

UNA PRIMERA APROXIMACIÓN A LAS BASES
BIOMÉTRICAS PARA EL SEGURO DE DEPENDENCIA EN
ESPAÑA

Joan Boladeras i Vallès¹
Actuario y Economista

RESUMEN: En el artículo se detalla la obtención de unas bases técnicas para el seguro de dependencia a partir de estadísticas públicas de población general española, dentro de un modelo basado en Cadenas de Markov. Se modeliza en primer lugar el fenómeno de la mortalidad, posteriormente la dependencia, y finalmente se realiza la consideración conjunta de ambos fenómenos.

PALABRAS CLAVE: Seguro de dependencia, Cadenas de Markov, Mortalidad, Población Española.

¹ C\ Nou, 7 - 08630 Abrera (Barcelona)
Tel 93.228.54.82 - Fax 93.228.86.82 - e-mail: jboladeras@eresmas.com

1 EL MODELO

Planteamos un modelo que puede servir como una primera aproximación al tratamiento de la dependencia con un solo grado de severidad, y que se corresponde con la siguiente estructura de transiciones entre estados:

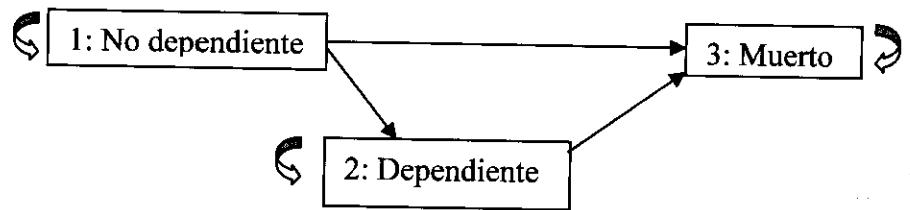


Figura 1

Las flechas indican las transiciones posibles. Como se puede comprobar en el modelo no se prevé la posibilidad de que una persona que está en estado "dependiente" pueda recuperarse.

Uno de los principales problemas para iniciar la comercialización de productos aseguradores que planteen la cobertura de la dependencia es la falta de información estadística sobre el tema. No existen datos públicos sobre población asegurada a nivel nacional, y los datos disponibles a nivel de población general son escasos, y pensados para otros objetivos.

En este sentido dirigiremos nuestros esfuerzos a obtener unas primeras bases biométricas para la población general, es decir, unas bases biométricas de segundo orden.

2 MORTALIDAD

El seguro de dependencia es un seguro a largo plazo. Cuanto mayor sea la supervivencia de las personas, mayores serán las probabilidades de convertirse en dependiente. En este sentido las hipótesis de mortalidad para el seguro de dependencia deben prever el proceso de mejora continuada de la supervivencia que se está produciendo actualmente en nuestra sociedad. Como consecuencia, para describir

el fenómeno de la supervivencia en este contexto es deseable utilizar tablas generacionales, que consideren tanto la edad del individuo como su año de nacimiento a la hora de determinar su probabilidad de muerte para cada edad.

Otro elemento importante es establecer si la mortalidad de las personas dependientes es diferente de la de las personas no dependientes. Este hecho es importante, ya que la mayor o menor magnitud del problema de la dependencia dependerá del tiempo que transcurra desde que una persona se convierte en dependiente hasta el momento en que esta persona muera.

2.1 Datos

Se parte de datos del "Instituto Nacional de Estadística" obtenidos de la base de datos TEMPUS relativas a:

- Personas vivas por sexo y edad x el día 1 de Julio de cada año de calendario t (1975 - 1999): W_x^t
- Personas muertas por sexo y edad x durante cada año de calendario t (1975-1999): D_x^t

Mediante la información anterior se determina una estimación de la tasa bruta de mortalidad:

$$m_x^t = \frac{D_x^t}{W_x^t} \quad (1)$$

A partir de la tasa bruta de mortalidad (1) se puede obtener fácilmente una aproximación de la probabilidad de muerte suponiendo uniformidad de las defunciones dentro del intervalo de edad:

$$q_x^t \cong \frac{2 \cdot m_x^t}{2 + m_x^t} \quad (2)$$

Aplicando (2) podemos obtener las probabilidades de mortalidad que requerimos para el modelo.

2.2 Proyección de la mortalidad

2.2.1 El modelo

Para la proyección de la mortalidad proponemos el siguiente modelo:

$$q_x^t = e^{\alpha_x + \beta_x \cdot t} \quad (3)$$

O lo que es equivalente:

$$\ln(q_x^t) = \alpha_x + \beta_x \cdot t \quad (4)$$

El modelo puede también expresarse en la forma siguiente, que es tal como se han expresado las tablas generacionales PERM/F2000C y PERM/F2000P:

$$q_x^t = q_x^0 \cdot e^{-\beta'_x \cdot (t-t_0)} = e^{\ln(q_x^0)} \cdot e^{\beta'_x \cdot t_0} \cdot e^{-\beta'_x \cdot t} = e^{\alpha_x + \beta_x \cdot t} \quad (5)$$

efectuando los cambios de variables:

$$\beta_x = -\beta'_x \quad (6)$$

$$\alpha_x = \ln(q_x^0) + \beta'_x \cdot t_0 \quad (7)$$

2.2.2 Resultados

Se han obtenido los coeficientes α_x y β_x aplicando mínimos cuadrados ordinarios para cada una de las edades contempladas en el estudio. En el anexo I se muestran los resultados obtenidos.

Si tomamos por ejemplo los hombres de 65 años obtenemos un ajuste bastante satisfactorio:

Ajuste q_x

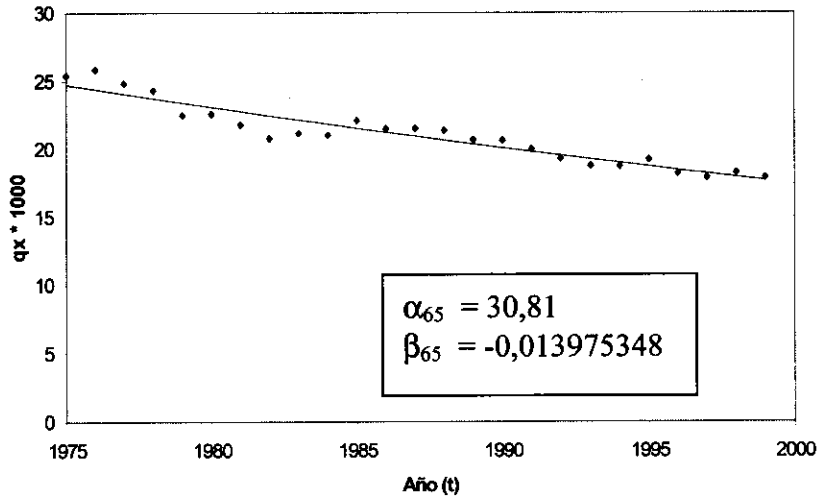


Gráfico 1

La evolución de la mortalidad presenta un comportamiento no tan regular para edades relativamente jóvenes, por ejemplo para un hombre de 22 años:

Ajuste q_x

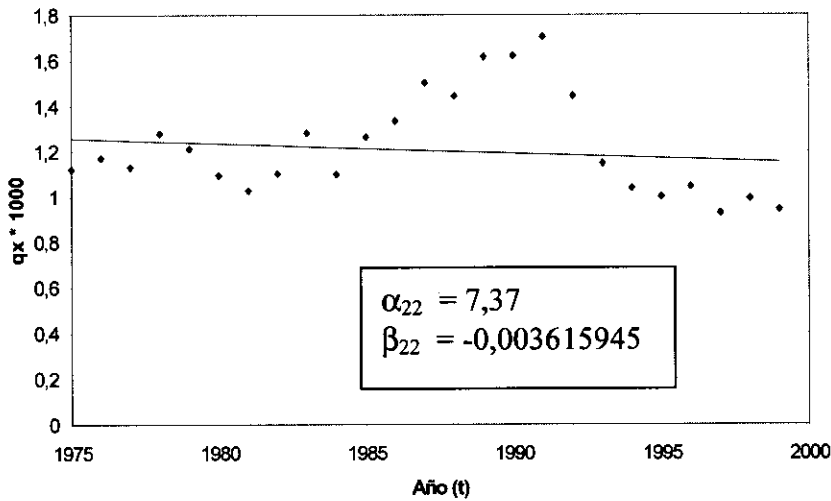


Gráfico 2

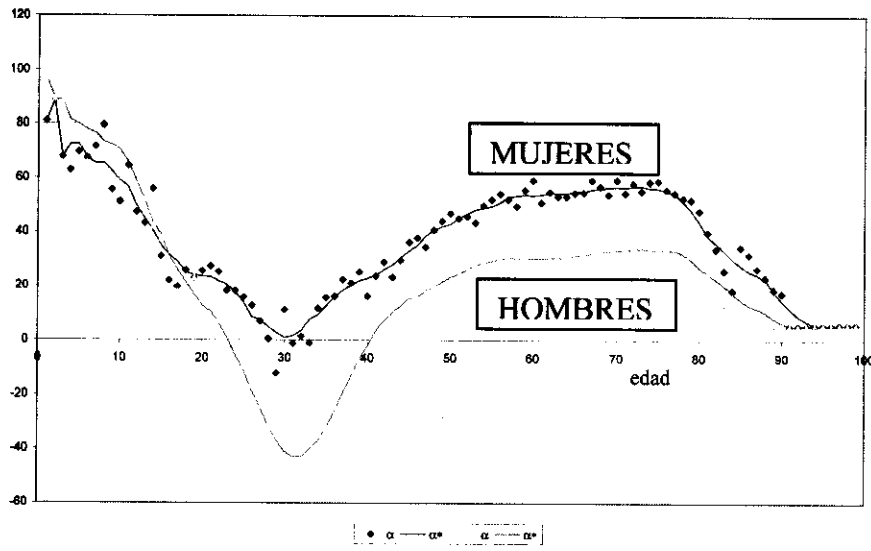
Este comportamiento para edades jóvenes se explica por el incremento de los accidentes de automóvil entre los jóvenes. Pese a que el modelo propuesto no se ajusta a la evolución real de la mortalidad en estas edades (18 – 30 años aproximadamente) se opta por utilizarlo, ya que para el fenómeno que se pretende estudiar (la dependencia) las edades importantes son las más avanzadas.

En este sentido el modelo ajusta de manera satisfactoria la evolución de la mortalidad a partir de los 50 años. Se presentan problemas para edades avanzadas, a partir de los 88 años para los hombres y de los 91 años para las mujeres, ya que se obtiene un ajuste no satisfactorio y una tendencia de mortalidad creciente, que a priori, parece poco probable que se produzca en la realidad. Para estas edades se ha optado por considerar la mortalidad constante, que en todo caso es un supuesto más conservador que considerarla creciente, teniendo en cuenta el tipo de seguro que pretendemos analizar.

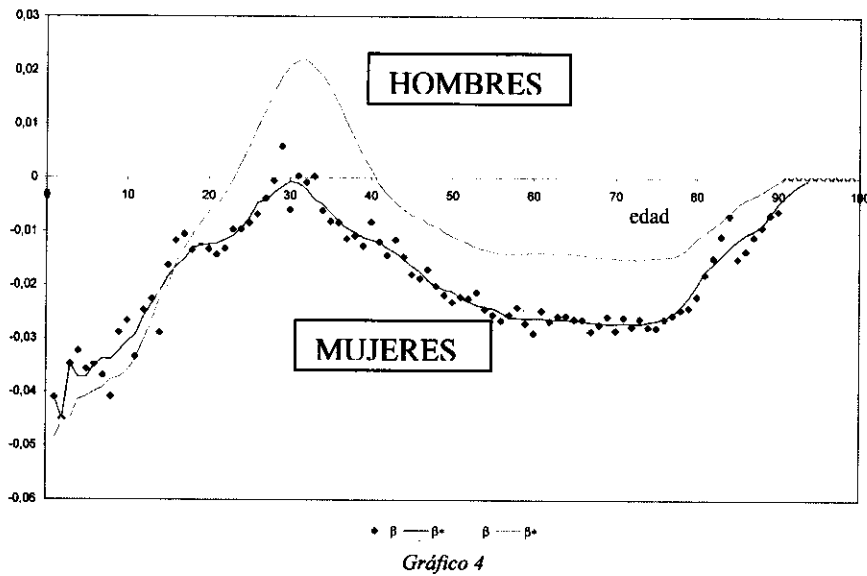
Se ha aplicado una media móvil de séptimo orden sobre β_x de manera que la tendencia de disminución de mortalidad sea similar entre una edad y las que están alrededor suyo, ya que si no se obtendrían resultados muy volátiles de una edad a otra. Con este procedimiento obtenemos β_x^* . Obtenemos el valor de α_x^* a partir de los promedios de la variable explicativa y de la explicada:

$$\alpha_x^* = \overline{\ln(q_x')} - \beta_x^* \cdot \bar{t} \quad (8)$$

Los resultados obtenidos de las medias móviles se presentan en el anexo I, pero los podemos sintetizar gráficamente para el caso de α_x^* :



En lo que respecta a β_x^* tenemos:



2.2.3 Comparativa de los factores de tendencia con las tablas PERM/F2000C

A finales del año 2000 la DGS publicó unas tablas de mortalidad generacionales para los seguros de supervivencia. Se trata de tablas de mortalidad de población asegurada, que por tanto tienen en cuenta el diferente comportamiento de la población asegurada en relación a la población general. En este sentido las probabilidades de muerte no son comparables con las tablas que hemos obtenido en el apartado anterior, pero sí lo son los factores de tendencia. DE VICENTE (2002) describen el proceso de elaboración de las tablas PERM/F2000, indicando el hecho de que las tablas fueron obtenidas a partir de datos de población general aplicando factores de selección que únicamente afectan a la tabla de mortalidad de base, y no a la tendencia. Se han realizado las comparaciones con la tendencia de las tablas PERM/F2000C ya que las PERM/F2000P incorporan recargos de seguridad sobre la tendencia.

En el gráfico siguiente comparamos los factores de tendencia (β^*) utilizados finalmente con los de las tablas PERM2000C para el sexo masculino:

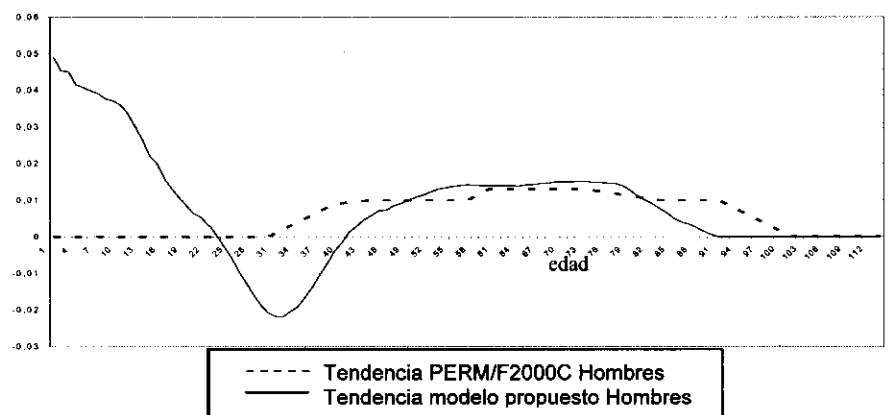


Gráfico 5

Se puede comprobar cómo en el tramo de edades comprendidas entre los 45 y los 80 años los factores de tendencia son similares. Se producen diferencias importantes en edades jóvenes ya que la tabla de

mortalidad oficial pretende eliminar las distorsiones causadas por el incremento de accidentes entre los individuos de estas edades. Igualmente la tabla oficial presenta una mejora de la mortalidad para edades avanzadas superior a la de nuestro modelo. En este sentido probablemente se ha introducido una tendencia superior de mejora de mortalidad en la tabla oficial a efectos de hacer más prudentes estas tablas para edades avanzadas.

En lo que respecta a las mujeres, comparando con los factores de mejora de la tabla PERF2000C tenemos:

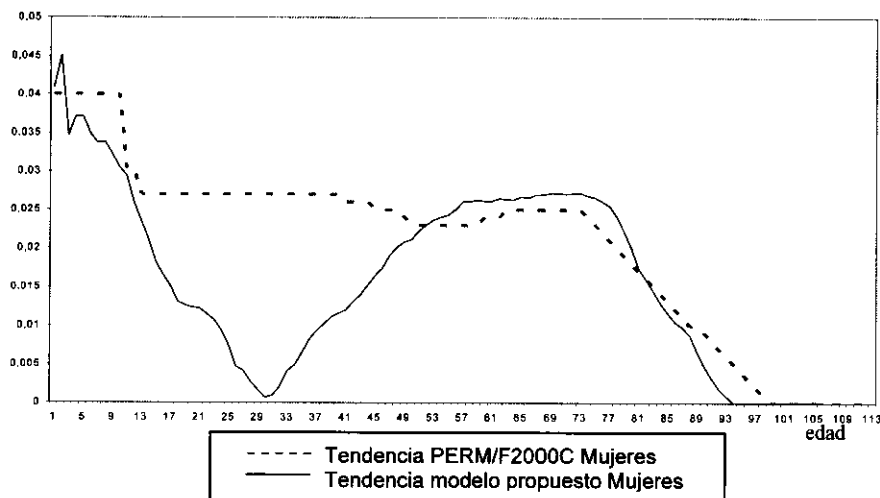


Gráfico 6

En el gráfico se observa que la tabla propuesta por la DGS al igual que para el caso de los hombres intenta evitar el problema de las edades jóvenes. Los factores de mejora para edades superiores a 50 años son similares entre el modelo y la tabla oficial, siendo esta última más prudente para edades más avanzadas.

3 DEPENDENCIA

3.1 Definición

Según la definición dada por un grupo de expertos del Consejo de Europa (1997), entendemos por **dependencia** la situación en que se encuentran “**aquellas personas que, por razones ligadas a la falta o a la pérdida de capacidad física, psíquica o intelectual, tienen necesidad de asistencia y/o ayuda importante para la realización de las actividades de la vida diaria**”.

Como se puede comprobar la definición del fenómeno de la dependencia es muy amplia. El punto de partida de cualquier producto asegurador en este campo debe ser la definición concreta de cuáles son las actividades de la vida diaria, y cómo se evaluará si una persona las puede realizar sin asistencia. Adoptar una determinada definición de la dependencia implicará tener que establecer las bases técnicas correspondientes con esta definición.

En concreto, a partir de este momento consideraremos que una persona es dependiente cuando presenta necesidad de asistencia en como mínimo una de las siguientes actividades:

- Asearse solo: lavarse y cuidarse de su aspecto
- Control de las necesidades y utilizar solo el servicio
- Vestirse, desvestirse, arreglarse
- Comer y beber
- Desplazarse:
 - Cambios y mantenimiento de las diversas posiciones del cuerpo
 - Levantarse, acostarse, permanecer de pie o sentado
 - Desplazarse dentro del hogar

3.2 Información estadística

Uno de los problemas que presenta el estudio de la dependencia es la poca cantidad de información estadística disponible sobre el tema. El

presente estudio se basará en la "Encuesta sobre discapacidades, deficiencias y estado de salud 1999" elaborada por el INE (2000). Existen otras fuentes estadísticas sobre el tema con datos no tan actuales. Para una enumeración de estas fuentes ver CASADO (2001)

La definición de dependencia en el apartado anterior ha sido adoptada de manera que coincida con conceptos que están recogidos en dicha encuesta. En concreto aparecen bajo los epígrafes "Desplazarse" y "Cuidar de uno mismo".

A partir de la encuesta podemos obtener la información relativa a número de personas con la discapacidad de *desplazarse* y número de personas con la discapacidad de *cuidar de uno mismo*. Llegados a este punto se nos presenta un problema: una persona puede tener las dos discapacidades a la vez. Para evitar considerar una persona dos veces podemos suponer que entre las personas que ya presentan una discapacidad existe independencia con el hecho de sufrir otra. Bajo este supuesto podemos obtener el número de personas dependientes existentes para cada sexo y tramo de edad.

Personas con discapacidades relacionadas con la dependencia

HOMBRES

Edad Inicial	Edad Final	Desplazarse	Cuidar de uno mismo	Personas con discapacidad	Población Total	Desplazarse / Personas con discapacidad	Cuidar de uno mismo / Personas con discapacidad
6	16	8.142	12.307	43.051	2.418.917	18,91%	28,59%
17	24	8.639	12.173	57.453	2.510.936	15,04%	21,19%
25	34	21.455	22.892	113.092	3.317.394	18,97%	20,24%
35	44	33.592	17.350	121.191	2.872.971	27,72%	14,32%
45	54	42.885	19.701	141.183	2.360.206	30,38%	13,95%
55	64	77.141	31.738	238.469	1.900.686	32,35%	13,31%
65	69	47.790	26.665	161.083	942.198	29,67%	16,55%
70	74	50.746	35.947	168.643	768.251	30,09%	21,32%
75	79	53.317	41.113	172.670	531.038	30,88%	23,81%
80	84	44.257	37.406	120.382	280.653	36,76%	31,07%
85	89	29.698	28.677	76.213	137.480	38,97%	37,63%
90	y más	16.654	18.062	34.818	50.186	47,83%	51,88%

Tabla 1

Una primera aproximación a las bases biométricas para el seguro de dependencia

Personas con discapacidades

Edad Inicial	Edad Final	Desplazarse (únicamente)	Cuidar de uno mismo (únicamente)	Desplazarse y cuidar de uno mismo	Ninguna de las dos	Personas dependientes	Personas dependientes / Población Total	Edad Promedio
6	16	5.814	9.979	2.328	24.930	18.121	0,75%	11,26
17	24	6.809	10.343	1.830	38.471	18.982	0,76%	20,67
25	34	17.112	18.549	4.343	73.088	40.004	1,21%	29,45
35	44	28.783	12.541	4.809	75.058	46.133	1,61%	39,31
45	54	36.901	13.717	5.984	84.581	56.602	2,40%	49,40
55	64	66.874	21.471	10.267	139.857	98.612	5,19%	59,42
65	69	39.879	18.754	7.911	94.539	66.544	7,06%	66,95
70	74	39.929	25.130	10.817	92.767	75.876	9,88%	71,90
75	79	40.622	28.418	12.695	90.935	81.735	15,39%	76,79
80	84	30.505	23.654	13.752	52.471	67.911	24,20%	81,75
85	89	18.523	17.502	11.175	29.013	47.200	34,33%	86,64
90	y más	8.015	9.423	8.639	8.741	26.077	51,96%	92,09

Tabla 2

MUJERES

Edad Inicial	Edad Final	Desplazarse	Cuidar de uno mismo	Personas con discapacidad	Población Total	Desplazarse / Personas con discapacidad	Cuidar de uno mismo / Personas con discapacidad
6	16	6.588	11.204	37.211	2.289.654	17,70%	30,11%
17	24	6.506	6.173	33.908	2.403.985	19,19%	18,21%
25	34	17.302	11.681	72.814	3.215.323	23,76%	16,04%
35	44	32.735	13.910	109.060	2.867.990	30,02%	12,75%
45	54	59.336	21.179	164.726	2.401.800	36,02%	12,86%
55	64	101.291	34.921	273.835	2.043.129	36,99%	12,75%
65	69	90.114	32.407	225.255	1.086.712	40,01%	14,39%
70	74	110.249	45.843	288.626	964.027	38,20%	15,88%
75	79	125.240	63.319	304.256	762.259	41,16%	20,81%
80	84	103.761	83.134	250.319	499.911	41,45%	33,21%
85	89	89.743	93.002	186.447	289.573	48,13%	49,88%
90	y más	47.964	56.256	83.941	122.236	57,14%	67,02%

Tabla 3

Personas con discapacidades

Edad Inicial	Edad Final	Desplazarse (únicamente)	Cuidar de uno mismo (únicamente)	Desplazarse y cuidar de uno mismo	Ninguna de las dos	Personas dependientes	Personas dependientes / Población Total	Edad Promedio
6	16	4.604	9.220	1.984	21.403	15.808	0,69%	11,27
17	24	5.322	4.989	1.184	22.413	11.495	0,48%	20,68
25	34	14.526	8.905	2.776	46.607	26.207	0,82%	29,47
35	44	28.560	9.735	4.175	66.590	42.470	1,48%	39,33
45	54	51.707	13.550	7.629	91.840	72.886	3,03%	49,44
55	64	88.374	22.004	12.917	150.540	123.295	6,03%	59,50
65	69	77.149	19.442	12.965	115.699	109.556	10,08%	66,98
70	74	92.738	28.332	17.511	150.045	138.581	14,38%	71,94
75	79	99.176	37.255	26.064	141.761	162.495	21,32%	76,87
80	84	69.301	48.674	34.460	97.884	152.435	30,49%	81,83
85	89	44.978	48.237	44.765	48.467	137.980	47,65%	86,70
90	y más	15.819	24.111	32.145	11.866	72.075	58,96%	92,19

Tabla 4

Añadiendo a la información anterior los datos correspondientes a la población total en la fecha de la encuesta (facilitados por la propia encuesta y correspondientes a población de derecho a 15 de mayo de 1999) podemos obtener el porcentaje de población dependiente existente en cada tramo de edad y sexo.

Podemos asociar a cada tramo de edad (los tramos de edades utilizados corresponden con los utilizados por la encuesta) y sexo una edad promedio realizando la media aritmética del número de personas vivas en la población general para cada una de las edades que corresponden al tramo.

Gráficamente podemos observar cómo existe una relación muy directa entre edad y porcentaje de población dependiente:

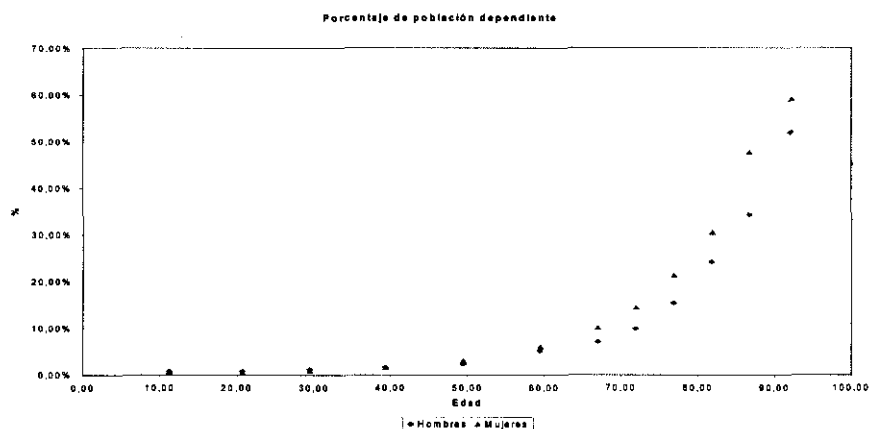


Gráfico 7

Igualmente se observa cómo a partir de los 60 años hombres y mujeres pasan a tener un comportamiento diferente, presentándose un mayor porcentaje de población femenina dependiente.

3.3 Ajuste

Con el objetivo de obtener el porcentaje de población dependiente para cada edad se realizará un ajuste sobre los datos anteriores, tomando la edad promedio del tramo (x) así como el porcentaje de población dependiente del mismo (pdH).

3.3.1 Ajuste hombres

En lo que respecta a los hombres el ajuste más satisfactorio ha sido obtenido con la curva siguiente:

$$\ln(pdH) = a + b \cdot x^2 \quad (9)$$

Donde pdH es el porcentaje de población dependiente y x es la edad.

Los resultados obtenidos han sido:

<i>Variable</i>	<i>Valor Ajustado</i>	<i>Estadístico t-Student</i>
a	-4,952	-111,865
b	5,18E-04	56,140

Tabla 5

Los valores del estadístico t nos indican que las variables explicativas a y b son altamente significativas.

Obteniendo un modelo que globalmente también es altamente significativo:

	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Grados de Libertad</i>	<i>Estadístico F-Snedecor</i>
Regresión	24,399	1	3.151,734
Residuos	7,742E-02	10	
Total	24,477	11	

Tabla 6

El elevado valor del estadístico F nos confirma lo ya obtenido con los estadísticos t: los valores de los parámetros del modelo son estadísticamente distintos de cero.

La representación gráfica del ajuste es la siguiente:

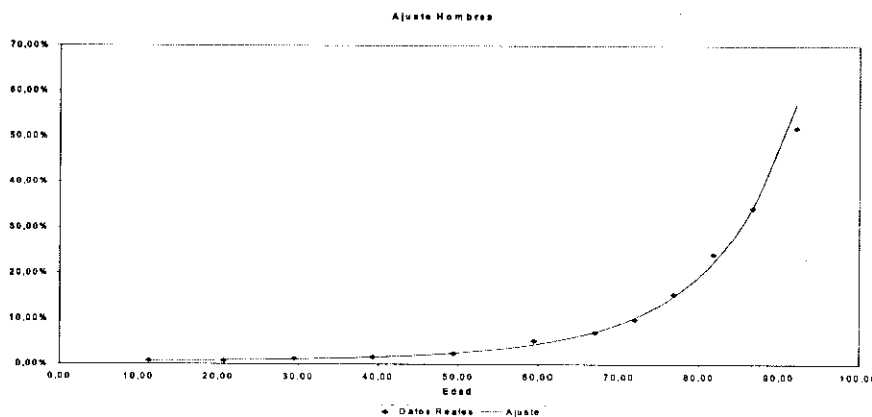


Gráfico 8

Comentar que de la relación obtenida se desprende que toda la población masculina de 98 años o más es dependiente.

3.3.2 Ajuste mujeres

En lo que respecta a las mujeres se ha optado por la siguiente curva:

$$\ln(pdD) = a + b \cdot x \quad (10)$$

Indicar que no se ha incluido en el ajuste la observación correspondiente al primer tramo de edades, ya que se trata de un *outlier*, que distorsionaba el ajuste para las edades avanzadas, que son las que nos interesan para el presente estudio.

Los resultados obtenidos han sido:

<i>Variable</i>	<i>Valor Ajustado</i>	<i>Estadístico t-Student</i>
a	-6,865	-114,598
b	6,91E-02	75,445

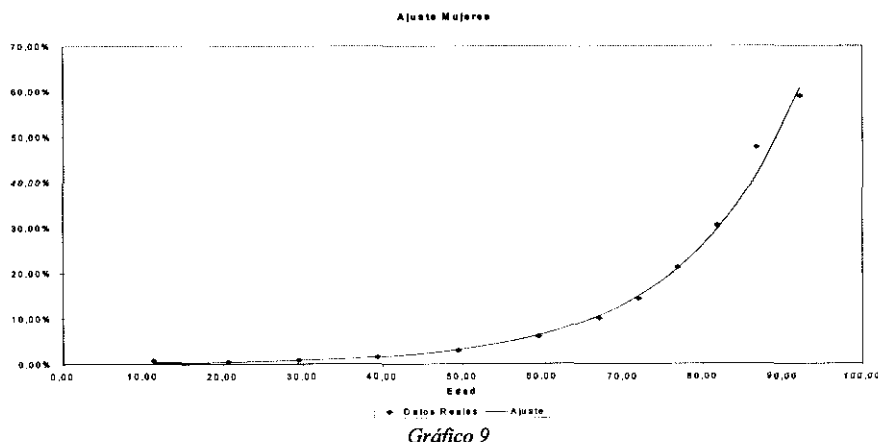
Tabla 7

	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Grados de Libertad</i>	<i>Estadístico F-Snedecor</i>
<i>Regresión</i>	27,182	1	5.691,966
<i>Residuos</i>	4,298E-02	9	
<i>Total</i>	27,225	10	

Tabla 8

Igual que para el caso de los hombres obtenemos valores muy elevados para t y para F, lo que nos indica que los parámetros del modelo, así como conjuntamente, es altamente significativo.

Si representamos los resultados gráficamente:



Comentar que de la relación obtenida se desprende que toda la población femenina de 100 años o más es dependiente.

4 TABLAS DE DEPENDENCIA

Hasta ahora hemos definido el comportamiento de la mortalidad y de la dependencia por separado. Para construir unas bases biométricas para el seguro de dependencia debemos combinar ambos fenómenos, de manera que todas las probabilidades que se derivan del modelo definido al inicio del presente artículo queden definidas.

Definimos $P_{ij}(t,u)$ como la probabilidad que una persona que se encuentre en el momento temporal t en el estado "i" se encuentre en el momento temporal u en el estado "j". Planteamos el modelo dentro del marco formal de las cadenas de Markov. Este hecho implica que la probabilidad anterior sólo depende del hecho de que la persona está en el momento t en el estado "i", y no de los estados en que haya podido estar la persona antes de t .

El uso de cadenas de Markov en el campo actuarial ha sido ampliamente abordado por diversos autores, siendo los trabajos más relevantes: AMSLER (1968 y 1988) y HOEM (1972 y 1988). En este mismo ámbito debemos destacar también el trabajo más reciente de WOLTHUIS (1994). En el campo del seguro de dependencia dentro del marco formal de las cadenas de Markov son importantes las

diversas aportaciones de JONES (1993) y HABERMAN (1997 y 1999).

Un estudio similar al presente basado en otra posible base estadística ha sido publicado por POCIELLO (2001).

Recordar que según se ha definido el modelo una persona dependiente no puede recuperarse y por tanto:

$$P_{21}(t, u) = 0 \quad (11)$$

Si suponemos que todas las personas nacen en estado no dependiente tenemos que para cualquier edad x se debe cumplir (lo definimos para el caso de los hombres pero sería exactamente igual para las mujeres):

$$pdH = \frac{P_{12}(0, x)}{P_{11}(0, x) + P_{12}(0, x)} \quad (12)$$

Para acabar de cerrar el modelo nos hace falta adoptar algún supuesto sobre la mortalidad de las personas dependientes. Al no disponer de información sobre el tema realizaremos dos supuestos.

4.1 Supuesto A: Mortalidad de personas dependientes no diferenciada

En este caso, en el que suponemos que la mortalidad de las personas dependientes es igual a la del resto de personas, tenemos definidas las siguientes probabilidades:

$$P_{13}(0, x) = {}_xq_0 \quad (13) \quad \text{(simplemente la probabilidad de muerte en un intervalo de } x \text{ años de una persona de edad cero obtenida de las tablas de mortalidad)}$$

$$P_{23}(0, x) = {}_xq_0 \quad (14) \quad \text{ídem}$$

Aplicando las propiedades de las cadenas de Markov tenemos que:

$$P_{22}(0, x) = 1 - P_{23}(0, x) = 1 - {}_x q_0 \quad (15)$$

Igualmente tenemos que:

$$P_{11}(0, x) + P_{12}(0, x) = 1 - {}_x q_0 \quad (16)$$

Por lo que combinándolo con (12) tenemos:

$$P_{12}(0, x) = (1 - {}_x q_0) \cdot pdH \quad (17)$$

Y por diferencia:

$$P_{11}(0, x) = 1 - (1 - {}_x q_0) \cdot pdH - {}_x q_0 = (1 - pdH) \cdot (1 - {}_x q_0) \quad (18)$$

Con lo que tenemos definidas todas las probabilidades para una persona de edad cero. Aplicando la ecuación de Chapman-Kolmogorov podemos obtener las probabilidades correspondientes para los cambios de estado que se producen en el paso de una edad a la siguiente:

$$P_{11}(x, x+1) = \frac{P_{11}(0, x+1)}{P_{11}(0, x)} \quad (19)$$

$$P_{12}(x, x+1) = \left[P_{12}(0, x+1) - P_{12}(0, x) \cdot \frac{P_{22}(0, x+1)}{P_{22}(0, x)} \right] \cdot \frac{1}{P_{11}(0, x)} \quad (20)$$

$$P_{13}(x, x+1) = \frac{P_{13}(0, x+1) - P_{12}(0, x) \cdot \left(\frac{P_{23}(0, x+1) - P_{23}(0, x)}{P_{22}(0, x)} \right) - P_{13}(0, x)}{P_{11}(0, x)} \quad (21)$$

$$P_{21}(x, x+1) = 0 \quad (22)$$

$$P_{22}(x, x+1) = \frac{P_{22}(0, x+1)}{P_{22}(0, x)} \quad (23)$$

$$P_{23}(x, x+1) = \frac{P_{23}(0, x+1) - P_{23}(0, x)}{P_{22}(0, x)} \quad (24)$$

$$P_{31}(x, x+1) = 0 \quad (25)$$

$$P_{32}(x, x+1) = 0 \quad (26)$$

$$P_{33}(x, x+1) = 1 \quad (27)$$

4.2 Supuesto B: Mortalidad de personas dependientes diferenciada

Si tomamos una definición de la probabilidad de muerte de una persona dependiente tendremos una nueva definición para la probabilidad $P_{23}(0, x)$. En concreto definiremos esta probabilidad como una transformación de la probabilidad de muerte de la población general:

$$P_{23}(0, x) = \phi(x) \cdot {}_1/x q_0 \quad (28)$$

Tenemos, al haber supuesto que en el momento inicial todas las personas son no dependientes, que:

$$P_{13}(0, x) = {}_1/x q_0 \quad (29)$$

Con lo que tenemos definidas todas las probabilidades que requerimos.

Aplicando las mismas propiedades que para el supuesto A (19),(20),..., (27) podemos acabar de definir totalmente el modelo:

$$P_{22}(0, x) = 1 - P_{23}(0, x) = 1 - \phi(x) \cdot {}_1/x q_0 \quad (30)$$

$$P_{12}(0, x) = (1 - {}_1/x q_0) \cdot pdH \quad (31)$$

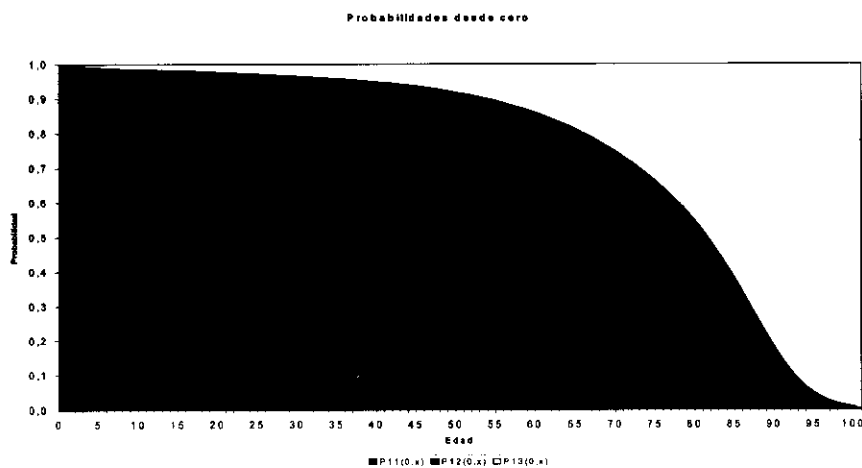
$$P_{11}(0, x) = 1 - (1 - {}_1/x q_0) \cdot pdH - {}_1/x q_0 = (1 - pdH) \cdot (1 - {}_1/x q_0) \quad (32)$$

Una vez tenemos todas las probabilidades definidas desde cero se puede obtener fácilmente las probabilidades de una edad a la siguiente aplicando las ecuaciones de Chapman-Kolmogorov, tal como se ha descrito en el apartado anterior.

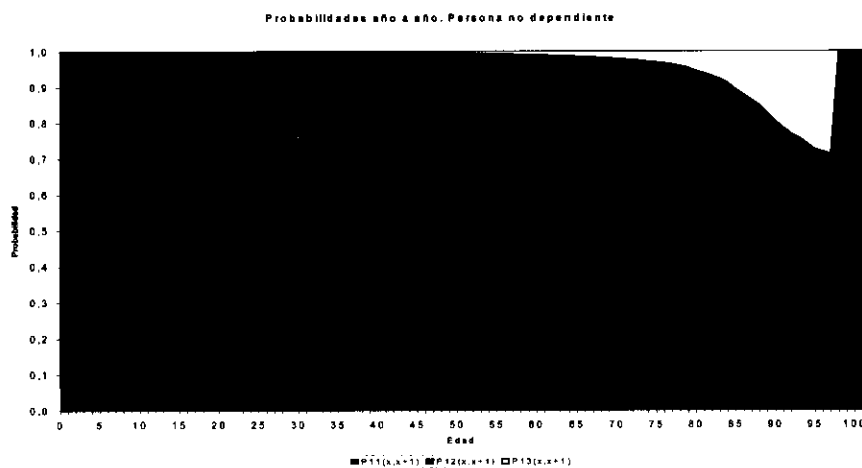
5 EJEMPLO

5.1 Supuesto A

En este caso suponemos que $\phi(x) = 1$, es decir, suponemos la misma mortalidad para personas dependientes y para personas no dependientes. Para un hombre nacido el año 1950 obtenemos las siguientes probabilidades desde cero:

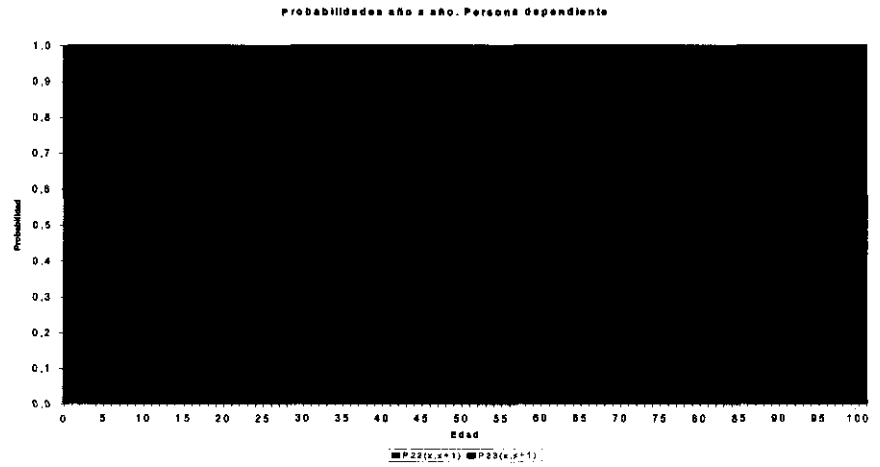


Las probabilidades año a año (de x a $x+1$) para una persona que en la edad x se encuentre en situación de no dependiente son las siguientes:



Es interesante comentar el comportamiento para edades muy avanzadas, donde llega un momento que la población pasa a ser toda dependiente.

Para una persona que en la edad x está en una situación de dependencia tenemos:



En el gráfico se puede comprobar como la mortalidad de las personas dependientes (P_{23}) es igual que para las personas no dependientes.

5.2 Supuesto B

En este caso hemos considerado la siguiente función para determinar la probabilidad de muerte de las personas dependientes:

$$\phi(x) = \max \left[\left(2 - x \cdot (1,1) / 101 \right); 1 \right] \quad (33)$$

La función anterior (33) debería determinarse a partir de información estadística que relacionase la mortalidad de la población dependiente con la de la población general. Al no disponer de dicha información hemos realizado el supuesto de que la mortalidad de las personas dependientes es inicialmente el doble de la población general, y va

tendiendo linealmente hacia la de la población general que alcanza con una edad de 91,81 años.

Las probabilidades desde cero son exactamente iguales que para el caso anterior:

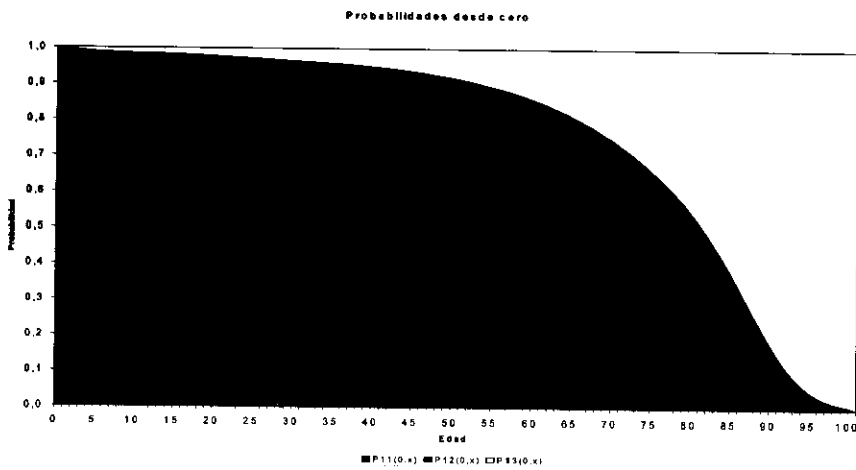


Gráfico 13

Las diferencias aparecen cuando analizamos las probabilidades año a año:

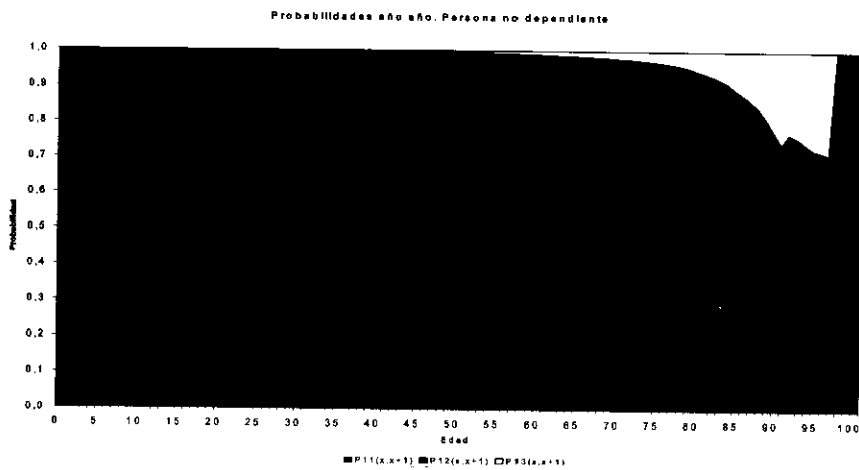
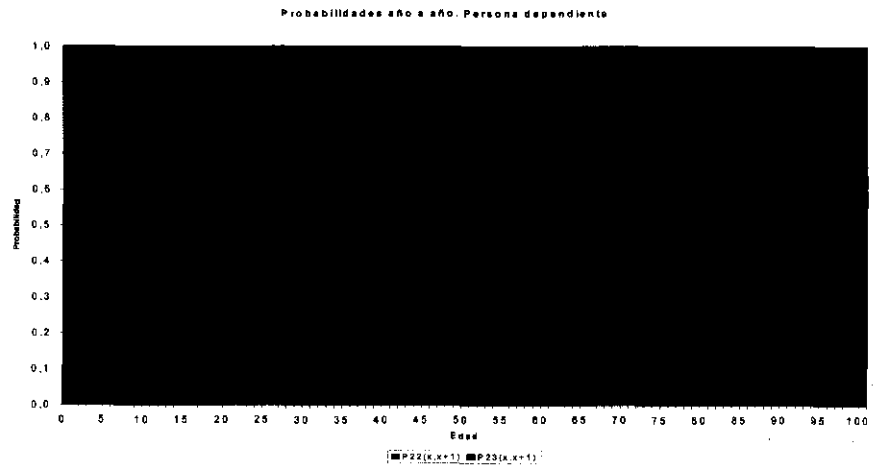


Gráfico 14

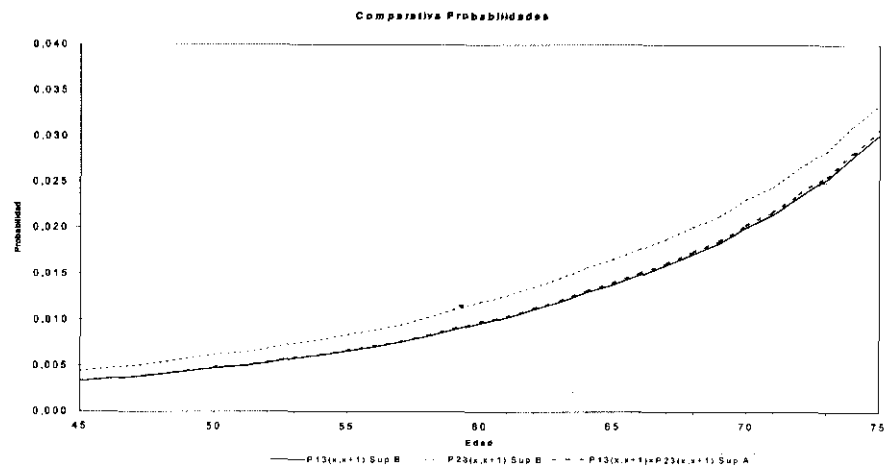
En lo que respecta a una persona en situación de dependencia tenemos:



5.3 Comparativa entre el supuesto A y el B

5.3.1 Probabilidades de muerte

A continuación podemos comparar los resultados de los dos supuestos para las probabilidades de muerte año a año:



En el gráfico se observa cómo aumentar la probabilidad de muerte de las personas dependientes implica reducir, respecto a la probabilidad de la población general, la probabilidad de muerte de la población no dependiente.

5.3.2 Probabilidades de dependencia

Tomar un supuesto diferente para la mortalidad de las personas dependientes implica que las probabilidades de pasar a ser dependiente sean también diferentes:

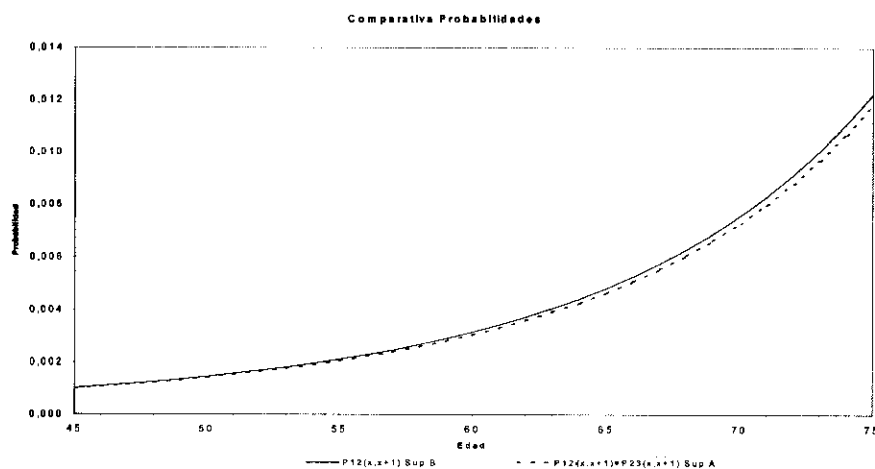


Gráfico 17

En el supuesto A se observan menos probabilidades de pasar durante un año de no dependiente a dependiente, ya que la mortalidad de las personas dependientes es menor que en el supuesto B, y no es necesario que tantas personas se conviertan en dependientes para mantener la proporción de dependientes sobre población total.

Conclusión

En los puntos anteriores se ha mostrado una metodología para construir las bases biométricas necesarias para el seguro de dependencia. Sin embargo estas bases biométricas aún no son

aplicables al seguro de dependencia por parte de entidades aseguradoras privadas. El motivo principal es el hecho de que estas tablas han sido estimadas sobre población general, y no sobre población asegurada.

Igualmente es necesario avanzar en la descripción del comportamiento de la mortalidad de las personas dependientes, factor clave para la evaluación del coste de las prestaciones.

Actualmente este tipo de seguro en España se encuentra a la espera de la definición por parte del Estado de cuáles van a ser las coberturas públicas, y como consecuencia, de cuales van a ser los ámbitos para los que existirá mercado para la iniciativa privada. Es de esperar que una vez el Estado establezca las reglas del juego el Seguro de Dependencia empiece a desarrollarse con mayor vigor de como lo está haciendo actualmente, y que este desarrollo traiga consigo la publicación de información estadística específicamente pensada para el tema.

BIBLIOGRAFÍA

Amsler, M.H. (1968) Les chaînes de Markov des assurances viú, invalidité et maladie. *Transactions of the 18th International Congress of Actuaries. München*, vol. 5 731-746.

Amsler, M.H. (1988) Sur le Modélisation des risques Vie par les Chaînes de Markov. *Transactions of the 23rd International Congress of Actuaries. Helsinki*, vol. 3 1-17

Casado Marín, D.; López i Casanovas, G. (2001). *Vellessa, dependència i atencions de llarga durada. Situació actual i perspectives de futur*. Col·lecció Estudis Socials Núm 6. Fundació "la Caixa".

Comité de Ministros de los Estados Miembros del Consejo de Europa (1998) Recommendation R (98) 9. *641ena reunió de ministros*.

De Vicente Merino, A.; Hernández March, J.; Albarrán Lozano, I.; Ramírez Pérez, C. (2002) Proyección y estudio de una población. El papel de la mortalidad. *Universidad Complutense de Madrid*.

- Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones** (2000) *Resolución de 3 de octubre de 2000. Tablas PERM/F2000.*
- Haberman, S.; Olivieri, A.; Pitacco, E.** (1997) Multiple State Modelling and Long Term Care Insurance Paper presentado a Staple Inn Actuarial Society el 8 d'Abril de 1997
- Haberman, S.; Pitacco, E.** (1999) *Actuarial models for Disability Insurance.* Chapman & Hall
- Hoem, J. M.** (1972) Inhomogeneous Semi-Markov processes, select actuarial tables, and duration-dependence in demography. *Greville T.N.E., Population Dynamics*, Academic Press, 251-296
- Hoem, J. M.** (1988) The versality of the Markov Chain as a Tool in the Mathematics of Life Insurance *Transactions of the 23rd International Congress of Actuaries. Helsinki, vol. R 171-202*
- INE** (Instituto Nacional de Estadística) (2000) *Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud 1999*
- Jones, B. L.** (1993) Actuarial calculations using a Markov model. *Transactions of the Society of Actuaries. Vol. XLVI pp 227-250*
- Pociello, E.; Varea, J.; Martínez, A.** (2001) Construcción de tablas de dependencia: una aproximación metodológica. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles.*
- Wolthuis, H.** (1994) *Life insurance mathematics. (The Markovian Model).* Caire Education Series 2.

Anexo I: Parámetros ajuste de la mortalidad

Edad	HOMBRES				MUJERES			
	Resultados Iniciales		Media Móvil		Resultados Iniciales		Media Móvil	
	α	β	α^*	β^*	α	β	α^*	β^*
1	97,049586	-0,048660	97,048686	-0,048660	81,087649	-0,040963	81,087649	-0,040963
2	89,365590	-0,045322	89,365590	-0,045322	88,712766	-0,045062	88,712766	-0,045062
3	88,631807	-0,045042	88,631807	-0,045042	67,956195	-0,034778	67,956195	-0,034778
4	69,793215	-0,035635	81,364702	-0,041459	62,905520	-0,023335	72,618882	-0,037223
5	85,149198	-0,043428	79,893477	-0,040782	69,570122	-0,035743	72,472483	-0,037204
6	66,065348	-0,033846	78,027234	-0,039856	67,489057	-0,034759	67,742477	-0,034897
7	74,220154	-0,037991	76,900828	-0,039129	71,693289	-0,036903	66,372239	-0,033722
8	86,525526	-0,044224	73,385847	-0,037611	79,467286	-0,040849	66,996860	-0,033699
9	75,772999	-0,038837	72,379491	-0,037129	55,607072	-0,028840	62,467094	-0,032297
10	77,992868	-0,036952	70,432797	-0,036149	51,198939	-0,026522	58,996636	-0,030546
11	48,310728	-0,025008	66,811065	-0,033915	64,547965	-0,033368	58,667908	-0,029402
12	78,245915	-0,040057	58,799312	-0,030270	47,355200	-0,024672	48,784193	-0,028895
13	52,425081	-0,026975	51,821891	-0,028672	43,185264	-0,022571	44,924026	-0,023405
14	42,029435	-0,021652	43,253271	-0,022286	55,891317	-0,028891	40,600947	-0,021145
15	37,783178	-0,019408	39,054962	-0,020049	31,059019	-0,016301	35,048984	-0,018309
16	26,664837	-0,013649	31,306992	-0,015685	22,009579	-0,011693	31,584462	-0,016503
17	17,908752	-0,009127	26,051886	-0,013225	19,714815	-0,010522	28,979847	-0,015185
18	18,785467	-0,009470	21,317313	-0,010754	25,788778	-0,013512	24,973047	-0,013101
19	23,130952	-0,011614	16,939893	-0,008499	22,892594	-0,012032	24,140301	-0,012680
20	15,320282	-0,007658	12,788523	-0,006374	25,504036	-0,013346	23,560763	-0,012389
21	8,802926	-0,004354	10,552604	-0,005235	27,386328	-0,014301	23,286656	-0,012234
22	7,370252	-0,003616	6,494175	-0,003175	25,257363	-0,013212	21,868380	-0,011506
23	-2,225449	0,001221	0,860911	-0,000327	18,260564	-0,009553	20,471318	-0,010765
24	2,508627	-0,001153	-5,389214	0,002822	18,149478	-0,009582	17,613190	-0,009413
25	-9,577371	0,004947	-11,131318	0,005729	15,681095	-0,008418	13,967205	-0,007455
26	-16,287694	0,008324	-18,590545	0,009483	12,807598	-0,006844	8,617392	-0,004736
27	-28,282541	0,014385	-24,575536	0,012519	6,971370	-0,003980	7,623221	-0,004209
28	-31,459137	0,015996	-31,444555	0,015998	0,481168	-0,000594	4,848645	-0,002732
29	-44,646575	0,022661	-36,926789	0,018776	-12,213690	0,005823	2,770293	-0,001719
30	-44,230215	0,022473	-40,994993	0,020945	11,275565	-0,005960	0,828963	-0,000702
31	-45,537787	0,023134	-42,910698	0,021812	-1,169010	0,000327	1,513224	-0,001022
32	-48,138107	0,024459	-43,027811	0,021899	1,300895	-0,000900	3,671299	-0,002093
33	-44,810034	0,022806	-40,146548	0,020499	-0,942216	0,000269	7,756783	-0,004109
34	-41,510014	0,021152	-37,447898	0,019107	11,783062	-0,006120	9,318553	-0,004890
35	-32,278539	0,016527	-32,450897	0,016814	15,784881	-0,008069	12,542341	-0,006457
36	-24,546058	0,012658	-26,619968	0,013702	16,221501	-0,006291	15,926979	-0,006143
37	-25,220571	0,013016	-19,771464	0,010273	22,354667	-0,011355	18,372438	-0,008351
38	-10,576862	0,005681	-13,649431	0,007227	21,189572	-0,010714	20,114258	-0,010183
39	-7,309543	0,004073	-6,939165	0,003897	25,198220	-0,012598	22,003152	-0,011090
40	3,231910	-0,001195	-2,302186	0,001540	16,322893	-0,006190	23,019886	-0,011590
41	1,241613	-0,000172	3,610514	-0,001364	23,828938	-0,011942	24,020638	-0,012036
42	14,617878	-0,006852	7,003112	-0,003020	28,890904	-0,014441	26,179826	-0,013076
43	8,568969	-0,003770	10,250238	-0,004616	23,299955	-0,011581	28,001533	-0,013948
44	15,684489	-0,007313	12,740089	-0,006531	29,591347	-0,014707	30,686125	-0,015213
45	13,007455	-0,005911	15,403068	-0,007117	36,171146	-0,017976	33,009144	-0,016395
46	15,448216	-0,007100	15,876709	-0,007315	37,865716	-0,018797	36,154669	-0,017433
47	20,701579	-0,009701	18,370899	-0,008528	34,500442	-0,017049	38,536846	-0,019090
48	19,736523	-0,009171	19,503635	-0,009054	40,733252	-0,020144	40,734793	-0,020144
49	17,986494	-0,008241	21,892795	-0,010059	44,055399	-0,021777	42,103946	-0,020795
50	26,052914	-0,012256	23,361786	-0,010897	46,805224	-0,023107	42,928631	-0,021155

Edad	HOMBRES				MUJERES			
	Resultados Iniciales		Media Móvil		Resultados Iniciales		Media Móvil	
	α	β	α^*	β^*	α	β	α^*	β^*
51	23,624968	-0,010995	24,515124	-0,011443	44,984055	-0,022161	45,103885	-0,022221
52	27,557406	-0,012929	26,163199	-0,012227	45,801738	-0,022528	46,727376	-0,022594
53	27,781416	-0,012986	27,882072	-0,013037	43,482260	-0,021322	48,170392	-0,023681
54	28,926387	-0,013523	28,530833	-0,013324	49,892369	-0,024508	48,808842	-0,024029
55	31,276619	-0,014659	29,400065	-0,013715	52,055037	-0,025555	49,682483	-0,024310
56	29,863546	-0,013608	29,925751	-0,013639	54,192073	-0,025588	50,973800	-0,024668
57	30,871249	-0,014270	30,880810	-0,014215	52,195004	-0,025538	53,217308	-0,026052
58	29,687682	-0,013727	30,381849	-0,014077	49,482546	-0,024131	53,375462	-0,026096
59	31,318646	-0,014499	30,253454	-0,013983	55,561271	-0,027137	53,795404	-0,026248
60	32,239301	-0,014917	30,251073	-0,013916	59,169816	-0,028908	53,654023	-0,026133
61	27,626262	-0,012557	30,369075	-0,013937	50,981993	-0,024743	53,781805	-0,026152
62	30,318277	-0,013964	30,533579	-0,013972	54,957819	-0,026592	54,807092	-0,026460
63	29,837175	-0,013577	30,633380	-0,013978	53,239666	-0,025778	54,375942	-0,026350
64	31,600912	-0,014418	30,486122	-0,013862	53,134103	-0,025573	54,368086	-0,026305
65	30,810020	-0,013975	31,287541	-0,014216	54,462957	-0,026291	55,238474	-0,026891
66	32,017404	-0,014530	31,536987	-0,014236	54,707763	-0,026366	55,085589	-0,026568
67	31,247462	-0,014104	32,240749	-0,014604	59,242018	-0,028590	55,952771	-0,026940
68	33,186275	-0,015033	32,586787	-0,014737	56,940672	-0,027378	56,149388	-0,026980
69	32,092415	-0,014438	33,173032	-0,014882	53,989127	-0,025827	56,672417	-0,027177
70	34,739443	-0,015718	33,283018	-0,014895	59,327159	-0,028453	56,798813	-0,027160
71	34,089943	-0,015349	33,541690	-0,015073	54,473014	-0,025955	56,648782	-0,027051
72	34,881936	-0,015695	33,711871	-0,015105	59,014699	-0,027670	56,932814	-0,027126
73	32,721123	-0,014560	33,985546	-0,015196	55,308851	-0,026247	57,187603	-0,027193
74	33,134450	-0,014718	33,460223	-0,014882	58,572159	-0,027624	56,905773	-0,026784
75	34,314791	-0,015266	33,466982	-0,014839	58,865700	-0,027906	56,248967	-0,026897
76	34,020949	-0,015088	33,348490	-0,014730	55,798265	-0,026295	55,384867	-0,026087
77	31,038301	-0,013519	33,220753	-0,014617	54,522045	-0,025589	54,306767	-0,025481
78	34,158160	-0,015041	32,006346	-0,013959	52,645966	-0,024577	51,638939	-0,024071
79	34,057782	-0,014941	29,846735	-0,012823	51,970171	-0,024172	48,089674	-0,022209
80	31,822777	-0,013766	26,831529	-0,011254	47,790256	-0,022001	43,806814	-0,019996
81	24,633956	-0,010106	24,730184	-0,010156	39,862573	-0,017958	38,637898	-0,017341
82	19,188966	-0,007322	22,686820	-0,009097	33,842270	-0,014868	36,038357	-0,015973
83	12,821795	-0,004083	20,229379	-0,007811	25,875721	-0,010805	33,122183	-0,014462
84	16,384000	-0,005824	17,726877	-0,006511	18,438939	-0,007009	30,070807	-0,012863
85	19,946205	-0,007566	14,974942	-0,005089	34,486683	-0,015002	27,736941	-0,011609
86	16,938541	-0,006008	12,985732	-0,004022	31,660991	-0,013522	25,571778	-0,010462
87	14,354327	-0,004671	11,911530	-0,003438	26,468911	-0,010875	24,361778	-0,008795
88	5,145412	0,000000	10,332158	-0,002608	23,236980	-0,009181	22,466881	-0,008794
89	5,230211	0,000000	8,266105	-0,001526	18,679493	-0,006940	18,302391	-0,006891
90	5,309133	0,000000	6,637033	-0,000857	17,389770	-0,006138	14,886796	-0,004719
91	5,357681	0,000000	5,367681	0,000000	5,260775	0,000000	11,980196	-0,003168
92	5,442630	0,000000	5,442630	0,000000	5,352229	0,000000	9,041655	-0,001854
93	5,488845	0,000000	5,488845	0,000000	5,431681	0,000000	7,176507	-0,000877
94	5,555216	0,000000	5,555216	0,000000	5,510719	0,000000	5,510719	0,000000
95	5,615773	0,000000	5,615773	0,000000	5,588750	0,000000	5,588750	0,000000
96	5,638857	0,000000	5,638857	0,000000	5,625761	0,000000	5,625761	0,000000
97	5,665165	0,000000	5,665165	0,000000	5,680625	0,000000	5,680625	0,000000
98	5,686476	0,000000	5,686476	0,000000	5,727430	0,000000	5,727430	0,000000
99	5,799901	0,000000	5,799901	0,000000	5,815948	0,000000	5,815948	0,000000

Anexo 2: Probabilidades supuesto A

x	Mortalidad			Dependencia		Probabilidades desde cero				
	l_x	${}_n P_0$	${}_n q_x$	pdf	$g(x)$	$P_{11}(0,x)$	$P_{12}(0,x)$	$P_{21}(0,x)$	$P_{22}(0,x)$	$P_{33}(0,x)$
0	1.000.000	1.00000000	0.00000000	0.00000000	1.00000000	1.00000000	0.00000000	0.00000000	1.00000000	0.00000000
1	1.000.000	1.00000000	0.00000000	0.00707592	1.00000000	0.99292408	0.00707592	0.00000000	1.00000000	0.00000000
2	995.383	0.99538346	0.00461654	0.00708693	1.00000000	0.98832928	0.00705421	0.00461654	0.99538346	0.00461654
3	992.866	0.99286587	0.00713413	0.00710530	1.00000000	0.98551126	0.00705461	0.00713413	0.99286587	0.00713413
4	990.935	0.99093452	0.00806548	0.00713110	1.00000000	0.98366907	0.00706646	0.00806548	0.99093452	0.00806548
5	989.523	0.98952288	0.01047702	0.00718442	1.00000000	0.98243382	0.00708938	0.01047702	0.98952288	0.01047702
6	988.357	0.98835738	0.01164262	0.00720635	1.00000000	0.98123592	0.00712148	0.01164262	0.98835738	0.01164262
7	987.299	0.98729877	0.01270123	0.00725402	1.00000000	0.98013689	0.00716189	0.01270123	0.98729877	0.01270123
8	986.383	0.98638260	0.01361740	0.00731059	1.00000000	0.97911715	0.00721104	0.01361740	0.98638260	0.01361740
9	985.619	0.98561908	0.01438092	0.00737524	1.00000000	0.97834990	0.00726917	0.01438092	0.98561908	0.01438092
10	984.829	0.98482922	0.01507078	0.00744816	1.00000000	0.97783331	0.00733591	0.01507078	0.98482922	0.01507078
11	984.280	0.98427994	0.01572006	0.00752961	1.00000000	0.97686870	0.00741124	0.01572006	0.98427994	0.01572006
12	983.683	0.98368297	0.01631703	0.00761983	1.00000000	0.97618747	0.00749550	0.01631703	0.98368297	0.01631703
13	983.138	0.98313780	0.01686220	0.00771912	1.00000000	0.97554683	0.00758996	0.01686220	0.98313780	0.01686220
14	982.562	0.98256162	0.01743838	0.00782781	1.00000000	0.97487031	0.00769131	0.01743838	0.98256162	0.01743838
15	981.954	0.98195420	0.01804580	0.00794626	1.00000000	0.97415134	0.00780257	0.01804580	0.98195420	0.01804580
16	981.255	0.98125520	0.01874480	0.00807486	1.00000000	0.97333170	0.00792350	0.01874480	0.98125520	0.01874480
17	980.384	0.98038447	0.01961553	0.00821405	1.00000000	0.97233155	0.00805292	0.01961553	0.98038447	0.01961553
18	979.366	0.97936649	0.02063351	0.00836429	1.00000000	0.97117479	0.00819170	0.02063351	0.97936649	0.02063351
19	978.225	0.97822519	0.02177481	0.00852610	1.00000000	0.96988474	0.00834045	0.02177481	0.97822519	0.02177481
20	977.022	0.97702201	0.02297799	0.00870006	1.00000000	0.96852186	0.00850015	0.02297799	0.97702201	0.02297799
21	975.813	0.97581303	0.02418697	0.00888676	1.00000000	0.96714122	0.00867181	0.02418697	0.97581303	0.02418697
22	974.579	0.97457855	0.02542145	0.00908687	1.00000000	0.96572268	0.00885587	0.02542145	0.97457855	0.02542145
23	973.348	0.97334827	0.02668173	0.00930112	1.00000000	0.96429504	0.00905323	0.02668173	0.97334827	0.02668173
24	972.152	0.97215200	0.02794800	0.00953029	1.00000000	0.96288711	0.00926489	0.02794800	0.97215200	0.02794800
25	970.986	0.97098613	0.02901387	0.00977622	1.00000000	0.96149452	0.00949161	0.02901387	0.97098613	0.02901387
26	969.819	0.96981893	0.03018107	0.01003684	1.00000000	0.96008501	0.00973392	0.03018107	0.96981893	0.03018107
27	968.694	0.96869426	0.03130574	0.01031614	1.00000000	0.95870107	0.00999319	0.03130574	0.96869426	0.03130574
28	967.541	0.96754052	0.03248940	0.01061420	1.00000000	0.95727085	0.01028667	0.03248940	0.96754052	0.03248940
29	966.381	0.96638106	0.03361894	0.01093219	1.00000000	0.95581640	0.01059466	0.03361894	0.96638106	0.03361894
30	965.183	0.96518344	0.03483656	0.01127137	1.00000000	0.95428472	0.01091972	0.03483656	0.96518344	0.03483656
31	963.889	0.96388888	0.03611112	0.01163312	1.00000000	0.95267586	0.01121204	0.03611112	0.96388888	0.03611112
32	962.590	0.96259016	0.03740984	0.01201893	1.00000000	0.95102096	0.01156930	0.03740984	0.96259016	0.03740984
33	961.220	0.96121965	0.03878035	0.01243039	1.00000000	0.94927131	0.01194834	0.03878035	0.96121965	0.03878035
34	959.751	0.95975128	0.04024872	0.01286926	1.00000000	0.94739998	0.01235129	0.04024872	0.95975128	0.04024872
35	958.229	0.95822899	0.04177101	0.01333744	1.00000000	0.94544867	0.01278032	0.04177101	0.95822899	0.04177101
36	956.604	0.95660405	0.04338595	0.01383987	1.00000000	0.94336755	0.01323650	0.04338595	0.95660405	0.04338595
37	954.875	0.95487510	0.04512490	0.01437009	1.00000000	0.94115346	0.01372164	0.04512490	0.95487510	0.04512490
38	953.062	0.95306182	0.04689181	0.01493921	1.00000000	0.93882382	0.01423799	0.04689181	0.95306182	0.04689181
39	951.108	0.95110824	0.04869176	0.01554697	1.00000000	0.93632140	0.01478685	0.04869176	0.95110824	0.04869176
40	949.008	0.94900821	0.05099179	0.01619622	1.00000000	0.93363787	0.01537034	0.05099179	0.94900821	0.05099179
41	946.759	0.94675946	0.05324054	0.01689006	1.00000000	0.93076863	0.01599083	0.05324054	0.94675946	0.05324054
42	944.443	0.94444265	0.05555735	0.01763188	1.00000000	0.92779035	0.01665230	0.05555735	0.94444265	0.05555735
43	941.907	0.94190747	0.05809253	0.01842536	1.00000000	0.92465248	0.01735499	0.05809253	0.94190747	0.05809253
44	939.215	0.93921514	0.06074886	0.01927460	1.00000000	0.92111224	0.01810290	0.06074886	0.93921514	0.06074886
45	936.358	0.93635811	0.06364189	0.02018367	1.00000000	0.91745896	0.01889914	0.06364189	0.93635811	0.06364189
46	933.234	0.93323409	0.06676591	0.02115762	1.00000000	0.91348908	0.01974502	0.06676591	0.93323409	0.06676591
47	929.897	0.92989654	0.07010346	0.02220156	1.00000000	0.90925139	0.02064515	0.07010346	0.92989654	0.07010346
48	926.341	0.92634142	0.07368588	0.02332115	1.00000000	0.90473807	0.02160334	0.07368588	0.92634142	0.07368588
49	922.531	0.92253057	0.07746943	0.02452258	1.00000000	0.89990774	0.02262283	0.07746943	0.92253057	0.07746943
50	918.435	0.91843536	0.08156464	0.02581263	1.00000000	0.89472814	0.02370723	0.08156464	0.91843536	0.08156464

Joan Boladeras i Vallès

x	Mortalidad			Dependencia		Probabilidades desde cero				
	l_x	$n p_x$	$n q_x$	pdH	$q(x)$	$P_{11}(0,x)$	$P_{12}(0,x)$	$P_{21}(0,x)$	$P_{22}(0,x)$	$P_{33}(0,x)$
51	914.031	0.91403091	0.08596909	0,02719868	1,00000000	0,88917048	0,02488045	0,08596909	0,91403091	0,08596909
52	909.424	0.90942417	0.09057583	0,02898889	1,00000000	0,88333380	0,02609037	0,09057583	0,90942417	0,09057583
53	904.523	0.90452288	0.09547702	0,03029209	1,00000000	0,87712309	0,02739989	0,09547702	0,90452288	0,09547702
54	899.215	0.89921451	0.10078549	0,03201803	1,00000000	0,87042343	0,02879107	0,10078549	0,89921451	0,10078549
55	893.815	0.89381489	0.10638501	0,03387737	1,00000000	0,86334186	0,03027333	0,10638501	0,89381489	0,10638501
56	887.628	0.88762794	0.11237246	0,03588184	1,00000000	0,85577783	0,03184871	0,11237246	0,88762794	0,11237246
57	881.300	0.88130012	0.11869988	0,03804429	1,00000000	0,84777188	0,03352844	0,11869988	0,88130012	0,11869988
58	874.578	0.87457836	0.12542164	0,04037868	1,00000000	0,83926388	0,03531448	0,12542164	0,87457836	0,12542164
59	867.322	0.86732222	0.13287778	0,04290111	1,00000000	0,83031313	0,03720908	0,13287778	0,86732222	0,13287778
60	859.482	0.85948235	0.14051765	0,04562814	1,00000000	0,82092677	0,03921658	0,14051765	0,85948235	0,14051765
61	851.079	0.85107855	0.14892145	0,04857880	1,00000000	0,80973417	0,04134438	0,14892145	0,85107855	0,14892145
62	842.227	0.84222715	0.15777285	0,05177387	1,00000000	0,79862179	0,04360536	0,15777285	0,84222715	0,15777285
63	832.745	0.83274510	0.16725490	0,05523627	1,00000000	0,78674736	0,04599774	0,16725490	0,83274510	0,16725490
64	822.643	0.82264329	0.17735671	0,05899129	1,00000000	0,77411451	0,04852879	0,17735671	0,82264329	0,17735671
65	811.805	0.81180464	0.18819536	0,06306686	1,00000000	0,76080667	0,05119797	0,18819536	0,81180464	0,18819536
66	800.395	0.80039488	0.19960512	0,06749368	1,00000000	0,74637313	0,05402175	0,19960512	0,80039488	0,19960512
67	788.300	0.78829955	0.21170045	0,07230850	1,00000000	0,73130037	0,05699918	0,21170045	0,78829955	0,21170045
68	775.526	0.77552582	0.22447418	0,07754256	1,00000000	0,71538956	0,06019626	0,22447418	0,77552582	0,22447418
69	762.008	0.76200779	0.23799221	0,08324397	1,00000000	0,69857524	0,06343255	0,23799221	0,76200779	0,23799221
70	747.826	0.74782647	0.25217353	0,08945718	1,00000000	0,68092802	0,06688845	0,25217353	0,74782647	0,25217353
71	732.618	0.73261752	0.26738248	0,09623376	1,00000000	0,66211498	0,07050254	0,26738248	0,73261752	0,26738248
72	716.696	0.71669634	0.28330366	0,10363096	1,00000000	0,64242441	0,07427193	0,28330366	0,71669634	0,28330366
73	699.683	0.69968343	0.30031657	0,11171241	1,00000000	0,62152011	0,07816332	0,30031657	0,69968343	0,30031657
74	681.753	0.68175250	0.31824750	0,12054886	1,00000000	0,59956801	0,08218449	0,31824750	0,68175250	0,31824750
75	662.532	0.66253184	0.33746816	0,13021909	1,00000000	0,57625755	0,08627429	0,33746816	0,66253184	0,33746816
76	642.277	0.64227898	0.35791935	0,14081081	1,00000000	0,55183744	0,09043964	0,35791935	0,64227898	0,35791935
77	620.881	0.62088065	0.37911935	0,15242183	1,00000000	0,52624489	0,09463576	0,37911935	0,62088065	0,37911935
78	598.330	0.59833033	0.40196967	0,16516124	1,00000000	0,49950935	0,09882098	0,40196967	0,59833033	0,40196967
79	574.144	0.57414373	0.42589627	0,17915088	1,00000000	0,47128538	0,10285836	0,42589627	0,57414373	0,42589627
80	547.889	0.54788989	0.45233131	0,19452686	1,00000000	0,44113242	0,10653627	0,45233131	0,54788989	0,45233131
81	518.187	0.51818741	0.48181259	0,21144140	1,00000000	0,40862114	0,10956627	0,48181259	0,51818741	0,48181259
82	486.737	0.48673745	0.51326255	0,23006486	1,00000000	0,37475627	0,11198118	0,51326255	0,48673745	0,51326255
83	453.249	0.45324871	0.544675129	0,25058805	1,00000000	0,33967000	0,11357871	0,544675129	0,45324871	0,544675129
84	418.126	0.41812623	0.58187377	0,27322489	1,00000000	0,30388374	0,11424250	0,58187377	0,41812623	0,58187377
85	381.138	0.38113751	0.61886249	0,29821534	1,00000000	0,26747646	0,11368106	0,61886249	0,38113751	0,61886249
86	340.787	0.34078985	0.65921305	0,32582884	1,00000000	0,22874873	0,11103822	0,65921305	0,34078985	0,65921305
87	298.478	0.29847791	0.70052209	0,35636815	1,00000000	0,18275352	0,10672439	0,70052209	0,29847791	0,70052209
88	258.961	0.25896139	0.74103861	0,39017376	1,00000000	0,13792145	0,10103994	0,74103861	0,25896139	0,74103861
89	219.740	0.21973975	0.78026025	0,42762891	1,00000000	0,09396707	0,09396707	0,78026025	0,21973975	0,78026025
90	181.642	0.18164236	0.81835764	0,46918529	1,00000000	0,06422207	0,08522029	0,81835764	0,18164236	0,81835764
91	146.124	0.14612387	0.85387613	0,51526959	1,00000000	0,07083068	0,07529318	0,85387613	0,14612387	0,85387613
92	114.800	0.11480001	0.88519999	0.56649094	1,00000000	0,04976684	0,06503316	0,88519999	0,11480001	0,88519999
93	88.276	0.08827558	0.91172442	0.62344944	1,00000000	0,03324022	0,05503536	0,91172442	0,08827558	0,91172442
94	66.915	0.06691487	0.93308513	0.68684594	1,00000000	0,02085466	0,04596021	0,93308513	0,06691487	0,93308513
95	49.612	0.04961184	0.95038816	0,75747315	1,00000000	0,01203220	0,03757964	0,95038816	0,04961184	0,95038816
96	35.982	0.03598219	0.96401781	0,83622852	1,00000000	0,00589286	0,03008933	0,96401781	0,03598219	0,96401781
97	25.866	0.02586611	0.97413389	0,92412885	1,00000000	0,00196249	0,02390382	0,97413389	0,02586611	0,97413389
98	18.393	0.01839276	0.98180724	1,00000000	1,00000000	0,00000000	0,01839276	0,98180724	0,01839276	0,98180724
99	12.870	0.01289860	0.98703040	1,00000000	1,00000000	0,00000000	0,01289860	0,98703040	0,01289860	0,98703040
100	8.886	0.00886817	0.99131383	1,00000000	1,00000000	0,00000000	0,00886817	0,99131383	0,00886817	0,99131383
101	0	0,00000000	1,00000000	1,00000000	1,00000000	0,00000000	0,00000000	1,00000000	0,00000000	1,00000000

x	Probabilidades año a año				
	$P_{11}(x,x+1)$	$P_{12}(x,x+1)$	$P_{13}(x,x+1)$	$P_{22}(x,x+1)$	$P_{23}(x,x+1)$
0	0,99292408	0,00707592	0,00000000	1,00000000	0,00000000
1	0,99537243	0,00001103	0,00461654	0,99538346	0,00461654
2	0,99745228	0,00001846	0,00252926	0,99747074	0,00252926
3	0,99802884	0,00002594	0,00194522	0,99805478	0,00194522
4	0,99854203	0,00003351	0,00142446	0,99857554	0,00142446
5	0,99878089	0,00004118	0,00117794	0,99882206	0,00117794
6	0,99887995	0,00004887	0,00107108	0,99892892	0,00107108
7	0,99901511	0,00005693	0,00092796	0,99907204	0,00092796
8	0,99916087	0,00006507	0,00077406	0,99922594	0,00077406
9	0,99922666	0,00007342	0,00069992	0,99930008	0,00069992
10	0,99925878	0,00008200	0,00065922	0,99934078	0,00065922
11	0,99930265	0,00009085	0,00060650	0,99939350	0,00060650
12	0,99934578	0,00010000	0,00055422	0,99944578	0,00055422
13	0,99930447	0,00010947	0,00058606	0,99941394	0,00058606
14	0,99926250	0,00011931	0,00061820	0,99938180	0,00061820
15	0,99915861	0,00012954	0,00071185	0,99928815	0,00071185
16	0,99897245	0,00014019	0,00088736	0,99911264	0,00088736
17	0,99881033	0,00015133	0,00103834	0,99896166	0,00103834
18	0,99867166	0,00016299	0,00116535	0,99883465	0,00116535
19	0,99859480	0,00017523	0,00122997	0,99877003	0,00122997
20	0,99857448	0,00018811	0,00123741	0,99876259	0,00123741
21	0,99853327	0,00020165	0,00126507	0,99873493	0,00126507
22	0,99852168	0,00021594	0,00126237	0,99873763	0,00126237
23	0,99853994	0,00023103	0,00122902	0,99877098	0,00122902
24	0,99855374	0,00024699	0,00119927	0,99880073	0,00119927
25	0,99853404	0,00026388	0,00120208	0,99879792	0,00120208
26	0,99855852	0,00028180	0,00115968	0,99884032	0,00115968
27	0,99850817	0,00030081	0,00119102	0,99880898	0,00119102
28	0,99848063	0,00032101	0,00119836	0,99880164	0,00119836
29	0,99839752	0,00034250	0,00125998	0,99874002	0,00125998
30	0,99831405	0,00036539	0,00132056	0,99867944	0,00132056
31	0,99826281	0,00038982	0,00134738	0,99865262	0,00134738
32	0,99816034	0,00041588	0,00142378	0,99857622	0,00142378
33	0,99802867	0,00044372	0,00152761	0,99847239	0,00152761
34	0,99794035	0,00047353	0,00158612	0,99841388	0,00158612
35	0,99779880	0,00050543	0,00169577	0,99830423	0,00169577
36	0,99765300	0,00053962	0,00180738	0,99819262	0,00180738
37	0,99752470	0,00057632	0,00189898	0,99810102	0,00189898
38	0,99733451	0,00061571	0,00204978	0,99795022	0,00204978
39	0,99713397	0,00065805	0,00220799	0,99779201	0,00220799
40	0,99692682	0,00070360	0,00236958	0,99763042	0,00236958
41	0,99680019	0,00075272	0,00244709	0,99755291	0,00244709
42	0,99651014	0,00080555	0,00268431	0,99731569	0,00268431
43	0,99627902	0,00086261	0,00285838	0,99714162	0,00285838
44	0,99603384	0,00092422	0,00304194	0,99695806	0,00304194
45	0,99567295	0,00099070	0,00333835	0,99666365	0,00333835
46	0,99536099	0,00106269	0,00357633	0,99642367	0,00357633
47	0,99503623	0,00114063	0,00382314	0,99617686	0,00382314
48	0,99466107	0,00122506	0,00411387	0,99588613	0,00411387
49	0,99424429	0,00131661	0,00443910	0,99556090	0,00443910
50	0,99378842	0,00141597	0,00479561	0,99520439	0,00479561

x	Probabilidades año a año				
	P ₁₁ (x,x+1)	P ₁₂ (x,x+1)	P ₁₃ (x,x+1)	P ₂₂ (x,x+1)	P ₂₃ (x,x+1)
51	0,99343583	0,00152414	0,00504003	0,99495997	0,00504003
52	0,99296901	0,00164166	0,00538933	0,99461067	0,00538933
53	0,99236179	0,00176941	0,00586881	0,99413119	0,00586881
54	0,99186399	0,00190889	0,00622712	0,99377288	0,00622712
55	0,99123889	0,00206085	0,00670025	0,99329975	0,00670025
56	0,99064460	0,00222694	0,00712846	0,99287154	0,00712846
57	0,98996451	0,00240839	0,00762710	0,99237290	0,00762710
58	0,98909670	0,00260657	0,00829673	0,99170327	0,00829673
59	0,98813732	0,00282351	0,00903916	0,99096084	0,00903916
60	0,98716075	0,00306150	0,00977775	0,99022225	0,00977775
61	0,98627651	0,00332329	0,01040021	0,98959979	0,01040021
62	0,98513135	0,00361034	0,01125831	0,98874169	0,01125831
63	0,98394293	0,00392634	0,01213073	0,98786927	0,01213073
64	0,98255060	0,00427400	0,01317540	0,98682460	0,01317540
65	0,98128659	0,00465860	0,01405481	0,98594519	0,01405481
66	0,97980533	0,00508297	0,01511170	0,98488830	0,01511170
67	0,97824313	0,00555271	0,01620416	0,98379584	0,01620416
68	0,97649626	0,00607293	0,01743080	0,98256920	0,01743080
69	0,97473828	0,00665126	0,01861046	0,98138954	0,01861046
70	0,97237147	0,00729099	0,02033754	0,97966246	0,02033754
71	0,97026111	0,00800699	0,02173191	0,97826809	0,02173191
72	0,96746029	0,00880174	0,02373797	0,97626203	0,02373797
73	0,96467999	0,00969281	0,02562720	0,97437280	0,02562720
74	0,96112124	0,01068575	0,02819301	0,97180699	0,02819301
75	0,95762292	0,01180517	0,03057191	0,96942809	0,03057191
76	0,95362302	0,01306373	0,03331325	0,96668675	0,03331325
77	0,94919564	0,01448447	0,03631989	0,96368011	0,03631989
78	0,94349660	0,01607991	0,04042349	0,95957651	0,04042349
79	0,93601976	0,01786803	0,04611221	0,95388779	0,04611221
80	0,92630040	0,01986909	0,05383051	0,94616949	0,05383051
81	0,91712403	0,02218372	0,06069225	0,93930775	0,06069225
82	0,90637576	0,02482177	0,06880247	0,93119753	0,06880247
83	0,89464404	0,02786545	0,07749051	0,92250949	0,07749051
84	0,88019340	0,03134356	0,08846304	0,91153696	0,08846304
85	0,85894934	0,03518186	0,10586880	0,89413120	0,10586880
86	0,83897536	0,03980805	0,12121660	0,87878340	0,12121660
87	0,81929218	0,04541732	0,13529050	0,86470950	0,13529050
88	0,79642556	0,05211695	0,15145748	0,84854252	0,15145748
89	0,76663760	0,05998732	0,17337508	0,82662492	0,17337508
90	0,73458995	0,06986926	0,19554080	0,80445920	0,19554080
91	0,70261704	0,08301785	0,21436511	0,78563489	0,21436511
92	0,66791896	0,10103202	0,23104901	0,76895099	0,23104901
93	0,63040092	0,12762156	0,24197752	0,75802248	0,24197752
94	0,57420164	0,16721557	0,25858279	0,74141721	0,25858279
95	0,48975706	0,23551718	0,27472576	0,72527424	0,27472576
96	0,33302891	0,38582976	0,28114133	0,71885867	0,28114133
97	0,00000000	0,71107565	0,28892435	0,71107565	0,28892435
98	0,00000000	1,00000000	0,00000000	0,70514724	0,29485276
99	0,00000000	1,00000000	0,00000000	0,66973300	0,33026700
100	0,00000000	1,00000000	0,00000000	0,00000000	1,00000000
101	0,00000000	1,00000000	0,00000000	0,00000000	1,00000000

Anexo 3: Probabilidades supuesto B

x	Mortalidad			Dependencia		Probabilidades desde cero					
	l_x	${}_n p_x$	${}_n q_x$	pdH	$q(x)$	$P_{11}(0,x)$	$P_{12}(0,x)$	$P_{21}(0,x)$	$P_{22}(0,x)$	$P_{23}(0,x)$	$P_{31}(0,x)$
0	1.000.000	1.00000000	0.00000000	0.00000000	2.00000000	1.00000000	0.00000000	0.00000000	1.00000000	0.00000000	0.00000000
1	1.000.000	1.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00070592	1.99910891	0.99929408	0.00070592	0.00000000	1.00000000	0.00000000
2	995.383	0.99538346	0.00461654	0.00708893	1.97821782	0.98832925	0.00705421	0.00461654	0.99086747	0.00913253	0.00000000
3	992.866	0.99286587	0.00713413	0.00710530	1.96732673	0.98581126	0.00705461	0.00713413	0.98596483	0.01403517	0.00000000
4	990.935	0.99093452	0.00906548	0.00713110	1.95643564	0.98388607	0.00706646	0.00906548	0.98236368	0.01773602	0.00000000
5	989.523	0.98952298	0.01047702	0.00716442	1.94554455	0.98243362	0.00708936	0.01047702	0.97961648	0.02038352	0.00000000
6	988.357	0.98835738	0.01164262	0.00720535	1.93465347	0.98123692	0.00712146	0.01164262	0.97747566	0.02252444	0.00000000
7	987.298	0.98729877	0.01270123	0.00725402	1.92376238	0.98013689	0.00716198	0.01270123	0.97556685	0.02443415	0.00000000
8	986.363	0.98636260	0.01361740	0.00731059	1.91287129	0.97917156	0.00721104	0.01361740	0.97395186	0.02604834	0.00000000
9	985.619	0.98561908	0.01438092	0.00737524	1.90198020	0.97834890	0.00726917	0.01438092	0.97264777	0.02735223	0.00000000
10	984.929	0.98492922	0.01507078	0.00744816	1.89108911	0.97763331	0.00733591	0.01507078	0.97149982	0.02850018	0.00000000
11	984.289	0.98422994	0.01572006	0.00752961	1.88019802	0.97702070	0.00741124	0.01572006	0.97044317	0.02950583	0.00000000
12	983.683	0.98368287	0.01633703	0.00761983	1.86930693	0.97650810	0.00749550	0.01633703	0.96948846	0.03050154	0.00000000
13	983.138	0.98313780	0.01692220	0.00771912	1.85841584	0.97619747	0.00758896	0.01692220	0.96863301	0.03133699	0.00000000
14	982.562	0.98256162	0.01748388	0.00782781	1.84752475	0.97598703	0.00769131	0.01748388	0.96787216	0.03211784	0.00000000
15	981.954	0.98195420	0.01804580	0.00794626	1.83663366	0.97587659	0.00780287	0.01804580	0.96720688	0.03284362	0.00000000
16	981.256	0.98125520	0.01874480	0.00807486	1.82574257	0.97586615	0.00792350	0.01874480	0.96663781	0.03352239	0.00000000
17	980.364	0.98036447	0.01961553	0.00821405	1.81485149	0.97595571	0.00805292	0.01961553	0.96616073	0.03415927	0.00000000
18	979.366	0.97936649	0.02063351	0.00836429	1.80396040	0.97614527	0.00819170	0.02063351	0.96577797	0.03475923	0.00000000
19	978.225	0.97822519	0.02177481	0.00852610	1.79306931	0.97643483	0.00834045	0.02177481	0.96548626	0.03532434	0.00000000
20	977.022	0.97702201	0.02297799	0.00870006	1.78217822	0.97682439	0.00850015	0.02297799	0.96528419	0.03585988	0.00000000
21	975.813	0.97581303	0.02418897	0.00888676	1.77128713	0.97731395	0.00867181	0.02418897	0.96516793	0.03636222	0.00000000
22	974.579	0.97457855	0.02542145	0.00908667	1.76039604	0.97790351	0.00885527	0.02542145	0.96514199	0.03683213	0.00000000
23	973.348	0.97334827	0.02665173	0.00930112	1.74950495	0.97859307	0.00905523	0.02665173	0.96520677	0.03727267	0.00000000
24	972.152	0.97215200	0.02788400	0.00953029	1.73861386	0.97938263	0.00926489	0.02788400	0.96536309	0.03768331	0.00000000
25	970.986	0.97098613	0.02901387	0.00977522	1.72772277	0.98027219	0.00949161	0.02901387	0.96561208	0.03806592	0.00000000
26	969.819	0.96981893	0.03018107	0.01003684	1.71683168	0.98126175	0.00973362	0.03018107	0.96595619	0.03842199	0.00000000
27	968.694	0.96869426	0.03130574	0.01031614	1.70594059	0.98235131	0.00999319	0.03130574	0.96639642	0.03875464	0.00000000
28	967.541	0.96754052	0.03245948	0.01061420	1.69504950	0.98354087	0.01028276	0.03245948	0.96693275	0.03906598	0.00000000
29	966.381	0.96638106	0.03361894	0.01093219	1.68415842	0.98483043	0.01059665	0.03361894	0.96756508	0.03935732	0.00000000
30	965.163	0.96516344	0.03483656	0.01127137	1.67326733	0.98622000	0.01093782	0.03483656	0.96829241	0.03962965	0.00000000
31	963.889	0.96388888	0.03611112	0.01163312	1.66237624	0.98770956	0.01129130	0.03611112	0.96911474	0.04000000	0.00000000
32	962.590	0.96259016	0.03740894	0.01201893	1.65148515	0.98929912	0.01168287	0.03740894	0.97003207	0.04048121	0.00000000
33	961.220	0.96122019	0.03878035	0.01243039	1.64059406	0.99098868	0.01212035	0.03878035	0.97104434	0.04106242	0.00000000
34	959.751	0.95975128	0.04024872	0.01288626	1.62970297	0.99277824	0.01260283	0.04024872	0.97215141	0.04174363	0.00000000
35	958.229	0.95822869	0.04177101	0.01338744	1.61881188	0.99466780	0.01312531	0.04177101	0.97335848	0.04252484	0.00000000
36	956.604	0.95660405	0.04338595	0.01393897	1.60792079	0.99665736	0.01369779	0.04338595	0.97466555	0.04340605	0.00000000
37	954.875	0.95487510	0.04512490	0.01454099	1.59702970	0.99874692	0.01432027	0.04512490	0.97607262	0.04438726	0.00000000
38	953.062	0.95306182	0.04698818	0.01519301	1.58613861	0.99993648	0.01500275	0.04698818	0.97757969	0.04546847	0.00000000
39	951.108	0.95110824	0.04898176	0.01589503	1.57524752	1.00122604	0.01572523	0.04898176	0.97918676	0.04664968	0.00000000
40	949.008	0.94900821	0.05099179	0.01664705	1.56435643	1.00261560	0.01649771	0.05099179	0.98089383	0.04793089	0.00000000
41	946.759	0.94675946	0.05324054	0.01745907	1.55346534	1.00410516	0.01732019	0.05324054	0.98270090	0.04931210	0.00000000
42	944.443	0.94444265	0.05555735	0.01833109	1.54257425	1.00569472	0.01819267	0.05555735	0.98460797	0.05069331	0.00000000
43	941.907	0.94190747	0.05802623	0.01926311	1.53168317	1.00738428	0.01911515	0.05802623	0.98661504	0.05217452	0.00000000
44	939.215	0.93921514	0.06076486	0.02025513	1.52079208	1.00917384	0.02009763	0.06076486	0.98872211	0.05375573	0.00000000
45	936.358	0.93635811	0.06364189	0.02130715	1.50990099	1.01106340	0.02114011	0.06364189	0.99092918	0.05543694	0.00000000
46	933.234	0.93323409	0.06676591	0.02241917	1.49900900	1.01305296	0.02228259	0.06676591	0.99323625	0.05721815	0.00000000
47	929.887	0.92988654	0.07010346	0.02360119	1.48811701	1.01514252	0.02352507	0.07010346	0.99564332	0.05910936	0.00000000
48	926.341	0.92634142	0.07358588	0.02486321	1.47722502	1.01733208	0.02486755	0.07358588	0.99815039	0.06110057	0.00000000
49	922.531	0.92253057	0.07746943	0.02621523	1.46633303	1.01962164	0.02631003	0.07746943	0.99975746	0.06320178	0.00000000
50	918.435	0.91843536	0.08156464	0.02766725	1.45544104	1.02201120	0.02735251	0.08156464	1.00146453	0.06540299	0.00000000

Joan Boladeras i Vallès

x	Mortalidad			Dependencia		Probabilidades desde cero				
	I_x	${}_p q_x$	${}_n q_x$	pdH	$q(x)$	$P_{11}(0,x)$	$P_{12}(0,x)$	$P_{21}(0,x)$	$P_{22}(0,x)$	$P_{23}(0,x)$
51	914.031	0,91403091	0,08586909	0,02719859	1,44455448	0,88917046	0,02486045	0,08596909	0,87581297	0,12418703
52	909.424	0,90942417	0,09057583	0,02868889	1,43368337	0,88333380	0,02609037	0,08057583	0,87014474	0,12885526
53	904.823	0,90482298	0,09547702	0,03029209	1,42277228	0,87712309	0,02739989	0,08547702	0,86415794	0,133584206
54	899.215	0,89921461	0,10078549	0,03201803	1,41188119	0,87042343	0,02879107	0,10078549	0,85770286	0,14228714
55	893.615	0,89361499	0,10638501	0,03387737	1,40099010	0,86334166	0,03027333	0,10638501	0,85095565	0,14904435
56	887.928	0,88792754	0,11237246	0,03588184	1,39009901	0,85577783	0,03184671	0,11237246	0,84379115	0,15620885
57	882.247	0,88224712	0,11869988	0,03804429	1,37920792	0,84777168	0,03352844	0,11869988	0,83628818	0,16371162
58	876.578	0,87657836	0,12542164	0,04037888	1,36831683	0,83926388	0,03531448	0,12542164	0,82838346	0,17161654
59	870.921	0,87092111	0,13267778	0,04290111	1,35742574	0,83011313	0,03720908	0,13267778	0,81999976	0,18010024
60	865.277	0,86527722	0,14051786	0,04582814	1,34653465	0,82026577	0,03921658	0,14051786	0,81078811	0,18921189
61	859.648	0,85964823	0,14892145	0,04917787	1,33564356	0,80973417	0,04134438	0,14892145	0,80109402	0,19900598
62	854.032	0,85403222	0,15777285	0,05299129	1,32475248	0,79882178	0,04360538	0,15777285	0,79099003	0,20900997
63	848.427	0,84842715	0,16725490	0,05733627	1,31386139	0,7874738	0,04605974	0,16725490	0,78025024	0,21974976
64	842.832	0,84283229	0,17735671	0,06223376	1,30297030	0,77411451	0,04862878	0,17735671	0,76890948	0,23109052
65	837.247	0,83724710	0,18819536	0,06769388	1,29207921	0,76060967	0,05139797	0,18819536	0,75683666	0,24318331
66	831.672	0,83167215	0,19980512	0,07374938	1,28118812	0,74637313	0,05420175	0,19980512	0,74426828	0,25579171
67	826.117	0,82611710	0,21237246	0,08045718	1,27029703	0,73130037	0,05769918	0,21237246	0,73107755	0,26982245
68	820.582	0,82058215	0,22594594	0,08785256	1,25940594	0,71538958	0,0613626	0,22594594	0,71728589	0,28270411
69	815.057	0,81505719	0,23999221	0,09614397	1,24851485	0,698957524	0,06343255	0,23999221	0,70286319	0,29113681
70	809.542	0,80954219	0,25217353	0,10545718	1,23762376	0,68092802	0,06689945	0,25217353	0,68790404	0,31209596
71	804.037	0,80403719	0,26382488	0,11581124	1,22673267	0,66214198	0,07050254	0,26382488	0,67199317	0,32800683
72	798.542	0,79854219	0,27503366	0,12723376	1,21584158	0,64242441	0,07427193	0,27503366	0,65554763	0,34445237
73	793.057	0,79305719	0,28584815	0,13909901	1,20495050	0,62152011	0,07816332	0,28584815	0,63813340	0,36196660
74	787.582	0,78758219	0,29824888	0,15149888	1,19405941	0,59956801	0,08218449	0,29824888	0,61993358	0,38000642
75	782.117	0,78211719	0,31144815	0,16454888	1,18316832	0,57625755	0,08627428	0,31144815	0,60071837	0,39928163
76	776.672	0,77667219	0,32542164	0,17827232	1,17227723	0,55183744	0,09043954	0,32542164	0,58064945	0,41933055
77	771.247	0,77124719	0,34039939	0,19252163	1,16138614	0,52624489	0,09463576	0,34039939	0,55969604	0,44030396
78	765.832	0,76583219	0,35637232	0,20727164	1,15049505	0,49950935	0,09882098	0,35637232	0,53788104	0,46211896
79	760.427	0,76042719	0,37342164	0,22252164	1,13960396	0,47128538	0,10285836	0,37342164	0,51469251	0,48530749
80	755.032	0,75503219	0,39167164	0,23827164	1,12871287	0,44113242	0,10653627	0,39167164	0,48944783	0,51055217
81	749.647	0,74964719	0,41012164	0,25452164	1,11782178	0,40892114	0,10956627	0,41012164	0,46141939	0,53658061
82	744.272	0,74427219	0,42927164	0,27127164	1,10693069	0,37475627	0,11191118	0,42927164	0,43185393	0,56814607
83	738.907	0,73890719	0,44942164	0,28852164	1,09603960	0,33967000	0,113857871	0,44942164	0,40073893	0,59926107
84	733.552	0,73355219	0,47057164	0,30627164	1,08514851	0,30388374	0,11424250	0,47057164	0,36858055	0,63141845
85	728.207	0,72820719	0,49252164	0,32552164	1,07425743	0,26747646	0,11368108	0,49252164	0,33518238	0,66481782
86	722.872	0,72287219	0,51527164	0,34627164	1,06336634	0,22974873	0,11103822	0,51527164	0,29901503	0,70098487
87	717.547	0,71754719	0,56836815	0,36852164	1,05247525	0,19275352	0,10672439	0,56836815	0,26271784	0,73728216
88	712.232	0,71223219	0,62282884	0,39307378	1,04158416	0,15792145	0,10103994	0,62282884	0,22814593	0,77145407
89	706.927	0,70692719	0,67872891	0,42082891	1,03069307	0,12577268	0,09396707	0,67872891	0,19579117	0,80420883
90	701.632	0,70163219	0,73987613	0,4516529	1,01980198	0,09642207	0,08522029	0,73987613	0,16543725	0,83456275
91	696.347	0,69634719	0,80637613	0,48637613	1,00891089	0,07683068	0,07529318	0,80637613	0,13851507	0,86148483
92	691.072	0,69107219	0,87549094	0,52549094	1,00000000	0,04978684	0,06503318	0,87549094	0,11480001	0,88519999
93	685.807	0,68580719	0,89724494	0,56824494	1,00000000	0,03324022	0,05503538	0,89724494	0,09172442	0,91172442
94	680.552	0,68055219	0,93308513	0,61685494	1,00000000	0,02095468	0,04598021	0,93308513	0,06911487	0,93308513
95	675.307	0,67530719	0,95038816	0,75747315	1,00000000	0,01203220	0,03757964	0,95038816	0,04981184	0,95038816
96	670.072	0,67007219	0,96401781	0,83622852	1,00000000	0,00589286	0,03008933	0,96401781	0,03598218	0,96401781
97	664.847	0,66484719	0,97413389	0,92412885	1,00000000	0,00198243	0,02390362	0,97413389	0,02586611	0,97413389
98	659.632	0,65963219	0,98180724	1,00000000	1,00000000	0,00000000	0,01839278	0,98180724	0,01839278	0,98180724
99	654.427	0,65427219	0,98703040	1,00000000	1,00000000	0,00000000	0,01296980	0,98703040	0,01296980	0,98703040
100	649.232	0,64923219	0,99131383	1,00000000	1,00000000	0,00000000	0,00886817	0,99131383	0,00886817	0,99131383
101	644.047	0,64404719	1,00000000	1,00000000	1,00000000	0,00000000	0,00000000	1,00000000	0,00000000	1,00000000

x	Probabilidades año a año				
	$P_{11}(x,x+1)$	$P_{12}(x,x+1)$	$P_{13}(x,x+1)$	$P_{22}(x,x+1)$	$P_{23}(x,x+1)$
0	0,99292408	0,00707592	0,00000000	1,00000000	0,00000000
1	0,99537243	0,00004321	0,00458436	0,99086747	0,00913253
2	0,99745228	0,00003572	0,00251200	0,99505218	0,00494782
3	0,99802884	0,00003888	0,00193228	0,99624646	0,00375354
4	0,99854203	0,00004263	0,00141533	0,99730470	0,00269530
5	0,99878089	0,00004845	0,00117067	0,99781453	0,00218547
6	0,99887995	0,00005538	0,00106467	0,99804629	0,00195371
7	0,99901511	0,00006224	0,00092265	0,99834538	0,00165462
8	0,99916087	0,00006923	0,00076990	0,99866124	0,00133876
9	0,99922666	0,00007699	0,00069635	0,99881977	0,00118023
10	0,99925878	0,00008522	0,00065601	0,99891235	0,00108765
11	0,99930265	0,00009364	0,00060372	0,99902652	0,00097348
12	0,99934578	0,00010236	0,00055186	0,99913826	0,00086174
13	0,99930447	0,00011199	0,00058354	0,99909065	0,00090935
14	0,99926250	0,00012198	0,00061553	0,99904351	0,00095649
15	0,99915861	0,00013278	0,00070861	0,99888332	0,00111668
16	0,99897245	0,00014457	0,00088298	0,99857515	0,00142485
17	0,99881033	0,00015667	0,00103301	0,99831734	0,00168266
18	0,99867166	0,00016912	0,00115922	0,99810786	0,00189214
19	0,99859480	0,00018172	0,00122348	0,99801538	0,00198462
20	0,99857448	0,00019455	0,00123097	0,99802805	0,00197195
21	0,99853327	0,00020820	0,00125853	0,99800478	0,00199522
22	0,99852168	0,00022237	0,00125595	0,99803662	0,00196338
23	0,99853994	0,00023712	0,00122294	0,99812289	0,00187711
24	0,99855374	0,00025276	0,00119351	0,99820193	0,00179807
25	0,99853404	0,00026956	0,00119640	0,99822303	0,00177697
26	0,99855852	0,00028705	0,00115443	0,99832319	0,00167681
27	0,99850817	0,00030617	0,00118566	0,99829421	0,00170579
28	0,99848063	0,00032631	0,00119306	0,99830769	0,00169231
29	0,99839752	0,00034815	0,00125433	0,99822843	0,00177157
30	0,99831405	0,00037139	0,00131455	0,99815296	0,00184704
31	0,99826281	0,00039589	0,00134130	0,99813661	0,00186339
32	0,99816034	0,00042243	0,00141723	0,99803774	0,00196226
33	0,99802867	0,00045098	0,00152035	0,99789546	0,00210454
34	0,99794035	0,00048112	0,00157854	0,99783184	0,00216816
35	0,99779880	0,00051379	0,00168741	0,99768566	0,00231434
36	0,99765300	0,00054878	0,00179822	0,99753978	0,00246022
37	0,99752470	0,00058610	0,00188920	0,99743014	0,00256986
38	0,99733451	0,00062667	0,00203882	0,99722743	0,00277257
39	0,99713397	0,00067028	0,00219576	0,99701758	0,00298242
40	0,99692682	0,00071715	0,00235603	0,99680732	0,00319268
41	0,99680019	0,00076675	0,00243306	0,99673605	0,00326395
42	0,99651014	0,00082172	0,00266814	0,99641472	0,00358528
43	0,99627902	0,00088028	0,00284070	0,99620011	0,00379989
44	0,99603384	0,00094351	0,00302264	0,99597621	0,00402379
45	0,99567295	0,00101290	0,00331415	0,99558605	0,00441395
46	0,99536099	0,00108721	0,00355180	0,99528899	0,00471101
47	0,99503623	0,00116760	0,00379617	0,99498902	0,00501098
48	0,99466107	0,00125505	0,00408388	0,99462991	0,00537009
49	0,99424429	0,00135012	0,00440558	0,99422766	0,00577234
50	0,99378842	0,00145349	0,00475809	0,99378846	0,00621154

x	Probabilidades año a año				
	$P_{11}(x,x+1)$	$P_{12}(x,x+1)$	$P_{13}(x,x+1)$	$P_{22}(x,x+1)$	$P_{23}(x,x+1)$
51	0,99343583	0,00156417	0,00499999	0,99352805	0,00647195
52	0,99296901	0,00168569	0,00534529	0,99311976	0,00688024
53	0,99236179	0,00181942	0,00581880	0,99253021	0,00746979
54	0,99186399	0,00196311	0,00617290	0,99213340	0,00786660
55	0,99123889	0,00212113	0,00663997	0,99158065	0,00841935
56	0,99064460	0,00229258	0,00706283	0,99110803	0,00889197
57	0,98996451	0,00248057	0,00755492	0,99054784	0,00945216
58	0,98909670	0,00268839	0,00821491	0,98975873	0,01024127
59	0,98813732	0,00291648	0,00894620	0,98888688	0,01111312
60	0,98716075	0,00316566	0,00967359	0,98804362	0,01195638
61	0,98627651	0,00343626	0,01028724	0,98738726	0,01261274
62	0,98513135	0,00373698	0,01113167	0,98642235	0,01357765
63	0,98394293	0,00406690	0,01199017	0,98546522	0,01453478
64	0,98255060	0,00443234	0,01301706	0,98429882	0,01570118
65	0,98128659	0,00483036	0,01388305	0,98339351	0,01660649
66	0,97980533	0,00527198	0,01492269	0,98227690	0,01772310
67	0,97824313	0,00575902	0,01599785	0,98114883	0,01885117
68	0,97649626	0,00629907	0,01720466	0,97987901	0,02012099
69	0,97473828	0,00689395	0,01836778	0,97871685	0,02128315
70	0,97237147	0,00756529	0,02006324	0,97687051	0,02312949
71	0,97026111	0,00829884	0,02144006	0,97552722	0,02447278
72	0,96746029	0,00912851	0,02341120	0,97343559	0,02656441
73	0,96467999	0,01004484	0,02527517	0,97157362	0,02842638
74	0,96112124	0,01108276	0,02779600	0,96891063	0,03108937
75	0,95762292	0,01222981	0,03014727	0,96659180	0,03340820
76	0,95362302	0,01351818	0,03285880	0,96391384	0,03608616
77	0,94919564	0,01496222	0,03584214	0,96102348	0,03897652
78	0,94349660	0,01661157	0,03989183	0,95688912	0,04311088
79	0,93601976	0,01850878	0,04547146	0,95095193	0,04904807
80	0,92630040	0,02069865	0,05300096	0,94273457	0,05726543
81	0,91712403	0,02309076	0,05978520	0,93592497	0,06407503
82	0,90637576	0,02579211	0,06783213	0,92795018	0,07204982
83	0,89464404	0,02878740	0,07656856	0,91975228	0,08024772
84	0,88019340	0,03215180	0,08765481	0,90938706	0,09061294
85	0,85894934	0,03604648	0,10500417	0,89209650	0,10790350
86	0,83897536	0,03989146	0,12113319	0,87861083	0,12138917
87	0,81929218	0,04337025	0,13733757	0,86840668	0,13159332
88	0,79642556	0,04594826	0,15762618	0,85818394	0,14181606
89	0,76663760	0,04628295	0,18707945	0,84496790	0,15503210
90	0,73458995	0,04087334	0,22453671	0,83726648	0,16273352
91	0,70261704	0,03714307	0,26023989	0,82879075	0,17120925
92	0,66791896	0,10103202	0,23104901	0,76895099	0,23104901
93	0,63040092	0,12762156	0,24197752	0,75802248	0,24197752
94	0,57420164	0,16721557	0,25858279	0,74141721	0,25858279
95	0,48975706	0,23551718	0,27472576	0,72527424	0,27472576
96	0,33302891	0,38582976	0,28114133	0,71885867	0,28114133
97	0,00000000	0,71107565	0,28892435	0,71107565	0,28892435
98	0,00000000	1,00000000	0,00000000	0,70514724	0,29485276
99	0,00000000	1,00000000	0,00000000	0,66973300	0,33026700
100	0,00000000	1,00000000	0,00000000	0,00000000	1,00000000
101	0,00000000	1,00000000	0,00000000	0,00000000	1,00000000