

# Utilización de modelos «bonus-malus» en la concesión de préstamos y créditos por parte de las Entidades de Depósito

Por

JOSE RAMON YEBENES LAFUENTE

Doctor en Ciencias Económicas y Empresariales.

Profesor de Matemática Financiera de la Universidad de Alicante.

## INTRODUCCION

En cualquier campo de las ciencias aplicadas la adaptación de las teorías matemáticas a las situaciones reales supone, cuando menos, una complicada tarea de selección y adecuación de las variables del modelo a aplicar, y del propio modelo en sí, siendo preciso, a nuestro juicio, para que los resultados puedan considerarse fiables, una amplia dosis de experiencia en esa tarea selectiva y de aplicación.

En el supuesto de la modelización de amplios aspectos de una empresa financiera, o al menos de una parte muy importante de su actividad, cual es la actividad crediticia, en la que las teorías económico-financieras son relativamente nuevas y la posibilidad de adquisición de un bagaje experimental adecuado no se consigue rápida ni fácilmente, es conveniente, en nuestra opinión, una aproximación de las situaciones reales a los análisis teóricos.

Sin embargo, es sorprendente que siendo las Entidades Financieras las principales utilizadoras de la información contenida en los estados financieros, o en las solicitudes de crédito —que generalmente son excesivamente prolijas—, se hayan desarrollado tan pocos modelos con aplicación al proceso de concesión de operaciones activas.

En nuestra opinión, el reducido desarrollo es consecuencia de una falta de estructura conceptual adecuada a aplicar en el proceso de concesión de los préstamos y créditos, fruto, sin duda, de la dificultad, pensamos que supe-

rada, de evaluar el grado de riesgo que presenta cada uno de los solicitantes de una operación activa, basándose en la formalización matemática de los procesos heurísticos que siguen los responsables de su concesión en cualquier Entidad Financiera; vía de penetración desarrollada en la elaboración del presente trabajo, el cual se inicia con un breve análisis de algunos de los modelos existentes sobre el comportamiento de los prestatarios, para centrarse en la aplicación de modelos «bonus-malus» a la concesión de préstamos.

Pretendemos, con su exposición, análisis, críticas y con nuestras modestas aportaciones, profundizar un poco más en la línea investigadora que consideramos como correcta.

A nuestro juicio, la crisis por la que atraviesan las Entidades de Depósito en nuestro país, obliga necesariamente a una distribución óptima del crédito, la cual pasa por una evaluación del grado de riesgo que presenta el solicitante, de forma que pueda establecerse un intercambio entre las condiciones del préstamo, tales como el tanto de interés, plazo, cuantía inicial, etc., con el riesgo individual del peticionario.

En este trabajo hacemos abstracción de los riesgos inherentes a los diferentes tipos de operaciones activas, por varias razones, entre las cuales caben citar:

— La necesidad de que los prestatarios comerciales elegidos para probar la validez del modelo aquí descrito, pertenezcan a universos grandes y homogéneos, de lo contrario, nos encontraríamos con serios problemas para su validación, si pretendemos que sea estadísticamente significativo.

— De la misma forma, no se deben producir variaciones importantes en los créditos elegidos en la muestra, en relación con su tamaño, condiciones, tipos de garantías y procedimientos de pago; las cuales obligan a elegir necesariamente unas determinadas modalidades crediticias —préstamos personales de cuantías moderadas.

— Finalmente, es de destacar que en numerosas ocasiones nos encontramos con la inexistencia de datos financieros precisos sobre determinados prestatarios de operaciones muy sofisticadas y, en particular, sobre aquellos que no cumplieron adecuadamente sus obligaciones contractuales.

## **APROXIMACIONES A LOS MODELOS EXISTENTES SOBRE COMPORTAMIENTO DE LOS PRESTATARIOS EN ENTIDADES DE DEPOSITO**

Uno de los primeros estudios efectuados sobre el comportamiento de los prestatarios en Entidades de Depósito, fue el efectuado por Hester (1) en 1962. Hester pretendió construir una función de oferta de préstamos, en la

(1) HESTER, D. D.: «An empirical examination of a commercial bank loan offer function». *Yale. Economia Essays*, 1962.

cual, las condiciones de la operación estarían en función, no solamente de las características del solicitante, sino también de la política de inversiones desarrollada por la Entidad prestamista.

A partir de esta hipótesis, efectuó una investigación sobre el comportamiento de los prestatarios y de las Entidades de Depósito, especificando un conjunto de condiciones necesarias para la concesión de la operación, entre las cuales se encontraban:

- El tanto de interés de la operación crediticia.
- La duración de la misma.
- El principal del capital prestado.
- El nivel de seguridad ofrecido por el solicitante.

Definiendo seguidamente dos modelos, uno representativo de las condiciones del prestatario y de la operación activa solicitada, y otro, que recoge las características de la Entidad Financiera prestamista.

Respecto al primer modelo —condiciones de la operación y características del solicitante—, los resultados de la regresión efectuada mostraban que únicamente los ratios —Beneficio sobre Activo total y Activo circulante sobre Pasivo circulante—, así como los resultados medios de la empresa, explicaban de forma significativa las condiciones del préstamo. En cuanto a las características de la operación, los resultados de la regresión reflejaban que el interés de la operación proporciona la única explicación estadística general, mientras que el rendimiento del modelo no era significativo para el resto de condiciones de la operación (principal, duración y garantías).

En cuanto al segundo modelo propuesto —características de la Entidad Financiera prestamista—, los resultados muestran que el nivel de recursos propios alcanzado por la Institución es el factor más significativo en la determinación de las condiciones del préstamo; cuanto mayor es la Entidad, el tanto de interés aplicado es más elevado, y existen mayores solicitudes de garantías. El resto de variables (factor de localización y porcentaje de los préstamos personales respecto del activo total), resultaron carentes de significación.

Es de destacar que entre las variables explicativas de ambos modelos no existe ninguna que refleje de forma directa o indirecta el riesgo de la operación a conceder.

Posteriormente, Cohen, Gilmore y Singer (2), en 1966, realizaron otro intento de modelización del proceso heurístico que siguen los responsables de la concesión de créditos en las Entidades de Depósito, mediante la construcción de un modelo que incluyese:

COHEN, GILMORE, SINGER: «Bank procedures for analyzing business loan applications». *Critical methods in banking*, 1966.

— Un análisis del riesgo asumido por parte de la Entidad prestamista, efectuado mediante comparación de diversos ratios de la empresa solicitante con unas tabulaciones para el sector económico a que pertenezca dicha empresa.

— Un examen de la posibilidad de generación de fondos netos por parte de la empresa solicitante. Se pretende verificar la cuantía y ponderación de los ingresos netos que es capaz de generar anualmente la persona física o jurídica solicitante, ponderando los resultados con diversas series históricas, al objeto de cerciorarse de que los términos amortizativos de la operación podrán cubrirse adecuadamente.

— La verificación del grado de liquidez que presenta el activo de los petionarios, mediante la elaboración de diversos ratios, los cuales se comparan, para el caso de empresas, con los correspondientes a su sector industrial.

— La determinación de las posibilidades de amortización de los solicitantes, comparando los posibles beneficios generados y analizando, para la empresa, el nivel promedio de existencias mantenido en los últimos años.

Finalmente, proponen una valoración global del crédito, analizando los resultados obtenidos en cada una de las fases anteriores, con los elaborados en unas tablas patrón, de acuerdo con la duración prevista de la operación solicitada.

A nuestro juicio, el modelo presenta notables inconvenientes que desaconsejan su utilización, fundamentalmente por la elección de determinados ratios carentes de significación para el objetivo buscado, así como por las dificultades que presenta la obtención de un valor percentil de comparación y la necesidad de un apoyo estadístico imprescindible para la comparación de los ratios elegidos, los cuales limitan extraordinariamente la aplicación del modelo.

Continuando con esta línea de investigación sobre los procesos heurísticos de concesión de operaciones activas, es preciso citar las aportaciones de los profesores Wojnilower (3) y Wu (4).

Ambos profesores trataron de construir sendos modelos para predecir aquellos préstamos que podrían considerarse como fallidos o en dificultades, basándose en las críticas que personas expertas, generalmente máximos responsables de los servicios de préstamos de las Entidades Financieras, efectúan a posteriori sobre operaciones activas concedidas anteriormente por otras personas, de esa o de otra Entidad. En definitiva, la variable depen-

(3) WOJNILOWER, A. W.: «The quality of bank loans occasional paper». *National Bureau of Economic Research*. 1962.

(4) WU, H. K.: «Bank examiner criticism, bank loan defaults, and bank loan quality». *Journal of Finance*. 1969.

diente se correspondería con los préstamos criticados por su incorrecta concesión.

Wojnilower expuso que las variaciones anuales de las críticas eran bastante consistentes con:

- El sector industrial a que pertenezca la empresa solicitante.
- El tamaño de la empresa.
- Determinados ratios financieros, tales como: Recursos generados netos sobre recursos ajenos y Resultados netos sobre Activo total.

Wu demostró que las críticas efectuadas por los máximos responsables de los servicios de créditos eran bastante exactas, influyendo en esta exactitud el tamaño de la Entidad Financiera, mayor cuanto más pequeño era el Banco. En consecuencia, afirmaba que a la vista de sus investigaciones, posiblemente fuera conveniente la construcción de un modelo que predijese estas calificaciones.

En esta línea de investigación es preciso citar, finalmente, al profesor Orghler (5), quien basándose en las aportaciones anteriores, ha construido un modelo de regresión múltiple para predecir aquellos préstamos que serán objeto de críticas por los máximos responsables de los servicios de créditos de las Entidades de Depósito, debido a las posibilidades de resultar fallidos, tomando como variables independientes a:

- Garantía de la operación.
- Resultados de la auditoría de los estados financieros de la empresa.
- Resultados financieros.
- Críticas efectuadas a la concesión de la operación por los responsables de los servicios de créditos.
- Ratio de equilibrio financiero de la empresa (Fondo de Maniobra sobre Activo circulante).

Su procedimiento de trabajo consiste en emparejar cada préstamo criticado con tres operaciones no criticadas pertenecientes a empresas de un mismo sector industrial, utilizando el análisis de regresión múltiple.

El rendimiento del modelo es bastante poco satisfactorio ( $R^2 = 0,364$ ). Posiblemente, como afirman Haslem y Longbrat (6), la variable que se quiere predecir —calificación del préstamo del examinador—, es una variable un tanto cuestionable en relación con la calidad del préstamo, y si el juez del que hace el examen dista mucho de ser correcto, un modelo que se ba-

ORGLER, Y. E.: «A credit scoring model for commercial loans». 1970.

HASLEM, J. A., y LONGBRATE, W. A.: «A credit scoring model for commercial loans». *Journal of money, credit and banking*, 1972.

se en sus opiniones será aún bastante menos satisfactorio, para distinguir entre préstamos buenos y malos, que cualquier otro modelo definido más objetivamente.

## **APLICACION DE MODELOS «BONUS-MALUS» A LA CONCESION AUTOMATICA DE PRESTAMOS POR PARTE DE LAS ENTIDADES DE DEPOSITO**

En el epígrafe anterior se han analizado muy esquemáticamente una parte del camino recorrido por el método científico para tratar de formular un modelo que evalúe el grado de riesgo de cualquier solicitante de una operación crediticia en una Entidad de Depósito.

Ya hemos expuesto los inconvenientes que presentan los modelos anteriores que desaconsejan su utilización. Inconvenientes que van desde la consideración de ratios carentes de significado hasta las dificultades estadísticas derivadas de la obtención de valores percentiles de comparación; restricciones estadísticas que limitan extraordinariamente su aplicabilidad.

Sin embargo, pensamos que manteniendo lo esencial de sus aportaciones —profundización en el proceso de decisión de los jefes de crédito— y la utilización del análisis multivariante, podría construirse un modelo «bonus-malus» que permitiera ciertamente establecer la calidad como cliente del solicitante de la operación, analizando matemáticamente el riesgo en el que la Entidad Financiera puede incurrir si concede el préstamo solicitado.

### **Objetivos de la investigación**

El principal objetivo de este estudio ha sido el desarrollar un modelo de análisis de créditos aplicados a la selección y evaluación de las solicitudes de préstamos personales.

*Los métodos tradicionales de evaluación de créditos se basan en la experiencia y habilidad personales del responsable de la concesión de préstamos en una Entidad Financiera, el cual efectúa este examen cumplimentando una serie de acciones previamente reglamentadas en el seno de su organización, tales como:*

— Análisis de la cuantía y condiciones de la operación (plazo, forma de amortización, tipo de interés, destino etc.).

— Examen de las garantías aportadas, verificación de su suficiencia con respecto al principal de la operación, generalmente por medio de un porcentaje establecido.

— Análisis de las posibilidades de amortización.

— Verificación de la antigüedad como cliente y de sus relaciones anteriores con la Entidad Financiera; fundamentalmente de cómo ha cumplido en anteriores operaciones crediticias.

— Análisis de sus riesgos en vigor.

— Etcétera.

Es evidente que las normas aplicadas contienen aspectos económicos, legales, de valoración del riesgo e incluso psicológicos. Sin dudar de su eficacia, estos métodos tradicionales presentan, a nuestro juicio, *como principales limitaciones* (7):

— La reducción del tiempo disponible dedicado al estudio de cada operación, como consecuencia del importante aumento experimentado en la demanda de préstamos personales.

— La demora en la resolución de las solicitudes, fruto del incremento de la demanda de estas operaciones, con los consiguientes problemas de imagen para la Entidad prestamista.

— La dificultad de formación de nuevo personal para el análisis de las solicitudes, agravado por la desmedida expansión efectuada por las Entidades de Depósito en nuestro país, lo que ha conducido en bastantes ocasiones a que el análisis de las solicitudes de créditos lo efectúen empleados carentes de la preparación «tradicional» adecuada; inexperiencia que ha tenido su traducción en las cuentas de resultados de la práctica totalidad de las Instituciones Financieras Españolas.

— La imposibilidad de controlar la gestión, que cada sucursal realiza, en orden a las operaciones que no son aceptadas, generalmente, por un exceso de prudencia del responsable de créditos.

— La falta de uniformidad en los criterios de concesión entre las oficinas pertenecientes a una misma Institución.

— La forma de realización del análisis «tradicional» para la evaluación de los créditos; el cual, como sabemos, se efectúa de una forma secuencial, primando más el análisis global del cliente, que determinadas características aisladas.

— La imposibilidad de obtener la totalidad de informaciones precisas, necesarias para cumplimentar adecuadamente los programas de Auditoría que cualquier Entidad de Depósito tenga en vigor.

— La modificación en las conductas sociales de clientes conocidos —personas serias, responsables y fieles cumplidores de sus obligaciones, que por efecto de la crisis económica se han convertido en potenciales morosos—,

7) VEGANZONES CALVO, J.: «Análisis del riesgo financiero». Escuela Superior de Cajas de Ahorros. 1985.

lo que invalida en buena medida la continuidad de un análisis «tradicional», basado, como hemos expuesto, en el análisis global del cliente.

*El modelo que se intenta construir pretende, superando las anteriores limitaciones, el análisis y la evaluación del grado de riesgo de cada solicitante, facilitando:*

— Una disminución del tiempo dedicado a la evaluación de las solicitudes.

— La reducción de los tiempos de demora en la resolución de las peticiones de operaciones activas, cuya concesión puede ser instantánea, si las variables y los procedimientos de cálculo del modelo se encuentran informatizados con consulta vía teleproceso.

— Una ayuda complementaria en la formación del nuevo personal responsable de la concesión de préstamos y créditos.

— La unificación de los criterios de evaluación de los créditos, entre las diversas sucursales, controlando adecuadamente las operaciones rechazadas.

En definitiva, tratamos como anteriormente hemos expuesto, de construir un modelo basado en el proceso heurístico que siguen los responsables de la concesión de préstamos en cualquier Entidad Financiera. Para su elaboración nos hemos apoyado en los estudios efectuados por el profesor Lev en la Universidad de Chicago (8), el cual presta una decisiva atención al proceso de concesión de operaciones activas, basándose en las características de los préstamos ya concedidos.

Se trata, por tanto, de un modelo empírico basado en la experiencia de cada Entidad Financiera en la concesión de operaciones activas a clientes considerados como «malos pagadores», para predecir, por medio de una puntuación aplicada a las características del titular y de la operación solicitada, si el préstamo analizado es susceptible de ocasionar pérdidas a la Entidad. En definitiva, es un modelo de los denominados de puntuación global, los cuales permiten discriminar con un alto grado de probabilidad, las solicitudes de préstamos con posibilidades de pérdida, discriminando entre buenos y malos clientes, haciendo abstracción de las posibles contraprestaciones futuras que el solicitante de la operación pudiera ofrecer a la Entidad Financiera.

El desarrollo del modelo lo realizaremos en tres fases diferenciadas y secuenciales, a saber:

— *Primera fase:* Análisis de la documentación previa de las operaciones activas y elección de las variables básicas.

---

(8) LEV BARUCH: «Análisis de los estados financieros». ESITE, 1978.



— *Segunda fase:* Elaboración del universo de datos y elección de la muestra.

— *Tercera fase:* Proceso de cálculo, con las siguientes subfases:

- Análisis de las distribuciones muestrales de cada variable.
- Reconversión de las categorías de las variables.
- Aplicación de la técnica del análisis discriminante.

Las cuales serán analizadas seguidamente.

Finalmente, pretendemos que el modelo que vamos a definir constituya un sistema de información sobre los créditos concedidos por la Entidad Financiera, del que pueden derivarse una serie de acciones tendentes a mejorar su política de operaciones activas, con su directo reflejo en la cuenta de resultados.

### **Análisis de la documentación previa de las operaciones activas y elección de las variables básicas del modelo**

Hemos efectuado un análisis de las operaciones activas concedidas por la Entidad que hemos elegido como muestra en los últimos dos años, al objeto de determinar las características comunes que figuran en la mayor parte de las solicitudes de préstamos; características que serán elegidas como variables básicas del modelo. En general, bastan unas diez o quince variables para poder identificar a los buenos y malos clientes, ya que bastantes de estas características se encuentran interrelacionadas.

El modelo que desarrollamos está basado en un universo de datos limitado a los préstamos personales, y dentro de éstos, a aquellas operaciones de cuantía igual o inferior a cinco millones de pesetas, por entender que éstas vienen definidas por las características de los prestatarios más que por su cuantía específica. Las operaciones consideradas pueden ser con o sin aportación de fiadores; consecuentemente, pensamos que el modelo puede ser aplicable tanto para el prestatario como para los avalistas.

Del análisis efectuado en las operaciones activas concedidas por la Entidad Financiera hasta el 31 de diciembre de 1984, hemos elegido como variables básicas del modelo las siguientes características comunes:

- Cuantía de la operación.
- Finalidad de la operación.
- Porcentaje que representa la financiación solicitada con respecto al total de la inversión a efectuar.
- Datos sobre el solicitante de la operación:
  - Edad.
  - Profesión.

- Estado civil.
- Domicilio.
- Tipo de actividad que desarrolla.
- Ingresos anuales.
- Categoría laboral.
- Información sobre los bienes patrimoniales poseídos.
- Valoración de los bienes que componen su patrimonio.
- Importe de sus cargas y gravámenes.
- Patrimonio líquido del solicitante.
- Informaciones sobre la vinculación del solicitante con la Entidad prestamista:
  - Clase de cuentas abiertas en la Entidad.
  - Suma de saldos actuales.
  - Préstamos anteriormente solicitados.
  - Capitales iniciales concedidos y saldos actuales.

Sobre la base de estas variables diseñamos un formulario con el fin de recoger estas informaciones en los préstamos de la muestra.

Conviene señalar que únicamente se han considerado aquellas variables que podrían obtenerse con relativa facilidad, lo que ha supuesto dejar fuera del modelo algunas características que podían tener un gran poder discriminante, tales como: antigüedad en su actual domicilio, gastos fijos anuales del peticionario, etcétera.

### **Elaboración del universo de datos y elección de la muestra**

El colectivo inicialmente solicitado comprendía, para los préstamos considerados como «buenos», todos los préstamos vivos en la actualidad, de cuantía igual o inferior a cinco millones de pesetas, concedidos en los años 1983 y 1984, por un grupo de oficinas de la Entidad Financiera, y como préstamos «malos», los concedidos por los mismos importes y oficinas en los años señalados, que se encontraban en situación irregular (con recibos pendientes en concepto de capital e intereses) o en Asesoría Jurídica para efectuar la correspondiente reclamación judicial.

La elección de este colectivo queda limitada a los concedidos en los años 1983 y 1984, ya que:

- Los otorgados anteriormente disponen de un número de datos sensiblemente más reducido que los actuales, y de tenerse en cuenta, irían en detrimento de la calidad del modelo.
- Sería extraordinariamente laboriosa la obtención de datos para aque-

llos préstamos concedidos anteriormente y que se encuentran en situación irregular.

En nuestra aplicación elegimos un colectivo de doce mil operaciones, de las cuales se encontraban en situación de morosidad, con tres o más trimestres impagados, el 8,85 por 100 de las analizadas.

Conviene señalar, que para eliminar los efectos producidos por el paso del tiempo que podrían ofrecer resultados erróneos, se ha considerado la homogeneidad en el tiempo de las submuestras de clientes buenos y malos.

### **Planteamiento teórico del modelo**

Como ya hemos indicado, se trata de un modelo basado en la experiencia de cada Entidad Financiera en la concesión de operaciones activas a «malos clientes», para predecir, por medio de una puntuación aplicada a las características del titular y de la operación solicitada, si el préstamo analizado es susceptible de ocasionar pérdidas a la Entidad.

### **Formulación del problema y notaciones**

Hemos efectuado un análisis de las operaciones activas concedidas por una Entidad Financiera en los últimos dos años, al objeto de determinar aquellas características que podemos considerar como comunes, en la mayor parte de las solicitudes de préstamos. Estas serán elegidas como variables del modelo; en nuestro supuesto hemos seleccionado a priori un total de treinta variables.

De cada uno de los préstamos conocemos si su titular se ha comportado como «buen» o «mal» cliente en cuanto al cumplimiento de sus obligaciones como prestatario.

«Buen cliente», será aquél que ha satisfecho regularmente los términos amortizativos del préstamo; en cambio, aquellos titulares cuyas operaciones se han resuelto con demoras, o precisaron para su amortización del apoyo de la Asesoría Jurídica de la Entidad, e incluso se consideraron como fallidos, los clasificaremos como «malos clientes».

Para el desarrollo del modelo nos basaremos en el análisis discriminante. Bajo esta denominación se engloban una serie de técnicas matemáticas destinadas a describir y clasificar individuos caracterizados por un gran número de variables (8').

Para la formulación del problema elegimos previamente una muestra aleatoria de  $n'$  clientes, entre el total de concesiones en un intervalo de tiempo.

---

(8') ROMEDER, J. M.: «Methodes et programmes d'analyse discriminante». Dunod, 1983.

El segundo miembro de la identidad anterior, se puede desdoblar en cuatro términos, dos de los cuales son nulos

En efecto, por definición de  $\bar{x}_{kj}$ :

$$\sum_{i \in I_k} (x_{ij} - \bar{x}_{kj}) (\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j) = (\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j) \cdot \sum_{i \in I_k} (x_{ij} - \bar{x}_{kj}) = 0$$

De la misma manera:

$$\sum_{i \in I_k} (x_{kj} - \bar{x}_j) (x_{ij} - \bar{x}_{kj}) = 0$$

Consecuentemente, nos queda la denominada descomposición de Huygens, o ecuación del análisis de la varianza, en los términos siguientes:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(j \cdot j') &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^q \cdot \sum_{i \in I_k} (x_{ij} - \bar{x}_{kj}) (x_{ij} - \bar{x}_{kj}) + \\ &+ \sum_{k=1}^q \frac{n_k}{n} \cdot (\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j) (\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j) \end{aligned}$$

Expresión que matricialmente se representará por:

$$\boxed{\text{Cov}(j \cdot j') = T = D + E} \quad (1)$$

cuyo significado es: «La covarianza total es la suma de las covarianzas en las clases (D), y de las covarianzas entre las clases (E)».

Con  $t_{j'j} = \text{Cov}(j \cdot j')$ , siendo:

$$d_{j'j} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^q \cdot \sum_{i \in I_k} (x_{ij} - \bar{x}_{kj}) (x_{ij} - \bar{x}_{kj})$$

$$e_{j'j} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^q n_k (\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j) (\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j)$$

Si  $U(i)$  es el valor para el individuo  $i$ , de una combinación lineal de  $p$  variables centradas, será:

$$U(i) = \sum_{j=1}^p U_j (x_{ij} - \bar{x}_j)$$

La variable  $U(i)$ , tiene como varianza:

$$\begin{aligned} \text{Var}(u) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n U^2(i) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n \cdot \left[ \sum_{j=1}^p u_j(x_{ij} - \bar{x}_j) \right]^2 = \\ &= \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p \sum_{j'=1}^p U_j U_{j'}(x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ij'} - \bar{x}_{j'}) \end{aligned}$$

Por tanto:

$$\boxed{\text{Valor } U = \sum_{j=1}^p \cdot \sum_{j'=1}^p U_j U_{j'} \cdot \text{Cov}(j \cdot j') = U' \cdot Tu} \quad (2)$$

donde,  $u$  designa el vector cuyas  $p$  componentes son  $u_1, u_2 \dots u_p$ .

Por tanto, de acuerdo con la ecuación (1), la varianza de la combinación lineal de variables ( $u_1, u_2 \dots u_p$ ), se descompondrá en varianza interna y varianza externa, de forma que:

$$\boxed{U' \cdot Tu = u' Du + u' \cdot Eu} \quad (3)$$

haciendo:

$u' \cdot Du =$  Varianza de  $u$  interclases

$u' \cdot Eu =$  Varianza de  $u$  entre las clases

El problema que se propone resolver el análisis discriminante, puede formularse de la forma siguiente (9):

Entre todas las combinaciones lineales posibles de variables, buscamos aquellas que tienen una varianza externa máxima (con el fin de resaltar las diferencias entre las clases), y una varianza interna mínima (al objeto de que la extensión entre clases se encuentre perfectamente delimitada). A las combinaciones lineales con las características anteriores las denominamos: Funciones discriminantes.

Buscamos una familia de vectores  $u$ , a la que llamaremos funciones discriminantes, tal que:

$u' \cdot Du$  sea mínima

$u' \cdot Eu$  sea máxima

(9) LEBART-FENELON: «Statistique et informatique appliquées». Dunod, 1983.

lo que equivale a tratar de encontrar  $u$  tal que las relaciones:

$$\boxed{\frac{u' \cdot Du}{u' \cdot Eu} \text{ sea máxima}} \quad \text{y} \quad \boxed{\frac{u' \cdot Eu}{u' \cdot Du} \text{ sea mínima}}$$

o, también, utilizando la relación (3), se tratará de hacer:

— MINIMA - la función 
$$f(u) = \frac{u' \cdot Tu}{u' \cdot Eu}$$

— MAXIMA - la función 
$$f(u) = \frac{u' \cdot Eu}{u' \cdot Tu}$$

### *Cálculo de las funciones discriminantes*

De acuerdo con lo expuesto, tratamos de hacer máxima la función:

$$f(u) = \frac{u' \cdot Eu}{u' \cdot Tu}$$

con la condición de varianza mínima  $\text{Var}(u) = u' \cdot Tu = 1$ , lo que equivale a maximizar la función:

$$L = u' \cdot Eu - \lambda(u' \cdot Tu - 1)$$

siendo: 
$$\boxed{Eu = \lambda \cdot Tu}$$

Si  $T$  no es singular, obtendremos que:

$$\boxed{T^{-1} \cdot Eu = \lambda u} \tag{4}$$

Con lo que  $u$  es el vector propio de la matriz  $T^{-1} \cdot E$ .

Si multiplicamos por  $u' \cdot T$ , nos quedará:

$$u' \cdot Eu = \lambda u' \cdot Tu \quad \boxed{\lambda = \frac{u' \cdot Eu}{u' \cdot Tu}} \tag{6}$$

En efecto, constatamos que, para  $u' \cdot Eu$  el máximo buscado no es otro que  $\lambda$ .

Consecuentemente, el mayor valor de  $\lambda$ , resultado de dividir la varianza externa de la función discriminante por la varianza total, es inferior a 1, de acuerdo con la relación (3), a este valor se le denomina «poder discriminante de la función  $u$ ».

Al mismo resultado podemos llegar a partir de una matriz simétrica. Observemos que la matriz  $T^{-1} \cdot E$  no es simétrica y, en consecuencia, es posi-

ble llegar a la diagonalización de una matriz  $(q, q)$  simétrica. En efecto, el término general de la matriz  $E$  vendrá expresado por:

$$e_{jj'} = \sum_{k=1}^q \frac{n_k}{n} \cdot (\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j) (\bar{x}_{kj'} - \bar{x}_{j'})$$

término que es el producto de una matriz  $C$  de  $p$  líneas y  $q$  columnas por su transpuesta.

La matriz  $C$  tiene como término:

$$C_{jk} = \sqrt{\frac{n_k}{n}} \cdot (\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j)$$

Si observamos la relación (4)  $Eu = \lambda Tu$ , ésta puede escribirse por:

$$C \cdot C' \cdot T^{-1} \cdot Cv = \lambda C \cdot v$$

En consecuencia, todo vector  $v$  perteneciente a la matriz simétrica de orden  $q \times q$ ,  $C' \cdot T^{-1} \cdot C$

relativo a un valor de  $\lambda$  distinto de cero, verifica la relación:

$$C \cdot C' \cdot T^{-1} \cdot C \cdot v = \lambda C \cdot v$$

En la práctica, es suficiente con efectuar la diagonalización de la matriz simétrica  $C' \cdot T^{-1} \cdot C$ , después de deducir  $u$  por la transformación:

$$u = T^{-1} \cdot C \cdot v$$

que ha sido el procedimiento empleado en la realización del presente trabajo con ayuda de procedimientos informáticos.

### Proceso de cálculo

Como en las páginas anteriores hemos indicado, los procedimientos seguidos para la selección de las variables discriminantes se basan en la comparación de las distribuciones de buenos y malos para cada categoría, utilizando las medidas estadísticas de descomposición y las probabilidades empuestas.

El proceso de cálculo lo vamos a descomponer en las siguientes sub-etapas:

*Análisis de las distribuciones muestrales de cada variable*

Mediante un programa de ordenador hemos obtenido treinta tablas, una para cada variable, al objeto de obtener las primeras conclusiones en cuanto a la clasificación de clientes en buenos y malos. En cada una de ellas, se han preparado las distribuciones de todas las variables utilizando quince categorías.

El formato de salida elegido ha sido el siguiente:

VARIABLES (1)							
VARIABLE (2)		CANTIDAD		PORCENTAJE		COEFICIENTES	
VALOR	SIGNIFICADO (3)	BUENOS	MALOS	BUENOS	MALOS	M. ESTAD. DESCOMP.	PROBAB. COMPUEST.
TOTAL							

ESTADISTICOS	
MEDIA (8)	
DESVIACIÓN TIP. (9)	
PODER DISCRIMINANTE (λ)	
SEP. ENTRE AMBAS DISTRIBUCIONES — ESTADISTICO (T)	

Cuyo significado es:

- (1) **Variable.**—Se indica el nombre de la variable básica del modelo elegida.
- (2) **N.º variable.**—Número asignado a la variable en el formulario de captura de variables.
- (3) **Significado.**—Número de categorías en que se ha dividido cada variable.
- (4) **Clasificación de clientes.**—En cuanto a su situación de atraso, de acuerdo con la categoría en que se ha dividido cada variable.
- (5) **Porcentaje.**—Porcentaje de los buenos y malos clientes de cada categoría respecto del total. Nos indica la tendencia observada por categorías.
- (6) **Medida estadística de descomposición.**—Nos indica el predominio de la clase de cliente, dentro de cada categoría.
- (7) **Probabilidades compuestas.**—Nos manifiesta, al igual que el coeficiente anterior, las tendencias del tipo de cliente en el interior de cada clase.
- (8) y (9) **Medidas estadísticas de dispersión y de concentración.**—De los préstamos calificados como buenos o malos.
- (10) **Poder discriminante de cada variable.**—Señala el poder discriminante de cada variable (λ), categoría a categoría.
- (11) **Estadístico (T) — (T = D + E).**—Nos indica la significación de la diferencia entre los promedios de buenos y malos, es decir, la separación global entre las dos distribuciones.



*Reconversión de las categorías de cada variable y eliminación de las variables redundantes*

En esta segunda fase del proceso de cálculo del modelo, pretendemos reducir, mediante un programa informático, el número de categorías de cada variable, obteniendo nuevas distribuciones de las variables, de acuerdo con las categorías elegidas.

Esta reducción es necesaria, con el fin de poder extrapolar los resultados del modelo a otros individuos no incluidos en la muestra.

Una vez reconvertidas las categorías de las variables, seguidamente eliminamos determinadas variables redundantes y otras que no aportan discriminación, al objeto de seleccionar aquellas que definitivamente se incorporarán al modelo.

En definitiva, tratamos de conseguir que en la totalidad de las variables figure un determinado valor en el estadístico  $\lambda$  (poder discriminante), mediante la reducción de las categorías de las variables muestrales, ya efectuada en la fase anterior, y la eliminación de aquellas otras que no nos proporcionan ninguna información sobre el poder discriminante de cada variable, categoría a categoría.

Si en cada variable tenemos valorado el estadístico  $\lambda$ , éste nos indicará el poder de cada una de esas variables para distinguir entre buenos y malos clientes. De la misma forma obtendremos los valores del estadístico T, mediante el cual podemos predecir la importancia de cada variable en el modelo definitivo.

Como consecuencia de los procesos anteriores se mantienen definitivamente las siguientes variables:

— *Referidas al solicitante:*

- *Profesión.*
- *Domicilio.*
- *Ingresos anuales.*
- *Edad.*
- *Valor de su patrimonio líquido.*
- *Saldos actuales mantenidos en sus cuentas de pasivo.*
- *Clases de cuentas pasivas.*
- *Bienes patrimoniales poseídos.*

— *Referidos a la operación solicitada:*

- *Finalidad de la operación.*
- *Cuantía de la operación.*

— *Referidas a otras operaciones:*

- *Préstamos anteriormente solicitados en la entidad.*

A cada una de las categorías en que se han dividido estas variables les asignamos un valor, sobre los que efectuaremos el proceso de deducción de los coeficientes de ponderación.

*Aplicación de la técnica del análisis discriminante (determinación de los coeficientes de ponderación)*

En la fase anterior del modelo fueron asignados los valores a cada una de las categorías de estas variables, con estos valores se confeccionó un programa informático al objeto de calcular los coeficientes de ponderación

I.—PLANTEAMIENTO TEORICO

En el supuesto de varias clases, el análisis discriminante es un caso particular de la regresión múltiple, donde la variable explicada no toma nada más que dos modalidades, cada una de las cuales caracteriza una clase.

La matriz de las covarianzas entre clases tiene como término general:

$$e_{jj'} = \frac{n_1}{n} (\bar{x}_{1j} - \bar{x}_j) \cdot (\bar{x}_{1j'} - \bar{x}_{j'}) + \frac{n_2}{n} (\bar{x}_{2j} - \bar{x}_j) (\bar{x}_{2j'} - \bar{x}_{j'})$$

con:

$$x_j = \frac{n_1}{n} \bar{x}_{1j} + \frac{n_2}{n} \bar{x}_{2j}$$

Si sustituimos  $\bar{x}_j$  por su valor, y teniendo en cuenta que  $n_1 + n_2 = n$ .

Obtenemos que:

$$e_{jj'} = \frac{n_1 n_2}{n^2} (\bar{x}_{1j} - \bar{x}_{2j}) (\bar{x}_{1j'} - \bar{x}_{2j'})$$

La matriz simétrica de orden  $p \cdot E$  es, de este modo, el producto de una matriz columna por su transpuesta  $E = c \cdot c'$ :

$$c_j = \frac{\sqrt{n_1 n_2}}{n} (\bar{x}_{1j} - \bar{x}_{2j})$$

Consecuentemente, la relación  $Eu = \lambda Tu$  que vimos en las páginas anteriores, puede escribirse ahora por:

$$T^{-1} \cdot c \cdot c' u = \lambda u$$

Multiplicando los dos miembros por  $c'$  tendremos:

$$[c' \cdot T^{-1} \cdot c] c'u = \lambda c'u$$

La cantidad encerrada entre corchetes es un escalar, igual por consecuencia a  $\lambda$ . Por tanto:

$$\lambda = c' \cdot T^{-1} \cdot c$$

Denominado «distancia generalizada» entre dos clases, y por tanto el vector correspondiente  $u = T^{-1} \cdot c$  es la única función discriminante.

La cantidad  $\lambda$ , en ocasiones, se la denomina « $D^2$  de Mahalanobis».

## II.—FASES DEL PROCESO DE DETERMINACION DE LOS COEFICIENTES

El proceso de determinación de los coeficientes de ponderación se efectuó en varias fases. En cada una de ellas calculamos la matriz de las covarianzas, la matriz de correlación, los coeficientes de la función discriminante y el estadístico  $D^2$  de Mahalanobis.

### Analisis de los resultados

Con las variables definitivas y mediante la aplicación del análisis discriminante, obtenemos la distribución de frecuencias de las puntuaciones de la función discriminante (Cuadros I, II, III y IV), en base a la cual estudiamos los resultados del modelo.

En la distribución de frecuencias se incluyen las siguientes informaciones:

#### *Puntuaciones:*

No olvidemos que pretendemos desarrollar una fórmula de puntuación, que nos permite relacionar las características de cada cliente con su probabilidad de ser «bueno» o «malo».

En consecuencia, recogemos la totalidad de puntuaciones asignadas, de acuerdo con las características de cada cliente.

#### *Clientes buenos y malos:*

Este grupo incluye diversas informaciones sobre las muestras empleadas

y sobre las poblaciones de buenos y malos clientes. Dentro de cada uno de los epígrafes separamos:

– *Número de observaciones.*—Nos manifiesta el número de observaciones de la muestra que alcanzan esa puntuación.

– *Porcentaje de observaciones.*—Refleja el porcentaje de observaciones en la muestra que tienen esa puntuación o una inferior.

– *Cientes rechazados.*—Indica el número de solicitantes que quedarían rechazados, si el límite se situase entre esa puntuación y la siguiente.

– *Cientes aceptados.*—Refleja el número de solicitantes que serían aceptados, al establecer el límite entre esa categoría y la siguiente.

– *Total de aceptaciones o rechazos.*—Indica el número de solicitantes que el modelo aceptaría o rechazaría, si se establece el límite de aceptación o rechaza entre esa puntuación y la siguiente.

– *Probabilidades.*—Incluye varias columnas con las probabilidades de que un cliente sea bueno o malo, según su puntuación sea igual o inferior o superior a la de la línea considerada.

Es evidente que el cuadro de las distribuciones de frecuencias de las puntuaciones de la muestra es de una importancia extraordinaria para el análisis de los resultados del modelo, ya que a partir de él la Entidad de Depósito puede estudiar las diferentes políticas de concesión de préstamos que con vendría establecer, al objeto de minimizar el riesgo de las operaciones impagadas.

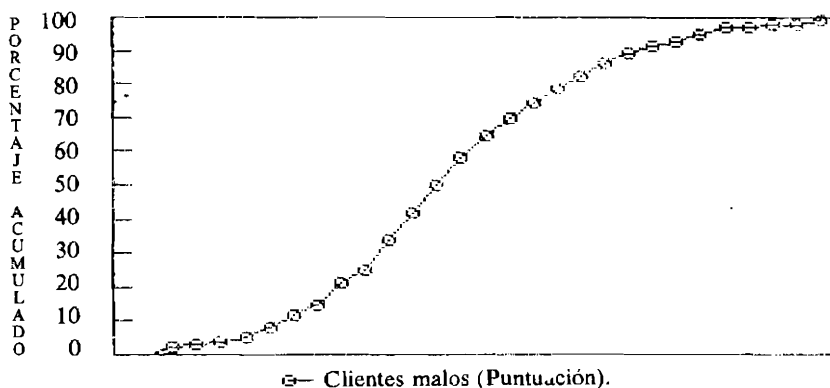
Así, en los cuadros V y VI se reflejan, se reflejan gráficamente las distribuciones de puntuaciones de la muestra elegida, para los porcentajes de buenos y malos clientes.

En el cuadro VII se refleja el resultado gráfico obtenido al comparar ambas distribuciones, observándose que, para una puntuación de 921 puntos, la mayor parte de los préstamos malos permanece a la izquierda de ese valor (72 por 100), mientras que a su derecha se encuentran el (62 por 100) de los buenos clientes.

Sin embargo, es de destacar que las distribuciones de buenos y malos clientes se solapan en bastantes puntos del intervalo, por lo que parece más aconsejable la elección de dos límites: uno inferior, para rechazar aquellas solicitudes que alcancen esa puntuación o menos (en el cuadro VII hemos fijado ese límite en 801 puntos, ya que con esa puntuación prácticamente el 50 por 100 de las solicitudes de préstamos malos se encuentran a la izquierda de esa cifra); y otro superior, por encima del cual se aceptan todas las solicitudes; hemos fijado este límite en torno a los 1.011 puntos.

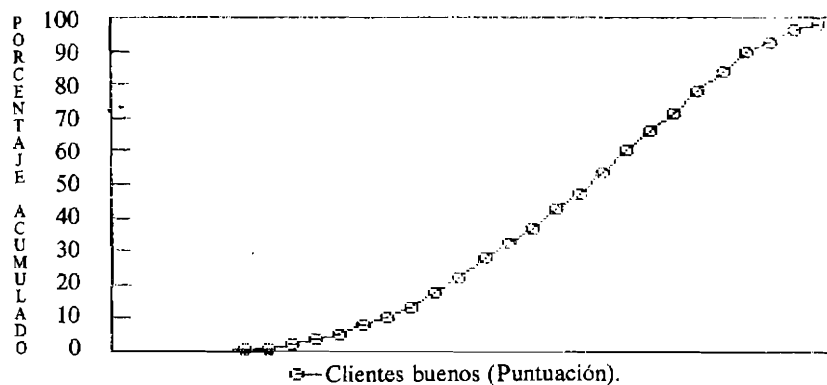
**Cuadro I**

**D. FRECUENCIAS FUNCION DISCRIMINANTE**



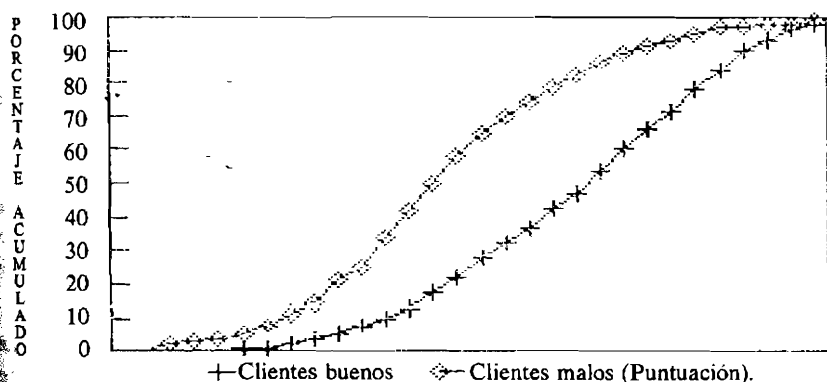
**Cuadro II**

**D. FRECUENCIAS FUNCION DISCRIMINANTE**

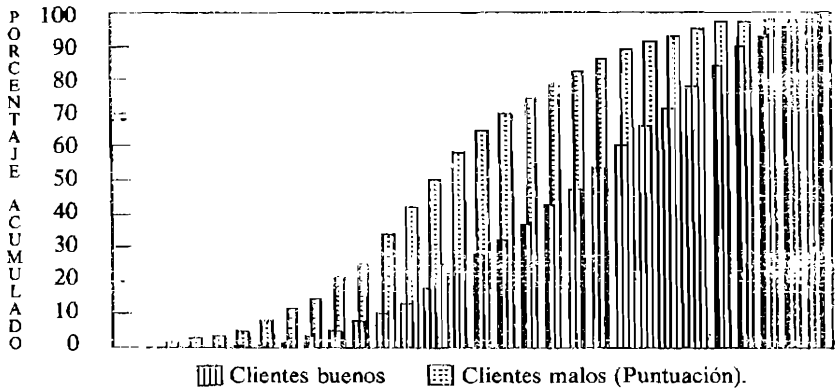


**Cuadro III**

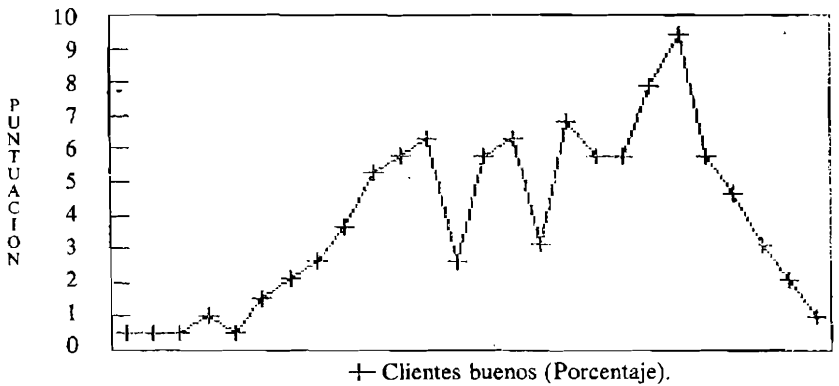
**D. FRECUENCIAS FUNCION DISCRIMINANTE**



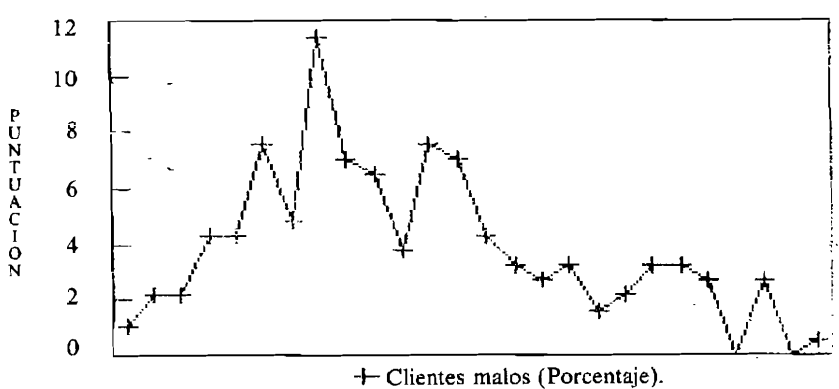
**Cuadro IV**  
**D. FRECUENCIAS FUNCION DISCRIMINANTE**



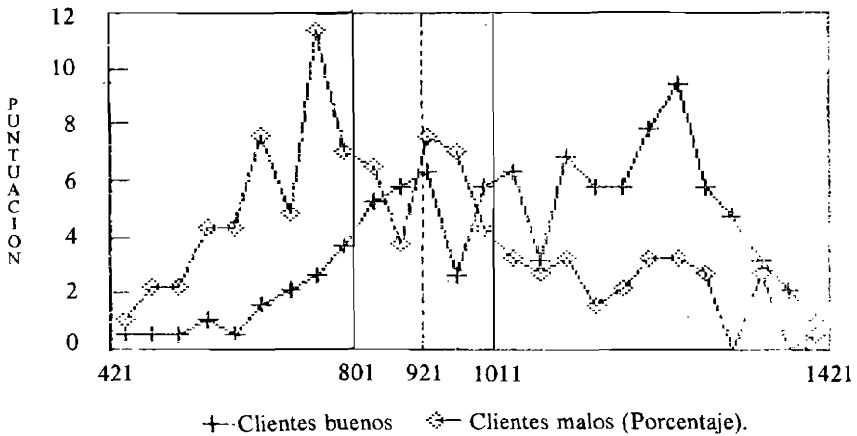
**Cuadro V**  
**PORCENTAJE DE LAS OBSERVACIONES**



**Cuadro VI**  
**PORCENTAJE DE LAS OBSERVACIONES**



**Cuadro VII**  
**PORCENTAJE DE LAS OBSERVACIONES**



Suponiendo que esos límites fueran los elegidos, se resolverían automáticamente entre el 60 y 65 por 100 de las solicitudes, con lo que únicamente quedarían pendientes, para un estudio más detenido, entre el 35 y 40 por 100 del total de las solicitudes presentadas.

## Conclusiones

Los resultados obtenidos nos permiten afirmar que con la aplicación de este modelo se consigue:

— Evaluar una parte de las solicitudes de forma automática. En nuestro supuesto hasta el 65 por 100 de las solicitudes, con lo que aumentaría el tiempo, que el director de la Sucursal o apoderado de préstamos pueden dedicar al examen de las operaciones crediticias que se encuentran entre los límites anteriormente señalados.

— Disminuir la demora en la resolución de las solicitudes de préstamo, ya que una cifra superior a los 2/3 de las mismas se resuelven automáticamente.

— Controlar la gestión que cada Sucursal realiza en materia de préstamos y créditos, al conseguir una gran uniformidad en los criterios de concesión de las operaciones activas, entre las diversas oficinas de la Entidad de Depósito.

— Disminuir la morosidad de los prestatarios, ya que, si la Entidad de Depósito, de la que hemos obtenido la muestra, tiene en estos momentos un porcentaje de morosidad del 8,85 por 100, empleando procedimientos de

evaluación «tradicional», podemos afirmar que está aceptando solicitudes con este porcentaje de clientes malos, mientras que con la aplicación del modelo descrito, únicamente aceptaríamos un porcentaje de morosidad del 2,25 por 100. En consecuencia, habríamos conseguido una reducción de la morosidad de 6,65 puntos, los cuales habrían supuesto para la Entidad de Depósito objeto de la muestra un incremento en su beneficio neto próximo a los quinientos millones de pesetas, al no efectuar la correspondiente dotación por los préstamos morosos a los fondos de insolvencia.

Finalmente, y con independencia de que a nuestro juicio las Entidades de Depósito deben profundizar, aún más, en los métodos «tradicional» de evaluación del riesgo en operaciones crediticias; el modelo de concesión automática de préstamos, aquí definido, puede constituir un sistema de información válido sobre los créditos concedidos, del que pueden derivarse una serie de acciones tendentes a mejorar su política de operaciones activas, con un directo reflejo en la cuenta de resultados.

## BIBLIOGRAFIA

- COHEN, GILMORE, SINGER: «Bank procedures for analyzing business loan applications». *Analytical methods in banking*, 1966.
- HASLEM, J. A., y LONGBRATE, W. A.: «A credit scoring model for commercial loans». *Journal of money, credit and banking*, 1972.
- HESTER, D. D.: «An empirical examination of a commercial bank loan offer function». *Yale. Economia Essays*, 1962.
- LEBART-FENELON: «Statistique et informatique appliquees». Dunod, 1983.
- LEV BARUCH: «Análisis de los estados financieros». ESITE, 1978.
- ORGLER, Y. E.: «A credit scoring model for commercial loans». 1970.
- ROMEDER, J. M.: «Methodes et programmes d'analyse discriminante». Dunod, 1983.
- VEGANZONES CALVO, J.: «Análisis del riesgo financiero». Escuela Superior de Cajas de Ahorros, 1985.
- WOJNLOWER, A. W.: «The quality of bank loans occasional paper». *National Bureau of Economia Research*: 1962.
- WU, H. K.: «Bank examiner criticism, bank loan defaults, and bank loan quality». *Journal of Finance*. 1969.
- YEBENES LAFUENTE, J. R.: «Análisis y Control de Riesgos de una Entidad Financiera desde una perspectiva auditora, contable y financiera». Tesis doctoral. Alicante, 1985.
- YEBENES LAFUENTE, J. R.: «La utilización de modelos matemáticos en la concesión de préstamos y créditos por parte de las Entidades de Depósito». Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Alicante. Alicante, 1986.