

LA PROBLEMATICA DE LOS TANTOS INTERANUALES, LA ASIGNACION DEL RANGO DE LA EDAD Y DEL INTERVALO DE EXPOSICION AL RIESGO EN UN COLECTIVO DE ACTIVOS

Amancio Betzuen Zalbidegoitia

Director del Instituto de Estudios Financiero-Actuariales

SUMMARY

I present in this work some of the existing methods to find out the quantity that each of the member of each collective that make up a pension plan has to contribute during the observation period for the calculation of the relative frequency of death.

Given that the numerator and the denominator must be obtained from the application of homogeneous hypothesis, both in the cases of age rank and age interval to calculate and taking into account that enough information at an individual level is available, the actuary has the capacity to choose the most appropriate method, knowing that each of the methods dealt with cause deviations in the results.

KEY WORDS: Mortality studies. Employee plans. Exposure. Age interval. Tabulating rules.

1. INTRODUCCION

El actuario es el experto, el técnico que trabaja en un ambiente de riesgo y por lo tanto su responsabilidad depende de lo que avale con su firma y del puesto que ocupe en la empresa. Uno de estos casos, es el de aquellos actuarios que de alguna manera estén relacionados con aspectos que impliquen a colectivos, esto es, que esté entre sus estimaciones la previsible evolución de la estructura futura de un colectivo en cuanto al grado de baja o supervivencia del mismo, debido a los diferentes eventos a los que dicho colectivo esté expuesto.

Es cierto, que no todos los actuarios necesitan llevar a cabo un análisis de los tantos decrementales de un colectivo, pero de una u otra forma, la mayoría de los actuarios han necesitado una tabla actuarial para el cálculo de alguna magnitud relacionada con los seguros de vida, con los planes de pensiones, etc.

Actualmente, con el desarrollo de la tercera directiva de vida y con las disposiciones que sobre seguros de vida, pensiones, etc. se establezca por los responsables de cada gobierno de cada país, el actuario se verá en la necesidad de justificar con cierto rigor matemático y estadístico, el uso adecuado de una tabla actuarial.

Partimos del hecho de que no todos los actuarios necesitan conocer cómo se construye una tabla actuarial, pero sí estarán obligados a tener capacidad como para saber elegir la tabla adecuada, para el colectivo al que se debe aplicar. Esta será una exigencia explícita para los llamados actuarios "cualificados".

Dado que una tabla actuarial representa un conjunto de valores ordenados en filas y en columnas, su elección no estriba tanto en los valores de dicha tabla sino en la adecuación del modelo matemático que proporciona dichos valores y esto, evidentemente, sólo está al alcance de aquellos actuarios expertos en los, digamos, ajustes matemáticos.

En lo que sigue, se pretende mostrar la problemática y algunas consideraciones entorno al análisis de la mortalidad de un colectivo de activos, típico en el caso de seguros de vida o planes de previsión. En estos casos la experiencia de la población general no es válida y por consiguiente el actuario tiene que recabar información, si es posible, del propio colectivo. Esta información se puede obtener bien, a lo largo de un cierto número de años, no muy extenso, con el objeto de que no se disperse la información objeto de estudio, cuando el colectivo no es muy grande, o para dos o tres años cuando se trate de un colectivo importante, como pudiera corresponder a un tamaño superior a los 200.000 registros, en cuyo caso la consideración del número de años no sería tan necesario, en cuanto al propio proceso de ajuste, si bien, es aconsejable tomar de referencia más de un año, con el objeto de mejorar la suavidad "natural" de las frecuencias relativas.

Puesto que normalmente se dispone de un número elevado de datos, es necesario proceder a un tratamiento ordenado y sistemático de los mismos, no sólo para averiguar el número de bajas producidas en un colectivo, en la que es importante saber elegir la edad a la que se imputa la baja, y para esto es necesario definir el rango del intervalo de la edad correspondiente, sino también para la determinación del periodo de exposición al riesgo, la que por cociente, respecto del número de bajas, nos proporciona la frecuencia relativa.

A lo largo de este trabajo se pretende ofrecer el proceso que se puede seguir cuando se dispone de información de un número elevado de registros y se quieren buscar los valores de unas frecuencias relativas brutas. Dado que los datos no se corresponden con periodos unitarios (anuales) enteros, en primer lugar se muestran los métodos habituales para su tratamiento. Posteriormente se analizan algunas formas de establecimiento del periodo de observación y de los subcolectivos que surgen durante el proceso.

Finalmente se muestran algunos criterios para asignar la edad a cada persona del colectivo y el rango del intervalo asociado a dicha edad, lo que produce la segregación del colectivo total por grupos de edades. Todo este conjunto de métodos, criterios y elecciones exigen del actuario cierto esfuerzo de congruencia y de homogeneidad en su actuación. No obstante, este esfuerzo sería baldío si posteriormente cuando la práctica actuarial haga uso de esta herramienta, no la aplique con los criterios de coherencia con los que fue elaborada.

Conviene recordar antes de seguir, que dos actuarios expertos en estudios de colectivos, pueden utilizar criterios diferentes, como tendremos oportunidad de comprobar, lo cual conduce a resultados diferentes, pero afortunadamente se mantienen dentro de unos márgenes tolerables, representando todos ellos resultados correctos.

En la técnica actuarial cuando nos referimos al periodo de exposición al riesgo, lo que nos interesa destacar es el número de unidades de tiempo que una persona, asegurada o socio-partícipe, está expuesta a un evento. La "medida" de este periodo presenta algunas matizaciones que es conveniente conocerlas antes de averiguar las frecuencias relativas. No solo para evitar posibles errores que pudieran existir, sino para confirmar que no todas las técnicas conducen a los mismos resultados y sin embargo pueden ser todas correctas. Pero a nuestro juicio es beneficioso que el actuario sepa a qué resultados conduce cada uno de los criterios.

Como es sabido, en un valor frecuencial de estas características, en el numerador se sitúa el número de bajas objeto de estudio y en el denominador el número de unidades de exposición al riesgo. Ambos valores proceden del análisis de un periodo de observación y este debe ser homogéneo para ambas componentes.

Establecido el periodo de observación, que normalmente corresponde a dos fechas de calendario, como por ejemplo, desde el 1 de enero de 1991 al 31 de diciembre de 1995, aunque no necesariamente debe corresponderse con años naturales completos, lo que se pretende es

averiguar la contribución de cada persona del grupo, al numerador y al denominador. Pero como decimos, los valores que se obtienen dependen del rango que se asigne a cada edad de la persona y del intervalo de edad que se le atribuya. Ambos dependen del criterio del actuario y por lo tanto es él quien define las hipótesis de establecimiento. Un actuario cualificado en estos temas establecerá el criterio que a su juicio es el más idóneo y lo que es más importante procurará que ambos, tanto el rango de edades como el intervalo de edad unitario sean homogéneos.

Como decimos lo que se pretende es observar a un partícipe durante un periodo de tiempo, y por lo tanto determinar su contribución al numerador de la expresión del tanto decremental (de mortalidad si lo que se analiza es la mortalidad del colectivo) y el periodo de exposición al riesgo potencial, y por lo tanto su contribución al denominador de la citada expresión. Ahora bien, este periodo tiene un comienzo y un final y puesto que el actuario es el que establece el criterio, tanto el comienzo como el final del periodo de observación imputable a cada partícipe dependerá de su elección.

En la práctica, existe más de un criterio tanto para la determinación del rango de edad como para la del intervalo de exposición al riesgo. Esto conduce a que dos actuarios diferentes proporcionen resultados diferentes. No obstante dentro de la homogeneidad anteriormente aludida, esta diferencia está técnicamente aceptada.

Puesto que como hipótesis de partida se suele señalar: el evento a estudiar (en nuestro caso con el objeto de facilitar la interpretación de lo que sigue elegiremos la mortalidad) y el periodo de observación del estudio, por ejemplo, entre dos fechas de calendario, comenzamos señalando que ninguna de ellas influye o provoca diferenciación en los resultados finales y por lo tanto no requieren de mayor comentario⁽⁸⁾. Pero no sucede lo mismo con la asignación del rango de edad. En este caso, el actuario establece principalmente, que se "catalogue" al socio-partícipe o asegurado según sea el colectivo, en base a la edad actuarial, en base a la edad real, en base a la edad del próximo aniversario, etc. Como se puede apreciar esto da lugar a que a una misma persona se le catalogue, por ejemplo, de edad 45, ó edad 46. Véase sinó el caso de una persona nacida el 1-V-1945, respecto del periodo de observación que comienza el 1-I-91. En base a la edad real $x=45$, en base a la edad actuarial $x=46$ y en base a la edad del siguiente aniversario $x=46$. Como se puede observar aquí se produce la primera diferencia.

Normalmente en cuanto al inicio del periodo de exposición al riesgo no se suelen producir diferencias en los distintos métodos, pero sí en cuanto al momento final. Esto proporciona una nueva diferencia entre los métodos. En el caso concreto del análisis de la medida de la mortalidad, la fecha final del periodo de exposición al riesgo depende del criterio de distribución de la mortalidad interanual. Es evidente, que cuando nos encontramos con periodos inferiores a un año, lo cual es lo más

⁸ Estamos admitiendo, en este punto, que ya ha sido elegido el evento a estudiar

frecuente, puesto que para la mayoría de los partícipes su contribución final no se corresponde con un periodo de edad unitario entero, la fracción de año correspondiente debe ser imputado a una edad, pero esta no lo será por 1 año sino por una fracción de año y como se sabe, el tanto de mortalidad para periodos inferiores a un año no están tabulados. De ahí que los actuarios nos veamos en la necesidad de establecer una hipótesis de distribución de la mortalidad interanual.

2. CRITERIOS DE DISTRIBUCION DE LOS DECREMENTO INTERANUALES

De entre los diferentes criterios de distribución que podríamos establecer, tres son básicamente los aplicables, al menos desde el punto de vista práctico, pues los demás no los hemos contrastado ni los hemos conseguido ver contrastados con aplicaciones reales. De ahí que nos centremos en los tres criterios de distribución siguientes:

- a) de fallecimiento uniforme,
- b) de Balducci,
- c) de tanto instantáneo uniforme

Veamos en qué consiste cada uno de estos criterios de distribución y podremos apreciar cómo cada uno de ellos conduce a resultados diferentes, lo cual nos da pie a formular una opinión sobre ellos.

A) Criterio de distribución uniforme de los fallecimientos.

El actuario que establece esta hipótesis está suponiendo que los fallecimientos se producen uniformemente a lo largo del año, tal es así que podremos afirmar que si de un colectivo fallecen a lo largo de un año 12 personas, todos ellos de edad 40, cada mes fallece una o lo que es lo mismo una persona fallece cada 1/12 de año. De la misma forma se podría generalizar para intervalos mas pequeños.

Esta hipótesis matemática de suponer la distribución uniforme de los fallecidos significa que se cumple

$$f(t) = {}_tq_x = a+bt \quad t \in [0,1]$$

pues el número de fallecidos d_x se va acumulando linealmente conforme nos vamos acercando al final del intervalo anual. Para determinar la expresión de ${}_tq_x$ es habitual acudir al recurso de sus valores extremos en los que como sabemos se cumple que:

$$\text{para } t=0 \rightarrow {}_0q_x=0=a$$

$$\text{para } t=1 \rightarrow q_x=a+b$$

de donde

$$a=0 \quad \text{y} \quad b=q_x$$

y por lo tanto

$${}_tq_x = t * q_x \quad t \in [0,1]$$

A partir de la condición anterior se obtiene

$$l_{x+t} = l_x - t * q_x \quad t \in [0,1] \quad (1)$$

que es la forma clásica de averiguar el valor de la función de supervivencia entre dos puntos de edades exactas tales como x y $x+1$.

Un caso mas general de la probabilidad ${}_tq_x$ lo constituye la probabilidad ${}_{1-h}q_{x+t}$, que para la hipótesis anteriormente considerada conduce a la expresión

$${}_{1-h}q_{x+t} = \frac{l_{x+t} - l_{x+t+1-h}}{l_{x+t}} = \frac{(1-h) q_x}{1 - t * q_x}$$

que tiene sentido cuando $t+1-h \leq 1$ o bien $t \leq h$.

De lo anterior se deduce que la función de supervivencia decrece linealmente dentro del intervalo anual, lo cual no deja de extrañar, por cuanto que la función matemática representativa de los valores biométricos prácticos de l_x no es lineal. No obstante, como vemos, esto es consecuencia de la hipótesis de la distribución uniforme introducida y, solamente aplicable para intervalos interanuales y para operaciones prácticas, que es donde se pretende superar el "escollo". Ahora bien, al aceptar una u otra hipótesis, su incidencia no se reduce solamente a lo anterior, sino que repercute en el resultado de la frecuencia relativa.

B) Criterio de distribución de Balducci.

El actuario italiano Gaetano Balducci propuso como criterio de distribución la siguiente función:

$$f(t) = {}_{1-t}q_{x+t} = a+bt \quad t \in [0,1]$$

Aparentemente, esta formulación matemática es más complicada que la anterior. No obstante se puede proceder en la misma forma que en el epígrafe anterior y así se obtiene:

$$\text{para } t=0 \rightarrow q_x=a$$

$$\text{para } t=1 \rightarrow {}_0q_{x+1}=0=a+b$$

de donde

$$a=q_x \text{ y } b=-q_x$$

y por lo tanto

$${}_{1-t}q_{x+t} = (1-t) q_x \quad t \in [0,1]$$

A partir de la condición anterior se obtiene que:

$$l_{x+t} = \frac{l_x * l_{x+1}}{l_{x+1} + t * d_x} \quad t \in [0,1] \quad (2)$$

Como se puede observar se llega a una expresión bastante más complicada que la obtenida en (1) que es la que habitualmente utilizamos para la función de supervivencia para periodos interanuales.

Balducci no dio ninguna explicación convincente a este comportamiento de la función l_{x+t} , es más, se puede llegar a comprobar que el tanto instantáneo de fallecimiento es, en este caso, decreciente, mientras que en el caso del epígrafe anterior es creciente.

Esta "anomalía" de comportamiento no es, en principio, aceptable desde el punto de vista actuarial, pues sabido es que la intensidad de la mortalidad, en condiciones normales, va creciendo conforme aumenta la edad de la persona, salvo en casos extremos como sucede en los primeros meses de la niñez.

Pero este no es nuestro caso dado que tratamos un colectivo de trabajadores activos y por consiguiente con edades, normalmente comprendidas entre los 20 y los 65 años.

Como en el epígrafe anterior un caso más general que l_{x+t} lo constituye la probabilidad l_{x+t}^h que tiene por expresión:

$$l_{x+t}^h = \frac{(1-h) q_x}{1-(h-t) q_x}$$

el cual tiene sentido cuando $1-h+t \leq 1$.

También se puede apreciar que mientras que la expresión (1) corresponde a una línea recta decreciente de pendiente $-d_x$ la expresión (2) se corresponde al inverso de una línea recta (ya que ésta se encuentra en el denominador de la expresión). Este comportamiento hiperbólico⁽⁹⁾ es cuanto menos chocante y como decimos no concuerda con la lógica actuarial que atribuye a la función de supervivencia un comportamiento decreciente a medida que crece la edad.

Lo anterior se acepta dentro del periodo anual, por cuanto que simplifica enormemente algunos cálculos prácticos, y sobre todo en lo concerniente a la determinación del periodo de exposición al riesgo para intervalos inferiores al año. Fuera de los periodos interanuales no es de aplicación.

C) Criterio de distribución según un tanto instantáneo de mortalidad constante.

Este criterio establece como hipótesis que

$$\mu_{x+t} = \mu \quad t \in [0,1]$$

En este caso el tanto de mortalidad viene dado por

$$q_x = 1 - \exp(-\mu t) \quad t \in [0,1]$$

⁹ Se puede comprobar que derivando respecto de t , la derivada primera resulta negativa y la derivada segunda positiva. Este comportamiento de la función corresponde a una hipérbola decreciente y cóncava hacia arriba.

y la función de supervivencia por

$$l_{x+t} = l_x \exp(-\mu t) \in [0,1] \quad (3)$$

Expresión que aún siendo conocida no resulta tan práctica como la dada en (1).

Si comparamos las funciones de supervivencia (1), (2) y (3) se puede apreciar que al principio, la función (3) crece mas rápidamente que la función (2) y a su vez ésta mas rápido que (1) para pasar a suceder todo lo contrario al final.

En este último epígrafe se ha supuesto el caso del tanto instantáneo constante a lo largo de un periodo anual. Esto en la realidad no sucede y por lo tanto tampoco se trata de un caso real. El que mas se aproxima a la lógica actuarial es la primera, en la que el tanto instantáneo resulta creciente con la edad, pero sin embargo la más simple de aplicar para el cálculo del periodo de exposición al riesgo es la segunda.

En cualquier caso queda mostrado que según cual sea la hipótesis establecida por el actuario el resultado que se obtiene es diferente.

3. NOTACIONES

Mas adelante aludiremos de nuevo a estos criterios de distribución, no obstante con el objeto de formalizar las definiciones y las expresiones presentamos brevemente algunas notaciones.

Para ello comenzamos denotando a cada situación posible inicial por:

- i: representa a un activo que en el inicio del periodo de observación formaba parte del colectivo.
- a: representa a una persona que entra al colectivo después de iniciado el periodo de observación, es por tanto una alta la que se produce al colectivo.

y a cada situación posible final por:

- f: representa una persona que fallece durante el periodo de observación.
- b: representa la baja que se producen en el colectivo de partícipes antes de finalizar el periodo de observación.

Las bajas incluyen a las salidas que se producen por causas diferentes al fallecimiento, que recordemos es el evento objeto de estudio.

- p: representa al activo que permanece como tal en el momento final del periodo de observación.

Los subgrupos que intervienen a lo largo del estudio de un periodo de observación y que influyen en el resultado de la frecuencia relativa de

fallecimiento, son denotados por la misma letra que en el caso individual pero con mayúscula.

4. FRECUENCIA RELATIVA DE FALLECIMIENTO

En una primera aproximación, con un planteamiento no muy preciso y cuando se dispone de información sobre el tamaño inicial del colectivo I_t , del número de altas que se producen durante el periodo de observación A_t , y las bajas que se producen durante el mismo periodo B_t , es evidente que podemos plantear la siguiente relación:

$$I_t + A_t - B_t - F_t = P_t$$

en donde F_t representa el número de fallecidos en el mismo periodo de observación, P_t los que permanecen al final de dicho periodo y t una fecha de calendario.

El planteamiento anterior no permite obtener una frecuencia relativa en base a las hipótesis de distribución de mortalidad anteriormente mostradas. Por ello, y teniendo en cuenta que nos movemos dentro del intervalo de edad $(x, x+1)$, y denotando por r la fracción del año transcurrido desde el principio del año, cuando se produce una alta y s la fracción del año transcurrido desde el principio del año, cuando se produce una baja, podemos escribir

$$I_t q_x + A_t 1-r q_{x+r} - B_t 1-s q_{x+s} = F_t \quad (4)$$

esto es, utilizando las probabilidades interanuales de manera que se puedan aplicar las hipótesis sobre mortalidad ya apuntadas.

En principio y desde el punto de vista práctico, se nos plantearía el problema de determinar los valores de las probabilidades interanuales. Desde el punto de vista teórico podemos utilizar los criterios de distribución ya definidos. Esto nos permitirá obtener unas expresiones que serán analizadas a continuación.

A) Criterio de distribución uniforme de los fallecidos.

La expresión (4) según esta hipótesis se puede escribir de la siguiente forma:

$$I_t q_x + A_t \frac{(1-r) q_x}{1 - r q_x} - B_t \frac{(1-s) q_x}{1 - s q_x} = F_t$$

expresión bastante incómoda para calcular el valor de q_x que cumpla a dicha ecuación.

B) Criterio de distribución de Balducci.

La expresión (4) según esta hipótesis quedaría de la forma:

$$I_t q_x + A_t (1-r)q_x - B_t (1-s)q_x = F_t \quad (5)$$

que representa una ecuación de grado uno y por lo tanto muy sencilla de resolver.

C) Criterio de distribución según un tanto instantáneo de mortalidad constante.

La expresión (4) según esta hipótesis quedaría de la forma:

$$I_t q_x + A_t [1-(1-q_x)^{1-r}] - B_t [1-(1-q_x)^{1-s}] = F_t$$

expresión todavía mas complicada pero que se podría resolver mediante algún método iterativo numérico.

Si nos fijamos en la ecuación (5) vemos que ésta se puede escribir de la forma:

$$q_x^* = \frac{F_t}{I_t + A_t (1-r) - B_t (1-s)} \quad (10)$$

en la que q_x^* representa aquí la frecuencia relativa bruta observada.

Obsérvese cómo el denominador incluye un periodo unitario completo para los partícipes que permanecen en activo durante todo el año, el

¹⁰ En esta expresión no hay referencia a lo que sucede con los fallecidos más allá de la fecha $x+s$ de fallecimiento.

tiempo de exposición es $(1-r)$ para las altas que se producen en $(x+r)$ y se descuenta el tiempo $(1-s)$ para las bajas que se producen en $(x+s)$. Sin embargo, esta fórmula no da información sobre la incidencia de los fallecidos, o mejor dicho la expresión anterior no "ajusta" la fórmula por las bajas que se producen por fallecimiento, como consecuencia del planteamiento de la ecuación inicial. Por la misma razón dicho planteamiento no recoge los fallecimientos que se producen entre los B_t durante el tiempo $(1-s)$.

Se puede poner un ejemplo, en el cual se demuestre que en cada caso la frecuencia relativa de mortalidad es diferente. En efecto, supongamos un subgrupo, para la edad $x=40$, de: $I_t=3.665$, $A_t=114$ y $B_t=246$ y tomemos como fecha promedio de altas y bajas $x+r=40+1/4$, $x+s=40+2/3$ permaneciendo al final 3.661 personas.

En estas condiciones para cada hipótesis se obtiene el siguiente resultado:

Para el caso A: $q_x = 0,00763308$

Para el caso B: $q_x = 0,00763255$

Para el caso C: $q_x = 0,00763281$

Evidentemente no coinciden.

Como se ha podido observar, hemos reducido la formulación a un planteamiento con valores "promedios", puesto que se ha tomado a todas las altas en una misma fecha y todas las bajas en una misma fecha. Este no es el caso real evidentemente, pero nos proporciona la idea para operar con cada una de las individualidades. No obstante, antes de seguir, y tomando la hipótesis más sencilla en cuanto a la forma de cálculo, esto es la de Balducci, se puede escribir:

$$q_x^* = \frac{F_t}{I_t + A_t(1-r) - B_t(1-s)} = \frac{F_t}{E_t}$$

es decir, la relación entre el número de fallecidos observados entre x y $x+1$ y el valor E de exposición al riesgo.

Una vez elegido por el actuario una de las tres hipótesis anteriores, recordando que cada una de ellas conduce a un resultado ligeramente diferente, el siguiente paso le lleva a establecer el rango de la edad de cálculo de la frecuencia relativa bruta.

5. PERIODO DE OBSERVACION

Las fórmulas anteriormente mostradas son utilizadas para periodos inferiores a un año. Este no es el caso cuando en la práctica se pretende observar el número de bajas producidas. Aquí el periodo es mas largo y coincide con el periodo de exposición al riesgo. Dicho periodo no se

reduce a un año sino a varios años, como puede ser 3 o 5 años. Esta circunstancia obliga a elegir un periodo de observación siguiendo un criterio concreto en base a la experiencia del actuario y las exigencias del estudio.

Existen diferentes criterios para elegir el periodo de observación dando lugar a intervalos diferentes y como consecuencia a resultados ligeramente diferentes. Estas diferencias carecen de importancia si el criterio elegido se mantiene para cada uno de los subcolectivos.

Los criterios más habituales en la práctica son:

- De año a año de calendario.
 - De fecha a fecha de calendario.
 - De aniversario a aniversario.
- a) Cuando se elige de un año a otro de calendario es frecuente que el periodo de observación transcurra entre el 1 de enero de un año y el 31 de diciembre de un año posterior. Por ejemplo, se estudian las frecuencias de fallecimiento desde el 1 de enero de 1991 al 31 de diciembre de 1995.
- b) En este caso se fijan dos fechas de calendario pero que no tienen porqué coincidir con el primero de enero y el último de diciembre, sino que por ejemplo, el periodo de observación puede transcurrir entre el 15 de junio de 1991 y el 15 de junio de 1995. Lo que sí suele ser habitual es que el periodo de

observación comprenda un número entero de periodos unitarios (normalmente anuales).

- c) Cuando se estudian frecuencias de fallecimiento para un colectivo de asegurados es frecuente que el periodo de observación se establezca entre vencimientos de la póliza o entre aniversarios de la emisión de la póliza, esto es, se estudia desde la emisión de la póliza hasta su próximo aniversario.

6. SEGREGACION EN SUBCOLECTIVOS

Cuando se dispone de un colectivo relativo a un plan de pensiones o de un colectivo de asegurados en una entidad aseguradora, del cual se quiere obtener las frecuencias relativas brutas a partir de las frecuencias absolutas observadas como pueden ser los fallecimientos, es conveniente segregar el colectivo total "continuo" que evoluciona a través de todo el periodo de observación, en varios subcolectivos. Esto se realiza a criterio del actuario y normalmente no difiere mucho aunque se tomen diferentes periodos de observación.

De la dinámica evolutiva del colectivo "surgen" subcolectivos de personas claramente definidos, los cuales proporcionan o dan lugar a periodos de exposición al riesgo diferentes y que por consiguiente su estudio resulta mas sencillo si se procede a su desglose.

Cualquier miembro de un plan, en cuanto a su periodo de exposición tienen un inicio y un final (los casos que no se encuentren en el periodo

no son tenidos en cuenta, para la contribución al periodo de exposición al riesgo, evidentemente) y que por razones formales pueden ser representados como se indicará a continuación.

Pero previamente queremos indicar una forma sencilla y práctica de constituir los subcolectivos. Por ejemplo, a un colectivo de personas como es el que forman parte de un plan de pensiones, se puede entrar bien porque estaban de alta al inicio del estudio, son los que podríamos llamar subcolectivo de *iniciantes* del plan y que los denotaremos por (I) o bien porque se produce una alta a lo largo del periodo de observación, le podemos llamar simplemente subcolectivo de *altas* y lo denotaremos por (A). De dicho colectivo se puede salir bien porque se produce el fallecimiento y le llamaremos subcolectivo de *fallecidos* y lo denotaremos por (F), se puede salir porque se produce una baja del colectivo total como consecuencia de una invalidez, un abandono, una excedencia, etc. le llamaremos subcolectivo de *bajas* y lo denotaremos por (B) y finalmente el subcolectivo de los que se mantienen de alta en el colectivo del plan al finalizar el periodo de observación y que le podemos llamar el subcolectivo de los que *permanecen* de alta al final de periodo y que lo denotaremos por (P). Obsérvese que las bajas las hemos agrupado en un único subcolectivo, esto es frecuente cuando el evento que se estudia es el que no se agrupa.

7. ASIGNACION DEL RANGO DE LA EDAD DE FALLECIMIENTO

Recordemos que nos encontramos ante un colectivo muy numeroso de personas, como corresponde al constituido por la agrupación homogénea de varios miembros de varios planes de pensiones de empresas muy similares, bien por sector o por servicio y se pretende considerarlos ubicados por rangos de edades, para cuyas edades se buscan las frecuencias inicialmente absolutas en cuanto a número de fallecidos a cada edad y posteriormente las relativas brutas con la participación del periodo de exposición al riesgo asociado a dichas edades.

Una vez que el actuario ha definido el periodo de observación y se han establecido los diferentes subcolectivos que se ven involucrados en la observación, como decimos se pasa a establecer el rango de la edad de referencia x , que podemos denominar criterio de asignación de la edad de una persona. Una vez obtenida la edad x hay que fijar el intervalo de la edad x , esto es, entre qué edades los partícipes quedan catalogados como de edad x . Existen diferentes criterios de asignación y diferentes métodos para establecer el rango o intervalo de la edad x .

Lo que se pretende es establecer una técnica metodológica que de forma programática permita acometer el cálculo de la frecuencia relativa. El actuario se va a encontrar en la situación, no solo de considerar los extremos del periodo de observación, y por consiguiente de la estructura del grupo de personas al inicio y al final de dicho periodo, sino también

de los movimientos que se produzcan durante el periodo de observación. De ahí que sea conveniente adjudicar una nomenclatura a cada estado o grupo en consideración.

Así, si a un partícipe se le representa por (i,b) significa, que se le toma en estado inicialmente de activo y se le observa hasta que se produce la baja, si escribimos (a,f), significa que se le toma desde que se produce el alta (por lo tanto, no formaba parte del colectivo al inicio del periodo de observación) y hasta que se produce el fallecimiento, (a,p), significa que se le observa desde que se produce el alta y durante toda su permanencia como activo, etc. Además, como decimos, para cada partícipe se tiene que completar su seguimiento con una referencia, una fecha, una edad, etc. que normalmente se le ubica en la notación como subíndice. Es decir, de alguna manera se le establece una referencia o la asignación de un número.

Tal asignación pudiera ser, en el caso de fallecimiento

$$f_x : x =$$

para referirnos al fallecimiento de un partícipe de edad x cuya edad queda fijada según un criterio.

Falta por indicar el valor que se le asignaría. Evidentemente lo más simple que se nos ocurriría es poner:

$$f_x : x = FF - FN \tag{6}$$

esto es, que la edad x se le asocia al número resultante de la diferencia de dos fechas de calendario, la de fallecimiento y la de nacimiento.

Teóricamente se obtiene la edad real de fallecimiento, pero en la práctica se le asigna la edad entera alcanzada. Por ejemplo, si un partícipe nació el 1-IV-60 y falleció el 1-IX-96, según este criterio de asignación de edades resulta:

$$1\text{-IV-}60 \rightarrow 1\text{-IX-}96 \Rightarrow 36 \text{ a } 5\text{m}$$

esto es, 36 años y 5 meses con lo cual a este partícipe le catalogaremos por f_{36} , luego al reescribir lo anterior podemos poner:

$$f_{36} : 36 = (1\text{-IX-}96) - (1\text{-IV-}60)$$

Lo que acabamos de escribir, que resulta tan sencillo, se complica cuando se tiene en cuenta los criterios de asignación de los periodos de exposición al riesgo, pues como hemos visto, cada una de las hipótesis que tomemos conduce a resultados diferentes, y como al menos los criterios han de ser homogéneos se debe proceder con cierta prudencia. No olvidemos que al final de toda esta metodología de los criterios de asignación está la facilidad de la programación para el ordenador, pero por contra dicha simplificación nos puede conducir a una acumulación de desviaciones por una elección inadecuada.

Dada que la fórmula mas simple de utilizar es la derivada de la hipótesis de Balducci, todo lo que sigue a continuación se desarrollará en base a dicha hipótesis. En este contexto, como también se ha dicho, la consideración del tiempo de exposición al riesgo difiere, según que la baja se produzca por fallecimiento, por otra causa o simplemente porque se agote el periodo de observación. En consecuencia procede analizar los casos posibles que se nos pueden presentar en función de la causa de baja de un partícipe.

8. CRITERIOS DE ASIGNACION DE LA EDAD

A) Se dispone de información suficiente

1) Método de la edad actuarial

Se trata de un método muy popular entre los actuarios y consiste en atribuir como edad de fallecimiento la edad entera mas próxima al cumpleaños.

De esta manera el rango de edad de fallecimiento se indicaría de la forma:

$$f_x : x = EA$$

y puesto que se atribuye como edad actuarial x a aquel partícipe cuya edad real se encuentre entre $x-1/2$ y $x+1/2$ la regla de catalogación sería:

$$f_x [x-1/2; x+1/2]$$

Por ejemplo, un partícipe nacido el 15-V-50 y fallecido el 15-XII-96 se le catalogaría con un

$$f_{47} [47-1/2 ; 47+1/2]$$

II) Método de la edad entera alcanzada

Se trata de otro método de asignación del rango de la edad de fallecimiento de una persona. Consiste simplemente en atribuir la fórmula

$$f_x : x = \text{EEA}$$

En este caso el periodo de catalogación se corresponde con el año de edad natural, esto es:

$$f_x [x; x+1]$$

formando parte de la f_x cada una de las personas cuya edad real al fallecimiento se encuentre entre x y $x+1$.

Por ejemplo, un partícipe nacido el 1-VII-62 y fallecido el 1-V-96 tiene una edad real de fallecimiento de 33¹⁰/₁₂ años. Pues bien, su rango de edad al fallecimiento es 33 y por lo tanto se le asigna una f_{33} y su periodo de catalogación es:

$$f_{33} [33;34]$$

pensamos que se trata del método más simple de aplicar.

Existen otras reglas pero que no se suelen utilizar en la práctica. Habría que encontrar argumentos convincentes que le sugieran al actuario la necesidad de utilizar un método diferente a los anteriores. Por citar alguno de ellos consideremos el método de asignación por la edad alcanzada en el próximo cumpleaños.

Según esta regla el rango de edad de fallecimiento se indicaría de la forma:

$$f_x : x = \text{EPC}$$

Puesto que la edad exacta no la ha alcanzado, es evidente que su intervalo de catalogación transcurre desde $x-1$ a x , por consiguiente la regla de catalogación sería:

$$f_x [x-1;x]$$

Por ejemplo, para un partícipe nacido el 20-V-1955 y fallecido el 20-X-1996, se le catalogaría por

$$f_{42} [41;42]$$

Como se ha podido observar en estos tres últimos métodos, el actuario no necesita introducir la hipótesis de la edad promedio de nacimiento, ni la edad promedio de fallecimiento, lo cual ya es una ventaja. Claro está,

todo esto en el caso de que disponga de información suficiente. No obstante, no está exento de tener que tomar una decisión en cuanto al método de catalogación, y esto le supone un riesgo, por cuanto que tiene que elegir el que pudiera ir mejor con el fin que persigue.

Con el objeto de completar lo anterior consideremos a modo de ejemplo tres hipotéticos partícipes.

Partícipe A: FN: 1-X-1960 FF: 1-1-1996

Partícipe B: FN: 1-X-1960 FF: 1-VIII-1996

Partícipe C: FN: 1-V-1960 FF: 1-VII-1996

Las edades exactas que resultan al fallecimiento de cada partícipe son:

$$X_A = 353/12 \quad X_B = 3510/12 \quad X_C = 362/12$$

Pero veamos cómo serían catalogados según la hipótesis que considere el actuario.

Según el método 1 se catalogarían por

$$f_{35} [35-1/2; 35+1/2] \quad f_{36} [36-1/2; 36+1/2] \quad f_{36} [36-1/2; 36+1/2]$$

Según el método 2 se catalogarían por

$$f_{35} [35;36] \quad f_{35} [35;36] \quad f_{36} [36;37]$$

Según el método 3 se catalogarían por

$$f_{36} [35;36] \quad f_{36} [35;36] \quad f_{37} [36;37]$$

Como se puede observar difieren tanto en la asignación del rango de la edad como en la catalogación del intervalo y por lo tanto en la determinación del valor numérico del numerador de la frecuencia relativa de fallecimiento.

Se observa, no obstante, que estos métodos de catalogación no dependen de la naturaleza del periodo de observación. Lo cual no deja de ser una ventaja. El inconveniente lo tienen cuando no se tiene información detallada de los datos biométricos de un colectivo. De ahí la necesidad de que el actuario recomiende completar la información que se le facilite.

B) Cuando solo se conocen años de calendario

Aún sucede con cierta frecuencia que la información que recibe el actuario es incompleta y muchas veces solo dispone, cuando lo dispone, de años de nacimiento, año de fallecimiento, etc. Este problema se agrava cuando los datos que se solicitan son en buena parte históricos con el objeto de observar la tendencia de la evolución de los fallecidos a lo largo de una o dos décadas. En estos casos se pueden utilizar otros criterios de asignación del tipo que mostramos a continuación.

I) Criterio de diferencia de fechas de calendario

En la expresión (6) se ha indicado la forma de asignar una edad al partícipe al fallecimiento y en consecuencia se le ha catalogado como un f_{46} . Pero con lo anterior, en este caso, la asignación no quedaría suficientemente definida. Véase sinó el siguiente caso: un partícipe cuya fecha de nacimiento fue el 15-XI-50 y la de fallecimiento el 15-II-96, se tiene

$$f_x : x = FF-FN \rightarrow f_{46}$$

Tomemos este otro: un partícipe cuya fecha de nacimiento fue el 1-I-50 y el de fallecimiento el 1-IX-96, se tiene:

$$f_x : x = FF-FN \rightarrow f_{46}$$

sin embargo sus edades alcanzadas son $x=45$ y $x=46$, con unas edades exactas de $x=453/12$ y $x=468/12$ respectivamente.

Luego nos encontramos con un rango de edades a la hora de asignar la edad de fallecimiento de un partícipe, y lo que es importante para nuestra observación es que la diferencia de edad es superior a la unidad de edad de un partícipe, esto es un año de edad.

Dado que cuando se quiere averiguar una frecuencia relativa de fallecimiento, se requiere asignar una edad única, y sobre un rango

unitario y que normalmente se corresponde con un año (el anterior presenta 1 año y 5 meses), este criterio de asignación no supone un buen sistema para establecer el intervalo de la edad de fallecimiento.

El método anterior se puede concretar con otro tal, que tuviera en cuenta la diferencia de fechas de calendario mas bien que diferencias de años de calendario. El anterior método nos conduce, en el caso más extremo a un rango de dos periodos anuales, tal es el caso de un partícipe que nace el 1-I-50 y fallece el 31-XII-96 frente a otro con fecha de nacimiento el 31-XII-50 y fallecimiento el 1-I-96. Esta anomalía se puede subsanar truncando el rango de edad en medio año, con lo cual el intervalo se reduciría a $[451/2, 461/2]$.

El método anterior sería de obligada aplicación cuando la información que nos facilitan del colectivo sólo dispone del año de calendario de nacimiento y de fallecimiento. En este caso no sabemos cuales son sus edades exactas y por consiguiente no tenemos otra elección.

A continuación se presenta otro criterio más convincente.

II) Criterio del punto medio del año

De partida este método introduce desviaciones por exceso o por defecto, ya que a las personas nacidas en los primeros 6 meses del año les recorta la edad en unos meses y a los nacidos en los últimos 6 meses del año les

alarga. La ley de los grandes números conduce a una cierta compensación, evidentemente.

La coherencia en las hipótesis del actuario le obliga a considerar que si establece que todos los nacimientos se producen el 1 de julio, análogamente deberá considerar que todos los fallecimientos suceden el 1 de julio. Por supuesto esta última hipótesis también introduce desviaciones en los resultados. La notación que se podría utilizar en este caso sería:

$$f_x : x = FF(1-VII) - FN(1-VII)$$

Ya se comprende que este método conduce a que el fallecimiento se produce a una edad exacta. Sin embargo facilita las cosas para establecer el rango de edad de fallecimiento, pues basta quitar o añadir medio año al resultado obtenido anteriormente para lograr el intervalo de edad de fallecimiento. Por lo tanto inicialmente se averigua la edad exacta de fallecimiento y después el intervalo de edad unitaria de fallecimiento. Esto es, en primer lugar se determina el subíndice de la característica f y en segundo lugar, el intervalo de edades reales que catalogan a los partícipes con una f_x . Escrito de otra manera resulta:

$$f_x [x-1/2 ; x+1/2]$$

Existen algunos trabajos, en los que este periodo se considera diferente, habida cuenta de que se toma como fecha promedio de nacimiento, por

ejemplo, el 1-IV. Si se mantiene inalterado la fecha promedio de fallecimiento la formulación anterior se convierte en:

$$f_x [x-1/4 ; x+3/4] \quad (7)$$

como se puede observar el intervalo se ha "desplazado" en 3 meses.

En el supuesto de que el actuario dispusiera de información suficiente como para introducir la hipótesis de que la fecha promedio de nacimiento fuera la anterior (I-IV) pero hubiera utilizado el primer método, hubiera cometido error al proceder por truncamiento, ya que se hubiera obtenido en vez del posible inicial

$$f_x [x-1 ; x+1]$$

el resultante por truncamiento

$$f_x [x-1/2 ; x+1/2]$$

el cual no coincide con (7).

9. COLECTIVO DE ACTIVOS DE ALTA EN EL MOMENTO INICIAL

En el epígrafe anterior nos hemos ocupado de averiguar el valor numérico que se aportaría al numerador de la fórmula, que nos permite averiguar la frecuencia relativa de fallecimiento. A partir de este punto

nos ocupamos de construir el valor numérico del denominador y consideramos también la posibilidad de aplicar diferentes criterios.

A) Se dispone de información suficiente

En este caso se trata de un grupo de personas que se encuentran en activo al principio del periodo de observación. Utilizaremos la notación I para referirnos a los inicialmente activos. Así I_x indica activos de edad x .

Dado que no constituye el colectivo a catalogar, sino únicamente el que contribuye al tiempo de exposición al riesgo, lo que se pretende es averiguar durante cuánto tiempo o a partir de qué edad contribuye a la exposición. El símbolo se puede expresar de la siguiente forma:

$$I_x (x+t)$$

en donde, por x se indica el rango de edad que se le asigna y por $x+t$ se representa la edad, en promedio, al principio del estudio. Aquí no se indica el límite inferior y superior de la edad sino que se toma $x+t$ como la edad asignada, a la que comienza a contribuir al tiempo de exposición.

Al igual que para el colectivo de fallecidos la asignación del rango de la edad se puede realizar considerando diferentes criterios.

I) Criterio de la edad actuarial

Siendo la edad actuarial asignada x al comienzo del estudio, el criterio de asignación sería:

$$I_x(x)$$

Así para una persona nacida el 1-III-55 en relación a un periodo de observación que comienza el 1-I-91 se le asignaría una edad $x=36$, luego la regla de asignación sería:

$$I_{36}(36)$$

II) Criterio de la edad entera alcanzada

Siendo la edad asignada x al comienzo del estudio, el criterio de asignación sería:

$$I_x(x+1/2)$$

Esto es así porque se supone que al comienzo del periodo de estudio, los partícipes catalogados con la edad x , al comienzo del estudio tienen en promedio la edad $x+1/2$.

Para nuestro supuesto hipotético correspondería a la regla:

$$I_{35}(35+1/2)$$

B) Cuando solo se conocen años de calendario

I) Criterio de diferencia de años de calendario

Se trata de averiguar la contribución a la exposición como diferencia de años, considerando años enteros de calendario. El rango de la edad viene dado por la diferencia entre el año de inicio del estudio y el año de nacimiento.

$$I_x : x = FI - FN$$

Por ejemplo, un partícipe nacido en 1950 y para un periodo de observación de 1991-1995, el rango de la edad al principio del estudio se tabularía por I_{41} , simplemente porque $1991-1950=41$.

II) Criterio del punto medio del año.

Si se establece la hipótesis de nacimiento a mitad de año, se cumplirá el aniversario el 1 de julio de 1991, luego el inicio se produce 6 meses antes lo que proporciona el símbolo

$$I_x (x-1/2)$$

si se establece como hipótesis de nacimiento otra fecha diferente al 1 de julio, la regla se ajusta fácilmente, por ejemplo, para una fecha del 1 de abril proporciona el símbolo

$$I_x (x-1/4)$$

10. COLECTIVO DE ACTIVOS DE ALTA EN EL MOMENTO FINAL

A) Se dispone de información suficiente

1) Criterio de la edad actuarial

Este subcolectivo lo denotamos por P. El símbolo $P_x (x+t)$ representa por x el rango de edad a la finalización del periodo de estudio, esto es, de los que permanecen como altas al final y por x+t la edad, en promedio, al final del estudio.

Conviene indicar que la coherencia en el establecimiento de las hipótesis, por parte del actuario, le lleva a seleccionar el mismo método para el colectivo inicial y el final. Esto significa que si utiliza la regla de asignación

$$I_x (x)$$

para el colectivo inicial, es conveniente utilizar el criterio de asignación

$$P_x (x)$$

para el colectivo final.

Esta forma de proceder permite utilizar métodos simplificadores al estudiar el tiempo de exposición al riesgo pudiendo tomar como balance neto el resultado

$$N_x(x)$$

obtenido a partir de I-P.

II) Criterio de la edad entera alcanzada

Siguiendo el mismo razonamiento que en el epígrafe anterior se tiene la regla de asignación:

$$I_x(x+1/2)$$

o bien,

$$N_x(x+1/2)$$

B) Cuando solo se conocen años de calendario

I) Criterio de diferencia de fechas de calendario

Se siguen los mismos criterios de clasificación que el colectivo precedente y así nos encontraremos con expresiones tales como:

$$P_x : x = FP - FN$$

lo cual indica que se atribuye a x la edad resultante de la diferencia entre la fecha (año) final del periodo de estudio y la fecha (año) de nacimiento.

Por ejemplo, si un estudio de mortalidad transcurre durante un periodo de calendario que va de 1991 a 1995 el rango de edad para el colectivo inicial podría ser

$$I_x : x = 1991 - FN$$

y el rango de edad para el colectivo final debiera ser:

$$P_x : x = 1996 - FN \quad (8)$$

II) Criterio del punto medio del año

Para la hipótesis de que los nacimientos se producen por término medio el 1 de julio conduce a la catalogación

$$I_x (x+1/2)$$

lo cual, para la misma hipótesis de nacimiento conduce a la catalogación

$$P_x (x+1/2)$$

Obsérvese que si el actuario hubiera elegido como rango de edad para el colectivo inicial

$$I_x : x = 1992 - FN$$

el criterio de asignación le hubiera conducido (manteniendo las demás hipótesis) a:

$$I_x (x-1/2)$$

En este caso para mantener la coherencia entre el colectivo inicial de partícipes y el colectivo final hubiera elegido como rango de edad para el colectivo final

$$P_x : x = 1997 - FN$$

mejor que (8) y así hubiéramos tomado el método de catalogación

$$P_x (x-1/2)$$

11. SUBCOLECTIVO DE ACTIVOS DE ALTAS Y BAJAS EN EL TRANCURSO DEL PERIODO DE OBSERVACION

A) Se dispone de información suficiente

El subcolectivo de altas está formado por aquellos partícipes que entran a formar parte del colectivo de un plan, en alguna fecha posterior al del inicio del periodo de observación. Este subcolectivo tiene cierto paralelismo con el de los fallecidos pues se trata de un subgrupo que surge a lo largo del periodo de observación. No obstante, no contribuye

con su información al numerador, sino al denominador de la frecuencia relativa. Utilizaremos la notación A para referenciar a este subcolectivo.

Razones de homogeneidad invitan al actuario utilizar el mismo rango de edad tanto para las altas como para las bajas.

Cuando se utilizan valores promedios con el mismo rango en cuanto la edad se pueden simplificar los cálculos tomando

$$M_x = A_x - B_x \quad (11)$$

es decir, el balance neto entre las altas y bajas.

Cuando no se utilizan el mismo método para obtener el rango la simplificación anterior no es posible.

1) Criterio de la edad actuarial

En este caso la determinación del periodo de contribución a la exposición al riesgo toma la expresión:

$$M_x (x)$$

¹¹ Utilizamos esta notación para distinguirla de la utilizada en el punto 10.

II) Criterio de la edad entera alcanzada

En este caso se utiliza la expresión

$$M_x (x+1/2)$$

B) Cuando solo se conocen años de calendario

I) Criterio de diferencia de años de calendario

Teniendo en cuenta que este método requiere establecer la hipótesis de la fecha promedio de nacimiento y la fecha promedio del flujo neto, el rango de edad se puede establecer por el siguiente criterio:

$$M_x : x = FM - FN$$

II) Criterio del punto medio del año.

Si el actuario establece, como es clásico, que la fecha promedio para ambas circunstancias es la del 1 de julio, la regla de tabulación conduce a

$$M_x (x)$$

Como ya quedó indicado si el flujo neto en promedio se toma sobre el cumpleaños, esta hipótesis conduce a la expresión

$$M_x (x)$$

Este símbolo se obtiene siempre que se establezca la misma fecha promedio, tanto para nacimientos como flujos netos.

Si el actuario dispone de información suficiente como para establecer como fecha promedio de nacimiento el 1-IV y manteniendo la fecha promedio de los flujos netos, la regla de asignación

$$M_x : x = FM - FN$$

conduce a la notación:

$$M_x (x+1/4)$$

puesto que el flujo neto se produce tres meses mas tarde que la fecha de nacimiento.

Obsérvese que la referencia "entre paréntesis" de la notación anterior marca simplemente la diferencia entre la fecha en la que se imputa el flujo neto de altas y bajas y la fecha en la que se imputa la fecha promedio de nacimiento.

RESUMEN FINAL

A lo largo de estas páginas se han presentado algunos de los criterios que existen para averiguar la cuantía con la que cada uno de los subcolectivos que forman parte de un plan de previsión, contribuyen

durante el periodo de observación, al cálculo de la frecuencia relativa de fallecimiento.

Dado que tanto el numerador como el denominador deben ser obtenidos de aplicar hipótesis homogéneas, tanto para el rango de edad, esto es, con qué edad queda catalogado cada partícipe, como para el intervalo de edad que se debe considerar, para que un partícipe quede catalogado por dicha edad, se han analizado varios criterios de catalogación, unos mas habituales que otros en la práctica. Pero dado que cada uno de ellos conduce a resultados diferentes se ha insistido en la conveniencia de aplicar el mismo criterio para cada uno de los subcolectivos intervinientes.

En cualquier caso es importante conocer qué tipo de información disponemos acerca del colectivo objeto de estudio y cuál es el periodo de observación, pues dependiendo de estos factores el actuario tiene capacidad para elegir los métodos mas convenientes a utilizar. Si la información es completa (suficiente) a nivel individual, se procedería a realizar los cálculos de forma individualizada, partícipe por partícipe, y en este caso se tendría en cuenta la hipótesis definida para determinar el rango de la edad y se aplicarían alguno de los tres métodos inicialmente expuestos, teniendo en cuenta que el más simple es el de Balducci. Si no se dispone de información individual suficiente, el actuario tendría que asumir la responsabilidad de establecer la hipótesis de la edad promedio de fallecimiento, edad promedio de alta, baja, etc. y a nuestro juicio antes de establecer la hipótesis fácil de la fecha promedio central

del año (1 de julio) habría que ver si se dispone de información sobre cual debería de ser esta fecha promedio.

Finalmente, como se sabe las tablas actuariales se obtienen a partir de unas frecuencias relativas brutas y éstas como hemos observado en el presente trabajo difieren ligeramente, según el criterio de asignación de edad y periodo de exposición al riesgo. Ahora bien, si importante es tener presente lo anterior, tanto o mas lo es el tratamiento del colectivo al que se debe aplicar, puesto que si los tantos de mortalidad se obtuvieron, por ejemplo, mediante el criterio de considerar edades actuariales, el colectivo al que se aplica debe ser estructurado también, por edades, bajo el mismo criterio.

REFERENCIAS

- BENJAMIN, J.H. POLLARD. (1992) "The Analysis of Mortality and other Actuarial Statistics". Institute of Actuaries. London.
- A.BETZUEN. (1982) "Biometría Actuarial" Centro Publicaciones U.P.V. Bilbao.
- N.L. BOWERS, Jr. y otros. (1986) "Actuarial Mathematics". Society of Actuaries. Illinois.