

Estudio sobre el sistema de Reaseguro por Grupos

Por Jacinto Fenoll Ceva,
Subdirector de «Continental, S. A.,
Compañía Española de Reaseguros».

Motivos.

Ya ha tomado en nuestro país casi carta de naturaleza este sistema de Reaseguro, también denominado «por cuotas» o «partes», aplicado para los excedentes de riesgos elementales. Sus ventajas en el orden administrativo abonan su adopción en momentos en que los gastos generales, singularmente los de manipulación, amenazan seriamente al propio negocio. Las empresas aseguradoras sienten la necesidad de abaratar la manipulación del reaseguro cedido, en el cual pueden resultar insuficientes los resultados de una reciprocidad no siempre compensatoria o los márgenes de comisión que, aun a pesar de adquirir límites hasta hace poco insospechados, tampoco permiten siempre compensar la adquisición y administración del negocio entrado.

Por ello es preciso aquilatar al máximo costes y gastos, y este sistema, que efectivamente brinda una notable simplificación, ofrece oportunidad para ello.

En tales circunstancias puede tener interés un análisis del referido sistema de Reaseguro que permita conocer más que superficialmente su fundamento, con ello su auténtico alcance y sus formas de desarrollo que generalicen su aplicación en cualquier caso concreto.

Concepto, fundamento y caracteres.

No nos encontramos ante un nuevo criterio que modifique en su esencia las bases y el concepto del Reaseguro en la empresa Aseguradora.

Se trata simplemente de una variación en el proceso de manipulación del Reaseguro cedido que proporciona auténticas ventajas, sobre todo en el Reaseguro de Excedente.

Entonces puede definirse más exactamente el Reaseguro por Grupos como una variante del Reaseguro de Excedente.

De un lado, tenemos el procedimiento del Reaseguro por Excedente que puede resumirse en los siguientes o parecidos términos:

- 1.º Fijación del pleno de conservación a la vista de las características técnicas de cada riesgo y de su acumulación con otros existentes.
- 2.º Determinación de la parte de cada capital asegurado que corresponde al Excedente, según el número de Plenos cuya cobertura se garantiza automáticamente por los Contratos de Reaseguro en vigor.
- 3.º Confección de los borderós de cesión, inscribiendo sucesivamente los riesgos que son objeto de reaseguro, detallándolos uno a uno con sus principales características: número de Póliza, Asegurado, situación, naturaleza del riesgo, efecto, término, capital asegurado y prima correspondiente, y a continuación *capital y prima conservados por la Cedente, y capital y prima correspondientes al total Excedente*, para lo cual será preciso verificar los cálculos para la determinación en cada caso del capital y prima reasegurados previa la fijación de coeficientes de reaseguro en cada riesgo.

De otro lado, si clasificamos los riesgos en diferentes Grupos, según la importancia de los Capitales asegurados, y consideramos a todos los riesgos reunidos en cada Grupo como de un capital asegurado uniforme, no hay duda de que podremos aplicar a cada Grupo un solo coeficiente de reaseguro que será un *coeficiente medio*, y para obtener los importes de capitales y primas reasegurados bastará con un solo cálculo de este *coeficiente medio de reaseguro* sobre las sumas totales de capitales y primas asegurados que se han reunido en cada Grupo, con lo cual se sustituye ventajosamente el considerable número de cálculos de cada uno de los riesgos por sus respectivos coeficientes de reaseguro.

La variante sobre el Sistema usual de Reaseguro por Excedente consiste, pues, en no aplicar a cada riesgo su propio coeficiente de reaseguro, sino en agrupar los riesgos según la importancia de los Capitales Asegurados y a cada uno de estos Grupos aplicar un solo *coeficiente medio de reaseguro*.

Desde el momento en que a cada riesgo de un Grupo no se aplica su coeficiente de reaseguro, sino que todos los riesgos han de ser tratados con el *coeficiente medio*, no hay duda que se producirán *desviaciones*, tanto en más como en menos; es decir, que sobre algunos riesgos reaseguraremos más de lo que hubiéramos reasegurado aplicando su propio coeficiente y en otros, por el contrario, reaseguraremos menos. Para

poder admitir este Sistema de Reaseguro partimos de la existencia de compensaciones, y admitimos que dentro de cada Grupo las *desviaciones* que se produzcan entre lo reasegurado de más, comparado con lo que exactamente hubiéramos reasegurado, se compensará con los casos en que reaseguremos de menos y, en fin de cuentas, no se habrá producido perjuicio para el Asegurador-Cedente ni para el Reasegurador. Acaso en un análisis rigorista pudiera abrirse debate sobre estas compensaciones a la luz de un meticoloso análisis de los capitales asegurados que más tienden a agruparse sobre cifras redondeadas en decenas o centenas de millar; pero no es menos cierto que en todo caso la fijación del capital asegurado es absolutamente independiente de la gravedad o peligrosidad del riesgo y el asegurado, e incluso el gestor, al concretar tal importe están completamente ajenos a que producirá un reaseguro mayor o menor del pleno exacto, pudiendo con ello afirmarse que el Sistema ofrece la garantía de no producir antiselección en ningún sentido.

Ahora bien; la implantación del Sistema exige el previo conocimiento de esa *desviación* al objeto de que quede reducida a unos términos que puedan ser soportados por el Asegurador-Cedente y que nunca ofrezcan sorpresas ni al Asegurador ni al Reasegurador.

El Sistema se desarrolla analíticamente en un proceso matemático sencillo, que relaciona entre sí la *desviación*, el *número de Grupos*, los *capitales topes* que limitan cada Grupo inferior y superiormente y los *coeficientes medios de reaseguro* de cada Grupo, mediante fórmulas matemáticas de fácil aplicación.

En el presente estudio invertimos acaso el orden de presentación. Comenzamos por desarrollar un supuesto donde ya se conocen todos los valores antes referidos y vemos su aplicación y desenvolvimiento real en la práctica.

Después se justifican y desarrollan las fórmulas matemáticas en que se fundamenta el Sistema, para terminar resolviendo por las mismas fórmulas el ejemplo aplicado.

PARTE PRIMERA

APLICACIÓN PRACTICA

Saltando sobre la justificación técnica del sistema y desarrollo y consecución de las fórmulas matemáticas que lo han de definir con caracteres de generalización—sobre los que se vuelve posteriormente—, planteamos su aplicación práctica sobre un caso concreto.

Bases.

Supongamos que la entidad aseguradora en la que va a aplicarse este ejemplo ha establecido las siguientes bases:

- 1.^a Su excedente obligatorio se compone de 20 plenos.
- 2.^a Todos aquellos riesgos cuyo capital asegurado no exceda del 10 por 100 de su pleno no serán objeto de reaseguro; en otras palabras, se fija una *tolerancia* de 10 por 100 sobre el pleno.

Es decir, en el caso de riesgos cuyas características técnicas hayan de dar lugar a la aplicación de un pleno de 100.000 pesetas, todas las Pólizas o riesgos asegurados por capital no superiores a 110.000 pesetas no serán objeto de reaseguro, y, por lo tanto, serán conservados íntegramente.

En el caso de que se trate de riesgos cuyo pleno deba ser 35.000 pèsetas, no se reasegurarán las Pólizas con capital no superior a 38.500 pesetas, etc., etc.

- 3.^a El número de «Grupos» a establecer, se fija en DIEZ, a los que sucesivamente se denominarán: *Primero, Segundo, Tercero, Cuarto, Quinto, Sexto, Séptimo, Octavo, Noveno y Décimo.*

Con estas bases, los *coeficientes medios de reaseguro* (independientemente de la cuantía de los plenos) serán para cada uno de dichos grupos:

GRUPOS	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º
Coeficientes medios de reaseguro (en tanto por ciento). *	22,400	42,220	56,978	67,966	76,148	82,240	86,776	90,154	92,669	94,541

Los *capitales topes* que han de limitar cada uno de los «Grupos» vienen dados en función del valor de los Plenos, y varían al variar éstos.

Así suponiendo que la Entidad Aseguradora del ejemplo tiene la siguiente Tabla de Plenos:

Riesgos con prima no superior a	0,25 ‰	—	200.000 pesetas.
»	»	entre	0,25 y 1,00 ‰ — 100.000
»	»	»	1,00 y 2,00 ‰ — 75.000
»	»	»	2,00 y 3,00 ‰ — 50.000
»	»	»	3,00 y 4,00 ‰ — 40.000
»	»	»	4,00 y 5,00 ‰ — 35.000
»	»	»	5,00 y 6,00 ‰ — 30.000
»	»	»	superior a 6,00 ‰ — 25.000

debe formarse la siguiente

Tabla para la aplicación del Reaseguro por "Grupos"

Grupos	PRIMERO	SEGUNDO	TERCERO	CUARTO	QUINTO	SEXTO	SEPTIMO	OCTAVO	NOVENO	DECIMO	
Coefficientes medios de Reaseguro %	22,400	42,220	56,978	67,966	76,148	82,240	86,776	90,154	92,669	94,541	
Plenos	Capitales topos										
200.000	220.000	295.465	396.815	532.931	715.737	961.249	1.290.977	1.733.808	2.328.540	3.127.278	4.200.000
100.000	110.000	147.732	198.408	266.465	357.868	480.625	645.489	866.905	1.164.271	1.563.639	2.100.000
75.000	82.500	110.799	148.806	199.849	268.401	360.468	484.117	650.178	873.203	1.172.729	1.575.000
50.000	55.000	73.866	99.204	133.233	178.934	240.312	322.744	433.452	582.135	781.819	1.050.000
40.000	44.000	59.093	79.363	106.586	143.147	192.250	258.195	346.762	465.708	625.456	840.000
35.000	38.500	51.706	69.443	93.283	125.254	168.219	225.921	303.417	407.495	547.274	735.000
30.000	33.000	44.320	59.522	79.940	107.361	144.188	193.647	260.072	349.282	469.093	630.000
25.000	27.500	36.933	49.602	66.616	89.467	120.156	161.372	216.726	291.068	390.910	525.000

Confeccionada la Tabla anterior, analicemos los distintos problemas que sobre la aplicación del reaseguro pueden presentarse al Asegurador:

A) Clasificación de los riesgos.

1.º Llega una póliza con un solo riesgo asegurado por un capital de 509.000 pesetas.

Por la naturaleza del riesgo o por el tipo de prima media resultante (que es el criterio que hemos supuesto para establecer con la mayor sencillez la Tabla de Plenos) sabemos cuál es el Pleno que le corresponde—en el caso de que no tenga que ser corregido este pleno por contigüidades o cúmulos. Así, supongamos que la prima media resultante es de 2,90 por 1.000, luego el Pleno a aplicar sería el de 50.000 pesetas.

Busquemos en la primera columna de la Tabla la cifra de 50.000 pesetas como Pleno, y en su línea horizontal observemos entre qué dos cantidades consecutivas está comprendido el capital asegurado de 509.000 pesetas. Este importe está comprendido entre 433.452 y 582.135, cuyas dos cantidades son las que limitan inferior y superiormente el Grupo 8.º que encabeza esta columna. Esta Póliza corresponde, pues, al Grupo 8.º del Reaseguro obligatorio.

2.º Supongamos otra Póliza con un capital asegurado de 2.450.000 pesetas y con un tipo de prima resultante de 0,85 por 1.000.

El Pleno a aplicar sería de 100.000 pesetas.

Buscando en la línea horizontal que comienza con 100.000, observamos que el capital asegurado no está comprendido entre dos cantidades consecutivas, sino que, por el contrario, es superior a la última que figura de 2.100.000 pesetas, lo cual nos dice que esta Póliza debe aplicarse al Grupo 10.º, pero no puede serlo por más importe de las pesetas 2.100.000 con que se satura nuestra conservación (100.000 pesetas) y los 20 plenos del excedente obligatorio (2.000.000 pesetas), sobrando aún 350.000 pesetas, que tienen que ser colocadas en régimen facultativo.

3.º Finalmente, consideremos otra Póliza con un capital asegurado de 42.000 pesetas y prima resultante de 3,80 por 1.000.

El pleno a aplicar sería de 40.000 pesetas.

En la línea horizontal de 40.000, la primer cantidad que encontramos es 44.000 como límite inferior del *Primer grupo*, a cuyo importe no alcanza el capital asegurado de esta Póliza; luego no tiene por qué ser objeto de reaseguro, y su importe será íntegramente conservado por la entidad aseguradora.

A estos tres casos estimamos pueden referirse cuantos se presenten, incluso las Pólizas que cubran diversos riesgos con situación diferente, que habrán de desglosarse y ser tratados por separado como normalmente se hubiera hecho para fijar separadamente sus plenos.

Confección de borderós.— Cesiones.

Una vez asignado a cada riesgo el número del Grupo que le corresponde, y sentados en las Fichas de cúmulos, deben irse confeccionando sucesivamente los borderós para el Reaseguro obligatorio.

A tal efecto, deben tenerse abiertos tantos borderós distintos como Grupos se hayan establecido, titulándolos expresamente con la correspondiente denominación, consignando igualmente el coeficiente de reaseguro que le corresponde, así: *Grupo 1.º Coeficiente de Reaseguro, 22,400 por 100; Grupo 2.º Coeficiente de Reaseguro, 42,220 por 100, etc., etc.* Estos borderós llevarán las mismas columnas empleadas usualmente pero sólo relativas a los datos originales de cada riesgo; así, pueden ser:

Número de cesión (numeración correlativa y exclusiva para cada Grupo).

Número de la Póliza.

Asegurado.

Situación.

Objeto asegurado.

Efecto.

Expiración.

Capital asegurado.

Prima total (especificando la fracción de prima en su caso y la prima anual con su desarrollo en los años sucesivos si así se desea.)

En cada uno de estos borderós se irán inscribiendo los riesgos que a cada Grupo corresponda, a medida que se presentan, limitándose a copiar datos de la Póliza o Ficha correspondiente, pero sin necesidad de efectuar ningún cálculo adicional.

Al finalizar el trimestre o plazo de rendición de Cuentas, se cerrará, sumará y cuadrará cada uno de estos borderós, lo mismo que en cualquier otro sistema de Reaseguro. Estas sumas de Primas representan el total importe de las percibidas originalmente por el Asegurador en aquellos riesgos pertenecientes o clasificados en el Grupo que titula o encabeza el borderó. Multiplicando estas cifras por el *coeficiente de reaseguro* que corresponde a este Grupo, y previamente se ha informado

en cabeza e inscribiendo sus resultados en la línea horizontal siguiente, tendremos las cifras de Primas correspondientes a todo el Reaseguro, al total Excedente, es decir, mediante una sola serie de cálculos llegamos a los resultados que presentan los borderós confeccionados por cualquier otro sistema de Reaseguro, y entonces, del mismo modo, no queda nada más que informar, al pie de cada borderó así cerrado, el coeficiente de participación de cada Reasegurador con respecto al Excedente total, para que, separada e individualmente, puedan obtenerse las cifras respectivas de cada Reasegurador, que han de ir al estado de su cuenta, previo un resumen o recapitulación de los diferentes Grupos.

Anulaciones y siniestros.

Del mismo modo y con las mismas ventajas de ahorro en los cálculos, se establecerán separadamente los borderós o estados de anulaciones clasificadas en los mismos Grupos en que se efectuaron las cesiones para que sean aplicados los mismos coeficientes.

Y también los siniestros clasificados con la misma numeración del Grupo en que se efectuó la cesión dará lugar a la aplicación del mismo coeficiente de reaseguro, y, por consiguiente, a la misma participación o proporcionalidad de los daños habidos que la que ha tenido de las Primas del riesgo siniestrado, mediante un solo cálculo para cada Grupo.

Igual que en las Cesiones deberán resumirse o recapitularse estos resultados para llevar a la cuenta un solo importe por cada concepto.

Desviación.

El hecho de que el importe a conservar, sobre cualquier riesgo, pueda desviarse del pleno exacto que le correspondería, es el inconveniente (tanto para el Asegurador como para el Reasegurador) que presenta el Sistema frente a las ventajas ya conocidas. Aunque en un principio del máximo rigor este inconveniente no pueda salvarse (precisamente porque el Sistema se basa en la teoría de las compensaciones) en el terreno de la práctica podemos medir su alcance, localizarle y bien llegar a hacerlo despreciable o cuando menos tolerable. Por fórmulas matemáticas, que se desarrollan después, conocemos exactamente la *desviación máxima* que puede producirse entre el Pleno y el importe realmente conservado al aplicar los *coeficientes medios* a los topes o extremos de cada Grupo.

Frente a este problema, el Asegurador puede adoptar dos puntos de vista:

- a) Una vez fijado el número de Grupos que se desea establecer, ver

cuál es la *desviación máxima* que se producirá (uniforme en cualquiera de los Grupos).

- b) Establecer previamente la *máxima desviación* a que se desea llegar, buscando entonces el *número de Grupos* que han de fijarse.

En el caso práctico que venimos desarrollando se ha enfocado el problema desde el primer punto de vista; es decir, se han fijado previamente las bases del sistema, señalando el *número de Grupos* en diez, encontrándonos entonces con una *desviación máxima* de 14,640098 por 100 del Pleno.

Para apreciar prácticamente cómo se produce esta *desviación* con uniformidad en todos los Grupos, desarrollamos el siguiente ejemplo para el Pleno de 200 000 pesetas, consiguiéndose los mismos resultados para los demás Plenos.

En todos los Grupos se consideran los *capitales topes* con objeto de apreciar las *desviaciones máximas*. En los Grupos 1.º y 2.º se consideran además capitales intermedios para apreciar cómo se producen valores intermedios de la *desviación*.

PLENO 200.000					DESVIACION			
					Diferencias entre el Pleno y la conservación real			
Capital asegurado	Grupo	Coeficiente medio de reaseguro %	Capital reasegurado	Capital conservado	En más		En menos	
					Pesetas	%	Pesetas	%
220.001	1.º	22,400	49.280	170.721	—	—	29.279	14,64
250.000	1.º	22,400	56.000	194.000	—	—	6.000	3,00
295.465	1.º	22,400	66.184	229.281	29.281	14,64	—	—
295.466	2.º	42,220	124.746	170.720	—	—	29.280	14,64
350.000	2.º	42,220	147.770	202.250	2.250	1,11	—	—
396.815	2.º	42,220	167.535	229.280	29.280	14,64	—	—
396.816	3.º	56,978	226.098	170.718	—	—	29.282	14,64
532.951	3.º	56,978	303.653	229.278	29.278	14,64	—	—
532.952	4.º	67,966	362.213	170.719	—	—	29.281	14,64
715.737	4.º	67,966	486.458	229.279	29.279	14,64	—	—
715.738	5.º	76,148	545.020	170.718	—	—	29.282	14,64
961.249	5.º	76,148	731.972	228.277	29.277	14,64	—	—
961.250	6.º	82,240	790.532	170.718	—	—	29.282	14,64
1.290.977	6.º	82,240	1.061.689	229.278	29.278	14,64	—	—
1.290.978	7.º	86,776	1.120.259	170.719	—	—	29.281	14,64
1.733.809	7.º	86,776	1.504.530	229.279	29.279	14,64	—	—
1.733.810	8.º	90,154	1.563.099	170.711	—	—	29.289	14,64
2.328.541	8.º	90,154	2.099.273	229.268	29.268	14,63	—	—
2.328.542	9.º	92,669	2.157.837	170.705	—	—	29.295	14,66
3.127.278	9.º	92,669	2.898.017	229.261	29.261	14,63	—	—
3.127.279	10.º	94,541	2.956.361	170.718	—	—	29.282	14,64
4.199.998	10.º	94,541	3.970.720	229.278	29.278	14,64	—	—

El no operar con gran número de cifras decimales da lugar a alguna pequeña diferencia, que, como puede apreciarse, no tiene importancia práctica.

PARTE SEGUNDA

GENERALIZACION

Planteemos el sistema de Reaseguro por Grupos con un carácter general que permita conseguir fórmulas para aplicarlas al «caso particular» de cada Asegurador.

Notación.

Comenzamos por establecer una notación que facilite la obtención de estas fórmulas.

Así, designaremos:

P Pleno en su más vago significado, es decir, a la cifra que representa a un Pleno de la Tabla prefijada, a cualquiera de ellos.

N Número de Plenos que constituye el Excedente obligatorio.

n Número de Grupos que habrán de formarse.

h Coeficiente de *tolerancia* sobre el Pleno P que se permite el Asegurador para no reasegurar aquellos riesgos cuyos capitales asegurados no la superan.

La *tolerancia*, propiamente dicha, estará representada por el producto hp , siendo h el coeficiente o porcentaje (expresado por unidad) que debe aplicarse sobre el Pleno P .

C *Capital tope* que limita los Grupos. Irá siempre acompañado de un subíndice:

$$C_1; C_2; C_3; \dots; C_{i-1}; C_i; \dots; C_n; C_{n+1};$$

Cada *capital tope* será el límite inferior del Grupo, y el superior del anterior. De este modo, el subíndice i indicará que C_i es el tope o límite inferior del Grupo de orden i y el tope superior del Grupo anterior de orden $i-1$. Por esta razón, para un número de Grupos igual a n habrá $n+1$ capitales topes, y en la sucesión ordenada de $C_1; C_2; \dots; C_i; \dots$ el último término será C_{n+1} .

Para cada valor distinto del Pleno P , corresponderá una sucesión de valores de C diferentes, pero de la misma naturaleza.

a *Coefficiente medio de reaseguro* expresado por unidad. También irá acompañado de subíndice que indicará el Grupo al cual se refiere; tendremos entonces tantos valores de a como Grupos, y

siendo n el número de éstos, a_1 será el *coeficiente de reaseguro* del primer Grupo y a_n el del último, es decir, ordenados, presentarán la siguiente sucesión:

$$a_1; a_2; a_3; \dots; a_1; \dots; a_n$$

- b *Coficiente medio de conservación* del Asegurador. Es un valor complementario del *coeficiente medio de reaseguro*, introducido porque facilita el desarrollo analítico y obtención de fórmulas. A cada valor de a corresponderá un valor de b con el mismo subíndice, formando paralelamente una sucesión del mismo tipo

$$b_1; b_2; \dots; b_1; \dots; b_n$$

Expresado igualmente por unidad, se relaciona con los valores de a del siguiente modo:

$$b_i = 1 - a_i \text{ o bien } a_i = 1 - b_i$$

- d *Coficiente de la desviación máxima* entre el Pleno P que el Asegurador hubiera conservado aplicando estrictamente la Tabla de Plenos y el importe realmente conservado aplicando el coeficiente medio de conservación b a los *capitales topes* del Grupo correspondiente.

El valor de la *Desviación máxima* estará representado por el producto dP , siendo d el coeficiente o porcentaje (expresado por unidad) que debe aplicarse sobre el *Pleno P*.

Este valor, uniforme para cada valor de P en cualquier Grupo, puede ser positivo o negativo según que la conservación sea superior o inferior al Pleno, o dicho de otro modo, según que el coeficiente de conservación se aplique al tope superior o inferior del Grupo.

Su representación analítica en el Grupo de orden i , será:

$$dP = P - C_i b_i \text{ o bien } dP = C_{i+1} b_i - P$$

- r Se trata nuevamente de un valor auxiliar de gran importancia en el estudio analítico del Sistema. Representa la *razón* o relación entre dos valores consecutivos de *capitales topes* en la sucesión numérica que éstos presentan bajo la forma de una progresión geométrica creciente, y al mismo tiempo representa también la *razón* o relación entre dos valores consecutivos de *coeficientes de conservación*, b , en la sucesión numérica que presentan bajo la forma de una progresión geométrica decreciente.

Naturaleza de las sucesiones de valores C y b.

Establecemos n grupos, cada uno de los cuales estará limitado por unos *capitales topes*. Estos constituirán así una sucesión para cada Pleno o valor de P .

$$C_1; C_2; C_3; \dots; C_i; C_{i+1} \dots; C_{n-1}; C_n; C_{n+1}$$

cuya naturaleza o ley de formación desconocemos aún.

A cada uno de los Grupos que se constituyen corresponderá un *coeficiente medio de conservación*, b , formando otra sucesión

$$b_1; b_2; \dots; b_i; \dots; b_{n-1}; b_n$$

cuya ley de formación también desconocemos.

Ambos valores de C y b se relacionan entre sí en virtud del siguiente principio que imprime carácter al sistema:

«Las desviaciones máximas que se produzcan sobre el Pleno al aplicar los coeficientes medios de conservación sobre los Capitales topes de cada Grupo, han de ser iguales en valor absoluto en todos los Grupos.»

Entonces tendremos:

$$C_1 b_1 = P - dP \quad \text{o bien} \quad C_2 b_1 = P + dP$$

$$C_2 b_2 = P - dP \quad \text{»} \quad C_3 b_2 = P + dP$$

$$\dots \dots \dots$$

$$C_i b_i = P - dP \quad \text{»} \quad C_{i+1} b_i = P + dP$$

$$\dots \dots \dots$$

$$C_{n-1} b_{n-1} = P - dP \quad \text{o bien} \quad C_n b_{n-1} = P + dP$$

$$C_n b_n = P - dP \quad \text{»} \quad C_{n+1} b_n = P + dP$$

De estas dos series de igualdades, al repetirse todos los segundos miembros, se deduce:

$$C_1 b_1 = C_2 b_2 = \dots = C_i b_i = \dots = C_{n-1} b_{n-1} = C_n b_n$$

$$C_2 b_1 = C_3 b_2 = \dots = C_{i+1} b_i = \dots = C_n b_{n-1} = C_{n+1} b_n$$

y también

$$C_1 b_1 = C_2 b_2$$

$$C_2 b_2 = C_3 b_3$$

$$\dots \dots \dots$$

$$C_{i-1} b_{i-1} = C_i b_i$$

$$\dots \dots \dots$$

$$C_{n-2} b_{n-2} = C_{n-1} b_{n-1}$$

$$C_{n-1} b_{n-1} = C_n b_n$$

$$C_2 b_1 = C_3 b_2$$

$$C_3 b_2 = C_4 b_3$$

$$\dots \dots \dots$$

$$C_i b_{i-1} = C_{i+1} b_i$$

$$\dots \dots \dots$$

$$C_{n-1} b_{n-2} = C_n b_{n-1}$$

$$C_n b_{n-1} = C_{n+1} b_n$$

observando que cada igualdad puede expresarse en forma de una proporción:

$$\begin{array}{l} \frac{C_2}{C_1} = \frac{b_1}{b_2} \\ \frac{C_3}{C_2} = \frac{b_2}{b_3} \\ \dots \\ \frac{C_i}{C_{i-1}} = \frac{b_{i-1}}{b_i} \\ \dots \\ \frac{C_{n-1}}{C_{n-2}} = \frac{b_{n-2}}{b_{n-1}} \\ \frac{C_n}{C_{n-1}} = \frac{b_{n-1}}{b_n} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{C_3}{C_2} = \frac{b_1}{b_2} \\ \frac{C_4}{C_3} = \frac{b_2}{b_3} \\ \dots \\ \frac{C_{i+1}}{C_i} = \frac{b_{i-1}}{b_i} \\ \dots \\ \frac{C_n}{C_{n-1}} = \frac{b_{n-2}}{b_{n-1}} \\ \frac{C_{n+1}}{C_n} = \frac{b_{n-1}}{b_n} \end{array}$$

Combinando ambas series de igualdades, se obtiene:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{C_3}{C_2} = \frac{C_4}{C_3} = \dots = \frac{C_i}{C_{i-1}} = \frac{C_{i+1}}{C_i} = \dots = \frac{C_{n-1}}{C_{n-2}} = \frac{C_n}{C_{n-1}} = \frac{C_{n+1}}{C_n} =$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{b_2}{b_3} = \frac{b_3}{b_4} = \dots = \frac{b_{i-1}}{b_i} = \frac{b_i}{b_{i+1}} = \dots = \frac{b_{n-2}}{b_{n-1}} = \frac{b_{n-1}}{b_n} = r$$

Es decir, son iguales entre sí todas las relaciones de cada *Capital tope* con su anterior, e iguales a su vez todas las relaciones de cada *coeficiente medio de conservación* con el de orden siguiente, a cuya relación constante llamamos r .

Dicho de otro modo:

La relación numérica de los *Capitales topes*

$$C_1; C_2; \dots; C_i; \dots; C_n; C_{n+1}$$

cualquiera que sea el Pleno al que correspondan, forma una progresión geométrica creciente de razón r .

Y la relación de los *coeficientes medios de conservación*,

$$b_1; b_2; \dots; b_i; \dots; b_{n-1}; b_n$$

forma una progresión geométrica decreciente de razón r/r .

Valor de la razón r .

Partamos del hecho ya demostrado de que la sucesión de valores de C , es una progresión geométrica creciente de razón r .

Según ello,

$$\begin{aligned} C_2 &= C_1 \cdot r \\ C_3 &= C_2 \cdot r = C_1 \cdot r^2 \\ C_4 &= C_3 \cdot r = C_1 \cdot r^3 \\ &\dots \dots \dots \\ C_i &= C_{i-1} \cdot r = C_1 \cdot r^{i-1} \\ &\dots \dots \dots \\ C_n &= C_{n-1} \cdot r = C_1 \cdot r^{n-1} \\ C_{n+1} &= C_n \cdot r = C_1 \cdot r^n \end{aligned}$$

Partiendo de la última igualdad

$$C_{n+1} = C_1 \cdot r^n$$

se despeja el valor de r

$$r = \sqrt[n]{\frac{C_{n+1}}{C_1}}$$

expresión que adoptará una forma de aplicación más cómoda—independientemente de los valores de C , y, por tanto, de P —, teniendo en cuenta que por definición el Capital Tope inferior del Primer Grupo es igual al Pleno P más la tolerancia establecida en función del Pleno, $h \cdot P$, y el Capital Tope Superior del último Grupo es igual al Pleno de conservación P , más el total de Plenos cubiertos en el Excedente a virtud de los Contratos suscritos, $N \cdot P$

$$C_1 = P + h \cdot P = P(1+h)$$

y

$$C_{n+1} = P + N \cdot P = P(N+1)$$

Entonces, sustituyendo valores, el quebrado $\frac{C_{n+1}}{C_1}$ que está bajo el signo radical en la fórmula que despeja el valor de r , adoptará la siguiente expresión

$$\frac{C_{n+1}}{C_1} = \frac{P(N+1)}{P(1+h)} = \frac{N+1}{1+h}$$

y el valor de r , será

$$r = \sqrt[n]{\frac{N+1}{1+h}}$$

es decir, en función de valores conocidos previamente:

n Número de Grupos a establecer

N Número de Plenos que constituyen el Excedente

h Coeficiente de tolerancia para conservar aquellos Capitales asegurados que no la superen.

Coeficientes medios de conservación.

Sabemos que forman la sucesión

$$b_1; b_2; \dots; b_i; \dots; b_{n-1}; b_n$$

que es una progresión geométrica decreciente de razón r/h .

Al establecer las sucesiones de valores C y b , hemos sentado que

$$C_1 b_1 = P - d \cdot P$$

$$C_2 b_1 = P + d \cdot P$$

Sumando ambas igualdades se obtiene

$$C_1 b_1 + C_2 b_1 = 2P;$$

por consiguiente

$$b_1 (C_1 + C_2) = 2P$$

$$b_1 = \frac{2P}{C_1 + C_2}$$

y sustituyendo C_2 por su igual $C_1 \cdot r$ y después C_1 por su igual $P/(1+h)$

$$b_1 = \frac{2P}{C_1 + C_2} = \frac{2P}{C_1 + C_1 \cdot r} = \frac{2P}{C_1(1+r)} = \frac{2P}{\frac{P}{1+h}(1+r)} = \frac{2}{(1+h)(1+r)}$$

es decir,

$$b_1 = \frac{2}{(1+h)(1+r)}$$

el coeficiente de conservación del Primer Grupo se obtiene en función de dos valores conocidos, h (coeficiente de tolerancia) y r (razón).

Demostrado anteriormente que los valores de b forman una progre-

sión geométrica de razón r/r se obtienen fácilmente todos sus valores partiendo de b_1 y multiplicando por r/r sin haber intervenido los Plenos ni los Capitales Topes.

$$b_2 = b_1 \cdot 1/r$$

$$b_3 = b_2 \cdot 1/r$$

.....

$$b_i = b_{i-1} \cdot 1/r$$

.....

$$b_n = b_{n-1} \cdot 1/r$$

Coefficientes medios de reaseguro.

Estos *coeficientes medios de reaseguro* son los que habrán de aplicarse en las Tablas constituidas al efecto, y se obtienen, una vez conocidos los *coeficientes medios de conservación* b , por su complemento a la unidad, teniendo en cuenta que ya quedaron definidos del siguiente modo:

$$a_i = 1 - b_i$$

por lo tanto

$$a_1 = 1 - b_1$$

$$a_2 = 1 - b_2$$

.....

$$a_i = 1 - b_i$$

.....

$$a_{n-1} = 1 - b_{n-1}$$

$$a_n = 1 - b_n$$

Capitales Topes.

Los valores de cada serie de *Capitales Topes* para cada Pleno, se calcularán basándonos igualmente en que cada serie de Capitales Topes forman una progresión geométrica de razón r .

Conocido el valor del primer término C_1 que concretamente se define para cada Pleno o valor de P , por la fórmula

$$C_1 = P(1+h)$$

los demás se obtienen sucesivamente multiplicando el anterior por la razón r

$$C_2 = C_1 \cdot r$$

$$C_3 = C_2 \cdot r$$

.....

$$C_i = C_{i-1} \cdot r$$

.....

$$C_n = C_{n-1} \cdot r$$

$$C_{n+1} = C_n \cdot r$$

Desviación máxima.

De la primera de las igualdades establecidas al exponer las sucesiones de valores C y b (al mismo resultado se llegaría tomando otra cualquiera), se obtiene:

$$C_1 b_1 = P - dP$$

Sustituyendo C_i y b_i por sus valores

$$C_1 = P(1+h); b_1 = \frac{2}{(1+h)(1+r)}$$

y simplificando, tendremos

$$C_1 b_1 = P - dP$$

$$P(1+h) \cdot \frac{2}{(1+h)(1+r)} = P(1-d)$$

$$\frac{2}{1+r} = 1 - d$$

$$d = 1 - \frac{2}{1+r} = \frac{r+1}{r+1} - \frac{2}{r+1} = \frac{r-1}{r+1}$$

es decir

$$d = \frac{r-1}{r+1}$$

el coeficiente de *desviación máxima*, sobre el Pleno, viene dado en función de la razón r .

Aplicación práctica.

Con los valores ya formulados tenemos los elementos precisos para resolver los problemas de planteamiento del Sistema.

Analicemos separadamente los dos casos que se pueden presentar sobre el ejemplo planteado en la primera parte de este estudio.

Estos dos problemas se plantearán en los siguientes términos:

- 1.º Fijado el número de *Grupos*, conocer cuál será la *desviación máxima*.
- 2.º Fijada una *desviación máxima*, conocer cuántos *Grupos* tienen que establecerse.

Primer problema.—Conocido el número de Grupos.

Las Bases de que hay que partir, y que previamente habrá establecido el Asegurador, son:

$N =$ Número de Plenos del Excedente $= 20$
 $n =$ Número de Grupos a establecer $= 10$
 $h =$ Coeficiente de tolerancia sobre el Pleno $= 0,10 = 10 \%$

Lo primero que desea y debe conocer el Asegurador es la *desviación máxima* que se le va a producir.

Esta viene dada en función de la fórmula

$$d = \frac{r-1}{r+1}$$

por lo que previamente habrá de calcularse el valor de la *razón*, r

$$r = \sqrt[n]{\frac{N+1}{1+h}}$$

donde, sustituyendo valores, tendremos

$$r = \sqrt[10]{\frac{20+1}{1+0,1}} = \sqrt[10]{\frac{21}{1,1}} = 1,3430205$$

con cuyo valor entramos en la fórmula de la *desviación*, d

$$d = \frac{r-1}{r+1} = \frac{0,3430205}{2,3430205} = 0,14640098$$

o lo que es lo mismo prácticamente, 14,64 por 100.

Esto es, que un Asegurador que tenga establecido 20 Plenos para el Excedente y desee conservar sin reasegurar una tolerancia hasta del 10 % del Pleno, si fija el número de Grupos en *diez*, tendrá una *desviación máxima* en cualquier Grupo y para cualquier Pleno, de 14,64 por 100 del Pleno.

El estudio crítico que el Asegurador efectúe por separado con respecto a la importancia de esta *desviación*, le llevará a considerar si es

aceptable, excesiva o reducida, y suponiendo inalterables el número de Plenos y el coeficiente de tolerancia, concluimos que el valor de la desviación es función del número de Grupos, en razón inversa de su valor, esto es, que a mayor número de Grupos menor desviación, y a menos Grupos más desviación.

Una vez conocida y aceptada la desviación, procederemos al cálculo de la Tabla para la aplicación práctica del Sistema.

En primer lugar, la fijación de los *coeficientes medios de reaseguro*, a , para lo que previamente habremos de conocer los *coeficientes medios de conservación*, b ,

$$b_1 = \frac{2}{(1+h)(1+r)}; b_2 = b_1 \cdot 1/r; b_3 = b_2 \cdot 1/r; \dots; b_n = b_{n-1} \cdot 1/r$$

y simultáneamente, los valores de a vienen dados por su complemento a la unidad.

$$a_1 = 1 - b_1; a_2 = 1 - b_2; a_3 = 1 - b_3; \dots; a_n = 1 - b_n$$

Sustituyendo valores numéricos, tendremos

$$b_1 = \frac{2}{1,1 \cdot 2,3430205} = \frac{2}{2,57732255} = 0,77600; 1/r = \frac{1}{1,3430205} = 0,74459$$

$$b_1 = 0,77600; a_1 = 1 - 0,77600 = 0,22400 = 22,400 \%$$

$$b_2 = 0,77600 \cdot 0,74459 = 0,57780; a_2 = 1 - 0,57780 = 0,42220 = 42,220 \%$$

$$b_3 = 0,57780 \cdot 0,74459 = 0,43022; a_3 = 1 - 0,43022 = 0,56978 = 56,978 \%$$

$$b_4 = 0,43022 \cdot 0,74459 = 0,32034; a_4 = 1 - 0,32034 = 0,67966 = 67,966 \%$$

$$b_5 = 0,32034 \cdot 0,74459 = 0,23852; a_5 = 1 - 0,23852 = 0,76148 = 76,148 \%$$

$$b_6 = 0,23852 \cdot 0,74459 = 0,17760; a_6 = 1 - 0,17760 = 0,82240 = 82,240 \%$$

$$b_7 = 0,17760 \cdot 0,74459 = 0,13224; a_7 = 1 - 0,13224 = 0,86776 = 86,776 \%$$

$$b_8 = 0,13224 \cdot 0,74459 = 0,09846; a_8 = 1 - 0,09846 = 0,90154 = 90,154 \%$$

$$b_9 = 0,09846 \cdot 0,74459 = 0,07351; a_9 = 1 - 0,07351 = 0,92649 = 92,649 \%$$

$$b_{10} = 0,07351 \cdot 0,74459 = 0,05459; a_{10} = 1 - 0,05459 = 0,94541 = 94,541 \%$$

Quedan por determinar las sucesiones de los Capitales Topes C , que limitan a cada Grupo en cada uno de los Plenos

$$C_1 = P(1+h); C_2 = C_1 \cdot r; C_3 = C_2 \cdot r; \dots C_{n+1} = C_n \cdot r = P(N+1)$$

y entonces partiendo de la Tabla de Plenos del Asegurador, que desarrollaremos en vertical, tendremos

Capitales Topes

Plenos	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁
<i>P</i>	1,1 . <i>P</i>	C ₁ . <i>r</i>	C ₂ . <i>r</i>	C ₃ . <i>r</i>	C ₄ . <i>r</i>	C ₅ . <i>r</i>	C ₆ . <i>r</i>	C ₇ . <i>r</i>	C ₈ . <i>r</i>	C ₉ . <i>r</i>	C ₁₀ . <i>r</i>
200.000	220.000	295.485	396.815	532.931	715.737	961.249	1.290.977	1.733.808	2.328.540	3.127.278	4.200.000
100.000	110.000	147.732	198.408	266.465	357.868	480.625	645.489	866.905	1.164.271	1.563.659	2.100.000
75.000	82.500	110.799	148.806	199.849	268.401	360.468	484.117	650.178	873.203	1.172.729	1.575.000
50.000	55.000	73.866	99.204	133.233	178.934	240.312	322.744	433.452	582.135	781.819	1.050.000
40.000	44.000	59.093	79.363	106.586	143.147	192.250	258.195	346.762	465.708	625.456	840.000
35.000	38.500	51.706	69.443	93.263	125.254	168.219	225.921	303.417	407.495	547.274	735.000
30.000	33.000	44.320	59.522	79.940	107.361	144.188	193.647	260.072	349.282	469.093	630.000
25.000	27.500	36.933	49.602	66.616	89.467	120.156	161.372	216.726	291.068	390.910	525.000

en cuyo cálculo o determinación se ha forzado ligeramente la última columna de C_{II} ya que este Capital Tope tiene que ser también igual a 21 veces el Pleno, cuyo valor es más exacto que el que ha podido irse obteniendo sucesivamente acumulando pequeños errores al no operarse con suficiente número de cifras decimales.

Segundo problema.—Fijada previamente la desviación máxima.

Las bases sobre el mismo ejemplo, son;

$N =$ Número de Plenos del Excedente. = 20

$h =$ Coeficiente de tolerancia sobre el Pleno. = 0,10 = 10 %

Ahora se nos dice también que:

La desviación máxima debe ser el 14,640098 por 100 del Pleno.

El problema es pues determinar el número de Grupos que tiene que establecerse.

Partiendo de la fórmula de la desviación

$$d = \frac{r-1}{r+1}$$

donde d , es ahora conocido, hay que despejar el valor de r

$$d = \frac{r-1}{r+1}$$

$$d(r+1) = r-1$$

$$dr+d = r-1$$

$$d+1 = r-d.r$$

$$1+d = r(1-d)$$

$$r = \frac{1+d}{1-d}$$

Sustituyendo d , por su valor numérico 14,640098 %, o sea expresado por unidad, 0,14640098

$$r = \frac{1,14640098}{0,85359902} = 1,3430205$$

Entrando en la fórmula que daba el valor de r

$$r = \sqrt[n]{\frac{N+1}{1+h}}$$

y sustituyendo los valores numéricos conocidos de r , N y h tendremos,

$$1,3430205 = \sqrt[n]{\frac{21}{1,1}} = \sqrt[n]{19,090909}$$

y despejando el valor de n , por logaritmos

$$\log 1,3430205 = \frac{\log 19,090909}{n}$$

de donde

$$n = \frac{\log 19,090909}{\log 1,3430205} = \frac{1,2808266}{0,12808262} = 10$$

con lo que tenemos el número de Grupos.

Los Valores de los *coeficientes medios de reaseguro y Capitales Topes*, siguen en un todo el mismo cálculo y desarrollo expuesto en el Primer Problema, empleando las mismas fórmulas, pues en ambos casos ya son conocidos los valores numéricos de h , r y n .

PARTE TERCERA

MODIFICACION DE LOS PLENOS

Análisis.

El Asegurador que ha adoptado el Sistema de Reaseguros por Grupos puede sentir la necesidad en años subsiguientes de alterar los importes de sus plenos de propia conservación.

En los otros sistemas o procedimientos usuales de Reaseguro por excedente la variación de los Plenos implica una renovación o reemplazo total de la Cartera, cualquiera que sea la modificación a introducir, con el extraordinario trabajo y coste que esto lleva consigo, tanto mayor cuanto mayor sea la importancia de la Cartera.

El Sistema de Reaseguro por Grupos también simplifica extraordinariamente este problema cuando concurren en la variación determinadas circunstancias.

Si la variación a implantar supone una alteración de los conceptos de la Tabla de Plenos, bien aumentando conceptos sobre los anteriores o desdoblado conceptos con diferentes conservaciones, o también suprimiendo alguno de ellos, o refundiendo conceptos dispersos con diferente participación o, por último, variando importes de modo *no uniforme* con respecto a la anterior Tabla, el Sistema de Reaseguro por Grupos no ofrece simplificación alguna y la implantación de cualquiera de estas variaciones enunciadas habrá de llevarse a cabo en cuanto a

la Cartera se refiere, por reemplazo o renovación al igual que se efectúa normalmente.

De este modo llegamos, por exclusión, a concretar que las únicas variaciones de la Tabla de Plenos en que el Sistema ofrece simplificación, son aquellas en que concurren las siguientes circunstancias:

- 1.^a Cuando no se produzca alteración en los conceptos o partidas que forman la anterior Tabla de Plenos, y
- 2.^a Cuando las variaciones de los importes o cifras de cada concepto obedezca a un criterio uniforme, bien expresado en un único coeficiente sobre los anteriores Plenos, como por ejemplo: «los nuevos Plenos serán el doble, el triple, etc., de los anteriores», o también: «los nuevos Plenos serán iguales a los anteriores, aumentados en un diez, veinte, etc., por ciento».

Aun en estas circunstancias, el Sistema ofrece simplificación solamente en los siguientes casos:

- a) Cuando varían los Capitales Topes, aumentando para alcanzar exactamente el importe del Capital Tope siguiente, manteniendo fijos los coeficientes de reaseguro, lo cual se produce cuando el coeficiente de aumento sobre los Plenos anteriores es exactamente igual al valor $r - 1$, es decir, *la razón disminuida en una unidad*.
- b) Cuando no se modifiquen los Capitales Topes, cuya circunstancia se dará siempre que el coeficiente de aumento de los plenos no sea mayor que el coeficiente de tolerancia fijado en el año anterior.

Cualquier otra variación aunque sea uniforme, pero que no se ajuste a estas circunstancias, nos llevaría a los siguientes resultados:

En el caso a)—es decir, variando los Capitales Topes—el hecho de tener que modificar los Capitales Topes haría variar la composición de cada Grupo, y, por tanto, habría de tener lugar un replanteamiento nuevo de todos los Grupos, lo cual sería tanto como reemplazar totalmente la Cartera. Únicamente en el caso que se cita de que los Capitales Topes sean los mismos, pero correspondan al Grupo siguiente, se mantiene la misma composición interior de cada Grupo que ahora tendrá una denominación distinta: El Grupo 1.^o antiguo habrá desaparecido y, por lo tanto, las Pólizas o riesgos que en él se detallaban y pasaban al Reasegurador, son ahora de conservación íntegra por el Asegurador; el antiguo 2.^o Grupo, pasará a ser ahora Grupo 1.^o con el coeficiente de reaseguro que tenía el primer Grupo, y así sucesivamente los Grupos antiguos siguen subsistiendo, pero disminuídos de

un grado u orden, siendo preciso crear el de grado último, en el cual no habrá ninguna Póliza de la Cartera, a menos que se le atribuyan los correspondientes excesos de las operaciones que fueron cubiertas en régimen facultativo.

En el caso *b)*—es decir, manteniendo fijos los Capitales Topes—, el aumento de los plenos por coeficiente mayor al de la tolerancia, daría lugar a una *tolerancia negativa*, o sea que en vez de empezar a reasegurar con capitales ya algo superiores al pleno de conservación, habría que hacerlo por capitales inferiores al pleno, lo cual es un absurdo.

Pasamos a desarrollar los dos casos aplicando valores numéricos del ejemplo propuesto.

Variación de Capitales Topes con aumento igual a $r - 1$.

Este procedimiento supone concretar exactamente el aumento de los Plenos a un coeficiente igual a $r - 1$.

La Tabla de Plenos será modificada con un aumento igual a $r - 1$ por 100, y siendo $r = 1,3430205$, $r - 1$ será 0,3430205, o lo que es lo mismo, 34,30 %.

Así, pues, la TABLA DE PLENOS, será:

	<u>TABLA antigua</u>	<u>TABLA nueva</u>
Riesgos con prima no superior a 0,25 ‰	200.000	268.604
» » » entre 0,25 ‰ y 1,00 »	100.000	134.302
» » » » 1,00 » y 2,00 »	75.000	100.727
» » » » 2,00 » y 3,00 »	50.000	67.151
» » » » 3,00 » y 4,00 »	40.000	53.721
» » » » 4,00 » y 5,00 »	35.000	47.006
» » » » 5,00 » y 6,00 »	30.000	40.291
» » » superior a 6,00 »	25.000	33.576

Los *coeficientes de conservación*, y, por tanto, los *coeficientes de reaseguro*, se mantienen los mismos que en el año anterior quedaron fijados para sus correspondientes Grupos.

Los *Capitales Topes* se desplazan en un lugar hacia la izquierda, desapareciendo la primera columna y creándose la última con la misma ley de formación ya indicada, esto es, multiplicando el anterior por la razón.

De este modo se forma la

Nueva tabla para la aplicación del Reaseguro por "Grupos".

Grupos	PRIMERO	SEGUNDO	TERCERO	CUARTO	QUINTO	SEXTO	SEPTIMO	OCTAVO	NOVENO	DECIMO	
Coefficientes medios de Reaseguro %	22,400	42,220	56,978	67,966	76,148	82,240	86,776	90,154	92,669	94,541	
Plenos				Capitales Topes							
268.604	295.465	396.815	532.931	715.737	961.249	1.290.977	1.733.809	2.328.540	5.127.278	4.199.998	5.640.685
134.302	147.732	198.408	266.465	357.868	480.625	645.489	866.905	1.164.271	1.563.639	2.100.000	2.820.342
100.727	110.799	148.806	199.849	268.401	360.468	484.117	650.178	873.203	1.172.729	1.575.000	2.115.257
67.151	73.866	99.204	133.233	178.934	240.312	322.744	433.452	582.135	781.819	1.049.999	1.410.170
53.721	59.093	79.363	106.586	143.147	192.250	258.195	346.762	465.708	625.456	840.000	1.128.137
47.006	51.706	69.443	93.263	125.254	168.219	225.921	303.417	407.495	547.274	735.000	987.120
40.291	44.320	59.522	79.940	107.361	144.188	193.647	260.072	349.282	469.093	630.001	846.104
33.576	36.933	49.602	66.616	89.467	120.156	161.372	216.726	291.068	390.910	525.000	705.086

Apreciándose en esta Tabla, que ha de ser la base fundamental para la aplicación del reaseguro en el nuevo ejercicio, las siguientes circunstancias:

- El mismo número de Grupos.
- Los mismos coeficientes de reaseguro para cada Grupo.
- La misma cobertura máxima de 20 Plenos, con lo que los Capitales Topes Máximos del Grupo 10.º son exactamente iguales a 21 veces el importe de los respectivos nuevos Plenos; sin embargo, la cobertura total en valor absoluto, en pesetas, aumenta proporcionalmente.
- El coeficiente de tolerancia inicial es el mismo que anteriormente se estableció del 10 por 100, aplicado ahora sobre los Plenos nuevos, por lo cual, los Capitales Topes Mínimos del primer Grupo, son exactamente iguales a los respectivos nuevos Plenos, más su 10 por 100.
- La desviación máxima que se produce al aplicar los coeficientes medios de reaseguro de cada Grupo en sus Capitales Topes, es la misma de 14,64 por 100, coeficiente o porcentaje que se referirá ahora sobre los nuevos Plenos, y, por consiguiente, su valor absoluto, en pesetas, es superior.

Aplicación.

La aplicación práctica en el nuevo ejercicio se efectuará del siguiente modo:

Con respecto al *nuevo negocio*, no entraña dificultad alguna, porque son aplicaciones que desde su origen se adaptan a los nuevos Plenos.

Con respecto a la *Cartera*, tenemos que en el transcurso del año anterior se han ido formando las *primas a vencer* que en el ejercicio posterior habrían de darse para cada uno de los 10 Grupos en que se distribuía el Excedente.

El antiguo primer Grupo desaparece del Excedente, porque el Asegurador pasa a conservar estos riesgos, y entonces las primas a vencer correspondientes a este antiguo primer Grupo no se darán al Reaseguro. Es más, conviene distinguir y establecer si la Cedente o Asegurador va a asumir estos riesgos desde el día 1.º de enero o desde los vencimientos anuales. En el primer caso, procede cargar a los antiguos Reaseguradores la correspondiente *salida de Cartera* por los riesgos de este antiguo primer Grupo. En el segundo caso, habrá que cargar a los antiguos Reaseguradores la parte correspondiente de los siniestros que se produzcan antes del vencimiento anual de cada riesgo.

El antiguo segundo Grupo se convierte en el nuevo primer Grupo

con el coeficiente de reaseguro correspondiente al primer Grupo, y habrá de darse al Reasegurador como primas a vencer por el nuevo primer Grupo las cifras que se habían obtenido para el segundo Grupo antiguo, y así sucesivamente hasta referirnos al antiguo 10.º Grupo, cuyas cifras irán a parar al nuevo Grupo 9.º. Para el nuevo Grupo 10.º procederá dar entrada, en su caso, a los negocios procedentes de anterior cobertura facultativa, bien mediante entrada en Cartera o en los respectivos vencimientos anuales.

Mantenimiento de Capitales Topes.

Es el otro caso de variación de Plenos que puede presentar un interés porque suponga una simplificación, como se ha expuesto anteriormente.

La variación o aumento que se puede realizar no es rígida como en el caso anterior, sino que puede variar libremente con la condición de no ser mayor que el coeficiente de tolerancia establecido anteriormente.

En el ejemplo que venimos siguiendo, el coeficiente de tolerancia k , fué fijado en 10 por 100, luego el aumento de los plenos puede determinarse a voluntad, sin que en este caso pueda ser mayor del 10 por 100.

Supongamos que el aumento que se pretende es del 5 por 100 de los antiguos Plenos.

La nueva Tabla de Plenos adoptará los siguientes valores:

	TABLA antigua	TABLA nueva
Riesgos con prima no superior a 0,25 ‰	200.000	210.000
» » » entre 0,25 ‰ y 1,00 ‰	100.000	105.000
» » » » 1,00 ‰ » 2,00 ‰	75.000	78.750
» » » » 2,00 ‰ » 3,00 ‰	50.000	52.500
» » » » 3,00 ‰ » 4,00 ‰	40.000	42.000
» » » » 4,00 ‰ » 5,00 ‰	35.000	36.750
» » » » 5,00 ‰ » 6,00 ‰	30.000	31.500
» » » superior a 6,00 ‰	25.000	26.250

Al no variar los Topes de Capitales que separan y definen cada Grupo, necesariamente ha de variar la tolerancia, que pasa a ser de 0,047619, es decir, de 4,7619 por 100 en lugar de 10 por 100, que era anteriormente.

También varían los coeficientes de Conservación y de Reaseguro correspondientes a cada Grupo.

Así la TABLA PARA LA APLICACIÓN PRÁCTICA DEL REASEGURO será la misma utilizada el año anterior, con las modificaciones de la primer columna relativa a Plenos, y la primera línea horizontal relativa a los *coeficientes medios de reaseguro*, quedando expresada por consiguiente del siguiente modo:

Grupos	PRIMERO	SEGUNDO	TERCERO	CUARTO	QUINTO	SEXTO	SEPTIMO	OCTAVO	NOVENO	DECIMO	
Coefficientes medios de Reaseguro %	18,520	39,331	54,827	66,364	74,955	81,352	86,115	89,661	92,302	94,268	
Plenos				Capitales Topes							
210.000	220.000	295.465	396.815	532.931	715.737	961.249	1.290.977	1.735.808	2.328.540	3.127.278	4.200.000
105.000	110.000	147.732	198.408	266.465	357.868	490.625	645.489	866.905	1.164.271	1.563.639	2.100.000
78.750	82.500	110.799	148.806	199.849	268.401	360.468	484.117	650.178	873.205	1.172.729	1.575.000
52.500	55.000	73.866	99.204	133.233	178.934	240.312	322.744	433.452	582.135	781.819	1.050.000
42.000	44.000	59.093	79.363	106.586	143.147	192.250	258.195	346.762	465.708	625.456	840.000
36.750	38.500	51.706	69.443	93.263	125.254	168.219	225.921	303.417	407.495	547.274	735.000
31.500	33.000	44.320	59.522	79.940	107.361	144.188	193.647	260.072	349.282	469.093	630.000
26.250	27.500	36.933	49.602	66.616	89.467	120.156	161.372	216.726	291.068	390.910	525.000

En esta Tabla se aprecia:

- El mismo número de Grupos.
- La misma cobertura máxima total expresada en valor absoluto, pesetas, puesto que no variando los Capitales Topes también permanecen inalterables los del último Grupo.

Por ello, los Capitales Topes máximos del último Grupo seguirán expresando 21 veces el valor de los antiguos Plenos, y también 21 veces el valor de los nuevos Plenos, dividido por el factor de acumulación del aumento propuesto. Es decir, al llevar a cabo el aumento de PLENOS POR ESTE PROCEDIMIENTO, no se ha conseguido una mayor cobertura total, sino solamente una mayor conservación.

- La tolerancia inicial es distinta y forzosamente inferior a la anterior, a cuya costa tienen que efectuarse las mayores conservaciones por el Asegurador, manteniendo fijos los Capitales Topes.
- Los coeficientes medios de reaseguro varían en la misma proporción que se han incrementado los Plenos.
- La desviación máxima se mantiene fija como coeficiente o porcentaje, pero aumenta en valor absoluto, pesetas, al referirla a los nuevos Plenos.

Aplicación.

Pasamos a ocuparnos de las operaciones que se han de efectuar en lo que concierne a la Cartera, pues en cuanto al Nuevo Negocio no hay dificultad alguna.

Subsisten los mismos Grupos que en el año anterior, limitados por los mismos Capitales Topes, pero encabezados con distintos coeficientes de reaseguro.

Por ello, en el nuevo ejercicio continuarán aplicándose e interesando al Reasegurador los mismos riesgos y Pólizas que lo fueron en el anterior en cada uno de los Grupos, pero por unos importes distintos, más reducidos en este caso de aumento de Plenos.

Las primas a vencer tendrán la misma base o punto de arranque en las sumas de los borderós correspondientes a cada Grupo, puesto que, como se dijo en las primeras páginas de este estudio, dichas sumas representan las primas en la totalidad suscrita por el Asegurador.

Sobre ellas se aplicarán los nuevos coeficientes de reaseguro determinados en función de la variación de Plenos, y éstas serán las Primas a vencer en las que participa el Reasegurador desde los vencimientos anuales de los riesgos en el nuevo ejercicio.

Queda por determinar si el aumento de Plenos, por lo que a la Cartera se refiere, toma efecto automático en los respectivos vencimientos

anuales, en cuyo caso son correctas las cifras de primas a vencer obtenidas como queda dicho, o, por el contrario, si se establece que el aumento de Plenos con respecto a la Cartera ha de tomar efecto el día 1.º de enero del nuevo año, procede ajustar la cifra de Primas a vencer con una retirada de Cartera sobre las cifras obtenidas, aplicando la diferencia de los coeficientes de reaseguro a las Primas de cada Grupo.

Justificación analítica.

Sobre la base de la misma notación empleada anteriormente, distinguiremos con un acento las letras correspondientes a los valores que han de formarse teniendo en cuenta la variación de los Plenos.

Como nuevo valor, únicamente precisamos
 m — Coeficiente de aumento sobre el pleno anterior, expresado por unidad.

Partimos como ecuación fundamental de

$$C_1 b_1 = P - dP$$

es decir, la conservación del Asegurador, en el tope inferior del primer Grupo, es igual al Pleno de conservación disminuído en la *desviación máxima* que se produce.

Esta ecuación referida a los valores que adopten después de aumentar los Plenos, será por tanto

$$C'_1 b'_1 = P' - d' P'$$

De otrá parte tenemos que

$$P' = P + m \cdot P$$

o sea que el Pleno nuevo se forma acumulando al Pleno antiguo un coeficiente uniforme del Pleno antiguo. Y esto es así necesariamente porque sólo en este caso puede reportar utilidad el Sistema aprovechando los estados o borderós declarados anteriormente en los Grupos ya formados, como hemos demostrado más arriba.

Volviendo sobre la ecuación tomada como punto de partida

$$C_1 b_1 = P - dP = P(1 - d)$$

$$C'_1 b'_1 = P' - d' P' = P'(1 - d')$$

Sustituyendo en la segunda de ellas, P' por su igual

$$P' = P + m \cdot P = P(1 + m)$$

tendremos las dos ecuaciones iniciales con la siguiente expresión:

$$C_1 b_1 = P (1-d)$$

$$C'_1 b'_1 = P' (1-d') = P (1+m) (1-d')$$

Cuyas ecuaciones en dicha forma expuestas habrán de ser utilizadas en ulteriores desarrollos.

Pasemos a considerar los dos casos expuestos como de posible utilización del Sistema en la variación de Plenos.

a) *Variación de Capitales Topes.*

En primer lugar tengamos presentes las siguientes consideraciones:

- 1.^a Hemos tenido que admitir que la única posible variación de Capitales Topes para conseguir una simplificación en el reaseguro, es aquella que consigue un nuevo Capital Tope igual a otro de la anterior situación y precisamente, el de orden siguiente, es decir

$$C'_1 = C_2$$

y recordando que $C_2 = C_1 \cdot r$

$$C'_1 = C_2 = C_1 \cdot r$$

- 2.^a También hemos sentido como principio, que los coeficientes de reaseguro, y, por tanto, los de conservación, no varían, manteniéndose los mismos para cada Grupo; es decir,

$$b'_1 = b_1$$

- 3.^a Recordando, por otro lado, que la fórmula que daba el valor del coeficiente de la desviación máxima, es

$$d = \frac{r-1}{r+1}$$

al referirlo a las situaciones, antigua y nueva, con respecto a la variación de Plenos, tendremos

$$d = \frac{r-1}{r+1} ; \quad \text{y} \quad d' = \frac{r'-1}{r'+1}$$

Ahora bien, el valor de r es la relación o razón entre dos Capitales Topes consecutivos. En la nueva situación creada, los Capitales Topes se desplazan pero no se modifican en

su importe; por lo tanto, la razón o relación entre dos consecutivos sigue siendo la misma

$$r = \frac{C_i}{C_{i-1}} = \frac{C_{i+1}}{C_i}$$

$$r' = \frac{C'_i}{C'_{i-1}} = \frac{C_{i+1}}{C_i} = r; \text{ es decir, } r' = r$$

y sustituyendo r en el lugar de r'

$$d = \frac{r-1}{r+1}$$

$$d' = \frac{r'-1}{r'+1} = \frac{r-1}{r+1}; \text{ o sea que } d = d'$$

es decir, que tanto la *razón* como el *coeficiente de desviación máxima* son también los mismos, no experimentan variación.

Volviendo de nuevo sobre las ecuaciones que hemos considerado de partida, y aplicando estos resultados de

$$C_i = C_1 \cdot r$$

$$b_i = b_1$$

$$r' = r$$

$$d' = d$$

tendremos:

$$C_1 b_1 = P (1 - d)$$

$$C'_1 b'_1 = P (1 + m) (1 - d')$$

que ahora adoptan la siguiente expresión

$$C_1 b_1 = P (1 - d)$$

$$C_1 r b_1 = P (1 + m) (1 - d)$$

dividiendo miembro a miembro ambas igualdades

$$\frac{C_1 r b_1}{C_1 b_1} = \frac{P (1 + m) (1 - d)}{P (1 - d)}; \text{ y simplificando}$$

$$r = 1 + m; \text{ de donde } m = r - 1$$

esto es, que m , coeficiente de aumento de los Plenos, tiene que ser igual a $r - 1$.

Los valores de la tolerancia vienen dados en cada caso por

$$C_1 = P + hP = P(1+h); h = \frac{C_1}{P} - 1$$

$$C'_1 = P' + h'P' = P'(1+h'); h' = \frac{C'_1}{P'} - 1$$

sustituyendo en la última igualdad los valores de C'_1 y P' por los hallados

$$C'_1 = C_1 \cdot r; \text{ y } P' = P(1+m) = P(1+r-1) = P \cdot r$$

tendremos

$$h' = \frac{C'_1}{P'} - 1 = \frac{C_1 \cdot r}{P \cdot r} - 1 = \frac{C_1}{P} - 1 = h$$

es decir, h' igual a h , el coeficiente de tolerancia en la nueva situación es el mismo de la situación anterior.

b) *Mantenimiento de Capitales Topes.*

Antes de operar con las ecuaciones que venimos tomando como punto de partida, conviene considerar en este caso:

1.º Los Capitales Topes son los mismos

$$C'_1 = C_1$$

2.º Siendo los Capitales Topes los mismos, la relación de dos consecutivos, a la que hemos llamado *razón*, es también la misma

$$r' = r$$

y, por consiguiente, al igual que en el caso anterior, los coeficientes de desviación también son iguales

$$d' = d$$

Haciendo uso de estas igualdades, sobre las citadas ecuaciones

$$C_1 b_1 = P(1-d)$$

$$C'_1 b'_1 = P(1+m)(1-d)$$

tendremos

$$C_1 b_1 = P(1-d)$$

$$C_1 b'_1 = P(1+m)(1-d)$$

y dividiendo miembro a miembro ambas igualdades

$$\frac{C_1 b_1'}{C_1 b_1} = \frac{P(1+m)(1-d)}{P(1-d)}; \text{ y simplificando}$$

$$\frac{b_1'}{b_1} = 1+m; b_1' = b_1(1+m)$$

esto es, el nuevo coeficiente de conservación de cada Grupo, se obtiene multiplicando el correspondiente de la situación anterior por $1+m$ o sea el coeficiente de acumulación con que se aumentan los Plenos.

Volviendo sobre la determinación de la tolerancia, podemos repetir

$$C_1 = P(1+h); 1+h = \frac{C_1}{P}$$

$$C_1' = P'(1+h'); 1+h' = \frac{C_1'}{P'}$$

o lo que es lo mismo, aplicando las simplificaciones obtenidas últimamente y continuando el desarrollo

$$1+h = \frac{C_1}{P}$$

$$1+h' = \frac{C_1'}{P'} = \frac{C_1}{P(1+m)} = \frac{C_1}{P} \cdot \frac{1}{1+m} = (1+h) \cdot \frac{1}{1+m} = \frac{1+h}{1+m}$$

es decir que

$$1+h' = \frac{1+h}{1+m}; \text{ de donde } h' = \frac{1+h}{1+m} - 1$$

fórmula que nos da el coeficiente de tolerancia en la nueva situación al aumentar los Plenos con un coeficiente m , y cuya fórmula pasamos a discutir.

El nuevo coeficiente de tolerancia h' no puede ser negativo, pues ello sería tanto como admitir que en los pequeños capitales la conservación del Asegurador fuera siempre inferior al pleno.

Para que h' no sea negativo, el quebrado $\frac{1+h}{1+m}$, que actúa como minuendo, tiene que no ser inferior a 1 (sustrayendo).

Para que $\frac{1+h}{1+m}$ no sea menor que 1 , tiene que darse la circunstancia de que el dividendo $1+h$ no sea menor que el divisor $1+m$, o sea que h no sea menor que m , que es lo mismo que decir que m no

sea mayor que h , o sea que el coeficiente de aumento del pleno m , no puede ser mayor que el valor h de la tolerancia en la situación anterior, y en el caso límite de que el coeficiente de aumento m , sea igual a la tolerancia anterior h , la nueva tolerancia h' se anulará, no existirá.

En el ejemplo que se viene siguiendo, el valor de la nueva tolerancia h' se obtiene aplicando la fórmula

$$h' = \frac{1+h}{1+m} - 1$$

donde, sustituyendo valores, h era igual a 10 por 100, esto es, 0,10, y m , o coeficiente de aumento es 5 por 100, o sea 0,05.

$$h' = \frac{1+0,10}{1+0,05} - 1 = \frac{1,1}{1,05} - 1 = 1,047619 - 1 = 0,047619$$

es decir, la nueva tolerancia será de 4,76 por 100.

El valor de Capital Tope máximo del último grupo, venía dado por definición en función del número de Plenos de que se compone el excedente y del valor del Pleno, según la fórmula

$$C_{n+1} = (N + 1) P$$

sustituyendo C_{n+r} por C'_{n+r} valores numéricos que no varían; y P (Pleno anterior) en función de P' (Pleno nuevo) según la fórmula

$$P' = P(1 + m); P = \frac{P'}{1+m}, \text{ tendremos}$$

$$C_{n+1} = (N + 1) P$$

$$C'_{n+1} = (N + 1) P = (N + 1) \frac{P'}{1+m}$$

Es decir, que el valor del Capital Tope máximo del último Grupo en la nueva situación con los Plenos ampliados, repite la circunstancia de cobertura automática $N + r$ veces el Pleno anterior, pero también expresa la circunstancia de ofrecer cobertura por $N + 1$ veces el nuevo Pleno dividido por el factor de acumulación del aumento, sin ofrecer por consiguiente al Asegurador una mayor cobertura al aumentar los Plenos.