

Implicaciones en la Solvencia de las Aseguradoras Sanitarias de la Financiación del Modelo MUFACE.

Profesor: Dr. D. Luis Latorre Llorens

## **Implicaciones en la Solvencia de las Aseguradoras Sanitarias de la Financiación del Modelo MUFACE**

## Indice

1. RESUMEN .....	4
2. INTRODUCCIÓN.....	5
3. OBJETIVOS, ALCANCE Y DATOS .....	7
3.1. Planteamiento general .....	7
3.2. Alcance del estudio .....	8
3.3. Características y evolución histórica de las mutualidades administrativas.....	9
3.3.1. Rasgos característicos del sistema de mutualidades.....	9
3.3.1.1. Organización del sistema MUFACE .....	9
3.3.1.2. Condición de mutualista .....	10
3.3.1.3. Comparación MUFACE / Seguridad Social .....	13
3.3.1.4. Características notables de MUFACE .....	14
3.3.2. Origen.....	17
3.3.3. Evolución histórica.....	19
3.3.4. Situación actual .....	21
4. COMPONENTES DE LA EVOLUCIÓN DEL GASTO SANITARIO .....	23
4.1. Envejecimiento de la población .....	23
4.2. Efecto Steeping .....	27
4.3. Desarrollo de nuevas tecnologías.....	29
4.4. Incremento del PIB .....	31
4.5. Aumento de las fuentes de información.....	32
5. FINANCIACIÓN DEL MODELO SANITARIO:	
EVOLUCIÓN DE LA PRIMA .....	34
5.1. Sistema de financiación.....	34

5.2. Estudio de la prima.....	36
6. PROYECCIÓN DEL MODELO .....	42
6.1. Proyección demográfica.....	42
6.1.1. El método de los componentes .....	47
6.1.2. Evolución del colectivo por el método de los componentes .....	48
6.1.2.1. Primera etapa del método de los componentes .....	48
6.1.2.1.1. Población base o inicial.....	49
6.1.2.2. Segunda etapa del método de los componentes.....	54
6.1.2.2.1. Nacimientos.....	54
6.1.2.2.2. Mortalidad .....	62
6.1.2.2.3. Entrada/Salida del sistema .....	66
6.1.3. Proyección final demográfica del colectivo: Evolución de los componentes .....	66
7. PROYECCIÓN ECONÓMICA.....	68
7.1.1. El coste unitario .....	68
7.1.2. Modelización por Cubic Spline .....	71
7.1.3. Efecto Steeping.....	77
7.2. Proyección conjunta: el modelo final.....	83
8. PROPUESTAS PARA UN MODELO ESTABLE .....	88
9. CONCLUSIONES .....	90
10. BIBLIOGRAFIA .....	93
11. ANEXOS .....	99
11.1. Proyección demográfica.....	99
11.2. Programa de vbexcel –Cubic Spline-.....	103

# 1. RESUMEN

## Resumen

**Fundamento:** Las Mutualidades de funcionarios, proporcionan cobertura sanitaria integral, dando la posibilidad a los mutualistas de elegir entre proveedor público o privado. El objetivo de este trabajo es analizar la cartera de funcionarios de una entidad privada, y proyectar, con el actual sistema de pago capitativo, y teniendo en cuenta los cambios demográficos, los resultados financieros, y la sostenibilidad futura del sistema.

**Métodos:** A partir de la cartera de mutualistas analizada, se realizó una proyección demográfica del colectivo por edad y sexo a través del método de los componentes. Para ello se realizaron hipótesis sobre la natalidad, la mortalidad y las entradas/salidas del colectivo.

A la par de la proyección demográfica se analizaron los costes unitarios por edad y sexo del colectivo analizado, y se realizaron presunciones de variación de estos costes por el llamado efecto "Steeping", por otra parte y para eliminar las desviaciones aleatorias de la curva de costes, se modelizó mediante interpolación polinómica por medio de Cubic Spline.

**Resultados:** Se observó la nula incidencia en el desarrollo del colectivo, ante las distintas alternativas en torno a la evolución de la natalidad.

Hay que destacar la importancia del incremento de la población de mayores de 65 años, ya que el coste unitario para este segmento del colectivo es más elevado, y además crece más que proporcionalmente con respecto al resto de tramos de edad. La proporción del total de mayores de 65 años para el 2005 se sitúa en un 5,56%, y según la proyección realizada, en 2020 alcanza un 18,97%, con lo que los costes se elevarán debido al envejecimiento demográfico.

**Conclusiones:** Para que sea viable el Mutualismo Administrativo en el futuro, es necesario modificar el planteamiento económico del mismo con el actual sistema de pago capitativo, estableciendo sistemas de financiación que garanticen la suficiencia de prima ante las variaciones que afectan al coste sanitario.

Palabras clave: Información asimétrica, selección adversa, seguros de salud, pago capitativo

## Abstract

**Background:** MUFACE insurance system provides a comprehensive healthcare coverage, giving the possibility to the civil servants of choosing between public or private health care insurance.

The aim of this paper is to analyze a civil servants' portfolio in a private insurance company, and its future results, using the current system of community rating, and considering the demographic trends, the morbidity changes and the financial results for evaluating the future sustainability of the system.

**Methods:** Taking into consideration the civil servants portfolio, we analyzed the demographic projection of the group, by age and gender, using the components method. Hypotheses were realized considering the birthrate, the mortality and the flow (insured in and out) in the studied group.

At the same time, we studied the costs risk profile considering the risk factors, age and gender, of the analyzed group. We projected different hypothesis of variation of these costs using the so-called "Steeping effect". On the other hand, for eliminating the random deviations of the cost curve, we used a graduation procedure, adjusting a polinomial interpolation with a Cubic Spline technique.

**Results:** We obtained a minimal incidence in the development of the group, considering the different alternatives about the birthrate evolution.

It is necessary to emphasize the importance of the insured 65 and above, because the cost risk profile for this age bracket is higher, and its increase more than proportionally as regard the rest of age brackets. The proportion of 65 and above, for 2005, is around in 5,56 %, and according to the realized projection, in 2020 it will reach 18,97 %. For that reason the cost would rise due to the demographic ageing.

**Conclusions:** To be economically possible this system, based in a community rating, it is necessary to modify the economic approach, establishing funding mechanisms that guarantee the premiums principle of sufficiency.

**Keywords:** Asymmetric information, adverse selection, health care insurance, community rating.

## 2. INTRODUCCIÓN

El sistema de salud pública española contempla un régimen especial de seguridad social al que puede acceder el cuerpo de funcionarios.

La cooperación de la sanidad pública con la privada se realiza a través de mutualidades administrativas la cual más representativa de ellas es MUFACE (Mutualidad General de Funcionarios Civiles del Estado), por lo que al sistema se le ha dado en llamar “Sistema MUFACE”, aunque también participan de las mismas actividades Isfas (Instituto Social de las Fuerzas Armadas) y Mugeju (Mutualidad General Judicial).

Este sistema financiado mediante pago capitolativo resulta ser un sistema público de sanidad con proveedores privados en su mayor parte. Además el riesgo es soportado íntegramente por el sistema privado que participa en los conciertos, al que se impone la prima sin posibilidad de selección de riesgo, ya que la libre elección de entidad por parte del funcionario a la renovación anual del contrato, es una de las características del modelo.

Estas peculiaridades del sistema, unidas al incremento sucesivo del gasto sanitario por motivos demográficos y tecnológicos, hacen que los proveedores privados de las mutualidades administrativas sufran un estrangulamiento financiero, que de no plantear una modificación en la estructura de las primas abonadas a las compañías aseguradoras, harán inviable a medio largo plazo la continuidad de la asistencia a través de los agentes privados.

Por otra parte, El artículo **25.3 del texto refundido de la Ley de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados**, aprobado por Real Decreto Legislativo 6/2004, de 29 de octubre, establece el principio de suficiencia de prima; así, las tarifas de primas de las entidades aseguradoras han de ser suficientes, de tal modo que permitan a la entidad satisfacer el conjunto de las obligaciones derivadas de los contratos de seguro. Ante la falta de voz del sector privado en la fijación de la prima y su estructura, y el desconocimiento por parte de la Administración de los costes del riesgo, es muy probable que se quebrante el principio de suficiencia de prima que marca la ley, y que la prima no llegue al importe mínimo para soportar el riesgo, con lo que se invalidaría un sistema que hasta nuestros días ha demostrado su eficiencia para todas las partes implicadas en el mecanismo.

Por tanto, es necesario un replanteamiento del sistema de fijación de primas, teniendo en cuenta parámetros actuariales y estadísticos, y realizando un análisis técnico que garantice la continuidad en base a la evolución real de los costes asumidos por las compañías.

## 3. OBJETIVOS, ALCANCE Y DATOS

### 3.1. Planteamiento general

El objetivo del estudio es analizar el funcionamiento de las Mutualidades Administrativas, de forma que se observe su influencia en el sector privado, para identificar los obstáculos para su viabilidad futura y en consecuencia proponer alternativas que hagan de este modelo un procedimiento eficiente en el sistema de sanidad español.

Entre las finalidades del estudio se encuentran:

- Realizar un estudio detallado de los costes incurridos por la aseguradora y su relación con la edad y sexo de los asegurados.
- Definir la evolución demográfica del colectivo y los efectos de la misma en el gasto sanitario.
- Proyectar la suficiencia / insuficiencia de financiación del colectivo, en el futuro inmediato, para contrastar la validez temporal del modelo.

### 3.2. Alcance del estudio

El análisis técnico se centra en el colectivo MUFACE, ya que según el gráfico que se muestra a continuación, se trata de la mutualidad más representativa del sistema.



Fuente: elaboración propia a partir de las memorias de las Mutualidades

Para el estudio se cuenta con información del coste por edad y sexo de los asegurados de los años 2002 a 2005, de una de las compañías que participan en la suscripción de los conciertos de la Mutualidad General de los Funcionarios Civiles del Estado (MUFACE). A través de los datos de esta entidad aseguradora, que se toma como referencia, y que interviene en los conciertos del modelo MUFACE, se analizará la evolución financiera futura, mediante hipótesis económicas y demográficas, con lo que se podrá generalizar los resultados de este estudio al resto de entidades privadas que firman el concierto.

Por tanto, en este estudio, en lo sucesivo, se hará referencia a los mutualistas y beneficiarios que **pertenezcan a la entidad de referencia** como colectivo MUFACE.

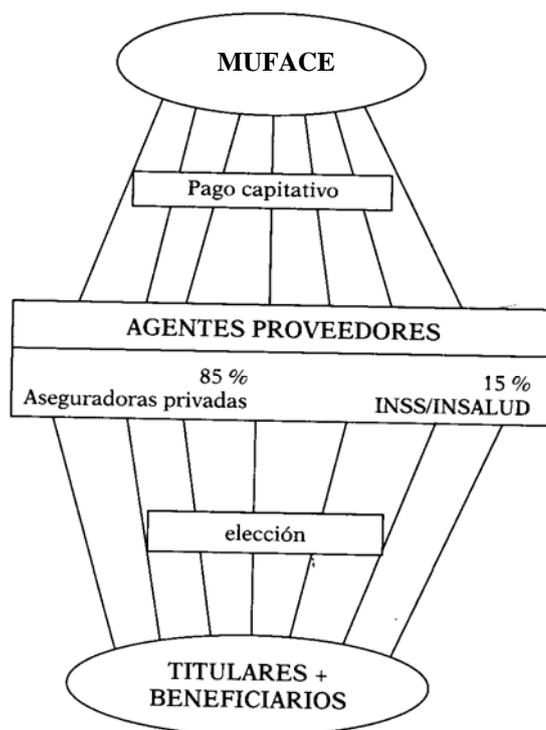
### 3.3. Características y evolución histórica de las mutualidades administrativas

#### 3.3.1. Rasgos característicos del sistema de mutualidades

##### 3.3.1.1. Organización del sistema MUFACE

MUFACE es un Organismo Público de la Administración del Estado, con personalidad jurídica y patrimonio propio, adscrito al Ministerio de Administraciones Públicas a través de la Secretaría de Estado para la Administración Pública, cuyo cometido es la gestión del Mutualismo Administrativo.

A continuación se muestra un gráfico que recoge una imagen general del funcionamiento del sistema MUFACE.



En realidad, MUFACE es un intermediario financiero que garantiza a los funcionarios una cobertura sanitaria integral, la cual es prestada por un conjunto de entidades de seguro, privadas y/o públicas, que firman con ella un contrato. Sólo existe una “aseguradora” pública, el Instituto Nacional de la Seguridad Social, cuya provisión de servicio se realiza a través de las distintas Comunidades Autónomas, (en lo sucesivo CCAA).

MUFACE y las otras dos mutualidades aludidas (ISFAS y MUGEJU) suscriben conciertos con aseguradoras privadas, que obligan a éstas a prestar cobertura de asistencia sanitaria a los funcionarios que opten por estas aseguradoras. Puede participar en el sistema cualquier aseguradora con capacidad para ofrecer cobertura sanitaria, que incluya una asistencia comparable a la del régimen general de la Seguridad Social.

El porcentaje de funcionarios que optan por las aseguradoras privadas para su provisión en asistencia sanitaria, pone de manifiesto el éxito obtenido por este sistema. Éste es, además, eficiente en términos económicos para el sistema público, ya que la prima por persona pagada a las aseguradoras es inferior al gasto por persona (excluyendo los gastos de farmacia) del Instituto Nacional de la Seguridad Social.

### **3.3.1.2. Condición de mutualista**

Para ser mutualista o beneficiario se requieren los siguientes requisitos:

TITULARES:

- Los funcionarios de carrera de la Administración Civil del Estado.

- Los funcionarios en prácticas, hasta la fecha de su toma de posesión como funcionarios de carrera. Los que no lleguen a alcanzar la condición de funcionarios de carrera causarán baja en la mutualidad.

Conservarán la condición de mutualista en alta obligatoria, con los mismos derechos y obligaciones que en la situación de servicio activo, los funcionarios cuando pasen a alguna de las siguientes situaciones:

- Servicios especiales.
- Servicios en comunidades autónomas.
- Expectativa de destino.
- Excedencia forzosa
- Excedencia por cuidado de familiares.
- Suspensión provisional o firme de funciones.

#### BENEFICIARIOS:

- El cónyuge, así como la persona que conviva con el mutualista en análoga relación de afectividad a la de cónyuge con los requisitos establecidos en el Régimen General de la Seguridad Social.
- Los descendientes, hijos adoptivos y hermanos. Los descendientes e hijos adoptivos podrán serlo de ambos cónyuges o de cualquiera de ellos, y los hijos también de la persona que conviva con el mutualista en análoga relación de afectividad a la de cónyuge. Excepcionalmente, los acogidos de hecho quedan asimilados, a estos efectos, a los familiares mencionados, previo acuerdo, en cada caso, de la Mutualidad General.

- Los ascendientes, cualquiera que sea su condición legal, e incluso adoptivos, tanto del mutualista como de su cónyuge, y los cónyuges por ulteriores nupcias de tales ascendientes.
- Cualquiera otra persona relacionada con el mutualista que se determine de acuerdo con lo dispuesto en el Régimen General de la Seguridad Social.

**Los requisitos que deben reunir los beneficiarios son los siguientes:**

- Vivir con el titular del derecho y a sus expensas. No se apreciará falta de convivencia en los casos de separación transitoria y ocasional por razones de trabajo, imposibilidad de encontrar vivienda en el nuevo punto de destino y demás circunstancias similares.
- No percibir ingresos por rendimientos derivados del trabajo, incluidos los de naturaleza prestacional, y/o del capital mobiliario e inmobiliario, superiores al doble del salario mínimo interprofesional.
- No estar protegidos, por título distinto, a través de cualquiera de los Regímenes que integran el sistema español de la Seguridad Social con una extensión y contenidos análogos a los establecidos en el Régimen General.

**Beneficiarios en caso de fallecimiento, separación, divorcio o nulidad de matrimonio del mutualista:**

- Los viudos y huérfanos de mutualistas, activos y jubilados, y de los funcionarios y pensionistas a que se refieren los apartados 2 y 3 de la disposición adicional tercera del texto refundido.

- El cónyuge que viva separado de un mutualista en alta o cuyo matrimonio haya sido declarado nulo o disuelto por divorcio, y los hijos que convivan con aquél.

### Incompatibilidad de Regímenes:

- Con un nuevo reconocimiento o mantenimiento de esa misma condición a título derivado de otro mutualista en el mismo ámbito.
- La condición de mutualista obligatorio.
- La pertenencia a otro régimen del Sistema de la Seguridad Social, ya sea como titular o beneficiario.
- La pertenencia a título propio al mutualismo administrativo o a otro régimen del Sistema de la Seguridad Social.

### 3.3.1.3. Comparación MUFACE / Seguridad Social

SEGURIDAD SOCIAL		MUFACE (Clases Pasivas)
ASISTENCIA SANITARIA	Prestación de servicios médicos y farmacéuticos en régimen de ambulatorio hospitalario y domiciliario	
	En sus instalaciones.	Mediante conciertos con la SS y entidades de seguro o de asistencia sanitaria
PRESTACIONES FARMACÉUTICAS	Gratuita en tratamientos hospitalizados y accidentes o enfermedad profesional	
	Gratuita para pensionistas. En activo, se paga el 40 % del valor de los medicamentos	Se abona el 30 % del valor de los medicamentos, tanto en situación de servicio activo como de jubilación
DENTARIOS	Sólo se contemplan para aquellos colectivos a los que su convenio dote de un fondo de ayudas sociales (por ejemplo, Personal Laboral al servicio de la Comunidad de Madrid)	Dentadura completa: 270,46 € Dentadura superior o inferior: 135,23 € Pieza (cada una):30,05 € Empaste (cada uno): 15,03 € Implante: 60,10 € Orotodoncia: 270,46 € Endodoncia: 30,05 €
OCULARES		Sólo se contemplan para aquellos colectivos a los que su convenio dote de un fondo de ayudas sociales (por ejemplo, Personal Laboral al servicio de la Comunidad de Madrid)

SEGURIDAD SOCIAL		MUFACE (Clases Pasivas)
<b>PRÓTESIS</b>	Prótesis quirúrgicas fijas, prótesis externas, órtesis, vehículos para inválidos y audífonos	Gafas: 33,06 € Gafas bifocales/progresivas: 60,10 € Telelupa: 150,25 € Sustitución cristal (lejos o cerca) : 12,02 € Sustitución cristal bifocal/progresivo: 24,04 € Sustitución cristal telelupa: 36,06 € Lentilla: 30,05 € Lentillas desechables: 60,10 € Lente terapéutica (cada una): 60,10 € Prisma: 30,05 €

Fuente: Normativa: Orden APU/2245/2005 de 30 de junio

### 3.3.1.4. Características notables de MUFACE

Los rasgos que describen el sistema son:

**Libertad de elección:** Los mutualistas, tienen la posibilidad de elegir entre el sistema público o el privado. En años anteriores el porcentaje de funcionarios rondaba el 86%, si bien en el ejercicio 2006, el 91% de los funcionarios se ha decantado por una de las nueve entidades privadas, que para este año son: Aegón, Adeslas, Asisa, Caser, DKV Seguros, Groupama, La Equitativa de Madrid, Igualatorio Médico Quirúrgico Colegial de Santander y MAPFRE Caja Salud.

**Selección anual:** Además de la libertad de elección entre ambos sistemas, todos los mutualistas tienen anualmente la posibilidad de cambiar el sistema de aseguramiento seleccionado, y si se decantan por el sistema privado se puede elegir la entidad privada que se prefiera.

**Pago Caputivo:** El sistema de financiación que se utiliza es de pago caputivo, mediante la aplicación de una prima fija para todos los mutualistas. Las aseguradoras mediante esta prima plana, soportan el riesgo que conlleva, las desviaciones aleatorias de siniestralidad por una parte, y el aseguramiento de un perfil de riesgo variable.

**Sin selección de riesgo:** Las compañías de seguros no seleccionan el riesgo, su concierto con las mutualidades lo impide. Son inciertos los comentarios de algunos autores PUIG, J. (1999)<sup>1</sup> y RICO, A. (2000)<sup>2</sup> sobre la selección por parte de las entidades privadas de un colectivo más “sano” de buenos riesgos; mientras que el sistema público atiende a los “malos” riesgos; esta teoría carece, además, de resultados que lo avalen; por otra parte, los datos de las propias Mutualidades demuestran exactamente lo contrario. La edad media del colectivo adscrito a las compañías es superior en más de dos años a la de los que eligen la sanidad pública. Y el porcentaje de mayores de 65 años en compañías supera el 10% del colectivo adscrito a ellas, frente al 5,8% de mayores de 65 años que tiene el de la sanidad pública. La explicación de la selección del sistema público está en aquellas zonas geográficas donde la provisión sanitaria privada es insuficiente para satisfacer las necesidades de los usuarios.

**Control financiero:** Se establece un coste cerrado y cierto y, por tanto, fácil de presupuestar y luego de realizar sin riesgo de déficit para el Estado.

---

<sup>1</sup> PUIG, J. (1999) .Managing Risk selections incentives in health sector reforms .International journal of health plannign and managment .Barcelona

<sup>2</sup> RICO, A. (2000) .Health care systems in transition: Spain .European Observatory on Health Care Systems .Copenhage

**Transferencia de riesgo:** Las entidades aseguradoras son las que soportan todo el riesgo financiero derivado de la variabilidad de los costes, ya estén vinculados a factores de eficiencia en la gestión, a factores inherentes al estado de salud de los beneficiarios, a su edad o al lugar de residencia.

**Cobertura similar al Sistema Nacional de la Seguridad Social:** Las coberturas o prestaciones sanitarias ofrecidas por las compañías privadas son como mínimo las mismas que ofrece la seguridad social en la cobertura pública universal.

**Sistema de pago por acto:** En el caso de las entidades aseguradoras, se ofrece una asistencia sanitaria a través de servicios privados, donde el pago al médico se realiza mediante pago estancia/proceso. Así, con este sistema retributivo, la calidad de la asistencia resulta favorecida al incentivar al médico a asistir al paciente.

**Libre elección de proveedor y centro sanitario:** Los beneficiarios de esta prestación, en el caso de recibir su asistencia a través de aseguradoras privadas, tienen garantizada una oferta de servicios en régimen de libre elección tanto de centro, como de proveedor sanitario, alcanzando esta libre elección a la totalidad de los profesionales recogidos en los cuadros médicos de la entidad aseguradora.

**Sin demoras:** Los beneficiarios de MUFACE disfrutan, además, de acceso directo y elección efectiva, tanto de asistencia primaria como de facultativo especialista, de entre los que figuran en los servicios recomendados de la entidad en todo el territorio

nacional. Este libre acceso genera una mayor rapidez y comodidad en la obtención del servicio y, en la solución del problema médico.

**Satisfacción del mutualista:** Se logra la satisfacción del usuario, como lo prueba el alto porcentaje de funcionarios que optan por aseguradoras privadas, manteniendo este porcentaje desde el momento del comienzo de las mutualidades, lo que constituye un dato incuestionable sobre su preferencia.

El sistema objeto de nuestro estudio “El modelo MUFACE” se puede considerar una excepción del modelo general en España que se encuadra dentro del sistema suplementario, donde el sistema público ofrece a todos los ciudadanos el cien por cien de la cobertura sanitaria.

### **3.3.2. Origen**

Para buscar los antecedentes del mutualismo hay que retrotraerse al siglo XVIII, época en la que el régimen de previsión para los funcionarios tiene sus primeras manifestaciones. En el año 1835 se adopta por primera vez el principio de “estatificación”; se superan así viejos conceptos de naturaleza benéfica o graciable por parte del Estado y las pensiones pasivas comienzan a contemplarse en los presupuestos del Ministerio de Hacienda y en la Tesorería General. Pero no es hasta los años veinte del pasado siglo cuando comienzan a proliferar buen número de entidades de carácter asistencial, bajo diversos títulos como montepíos, mutualidades y otras denominaciones.

Con el paso del tiempo estas entidades siguen creciendo en paralelo a las necesidades de protección familiar y sanitaria de los trabajadores. Así, en el año 1975 había en nuestro país un total de 65, que agrupaban, entre otros, a 300.000 funcionarios de diferentes colectivos. Estaban clasificadas en tres grandes grupos: las de carácter exclusivo y único, dirigidas a la prestación para un ministerio; las de carácter exclusivo pero discriminatorio, según al cuerpo al que perteneciesen los funcionarios adscritos; y las de carácter no exclusivo, que trabajaban para diferentes ministerios y organismos públicos

A partir de la aprobación de la Constitución de 1978 se realizan reformas en la Seguridad Social a través del Real Decreto Ley 36/78, de 16 de noviembre de gestión institucional de la Seguridad Social, que procede a la racionalización de la gestión y a democratizar su funcionamiento; en virtud de los compromisos surgidos de los pactos de la Moncloa, así por la ley 29/1975 del 27 de junio sobre Seguridad Social de los funcionarios civiles del estado se crea MUFACE, organismo autónomo dependiente del Ministerio de la Presidencia para implantar, gestionar y desarrollar un nuevo sistema de seguridad social en el ámbito de la Administración civil del Estado, con lo que se crea una mutualidad única.

Los conciertos de funcionarios nacen con la Ley de 27 de junio de 1975 sobre seguridad Social de los Funcionarios Civiles, cuyo el artículo 19, establece que la asistencia sanitaria se facilitará por la Mutualidad General de Funcionarios Civiles de Estado (MUFACE) bien directamente o por concierto con otras entidades o establecimientos públicos o privados.

Los conciertos con instituciones sanitarias privadas nacieron como una solución temporal y a extinguir para cubrir la insuficiencia de medios sanitarios públicos en los orígenes del actual sistema de seguridad social. Sin embargo, a lo largo del tiempo los conciertos se han convertido en algo duradero e imprescindible para la prestación efectiva de los servicios sanitarios por las entidades gestoras de la seguridad social.

### **3.3.3. Evolución histórica**

En 1977, pocos meses después de quedar los funcionarios adscritos a las tres primeras entidades de seguro concertadas por MUFACE –Sanitas, Asisa y Adeslas–, se abrió la posibilidad de poder cambiar a la red sanitaria pública, aunque sólo un reducido porcentaje eligió dicha alternativa. Esta tendencia se ha mantenido invariable a lo largo de los años.

Por otro lado, los servicios sanitarios cubiertos se homologaron a los del Régimen General de la Seguridad Social, servicios que han estado en continua evolución durante estos cinco lustros.

Para poder atender a un colectivo cada vez más amplio y disperso por toda la geografía española, a comienzos de los ochenta –entre 1978 y 1982– MUFACE aboga por la descentralización. Se articulan en ese momento los mecanismos necesarios para que el organismo pueda disponer de un contacto directo en cada una de las provincias españolas y se crean los servicios provinciales y las oficinas delegadas, a las que los mutualistas pueden dirigir sus gestiones. Al objeto de que puedan actuar en todos los ámbitos, se unifican un conjunto de instrucciones para todo el territorio y a dichos

servicios se delegan las competencias que hasta ese momento se gestionaban de forma centralizada.

El nuevo modelo permite una relación más cercana con los usuarios, de tal forma que los servicios provinciales son los encargados de cursar ante el organismo cualquier reclamación de los mutualistas. A este respecto, los datos indican que el porcentaje de reclamaciones es mínimo, en torno a un 1 por 100, mientras que más de un 85 por 100 se han estimado en sentido positivo para el mutualista. Estas cifras son reveladoras, ya que las reclamaciones presentadas por los asegurados son un elemento imprescindible para el seguimiento y cumplimiento de los conciertos.

### **3.3.4. Situación actual**

En estos cinco lustros la actividad del organismo no ha dejado de crecer y hoy sus programas dan respuesta a las necesidades de 779.021 mutualistas y 827.520 beneficiarios.

Las razones del buen funcionamiento están en parte ligadas a las deficiencias de la sanidad pública; fundamentalmente la masificación, las listas de espera, etc. Pero por otro están las ventajas específicamente derivadas de las características del aseguramiento privado:

- Libertad de elección de médico, especialista y centro.
- Mayor rapidez y comodidad en la obtención del servicio y, en la solución del problema médico.
- La actual capacidad de la sanidad privada para resolver problemas médicos con altos requerimientos técnicos y/o de costes, debido a su capacidad de gestión y financiera.
- El confort que significa la utilización de clínicas privadas, con habitación individual y cama de acompañante.
- La posibilidad de acudir a servicios ajenos, públicos o privados, en caso de urgencia vital o denegación injustificada de asistencia.
- La oferta complementaria de asistencia odontológica.

Principios característicos de MUFACE son la calidad en la asistencia y la libertad de elección, ya que los mutualistas pueden elegir tanto la entidad prestataria como los

médicos y hospitales de su preferencia. Para ello llega a acuerdos con las entidades, establece las reglas del sistema, controla la calidad de la asistencia, actúa de intermediaria en los conflictos entre mutualistas y entidades y gestiona directamente otras prestaciones.

## 4. COMPONENTES DE LA EVOLUCIÓN DEL GASTO SANITARIO

### 4.1. Envejecimiento de la población

El envejecimiento de la población es hoy día el gran reto de cualquier sistema sanitario de los países desarrollados.

El cambio demográfico ocurrido en los últimos tiempos, y que tiene como consecuencia el envejecimiento de la población, es fruto de una transición demográfica en la que se pasa de una sociedad primitiva con una tasa de natalidad y mortalidad alta a una sociedad moderna con una tasa de natalidad y mortalidad baja.

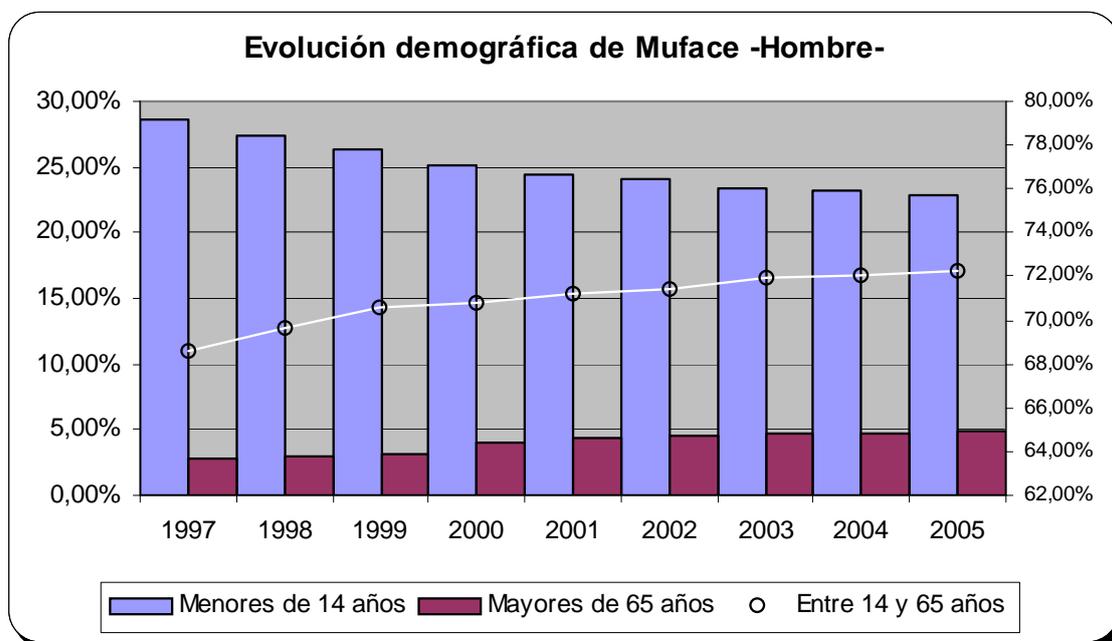
En demografía se han realizado distintas hipótesis sobre la orientación que lleva la transición demográfica; al margen de las posibilidades en cuanto a la evolución de la estructura poblacional, hay un hecho cierto y verificado, y es el sorprendente aumento de la esperanza de vida de la población. A cambio, dada la explosión de las edades avanzadas, nuevas causas de morbilidad han aparecido, o se han generalizado causas de morbilidad hasta hace unos lustros restringidas a los pocos casos de alta longevidad.

El espectacular aumento de la supervivencia constituye uno de los actuales fenómenos demográficos más importantes en cuanto a sus consecuencias. La causa del crecimiento de la esperanza de vida es el retroceso que se ha dado en la mortalidad, en un principio entre la población infantil, y después, estas últimas décadas, en la población madura y

anciana. Si la caída de la mortalidad infantil hasta cifras casi inmejorables en los llamados países desarrollados, hizo que la muerte de un niño se convirtiera en algo excepcional, el retroceso de la mortalidad a edades maduras y avanzadas está produciendo también el mismo efecto en la población adulta: cada vez están sobreviviendo a los 65 años más efectivos de cada generación.

Por tanto, la evolución del porcentaje de personas de 65 y más años proporciona una buena medición de la evolución del envejecimiento en la población. Todo lo que contribuya a disminuir la proporción de niños y jóvenes hace aumentar automáticamente la proporción de adultos y ancianos, y al contrario.

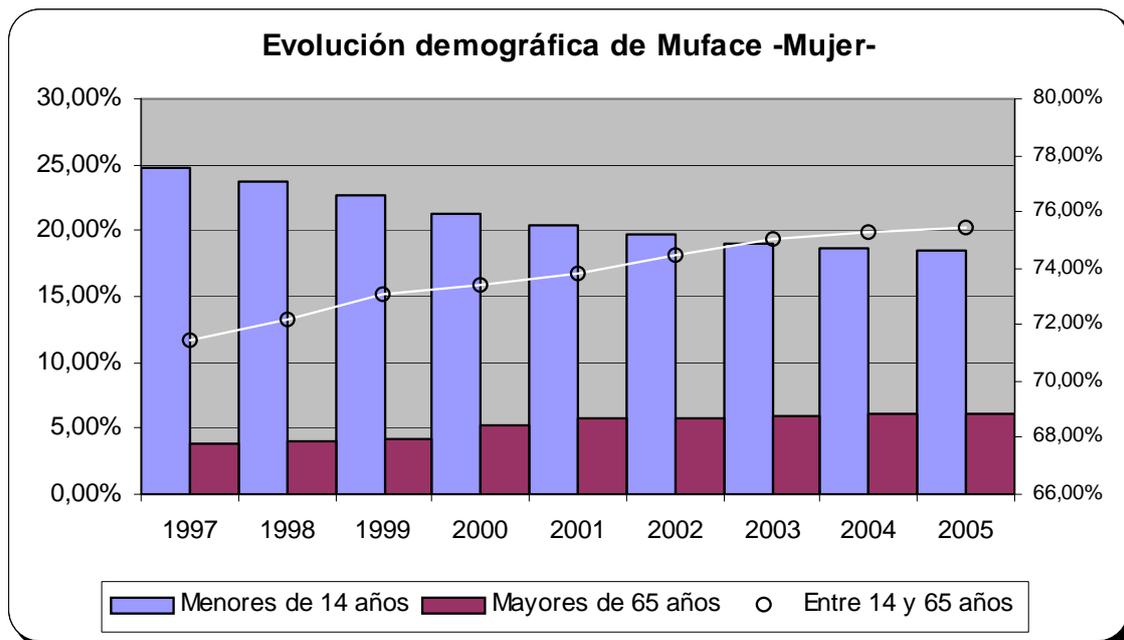
Este envejecimiento también se muestra en el colectivo MUFACE, y se muestra a través de los siguientes gráficos.



Fuente: elaboración propia

Se observa cómo la proporción de hombres mayores de 65 años se va incrementando, mientras que la proporción de los menores de 14 años va disminuyendo.

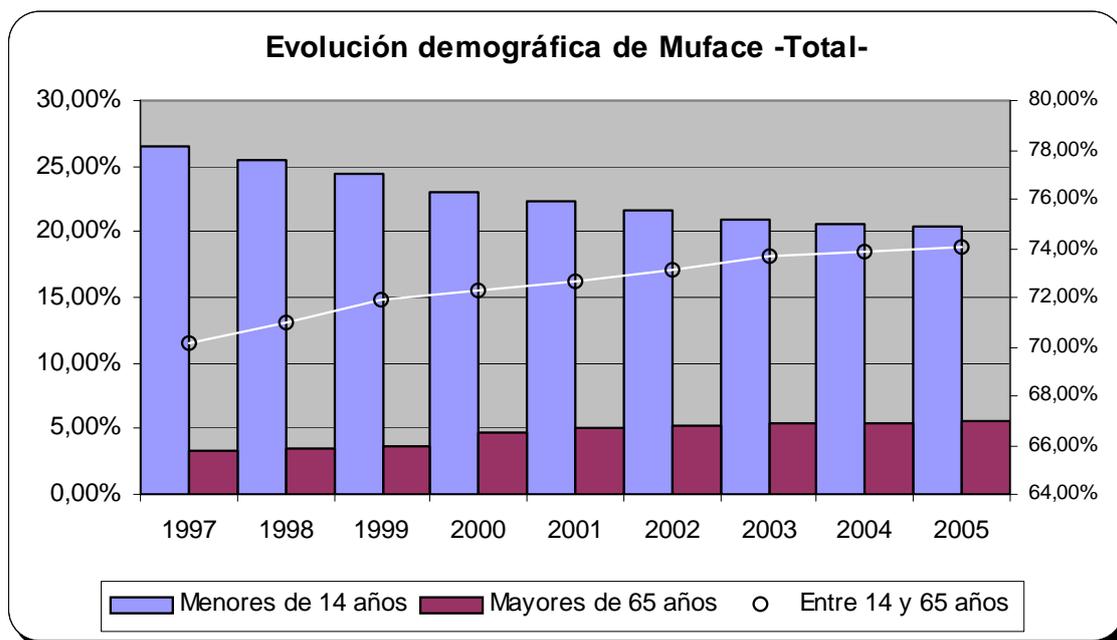
A continuación se muestra el gráfico en el caso del sexo femenino.



Fuente: elaboración propia

En las mujeres la proporción de menores de 14 años es menor que en los hombres; sin embargo el porcentaje de mayores de 65 años es incluso ligeramente más elevado.

El global de la población por año y tramos de edad se muestra en el siguiente gráfico.



Fuente: elaboración propia

En este gráfico se observa el paulatino envejecimiento poblacional en el colectivo MUFACE; entre los factores que afectan a este fenómeno está la disminución progresiva de los menores de 14 años y el incremento de los mayores de 65 años.

En todos los casos se observa una disminución del porcentaje de la población de edades menores y un incremento de las personas mayores, con lo que estos dos efectos demuestran el evidente envejecimiento del colectivo MUFACE.

## 4.2. Efecto Steeping

El envejecimiento de la población, es sin duda el hecho más claro en las estructuras poblacionales actuales, pero asociado a este efecto se produce el llamado efecto “Steeping”, es decir, en las personas mayores, no sólo el gasto sanitario es más elevado, sino que el incremento del mismo a través de los años crece más rápidamente que en las personas jóvenes, según BUCHNER, F. ; WASEM, J. (1999)<sup>3</sup> demuestra para la década de los 80 y 90 del siglo XX para los datos de la principal aseguradora privada en Alemania DKV .

A continuación vamos a observar los factores que desencadenan este efecto:

- Un cambio en el comportamiento de la morbilidad puede ocasionar un incremento más elevado en el gasto en asistencia médica para las personas mayores, sobre todo cuando las enfermedades crónicas aumentan más en la población de mayores que para el resto; también es posible que la aparición de multi-morbilidad en el anciano conduzca a un aumento del número y la intensidad de intervenciones en comparación con el joven.
- Hay pruebas de que las personas que viven solas, usan más servicios de asistencia médica y causan un gasto más alto que personas que viven en familias, siendo este un hecho en creciente aumento en las sociedades de países desarrollados.

---

<sup>3</sup> BUCHNER, F. ; WASEM, J. (1999) .“ Steeping” Of Health Expenditure Profiles .Paper Series Essen University No. 139. .Alemania

- Los cambios tecnológicos podrían repercutir de forma diferente para el joven y el anciano: POLDER, J.J. Et.al. (2002)<sup>4</sup> concluye para datos holandeses que en años más jóvenes el cambio tecnológico causa una reducción relativa de gastos de cuidado agudos, mientras para más viejos es causa creciente de intervenciones y aumento per cápita el gasto.

---

<sup>4</sup> POLDER, J.J. Et.al. (2002). Age specific increases in health care costs. European Observatory on Health Care Systems.Copenhage

### **4.3. Desarrollo de nuevas tecnologías**

Antes de analizar este punto debemos exponer claramente qué entendemos por tecnologías en sanidad. Esta abarca los instrumentos, técnicas, equipos, dispositivos, medicamentos, procedimientos médicos y quirúrgicos, programas sanitarios y sistemas de información destinados a prevenir, diagnosticar y tratar afecciones específicas a rehabilitar a quienes las padecen, y a mejorar la calidad de vida de las personas y la comunidad.

La evolución tecnológica tiene lugar en prácticamente todos los ámbitos de la sanidad, desde los procedimientos quirúrgicos hasta los aparatos de diagnóstico, sin olvidar los aspectos organizativos y de gestión del sistema sanitario. Esta omnipresencia de la tecnología se deja sentir, lógicamente, tanto en la calidad de la atención y de los resultados sanitarios como en el coste de los servicios.

El problema del incremento de costes generado por la aplicación de nuevas tecnologías se agudiza cuando la incorporación de una determinada tecnología no es precedida de una evaluación rigurosa y objetiva, basada en los criterios de seguridad, eficacia, eficiencia e incluso equidad. La consecuencia es que muchas veces la incorporación de nueva tecnología no es sustitutiva de la existente, sino que se limita a incorporar muy poco valor adicional.

- Las grandes diferencias en la intensidad con que muchas tecnologías se emplean en países distintos, normalmente sin diferencias sustanciales en los resultados, indican que

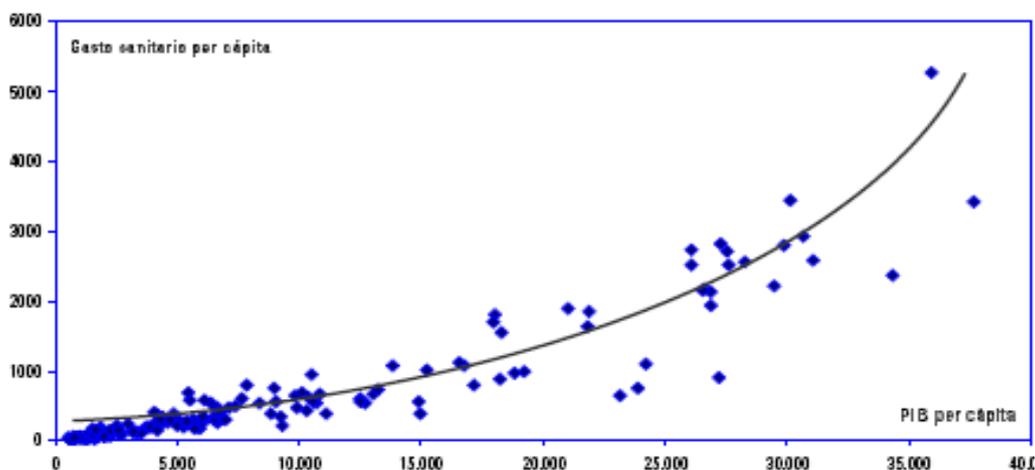
hay una incertidumbre considerable sobre el uso adecuado de esas tecnologías. La falta de análisis previos rigurosos explica también que la tecnología puede llegar a adoptarse sin una suficiente valoración de las necesidades que conlleva en términos de mantenimiento y personal cualificado, lo que le resta eficacia sanitaria a la vez que incrementa los costes.

- Además, puede ocurrir que una mejora tecnológica reduzca el coste por paciente, pero que su incorporación aumente el número de posibles usuarios, incrementando así el Coste total.
- Finalmente, es asimismo posible que los profesionales médicos recurran a las tecnologías más caras incluso en los casos en que un análisis de coste-efectividad recomendara lo contrario. El problema radica en que, por la acción de muy diversos incentivos, estos profesionales no tienen suficientemente en cuenta los costes de una nueva tecnología, valorando mucho más los beneficios de su uso, por muy marginales que éstos sean.

#### 4.4. Incremento del PIB

A medida que las sociedades se hacen más ricas, se va produciendo un imparable incremento del gasto relativo en sanidad.

Así, como puede observarse en el gráfico que se muestra a continuación, las diferencias en PIB per cápita explican un porcentaje elevado de las diferencias en gasto sanitario per cápita; a mayor renta individual, mayor gasto individual en sanidad. Esta relación por el lado de la demanda parece indiscutible. La gente tiende a ocuparse más de su salud conforme disfruta de un mayor nivel de vida porque, entre otras cosas, la salud es un prerequisite para preservar dicho bienestar.



Fuente: CIRCULO DE EMPRESARIOS (2006).Un sistema sanitario sostenible. Madrid

#### **4.5. Aumento de las fuentes de información**

El incremento de la demanda derivado del mayor nivel de riqueza se ve agudizado por la mejora en las fuentes de información de que disponen hoy los pacientes. Los médicos van perdiendo progresivamente su papel de principal fuente de conocimiento. Los pacientes están más informados y exigen una mayor participación en las decisiones médicas, lo que modera algunos de los problemas derivados de la asimetría de la información. Gracias al avance de las tecnologías de la comunicación, los pacientes disfrutan de un acceso fácil a grandes cantidades de información relativas a la salud. Aumentan así sus conocimientos y no dudan en reclamar al sistema de salud la mejor atención posible para sus necesidades individuales. Y sus reclamaciones adquieren fuerza a medida que se extiende el fenómeno del asociacionismo y se potencia la representatividad de las organizaciones de pacientes.

Estos cambios en la relación de agencia entre médico y paciente no están libres de los importantes riesgos que nacen del manejo inadecuado de una ingente cantidad de información. La relación puede verse perjudicada para ambas partes si el paciente cuestiona en exceso la capacidad o las decisiones de los facultativos, lo que incrementa el grado de insatisfacción con la asistencia sanitaria. Algo similar ocurre cuando tecnologías poco efectivas o fuera del alcance del sistema despiertan un optimismo excesivo. Con relación a este peligro, un fenómeno de cuyo potencial daño para la sostenibilidad del sistema ya alertan los especialistas es el llamado “consumismo médico”. Los pacientes exigen servicios y garantías igual que lo harían con cualquier producto de consumo. Demandan, por ejemplo, la aplicación de las terapias más caras y sofisticadas, por creerlas siempre mejores aunque no lo sean realmente.

Los profesionales pueden acceder a esas demandas por muchas razones: desde la insistencia de los pacientes hasta el temor a reclamaciones y quejas posteriores (en algunos casos puede llegar a materializarse en procesos judiciales), pasando por la ausencia en los médicos de incentivos personales para evitar al sistema gastos innecesarios. En este sentido, hay que recordar que la sostenibilidad del sistema sanitario está condicionada por otra relación de agencia: el médico (agente) toma decisiones de gasto de cuya financiación no responde.

## 5. FINANCIACIÓN DEL MODELO SANITARIO: EVOLUCIÓN DE LA PRIMA

### 5.1. Sistema de financiación

MUFACE para el cumplimiento de sus fines, cuenta anualmente con un presupuesto que se financia de la siguiente manera:

- Con las cotizaciones de los mutualistas.
- Con la aportación del Estado (que aproximadamente es el triple del importe obtenido por las cotizaciones de los mutualistas).
- Con la subvención del Estado, que fundamentalmente financia el déficit que anualmente se produce en el fondo especial de MUFACE.
- Con otros ingresos de diversa índole (rendimientos de cuentas y valores, ingresos patrimoniales, etc.).
- Con el remanente de tesorería, la distribución aproximada es:

Cotizaciones de mutualistas: 20%

Aportación del Estado: 61%

Subvención del Estado: 7%

Otros ingresos: 2%

Remanente de tesorería: 10%.

Por el contrario, el Sistema Nacional de Salud se nutre por una financiación que, desde 1999, se realiza exclusivamente a través de los Presupuestos Generales del Estado, tal y como establece la Ley General de Sanidad.

Íntimamente ligada con el sistema de financiación destaca una importante diferencia en cuanto a las prestaciones cubiertas. Mientras que en el resto de la población, la financiación de la prestación sanitaria sigue diferente vía que la de otras prestaciones sociales (por ejemplo, las pensiones), la financiación de MUFACE debe cubrir tanto la prestación de asistencia sanitaria como la del resto de prestaciones cubiertas por la seguridad social.

## **5.2. Estudio de la prima**

El pago de MUFACE a la aseguradora elegida por el mutualista se basa en un criterio capitolativo, mediante una única prima anual por persona. Es un pago prospectivo puro o sin ajuste.

Las compañías de seguros, ofrecen una asistencia sanitaria exclusivamente a través de servicios privados. Las condiciones del contrato que éstas mantienen con MUFACE, sobre todo en lo referente al catálogo de prestaciones y número mínimo de servicios, hacen que sea muy importante el número de médicos que mantienen una relación contractual con dichas compañías, y que la facturación media de éstos sea baja, lo que obliga a mantener básicamente un pago por acto. El sistema de pago a proveedores vía pago por acto se caracteriza por generar un incremento en la frecuentación respecto al sistema de pago capitolativo. Esto se produce ya que una de las características que afectan al establecimiento de la prima en el modelo MUFACE, es que se observa asimetría de la información entre el regulador (MUFACE) y los proveedores o compañías de seguros. Este hecho se basa en que el regulador desconoce la composición y peso de los costes de las entidades, siendo MUFACE quien de forma unilateral fija el precio de la asistencia sanitaria.

A lo largo de los últimos diez años la prima por la que licitan las aseguradoras en los conciertos se ha incrementado de una forma lineal, sin tener en cuenta los factores de riesgo usualmente utilizados en el seguro de asistencia sanitaria, y que intervienen decisivamente en el coste, como son la edad y el sexo. Este sistema de financiación es especialmente inadecuado en el caso de variaciones demográficas en que los riesgos

más gravosos incrementen su exposición, como es el caso del envejecimiento de la población producido en los últimos tiempos con la transición demográfica.

Ante modificaciones de las variables que están íntimamente relacionadas con el incremento de los costes, se pueden encontrar varias opciones para su adecuación. Se puede realizar un estudio de la evolución de la composición de los riesgos en cada periodo, y ajustar un pago caputivo único para el total del colectivo, o bien una manera más sencilla es ajustar la prima a cada tipología de riesgo.

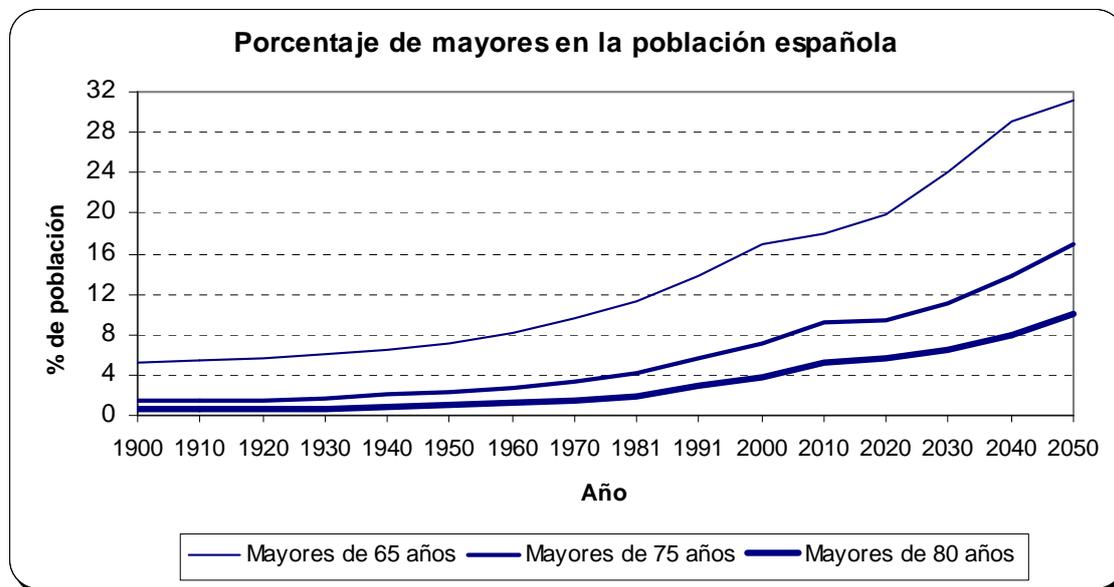
En el concierto del ejercicio 2006 se dio un paso decisivo a este respecto, ya que en este momento se diferencia el importe abonado por MUFACE por razón de personas menores de 65 años y por otro lado un incremento distinto y superior para los mayores de esta edad. Esta medida conlleva una adecuación más ajustada del gasto, ya que es un hecho sobradamente conocido que el gasto sanitario de las personas mayores es, en términos relativos, muy superior al del resto de la población. No existen estadísticas del gasto en sanidad de las personas mayores (65 años o más): las estimaciones se han efectuado con base en estudios concretos: El trabajo realizado GARCIA, P.;TOVAR, S (1992)<sup>5</sup>, pondera el gasto de una persona mayor en tres veces más que una de menos de 65 años. En otro trabajo VICÉNS, J (2005)<sup>6</sup>, el índice de ponderación resulta 6,06.

---

<sup>5</sup> ) GARCIA, P.;TOVAR, S (1992) .¿Cuál es la relación que existe entre los que gasta en sanidad una persona de 65 años o más con respecto al resto de la población?. Departamento de Economía y Hacienda Pública, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Autónoma de Madrid. Madrid

<sup>6</sup> VICÉNS, J (2005) .Impacto Económico de la Inmigración sobre el Mercado Laboral .Centro Gauss .Madrid

Por otra parte podemos comprobar en el gráfico siguiente la evolución del envejecimiento desde comienzos del siglo XX y su proyección a los próximos.



Fuente: Elaboración propia a partir de INE: *INEBASE*

Quizá el primer modelo que surge al pensar en el establecimiento de la prima para el colectivo de funcionarios es el coste que soporta la sanidad pública en su actividad. Es cierto que los proveedores del sistema MUFACE ofertan como mínimo las mismas coberturas que brinda el sistema nacional de salud, siendo esto uno de sus requerimientos necesarios, pero hay peculiaridades en la elección de sanidad privada que hacen que se distancien los costes de ambas modalidades sanitarias, entre las que podemos destacar:

- El sistema nacional de salud ve reducido su coste medio debido a la doble cobertura que origina la convivencia de cobertura universal del sistema sanitario público, con la adquisición del seguro privado. Aproximadamente el 15% de los españoles optan por la

sanidad privada, lo que, obviamente reduce la tensión económica para el sistema público.

- En la sanidad pública la asistencia primaria constituye la puerta de entrada al sistema sanitario y el filtro para el acceso a la atención especializada, mientras que el proveedor privado ofrece libre acceso a los facultativos especialistas, lo que incrementa el gasto sanitario.

- En la relación entre paciente y facultativo del sistema sanitario privado, se producen problemas de asimetrías en la información, que hacen referencia a la poca información que posee el paciente con respecto al facultativo sobre diversos aspectos: diagnóstico, tratamientos alternativos, resultados que podrían esperarse y costes del tratamiento entre distintos proveedores GISBERT, R (2002)<sup>7</sup>. Así, con unos honorarios por acto médico, el proveedor tendría incentivos para manipular tal información a favor de otra compra de servicios (de curación o tratamiento) que resultaría en una ineficiencia económica. Tales estímulos son inexistentes para los facultativos de la sanidad pública.

- El pago de la asistencia privada se basa en el pago caputivo, mediante una prima única anual por persona, siendo un pago prospectivo puro o sin ajustes, con lo que se garantiza la estabilidad económica de la mutualidad, ya que las aseguradoras soportan todo el riesgo. En el caso del sistema nacional de salud, la prestación sanitaria se lleva a cabo sólo a través de servicios autonómicos de salud, sometidos todos ellos a la

---

<sup>7</sup> GISBERT, R (2002) .Economía y salud .Masson .Barcelona

variabilidad del cumplimiento presupuestario, sin garantizar al sistema la estabilidad financiera de la que dispone MUFACE.

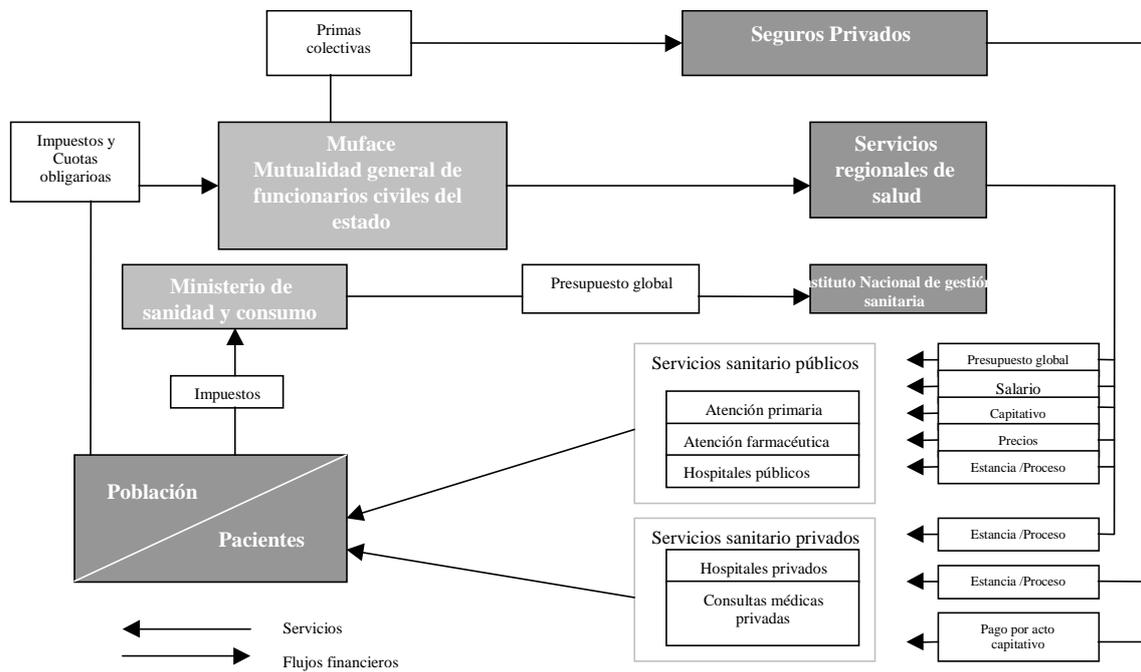
A pesar de todas las circunstancias que favorecen la minoración del gasto a favor del sector público, la realidad es que el gasto del sistema nacional de salud por persona, es superior a las primas fijadas en los convenios de MUFACE. A continuación se muestran los datos donde se comparan las primas de MUFACE con el gasto de la sanidad pública por persona.

Datos en Euros	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Prima MUFACE	263	280	301	319	343	361	378	396
Gasto sanitario público sin farmacia	338	361	410	428	464	492	522	549
<b>Diferencial MUFACE SNS (%)</b>	<b>28,8%</b>	<b>28,8%</b>	<b>36,1%</b>	<b>34,4%</b>	<b>35,2%</b>	<b>36,5%</b>	<b>38,0%</b>	<b>38,6%</b>

El gasto sanitario público únicamente recoge la parte financiada por el Insalud, y no el gasto correspondiente a aquellos hospitales y servicios provinciales o autonómicos que prestan sus servicios en regiones Insalud.

Como se puede comprobar, se produce un diferencial creciente a lo largo de los años que genera una distancia más amplia, pasando de un 28,8% en el 1993 al 38,6% en el año 2000.

A continuación se muestra el entramado del sistema sanitario español



Por otro lado, una prima fija para todos los afiliados no permite satisfacer el objetivo de eficiencia. La prima actual no es eficiente porque no presenta ningún factor de corrección respecto al riesgo de enfermar que presentan los mutualistas. Así los resultados de las diferentes compañías aseguradoras están íntimamente ligados a las características del colectivo asegurado.

## 6. PROYECCIÓN DEL MODELO

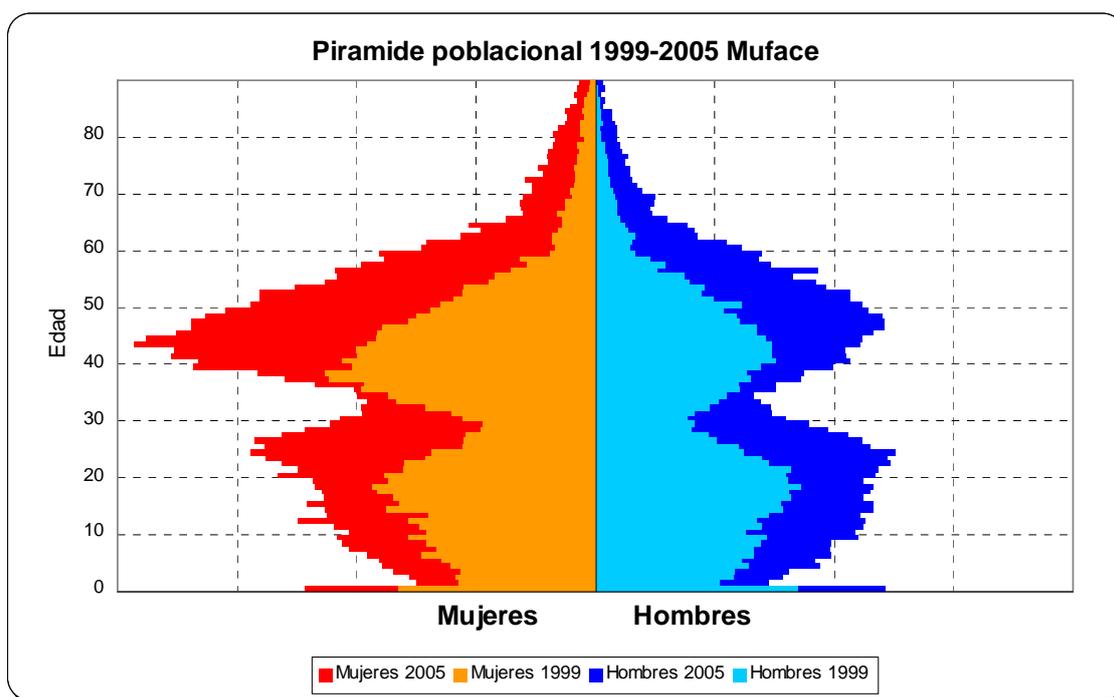
### 6.1. Proyección demográfica

Como ya se ha comentado en anteriores epígrafes, el factor demográfico juega un papel decisivo en el futuro del gasto sanitario, por lo que es muy importante para plantear el futuro del modelo, analizar su comportamiento y evolución a lo largo del tiempo. Así es necesario proyectar el número de mutualistas y su composición edad-sexo. Por otro lado se examinan los costes futuros, lo que permitirá analizar la viabilidad futura del sistema. Para conseguir estos objetivos, se realizan hipótesis de incremento de primas según la evolución de las últimas décadas.

Para comprobar la necesidad de analizar las variables, que pueden influir en el incremento del coste futuro, se realiza un análisis de la evolución de los aspectos demográficos y los costes, que nos ayuden a justificar la necesidad de un análisis a futuro.

Las variables que se van a proyectar presentan una estabilidad o inercia en el tiempo, y se transforman lenta y gradualmente, por lo que presentan poca incertidumbre a medio y corto plazo. Sin embargo, cualquier error de rumbo, si se mantiene por un tiempo suficiente, provoca errores en las previsiones, por lo que las predicciones deben ser revisadas y corregidas periódicamente.

En el siguiente gráfico, a través de la pirámide poblacional se observan los movimientos para el colectivo MUFACE entre los años 1999 y 2005.



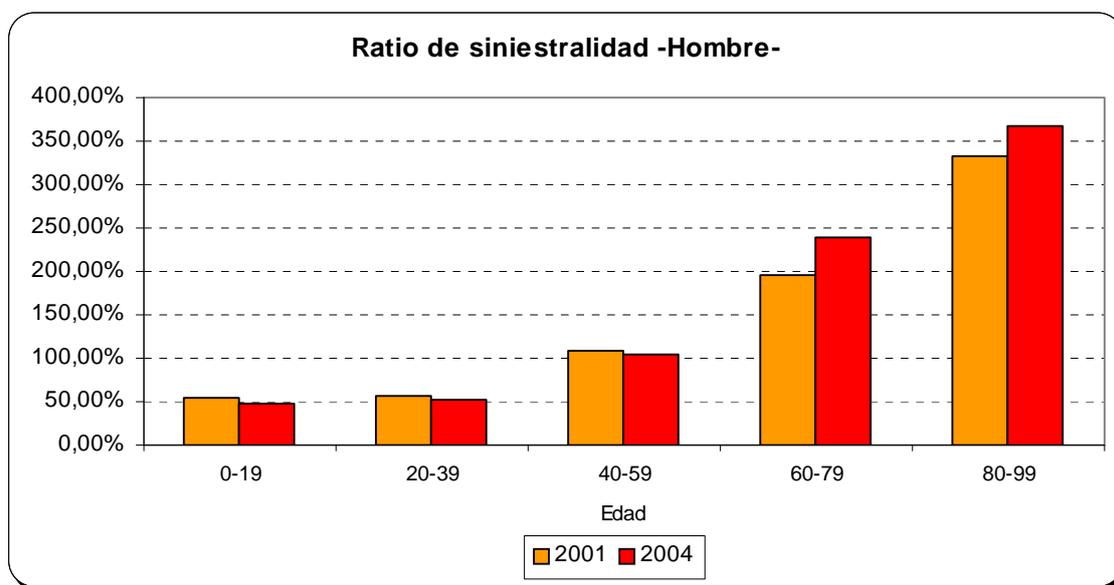
Fuente: elaboración propia.

En el gráfico se observa el acelerado envejecimiento que se está produciendo en el colectivo. La población entre 40 y 50 años es la más amplia en toda la pirámide, y cuando transcurran 20 años, es decir en el año 2025 se situaran entre 60 y 70 años de edad.

Además, en los seis años de diferencia entre las dos pirámides comparadas (1999-2005), se observa como la parte de arriba de la pirámide sufre un incremento que corresponde al grave incremento, en términos económicos de las edades más altas.

Por la parte de los costes, para tomar un estadístico que no sufra alteraciones frente al incremento de los gastos, se utiliza el ratio de siniestralidad (pagos por prestaciones

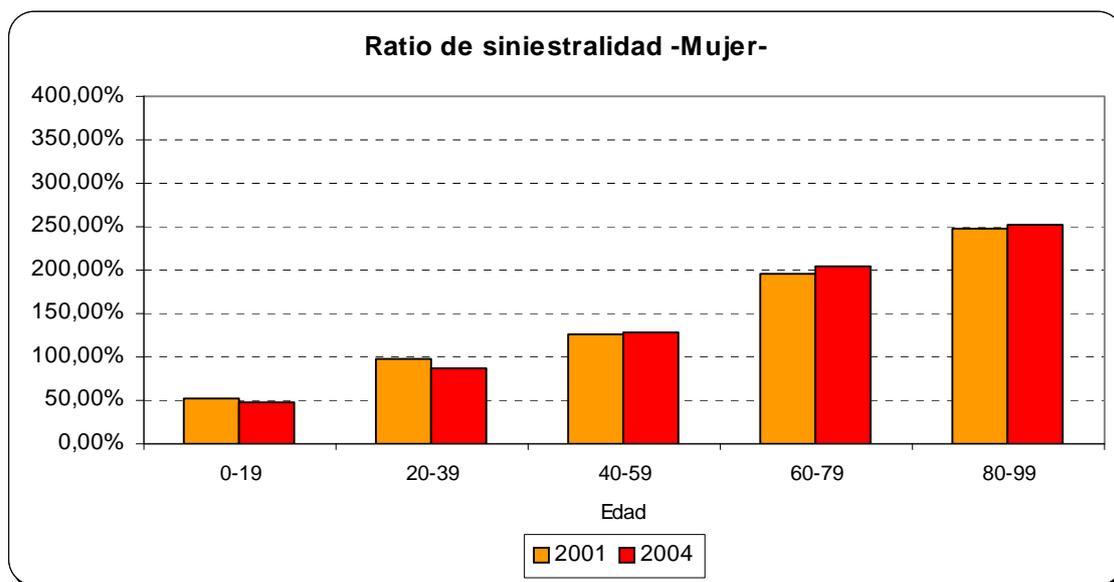
respecto a los ingresos recibidos por primas). para analizar su evolución entre los años 2001 y 2004.



Fuente: elaboración propia

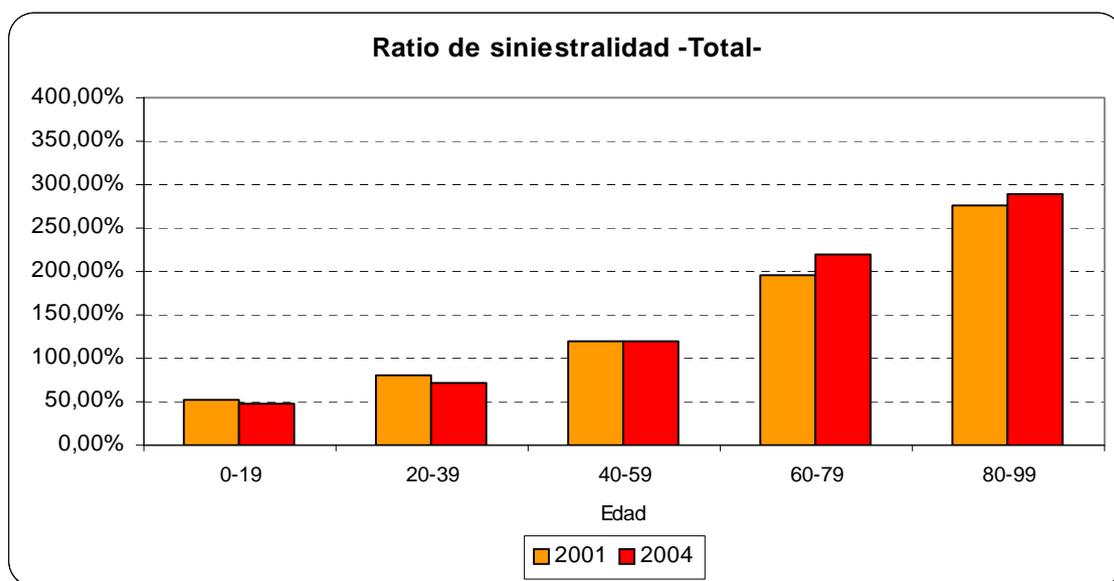
En el caso de los hombres, se observa un incremento del gasto de las edades altas, donde el crecimiento del gasto es muy notorio. La explicación está en el efecto Steeping, que sobre todo se produce en el sexo masculino.

Aunque no se trata de una evolución a largo plazo, se observa el incremento de los costes.



Fuente: elaboración propia

Para las mujeres, aunque el crecimiento es más reducido, y más difícil de observar que en los hombres, sí se observa el crecimiento en las edades altas.



Fuente: elaboración propia

En general, se puede decir que el gasto, independientemente de los cambios demográficos, está creciendo a un ritmo mayor que las primas, y esta evolución se muestra sobre todo en la población de edad más avanzada.

### 6.1.1. El método de los componentes

Para obtener el perfil de exposición en el futuro, aplicaremos el método de los componentes.

La aplicación del método de componentes responde al siguiente esquema: Partiendo de la población residente en un cierto ámbito geográfico y de los datos observados para cada uno de los componentes demográficos básicos, la mortalidad, la fecundidad y la migración, se trata de obtener la población correspondiente a fechas posteriores bajo ciertas hipótesis sobre el devenir de esos tres fenómenos, que son los que determinan su crecimiento y su estructura por edades.

La población tiene una dinámica propia. Partiendo de una población  $P$ , en un determinado  $t$ , en el momento siguiente  $t+a$ , la población será igual a la “ecuación compensadora” o “ecuación general de la población”:

$$P^{t+a} = P^t + N^{t,t+a} - D^{t,t+a} + E^{t,t+a} - S^{t,t+a}$$

Donde:

$P^t$  :Es la población en el instante  $t$ .

$P^{t+a}$  :Es la población en el instante  $t+a$

$N^{t,t+a}$  :Son los nacimientos que se han producido entre  $t$  y  $t+a$

$D^{t,t+a}$  :Son las defunciones que se han producido entre  $t$  y  $t+a$

$E^{t,t+a}$  :Son las entradas que se han producido entre  $t$  y  $t+a$

$S^{t,t+a}$  :Son las salidas que se han producido entre  $t$  y  $t+a$

$$SN^{t,t+a} = N^{t,t+a} - D^{t,t+a}$$

Es el saldo natural o vegetativo, mientras que

$$SM^{t,t+a} = E^{t,t+a} - S^{t,t+a}$$

Es el saldo de movimiento o movimiento neto.

Se deduce entonces que el crecimiento de la población ,  $\Delta P$  , es la suma del saldo natural SN, y del saldo de movimiento, SM

$$P^{t,t+a} - P^t = \Delta P^{t,t+a} = SN^{t,t+a} + SM^{t,t+a}$$

El método de los componentes tiene la importante ventaja de seguir una lógica demográfica, y de poder particularizarse de forma sencilla para las distintas variables a tener en cuenta en la proyección.

En la aplicación del método de los componentes se distinguen dos grandes etapas: la evaluación y ajuste de la información básica y la proyección propiamente dicha.

## **6.1.2. Evolución del colectivo por el método de los componentes**

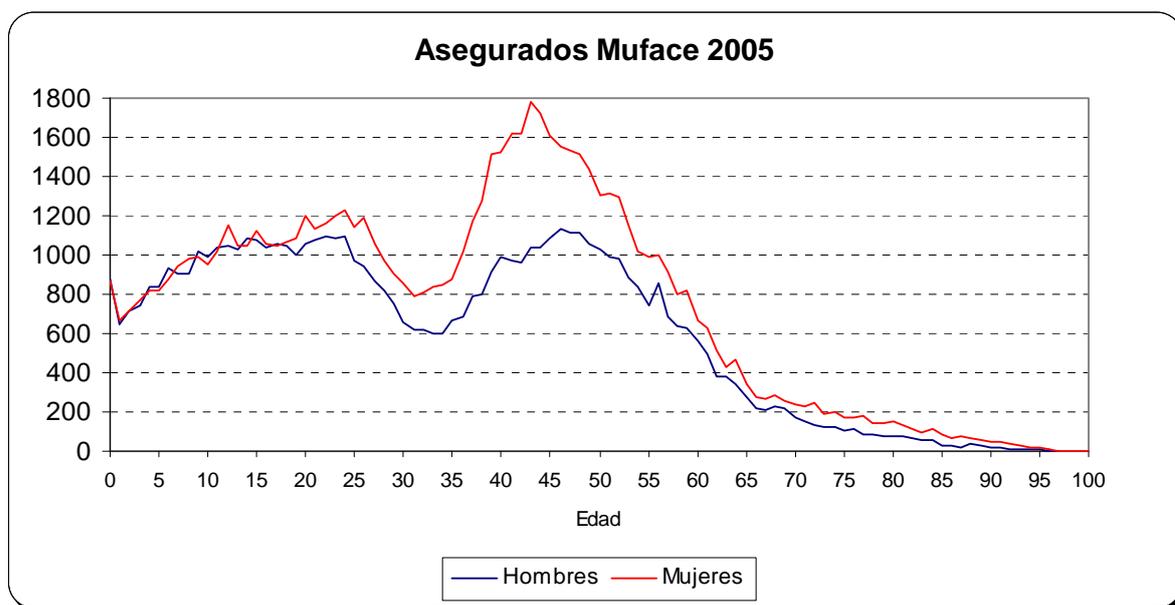
### **6.1.2.1. Primera etapa del método de los componentes**

Consiste en la determinación de la población base o inicial a partir de la cual se proyecta la población por sexo y grupos de edad. La estimación de los niveles pasados y actuales de la mortalidad, fecundidad y abandono del sistema.

6.1.2.1.1. Población base o inicial

Se toma como población base los asegurados en el colectivo durante el ejercicio 2005, con datos desagregados por edad y sexo.

A continuación se muestra la composición del colectivo MUFACE para el año 2005.



Fuente: elaboración propia

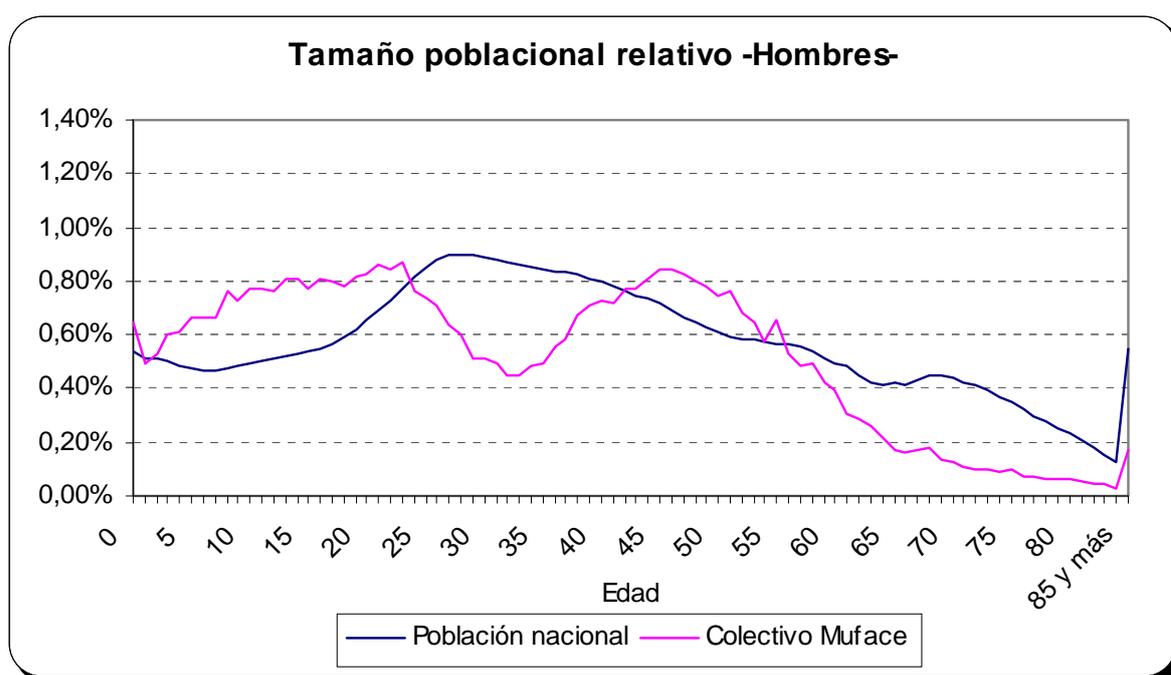
Grupos de edad	Ambos sexos	Hombres	Mujeres
Total	133.345	59.362	73.983
0-15	29.456	14.670	14.786
16-64	96.481	41.800	54.681
65 y más	7.408	2.893	4.515

- Se observa un mayor número de mujeres que de hombres. Las mujeres en edad fértil presentan costes más altos que los hombres; este mayor porcentaje de mujeres podría hacer suponer una mayor renovación del colectivo, pero en este caso los descendientes de titulares o cónyuges de estos deben salir del colectivo una vez que reciban ingresos

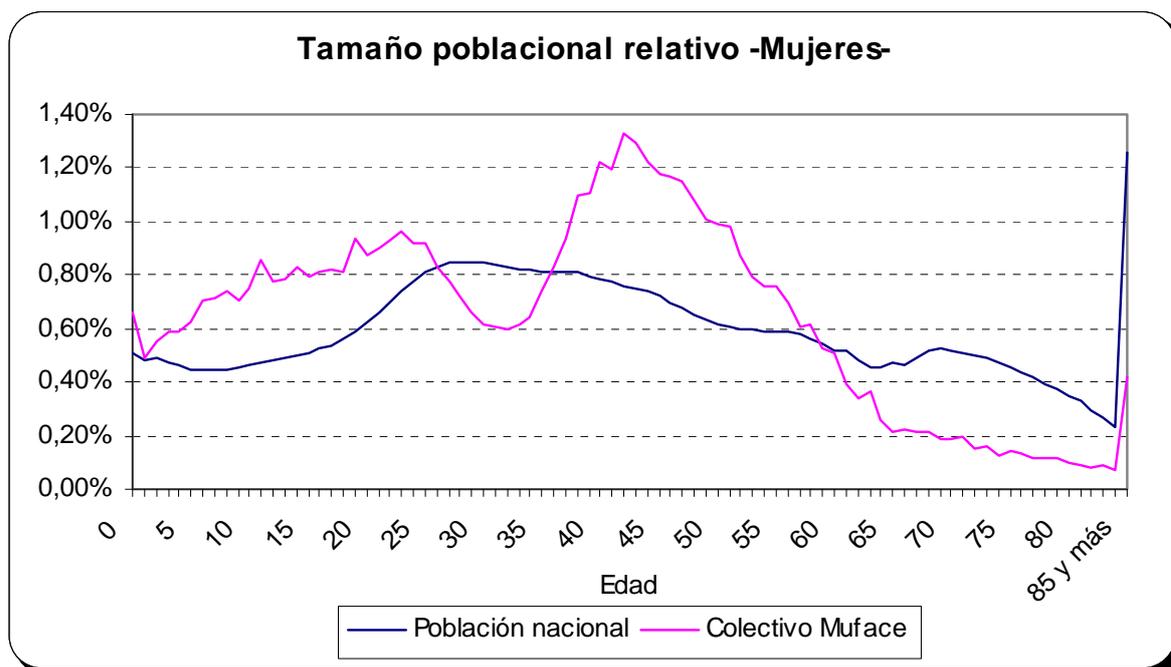
por rendimientos derivados del trabajo, incluidos los de naturaleza prestacional, y/o del capital mobiliario e inmobiliario, superiores al doble del salario mínimo interprofesional, hoy denominado “doble del indicador público de renta de efectos múltiples (IPREM)”.

- El mayor colectivo corresponde al grupo de edad entre 40 y 55 años, por lo que se prevé un acelerado envejecimiento del colectivo.

A continuación comparamos el colectivo asegurado de MUFACE con la población nacional por sexo tenemos:



Fuente: elaboración propia



Fuente: elaboración propia

Observamos que el colectivo MUFACE es más joven que la población española; pero como se muestra en la pirámide poblacional del apartado está envejeciendo a un ritmo muy rápido.

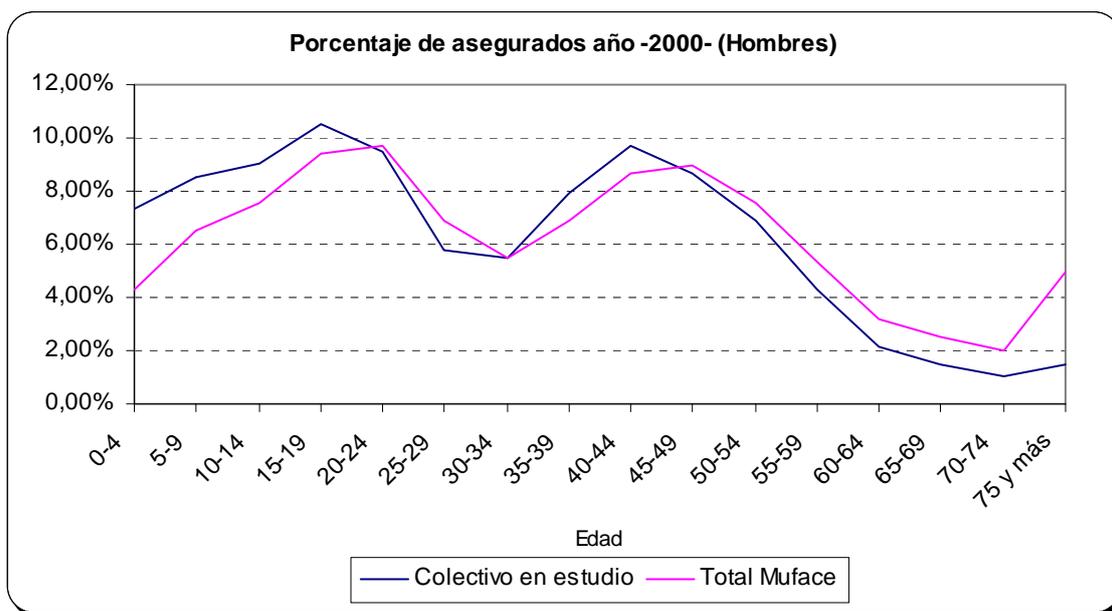
Cabe destacar que durante estos años se ha producido una serie de traspasos de funcionarios a las comunidades autónomas (consecuencia del traspaso de algunas competencias por parte del Estado a esas comunidades autónomas). Estos funcionarios permanecen como mutualistas, pero no así aquellos nuevos funcionarios que adquieran tal condición después de la fecha de traspaso, los cuales pasan a pertenecer al sistema sanitario de la comunidad autónoma. Por lo tanto, no se producen nuevas entradas en los colectivos de funcionarios transferidos. Este hecho provoca un menor número de mutualistas beneficiarios en los tramos de edad más joven, y de mutualistas titulares en

los tramos de edad laboral, mutualistas que rejuvenecerían el colectivo de funcionarios al compensar el envejecimiento del resto del colectivo. Esto ha provocado que el colectivo MUFACE haya comenzado a envejecer con más rapidez.

Es posible que se manifieste gradualmente el efecto de las transferencias de competencias a las comunidades autónomas, con lo que el envejecimiento del colectivo será mucho más rápido y los efectos de dicho envejecimiento comenzarían a producirse antes.

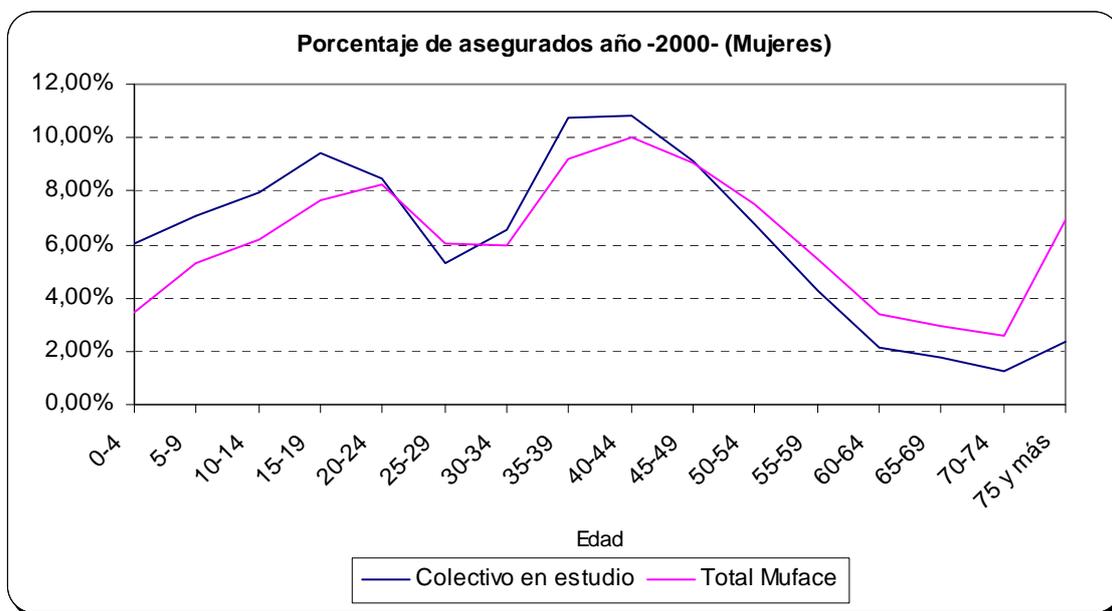
Por último hay que comprobar que la cartera del colectivo de asegurados de MUFACE que estamos estudiando es representativa de todo el colectivo MUFACE, es decir, que la composición del colectivo en cualquier compañía (con un número consistente de datos) se asemeja al colectivo estudiado.

Para cumplir este objetivo se compara de forma relativa la composición por edad y sexo del total de asegurados de MUFACE con el colectivo en estudio.



Fuente: elaboración propia

Se observan ligeras diferencias, sobre todo en edades bajas y en edades altas, mientras que en los tramos intermedios se observa prácticamente el mismo porcentaje de asegurados.



Fuente: elaboración propia

Para mujeres se produce el mismo efecto que en los hombres.

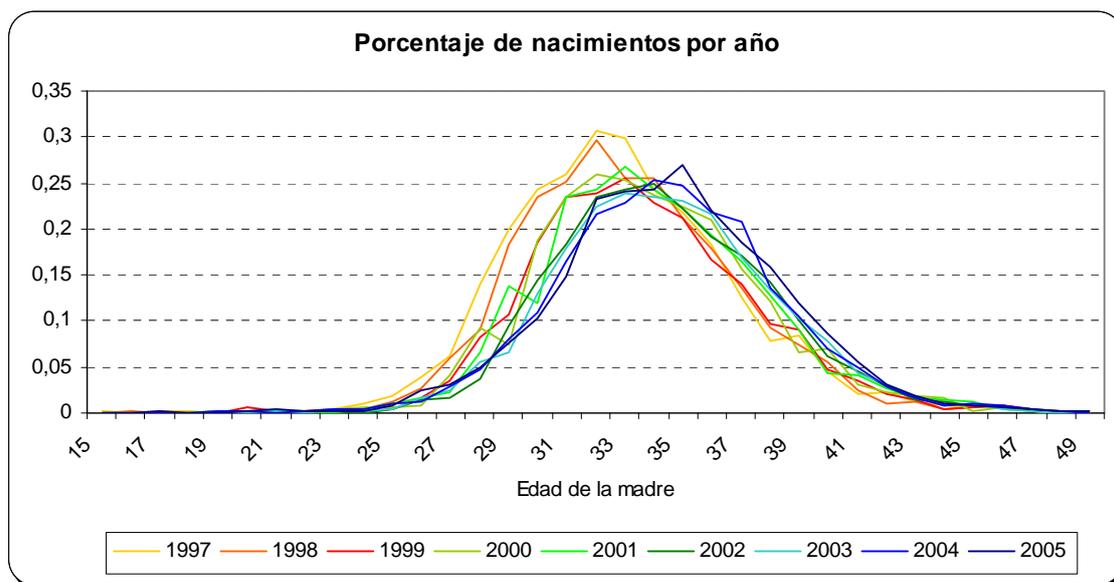
En general, se aprecia que el colectivo de estudio sigue una tendencia muy similar al total de asegurados de MUFACE, por lo que podemos decir que las conclusiones que se obtengan se pueden extrapolar a cualquier compañía que realice el concierto con el colectivo.

### **6.1.2.2. Segunda etapa del método de los componentes**

Consiste en la formulación de hipótesis de evolución futura de la mortalidad, fecundidad y abandono/entradas del sistema, esto es, la proyección independiente de cada uno de los tres componentes del cambio demográfico.

#### **6.1.2.2.1. Nacimientos**

Para conocer cuántos nuevos nacidos se incorporan en cada año, es necesario analizar las cifras de nacimientos y establecer proyecciones para fechas futuras. En el colectivo MUFACE estudiado, se observa un descenso de la fecundidad en todos los años estudiados. A continuación se muestra el porcentaje de nacimientos por mujer de edades entre 15 y 49 años, observando la evolución desde 1997 hasta 2005.



Fuente: elaboración propia

Nota: Las ordenadas sólo tienen significación para valores enteros de las abscisas. La continuidad de la gráfica sólo pretende facilitar su visión.

El número y variedad de factores determinantes de la coyuntura demográfica relativa a la fecundidad, hacen que el cálculo de cifras de nacimientos futuros constituya una tarea especialmente delicada, que se apoya en la evolución pasada de este fenómeno.

En el gráfico se han relacionado los nacimientos con el número de mujeres en edad fértil de cada periodo, con el objetivo de considerar la evolución de los nacimientos con la población de mujeres, obteniendo un indicador comparable a través de los años, y que resulte consistente para cuantificar los nacimientos futuros. A este indicador se le denomina tasa de fecundidad.

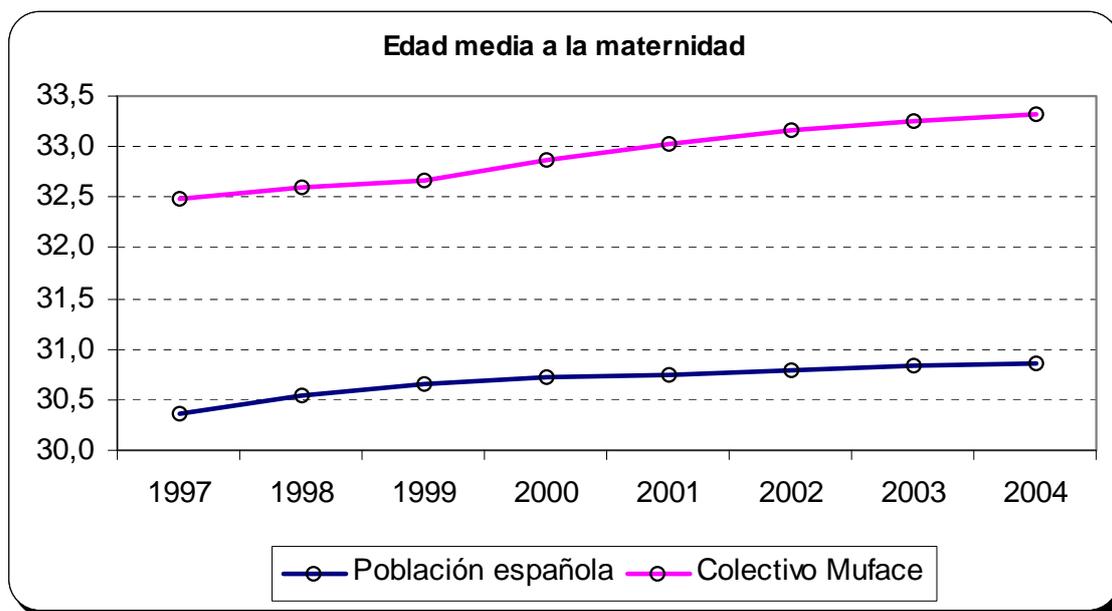
La evolución reciente de la natalidad en España viene marcada por un continuado descenso del número de nacimientos, que se produjo con mayor intensidad a partir del año 1977, después de una tendencia alcista durante la década de los sesenta que se vino

a llamar baby-boom. Este descenso del número de alumbramientos se ha mantenido, prácticamente, hasta la actualidad, llegando a registrarse el mínimo en el año 1996. Sin embargo, durante los últimos años se ha producido un aumento del número de nacimientos. En el año 1999 se han alcanzado los 380 mil, lo que supone alrededor de 15 mil bebés más que el año anterior. Esta tendencia alcista se confirma con las cifras provisionales del año 2000, al superarse los 395 mil nacidos.

Lamentablemente no se dispone de tantos datos de la evolución de la natalidad de MUFACE como de la población española. Lo que sí se puede decir, es que, a diferencia de la fecundidad en España en los últimos años, que ha ido creciendo, en el colectivo MUFACE sólo se observa que la orientación de la natalidad sigue con una tendencia bajista. Esta desigualdad de crecimiento en la población española, en los últimos periodos se debe a los flujos crecientes de entradas de extranjeros que vienen registrándose en España desde la segunda mitad de la década de los noventa, que no aparecen en el colectivo de estudio.

Los cambios en la fecundidad no sólo han afectado a su intensidad sino también a su calendario. Por tanto, puede decirse que no sólo se tienen menos hijos, sino que, además, se tienen más tarde.

En el siguiente gráfico se compara la edad media a la maternidad de la población española con la cartera del colectivo MUFACE que se utiliza en el estudio.



Fuente: Elaboración propia a través de INE: INEBASE

Después de observar el gráfico se pueden hacer las siguientes consideraciones:

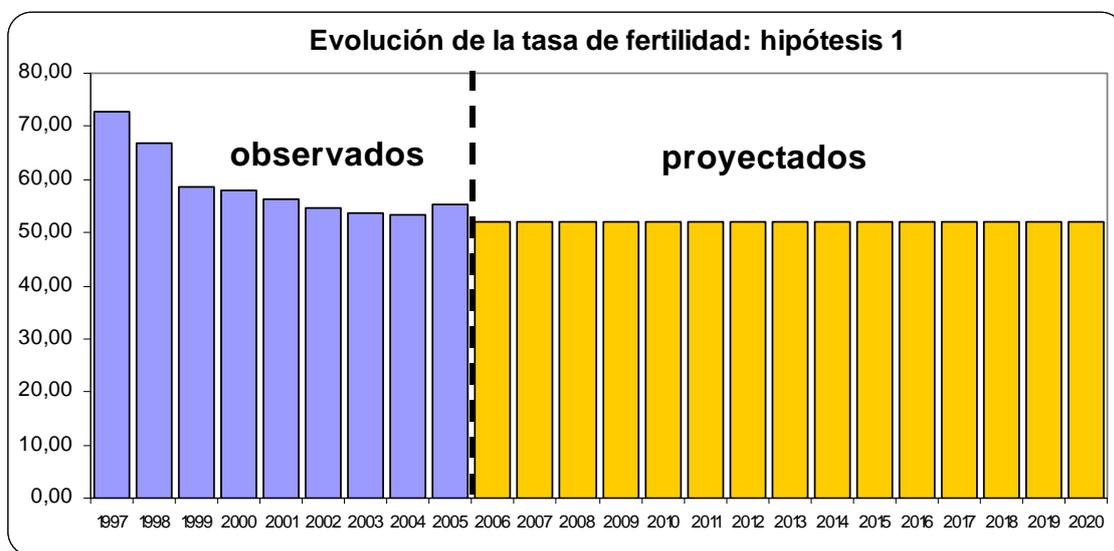
- La edad media de maternidad es superior en el colectivo de funcionarios que en la población española; a medida que aumenta la edad de maternidad, se produce una disminución de la tasa de fecundidad, por lo que el colectivo MUFACE puede tener una propensión mayor al envejecimiento frente al total de la población española.
- La edad media de maternidad, no sólo es más elevada que la del total de la población, sino que además tiene una pendiente mayor en su crecimiento. Es de suponer que esta tendencia encuentre un punto de equilibrio donde se estabilice; si observamos el año 2004 podemos comprobar que su incremento respecto al año anterior ha disminuido con respecto al resto de la serie.

Después de ver el decrecimiento de la natalidad en el colectivo MUFACE, cabe plantear distintas hipótesis respecto a esta variable, ya que su evolución puede ser incierta.

Es difícil que en los próximos años siga disminuyendo, ya que al alcanzar un determinado nivel, la propensión tenderá a estabilizarse. Por tanto, realizamos las siguientes hipótesis para comprobar su repercusión:

- Hipótesis constante: la tasa de fecundidad se mantiene constante en el futuro respecto a la tasa del año 2005.

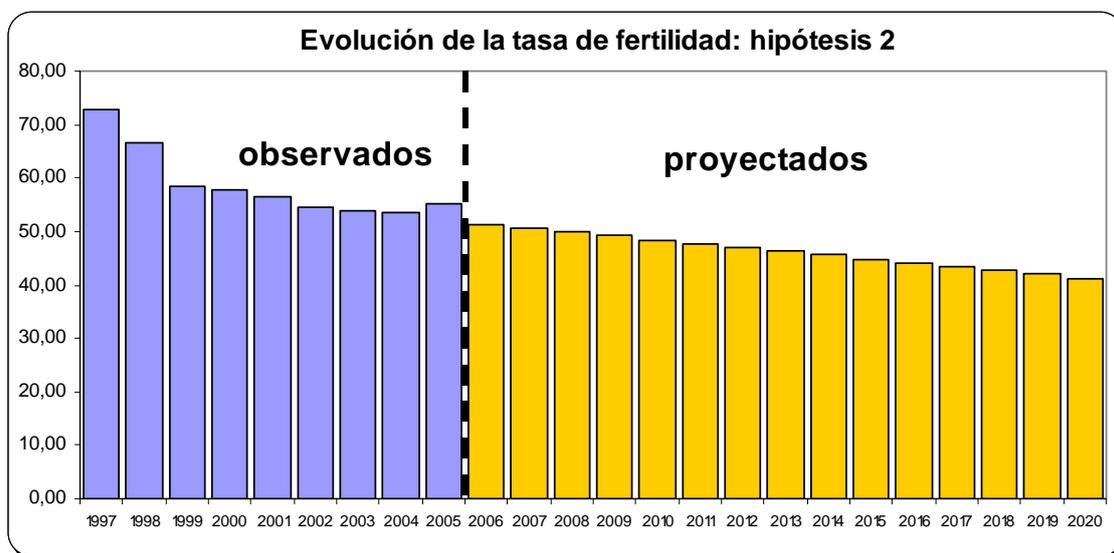
La tasa de fertilidad por cada mil mujeres en edad fértil (entre 15 y 49 años) evoluciona tal como se muestra en el siguiente gráfico.



Fuente: elaboración propia

- Hipótesis disminución moderada: la tasa de fecundidad se estima según una regresión por cada cohorte de edad entre 15 y 49 años de mujeres.

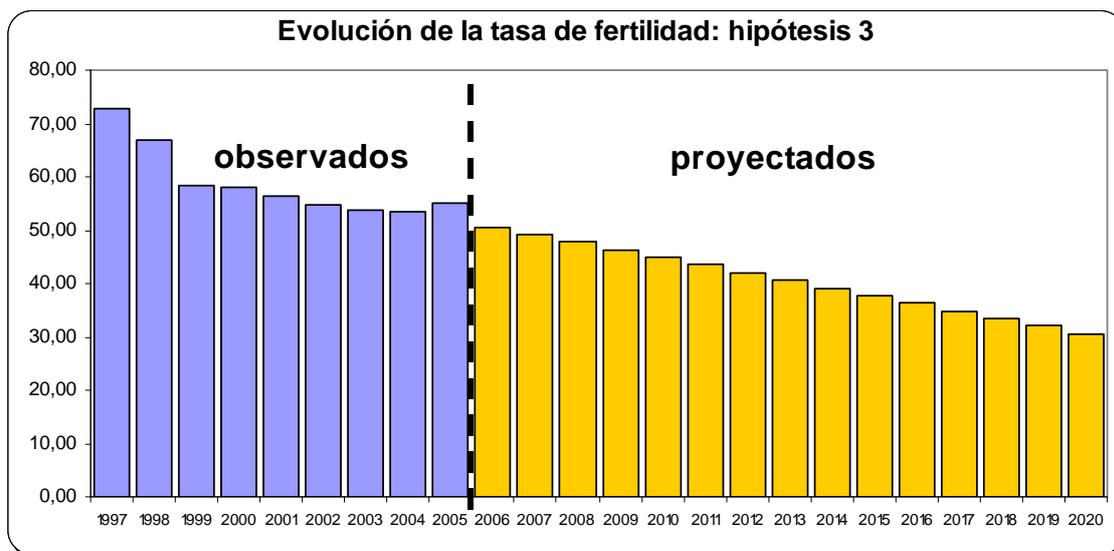
La regresión se efectúa de manera que cada periodo de evolución se divide entre dos para obtener un progreso más moderado. El gráfico muestra la evolución de la tasa de fecundidad.



Fuente: elaboración propia

- Hipótesis disminución total: la tasa de fecundidad se estima según una regresión por cada cohorte por edad entre 15 y 49 años de mujeres.

El gráfico que muestra el crecimiento de la tasa de fecundidad, se muestra a continuación.



Fuente: elaboración propia

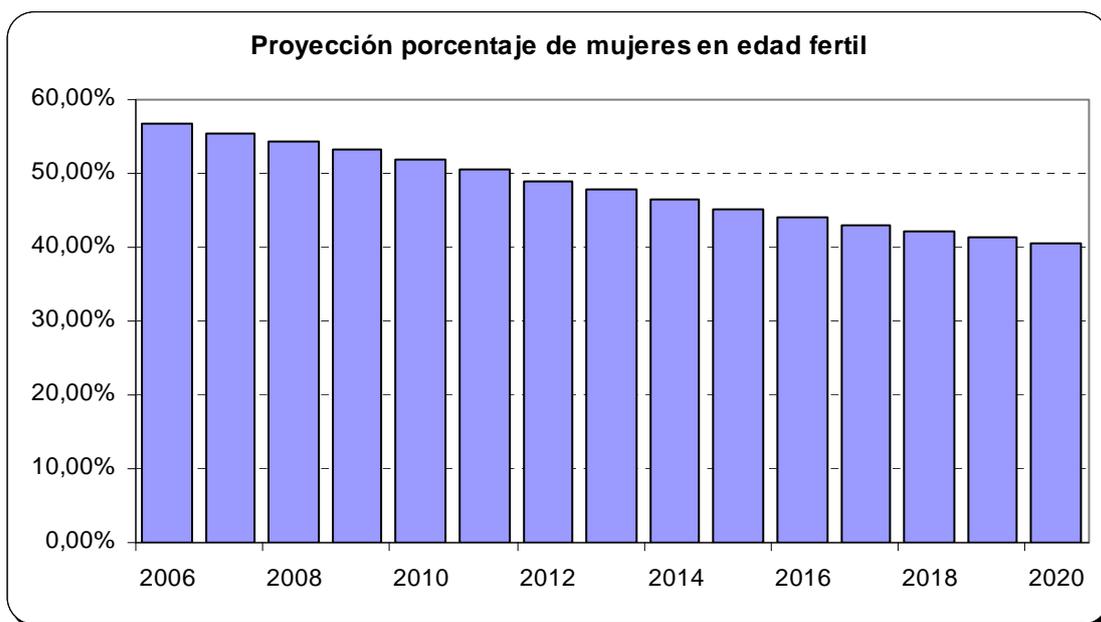
Además de obtener el número de nacimientos, debemos distinguir los nacidos por el variable sexo. Se calcula el índice de masculinidad en nacimientos, que es el número de nacimientos masculinos por cada 100 nacimientos femeninos.

Según los datos de partida del estudio, el índice de masculinidad observado se muestra a continuación:

1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
97,67	94,07	102,66	104,28	99,38	98,98	100,09	99,00	100,17

El índice que aplicamos es el promedio, que resulta ser 99,59.

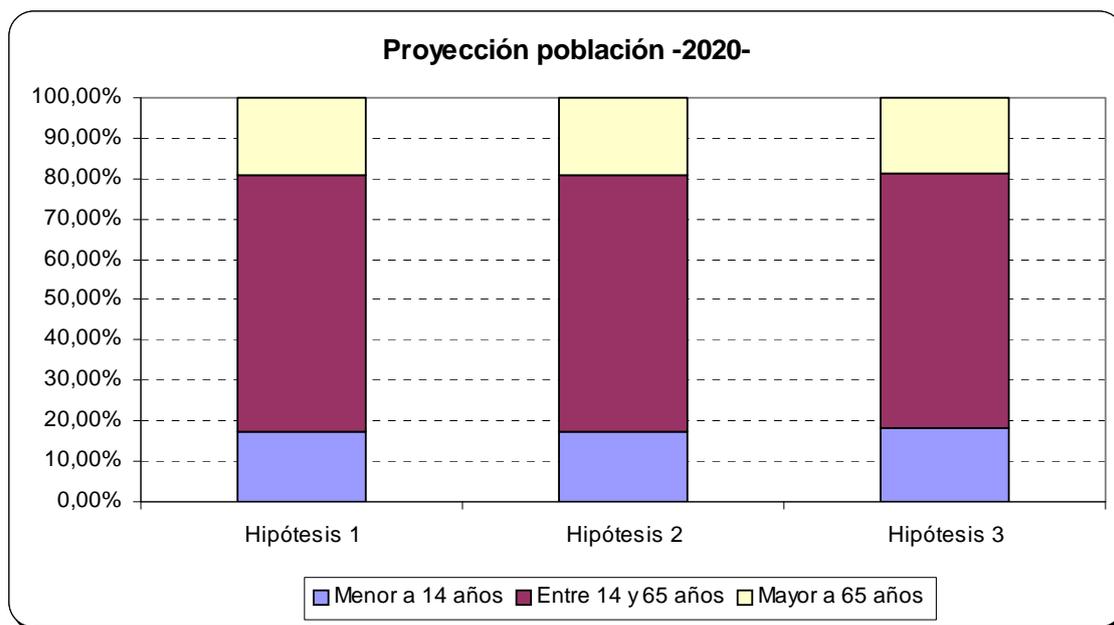
La proyección de las tres hipótesis, arroja resultados similares en el total de la natalidad, ya que en los últimos años descende el porcentaje de mujeres en edad fértil (entre 15 y 49 años), tal como se muestra en el siguiente gráfico.



Fuente: elaboración propia

Unido al bajo porcentaje de mujeres jóvenes, partimos de una tasa de fecundidad suficientemente baja para que aplicando las tres hipótesis los resultados sean similares tal como se comprueba a continuación para la población en el año 2020.

	Hipótesis 1	Hipótesis 2	Hipótesis 3
Menor a 14 años	17,43%	17,41%	18,06%
Entre 14 y 65 años	63,60%	63,61%	63,11%
Mayor a 65	18,97%	18,98%	18,83%



Fuente: elaboración propia

Por tanto se utilizará la hipótesis 1 de mantenimiento de la fecundidad en toda la proyección.

#### 6.1.2.2.2. Mortalidad

Es evidente que en España hay un desarrollo bastante acusado de la longevidad. Las tasas de mortalidad se han ido reduciendo más cada año y es previsible que esta tendencia se mantenga en el futuro. La simple utilización de una tabla estática conservadora no puede resolver el problema de la longevidad, en concreto, la insuficiencia de reservas para años futuros. Esto significa, en la práctica, márgenes muy elevados durante los primeros años y márgenes más reducidos en el futuro para hacer frente a los compromisos asumidos.

Por tanto, se plantea la utilización de una tabla dinámica, es decir, una tabla generacional para contemplar el cambio de mortalidad, ya que estas tablas se basan no

solamente en la edad y sexo de la persona, sino también en la generación a la que pertenece, de este modo se tiene en cuenta la disminución de la mortalidad basándose en la tasa de mortalidad de años pasados.

Existen distintos métodos de proyección de la mortalidad. Para el caso español se optó por la utilización del modelo exponencial  $[q_{x,t} = q_{x,t_0} \cdot e^{-\lambda_x \cdot (t-t_0)}]$  con un porcentaje fijo de mejora anual<sup>8</sup>.

Siendo:

$q_{x,t_0}$  : La mortalidad de base

$e^{-\lambda_x \cdot (t-t_0)}$  : Factor de proyección

$\lambda_x$  : Tasa media anual de mejora

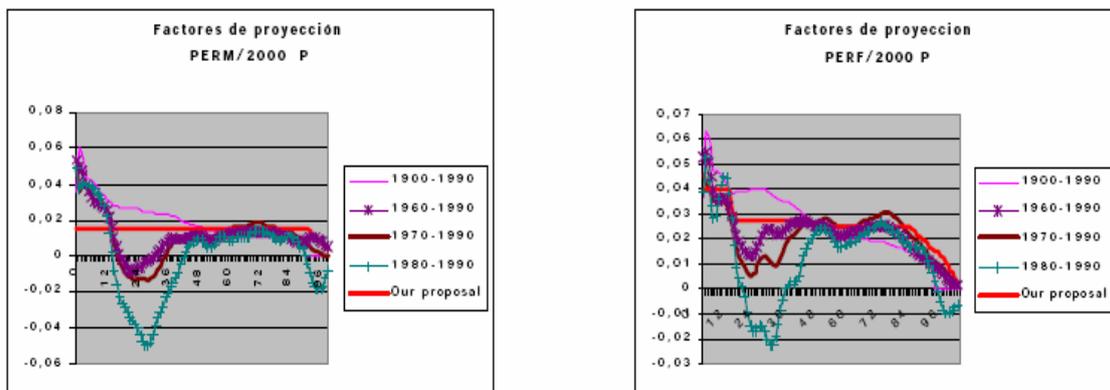
$(t-t_0)$  : Años entre las mediciones.

Como complemento a la tabla de mortalidad para las carteras existentes UNESPA solicitó el desarrollo de una tabla para la nueva producción. Debido a las incertidumbres que conlleva el nuevo negocio, resultaba razonable introducir en esta nueva tabla márgenes más elevados. Como es evidente, se partió de la hipótesis de que esta tabla se va a utilizar tanto para la determinación del precio, como para el cálculo de las reservas correspondientes. Para ello, se revisaron los márgenes aplicados en la mortalidad de base y en los factores de tendencia.

---

<sup>8</sup> Así pues, en España, estas tablas fueron aprobadas por la Resolución de 3 de octubre de 2000 de la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones por la que se da cumplimiento a lo previsto en el número 5 de la disposición transitoria segunda del Reglamento de Ordenación y supervisión de los seguros privados, aprobado por Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, en relación con las tablas de mortalidad y supervivencia a utilizar por las entidades aseguradoras.

A continuación aparecen gráficos por edad y sexo de los factores de proyección



**Fuente** :VICENTE, A. et al (2002) .*Proyección y estudio de una población. El papel de la mortalidad* .Universidad Complutense de Madrid .Madrid

En el procedimiento se construye una tabla para cada generación, entendiendo por generación individuos nacidos todos en el mismo año. La tabla base que se toma para la formación de todas estas es la llamada tabla dinámica, con los dos parámetros fundamentales.

A continuación explicamos el uso de dichas tablas resumiendo la resolución citada con la nota (6): Las Tablas PERM/F-2000P serán de aplicación a la nueva producción que se efectúe desde la entrada en vigor de la resolución, así como a las incorporaciones que se produzcan a partir de la misma fecha a pólizas colectivas ya en vigor.

Las Tablas PERM/F-2000C serán de aplicación a la cartera de pólizas en vigor en la misma fecha.

Ambas tablas constan de las siguientes columnas:

Año de Nacimiento	Tabla Base. $q_x$ ( en tanto por mil )		Factor de mejora de $q_x$ ( $\lambda$ )	
	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres

Y dan lugar a las llamadas tablas de generación, para cuyo cálculo necesitamos saber:

Edad  $x$  en el 2000, de la cual obtenemos el año de nacimiento  $A = 2000 - x$ .

Sexo, pues hay tablas diferentes para hombre o mujer.

Nueva contratación o ya en cartera, puesto que la tabla base a utilizar es diferente.

Veamos cómo obtener  $q(x+t;A)$  para  $t = 0, 1, 2, \dots$

Para ello se aplicará la siguiente fórmula:  $q(x+t;A) = q(x+t;tablaBase) * e^{[-\lambda_{x+t} * t]}$  Donde:

$q(x+t;tabla Base)$  es el tanto anual de mortalidad consignado en la tabla base para el año de nacimiento =  $2000 - (x + t)$ ,

$\lambda_{x+t}$  el factor de mejora de la supervivencia reflejado para el citado año de nacimiento.

Así por ejemplo, el tanto anual de mortalidad a los 60 años de la tabla a aplicar a un hombre que cumplió 35 años en el ejercicio 2000 (por tanto, nacido en 1965) se calculará, en el caso de nueva producción:

$$q(60;1965) = q(60;tabla base) * e^{[-\lambda_{60} * (60-35)]}$$

donde  $q(60;tabla base)$  es el consignado para el año 1940 ( $2000 - 1960$ ) y  $\lambda_{60}$  es el factor de mejora consignado también para el año 1940

$$q(60;1965) = 0.008220 * e^{(-0.015 * 25)} = 0.005649517.$$

Observar que de una generación a otra lo que diferencia claramente las tablas es el

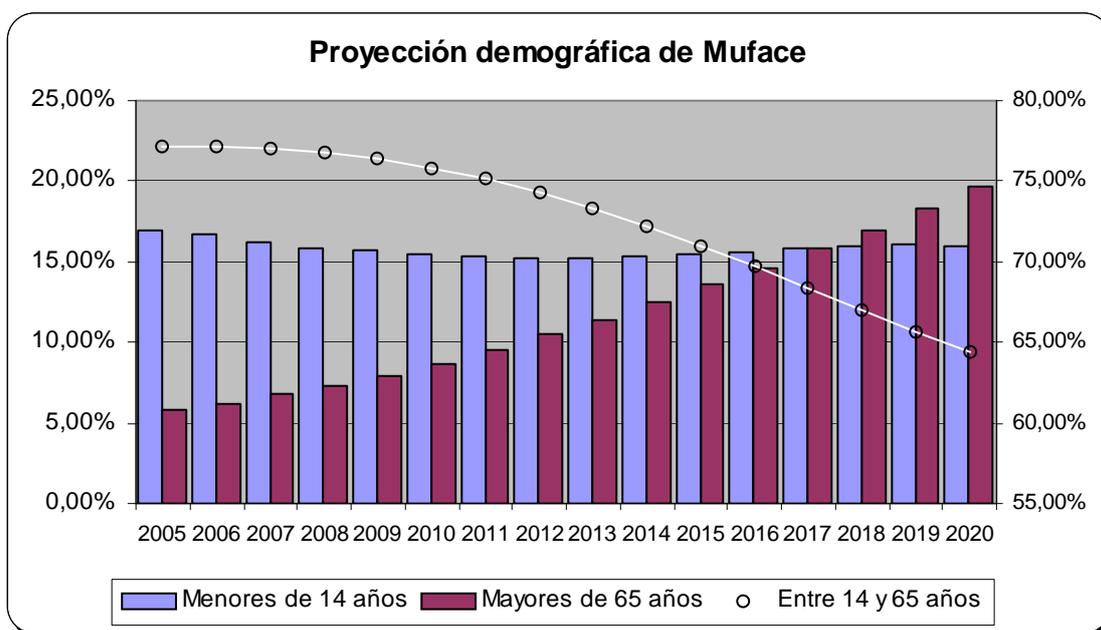
factor  $e^{[-\lambda_{x+t} * t]}$  en su término  $t =$  año de generación – año correspondiente al tanto en las tablas = edad actuarial del asegurado – edad en el año 2000.

### 6.1.2.2.3. Entrada/Salida del sistema

Para proyectar las entradas y salidas del sistema de mutualistas, se obtiene el promedio por edad y sexo de las variaciones de los años estudiados 1997-2005, y se aplica a los años proyectados

### 6.1.3. Proyección final demográfica del colectivo: Evolución de los componentes

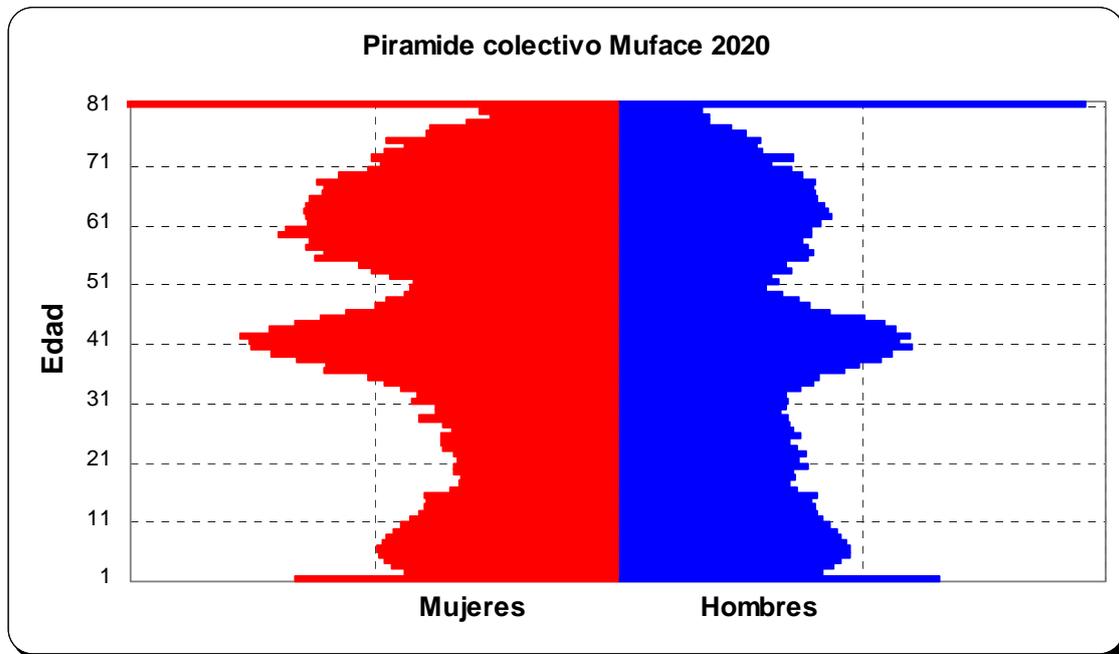
Al combinar los diferentes factores por el método de los componentes y utilizando la hipótesis de tasa de fecundidad constante, obtenemos la siguiente imagen de la población proyectada hasta el año 2020.



Fuente: elaboración propia

Como es fácil comprobar, se produce un envejecimiento acelerado, que provoca que el porcentaje de asegurados mayores de 65 supere al porcentaje de asegurados de menores de 14 años.

Si observamos la pirámide poblacional para la población asegurada en MUFACE en el año 2020 también comprobamos el envejecimiento de este colectivo.

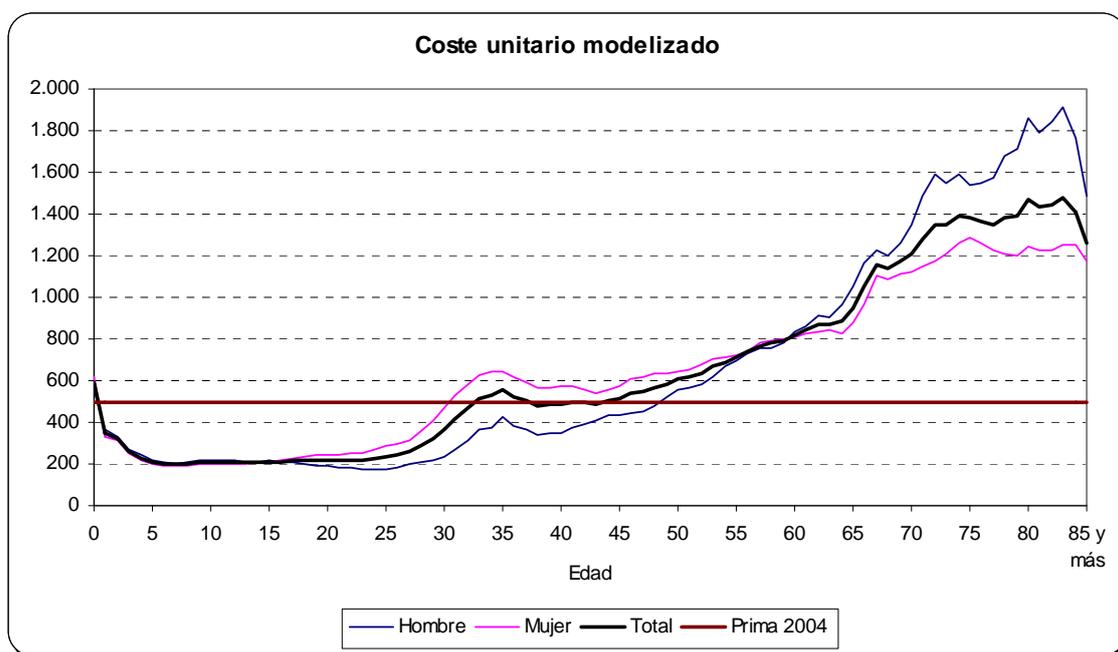


Fuente: elaboración propia

## 7. PROYECCIÓN ECONÓMICA

### 7.1.1. El coste unitario

A través de los factores de riesgo edad y sexo se trata de modelar el coste unitario para el colectivo, con la información de los últimos años, con el fin de obtener un indicador estadístico modelizado del coste de riesgo.



Fuente: elaboración propia

En el gráfico anterior se muestra el coste unitario modelizado para el año 2004. Para su obtención, se parte de los costes unitarios de los años 2003 y 2004, por edad y sexo. El primer paso consiste en el suavizado de las series por un procedimiento de medias móviles centradas ponderadas de rango 5. En segundo lugar, se toma como valor modelizado del coste unitario por edad y sexo, el resultado de realizar un promedio ponderado de los dos años estudiados, donde el peso asignado para el año 2003 y 2004

ha sido 1 y 2 respectivamente. El año 2003 se ha actualizado al 2004 mediante el IPC de la rubrica de servicios médicos y similares (42) que para este ejercicio es del 3,2%.

En el gráfico también se muestra la prima del convenio de MUFACE para 2004 para hacer frente a los gastos sanitarios de los mutualistas.

Se puede observar que el coste unitario por mutualista crece según va envejeciendo el asegurado, siendo las edades comprendidas entre los 15 y 55 años superior en el colectivo de mujeres, para empezar a ser mayor en el colectivo de los hombres a partir de los 56 años.

Asimismo, puede observarse que la prima de riesgo recibida de MUFACE comienza a ser insuficiente para cubrir los gastos sanitarios en el colectivo de mujeres a partir de los 30 años, y a partir de los 50 años en el colectivo de los hombres. Por término medio comienza a ser insuficiente desde los 35 años.

El análisis de la distribución por edades del colectivo permite explicar la razón por la que la prima resulta insuficiente para cubrir los gastos sanitarios de los mutualistas, ya que el número de éstos en los tramos de edad comprendidos entre los 0 y los 30 años es menor que el número de mutualistas del resto de tramos; tramos que, además, son significativamente deficitarios.

Es difícil encontrar un buen indicador del incremento del coste sanitario, ya que como se comentó en el apartado 3, hay muchas variables que influyen en el coste sanitario; además algunos de estos factores son de carácter social.

Uno de los indicadores que podemos observar para comprobar la evolución del coste medio es la rubrica del INE (Servicios médicos y similares –42- ), utilizando la variación anual a junio de cada año.

<b>Año</b>	<b>Porcentaje de variación</b>
2000	3,50%
2001	4,50%
2002	5,00%
2003	3,80%
2004	3,20%
2005	4,10%

Por otra parte la variación del coste medio de la cartera en estudio para el ejercicio 2004 asciende a un 6%.

Dado que las variaciones de la rúbrica de Servicios médicos y similares no recoge todos los factores de incrementos de gasto, vamos a establecer la hipótesis de un incremento anual de variación del 6%, ya que es más cercano al incremento real del colectivo.

### **7.1.2. Modelización por Cubic Spline**

La interpolación cúbica spline es una técnica útil para interpolar entre puntos de datos conocidos, debido a sus características de ajuste y de suavidad.

La modelización se realiza a través de este método, ya que la función de coste se comporta de forma muy distinta en diferentes partes del rango, de manera que se divide en segmentos y se ajusta la curva adecuada en cada segmento. Así, las funciones Spline ofrecen una forma útil de hacer un ajuste polinomial por segmentos.

Los puntos de unión de los segmentos de las Spline se suelen llamar nudos, y se requiere que los valores de la función y de las  $k-1$  derivadas concuerden en los nudos, para que la Spline sea una función continua con  $k-1$  derivadas continuas.

El número de nudos es difícil de escoger, debe ser aquel que obtenga un menor error estándar y una mayor significatividad de los parámetros estimados.

Las ventajas primordiales de esta técnica son:

- Preserva la continuidad de la función estimada mediante funciones a tramos.
- No presenta muchos inconvenientes para implementarla computacionalmente.

El modelo de ajuste por cubic spline debe cumplir los siguientes preceptos:

- Se debe tener un mínimo de nudos.
- En cada segmento de ajuste debe haber al menos cuatro o cinco puntos de datos, ya que se corre el riesgo de sobre ajuste de datos.
- No debe haber más de un punto extremo (máximo o mínimo).

- No debe haber más de un punto de inflexión por segmento.
- En la medida que sea posible, los puntos extremos deberían estar centrados en el segmento.
- Los puntos de inflexión deberían estar cerca de los nudos.

Los métodos tradicionales de Cubic Spline consideran una colección de puntos conocidos  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  que se interpolan mediante un polinomio de grado tres entre cada punto. Los criterios matemáticos en los que se basan los métodos tradicionales de Cubic Spline son:

- Las curvas son polinómios de tercer orden;

$$f_i(x) = a_i + b_i x + c_i x^2 + d_i x^3$$

- Las curvas pasan por todos los puntos conocidos (nodos);

$$f_i(x_i) = f_{i+1}(x_i) = y_i$$

- La primera derivada es la misma para ambas funciones en un punto

$$f_i'(x_i) = f_{i+1}'(x_i)$$

- La segunda derivada es la misma para ambas funciones en un punto

$$f_i''(x_i) = f_{i+1}''(x_i)$$

En este estudio se utilizan métodos de Cubic Spline Restringido. El principio que hay detrás de este método es buscar un mejor ajuste sacrificando la suavidad. Se logra eliminando el requerimiento de que la segunda derivada sea la misma para ambas funciones;

$$f_i'(x_i) = f_{i+1}'(x_i) = f'(x_i)$$

El punto fundamental es el cálculo de la pendiente en cada punto. Y deben ser cercanas a cero si la pendiente de una u otra curva se aproxima a cero.

La ecuación que satisface este requerimiento es:

$$f'(x_0) = \frac{2}{\frac{x_{i+1} - x_i}{y_{i+1} - y_i} + \frac{x_i - x_{i-1}}{y_i - y_{i-1}}} = 0 \quad \text{Si la pendiente cambia de signo en un punto.}$$

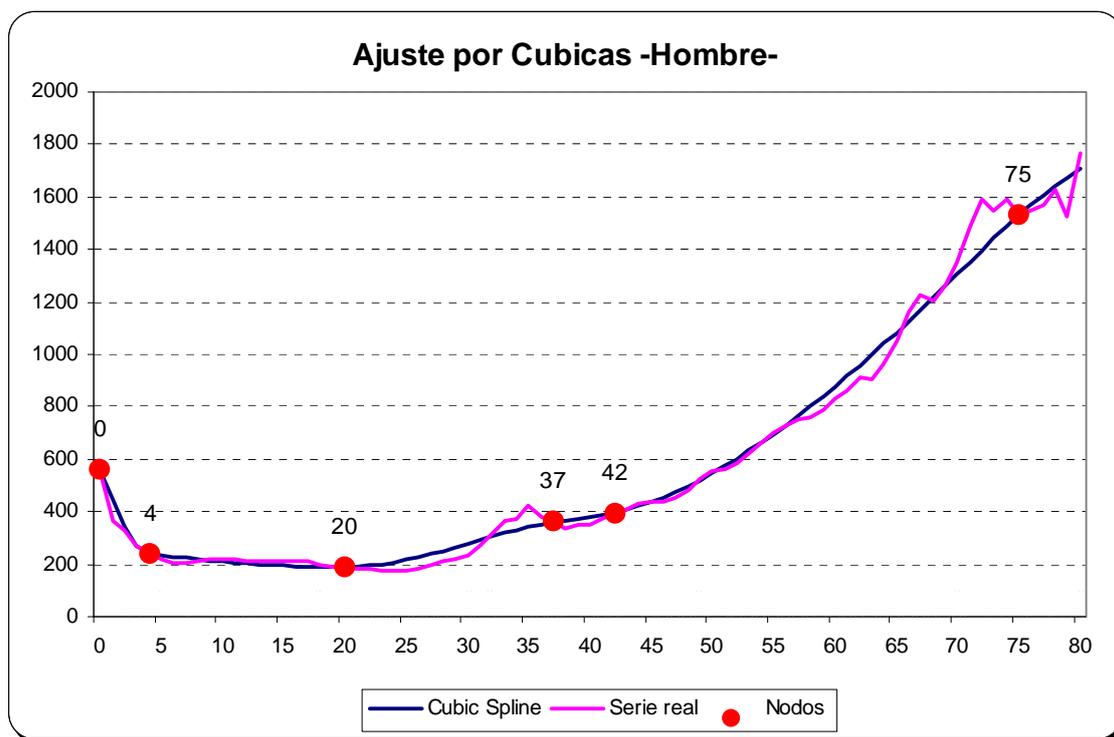
Así, el método Cubic Spline Restringida se aplica en el coste medio o siniestralidad media por mutualista.

La curva que se utiliza como base de proyección ha sido el promedio de los costes medios de los años 2003-2004 actualizados a 31 de diciembre de 2004 según la media del año 2004 de la rubrica de servicios médicos y similares publicados por INE (Índices Nacionales de Rubricas, Medicina, Servicios Médicos y Similares, Código 42), y ponderado por el tiempo. Se ha seleccionado este promedio al ser el único que corrige el efecto monetario del coste sanitario y que recoge mejor la actualidad, al dar más peso a los años más recientes.

Los nodos utilizados en la modelización son:

<b>NODOS</b>		
Hombres	Mujeres	Total
0	0	0
4	3	3
20	6	6
37	25	25
42	34	34
75	42	41
	76	76

El resultado de la aplicación de Cubic Spline Restringida se observa en los siguientes gráficos:

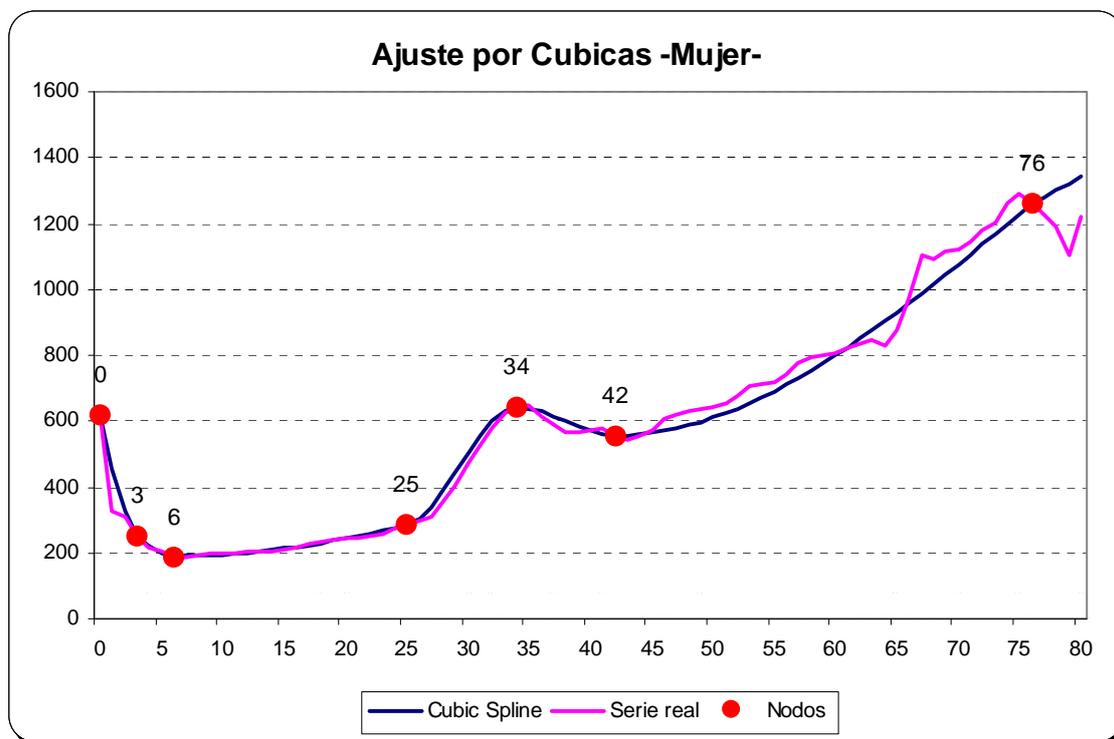


Fuente: elaboración propia

El ajuste de cúbicas en este gráfico, marca la función del coste unitario suavizando la serie real. Estas características de continuidad y suavidad son muy importantes para elaborar una buena proyección de la serie.

Se observa como con el incremento de edad, el coste unitario se eleva, de manera que la función Spline recoge este incremento.

A continuación se muestra el ajuste para mujeres.

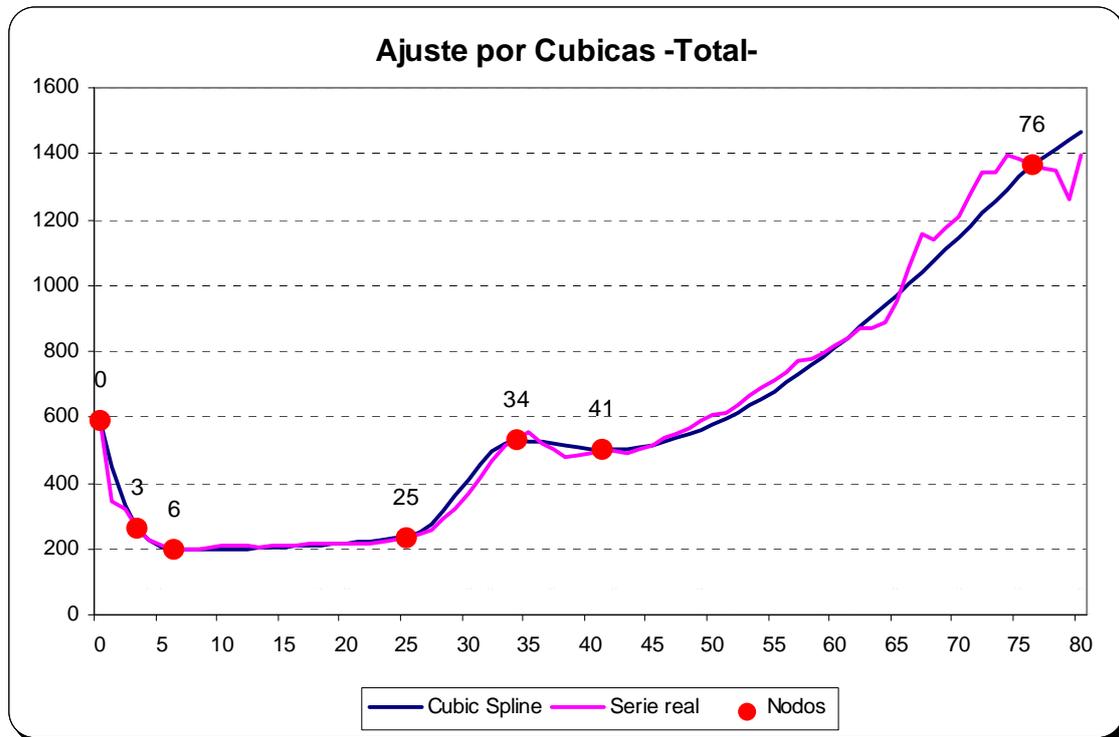


Fuente: elaboración propia

La figura nos muestra diferencias claras con respecto al gráfico de hombres entre los 15 y 45 años, al coincidir estas edades con los años fértiles de las mujeres.

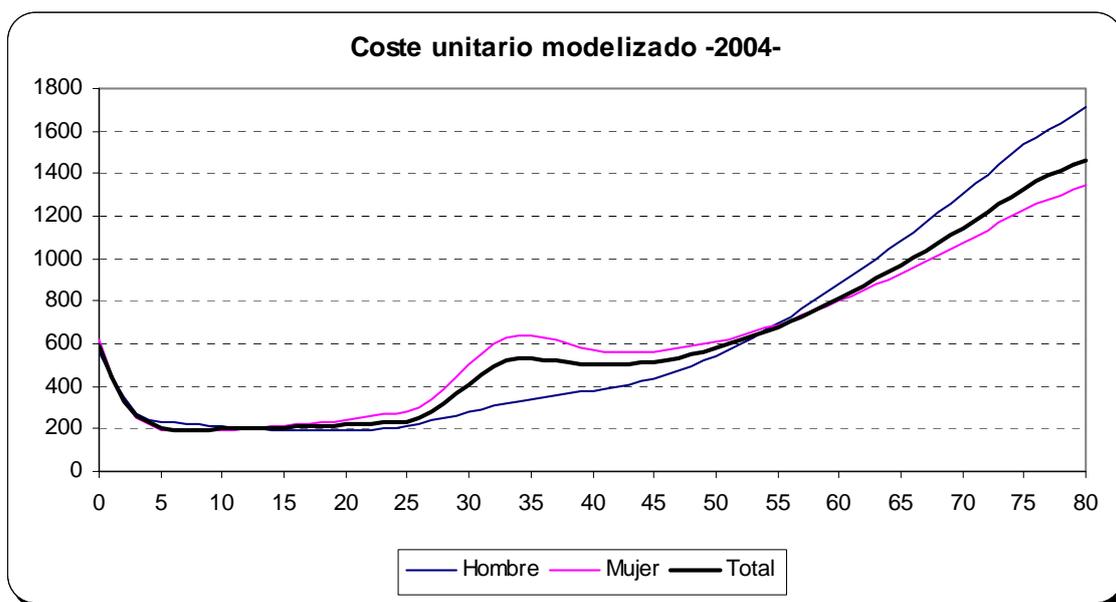
La curva, al igual que en los hombres, crece a medida que la edad del asegurado es más alta, aunque en el caso de las mujeres este crecimiento es inferior que en los hombres.

La gráfica que refleja el total del colectivo por edad se muestra a continuación.



Fuente: elaboración propia

Por tanto los costes unitarios de los que partimos para la proyección por edad y sexo se representan de la siguiente forma:

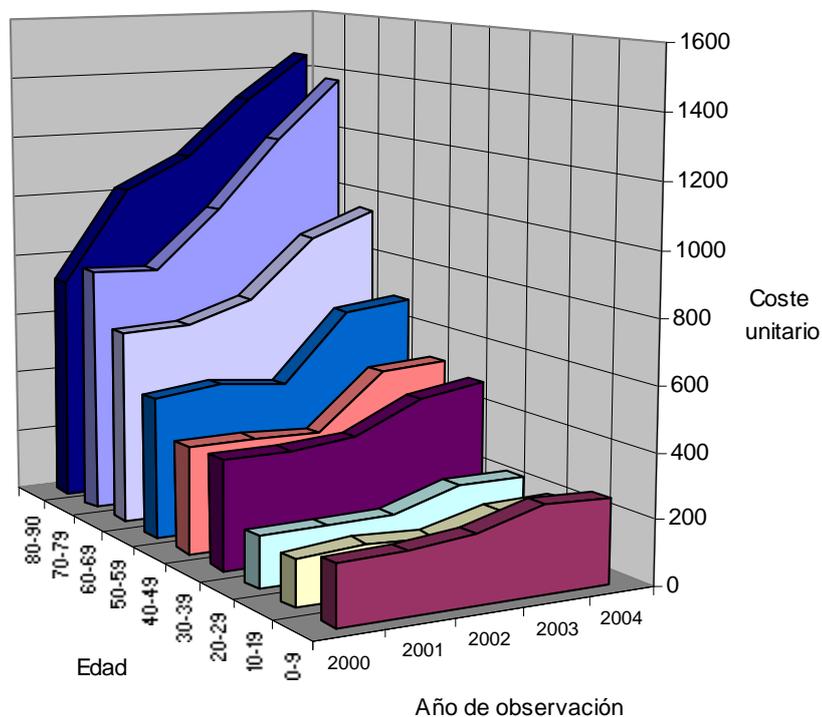


Fuente: elaboración propia

### 7.1.3. Efecto Steeping

El Steeping es el incremento de gasto unitario, más que proporcional, que tienen los asegurados mayores con el transcurso del tiempo. Este efecto se observa en el gráfico tridimensional que aparece a continuación.

Coste unitario por grupo de edad

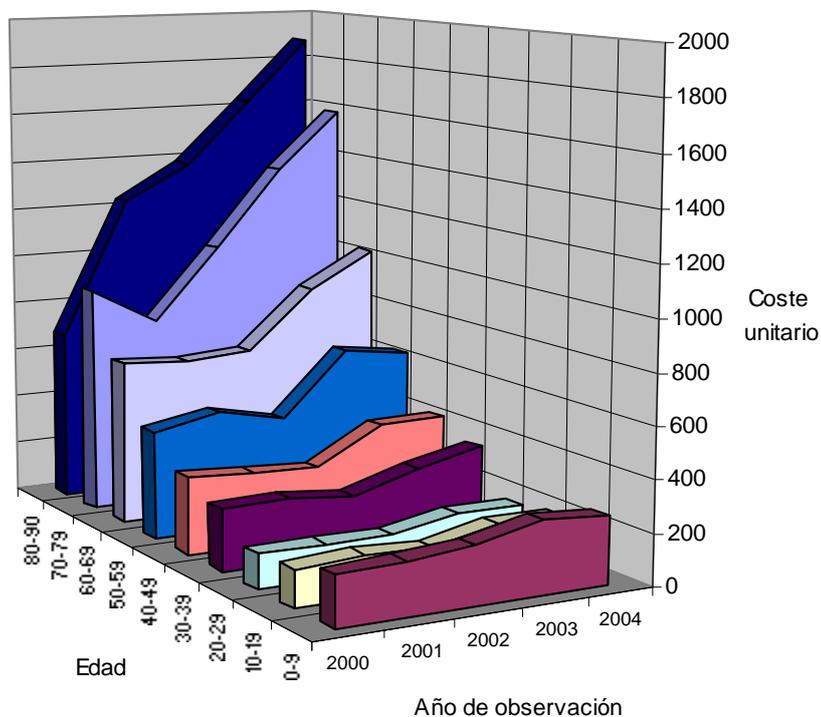


Fuente: elaboración propia

Se comprueba que en los tramos de edad avanzados, sobre todo de 70 a 79 años y de 80 a 90 años, el crecimiento del coste unitario es mucho más elevado que en las edades bajas.

El gráfico corresponde al total sin distinguir por el factor sexo, siendo el efecto mucho más acusado en hombres, tal como se muestra en el gráfico de hombres que aparece a continuación.

**Coste unitario por grupo de edad-Hombre**



Fuente: elaboración propia

Para medir el efecto Steeping se aplican los métodos planteados por Buchner, F. (2004), y que se describen a continuación:

- Age-cut method (ACM): Se calcula la tendencia a través del tiempo del cociente simple entre el gasto por persona de los “mayores” con respecto de los “jóvenes” (el punto de corte se realiza a los 65 años). La fórmula utilizada para la aplicación de este método es la siguiente:

$$AR_{65} = PCE_{65+} / PCE_{<65} \text{ donde}$$

$AR_{65}$  es la relación entre individuos adultos y jóvenes con edad de corte de 65 años.

$PCE_{65+}$  es el gasto por persona para los individuos con edad mayor o igual a la edad de corte.

$PCE_{<65}$  es el gasto por persona para los individuos con edad inferior a la edad de corte.

- Age group specific expenditure increase: Consiste en la comparación de la pendiente del gasto por persona en diferentes grupos de edad. Los tramos de edad se toman con una amplitud de intervalo de cinco años, de manera que el intervalo que ocupa el séptimo lugar resulta ser el tramo de 30 a 34 años

La fórmula utilizada para la aplicación de este método es la siguiente:

$$PCE_Y^{AG} / PCE_7 = a + b * (Y - 1997) \quad \text{Donde}$$

El grupo de edad AG es cada tramo de edad

$PCE_Y^{AG}$  Es el gasto por persona en el año Y del grupo de edad AG

a y b son valores de la regresión lineal

- Exponential profile modelling: Mide la tendencia a través del tiempo de los parámetros de los modelos no lineales exponenciales. Observado por perfiles de gasto durante los años del período de observación.

Los resultados se obtienen aplicando la siguiente fórmula:

$$PCE_{AG} / PCE_7 = c + \exp(d - AG) \quad \text{Donde}$$

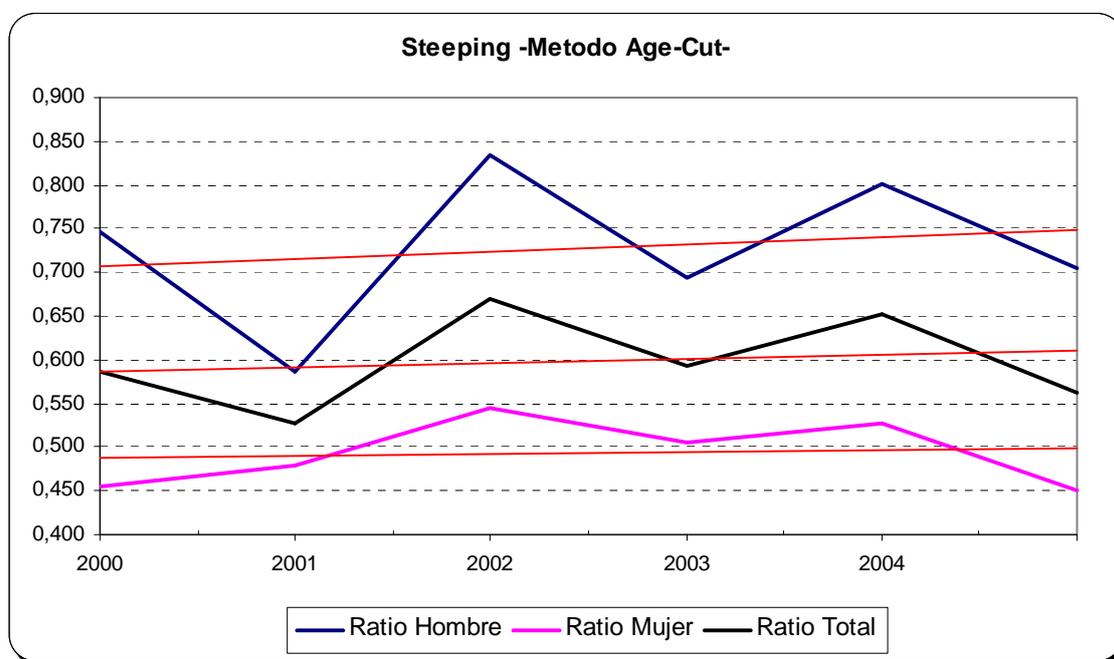
$PCE_{AG}$  Es el gasto por persona del grupo de edad AG

c y d son los parámetros calculados por un modelo no lineal

De todos los métodos, el que muestra más claramente el efecto Steeping es el denominado “age-cut method”. A continuación se muestran los resultados tras la aplicación de este método.

Se aplica a los datos de coste unitario por edad para los años 2000 a 2004.

Resultados del método Age-Cut Method por año de estudio						
	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Ratio Hombres	0,746	0,587	0,834	0,695	0,802	0,705
Ratio Mujeres	0,456	0,479	0,545	0,506	0,526	0,450
<b>Ratio Totales</b>	<b>0,587</b>	<b>0,528</b>	<b>0,670</b>	<b>0,593</b>	<b>0,652</b>	<b>0,562</b>



Fuente: elaboración propia

En el gráfico se observa como el efecto se verifica para los hombres del colectivo. Se ha trazado una línea de tendencia dibujada en color rojo, para descubrir como a largo plazo se cumple, los supuestos del efecto Steeping.

Los resultados obtenidos se aplican para los costes unitarios en hombres, aplicando año a año la siguiente curva de regresión lineal de incremento:

$$y = x \cdot 0,0087 + 0,6977$$

Donde

$x$  : Es el año proyectado

$y$  : Es el ratio de hombre mediante el método “age-cut method”

## **7.2. Proyección conjunta: el modelo final**

El incremento total que experimentarán los costes unitarios en el horizonte del año 2020, puede estar condicionado a la evolución de los distintos factores de incremento de gasto. Dado la dificultad de realizar esta valoración, y bajo la hipótesis de limitar los aumentos de costes en la proyección, sólo se considerará el incremento anual del 6%, y el efecto Steeping para los mayores de 65 años en hombres.

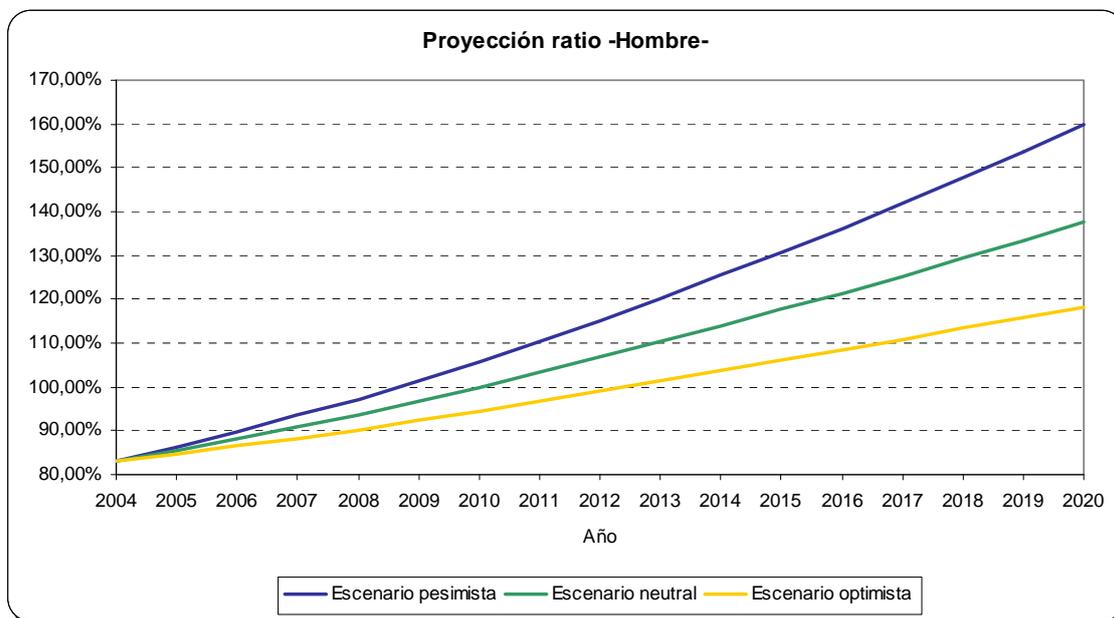
Además se fijan tres escenarios en función de las variaciones de primas, ya que resulta una variable del todo desconocida para la evolución de los resultados del colectivo.

Escenarios:

- Escenario optimista: El crecimiento de las primas resulta 100 puntos básicos por encima del incremento de coste general estimado, es decir se sitúa en un 7% anual.
- Escenario neutral: El incremento de las primas evolucionan de la misma manera que el incremento estimado para los costes, es decir en un 6%.
- Escenario pesimista: El crecimiento de las primas resulta 100 puntos básicos por debajo del incremento de coste general estimado, es decir se sitúa en un 5% anual.

Los resultados alcanzados para cada uno de ellos se representa en las siguientes tablas, donde se indica el ratio estimado prima de riesgo/ Prima MUFACE.

- Ratio Hombres



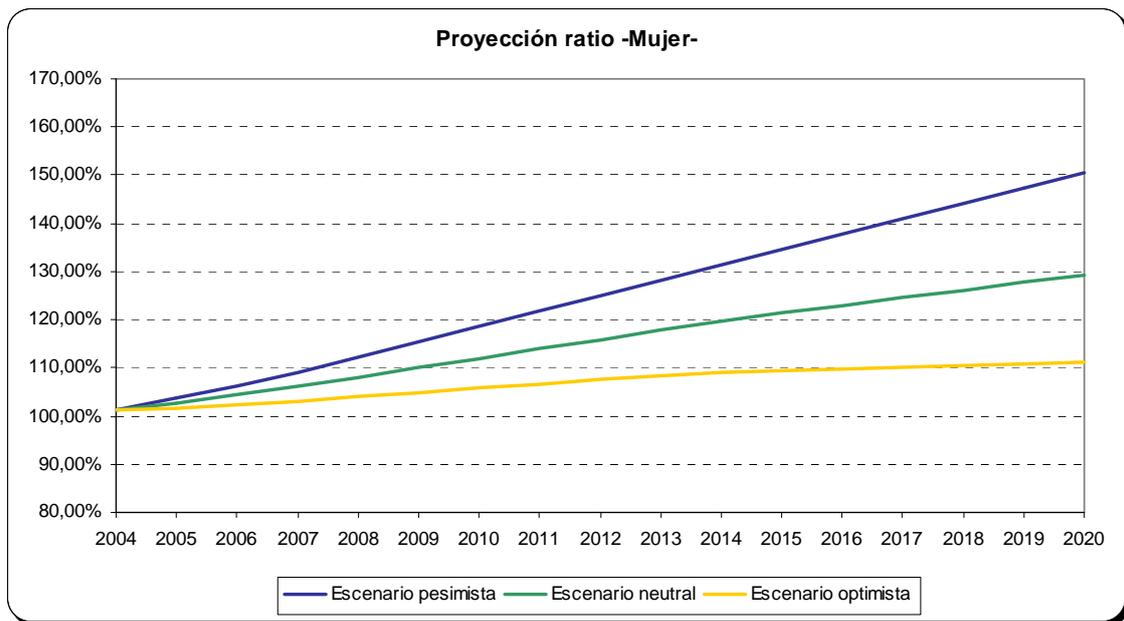
Fuente: elaboración propia

	Ratio -Hombre-		
	Escenario pesimista	Escenario neutral	Escenario optimista
2004	83,30%	83,30%	83,30%
2005	86,39%	85,57%	84,77%
2006	89,82%	88,14%	86,50%
2007	93,49%	90,87%	88,34%
2008	97,33%	93,71%	90,25%
2009	101,41%	96,71%	92,28%
2010	105,75%	99,90%	94,43%
2011	110,33%	103,25%	96,68%
2012	115,15%	106,74%	99,02%
2013	120,10%	110,28%	101,35%
2014	125,40%	114,06%	103,84%
2015	130,64%	117,71%	106,16%
2016	136,11%	121,47%	108,53%
2017	141,76%	125,32%	110,92%
2018	147,65%	129,30%	113,38%
2019	153,73%	133,36%	115,84%
2020	160,03%	137,51%	118,33%

A través de los resultados se advierte, que aunque los hombres parten de un ratio ventajoso, en el escenario neutro, aparece la insuficiencia de prima en el año 2010. Con

el paso del tiempo y debido al efecto “Steeping” y al envejecimiento del colectivo, su incremento es muy elevado, llegando en el escenario más optimista a un ratio del 118,33%.

- Ratio Mujeres

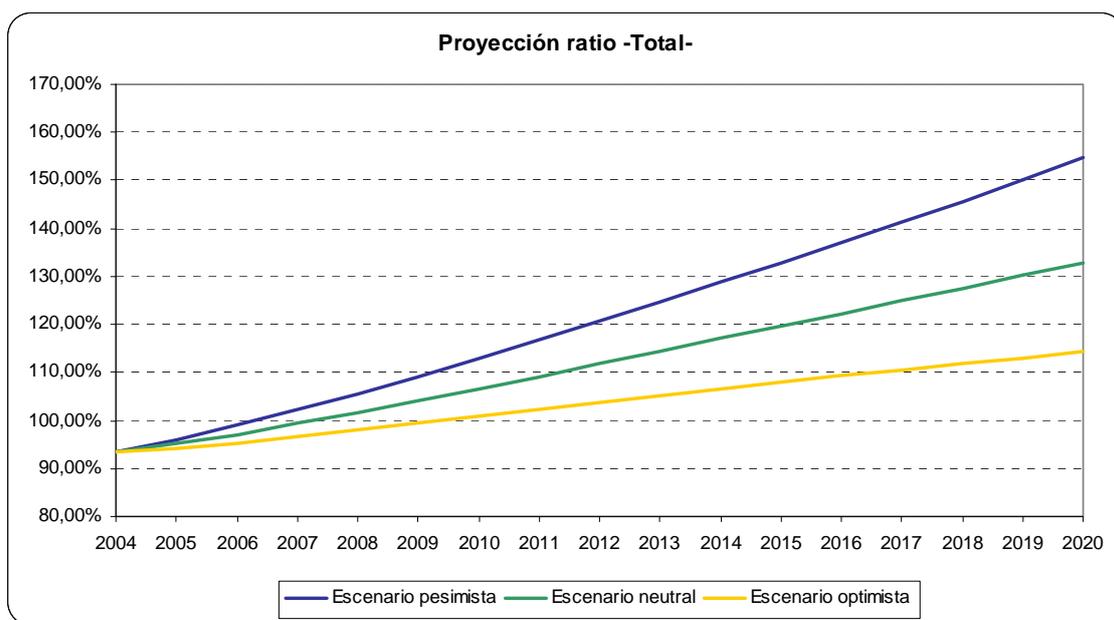


Fuente: elaboración propia

	Ratio -Mujer-		
	Escenario pesimista	Escenario neutral	Escenario optimista
2004	101,43%	101,43%	101,43%
2005	103,60%	102,63%	101,67%
2006	106,34%	104,35%	102,40%
2007	109,20%	106,14%	103,19%
2008	112,22%	108,04%	104,06%
2009	115,32%	109,98%	104,94%
2010	118,51%	111,96%	105,83%
2011	121,77%	113,95%	106,70%
2012	125,01%	115,88%	107,50%
2013	128,30%	117,80%	108,26%
2014	131,50%	119,61%	108,89%
2015	134,69%	121,35%	109,44%
2016	137,82%	123,00%	109,89%
2017	140,94%	124,60%	110,28%
2018	144,09%	126,19%	110,64%
2019	147,28%	127,76%	110,97%
2020	150,52%	129,34%	111,29%

Para las mujeres del colectivo, se parte de una prima insuficiente, y se observa su incremento a pesar de no aplicar la proyección del efecto “Steeping”, que aunque se tiene un efecto más moderado que para hombres, también se comprueba su repercusión.

- Ratio Total



Fuente: elaboración propia

	Ratio -Total-		
	Escenario pesimista	Escenario neutral	Escenario optimista
2004	93,35%	93,35%	93,35%
2005	95,97%	95,06%	94,17%
2006	99,01%	97,15%	95,35%
2007	102,23%	99,37%	96,61%
2008	105,62%	101,69%	97,94%
2009	109,15%	104,10%	99,32%
2010	112,86%	106,62%	100,78%
2011	116,70%	109,21%	102,26%
2012	120,64%	111,83%	103,74%
2013	124,67%	114,47%	105,19%
2014	128,80%	117,15%	106,65%
2015	132,90%	119,74%	107,99%
2016	137,06%	122,33%	109,29%
2017	141,30%	124,92%	110,56%
2018	145,67%	127,56%	111,85%
2019	150,13%	130,23%	113,12%
2020	154,72%	132,94%	114,40%

A nivel global, y como consecuencia de la insuficiencia del colectivo de mujeres la insuficiencia es mucho mayor que la del colectivo de hombres. Dicha insuficiencia continúa durante todos los años proyectados.

## 8. PROPUESTAS PARA UN MODELO ESTABLE

Una vez estudiado la proyección a futuro de los modelos se plantearán las distintas medidas que permitan la continuidad de la elección de los mutualistas de seguros privados de salud.

- Adecuación del sistema de financiación del modelo que tenga en cuenta los factores de riesgo tradicionalmente utilizados en los seguros de salud, que como mínimo deben ser la edad y el sexo, ya que moderarían el estrangulamiento financiero que puede producir las variaciones en costes producidas por los cambios demográficos.
- Realizar estudios de coste del impacto de cualquier modificación que se realice en el convenio entre MUFACE y las entidades aseguradoras, ya sea incorporación de nuevas coberturas, cambios en las normas y procedimientos para acceder y llevar a cabo las prestaciones ya existentes, realizando el ajuste de primas por este concepto.
- Implantación del sistema de copago; esta medida moderaría el gasto en facultativos especialistas que son una importante fuente del incremento del coste sanitario, aunque ésta es una medida con muchos detractores y en último grado, antisocial, también hay que considerar que no es ajena al colectivo MUFACE, ya que tiene un copago diferente al del resto de la población en lo referente a la farmacia.
- Hay evidencias que señalan a las nuevas tecnologías y a las variaciones de las prácticas clínicas como uno de los principales factores que generan el incremento de

los costes asistenciales. Por esto es necesario medir el uso adecuado de las nuevas tecnologías para mejorar el uso y la equidad de acceso a estas prestaciones.

## 9. CONCLUSIONES

Para finalizar; se pondrán de manifiesto los resultados obtenidos al analizar el sistema MUFACE, que es responsable de la asistencia sanitaria de más de 2.500.000 ciudadanos.

- Se puede considerar la proyección económica realizada en el presente estudio, sobre la solvencia dinámica del colectivo MUFACE como “prudente”, al no haber tenido en cuenta posibles factores de incremento del gasto sanitario, ante la dificultad de su valoración, como el caso de las nuevas coberturas, los cambios sociales, etc.

Por otra parte, el efecto de las transferencias de competencias a las comunidades autónomas provocará un mayor envejecimiento del colectivo MUFACE, con lo que se incrementará el gasto sanitario. Este efecto tampoco se valora en la proyección realizada, ya que al ser el traspaso de reciente instauración, aun no se puede establecer una valoración cuantitativa del alcance de sus consecuencias.

- El efecto “Steeping” se advierte fácilmente en el colectivo en estudio, por lo que es un factor que hay que tener en cuenta para una propuesta de financiación que se proponga para la suficiencia estática y dinámica del modelo.
- Es probable que, en el futuro, debido al envejecimiento de la población, el colectivo MUFACE tienda a incrementarse en número, ya que los mutualistas que se jubilen,

seguirán en el sistema, mientras que sus puestos serán sustituidos por funcionarios que se afiliaran a la mutualidad.

- Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, la proyección sobre la sostenibilidad futura del colectivo MUFACE realizada en el presente estudio, ofrece una clara **insuficiencia futura de la prima**.

Por tanto, es necesario una revisión y seguimientos continuos del colectivo para paliar las desviaciones negativas que se produzcan, y conseguir un mantenimiento financiero del sistema.

Además, el sistema de financiación actual tampoco permite a las compañías aseguradoras dotarse de recursos para cumplir con el requisito del margen de solvencia mínimo previsto en la Ley de Ordenación y Supervisión del Seguro Privado, y su Reglamento, hecho éste, que debería tenerse en cuenta a la hora de realizar las estimaciones de primas.

Como consecuencia de lo anterior, se proponen algunas medidas de aplicación en el modelo de financiación, para la sostenibilidad financiera futura del sistema MUFACE:

- La continuidad del modelo está íntimamente relacionada con el crecimiento armónico de la prima y los costes, y la equidad en la financiación entre los distintos asegurados. En este sentido, parece razonable considerar la posibilidad de que en el

modelo se amplíen los tramos por edad en el cálculo de la prima (reduciendo los subsidios intergeneracionales), y la incorporación del sexo como factor de riesgo (con lo que se disminuyen los subsidios intrageneracionales), ya que ambas variables tienen un efecto significativo sobre el coste.

- Una medida adicional a introducir en el sistema, para aliviar el coste del mismo, consistiría en la introducción de mecanismos de participación de los beneficiarios en el coste de las prestaciones. Un sistema basado en el copago, ayudaría a reducir la tensión financiera del sistema, al actuar en su doble vertiente de moderador de gasto y el efecto recaudatorio.
- Adicionalmente, para conseguir la sostenibilidad de este sistema de financiación sanitaria a largo plazo, podría incorporarse un método de cálculo actuarial de las primas, empleando instrumentos de nivelación de las tarifas, que permitan la dotación de provisiones de envejecimiento. Esto posibilitaría la contención del importe de las primas en las personas mayores, y por consiguiente, la viabilidad futura del modelo MUFACE.

## 10. BIBLIOGRAFIA

ACUÑA, E. et al. (2004). CHILE: *Proyecciones y Estimaciones de Población. Total País 1950-2050*. Cepal serie seminarios y conferencias. Santiago de Chile.

AHN, N. et al. (2003). *Gasto sanitario y envejecimiento de la población en España*. Fedea. Madrid.

ALONSO, J.; HERCE, J.A. (1998). *El gasto sanitario en España: Evolución reciente y perspectivas*. Fedea. Madrid.

ANDRES, A.; PEÑA, D. ;RODRIGUEZ, J. (2005). *Proyecciones de la población española*. Universidad Carlos III. Madrid.

ATO, M. et al. (2005). *Modelo lineal generalizado: Análisis de datos*. Documenta universitaria. Barcelona.

BLASCO, A ;LOPEZ, J. ;MOMPARLER, A. (2000). *Regímenes especiales de la seguridad social*. Tirant lo blanch. Valencia.

BOJ, E.; CLARAMUNT, M.M.; FORTIANA, J. (2004). *Análisis multivariante aplicado a la selección de factores de riesgo en la tarificación*. Cuadernos de la Fundación Mapfre. Madrid.

BUCHNER, F. ; WASEM, J. (1999). *'Steeping' Of Health Expenditure Profiles*. Paper Series Essen University No. 139. Alemania.

BUGLIOLI, M. ;ORTUN, V. (2000). *Sistemas de ajuste por riesgo*. Revista médica de Uruguay. Uruguay.

CANTALAPIEDRA, M. :PANIZO, E. (2002). *Evolución reciente y perspectivas de la fecundidad en España*. Revista Pediatría de Atención Primaria. Madrid.

CASADO, D. (2005). *Los efectos del envejecimiento demográfico sobre el gasto sanitario: mitos y realidades*. Estudios de economía aplicada. Madrid.

CELADE. (2002). *Estimaciones y proyecciones de población total del país. 1950-2015*. Cepal serie seminarios y conferencias. Buenos Aires.

CIRCULO DE EMPRESARIOS (2006). *Un sistema sanitario sostenible*. Madrid

CUETO, M. (1997). *Responsabilidad de la administración en la asistencia sanitaria* . Tirant Lo Blanch. Valencia.

ELOLA, J. (2001). *Política sanitaria española*. Díaz de Santos. Madrid.

FERNANDEZ, M.;GERVAS, J. (2006). *El fundamento científico de la función de filtro del médico general*. Revista brasileña de epidemiología. San Paulo.

FUSTE, J. et al. (2005). *Población con cobertura pública o doble cobertura de aseguramiento sanitario. ¿Cuál es la diferencia?*. Gaceta sanitaria. Barcelona.

GARCIA, J. et al. (2004). *El futuro de la sanidad en España*. Circulo de la salud. Madrid.

GARCIA, P.;TOVAR, S (1992) .*¿Cuál es la relación que existe entre los que gasta en sanidad una persona de 65 años o más con respecto al resto de la población?*. Departamento de Economía y Hacienda Pública, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Autónoma de Madrid. Madrid

GISBERT, R. (2002). *Economía y salud*. Masson. Barcelona.

GONZALEZ, M.C. (2003). *Introducción de mecanismos de competencia en la provisión de servicios sanitarios. Un análisis del caso español*. Tesis doctoral. Sevilla.

HERNANDEZ, J.A. (2003). *Evolución Futura de la Población. Tendencias Demográficas Durante el Siglo XX en España*. Instituto Nacional de Estadística. Madrid.

KRIEF, B. (1994) .*El seguro sanitario privado en España*. IBM. Madrid.

LEGUEY, S.; MARTÍN, M. L.; SÁNCHEZ, J. M. (1999). *Solvencia y estabilidad financiera en la empresa de seguros: metodología y evaluación empírica mediante análisis multivariante*. Cuadernos de la fundación mapfre estudios. Madrid.

LEVAGGI, L.; LEVAGGI, R. (2005). *Optimal Copayment Strategies in a Public Health Care System*. Working Paper Series. Genova.

LOPEZ, A. (2001). *Seguro sanitario y gasto público en España. Un modelo de microsimulación para las políticas de gastos fiscales en sanidad*. Papeles de Trabajo del Instituto de Estudios Fiscales. Madrid.

LOPEZ, G ; RODRIGUEZ, D. (1997). *La regulación de los servicios sanitarios en España*. Civitas. Madrid.

LOPEZ-CASANOVAS, G.; ORTUN, V. (1998). *Financiación capitativa, articulación entre niveles asistenciales y descentralización de las organizaciones sanitarias*. Fundación BBV. Madrid.

LLORENS, N. (2005). *Evaluación en el modelado de respuestas de recuento*. Universitat de les illes Balears Facultat de Psicologia. Palma de Mallorca.

MALLO, F. (2005). *Proyecciones de la población 2002-2052*. Junta de Castilla y León. Valladolid.

MENEU, R.; PEIRO, S.; ORTUN, V. (2005). *El impacto de los servicios sanitarios sobre la salud*. Universidad Pompeu Fabra. Barcelona.

MOSSIALOS, E.; THOMSON, S. (2002). *Voluntary health insurance in the european union: a critical assessment*. International journal of health services. Copenhagen.

OECD. (2004). *Private health insurance in OECD countries*. OECD. Paris.

O'GRADY, F. (1988). *Individual health insurance*. Illinois.

ORDAZ, J.A. (2003). *Análisis del seguro privado de enfermedad en España*. Tesis doctoral. Sevilla.

ORTUN, V. (1998). *Alternativas de reforma para la sanidad pública*. Circulo de empresarios. Madrid.

PAL, K. et al. (2005). *Issues in social protection*. International Labour Office. Genova.

POLDER, J.J. Et.al. (2002). *Age specific increases in health care costs*. European Observatory on Health Care Systems. Copenhagen

PUIG, J. (1999). *Managing Risk selections incentives in health sector reforms*. International journal of health plannign and managment. Barcelona.

PUIG, J. (2006). *¿Es la financiación sanitaria suficiente y adecuada?*. Gaceta sanitaria. Barcelona.

RICO, A. (2000). *Health care systems in transition: Spain*. European Observatory on Health Care Systems. Copenhage.

RODRIGUEZ, M. (2001). *El espacio de los seguros privados en los sistemas sanitarios públicos: marco conceptual y políticas*. Gaceta sanitaria. Barcelona.

VAZQUEZ DE PADURA, M (1993). *Los seguros de salud y la sanidad privada*. Cuadernos de la Fundación Mapfre. Madrid.

VICENTE, A. et al (2002). *Proyección y estudio de una población. El papel de la mortalidad*. Universidad Complutense de Madrid. Madrid

VICÉNS, J (2005). *Impacto Económico de la Inmigración sobre el Mercado Laboral*. Centro Gauss. Madrid

VIVES, J. (2002). *El diagnóstico de la sobredispersión en modelos de análisis de datos de recuento*. Universidad Autónoma de Barcelona. Barcelona.

## 11. ANEXOS

### 11.1. Proyección demográfica

edad	Proyección demográfica -Hombres-							
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
0	1.214	1.335	1.301	1.268	1.296	1.319	1.356	1.396
1	723	742	816	795	787	791	806	828
2	785	739	758	833	812	804	808	823
3	811	796	749	768	845	823	815	820
4	937	829	814	765	785	864	841	833
5	919	935	827	812	764	784	862	840
6	988	914	930	823	808	760	779	857
7	977	983	909	925	818	803	756	775
8	987	987	993	918	934	827	811	763
9	1.103	981	981	986	912	928	821	806
10	1.066	1.092	971	971	977	903	919	813
11	1.124	1.074	1.081	961	961	966	894	910
12	1.132	1.121	1.072	1.078	958	958	964	892
13	1.108	1.105	1.094	1.046	1.052	936	935	941
14	1.168	1.105	1.102	1.092	1.044	1.050	933	933
15	1.166	1.156	1.094	1.091	1.081	1.033	1.039	924
16	1.123	1.151	1.141	1.080	1.077	1.067	1.020	1.026
17	1.148	1.087	1.114	1.105	1.046	1.043	1.033	987
18	1.166	1.117	1.058	1.084	1.075	1.017	1.014	1.004
19	1.119	1.121	1.074	1.017	1.042	1.033	978	975
20	1.172	1.080	1.082	1.036	981	1.005	997	944
21	1.189	1.131	1.042	1.044	1.000	947	970	962
22	1.236	1.133	1.077	993	995	953	902	924
23	1.220	1.188	1.089	1.036	954	956	916	867
24	1.258	1.159	1.129	1.035	984	906	908	870
25	1.148	1.215	1.119	1.090	999	950	875	877
26	1.114	1.070	1.132	1.042	1.015	931	885	815
27	1.057	1.091	1.048	1.108	1.021	994	912	867
28	975	1.006	1.039	997	1.055	972	947	868
29	896	961	992	1.024	983	1.040	958	933
30	797	899	965	996	1.028	987	1.044	962
31	741	806	910	976	1.008	1.040	998	1.056
32	731	759	826	932	1.000	1.032	1.065	1.023
33	692	751	760	649	958	1.026	1.061	1.095
34	662	713	774	804	875	987	1.059	1.093
35	756	684	736	800	830	903	1.019	1.094
36	752	767	693	747	811	842	916	1.034
37	860	753	768	694	748	812	843	917
38	875	872	763	778	704	758	823	855
39	996	866	862	755	770	696	750	814
40	1.062	1.006	874	871	763	777	703	757
41	1.053	1.059	1.004	872	869	761	776	701
42	1.041	1.037	1.043	988	859	855	749	763
43	1.109	1.029	1.024	1.031	976	848	845	740
44	1.118	1.100	1.020	1.016	1.022	968	841	838
45	1.168	1.084	1.066	989	985	991	939	816
46	1.209	1.153	1.070	1.053	977	972	978	927
47	1.206	1.180	1.126	1.044	1.027	953	949	955
48	1.200	1.194	1.168	1.115	1.034	1.017	944	940
49	1.143	1.170	1.165	1.139	1.087	1.009	992	920
50	1.115	1.115	1.142	1.137	1.112	1.061	984	968
51	1.069	1.082	1.083	1.108	1.103	1.079	1.029	955
52	1.068	1.060	1.073	1.073	1.099	1.094	1.070	1.021
53	964	1.038	1.030	1.043	1.043	1.068	1.063	1.039
54	924	945	1.017	1.009	1.022	1.022	1.046	1.041
55	822	897	917	987	979	991	992	1.015
56	932	805	879	898	967	959	971	971
57	730	899	777	848	867	933	926	937
58	686	711	876	757	826	844	909	902
59	699	675	700	862	745	812	830	884
60	612	682	658	682	840	726	792	810
61	547	614	684	661	685	844	729	795
62	427	529	594	661	638	662	815	704
63	417	417	516	579	645	623	645	795
64	385	413	412	510	573	638	616	639
65	303	381	408	408	505	567	631	609
66	238	303	381	409	408	505	567	632
67	232	238	304	382	409	409	506	568
68	246	233	240	306	384	412	411	509
69	251	237	225	231	294	369	396	395
70	193	243	229	217	223	285	358	383
71	174	190	240	226	214	220	261	353
72	149	177	193	243	229	218	223	285
73	144	149	176	193	242	229	217	223
74	142	143	147	175	191	240	227	215
75	123	143	144	148	176	192	242	228
76	135	122	142	143	147	175	191	240
77	110	134	121	141	142	146	173	190
78	101	110	134	121	141	142	146	173
79	87	99	107	131	118	138	138	143
80	91	86	98	106	130	117	136	137
81	88	91	87	98	107	130	118	137
82	84	84	87	83	93	102	124	112
83	70	84	83	87	82	93	101	123
84	69	68	81	80	84	79	90	98
85	33	68	67	80	79	82	78	88
86	36	31	64	63	75	74	77	73
87	26	31	27	56	54	65	65	67
88	40	26	31	27	55	54	64	64
89	31	38	24	29	25	51	50	60
90	26	28	34	22	27	23	47	46

Proyección demográfica -Hombres-								
edad	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
0	1.431	1.459	1.472	1.467	1.448	1.415	1.369	1.316
1	852	874	891	899	896	885	864	836
2	846	871	893	910	918	915	904	883
3	835	858	883	906	923	931	928	916
4	838	853	877	902	925	943	952	949
5	832	836	852	875	901	924	941	950
6	835	827	832	847	870	896	919	936
7	853	831	823	827	842	865	891	914
8	783	861	839	831	835	851	874	900
9	758	778	856	834	826	830	845	868
10	798	751	770	847	825	817	822	837
11	805	790	743	762	838	817	809	813
12	907	803	788	741	760	836	815	807
13	870	886	783	769	723	742	816	795
14	939	868	884	782	767	722	740	814
15	924	929	860	875	774	759	715	733
16	912	912	917	848	863	764	749	705
17	993	883	883	888	821	836	739	725
18	960	966	859	858	863	799	813	719
19	966	923	929	826	826	830	768	782
20	941	932	891	896	797	796	801	741
21	910	906	899	859	864	768	768	773
22	916	867	865	857	819	823	732	732
23	889	881	834	832	824	787	792	704
24	824	844	837	792	790	782	748	752
25	840	795	815	808	765	762	755	722
26	817	782	741	759	753	712	710	703
27	798	800	766	726	743	737	698	696
28	825	760	762	729	691	708	702	664
29	856	814	749	751	719	681	698	692
30	937	859	817	752	754	722	684	700
31	973	948	869	826	761	762	730	691
32	1.082	997	971	890	846	779	761	748
33	1.051	1.112	1.024	998	915	870	801	803
34	1.128	1.083	1.146	1.056	1.028	942	896	825
35	1.129	1.165	1.119	1.183	1.090	1.062	973	925
36	1.109	1.145	1.182	1.134	1.200	1.105	1.077	967
37	1.035	1.111	1.146	1.183	1.136	1.202	1.107	1.078
38	930	1.049	1.126	1.162	1.199	1.151	1.218	1.122
39	845	920	1.038	1.113	1.149	1.186	1.139	1.205
40	822	854	929	1.048	1.124	1.161	1.198	1.150
41	755	820	852	927	1.046	1.122	1.158	1.195
42	690	744	807	838	912	1.029	1.104	1.140
43	754	682	735	798	828	901	1.017	1.091
44	734	748	677	729	791	821	894	1.008
45	812	711	725	656	706	767	796	866
46	805	802	702	716	647	697	757	786
47	904	786	783	685	699	632	680	739
48	945	895	778	775	679	692	625	674
49	916	922	873	759	756	662	675	610
50	898	894	900	852	740	737	646	658
51	940	871	868	873	827	718	715	627
52	947	931	864	860	865	820	712	709
53	992	920	905	839	836	841	796	692
54	1.018	971	901	887	822	819	824	780
55	1.010	988	943	875	860	798	794	799
56	995	990	968	923	857	843	781	778
57	937	960	955	934	891	826	813	754
58	913	913	935	930	910	868	805	792
59	887	898	898	919	915	895	853	792
60	872	865	875	875	896	892	872	832
61	813	875	868	879	879	900	895	875
62	768	785	845	839	849	849	869	864
63	687	749	766	824	818	828	828	847
64	787	680	741	758	815	809	819	819
65	632	778	672	733	749	806	800	809
66	610	632	779	673	734	750	807	800
67	633	611	633	780	673	734	750	808
68	571	636	614	636	784	677	738	754
69	489	550	612	591	612	754	651	710
70	383	474	532	592	572	592	729	630
71	378	377	467	524	584	563	584	719
72	358	383	383	474	532	592	571	592
73	284	356	382	381	472	530	590	569
74	221	281	353	379	378	468	525	585
75	216	222	283	355	381	380	470	528
76	227	215	221	281	353	378	378	467
77	239	225	213	219	279	351	376	375
78	189	238	225	213	219	279	350	375
79	169	185	232	219	208	213	272	341
80	141	167	183	230	217	206	211	269
81	138	142	168	184	231	218	207	212
82	130	131	135	160	175	220	207	196
83	112	130	130	134	159	174	218	206
84	119	108	125	126	129	153	167	211
85	96	117	106	123	124	127	151	165
86	83	90	110	99	115	116	119	141
87	64	72	78	95	86	100	101	104
88	66	63	71	77	94	85	99	99
89	60	62	59	67	72	88	80	93
90	55	55	57	54	61	66	81	73

Proyección demográfica -Mujeres-								
edad	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
0	1.212	1.346	1.312	1.299	1.306	1.330	1.367	1.407
1	744	768	853	831	823	827	842	865
2	776	762	786	873	851	843	847	863
3	845	787	773	798	886	863	855	860
4	887	852	794	780	805	894	871	862
5	903	888	853	794	780	805	884	871
6	951	897	882	847	789	775	800	888
7	1.027	949	895	880	845	787	773	798
8	1.061	1.020	942	889	874	839	782	768
9	1.078	1.055	1.014	937	884	868	834	777
10	1.033	1.061	1.038	997	922	869	854	821
11	1.095	1.014	1.042	1.019	980	905	854	839
12	1.244	1.069	990	1.017	995	956	884	833
13	1.120	1.214	1.043	966	992	971	933	862
14	1.129	1.104	1.197	1.029	953	978	957	920
15	1.204	1.092	1.068	1.158	995	922	946	926
16	1.139	1.172	1.063	1.040	1.127	968	897	921
17	1.146	1.102	1.133	1.028	1.006	1.090	936	868
18	1.173	1.116	1.073	1.104	1.001	979	1.062	912
19	1.180	1.135	1.080	1.038	1.068	969	948	1.027
20	1.328	1.137	1.093	1.041	1.000	1.029	933	913
21	1.239	1.278	1.094	1.052	1.001	962	990	898
22	1.316	1.212	1.249	1.070	1.029	979	941	968
23	1.375	1.278	1.177	1.213	1.039	999	951	914
24	1.439	1.349	1.254	1.155	1.191	1.019	980	933
25	1.386	1.381	1.295	1.204	1.109	1.143	979	941
26	1.427	1.367	1.363	1.278	1.188	1.094	1.128	965
27	1.310	1.391	1.333	1.329	1.246	1.158	1.066	1.100
28	1.215	1.300	1.381	1.323	1.319	1.237	1.150	1.059
29	1.110	1.190	1.273	1.353	1.296	1.292	1.211	1.126
30	1.064	1.133	1.214	1.299	1.380	1.322	1.318	1.236
31	973	1.069	1.137	1.219	1.305	1.386	1.328	1.324
32	979	1.012	1.112	1.183	1.268	1.358	1.442	1.362
33	949	1.000	1.034	1.136	1.209	1.296	1.367	1.473
34	992	978	1.031	1.066	1.170	1.246	1.335	1.429
35	1.006	1.000	985	1.039	1.074	1.179	1.255	1.346
36	1.172	1.027	1.020	1.006	1.060	1.096	1.204	1.262
37	1.296	1.186	1.040	1.033	1.018	1.073	1.110	1.219
38	1.411	1.304	1.194	1.046	1.040	1.025	1.080	1.117
39	1.678	1.400	1.294	1.184	1.038	1.031	1.017	1.072
40	1.662	1.677	1.399	1.293	1.184	1.037	1.031	1.016
41	1.776	1.635	1.650	1.376	1.272	1.164	1.020	1.014
42	1.758	1.740	1.601	1.616	1.348	1.246	1.141	999
43	1.931	1.740	1.722	1.585	1.600	1.334	1.233	1.129
44	1.877	1.908	1.720	1.702	1.568	1.580	1.318	1.219
45	1.755	1.834	1.864	1.680	1.662	1.530	1.544	1.288
46	1.691	1.716	1.792	1.822	1.642	1.625	1.496	1.509
47	1.687	1.672	1.697	1.773	1.602	1.624	1.607	1.479
48	1.632	1.636	1.622	1.646	1.719	1.747	1.575	1.558
49	1.547	1.570	1.574	1.580	1.583	1.654	1.681	1.515
50	1.438	1.505	1.527	1.531	1.518	1.540	1.609	1.635
51	1.406	1.407	1.472	1.494	1.498	1.485	1.507	1.574
52	1.402	1.391	1.392	1.457	1.478	1.482	1.469	1.491
53	1.259	1.361	1.351	1.352	1.414	1.435	1.439	1.426
54	1.130	1.227	1.326	1.316	1.317	1.378	1.398	1.402
55	1.078	1.106	1.201	1.298	1.288	1.289	1.348	1.368
56	1.084	1.059	1.087	1.180	1.275	1.265	1.266	1.325
57	983	1.061	1.036	1.063	1.154	1.248	1.238	1.239
58	878	973	1.049	1.025	1.052	1.142	1.235	1.225
59	904	874	968	1.044	1.020	1.047	1.136	1.228
60	726	884	854	946	1.021	997	1.023	1.111
61	707	741	902	871	965	1.041	1.018	1.044
62	565	702	735	895	865	958	1.033	1.010
63	477	564	700	733	893	863	956	1.031
64	525	479	566	703	737	897	866	960
65	369	527	481	568	706	739	900	870
66	301	366	523	477	564	700	734	893
67	311	306	372	531	485	573	711	745
68	318	313	307	374	534	487	576	715
69	302	310	305	299	364	520	475	561
70	265	293	301	295	290	353	505	461
71	262	269	297	305	299	294	358	512
72	292	268	275	304	311	306	301	366
73	218	298	273	280	310	318	312	307
74	240	229	312	287	294	325	333	327
75	194	241	230	314	288	295	327	335
76	201	199	247	235	322	295	302	334
77	198	202	199	248	236	323	296	303
78	170	197	200	198	246	235	321	294
79	163	168	194	198	195	243	232	317
80	175	167	172	199	203	201	250	238
81	152	171	164	169	195	199	196	244
82	124	151	171	163	168	194	198	196
83	114	120	146	165	157	162	187	191
84	124	114	119	146	164	157	162	187
85	104	118	108	113	138	156	149	154
86	77	98	111	102	107	130	147	140
87	90	71	90	102	93	98	120	135
88	77	63	66	63	95	67	91	111
89	65	68	74	58	74	84	77	80
90	50	61	63	69	54	69	78	71

Proyección demográfica -Mujeres-								
edad	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
0	1.443	1.471	1.484	1.479	1.460	1.427	1.380	1.327
1	891	914	931	940	937	925	903	874
2	887	913	936	954	962	959	947	925
3	875	899	926	949	968	976	973	961
4	867	883	907	934	958	976	985	982
5	863	867	883	908	934	958	977	985
6	865	857	862	877	901	928	952	970
7	866	863	855	860	875	899	926	950
8	792	880	857	849	854	869	893	920
9	763	788	875	852	844	849	864	888
10	765	751	775	861	839	830	835	850
11	806	751	738	761	845	824	815	820
12	819	787	733	720	743	825	804	796
13	813	799	768	715	703	725	805	784
14	850	802	788	757	705	693	715	794
15	890	822	776	762	733	682	670	691
16	901	866	800	755	742	713	664	652
17	891	872	838	774	730	718	689	642
18	845	868	849	816	754	711	699	672
19	882	818	839	821	789	729	688	676
20	989	850	788	809	791	761	703	663
21	878	952	818	758	778	761	732	676
22	878	859	931	800	741	761	744	715
23	940	853	834	904	777	720	739	723
24	897	922	837	819	887	762	706	725
25	896	861	886	803	786	852	732	678
26	928	884	849	874	792	775	840	722
27	941	905	861	828	852	773	756	819
28	1.091	934	899	855	822	846	767	750
29	1.037	1.069	915	880	837	805	828	751
30	1.149	1.058	1.091	934	898	854	821	845
31	1.241	1.154	1.062	1.095	938	902	858	825
32	1.377	1.291	1.200	1.105	1.139	975	938	893
33	1.411	1.407	1.319	1.226	1.129	1.164	997	958
34	1.518	1.455	1.450	1.359	1.264	1.163	1.200	1.027
35	1.440	1.530	1.466	1.461	1.370	1.273	1.172	1.209
36	1.374	1.470	1.562	1.496	1.491	1.396	1.300	1.197
37	1.297	1.391	1.488	1.581	1.515	1.510	1.416	1.316
38	1.227	1.306	1.400	1.498	1.591	1.524	1.519	1.425
39	1.108	1.217	1.295	1.388	1.486	1.578	1.512	1.507
40	1.071	1.107	1.216	1.294	1.387	1.485	1.577	1.511
41	999	1.053	1.089	1.196	1.273	1.365	1.461	1.551
42	993	979	1.032	1.067	1.172	1.247	1.337	1.431
43	989	983	969	1.021	1.056	1.160	1.235	1.323
44	1.116	978	971	958	1.009	1.043	1.146	1.220
45	1.190	1.090	955	949	935	986	1.019	1.119
46	1.259	1.164	1.065	933	927	914	964	996
47	1.493	1.245	1.151	1.053	923	917	904	953
48	1.435	1.448	1.207	1.116	1.022	895	890	877
49	1.499	1.380	1.392	1.161	1.074	983	861	856
50	1.474	1.458	1.342	1.354	1.130	1.044	956	838
51	1.600	1.442	1.427	1.313	1.325	1.105	1.022	935
52	1.557	1.583	1.427	1.412	1.299	1.311	1.093	1.011
53	1.447	1.512	1.537	1.385	1.370	1.262	1.273	1.062
54	1.390	1.410	1.473	1.497	1.349	1.335	1.229	1.240
55	1.372	1.360	1.380	1.442	1.465	1.320	1.307	1.203
56	1.345	1.348	1.336	1.356	1.416	1.440	1.297	1.284
57	1.296	1.316	1.319	1.307	1.326	1.386	1.408	1.269
58	1.226	1.283	1.302	1.305	1.294	1.312	1.371	1.393
59	1.219	1.220	1.276	1.295	1.298	1.287	1.306	1.364
60	1.201	1.191	1.192	1.248	1.266	1.269	1.258	1.276
61	1.133	1.225	1.216	1.216	1.273	1.292	1.295	1.284
62	1.036	1.125	1.216	1.206	1.207	1.263	1.282	1.285
63	1.007	1.033	1.122	1.213	1.203	1.204	1.260	1.278
64	1.036	1.012	1.038	1.127	1.218	1.209	1.209	1.265
65	963	1.039	1.016	1.042	1.131	1.223	1.213	1.214
66	863	956	1.031	1.008	1.034	1.122	1.213	1.204
67	907	877	971	1.048	1.024	1.050	1.140	1.232
68	749	912	881	976	1.053	1.029	1.056	1.146
69	697	730	888	858	951	1.026	1.002	1.028
70	544	676	708	862	833	922	995	972
71	467	552	685	718	873	844	935	1.009
72	523	477	564	700	733	893	862	955
73	373	533	487	575	714	748	910	880
74	322	392	559	510	603	749	784	955
75	329	324	394	562	513	606	753	789
76	343	337	331	403	576	525	621	771
77	335	344	338	332	404	577	527	623
78	301	333	342	336	330	402	573	523
79	290	298	329	337	332	326	397	566
80	325	298	306	338	346	340	335	407
81	233	318	292	299	331	339	333	327
82	243	232	317	290	298	329	337	332
83	189	235	224	305	280	287	317	325
84	190	188	234	223	304	279	286	316
85	178	181	179	222	212	289	265	272
86	145	167	170	168	209	199	272	249
87	129	133	153	156	154	192	183	250
88	125	119	123	142	145	143	178	169
89	98	111	106	109	126	128	126	157
90	75	91	103	96	101	117	119	117

## 11.2. Programa de vbexcel –Cubic Spline-

```
Option Explicit
Option Base 0
Function cubspline(Metode As Integer, xi As Double, xx As Object, yy As Object) As Double
Dim i As Integer
Dim yi As Double
Dim x() As Double
Dim y() As Double
Dim y2() As Double
Dim j As Integer
If Metode = 1 Then
    'Numerical Recipes are 1 based
    j = 0
Else
    'Others are 0 based
    j = -1
End If
For i = 1 To UBound(xx())
    If yy(i) <> "" Then
        j = j + 1
        ReDim Preserve x(j)
        ReDim Preserve y(j)
        x(j) = CDBl(xx(i))
        y(j) = CDBl(yy(i))
    End If
Next i
If Metode = 1 Then
    'NR cubic spline
    'Get y2
```

```
ReDim y2(1 To UBound(x()))
```

```
Call spline(x(), y(), UBound(x()), 10 ^ 30, 10 ^ 30, y2())
```

```
'Get y
```

```
Call splint(x(), y(), y2(), UBound(x()), xi, yi)
```

```
ElseIf Metode = 3 Then
```

```
'Own cubic spline
```

```
yi = SplineX3(xi, x(), y())
```

```
End If
```

```
'Return
```

```
cubspline = yi
```

```
End Function
```

```
Sub spline(x() As Double, y() As Double, N As Integer, yp1 As Double, ypn As Double, y2() As Double)
```

```
'Given arrays x(1:n) and y(1:n) containing a tabulated function, i.e.,  $y_i = f(x_i)$ , with
```

```
' $x_1 < x_2 < \dots < x_N$ , and given values yp1 and ypn for the first derivative of the inter-
```

```
'polating function at points 1 and n, respectively, this routine returns an array y2(1:n) of
```

```
'length n which contains the second derivatives of the interpolating function at the tabulated
```

```
'points xi. If yp1 and/or ypn are equal to  $1 * 10^{30}$  or larger, the routine is signaled to set
```

```
'the corresponding boundary condition for a natural spline, with zero second derivative on
```

```
'that boundary.
```

```
'Parameter: NMAX is the largest anticipated value of n.
```

```
Dim Nmax As Integer
```

```
Nmax = 500
```

```
Dim i As Integer
```

```
Dim k As Integer
```

```
Dim p As Double
```

```
Dim qn As Double
```

```
Dim sig As Double
```

```
Dim un As Double
```

```
ReDim u(Nmax) As Double
```

'The lower boundary condition is set either to be natural

If (yp1 > 9.9E+29) Then

$$y2(1) = 0\#$$

$$u(1) = 0\#$$

Else

'or else to have a specified first derivative.

$$y2(1) = -0.5$$

$$u(1) = (3\# / (x(2) - x(1))) * ((y(2) - y(1)) / (x(2) - x(1)) - yp1)$$

End If

'This is the decomposition loop of the tridiagonal

'algorithm. y2 and u are used for temporary

'storage of the decomposed factors.

For i = 2 To N - 1

$$\text{sig} = (x(i) - x(i - 1)) / (x(i + 1) - x(i - 1))$$

$$p = \text{sig} * y2(i - 1) + 2\#$$

$$y2(i) = (\text{sig} - 1\#) / p$$

$$u(i) = (6\# * ((y(i + 1) - y(i)) / (x(i + 1) - x(i)) - (y(i) - y(i - 1)) / (x(i) - x(i - 1)))) / (x(i + 1) - x(i - 1)) - \text{sig} * u(i - 1)) / p$$

Next i

'The upper boundary condition is set either to be natural

If (ypn > 9.9E+29) Then

$$qn = 0\#$$

$$un = 0\#$$

Else

'or else to have a specified first derivative.

$$qn = 0.5$$

$$un = (3\# / (x(N) - x(N - 1))) * (ypn - (y(N) - y(N - 1)) / (x(N) - x(N - 1)))$$

End If

$$y2(N) = (un - qn * u(N - 1)) / (qn * y2(N - 1) + 1\#)$$

'This is the backsubstitution loop of the tridiagonal algorithm.

For k = N - 1 To 1 Step -1

$$y2(k) = y2(k) * y2(k + 1) + u(k)$$

Next k

End Sub

Sub splint(xa() As Double, ya() As Double, y2a() As Double, N As Integer, x As Double, y As Double)

'Given the arrays xa(1:n) and ya(1:n) of length n, which tabulate a function (with the

'xai 's in order), and given the array y2a(1:n), which is the output from spline above,

'and given a value of x, this routine returns a cubic-spline interpolated value y.

Dim k As Integer

Dim khi As Integer

Dim klo As Integer

Dim A As Double

Dim B As Double

Dim h As Double

'We will the right place in the table by means of bisection.

klo = 1

khi = N

While (khi - klo > 1)

$$k = (khi + klo) / 2$$

If (xa(k) > x) Then

    khi = k

Else

    klo = k

End If

Wend

'klo and khi now bracket the input value of x.

$$h = xa(khi) - xa(klo)$$

```
If (h = 0) Then MsgBox ("bad xa input in splint")

'Cubic spline polynomial is now evaluated.

A = (xa(khi) - x) / h

B = (x - xa(klo)) / h

y = A * ya(klo) + B * ya(khi) + ((A ^ 3 - A) * y2a(klo) + (B ^ 3 - B) * y2a(khi)) * (h ^ 2) / 6#

End Sub

Public Function SplineX3(x As Double, xx() As Double, yy() As Double) As Double

'|-----

'| Function returns y value for a corresponding x value, based on cubic spline.

'| Will never oscillates or overshoot. No need to solve matrix.

'| Also calculate constants for cubic in case needed (for integration).

'|

'| xx(0 to No_of_lines) is x values

'| * Must be unique (no two consecutive ones the same)

'| * Must be in ascending order

'| * No of lines = Number of points - 1

'| yy(0 to No_of_lines) is y values

'|

'| Uses function dxx to prevent div by zero.

'|

'| Developer: C Kruger, Guildford, UK

'| Date: December 2001

'|-----

Dim i As Integer

Dim j As Integer

Dim Nmax As Integer

Dim Num As Integer

'1st and 2nd derivative for left and right ends of line

Dim gxx(0 To 1) As Double
```

Dim ggxx(0 To 1) As Double

'Constants for cubic equations

Dim A As Double 'Also for linear extrapolation

Dim B As Double 'Also for linear extrapolation

Dim C As Double

Dim D As Double

'Number of lines = points - 1

Nmax = UBound(xx())

'(1a) Find LineNumber or segment. Linear extrapolate if outside range.

Num = 0

If x < xx(0) Or x > xx(Nmax) Then

'X outside range. Linear interpolate

'Below min or max?

If x < xx(0) Then Num = 1 Else Num = Nmax

B = (yy(Num) - yy(Num - 1)) / dxx(xx(Num), xx(Num - 1))

A = yy(Num) - B \* xx(Num)

SplineX3 = A + B \* x

Exit Function

'(1b) Find LineNumber or segment. Linear extrapolate if outside range.

Else

'X in range. Get line.

For i = 1 To Nmax

If x <= xx(i) Then

Num = i

Exit For

End If

Next i

End If

'(2) Calc first derivative (slope) for intermediate points

For j = 0 To 1      'Two points around line

  i = Num - 1 + j

  If i = 0 Or i = Nmax Then

    'Set very large slope at ends

    gxx(j) = 10 ^ 30

  ElseIf (yy(i + 1) - yy(i) = 0) Or (yy(i) - yy(i - 1) = 0) Then

    'Only check for 0 dy. dx assumed NEVER equals 0 !

    gxx(j) = 0

  ElseIf ((xx(i + 1) - xx(i)) / (yy(i + 1) - yy(i)) + (xx(i) - xx(i - 1)) / (yy(i) - yy(i - 1))) = 0 Then

    'Pos PLUS neg slope is 0. Prevent div by zero.

    gxx(j) = 0

  ElseIf (yy(i + 1) - yy(i)) \* (yy(i) - yy(i - 1)) < 0 Then

    'Pos AND neg slope, assume slope = 0 to prevent overshoot

    gxx(j) = 0

  Else

    'Calculate an average slope for point based on connecting lines

    gxx(j) = 2 / (dxx(xx(i + 1), xx(i)) / (yy(i + 1) - yy(i)) + dxx(xx(i), xx(i - 1)) / (yy(i) - yy(i - 1)))

  End If

Next j

'(3) Reset first derivative (slope) at first and last point

If Num = 1 Then

  'First point has 0 2nd derivative

  gxx(0) = 3 / 2 \* (yy(Num) - yy(Num - 1)) / dxx(xx(Num), xx(Num - 1)) - gxx(1) / 2

End If

If Num = Nmax Then

  'Last point has 0 2nd derivative

  gxx(1) = 3 / 2 \* (yy(Num) - yy(Num - 1)) / dxx(xx(Num), xx(Num - 1)) - gxx(0) / 2

End If

'(4) Calc second derivative at points

$$ggxx(0) = -2 * (gxx(1) + 2 * gxx(0)) / dxx(xx(Num), xx(Num - 1)) + 6 * (yy(Num) - yy(Num - 1)) / dxx(xx(Num), xx(Num - 1)) ^ 2$$

$$ggxx(1) = 2 * (2 * gxx(1) + gxx(0)) / dxx(xx(Num), xx(Num - 1)) - 6 * (yy(Num) - yy(Num - 1)) / dxx(xx(Num), xx(Num - 1)) ^ 2$$

'(5) Calc constants for cubic

$$D = 1 / 6 * (ggxx(1) - ggxx(0)) / dxx(xx(Num), xx(Num - 1))$$

$$C = 1 / 2 * (xx(Num) * ggxx(0) - xx(Num - 1) * ggxx(1)) / dxx(xx(Num), xx(Num - 1))$$

$$B = (yy(Num) - yy(Num - 1) - C * (xx(Num) ^ 2 - xx(Num - 1) ^ 2) - D * (xx(Num) ^ 3 - xx(Num - 1) ^ 3)) / dxx(xx(Num), xx(Num - 1))$$

$$A = yy(Num - 1) - B * xx(Num - 1) - C * xx(Num - 1) ^ 2 - D * xx(Num - 1) ^ 3$$

'Return function

$$\text{SplineX3} = A + B * x + C * x ^ 2 + D * x ^ 3$$

"Alternative method based on Numerical Recipes.

"Shorter but does not calc cubic constants A, B, C, D

'i = Num

$$'A = (xx(i) - x) / (xx(i) - xx(i - 1))$$

$$'B = 1 - A$$

$$'Cy = 1 / 6 * (A ^ 3 - A) * (6 * (yy(i) - yy(i - 1)) - 2 * (gxx(i) + 2 * gxx(i - 1)) * (xx(i) - xx(i - 1)))$$

$$'Dy = 1 / 6 * (B ^ 3 - B) * (2 * (2 * gxx(i) + gxx(i - 1)) * (xx(i) - xx(i - 1)) - 6 * (yy(i) - yy(i - 1)))$$

"Return function

$$'SplineX3 = A * yy(i - 1) + B * yy(i) + Cy + Dy$$

End Function

Public Function dxx(x1 As Double, x0 As Double) As Double

'Calc Xi - Xi-1 to prevent div by zero

$$dxx = x1 - x0$$

If dxx = 0 Then dxx = 10 ^ 30

End Function