El reajuste de primas en los seguros de grupo

por

AGUSTIN SANS Y DE LLANOS

Miembro titular del Instituto de Actuarios

Director Técnico de:

"Unión Popular de Seguros, S. A.",

"Fénix Peninsular, S. A. de Seguros"

y "Omnia, S. A. E., de Seguros Generales"

La denominación impropia, pero real, de Participación en beneficios de Mortalidad se viene sustituyendo, últimamente, por de Reajuste de Primas, que es más adecuada.

Pero, aun reteniendo esta última, poco importa para la finalidad de la presente Nota, la denominación. Interesa el concepto y, lo que es más, la ortodoxa determinación del porcentaje de reajueste que un Asegurador de Vida debe calcular, en un Contrato de determinado Seguro de Grupo, a fin de reajustar la Prima inicialmente cobrada.

El Asegurador ofrece, contractualmente estipulada, una cláusula de Reajuste de Primas que corresponde a la fórmula:

$$R_p = t \cdot [(1-K) \cdot P - S - D] \qquad [1]$$

en la que es:

K=Porcentaje de gastos que se aplica en la cuenta al Asegurado.
P=Prima global del período.
S=Siniestralidad declarada en el período.
D=Saldo de la cuenta del período anterior.

La notación D exige una puntualización. En la práctica, la cuenta para determinar R_p sólo incluye la pérdida del período anterior(es); pero aquí se generaliza al máximo tomando D con sus tres posibilidades de positiva, negativa o nula, y ello según la expresión:

$$D = S - (1-K) \cdot P \qquad [2]$$

Si $D=0$, quiere decir que en el período anterior la siniestralidad fue justamente igual a la parte de la Prima destinada a cubrir el riesgo, por lo que no hubo reajuste de primas por no haber ni pérdidas ni ganancias. Es decir, en el período considerado no ha de tenerse en cuenta el período anterior.

Si $D<0$ la parte de Prima destinada a cubrir el riesgo fue, en el período anterior, superior a la siniestralidad, por lo que en dicho período ya hubo *reajueste de Primas. Y, por tanto, en el período considerado tampoco ha de* tenerse en cuenta el resultado del período anterior.

Y, por fin, si $D>0$ la siniestralidad del período anterior ha superado a la parte de Prima destinada a cubrir el riesgo, por lo que no pudo haber reajuste de Primas por reflejar pérdidas la cuenta general. En este caso sí hay que considerar la D para el período estudiado.

La fórmula [1], desde el momento que no considera el incremento de Reservas Matemáticas, está postulando que la prima global es la correspondiente a la modalidad de Temporal Renovable Anualmente (T. R. A.), siendo de advertir que no se contemplan en este estudio la Prima deSiniestralidad de las Garantías Complementarias de accidente o de otro tipo (excepto la de pago anticipado del capital en caso de invalidez funcional) que se suele otorgar. Y ello porque su papel adjetivo no altera el resultado.

El cálculo de t, una vez determinado el período anual o plurianual de la concesión del Reajuste de las Primas, exige, como se ha señalado, el conocimiento previo de K. Pero también el del coeficiente a (sobre la Prima Pura) correspondiente al beneficio que el Asegurado se prefija. Cierto es que, en la práctica comercial, ese coeficiente a es usual prefijarlo. Pero ello no debe ser freno para considerarlo.

Respecto al Reaseguro, se admite, para dar más generalidad a las fórmulas buscadas, que es a Prima original y que el Reasegurador establece una cuenta de Participación en Beneficios, según la fórmula:

$$P_B = \alpha \cdot [(1-\beta)\,\theta \cdot P - \theta \cdot S - \gamma \cdot \theta \cdot P - D'] \qquad [3]$$

Para D', cuya fórmula es

$$D' = \theta \cdot S + \theta \cdot \gamma \cdot P - (1-\beta)\,\theta \cdot P \qquad [4]$$

valen las mismas consideraciones hechas para D.

Se *utiliza la siguiente notación:*

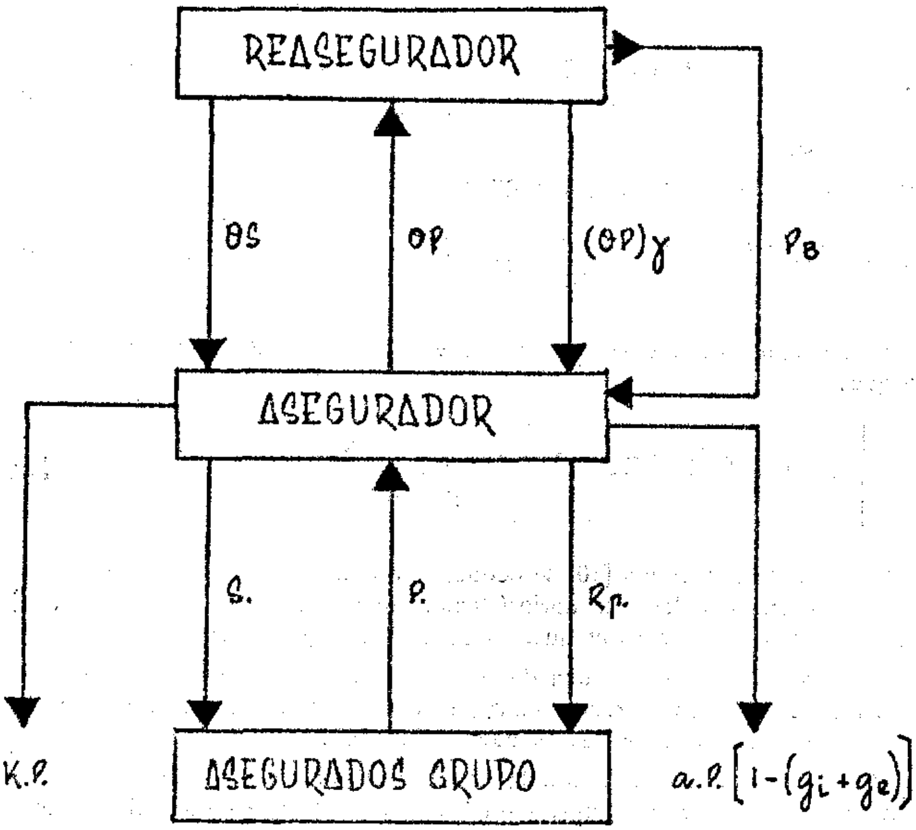
R_p=Participación en Beneficios que la Compañía concede al Colectivo.
P_B=Participación en Beneficios que el Reaseguro concede a la Compañía.
a=Porcentaje sobre la Prima Pura para beneficio de la Compañía.
g_i=Porcentaje sobre la Prima de Tarifa de Gastos de Gestión Interna.
g_e=Porcentaje sobre la Prima de Tarifa de Gastos de Gestión Externa.
γ=Porcentaje de comisión que el Reaseguro concede a la Cedente.
θ=Porcentaje de cesión sobre la Prima.
t=Porcentaje a determinar.
α=Coeficiente de participación en P_B.
β=Coecifiente de gastos en la cuenta de $P_B\alpha$.

La aplicación de [1] a fin de hallar t, en función de a y de [2], exige una estimación de S.

Dicho de otra forma; es preciso estimar la siniestralidad que el Grupo generará en cada período. La Tabla de Mortalidad y Supervivencia de la Población Española 1970 (Avance), elaborada por la O. I. S. S. parece, actualmente, el instrumento biométrico adecuado, pese a estar calculado con un 2 por 100 del Censo y los datos fallecidos, extraídos de los Anuarios del Instituto Nacional de Estadística.

De dicha Tabla se tomarán las tasas de mortalidad correspondientes a la Población Total.

Es posible establecer el esquema seguidamente reproducido, en el cual,



tomando como centro al Asegurador, se reflejan los flujos de entradas y salidas, los cuales determinan la ecuación de condición siguiente:

$$P + \theta \cdot S + \theta \cdot \gamma \cdot P + P_B = S + R_P + \theta \cdot P + K \cdot P + a \cdot P \cdot [1 - (g_i + g_e)] \qquad [5]$$

Despejando R_P resulta:

$$R_P = P + \theta \cdot S + \theta \cdot \gamma \cdot P + P_B - S - \theta \cdot P - K \cdot P - a \cdot P \cdot [1 - (g_i + g_e)] \qquad [6]$$

Denotando

$$\varphi = g_i + g_e$$

resulta que sustituyendo R_P por su valor en [1] y P_B por su vtalor en [3] es:

$$t \cdot [(1 - K) \cdot P - S - D] =$$
$$= P \cdot [\theta \cdot (\gamma + \alpha \cdot (1 - \beta - \gamma) - 1) - K - a \cdot (1 - \varphi) + 1] + S \cdot [\theta \cdot (1 - \alpha) - 1] - \alpha \cdot D' \qquad [7]$$

de donde:

$$t = \frac{P \cdot [\theta \cdot (\gamma + \alpha\,(1 - \beta - \gamma) - 1) - K - a \cdot (1 - \varphi) + 1] - S \cdot [1 - \theta \cdot (1 - \alpha)] - D' \cdot \alpha}{P \cdot (1 - K) - S - D} \qquad [8]$$

y llamando:

$S/P = r$, es decir, $S = r \cdot P$, queda que:

$$t = \frac{P \cdot [\theta \cdot (\gamma + \alpha \cdot (1 - \beta - \gamma) - 1) - K - a \cdot (1 - \varphi) + 1 - r \cdot (1 - \theta\,(1 - \alpha))] - D' \cdot \alpha}{P \cdot (1 - K - r) - D} \qquad [9]$$

Y si suponemos que $D \leqslant 0$ y $D' \leqslant 0$ en períodos anteriores, tenemos por fin que:

$$\boxed{t = 1 + \frac{\theta \cdot [\alpha \cdot (1 - \beta - \gamma - r) + \gamma + r - 1] - \alpha \cdot (1 - \varphi)}{1 - (R + r)}} \qquad [10]$$

Observando la fórmula [10] se deduce que t no depende nada más que de unos coeficientes, a los que apriorísticamente se les determinará su valor; y de un "ratio" r, que es el que, en definitiva, hay que estimar.

Al calcular P en base a una determinada Tabla y estimar S mediante la *P. E. 70*, r se halla comparando los q_x; es decir, dividiendo los de la *P. E. 70* con los de la Tabla en la que se haya calculado P.

Como r no es constante con la edad, obtendremos una sucesión de r a la que denominaremos r_x (donde x toma todas y cada una de las edades comprendidas en el Colectivo).

Pero, lógicamente, se puede sustituir esta sucesión r_x por un solo r', cuyo valor será el cociente de los q_ξ de la tabla *P. E.* 70 y de la utilizada para calcular *P*, teniendo en cuenta que la edad ξ se obtiene a través del q_x que corresponde al valor:

$$\frac{\sum_{x \in G} l_x \cdot C_x \cdot q_x}{\sum_{x \in G} l_x \cdot C_x} \qquad [11]$$

siendo

l_x=Número de cabezas de la edad x.
C=Capital de cada cabeza de edad x.
q_x=Probabilidad de muerte en la edad x.
G: Es un subconjunto de N (naturales), definidos así:
$G=\{x/$ existe al menos una cabeza del colectivo de edad $x\}$.

Es necesario aclarar que esta edad ξ, así obtenida, es indiferente calcularla utilizando la *P. E.* 70 o la Tabla mediante la cual se ha calculado *P*.

Por tanto,

$$\boxed{r' = \frac{q_\xi}{q_\xi^*}} \qquad [12]$$

q_ξ en *P. E.* 70 y q_ξ en la tabla utilizada.

De aquí se deduce que la siniestralidad "esperada" será:

$$\boxed{S = \left(\sum_{x \in G} l_x \cdot C_x \right) \cdot q_\xi} \qquad [13]$$

Ocurre que:

$r' \neq r$, pues en la fórmula [8] *P* es la prima de Tarifa y, por tanto,

$$r = \frac{S}{P} \neq \frac{q_\xi}{q_\xi^*} = r'$$

ya que en q_ξ^* no están incluidos los recargos de gestión: φ.

Por esto, la fórmula que liga a r con r' es:

$$r = \frac{r'}{\varphi} \qquad [14]$$

De la observación de la fórmula [10] se deduce que t depende exclusivamente de los parámetros θ y r (supuestos los demás conocidos, cosa que en la práctica se verifica).

Lógicamente, la determinación de θ influye notablemente en el valor de t, pero si partimos de la base de que θ es conocido "a priori' por una Compañía, t solamente depende de r; es decir, de r'. Pero a su vez, r' solamente depende de la edad ξ y de la tabla elegida; prefijada la cual, el único factor influyente en el valor de r' y por ende de t, es la edad ξ.

De donde se deduce que t *no* depende directamente del número de cabezas y de la cuantía de los Capitales; sino, única y exclusivamente, de cómo se distribuyan en G dichas cabezas y Capitales, que es lo que en última instancia determina el valor de ξ.

Se puede afirmar, por tanto, que no existe ningún tipo de proporcionalidad entre el valor de t y el número de cabezas y cuantía de Capitales, cosa que apriorísticamente parece una contradicción.

Bien es verdad que a medida que n (número de cabezas) aumenta, S se estabiliza (ley de los grandes números), y, por tanto, el riesgo que siempre corre el Asegurador de una fuerte desviación negativa, disminuye. A este respecto no hay que olvidar que este riesgo está paliado por dos hechos:

a) La desviación puede ser positiva.

b) En caso de desviación negativa, al Asegurador le amparan:

1. El Reaseguro.
2. La existencia de D.

En los cuadros a continuación detallados se puede observar cómo varía t con θ y r.

Se toma: $\alpha=50\,\%$ $K=15\,\%$.
$\beta=5\,\%$
$\gamma=40\,\%$ (en primer año).

y resultan los siguientes cuadros:

CUADRO 1

Para $r=0{,}25$

t %	$\Theta=0$ %	$\Theta=50$ %	$\Theta=90$ %	$\Theta=100$ %
$a=10$ % $\varphi=20$ %	86,67	70,00	56,67	53,33
$a=5$ % $\varphi=15$ %	92,92	76,25	62,92	59,58

CUADRO 2

Para $r=0{,}50$

t %	$\Theta=0$ %	$\Theta=50$ %	$\Theta=90$ %	$\Theta=100$ %
$a=10$ % $\varphi=20$ %	77,14	66,43	57,86	55,71
$a=5$ % $\varphi=15$ %	87,66	77,14	68,57	66,43

CUADRO 3

Para $r=0{,}75$

t %	$\Theta=0$ %	$\Theta=50$ %	$\Theta=90$ %	$\Theta=100$ %
$a=10$ % $\varphi=20$ %	20,00	45,00	65,00	70,00
$a=5$ % $\varphi=15$ %	57,50	82,50	102,50	107,50

Y como, en definitiva, lo que interesa conocer es:

$$\frac{P-R_p}{P}$$

tenemos que:

$$\boxed{\frac{P-R_p}{P}=1-t\cdot[1-(K+r)]=\Phi} \qquad [15]$$

Entonces, en función de los valores de t obtenidos en los cuadros 1, 2 y 3 se obtienen, aplicando [15], los siguientes cuadros complementarios, que dan los valores de Φ correspondientes a los valores de t y r en los cuadros 1, 2 y 3.

CUADRO 1 bis

Φ %	$\Theta=0$ %	$\Theta=50$ %	$\Theta=90$ %	$\Theta=100$ %
$a=10$ % $\varphi=20$ %	47,88	58,00	66,00	68,00
$a=5$ % $\varphi=15$ %	44,25	54,25	62,25	64,25

CUADRO 2 bis

Φ %	Θ=0 %	Θ=50 %	Θ=90 %	Θ=100 %
a=10 % φ=20 %	73,00	76,75	79,75	80,50
a= 5 % φ=15 %	69,25	73,00	76,00	76,75

CUADRO 3 bis

Φ %	Θ=0 %	Θ=50 %	Θ=90 %	Θ=100 %
a=10 % φ=20 %	98,00	95,50	93,50	93,00
a= 5 % φ=15 %	94,25	91,75	89,75	89,25

Evidentemente, los resultados a que se ha llegado en todos estos cuadros serían inferiores para años sucesivos en que γ tome un valor inferior e incluno sea nula.

A la vista de estos cuadros, se aprecia que, paradójicamente, a medida que aumenta el ratio r, el valor de Φ tiene menos campo de variación o, lo que es lo mismo, θ tiene menor influencia.

Además, los cuadros obtenidos sugieren la posibilidad de utilizar la teoría de la decisión, a fin de determinar una estrategia óptima en la fijación del pleno de conservación y de los demás parámetros fundamentales considerados en este estudio, a fin de, prefijándose un beneficio técnico, poder el Asegurador lograr la mejor combinación de valores paramétricos para la mayor venta del Seguro de Grupo, que es el objetivo último a conseguir.

Pero es ello un tema de alto bordo, que será tratado en un posterior estudio.

Finalmente expreso mi agradecimiento, por su colaboración, a Antonio Muñoz Muñoz, licenciado en Ciencias Exactas.