

Graduación de una nueva tabla de mortalidad de asegurados de vida individual

Diego Torres, actuario, Dirección de Actuaría
Wilson Mayorga, director Cámara de Vida y Personas
Fasecolda

Fasecolda, con el acompañamiento de las compañías de seguros, ha estimado una nueva tabla de mortalidad de la población asegurada en vida individual, con base en información del periodo 2008-2013. Los resultados muestran que la mortalidad ha venido cayendo respecto a la tabla de mortalidad vigente.

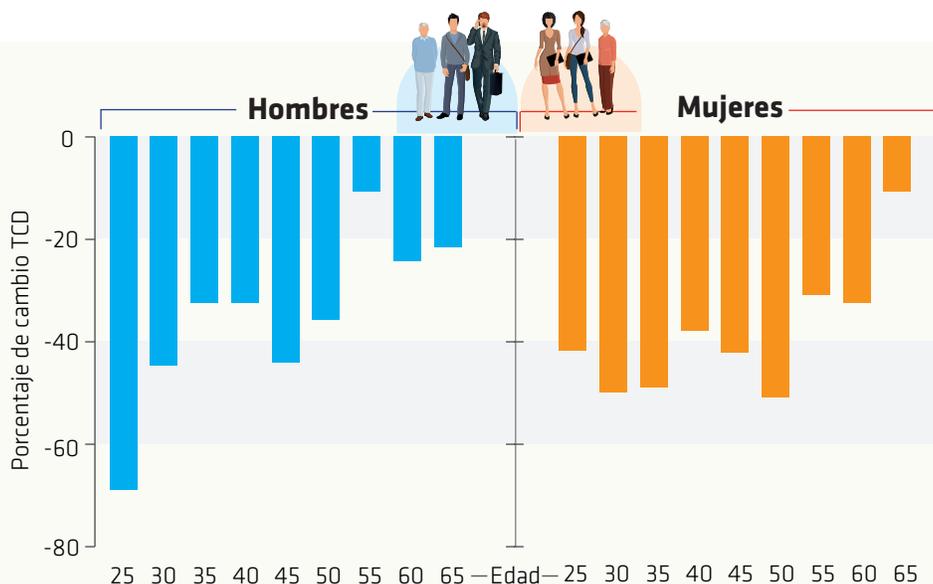
En los últimos años, las compañías que ofrecen seguros de vida individual han expresado inquietudes sobre la validez de la tabla de mortalidad de asegurados vigente, dado que fue construida con datos de mortalidad recolectados entre 1998 y 2003. Por ello, solicitaron a Fasecolda una actualización en la tabla que refleje adecuadamente la mortalidad de su población asegurada hoy.

Con base en la información sobre expuestos y siniestros ocurridos en el periodo 2008– 2013 que las compañías envían a la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC) se estimó una nueva tabla de mortalidad. Tanto la información de los expuestos como los siniestros está desagrega por sexo y edad actuarial

de todos los asegurados de vida individual que tuvieron una póliza activa dentro del periodo. Adicionalmente, los siniestros vienen desagregados por causa de muerte (natural, accidental y homicidio). Se excluyeron todas las pólizas vendidas mediante el canal de bancaseguros.

La información utilizada correspondió a las compañías que representan el 98% de las primas emitidas y aproximadamente el 87% de los expuestos de vida individual al cierre del periodo de referencia (2008-2013). Al calcular la diferencia porcentual de las tasas crudas de mortalidad para los dos periodos de análisis, se observan cambios porcentuales negativos en los quinquenios comprendidos entre los 25 y 60 años.

Gráfico 1:
Porcentaje de cambio
en las tasas crudas de
mortalidad de
asegurados (TCMA)
 1998-2003 vs. 2008-2013



Tanto para hombres como para mujeres la disminución en la mortalidad es del 40% en promedio. Con este resultado, la estimación de la nueva tabla de mortalidad debe reflejar las probabilidades reales de muerte en la población asegurada. Debido al bajo número de expuestos en edades jóvenes y muy avanzadas, la construcción de dicha tabla se realizará por separado para tres grupos de edades, cada uno con un tratamiento distinto. Un resumen de las metodologías utilizadas se presenta a continuación:

Edades	Hombres	Mujeres
20 a 33 años	Se combinó información de mortalidad de la población total colombiana y la metodología Coale-Kisker	Se extrapólo el modelo utilizado en las edades centrales
34 a 67 años	Se extrapólo el modelo utilizado en las edades centrales	Modelo aditivo generalizado con splines
68 a 100 años	Metodología Coale-Kisker	Metodología Coale-Kisker

I. Graduación de edades centrales

Para graduar una tabla de mortalidad se debe ajustar una función suavizada al vector de tasas crudas de tal manera que se eliminen los cambios bruscos que pueden existir entre edades consecutivas, que no refle-

jan la naturaleza continua de las verdaderas probabilidades de fallecimiento. Es importante verificar que la bondad de ajuste del modelo propuesto sea adecuada, es decir, que las estimaciones no se alejen significativamente de los datos observados.

Para edades jóvenes y avanzadas el número de expuestos no es significativo, lo que conlleva una gran volatilidad, por esta razón, se debe seleccionar un rango específico de edades en el cual se construirá la graduación central de la tabla de mortalidad. Después de analizar diferentes rangos con los actuarios expertos de las compañías de seguros, se decidió utilizar el rango entre 34 y 67 años de edad.

A partir de la revisión de diferentes medidas de Bondad de Ajuste, se eligió un modelo aditivo generalizado (GAM) con splines, tanto para hombres como para mujeres.

De acuerdo con Chambers & Hastie (1997), en un modelo lineal generalizado (GLM) la función del valor esperado de la variable dependiente se expresa en términos de una combinación lineal de los predictores, de la siguiente manera:

$$l(E(Y|X)) = l(m) = \eta(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i x_i$$

Los modelos aditivos generalizados (GAM) son una extensión de los GLM, donde la variable dependiente no es necesariamente una función lineal de las variables explicativas, sino que

$$\eta = \alpha + \sum_{j=1}^p f_j(x_j) + \epsilon.$$

Adaptando este modelo a la graduación de tablas de mortalidad, la variable dependiente corresponde a la probabilidad de muerte q_x o alguna transformación. Las funciones $f_j(\cdot)$ más utilizadas son splines o regresiones locales ponderadas sobre la edad x . Esta metodología permite utilizar la distribución exacta de la variable dependiente, evitando la restricción de asumir normalidad como ocurre en otros métodos no paramétricos.

Para estimar el modelo se utilizó como supuesto que las muertes se distribuyen de manera binomial, además se utilizó el *link logit*. Para ajustar $f_j(x_j)$ existen dos opciones, una que utiliza una regresión local ponderada y otra con splines, en este documento se gradúa con ambas opciones y se escoge el mejor resultado.

En el gráfico siguiente se presenta el ajuste de los datos con cada uno de los modelos que mejor representan al logaritmo natural de las tasas crudas de mortalidad.

II. Graduación de edades avanzadas

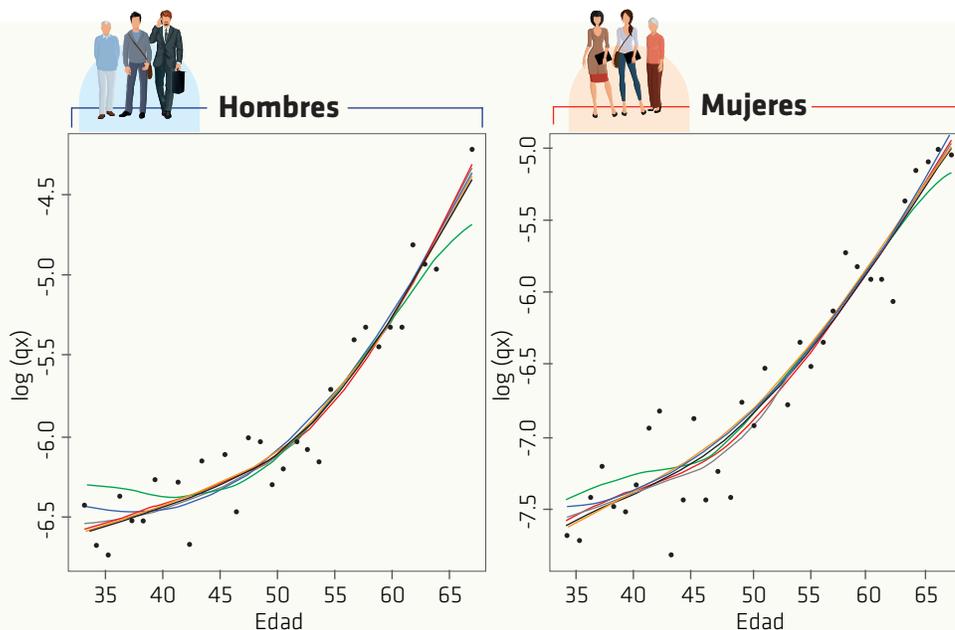
En la mayoría de países existen inconvenientes para obtener datos de mortalidad en edades avanzadas o muy jóvenes, Colombia no es ajena a esta situación, de hecho, se tiene el agravante de que la penetración de seguros es baja. Por estas razones, la volatilidad de las tasas crudas observadas en edades avanzadas es grande, por lo que los métodos más comunes de graduación no son adecuados. El modelo que, después de hacer una revisión de la literatura, se aplicó fue el descrito en Coale & Kisker (1990) el cual asume que el incremento exponencial en la tasa central de mortalidad de edades muy avanzadas no es constante. En este método se establece la siguiente función:

$$m_x = m_{79} \exp\left(\sum_{i=80}^{x_{max}} k_i\right) \quad 80 \leq x \leq x_{max}$$

En esta ecuación, k_i denota el incremento en la tasa central de mortalidad y se calcula como $k_x = \ln(m_x/m_{x-1})$ donde x_{max} es la edad máxima que un individuo puede alcanzar.

Gráfico 2:
Ajuste al logaritmo natural de las tasas crudas de mortalidad

- Whittaker Henderson
- Kernel
- Spline
- Loess
- GAM
- GLM



m_x es la tasa central de muertes, que corresponde a la tasa de muertes que ocurren en una población estacionaria, es decir, un escenario en el cual el número de nacimientos es igual al número de muertes para un año específico.

En Coale & Kisker (1990) se concluye que para edades superiores a 80 años k_x toma la siguiente forma lineal:

$$k_x = k_{80} + (x - 80) \cdot s$$

En este caso, es importante calcular el valor de la pendiente s . Para esto, los autores del modelo establecen un valor arbitrario para m_{110} , para los hombres este valor es 1 y para las mujeres 0.8. El hecho de establecer valores distintos se da para evitar cruces entre las dos tablas de mortalidad. Utilizando las dos ecuaciones descritas y solucionando para s se tiene el siguiente resultado:

$$s = - \left[\frac{\ln(m_{79}/m_{110}) + 31k_{80}}{465} \right].$$

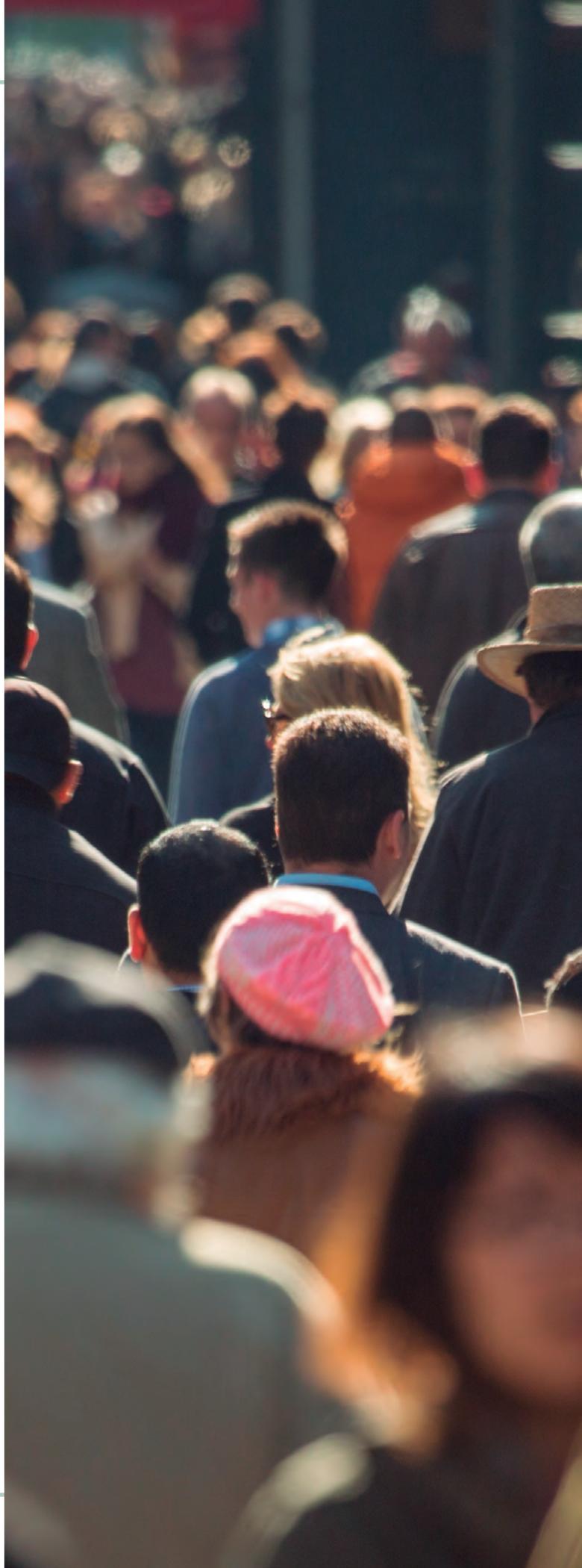
Con los parámetros calculados se puede proceder a estimar los valores por medio de la siguiente ecuación:

$$m_x = m_{x-1} \exp[k_{80} + (x - 80) \cdot s].$$

Para el cierre de la tabla de mortalidad se utilizó la metodología propuesta por Coale & Kisker (1990) desde los 63 años, asumiendo que el valor de la tasa de mortalidad a los 100 años es 1 ($q_{100} = 1$) y se extrapolaron los valores de la tasa de mortalidad entre los 63 y 99 años, verificando que no se presentara un cruce entre las tasas de mortalidad de los hombres y las mujeres.

III. Extrapolación de edades iniciales

En el caso de los hombres, la tasa de mortalidad se incrementa significativamente hacia el final de su adolescencia, este comportamiento es conocido como *accident hump* y se debe principalmente a hechos violentos y accidentes.



Las tablas de mortalidad que utilizan las aseguradoras para valorar los productos que emiten en el mercado no tienen en cuenta la joroba de accidentes (*accident hump*), por las siguientes razones:

- El costo de un seguro de vida para una persona de 30 años resultaría más barato que para una persona de 25 años, lo que causaría que algunas personas tomaran la decisión de aplazar la compra del seguro para ahorrar dinero y, por ende, quedarían descubiertos durante algunos años.
- Al calcular el valor de la reserva que debe constituir la aseguradora por los riesgos vigentes se podrían obtener valores negativos.

Se diseñó una metodología para estimar la tasa de mortalidad en las edades iniciales con un comportamiento monótono creciente desde los 20 años. Dicha metodología consiste en:

(i) Estimar la tasa central de mortalidad (TCD) de la población colombiana con información entre 2008 y 2012 para cada quinquenio de edad, por medio de la siguiente fórmula:

$$TCD_{2008-2013} = \frac{\sum_{i=2008}^{2012} Muertes_i}{\sum_{i=2008}^{2012} Población_i}$$

(ii) Estimar la tasa de mortalidad 5q_x de cada quinquenio, utilizando:

$${}^5q_x = \frac{5(TCD_{2008-2012})}{1 + 2.5(TCD_{2008-2012})}$$

(iii) Suavizar dichos puntos utilizando el modelo de splines mencionado anteriormente, con el objetivo de tener un comportamiento más homogéneo.

(iv) Con las tasas de mortalidad por quinquenios de edad, se construye la tabla de mortalidad para cada edad utilizando el supuesto de distribución uniforme

que consiste en encontrar la población para cada edad aplicando la siguiente fórmula:

$$l_{x+s} = l_x - s d_x$$

(v) Estimar el porcentaje que representa la tasa de mortalidad de la población asegurada (obtenida del ejercicio de graduación en edades centrales con recargo por incertidumbre en los parámetros) respecto de la población colombiana entre los 35 y los 39 años, así:

$$Tasa_i = \frac{q_i^{EDADES CENTRALES}}{q_i^{POBLACIÓN}}$$

Para $i=35, 36, 37, 38, 39$.

Al calcular el promedio de los cocientes calculados, se obtuvo que la mortalidad de la población asegurada corresponde, en promedio, a un 71.46% de la población colombiana.

(vi) Calcular la tasa de mortalidad a los 20 y 21 años de la población asegurada multiplicando el valor obtenido en la población colombiana en dichas edades por el porcentaje del paso (v), así:

$$q_{20} = 71.46\% * q_{20}^{POBLACIÓN}$$

$$q_{21} = 71.46\% * q_{21}^{POBLACIÓN}$$

Donde:

- q_{20}, q_{21} corresponde a la tasa de mortalidad de los asegurados a los 20 y 21 años.
- $q_{20}^{POBLACIÓN}, q_{21}^{POBLACIÓN}$ corresponde a la tasa de mortalidad de la población colombiana a los 20 y 21 años.

(vii) Con dichos valores, se utilizó la metodología de Coale-Kisker para extrapolar los valores de la tasa de mortalidad entre los 22 y 37 años, de tal manera que

el punto final corresponda a la tasa de mortalidad que se encontró en las edades centrales a los 37 años, así:

$$q_x = q_{x-1} \exp[k_{21} + (x - 21) \cdot s]$$

Donde

$$k_{21} = \ln\left(\frac{q_{21}}{q_{20}}\right)$$

$$s = -\left[\frac{\ln(q_{20}/q_{37}) + 17k_{21}}{136}\right]$$

En el caso de las mujeres, para graduar las tasas de mortalidad de las edades iniciales (20-33 años) solo se extrapoló linealmente la información utilizando el modelo calculado en las edades centrales, ya que no se presenta la joroba de accidentes (*accident hump*) que sí se presenta en el comportamiento de mortalidad de los hombres.

IV. Recargo de seguridad

Dado que en Colombia no hay un mercado asegurador que permita tener un número alto de expuestos para diferentes edades, las tasas de mortalidad son muy volátiles, por lo que es importante aplicar un recargo de seguridad que permita cubrir posibles desviaciones. En este caso se aplicó el recargo de seguridad que corresponde a aplicar la siguiente fórmula:

$$q_x^{recargo} = \hat{q}_x + 1.96\sqrt{\sigma_x^2}$$

Donde \hat{q}_x corresponde a la tasa de mortalidad suavizada inicialmente por el modelo aditivo generalizado con splines y $\sigma_x = \frac{q_x(1-q_x)}{E_x}$ corresponde a la varianza estimada en cada punto.

Aplicando este recargo se puede decir que con un 97.5% de probabilidad la estimación será inferior al valor de $q_x^{recargo}$.

Este recargo se aplicó a la estimación de la probabilidad de fallecimiento entre los 20 y los 67 años. Sin embargo, como se menciona en el informe de la American Academy of Actuaries (2002), dichas estimaciones solamente tienen en cuenta el comportamiento actual de la muestra recolectada. Es necesario asignar un recargo de seguridad adicional a estos valores debido a las siguientes razones:

- Confianza: la tabla de mortalidad se construye con información que en algunos casos es limitada, es decir, que no incluye el comportamiento total del sector o población que se desea modelar, por esta razón se debe agregar un margen de seguridad que permita cubrir los niveles de mortalidad de la población.
- Variación entre compañías: se debe construir una tabla de mortalidad que cubra los siniestros que experimentan la totalidad de las compañías, las cuales tienen diferentes participaciones de mercado y número de expuestos.
- Fluctuaciones aleatorias: se espera que la tabla cubra las desviaciones aleatorias de mortalidad que pueden ocurrir en las diferentes compañías de seguros. Se puede ver como un complemento a la confianza (a) que se encarga de cubrir una experiencia limitada en la industria, mientras que este recargo se realiza para cubrir las deficiencias en la información de las compañías que tienen número pequeño de asegurados.
- Variaciones desconocidas: una tabla de mortalidad se debe construir de tal manera que no cubra solamente los eventos esperados, sino que también debe cubrir los eventos inesperados. Las tablas de mortalidad que se producen en un estudio se pueden utilizar durante algunos años; ya que en Colombia estas no se actualizan anualmente, este recargo tiene una mayor relevancia dado que durante los años que está vigente la tabla de mortalidad podrían ocurrir eventos inesperados.

Para cubrir las diferentes razones por las que se pueden presentar desviaciones en la probabilidad de fallecimiento, además del recargo de seguridad aplicado en las



edades centrales, se aplicó, tanto para la tabla de mortalidad de hombres como de mujeres, el recargo descrito en Pavia & Escuder (2003) que consiste en considerar que el número de fallecimientos esperados a una edad x es superior al estimado según los modelos de mortalidad. Se calculó el intervalo de confianza en cada edad asumiendo que la distribución de los fallecimientos es binomial, para luego aproximar dicho análisis a una distribución normal, resultando en la siguiente fórmula:

Este recargo de seguridad necesita un valor inicial de la población en l_{20} y, dependiendo de la elección de ese parámetro, los valores podrían cambiar significativamente. Este parámetro se asignó utilizando el percentil 85 del número de expuestos por compañía (15.000).

Para las mujeres, al igual que en el caso de los hombres, se aplicó el recargo de seguridad propues-

$$l_x^{Recargado} = l_{x-1}^{Recargado} p_{x-1} - z_{\alpha/2} \sqrt{l_{x-1}^{Recargado} p_{x-1} (1 - p_{x-1})}$$

Donde:

- $l_x^{Recargado}$ corresponde al número de sobrevivientes luego de aplicar el recargo de seguridad descrito.
- p_{x-1} corresponde a la probabilidad sin recargo de que una persona de edad $x-1$ sobreviva por lo menos un año más.
- $z_{\alpha/2}$ corresponde a la inversa de la distribución normal estándar, es decir,
- $P(Z < z_{\alpha/2}) = \alpha/2$ con $Z \approx N(0,1)$.

to por Pavia & Escuder (2003) utilizando una población inicial que corresponde al percentil 75 de las mujeres aseguradas (9.000).

En el gráfico 3 se presenta la comparación, tanto para hombres como para mujeres, del logaritmo de las tasas crudas de mortalidad y las estimadas por la tabla de mortalidad propuesta aplicando los diferentes recargos de seguridad para todas las edades.



VIGILADO SUPERINTENDENCIA FINANCIERA DE COLOMBIA

VIGILADO SUPERVISOR

Seguros • Medicina Prepagada • ARL • Capitalización

Carrera 7 No. 24 - 89 Bogotá • Teléfono: 423 5757
Resto del país: 01 8000 512620

www.axacolpatria.co

 **AXA COLPATRIA**

 **@AXACOLPATRIA**

 
AXA COLPATRIA
reinventando / los seguros



Tabla de mortalidad propuesta para asegurados



Hombres

Edad	qx*1000	lx	dx	ex
20	2.148	1000000	2148	56.95
21	2.153	997852	2148	56.07
22	2.158	995704	2149	55.19
23	2.166	993555	2152	54.31
24	2.174	991403	2155	53.42
25	2.183	989248	2160	52.54
26	2.194	987088	2166	51.65
27	2.206	984922	2173	50.76
28	2.219	982749	2181	49.87
29	2.234	980568	2191	48.98
30	2.250	978377	2201	48.09
31	2.267	976176	2213	47.20
32	2.287	973963	2227	46.31
33	2.306	971736	2241	45.41
34	2.328	969495	2257	44.52
35	2.351	967238	2274	43.62
36	2.376	964964	2293	42.72
37	2.403	962671	2313	41.82
38	2.422	960358	2326	40.92
39	2.451	958032	2348	40.02
40	2.490	955684	2380	39.12
41	2.535	953304	2417	38.21
42	2.586	950887	2459	37.31
43	2.641	948428	2505	36.40
44	2.701	945923	2555	35.50
45	2.768	943368	2611	34.59
46	2.841	940757	2673	33.69
47	2.923	938084	2742	32.78
48	3.017	935342	2822	31.88
49	3.125	932520	2914	30.97
50	3.253	929606	3024	30.07
51	3.406	926582	3156	29.16
52	3.592	923426	3317	28.26
53	3.817	920109	3512	27.36
54	4.088	916597	3747	26.46
55	4.411	912850	4027	25.57
56	4.791	908823	4354	24.68
57	5.230	904469	4730	23.80
58	5.734	899739	5159	22.92
59	6.314	894580	5648	22.05
60	6.977	888932	6202	21.19
61	7.741	882730	6833	20.33
62	8.631	875897	7560	19.49
63	9.631	868337	8363	18.65
64	10.757	859974	9251	17.83
65	12.024	850723	10229	17.02
66	13.450	840494	11305	16.22
67	15.059	829189	12487	15.43
68	16.875	816702	13782	14.66
69	18.926	802920	15196	13.90
70	21.242	787724	16733	13.16
71	23.863	770991	18398	12.44
72	26.830	752593	20192	11.73
73	30.190	732401	22111	11.04
74	33.999	710290	24149	10.37
75	38.320	686141	26293	9.71
76	43.227	659848	28523	9.08
77	48.802	631325	30810	8.47
78	55.143	600515	33114	7.88
79	62.358	567401	35382	7.31
80	70.578	532019	37549	6.76
81	79.948	494470	39532	6.24
82	90.637	454938	41234	5.74
83	102.839	413704	42545	5.26
84	116.780	371159	43344	4.80
85	132.724	327815	43509	4.37
86	150.971	284306	42922	3.96
87	171.867	241384	41486	3.58
88	195.820	199898	39144	3.22
89	223.298	160754	35896	2.88
90	254.841	124858	31819	2.57
91	291.082	93039	27082	2.27
92	332.747	65957	21947	2.00
93	380.709	44010	16755	1.75
94	435.920	27255	11881	1.52
95	499.610	15374	7681	1.31
96	572.988	7693	4408	1.11
97	657.839	3285	2161	0.94
98	755.338	1124	849	0.78
99	869.091	275	239	0.63
100	1000.000	36	36	0.50

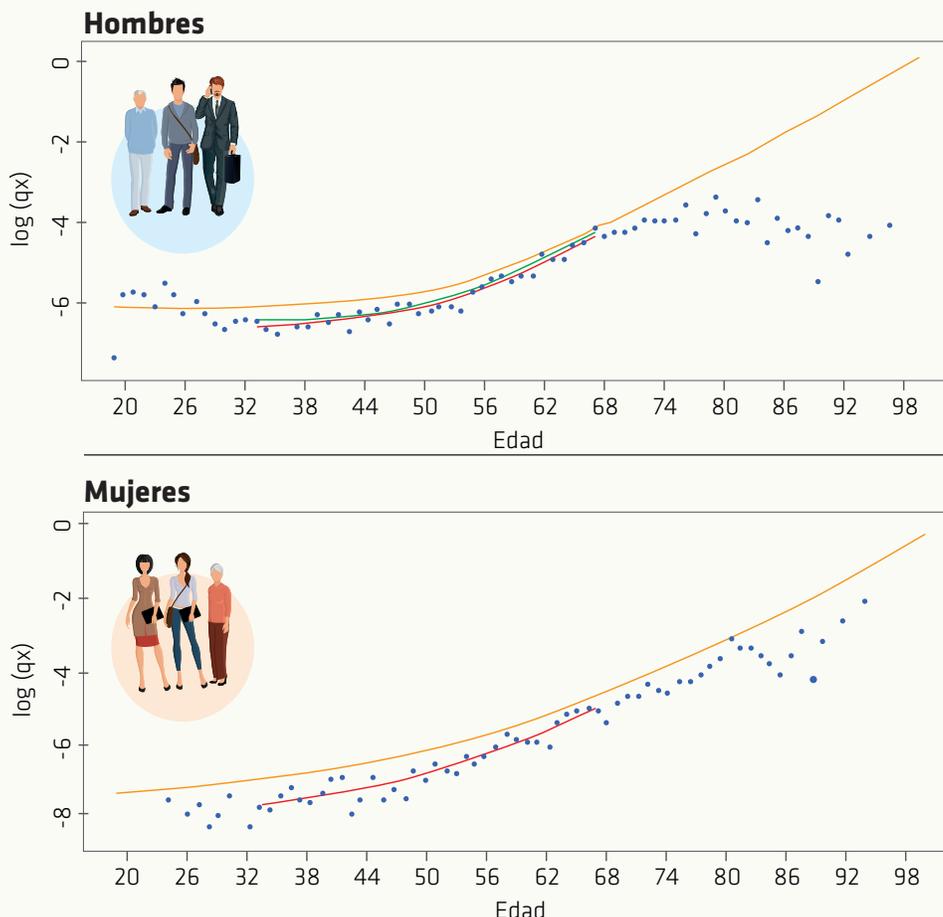
Mujeres

Edad	qx*1000	lx	dx	ex
20	0.663	1000000	663	62.03
21	0.683	999337	683	61.07
22	0.704	998654	703	60.12
23	0.725	997951	724	59.16
24	0.748	997227	746	58.20
25	0.772	996481	769	57.24
26	0.796	995712	793	56.29
27	0.821	994919	817	55.33
28	0.847	994102	842	54.38
29	0.874	993260	868	53.42
30	0.902	992392	895	52.47
31	0.931	991497	923	51.52
32	0.960	990574	951	50.56
33	0.991	989623	981	49.61
34	1.024	988642	1012	48.66
35	1.056	987630	1043	47.71
36	1.091	986587	1076	46.76
37	1.126	985511	1110	45.81
38	1.164	984401	1146	44.86
39	1.202	983255	1182	43.91
40	1.242	982073	1220	42.97
41	1.285	980853	1260	42.02
42	1.328	979593	1301	41.07
43	1.375	978292	1345	40.13
44	1.427	976947	1394	39.18
45	1.485	975553	1449	38.24
46	1.551	974104	1511	37.29
47	1.626	972593	1581	36.35
48	1.713	971012	1663	35.41
49	1.810	969349	1755	34.47
50	1.923	967594	1861	33.53
51	2.052	965733	1982	32.59
52	2.200	963751	2120	31.66
53	2.368	961631	2277	30.73
54	2.559	959354	2455	29.80
55	2.777	956899	2657	28.87
56	3.022	954242	2884	27.95
57	3.299	951358	3139	27.04
58	3.613	948219	3426	26.12
59	3.968	944793	3749	25.22
60	4.369	941044	4111	24.31
61	4.823	936933	4519	23.42
62	5.339	932414	4978	22.53
63	5.922	927436	5492	21.65
64	6.582	921944	6068	20.77
65	7.325	915876	6709	19.91
66	8.161	909167	7420	19.05
67	9.100	901747	8206	18.20
68	10.167	893541	9085	17.37
69	11.383	884456	10068	16.54
70	12.771	874388	11167	15.73
71	14.357	863221	12393	14.92
72	16.172	850828	13760	14.13
73	18.255	837068	15281	13.36
74	20.648	821787	16968	12.60
75	23.398	804819	18831	11.85
76	26.568	785988	20882	11.12
77	30.225	765106	23125	10.41
78	34.448	741981	25560	9.72
79	39.333	716421	28179	9.05
80	44.991	688242	30965	8.40
81	51.552	657277	33884	7.77
82	59.165	623393	36883	7.17
83	68.009	586510	39888	6.59
84	78.290	546622	42795	6.03
85	90.247	503827	45469	5.50
86	104.159	458358	47742	5.00
87	120.348	410616	49417	4.52
88	139.189	361199	50275	4.07
89	161.107	310924	50092	3.65
90	186.599	260832	48671	3.25
91	216.232	212161	45876	2.88
92	250.672	166285	41683	2.54
93	290.710	124602	36223	2.23
94	337.320	88379	29812	1.93
95	391.859	58567	22950	1.66
96	456.383	35617	16255	1.41
97	534.604	19362	10351	1.17
98	634.669	9011	5719	0.95
99	779.465	3292	2566	0.72
100	1000.000	726	726	0.50

Gráfico 3:
Log tasa cruda de mortalidad vs. log tasa cruda de mortalidad de asegurados

2008-2013

- log (qx cruda)
- log (TCMA 08-13)
- Tasa sin recargo
- Tasa con recargo por incertidumbre en parámetros



Al despejar la función logarítmica y normalizar los datos para una población hipotética de 100.000 habitantes se obtuvieron las estimaciones de la tabla de mortalidad de asegurados de vida individual para hombres y mujeres.

V. Conclusiones

La revisión de información de siniestros de vida individual para el periodo de 2008-2013 mostró la importancia de ajustar una nueva tabla de mortalidad apli-

cable a este ramo de seguros, dado que se observa la reducción en las tasas de mortalidad. Al realizar el ejercicio actuarial de graduación se encontró un modelo que se considera adecuado para representar el patrón de mortalidad de esta población. 

Referencias Bibliográficas:

- American Academy of Actuaries. (2002). *Final Report of the American Academy of Actuaries' Commissioners Standard Ordinary Task Force*. Philadelphia. Tomado de: <http://www.actuary.org/content/cso-task-force-report>
- Coale, A., & Kisker, E. (1990). Defects in data on old age mortality in the United States: new procedures for calculating approximately accurate mortality schedules and life tables at the highest ages. *Asian and Pacific Population Forum* 4, 1-31.
- Debón, A. (2003). Graduación de tablas de mortalidad. Aplicaciones actuariales. Valencia, España: Universitat de Valencia. Tomado de: <http://www.tdx.cat/handle/10803/9734>
- London, D. (1985). *Graduation: The Revision of Estimates*. Winsted, CT: ACTEX. Publications.
- Pavia, J., & Escuder, R. (2003). El proceso estocástico de muerte. Diferentes estrategias para la elaboración de tablas recargadas. Análisis de sensibilidad. *Estadística española*, 45(153), 253-274.
- Valderrama, A. (2004). *Estudio de mortalidad intercompañías vida individual (EMV-88/03)*. Bogotá.