de dependencia en España y costes de cuidados de larga duración. 2005
91. Problemática de la reforma de la Ley de Contrato de Seguro. 2005
90. Centros de atención telefónica del sector asegurador. 2005
89. Mercados aseguradores en el área mediterránea y cooperación para su desarrollo. 2005
88. Análisis multivariante aplicado a la selección de factores de riesgo en la tarificación. 2004
87. Dependencia en el modelo individual, aplicación al riesgo de crédito. 2004
86. El margen de solvencia de las entidades aseguradoras en Iberoamérica. 2004

85. La matriz valor-fidelidad en el análisis de los asegurados en el ramo del automóvil. 2004
84. Estudio de la estructura de una cartera de pólizas y de la eficacia de un Bonus-Malus. 2004
83. La teoría del valor extremo: fundamentos y aplicación al seguro, ramo de responsabilidad civil autos. 2004
81. El Seguro de Dependencia: una visión general. 2004
80. Los planes y fondos de pensiones en el contexto europeo: la necesidad de una armonización. 2004
79. La actividad de las compañías aseguradoras de vida en el marco de la gestión integral de activos y pasivos. 2003
78. Nuevas perspectivas de la educación universitaria a distancia. 2003
77. El coste de los riesgos en la empresa española: 2001.
76. La incorporación de los sistemas privados de pensiones en las pequeñas y medianas empresas. 2003
75. Incidencia de la nueva Ley de Enjuiciamiento Civil en los procesos de responsabilidad civil derivada del uso de vehículos a motor. 2002
74. Estructuras de propiedad, organización y canales de distribución de las empresas aseguradoras en el mercado español. 2002
73. Financiación del capital-riesgo mediante el seguro. 2002
72. Análisis del proceso de exteriorización de los compromisos por pensiones. 2002
71. Gestión de activos y pasivos en la cartera de un fondo de pensiones. 2002

70. El cuadro de mando integral para las entidades aseguradoras. 2002
69. Provisiones para prestaciones a la luz del Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados; métodos estadísticos de cálculo. 2002
68. Los seguros de crédito y de caución en Iberoamérica. 2001
67. Gestión directiva en la internacionalización de la empresa. 2001
65. Ética empresarial y globalización. 2001
64. Fundamentos técnicos de la regulación del margen de solvencia. 2001
63. Análisis de la repercusión fiscal del seguro de vida y los planes de pensiones. Instrumentos de previsión social individual y empresarial. 2001
62. Seguridad Social: temas generales y régimen de clases pasivas del Estado. 2001
61. Sistemas Bonus-Malus generalizados con inclusión de los costes de los siniestros. 2001
60. Análisis técnico y económico del conjunto de las empresas aseguradoras de la Unión Europea. 2001
59. Estudio sobre el euro y el seguro. 2000
58. Problemática contable de las operaciones de reaseguro. 2000
56. Análisis económico y estadístico de los factores determinantes de la demanda de los seguros privados en España. 2000
54. El corredor de reaseguros y su legislación específica en América y Europa. 2000
53. Habilidades directivas: estudio de sesgo de género en instrumentos de evaluación. 2000

52. La estructura financiera de las entidades de seguros, S.A. 2000
51. Seguridades y riesgos del joven en los grupos de edad. 2000
50. Mixturas de distribuciones: aplicación a las variables más relevantes que modelan la siniestralidad en la empresa aseguradora. 1999
49. Solvencia y estabilidad financiera en la empresa de seguros: metodología y evaluación empírica mediante análisis multivariante. 1999
48. Matemática Actuarial no vida con MapleV. 1999
47. El fraude en el Seguro de Automóvil: cómo detectarlo. 1999
46. Evolución y predicción de las tablas de mortalidad dinámicas para la población española. 1999
45. Los Impuestos en una economía global. 1999
42. La Responsabilidad Civil por contaminación del entorno y su aseguramiento. 1998
41. De Maastricht a Amsterdam: un paso más en la integración europea. 1998
39. Perspectiva histórica de los documentos estadístico-contables del órgano de control: aspectos jurídicos, formalización y explotación. 1997
38. Legislación y estadísticas del mercado de seguros en la comunidad iberoamericana. 1997
37. La responsabilidad civil por accidente de circulación. Puntual comparación de los derechos francés y español. 1997
36. Cláusulas limitativas de los derechos de los asegurados y cláusulas delimitadoras del riesgo cubierto: las cláusulas de limitación temporal de la cobertura en el Seguro de Responsabilidad Civil. 1997

35. El control de riesgos en fraudes informáticos. 1997
34. El coste de los riesgos en la empresa española: 1995
33. La función del derecho en la economía. 1997
32. Decisiones racionales en reaseguro. 1996
31. Tipos estratégicos, orientación al mercado y resultados económicos: análisis empírico del sector asegurador español. 1996
30. El tiempo del directivo. 1996
29. Ruina y Seguro de Responsabilidad Civil Decenal. 1996
28. La naturaleza jurídica del Seguro de Responsabilidad Civil. 1995
27. La calidad total como factor para elevar la cuota de mercado en empresas de seguros. 1995
26. El coste de los riesgos en la empresa española: 1993
25. El reaseguro financiero. 1995
24. El seguro: expresión de solidaridad desde la perspectiva del derecho. 1995
23. Análisis de la demanda del seguro sanitario privado. 1993
22. Rentabilidad y productividad de entidades aseguradoras. 1994
21. La nueva regulación de las provisiones técnicas en la Directiva de Cuentas de la C.E.E. 1994
20. El Reaseguro en los procesos de integración económica. 1994



19. Una teoría de la educación. 1994
18. El Seguro de Crédito a la exportación en los países de la OCDE (evaluación de los resultados de los aseguradores públicos). 1994
16. La legislación española de seguros y su adaptación a la normativa comunitaria. 1993
15. El coste de los riesgos en la empresa española: 1991
14. El Reaseguro de exceso de pérdidas 1993
12. Los seguros de salud y la sanidad privada. 1993
10. Desarrollo directivo: una inversión estratégica. 1992
9. Técnicas de trabajo intelectual. 1992
8. La implantación de un sistema de controlling estratégico en la empresa. 1992
7. Los seguros de responsabilidad civil y su obligatoriedad de aseguramiento. 1992
6. Elementos de dirección estratégica de la empresa. 1992
5. La distribución comercial del seguro: sus estrategias y riesgos. 1991
4. Los seguros en una Europa cambiante: 1990-95. 1991
2. Resultados de la encuesta sobre la formación superior para los profesionales de entidades aseguradoras (A.P.S.). 1991
1. Filosofía empresarial: selección de artículos y ejemplos prácticos. 1991

## ÚLTIMOS LIBROS PUBLICADOS

Historia de FIDES –Federación Interamericana de Empresas de Seguros. 2015

El riesgo de longevidad y su aplicación práctica a Solvencia II. 2014

Historia del Seguro en España. 2014

Actas del III Congreso Internacional de Nuevas Tecnologías: sus repercusiones en el seguro: internet, biotecnología y nanotecnología: 12 y 13 de noviembre de 2012, Santiago de Chile. 2013

Emergencia y reconstrucción: el antes y después del terremoto y tsunami del 27F en Chile. 2012

Riesgo sistémico y actividad aseguradora. 2012

La historia del seguro en Chile (1810-2010). 2012

Modelo de proyección de carteras de seguros para el ramo de decesos. 2011

Desarrollo comercial del seguro colectivo de dependencia en España. 2010

La mediación de seguros en España: análisis de la Ley 26/2006, de Mediación de Seguros y Reaseguros Privados. 2010

Museo del Seguro. Catálogo. 2010

Diccionario MAPFRE de Seguros. 2008

Teoría de la credibilidad: desarrollo y aplicaciones en primas de seguros y riesgos operacionales. 2008

El seguro de caución: una aproximación práctica. 2007

El seguro de pensiones. 2007

Las cargas del acreedor en el seguro de responsabilidad civil. 2006

Diccionario bilingüe de expresiones y términos de seguros: inglés-español, español-inglés. 2006

El seguro de riesgos catastróficos: reaseguro tradicional y transferencia alternativa de riesgos. 2005

La liquidación administrativa de entidades aseguradoras. 2005

## **INFORMES Y RANKINGS**

Desde 1994 se publican anualmente estudios que presentan una panorámica concreta de los mercados aseguradores europeos, de España e Iberoamérica y que pueden consultarse en formato electrónico desde la página Web:

[www.fundacionmapfre.org](http://www.fundacionmapfre.org)

- Mercado español de seguros
- Mercado asegurador de Iberoamérica
- Ranking de grupos aseguradores europeos
- Ranking de grupos aseguradores iberoamericanos
- La percepción social del seguro en España 2014
- Informe de predicción de la actividad aseguradora en España. 2014
- La internacionalización de la empresa española: riesgos y oportunidades. 2014
- El seguro en la sociedad y la economía españolas. 2013

- Papel del seguro en el desarrollo sostenible. ICEA, 2013
- Emprender en momentos de crisis: riesgos y factores de éxito. 2012
- La percepción social del seguro en España 2012

Fundación **MAPFRE**



Paseo de Recoletos, 23  
28004 Madrid (España)  
[www.fundacionmapfre.org](http://www.fundacionmapfre.org)

**P.V.P.: 15 €**

ISBN 978-84-9844-573-2



9 788498 445732

© FUNDACIÓN MAPFRE

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra sin el permiso escrito del autor o de FUNDACIÓN MAPFRE