MÉTODO ESTADÍSTICO M-1 DE CÁLCULO DE LA PROVISIÓN PARA SINIESTROS PENDIENTES

Dámaso Sanz Montero
Inspector de Finanzas del Estado

INTRODUCCIÓN

M-1 es un método estadístico cuyo objeto es calcular la provisión para prestaciones a constituir por una entidad de seguros al término de un ejercicio.

Está basado en el seguimiento del número de siniestros que se producen cada año.

Los siniestros ocurridos en un mismo ejercicio se agrupan en clases homogéneas de costes, de modo que una clase está integrada por todos aquellos siniestros cuyo coste total está comprendido entre un valor máximo y un valor mínimo.

Se establece la hipótesis de que todos los siniestros de la misma clase se liquidarán a un mismo coste. Este coste medio o coste-tipo (CT) deberá ser calculado.

La carga de una clase - esto es, el coste total de todos los siniestros que la integran - se obtendrá multiplicando el número de estos por su coste-tipo.

La carga de todos los siniestros ocurridos en un mismo ejercicio es la suma de las cargas de todas las clases.

La provisión de esos siniestros en una fecha determinada se obtendrá restando todos los pagos efectuados hasta esa fecha de la carga total.

1. DEFINICIONES

Dos son las magnitudes a determinar:

- número final de los siniestros que integrarán cada clase
- coste-tipo que se les asignará.

Cada siniestro viene identificado por 4 parámetros:
- estado
- ejercicio de ocurrencia (EO)
- clase inicial (CI)
- clase final (CF)

1.1 ESTADO

El estado de un siniestro hace referencia a la situación de su expediente o al ejercicio en que la entidad lo registra.

En atención a la situación de sus expedientes los siniestros se pueden agrupar en:

- TERMINADOS (T): si el expediente se encuentra cerrado a 31 de diciembre del año de observación.
- PENDIENTES (P): si el expediente permanece abierto a esa fecha.

En atención al momento en que la entidad procede a su registro los siniestros pueden clasificarse en:

- DECLARADOS (D): son aquellos siniestros que se comunican a la entidad en el ejercicio de observación (que puede coincidir o no con el EO).
- REABIERTOS (R): son siniestros que se cerraron en años anteriores y cuyo expediente vuelve a abrirse en el ejercicio de observación a consecuencia de modificaciones posteriores que afecten a las magnitudes económicas que lo definen.

Estas subclasificaciones no son excluyentes: un siniestro declarado o reabierto en un ejercicio estará terminado o pendiente al final del mismo.

Sin embargo las categorías dentro de cada subclasificación si son disjuntas: un siniestro terminado no puede estar pendiente; Un siniestro comunicado en un ejercicio podrá considerarse declarado o reabierto, pero no ambas cosas a la vez.

1.2 EJERCICIO DE OCURRENCIA

Dentro de cada una de las 4 categorías que integran el estado los siniestros se agrupan según el año en que ocurrieron.

Todos los siniestros se imputan a su EO, cualquiera que sea su coste o su situación.

Los cálculos se desarrollan por ejercicios de ocurrencia.

1.3 CLASE INICIAL

Todos los siniestros ocurridos en un mismo ejercicio se agrupan en 11 clases o grupos en atención a su coste inicial

Las clases se identifican mediante una letra (de la A a la K) según tramos o intervalos de coste, como se indica en la tabla que sigue:

Clase	Siniestros que cuestan entre pesetas...
A	0 y 1.000
B	1.001 y 200.000
C	200.001 y 400.000
D	400.001 y 800.000
E	800.001 y 1.600.000
F	1.600.001 y 3.200.000
G	3.200.001 y 6.400.000
H	6.400.001 y 12.800.000
I	12.800.001 y 25.600.000
J	25.600.001 y 51.200.000
K	más de 51.200.001

Fig.1

La clase inicial de un siniestro viene determinada por su coste inicial que es el coste total en el primer ejercicio conocido. Es igual:

- *en los siniestros abiertos:* a la suma de los pagos realizados hasta el 31 de diciembre del ejercicio de declaración y de la provisión estimada a esa fecha.
- *en los siniestros que se reabren:* al coste final con el que se cerraron la primera vez.
- *en los siniestros terminados el año de su declaración:* a la suma de los pagos efectuados hasta su cierre.
- *en los siniestros que se terminan en año posterior al que se declaran:* a la suma de los pagos realizados hasta el 31 de diciembre del ejercicio de declaración y de la provisión estimada a esa fecha.

1.4 CLASE FINAL

La CF viene determinada por el coste total último del siniestro, que será igual:

- *en los siniestros terminados:* a la suma de todos los pagos realizados hasta su cierre.
- *en los siniestros abiertos:* a la suma de todos los pagos realizados hasta el 31 de diciembre del ejercicio de observación más la provisión individual constituida en esa fecha.

Resumen:

En la clase inicial hay que estar al coste total al cierre del primer ejercicio.

En la clase final se considera el coste total al cierre de cada ejercicio en que se observa, mide o cuantifica el número de siniestros.

Esta forma de proceder permite medir las desviaciones que pueda presentar el coste total de un conjunto de siniestros en un momento dado respecto del coste total que se les atribuyó en el ejercicio en que fueron conocidos.

La idea que sustenta el método es medir esas desviaciones y proyectarlas.

Excepción:

El coste inicial de un siniestro reabierto será, en su año de reapertura, igual al coste final que tuvo en el ejercicio en que se cerró por primera vez.

NOTA-1: Un siniestro sólo se considerará reabierto cuando la reapertura tenga lugar en un ejercicio posterior al EO*.

NOTA-2: En el año de declaración el coste inicial y el final coinciden.

2. OPERATORIA

Las fases de desarrollo de M-1 son cuatro:

a) recogida de datos.
b) determinación del número final de siniestros ocurridos en un ejercicio.
c) valoración de los mismos.

d) cálculo de la provisión

2.1 RECOGIDA DE DATOS

La primera fase consiste en la recogida de información. Los datos necesarios se harán figurar en unos modelos habilitados al respecto.

Hay 4 tipos de modelos, uno por cada uno de los 4 estados: DECLARADOS, REABIERTOS, TERMINADOS y PENDIENTES. Todos los modelos, formalmente análogos, contienen cuadros o tablas similares en mayor o menor número, según los ejercicios que se incluyan en el método.

Cada cuadro es una tabla de doble entrada con 11 filas y 11 columnas, una por cada una de las 11 clases (A a Z) definidas en la Fig.1. Las cuadrículas solo contendrán números de siniestros, teniendo en cuenta que estos se clasifican por filas según su clase inicial y por columnas según su clase final.

Ejemplo-1:

Si un siniestro es de clase inicial B y de clase final F estará incluido entre los que figuran en la intersección de la fila B con la columna F.* Cada año considerado en M-1 dará lugar a 4 tablas por ejercicio de desarrollo, una en cada uno de los modelos D, R, T y P. Excepcionalmente, el EO solo originará tablas en los modelos D, T y P, de manera que los siniestros de un ejercicio considerados durante n años producirán 4n-1 tablas.

El número mínimo de ejercicios necesario para poner en marcha el método es de 3. No hay limitación en cuanto al número máximo estimándose que 7 es un compromiso aceptable.

Esta estimación es de carácter totalmente general ya que habrá ramos o garantías de ciclo corto en los que el numero de ejercicios necesarios será menor, mientras que en ramos de ciclo largo puede ser necesario tomar más de 7 años.

El importe de las provisiones tenderá a disminuir cuanto más alejados estén los EO perdiendo importancia relativa. No obstante, las informaciones sobre ejercicios lejanos servirán para proyectar los más recientes, si bien habrá de tenerse en cuenta que cuanto más alejado esté un ejercicio tanto más se separará de la realidad actual. Esta circunstancia se ha tomado en consideración incluyendo pesos para ponderar diferentemente las magnitudes según su antigüedad, como se explica más adelante.

Ejemplo-2:

Si la información solicitada es la mínima (3 ejercicios), y se supone referida al ejercicio actual (1998), los cuadros a completar son:

Modelo 1: Número de siniestros terminados (T)

- siniestros terminados en 1998 ocurridos en 1998: T(98,1).
- siniestros terminados en 1998 ocurridos en 1997: T(97,2).
- siniestros terminados en 1998 ocurridos en 1996: T(96,3).

- siniestros terminados en 1997 ocurridos en 1997: T(97,1).
- siniestros terminados en 1997 ocurridos en 1996: T(96,2).

- siniestros terminados en 1996 ocurridos en 1996: T(96,1).

Modelo 2: Número de siniestros pendientes (P)

- siniestros pendientes a 31.12.1998 ocurridos en 1998: P(98,1).
- siniestros pendientes a 31.12.1998 ocurridos en 1997: P(97,2).
- siniestros pendientes a 31.12.1998 ocurridos en 1996: P(96,3).

- siniestros pendientes a 31.12.1997 ocurridos en 1997: P(97,1).
- siniestros pendientes a 31.12.1997 ocurridos en 1996: P(96,2).

- siniestros pendientes a 31.12.1996 ocurridos en 1996: P(96,1).

Modelo 3: Número de siniestros declarados (D)

- siniestros declarados en 1998 ocurridos en 1998: D(98,1).
- siniestros declarados en 1998 ocurridos en 1997: D(97,2).
- siniestros declarados en 1998 ocurridos en 1996: D(96,3).

- siniestros declarados en 1997 ocurridos en 1997: D(97,1).
- siniestros declarados en 1997 ocurridos en 1996: D(96,2).
- siniestros declarados en 1996 ocurridos en 1996: D(96,1).

Modelo 4: Número de siniestros reabiertos (R)

- siniestros reabiertos en 1998 ocurridos en 1997: R(97,2).
- siniestros reabiertos en 1998 ocurridos en 1996: R(96,3).

- siniestros reabiertos en 1997 ocurridos en 1996: R(96,2).

NOTA-3: Cada categoría de siniestros se ha denotado mediante su inicial (T, P, D o R) acompañada de dos índices o argumentos: el primero hace referencia al ejercicio de ocurrencia de los siniestros y el segundo al ordinal del año de desarrollo.

Así, D(97,2) son los siniestros ocurridos en 1997 que se declaran en el segundo año, esto es, en 1998.*

NOTA-4: Hay que tener en cuenta que una vez normalizada la utilización del método los cuadros solo se confeccionarán para el último ejercicio, ya que los cuadros referentes a ejercicios anteriores se habrán cumplimentado en el ejercicio respectivo.*

2.2 PROYECCIÓN DE LOS DATOS

Tiene por objeto determinar el número final de siniestros que se imputarán a cada ejercicio así como el tramo de coste en que se situarán definitivamente (clase final).

Para ello a partir de los datos contenidos en los modelos se obtendrán unas matrices de transferencia (MT). Las MT obtenidas de ejercicios suficientemente conocidos se aplicarán a ejercicios conocidos insuficientemente para determinar las magnitudes que los definen.

NOTA-5: En los ejemplos que siguen se van a suponer conocidos 3 ejercicios: 1996, 1997 y 1998 y las categorías de siniestros de los modelos 1 a 4 mencionados en las páginas anteriores.*

2.2.1 MATRICES DE TRANSFERENCIA

Las MT que se van a utilizar son de 4 tipos, denotados con las letras α, β, γ y λ seguidas de dos argumentos con el mismo significado que en el caso de los siniestros

a) Matrices α

Tienen por objeto determinar el número de siniestros declarados D partiendo de la hipótesis de que el número de siniestros declarados en un ejercicio es proporcional a los que se declaran en el EO.

Las matrices que pueden obtenerse de los datos son:

$$\alpha(96,2) = \frac{D(96,2)}{D(96,1)} \quad ; \quad \alpha(96,3) = \frac{D(96,3)}{D(96,1)} \quad ; \quad \alpha(97,2) = \frac{D(97,2)}{D(97,1)}$$

Las matrices α permiten obtener el número de siniestros declarados en un ejercicio a partir de los declarados en el ejercicio de ocurrencia.

b) Matrices β

Tienen por objeto determinar el número de siniestros reabiertos R, partiendo de la hipótesis de que el número de siniestros reabiertos en un ejercicio es proporcional al número total de siniestros terminados en ejercicios anteriores.

Las matrices que pueden obtenerse de los datos son:

$$\beta(96,2) = \frac{R(96,2)}{T(96,1)} \; ; \; \beta(96,3) = \frac{R(96,3)}{T(96,1) + T(96,2) - R(96,2)} \; ; \; \beta(97,2) = \frac{R(97,2)}{T(97,1)}$$

Las matrices β sirven para hallar el número de siniestros reabiertos en un ejercicio a partir de todos los terminados hasta la fecha (deducidos los que posteriormente se reabren).

c) Matrices γ

Tienen por objeto determinar el número de siniestros T terminados en el año en función de todos los siniestros gestionados en el ejercicio (terminados y pendientes)

Las matrices que pueden obtenerse de los datos son:

$$\gamma(96,2) = \frac{T(96,2)}{T(96,2) + P(96,2)} \ ; \ \gamma(96,3) = \frac{T(96,3)}{T(96,3) + P(96,3)} \ ; \ \gamma(97,2) = \frac{T(97,2)}{T(97,2) + P(97,2)}$$

d) Matrices λ

Sirven para determinar, a final de año, la distribución por costes de los siniestros que estaban pendientes al comienzo del ejercicio

Siendo:

- P_i la distribución de costes de los siniestros que se encontraban pendientes a 1 de enero (que coinciden con los que estaban pendientes al cierre del ejercicio anterior).

- Π la distribución de costes de los mismos siniestros a 31 de diciembre.

$$\Pi = \lambda \, . \, P_i$$

Como se demostrará a continuación

$$\lambda = \frac{P_f + T - D - R}{P_i}$$

y las matrices que pueden determinarse a partir de los datos de los 3 años utilizados son:

$$\lambda(96,2) = \frac{P(96,2) + T(96,2) - D(96,2) - R(96,2)}{P(96,1)}$$

$$\lambda(96,3) = \frac{P(96,3) + T(96,3) - D(96,3) - R(96,3)}{P(96,2)}$$

$$\lambda(97,2) = \frac{P(97,2) + T(97,2) - D(97,2) - R(97,2)}{P(97,1)}$$

Utilización conjunta de las matrices γ y λ

Aplicando la matriz λ a la distribución de costes (P_i) de los siniestros pendientes a 1 de enero se obtiene la distribución de costes (Π) de esos mismos siniestros (solo ellos) a 31 de diciembre.

Siendo U la cartera anual de siniestros ocurridos en un mismo ejercicio, es decir, la totalidad de esos siniestros gestionados en el año, será:

a) igual a la suma de los siniestros pendientes a 31 de diciembre (P_f) y de los terminados en el año:

$$U = P_f + T$$

b) igual a la suma de los pendientes a 1 de enero (en su distribución final Π) con los declarados y los reabiertos en el propio ejercicio:

$$U = \Pi + D + R$$

De la definición de la matriz γ se tiene:

$$T = \gamma\,(T + P_f) = \gamma\,.\,U = \gamma\,(\Pi + D + R)$$

Además :

$$P_f = U - T = \Pi + D + R - T$$

luego:

$$T = \gamma \ (\Pi + D + R) \qquad (1)$$
$$P_f = \Pi + D + R - T \qquad (2)$$

(1) y (2) constituyen un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas que permiten calcular T y P_f.

En efecto, en (1) puede calcularse T

$$T = \gamma (\lambda P_i + D + R)$$

y sustituyendo este valor de T en (2) se calcula P_f

$$P_f = \lambda P_i + D + R - T = (1-\gamma)(\lambda P_i + D + R)$$

donde P_i son los siniestros pendientes a 1/1 (a 31/12 anterior)

P_f son los siniestros pendientes a 31/12 actual

2.2.2 NÚMERO FINAL DE SINIESTROS

Utilizando 3 ejercicios los siniestros de cada uno de ellos se desarrollan solamente 3 periodos.

a) Año 1996

Los siniestros ocurridos en 1996 no necesitan ningún desarrollo, dado que poseemos datos ciertos de los mismos de los años 1996, 1997 y 1998.

Los datos disponibles son:

De 1996: D(96,1), T(96,1) y P(96,1)
De 1997: D(96,2), T(96,2), P(96,2) y R(96,2)
De 1998: D(96,3), T(96,3), P(96,3) y R(96,3)

b) Año 1997

Los datos conocidos son:

De 1997: D(97,1), T(97,1) y P(97,1)
De 1998: D(97,2), T(97,2), P(97,2) y R(97,2)

Luego los siniestros del tercer periodo de desarrollo (1999) han de proyectarse. Para ello se utilizan las MT:

D(97,3) = α (96,3). D(97,1)
R(97,3) = β (96,3). [T(97,1) + T(97,2) - R(97,2)]
T(97,3) = γ (96,3). [λ (96,3). P(97,2) + D(97,3) + R(97,3)]
P(97,3) = λ (96,3). P(97,2) + D(97,3) + R(97,3) - T(97,3)

c) <u>Año 1998</u>

Los únicos datos conocidos son los del propio ejercicio de ocurrencia.

D(98,1), T(98,1) y P(98,1)

Luego los siniestros de los dos años siguientes (1999 y 2000) han de proyectarse.

Para ello se utilizan las MT:

Año 1999 (2° periodo de desarrollo)

D(98,2) = α (2). D(98,1)

donde:

$$\alpha(2) = \frac{6.\alpha(97,2) + 5.\alpha(96,2)}{6+5}$$

siendo 6 y 5 los pesos asignados a cada ejercicio.

<u>NOTA-6</u>: En el caso general en el que se utilizasen 7 ejercicios los pesos a considerar serían 6, 5, 4, 3, 2 y 1 asignándose los mayores a los ejercicios más recientes.*

- R(98,2) = β (2). T(98,1)

con $$\beta(2)=\frac{6.\beta(97,2)+5.\beta(96,2)}{6+5}$$

- $T(98,2) = \gamma(2).\ [\lambda(2).\ P(98,1) + D(98,2) + R(98,2)]$

con $$\gamma(2)=\frac{6.\gamma(97,2)+5.\gamma(96,2)}{6+5} \quad \text{y} \quad \lambda(2)=\frac{6.\lambda(97,2)+5.\lambda(96,2)}{6+5}$$

- $P(98,2) = \lambda(2).\ P(98,1) + D(98,2) + R(98,2) - T(98,2)$

Año 2000 (3° periodo de desarrollo)

- $D(98,3) = \alpha(96,3).\ D(98,1)$
- $R(98,3) = \beta(96,3).\ [T(98,1) + T(98,2) - R(98,2)]$
- $T(98,3) = \gamma(96,3).\ [\lambda(96,3).\ P(98,2) + D(98,3) + R(98,3)]$
- $P(98,3) = \lambda(96,3).\ P(98,2) + D(98,3) + R(98,3) - T(98,3)$

2.3 VALORACION DE LOS SINIESTROS

2.3.1 COSTE-TIPO DE LOS SINIESTROS DE UNA CLASE

Una vez que se conoce la distribución final por tramos de coste de los siniestros ocurridos en un ejercicio será necesario asignar un coste-tipo a los siniestros incluidos en cada clase. El coste global o carga de todos los siniestros ocurridos en un año concreto será la suma de los productos de los números de siniestros de cada clase por su respectivo coste-tipo.

La distribución real del número de siniestros dentro de una clase vendrá determinada por una curva fuertemente decreciente de forma

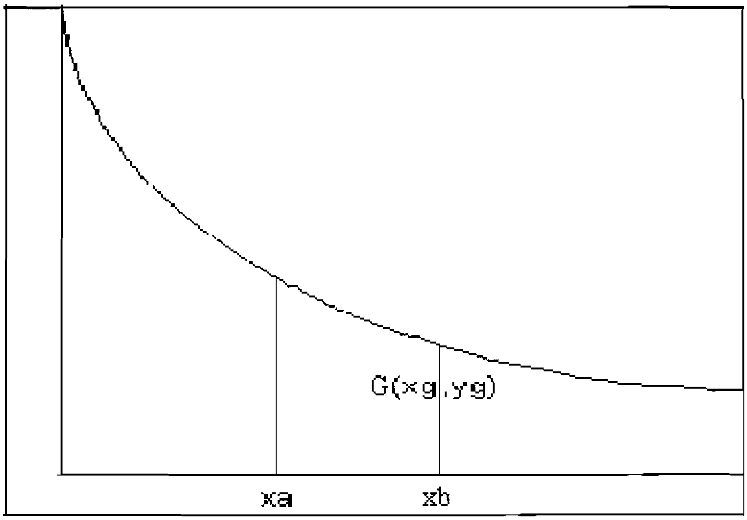

Fig.2

Esta curva se ajustará por medio de una función potencial de exponente negativo, del tipo:

$$y = ax^{-b} \tag{3}$$

de manera que el coste medio de los siniestros de una clase será la abscisa del centro de gravedad G de la figura limitada por la curva, el eje x y las verticales levantadas en los extremos del intervalo definido por la clase.

<u>Nota-7</u>: Una clase agrupa a todos los siniestros de coste comprendido entre un valor mínimo x_a y otro máximo x_b , de modo que le corresponde un intervalo de extremos x_a y x_b. (Fig.2)*

Las coordenadas del centro de gravedad son:

$$x_g = \frac{\int x\,dm}{\int dm} \qquad y_g = \frac{\int y\,dm}{\int dm}$$

Dadas las características del problema la masa es proporcional al área, de modo que puede reemplazarse

$$dm = ds = ydx$$

por lo que:

$$x_g = \frac{\int xdm}{\int dm} = \frac{\int_{x_a}^{x_b} xds}{\int_{x_a}^{x_b} ds} = \frac{\int_{x_a}^{x_b} xydx}{\int_{x_a}^{x_b} ydx} = \frac{\int_{x_a}^{x_b} x.ax^{-b}dx}{\int_{x_a}^{x_b} ax^{-b}dx} = \frac{a\int_{x_a}^{x_b} x^{1-b}dx}{a\int_{x_a}^{x_b} x^{-b}dx} = \frac{\int_{x_a}^{x_b} x^{1-b}dx}{\int_{x_a}^{x_b} x^{-b}dx}$$

y como

$$\int_{x_a}^{x_b} x^{1-b}dx = \left.\frac{x^{2-b}}{2-b}\right|_{x_a}^{x_b} = \frac{1}{2-b}(x_b^{2-b} - x_a^{2-b}) \ ;$$

$$\int_{x_a}^{x_b} x^{-b}dx = \left.\frac{x^{1-b}}{1-b}\right|_{x_a}^{x_b} = \frac{1}{1-b}(x_b^{1-b} - x_a^{1-b}) \ ;$$

queda

$$x_g = \frac{\frac{1}{2-b}(x_b^{2-b} - x_a^{2-b})}{\frac{1}{1-b}(x_b^{1-b} - x_a^{1-b})} = \frac{1-b}{2-b}\frac{x_b^{2-b} - x_a^{2-b}}{x_b^{1-b} - x_a^{1-b}}$$

Un primer problema se plantea a la hora de ajustar la función definida en (3), ¿la curva se hace pasar por el extremo inferior del intervalo, por el superior, o justamente por el centro?

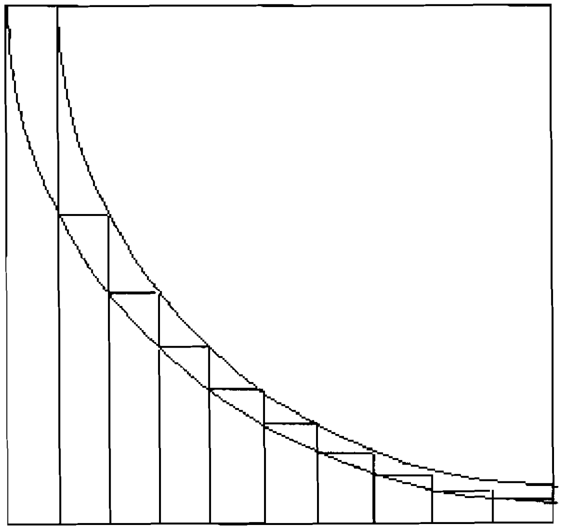

Fig.3

El problema se va a resolver tomándolo del revés: Supuesta ajustada la función potencial (3) el área de los rectángulos será proporcional al número de siniestros que integran el intervalo o clase

Por otra parte en vez de intentar ajustar una única función a todos los intervalos se ha juzgado mas conveniente ajustar funciones del tipo (3) a números reducidos de intervalos. En concreto ajustaremos una misma función potencial a cada dos intervalos consecutivos.

Esta manera de proceder no resta generalidad al problema: la curva final no será exactamente potencial pero se ajustará mejor a la curva real. La función definitiva será mas bien una "polipotencial" o unión de varias funciones potenciales definidas por intervalos.

Por otro lado el ajuste de una curva a dos intervalos consecutivos nos permite calcular fácilmente los parámetros **a** y **b** que definen la función (3)

Ejemplo de ajuste:

Supongamos dos intervalos consecutivos (clases C y D) definidos del siguiente modo:

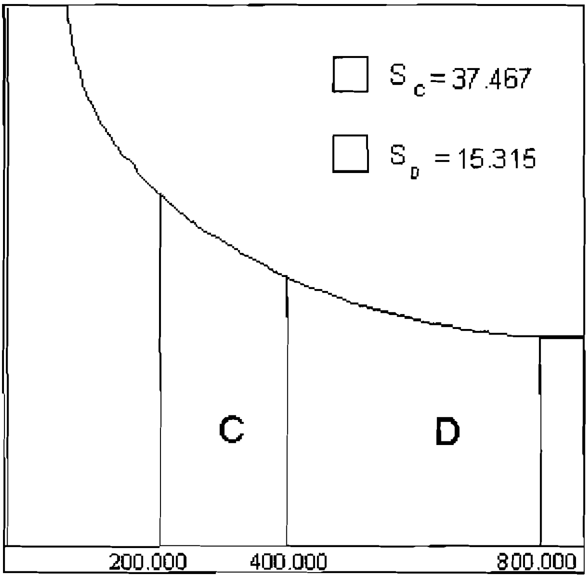

Fig. 4

Clase C:

37.467 siniestros con coste entre 200.000 y 400.000 pts.

Clase D:

15.315 siniestros con coste entre 400.000 y 800.000 pts.

NOTA-8: para facilitar los cálculos se dividen todas las cantidades entre 10^5.*

Entonces:

Clase C: 0,37467 siniestros con coste entre 2 y 4.

Clase D: 0,15315 siniestros con coste entre 4 y 8.

El área de la clase C es:

$$A_c = \int_2^4 ax^b dx = a\left.\frac{x^{b+1}}{b+1}\right|_2^4 = \frac{a}{b+1}(4^{b+1} - 2^{b-1}) = 0{,}37467 \qquad (4)$$

El área de la clase D es:

$$A_c = \int_4^8 ax^b dx = a\left.\frac{x^{b+1}}{b+1}\right|_4^8 = \frac{a}{b+1}(8^{b+1} - 4^{b-1}) = 0{,}15315 \qquad (5)$$

(4) y (5) constituyen un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que permiten hallar **a** y **b**.

Haciendo el cambio de variable

$$b+1=\omega$$

el sistema queda:

$$\frac{a}{\omega}(4^{\omega} - 2^{\omega}) = 0{,}37467 \quad ; \quad \frac{a}{\omega}(8^{\omega} - 4^{\omega}) = 0{,}15315 \qquad (6)$$

Dividiendo una ecuación entre otra:

$$\frac{4^{\omega} - 2^{\omega}}{8^{\omega} - 4^{\omega}} = \frac{0{,}37467}{0{,}15315} = 2{,}44642$$

Haciendo el cambio de variable

$$2^{\omega} = t$$

queda

$$\frac{t^2 - t}{t^3 - t^2} = 2{,}44642$$

de donde

$$t^2 - t = 2{,}44642t^3 - 2{,}44642t^2$$

luego

$$2{,}44642t^3 - 3{,}44642t^2 + t = 0 \qquad (7)$$

ecuación de tercer grado que tiene la solución

$$t = 0$$

dividiendo por t, las otras dos soluciones de (7) serán las de la ecuación:

$$2{,}44642t^2 - 3{,}44642t + 1 = 0$$

que tiene como soluciones:

$$t = 1$$
$$t = 0{,}408759$$

Si $\qquad t = 0 \quad ,, \quad 2^{\omega} = 0 \rightarrow \omega = -\infty$

Si $\qquad t = 1 \quad ,, \quad 2^{\omega} = 1 \rightarrow \omega = 0$

Solución no aceptable puesto que implicaría dividir por 0 en el sistema (6)

Si $\qquad t = 0{,}408759 \quad ,, \quad 2^{\omega} = t$

Tomando logaritmos: $\qquad L(2^{\omega}) = Lt$

Luego $\qquad \omega L2 = Lt$

por tanto $\qquad \omega = \dfrac{Lt}{L2} = \dfrac{L0{,}408759}{L2} = -1{,}290677$

Si $\qquad \omega = -1{,}290677 \rightarrow b + 1 = \omega \rightarrow b = \omega - 1$

Luego

b = -2,290677

Cálculo del coeficiente **a**

Sustituyendo en la primera de las ecuaciones (6)

$$\frac{a}{\omega}(4^{\omega}-2^{\omega})=0{,}37467$$

$$a=\frac{0{,}37467\omega}{4^{\omega}-2^{\omega}}=\frac{0{,}37467(-1{,}290677)}{4^{-1{,}290677}-2^{-1{,}290677}}=\frac{-0{,}483578}{-0{,}241675}=2{,}000943482$$

esto es

a = 2,000943

La función (3) es finalmente:

$$y=2x^{-2{,}29}$$

Cálculo del coste-tipo de la clase C

$$CT_C=\frac{\int_2^4 x\,ds}{\int_2^4 ds}=\frac{\int_2^4 xy\,dx}{\int_2^4 y\,dx}=\frac{\int_2^4 x2x^{-2{,}29}dx}{\int_2^4 2x^{-2{,}29}dx}=\frac{\int_2^4 x^{-1{,}29}dx}{\int_2^4 x^{-2{,}29}dx}=\frac{0{,}513223}{0{,}18725}=2{,}74084$$

El coste medio de los siniestros de la clase C es

C = 274.084 pts.

Cálculo del coste-tipo de la clase D

$$CT_D = \frac{\int_4^8 xds}{\int_4^8 ds} = \frac{\int_4^8 x^{-1,29}dx}{\int_4^8 x^{-2.29}dx} = \frac{0,419569}{0,076539} = 5,48176$$

El coste medio de los siniestros de la clase D es

$$\mathbf{CT_D = 548.179\ pts.}$$

2.3.2 COSTE DE TODOS LOS SINIESTROS DE LA CLASE

Se forma la matriz S(A) de todos los siniestros ocurridos en el ejercicio (A) de la siguiente manera:

$$S(A) = T(A,1) - R(A,2) + T(A,2) - R(A,3) + T(A,3) + P(A,3) =$$

$$= \Sigma\, T(A) - \Sigma\, R(A) + P(A,3)$$

Nota-9: En este supuesto se proyectan los siniestros hasta el tercer periodo de desarrollo de manera que:

- en los siniestros de 1996 se opera con datos reales, ya que se conocen D, R, T y P en los años 1996, 1997 y 1998.
- en los siniestros de 1997 los datos de 1997 y 1998 son reales, pero los de 1999 son proyectados
- en los siniestros de 1998 solo se conocen datos de ese año. D, R, T y P de 1999 y 2000 son proyectados.*

Nota-10: En cualquier ejercicio el número final de siniestros se obtendrá sumando los terminados cada año con los pendientes el último año, restando de ese total las reaperturas.

El número total de siniestros se podría haber obtenido sumando los declarados en todos los años, pero entonces solo tendríamos la distribución de costes iniciales.

Para obtener todos los siniestros distribuidos por costes finales - que es lo que realmente interesa - hay que ir a su estado último (o más reciente), esto es, T, P y R.*

En S(A) se suman los siniestros por columnas, obteniéndose 11 totales (S_I), uno por clase final. Cada S_I se multiplica por el coste-tipo de la clase C_I, de manera que la carga Q o coste total de la cartera S(A) será:

$$Q(A) = \sum_{I=A}^{K} S_I \cdot C_I$$

2.3.3 CALCULO DE LA PROVISIÓN

La carga del ejercicio A, esto es el coste total de los siniestros ocurridos en el mismo, se estima en el año que constituya el último periodo de desarrollo.

La provisión a dotar para esos siniestros en un momento dado será la diferencia entre su carga Q(A) y los pagos acumulados realizados a cuenta de los mismos hasta esa fecha:

$$PT(A) = Q(A) - \Sigma\pi(A)$$

siendo π (A) los pagos anuales realizados por tales siniestros.

2.4 M1 EN LA PRACTICA

Se ha aplicado el método a carteras reales del seguro de automóviles y aunque el análisis de estos ensayos debe constituir el objeto de otro artículo puede ser interesante destacar aquí algunos aspectos importantes.

M1 se ha aplicado a periodos cortos (3 años) y largos (7 años) con resultados altamente satisfactorios, que lo han sido más en el periodo largo.

Se ha observado:

a) las estimaciones de número de siniestros a declarar se han ajustado a los declarados posteriormente, con ligeras diferencias debidas a trasvases de siniestros entre clases contigüas

b) los costes-tipo finales han coincidido con los actuales con desviaciones inferiores al 1% en todas las clases salvo en las extremas: B y K. (la clase A es residual)

c) los costes-tipo apenas varían de un ejercicio a otro. El incremento del coste individual de los siniestros se traduce en un trasvase o salto de siniestros de una clase a la superior, pero no en el aumento del coste-tipo de cada clase.

Es decir, no se desplazan los costes en la clase sino los siniestros de una clase a otra.

d) la clase B se ve afectada por el Coste Medio Sectorial de los Convenios, de manera que en la curva que representa la distribución del número de siniestros aparecen 2 máximos: uno debido al coste medio "natural" y el otro al coste medio "sectorial"

e) Los costes de la clase K presentan una mayor dispersión debido a que aquí se incluyen pocos siniestros de coste elevado y dispar. El impacto en el resultado debe quedar minimizado por el hecho de que suelen conllevar daños personales que requieren un seguimiento y valoración individualizados.

2.5 CONCLUSIONES

- M1 es un método altamente automatizado

Que excluye en gran medida la subjetividad.

El analista puede decidir a que ramos o garantías se aplica; el número de ejercicios a incluir en los cálculos; los pesos a asignar a las matrices de transferencia que traduzcan la evolución de la siniestralidad, e incluso puede redefinir los intervalos o tramos en que se clasifican los siniestros.

Una vez que se decide a que siniestros aplicar el método, el periodo temporal a considerar, etc., el único margen que se ofrece para la intervención humana en los cálculos es el de la asignación de pesos a las matrices y aún así parece ilógico ponderar en mayor medida los ejercicios más lejanos.

De esta manera los resultados no se verán prácticamente afectados por apreciaciones personales, como ocurre con frecuencia en la mayoría de métodos estadísticos de uso habitual.

- **M1 permite determinar la provisión para siniestros IBNER**

Basta con asignar los costes-tipo que se encuentren para cada clase a los siniestros ya conocidos y comparar con las provisiones ya constituidas para esos mismos siniestros.

- **M1 permite determinar la provisión para siniestros IBNR**

Los mismos costes-tipo se aplican a los siniestros que se espera que se declaren en el futuro (mas exactamente a la evolución - distribución final por costes – de esos siniestros)

Como el método busca conocer costes finales de todos los siniestros que ocurren un mismo año con independencia del momento en que se declararon, deja sin sentido la cuestión de si los IBNR tienen coste igual o distinto a los siniestros conocidos.