

¿ ES POSIBLE UNA ESTRATEGIA INMUNIZADORA EN LOS PLANES DE PENSIONES DE APORTACION DEFINIDA ?

J. Iñaki De la Peña Esteban
Profesor de la Universidad del País Vasco.
Miembro Titular del Instituto de Estudios Financiero-Actuariales.

KEYWORDS

Defined contributions plans, Pension funds, Immunization, Matching.

ABSTRACT

Los planes de pensiones de aportación definida se han desarrollado mediante técnicas inversoras más acordes a los fondos de inversión. Sin embargo, la madurez alcanzada por este sistema de previsión en España determinará en un futuro no muy lejano la contraprestación al ahorro llevado a cabo.

En este artículo se pretende analizar la viabilidad de modelos inversores a través de una congruencia en los plazos para hacer frente a las obligaciones de pago futuras.

The investment of the defined contribution plans have been developed as investment funds. However, the maturity of this pension system in Spain will bring us the outflow, via benefits in the next years.

The aim of this paper consists on looking for investment strategies focus on the matching between the assets and the liabilities of these particular pension plans.

1. INTRODUCCION

Tanto en la Ley como en el Reglamento de Planes y Fondos de Pensiones se presenta una dicotomía sobre los modelos de constitución de las obligaciones estipuladas en un plan de pensiones⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾.

¹⁷ Artículo 4.2. de la Ley de Planes y Fondos de Pensiones clasifica los Planes de Pensiones según las obligaciones estipuladas en las siguientes modalidades:

El plan de prestación definida es un plan de pensiones perteneciente al espacio *actuarial*, donde se tiene en cuenta la mortalidad, la invalidez, la rotación de los partícipes, su masa salarial, el nivel de complemento deseado, etc. existiendo una transferencia de recursos entre sus integrantes en base a las provisiones matemáticas que respaldan las pensiones de aquellos partícipes que continúan en el plan.

El plan de aportación definida corresponde a un plan de pensiones meramente *financiero*, entendido como aquellos que acumulan un capital para cuando se produzca la contingencia contemplada en el plan, sin tener en cuenta las probabilidades intrínsecas de supervivencia en el colectivo de los partícipes.

En el espacio actuarial se tiene un conjunto de elementos, cuya fluctuación ejerce una influencia significativa en la relación entre las aportaciones, prestaciones, rentabilidad financiera, mortalidad, invalidez, rotación, nivel de pensiones de la Seguridad Social, etc⁽¹⁹⁾. Es un espacio actuarial que no excluye el aspecto financiero. En este espacio se desarrollan los planes que la ley denomina planes de prestación definida.

"a) Planes de Prestación Definida, en los que se define como objeto la cuantía de las prestaciones a percibir por los beneficiarios.

b) Planes de Aportación Definida, en los que el objeto definido es la cuantía de las contribuciones de los promotores y, en su caso, de los partícipes del Plan.

c) Planes Mixtos, cuyo objeto es, simultáneamente, la cuantía de la prestación y la cuantía de la contribución."

¹⁸ Artículo 3.2. de la Ley de Planes y Fondos de Pensiones, expresa que en función de las obligaciones estipuladas, los Planes de Pensiones se ajustarán a las modalidades siguientes:

a) Planes de prestación definida, en los que se define como magnitud predeterminada o estimada la cuantía de todas las prestaciones a percibir por los beneficiarios....

b) Planes de aportación definida, en los que la magnitud predeterminada es la cuantía de las contribuciones de los promotores y, en su caso, las aportaciones de los partícipes....

c) Planes mixtos, cuyo objeto es simultánea o separadamente, la cuantía de la prestación y la cuantía de la contribución....

¹⁹ MORENO ROYES, Francisco; SANTIADRÍAN ALEGRE, Jesús y FERRANDO PIÑOL, Alberto. (1.988). *Los Planes y Fondos de Pensiones. Comentarios al Reglamento*, editado por CDN Ciencias de la Dirección S.A. Madrid.

Sin embargo, los planes de aportación definida se enmarcan dentro del espacio financiero, donde se tiene en cuenta las aportaciones, la rentabilidad financiera y el nivel salarial del partícipe (en caso de aportaciones como porcentaje del salario). Este sistema financiero no tiene en cuenta la transferencia de recursos entre partícipes, entendido como la obligatoriedad de seguir con las provisiones matemáticas para financiar las pensiones de los partícipes que continúan en el plan.

Como consecuencia de lo anterior, en los planes de aportación definida se determina la prestación a otorgar en el momento de producirse la contingencia, teniendo en cuenta el proceso de capitalización desarrollado en el fondo⁽²⁰⁾.

El fondo de pensiones que integra un plan de aportación definida tiene por tanto, como objetivo principal intentar acumular los mayores importes posibles, para abonar a los partícipes en el momento en el que se produzca la contingencia que dé derecho a reintegrar el montante acumulado (jubilación, fallecimiento, invalidez), no debiendo hacer frente a la obligación que supondría acumular un capital prefijado inicialmente.

Sin embargo, el objetivo primordial bajo el que se crearon los planes y fondos de pensiones, fué el de dotar a los beneficiarios correspondientes de una prestación complementaria e independiente de la que otorgue la Seguridad Social. Sus ventajas fiscales han de entenderse como ayuda institucional para fomentar el ahorro a largo plazo y no como objetivo en sí. El verdadero fin para el que se crea el plan y fondo de pensiones consiste en abonar las pensiones en el momento en el que se produzca la contingencia que dé derecho a ella.

Es en este punto donde el plan de prestación definida informa al partícipe de la prestación a la que tiene derecho, dependiendo de la contingencia ocurrida. No así en el plan de aportación definida, donde la prestación será la equivalente al fondo acumulado que disponga el partícipe en el momento de producirse ésta.

El punto de vista es claramente diferente.

²⁰ Artículo 4.2. del Reglamento de Planes y Fondos de Pensiones.

2. OBJETIVO

Bajo el hecho anterior, intentaremos desarrollar un modelo para la inversión de los activos financieros del fondo de pensiones, de forma que se tenga en cuenta las probables salidas del capital debido a que el partícipe pueda causar alguna de las contingencias expuestas en el actual marco legal y que le den derecho a percibir las prestaciones en forma de capital único (el fondo acumulado hasta la fecha).

Este importe para un trabajador de edad x , vendrá dado como el valor final de las aportaciones realizadas al final de cada año, teniendo en cuenta la distinta rentabilidad anual obtenida en el fondo de pensiones:

$$F_x = \sum_{j=x_e}^x C_j \prod_{t=j}^x (1 + r_t) \quad (1)$$

siendo,

F_x : Fondo acumulado por un partícipe de edad x , incluyendo la aportación realizada a esa edad.

C_j : Aportación realizada al final de la edad j .

r_t : Tanto de rentabilidad obtenida por el fondo de pensiones a la edad t .

Este importe es el garante de las prestaciones que se contemplen en el reglamento del plan de pensiones, siendo las más habituales las debidas a la invalidez, fallecimiento, jubilación y a la rotación del fondo a otro fondo de pensiones.

La forma de pago de la prestación en los planes de aportación definida suele quedar a libre determinación del beneficiario en forma de renta, capital único o una combinación de las dos formas anteriores.

Para el caso que planteamos, únicamente se va a considerar el abono de un capital único para el caso de que se produzca alguna de las contingencias anteriormente mencionadas. No obstante, es práctica habitual cuando se elige una forma de devengo a través de una renta, el proceder a contratar con el capital acumulado (el fondo) un seguro por un importe de igual valor, quedando asegurada la prestación periódica.

Desarrollamos bajo la consideración anterior, la metodología para determinar los pagos probables futuros a favor del beneficiario, con el fondo acumulado hasta una edad determinada, y para todas las causas de salida contempladas en el plan.

Bajo la premisa de abonar puntualmente, en cuantía y tiempo, estos pagos futuros probables, estructuramos la cartera de inversiones del fondo de forma que los flujos económicos que generen las inversiones realizadas con el fondo acumulado hasta la edad x , puedan hacer frente a las obligaciones probables contraídas.

La búsqueda de modelos que permitan casar los vencimientos y magnitudes de los flujos económicos de un plan y fondo de pensiones se debe realizar mediante un método científico y disciplinado acorde con los requisitos de inversiones de los fondos de pensiones a largo plazo y en coherencia con el plan de pensiones que representa⁽²¹⁾.

El punto de salida consiste en determinar los objetivos que se persigue con esta metodología. Los objetivos de cualquier inversión se pueden definir en tres categorías dependiendo del periodo de tiempo con el que se opere.

L/P: (Largo Plazo) Minimización de la posibilidad de que los fondos de pensiones sean insuficientes para abonar los pagos futuros previstos en el plan.

M/P: (Medio Plazo) Control de las aportaciones determinadas actuariamente, así como un control del grado de constitución del fondo y si fuese necesario proceder a regularizar el plan y el fondo ante anomalías en éste.

C/P: (Corto Plazo) Buscar rendimientos superiores a los del mercado o a los prometidos en el plan debido a un fin determinado.

Los modelos inversores de los planes y fondos de pensiones no buscan un objetivo a corto plazo, sino que su principal premisa constituye una solvencia a largo plazo, especialmente en colectivos cerrados o planes con un colectivo

²¹ WISE, A.J. & ANNABLE, Mathew J. (1.990). *The Current State of Asset-liability modelling in the United Kingdom*, publicado en los Proceedings of the First AFIR International Colloquium, Paris.

¿ Es posible una estrategia inmunizadora en los planes de pensiones de ...

excesivamente envejecido, donde se destinan grandes cuantías como provisiones para los pasivos.

Los objetivos a medio plazo se buscarán en función de los resultados actuariales del esquema de pensiones seguido, consiguiendo una adecuada distribución del coste del plan de pensiones, a través del método de distribución de coste elegido y más conveniente.

Para obtener rendimientos del fondo de pensiones es necesaria una combinación de títulos que provean un tanto de rendimiento diversificado, que pueda repartirse en varias clases de títulos. Por otra parte el modelo de inversión debe reflejar la filosofía de los modelos de distribución de coste a largo plazo, por lo que las inversiones a realizarse han de ser a largo plazo.

La congruencia en los plazos buscada entre los ingresos y los pagos probables futuros, nos conducirá a los postulados de la Inmunización Financiera.

Con el fin de ilustrar todo este proceso, consideramos de forma individual a un partícipe de un plan de aportación definida que desde los 35 años de edad hasta los 55, ha aportado regularmente al final de cada año 120.000 Ptas., obteniendo en ese periodo de tiempo una rentabilidad media anual del 9%.

3.METODOLOGIA

Una vez determinado el fondo acumulado hasta la edad x , representado en (1), procedemos a determinar las causas de salida que puedan generar derecho a prestación, la cual será abonada en forma de capital único.

Para ello necesitamos realizar una serie de hipótesis de trabajo, cuales son:

- El colectivo objeto a análisis es un colectivo cerrado.
- No se realizan aportaciones adicionales en los restantes años, por lo que únicamente se contempla el fondo acumulado hasta esa edad x , no incrementándose en años venideros con nuevas aportaciones.
- Existirá un incremento del fondo debido exclusivamente, a la rentabilidad media prevista para las inversiones del fondo de pensiones y ésta será la única causante de incrementar el fondo acumulado en edades futuras. Para el

ejemplo ilustrador, se ha supuesto un incremento medio del 7% anual hacia el futuro.

- Se tienen los suficientes datos biométricos como para determinar actuarialmente los tantos de salida por diversas causas, manteniéndose constante a lo largo de la vida del partícipe-beneficiario. Como se verá posteriormente, existen dificultades con este supuesto, habida cuenta de lo jóvenes que son los planes y fondos de pensiones en España.
- Como medida simplificadora, los pagos se realizarán al final de cada año.

Con lo anterior se procederá a determinar los pagos probables futuros en función de las distintas causas de salida contempladas en el plan.

Estos pagos probables futuros han de ser abonados con los intereses, cupones, amortizaciones y venta de los títulos del fondo acumulado para ese partícipe a la edad x , con lo cual se procederá a estructurar la cartera de inversiones de forma que genere unos flujos económicos con unos vencimientos idénticos a los pagos a realizar, valorados al tipo de interés medio de mercado.

Este proceso es, en principio, una inmunización de los flujos de los ingresos y de los pagos, analizados ante variaciones del tipo de interés del mercado.

El proceso que vamos a desarrollar se fundamenta en los siguientes supuestos⁽²²⁾:

1. Un modelo actuarial que nos determina unas obligaciones actuariales, considerando unas variables demográficas fijas y un fondo de pensiones donde los rendimientos a obtener de los títulos siguen un comportamiento aleatorio.
2. Es posible obtener un modelo de inversión de títulos en el mercado, pudiendo determinar para cada título los posibles flujos monetarios que se generan hacia el futuro.

²² WISE, A.J. (1.984). *The Matching of Assets to Liabilities*, publicado en The Journal of the Institute of Actuaries N° 111. London.

¿ Es posible una estrategia inmunizadora en los planes de pensiones de ...

3. Es posible, así mismo, determinar las necesidades monetarias futuras fijadas en el modelo utilizado para la distribución del coste del plan de pensiones.

Entonces existirá un modelo de asignación de títulos que relacionará cada pago probable futuro delimitado en el plan, con los ingresos a obtener en el fondo.

Este proceso lo podemos definir de forma generalizada en la relación con cualquier modelo actuarial, en términos de una asignación de la cartera del fondo a los pagos probables a realizar.

Se deja la suficiente libertad como para que se especifique la lista de títulos candidatos en los que se puede invertir⁽²³⁾. Esta lista se determinará en base a criterios cualitativos como una clasificación, protección y primando el concepto básico de diversificación en las inversiones de los títulos⁽²⁴⁾.

4.DETERMINACION DE LOS PAGOS PROBABLES FUTUROS

Dependiendo de la causa contemplada que dé derecho al cobro del capital único, procedemos a determinar el pago probable futuro, atendiendo a las consideraciones expuestas en el epígrafe anterior.

El capital único a abonar estará compuesto por el fondo acumulado hasta la edad x del partícipe e incrementado con los rendimientos medios que obtenga hasta su probable salida. Esto es, para una edad de salida $x+t$,

$$F_{x+t} = F_x * (1 + r_f)^t \quad (2)$$

siendo,

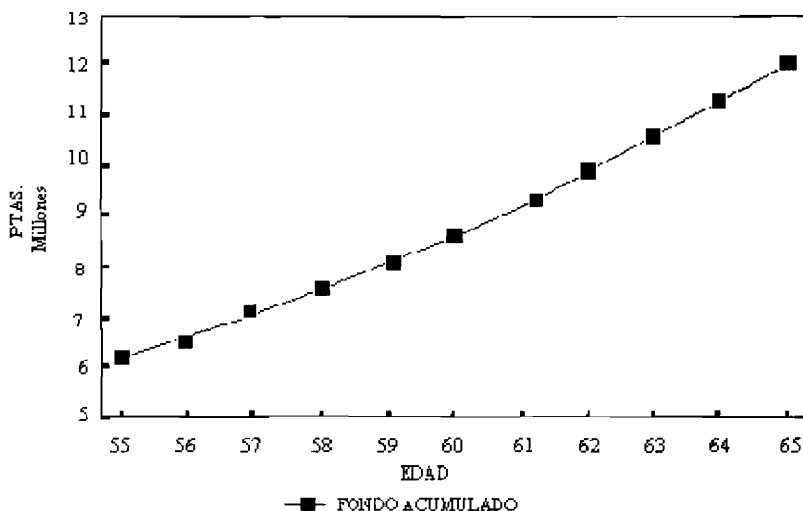
r_f : Tanto de rendimiento medio del fondo de pensiones para los próximos años.

²³ TILLEY, James A. (1.980). *The Matching of Assets to Liabilities*, publicado en The Transactions of The Society of Actuaries, N° 32. Chicago.

²⁴ HOISKA, Benti O. (1.980). *Discussion Paper* publicado en el artículo citado de TILLEY, James A. *the Matching of Assets to Liabilities*, en The Transactions of The Society of Actuaries, N° 32. Chicago.

F_{x+t} : Fondo acumulado al final de la edad $x+t$, que constituye el capital único al que tiene derecho el partícipe en el caso en el que se produzca la contingencia prevista en el plan que dé derecho a abonarlo.

EVOLUCION DEL FONDO
TIPO DE INTERES CONSTANTE



En lo que sigue, determinamos los pagos probables futuros para las contingencias más normalmente contempladas en la legislación actual.

4.1. Pagos Probables por Invalidez

El plan de pensiones contempla como causa de salida que otorga el derecho a la percepción de la prestación, la invalidez laboral total y permanente para la profesión habitual, o invalidez absoluta y permanente para la realización de cualquier trabajo⁽²⁵⁾.

El pago probable debido a la salida por invalidez a la edad $x(Q_x^i)$ dependerá de la probabilidad de salida por tal motivo, estando expuesto el partícipe a otras

²⁵ Artículo 6. b) de la Ley de Planes y Fondos de Pensiones y artículo 16. 2. b) del Reglamento sobre Planes y Fondos de Pensiones.

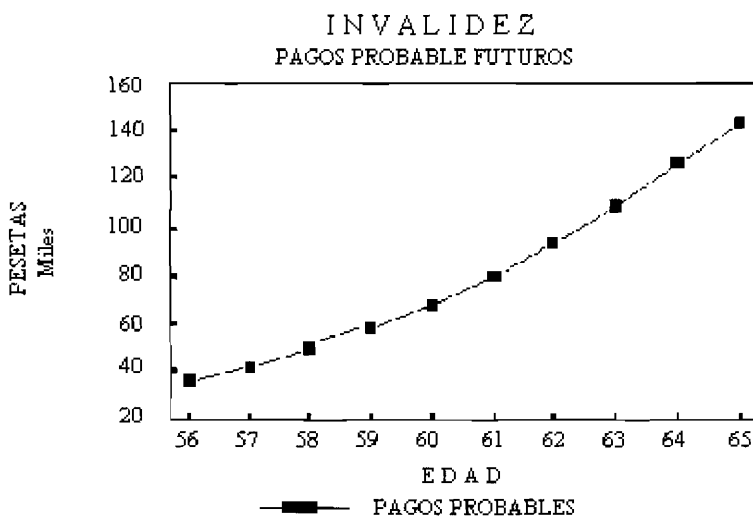
¿ Es posible una estrategia inmunizadora en los planes de pensiones de ...

causas de salida, como puede ser el fallecimiento, donde queda determinado para la edad $x+t$ como,

$$LPM'_{x+t} = Q'_{x+t} * F_{x+t} \quad (3)$$

donde

LPM'_{x+t} : Pago probable futuro a la edad $x+t$ de un capital único por el valor del fondo acumulado a dicha edad, debido a la invalidez del partícipe del plan de pensiones.



4.2. Pagos Probables por Fallecimiento

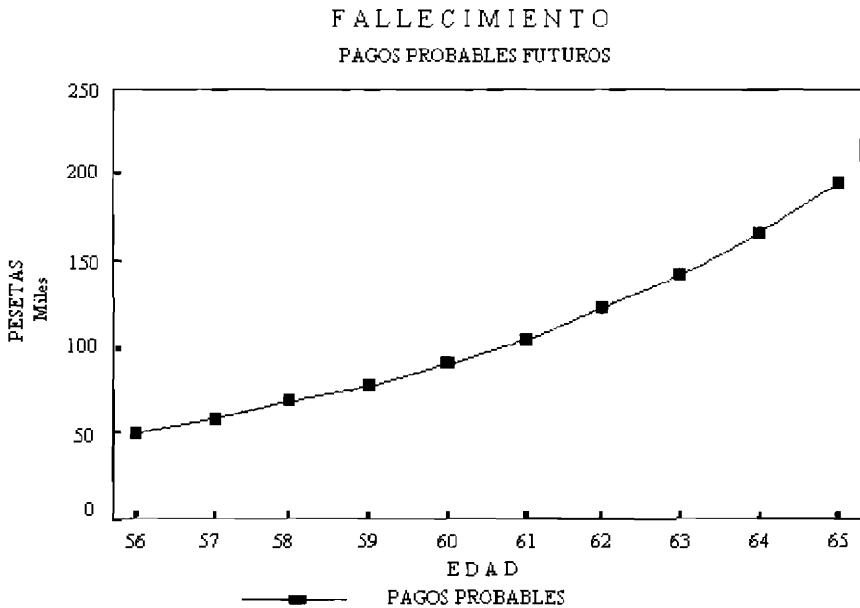
Al fallecimiento del partícipe, el correspondiente beneficiario recibe el fondo acumulado hasta ese momento en forma de capital único, luego el pago probable debido a este hecho vendrá dado a la edad $x+t$ como,

$$LPM^m_{x+t} = Q^m_{x+t} * F_{x+t} \quad (4)$$

donde

LPM_{x+t}^m : Pago probable futuro a la edad $x+t$ de un capital único por el valor del fondo acumulado a dicha edad, debido al fallecimiento del partícipe del plan de pensiones.

Q_{x+t}^m : Probabilidad de que el partícipe de edad $x+t$ fallezca antes de cumplir un año más, estando expuesto a otras causas de salida (invalidez, rotación, jubilación).



4.3. Pagos Probables por Jubilación

Es el principal fin para el que el partícipe decide constituir el fondo de pensiones. Bajo los supuestos expuestos en el epígrafe 3, el pago probable futuro del capital único debido a que alcanza la edad de jubilación viene dado como,

$$LPM_{x_j}^j = {}_{x_j-x}P_x^T * F_{65} \tag{5}$$

donde

¿ Es posible una estrategia inmunizadora en los planes de pensiones de ...

$LPM^j_{x_j}$: Pago probable futuro a la edad de jubilación x_j de un capital único por el valor del fondo acumulado a dicha edad (F_{65}), debido al que ha alcanzado la edad de jubilación.

$x_j \cdot x P^T_x$: Probabilidad de que un partícipe de edad x alcance la edad de jubilación, sin haber salido del colectivo debido a otras causas de salida (fallecimiento, invalidez, rotación).

En el caso de que la entidad gestora tuviese datos biométricos suficientes, se podría ampliar los cálculos anteriores con la probabilidad de jubilaciones anticipadas de los partícipes, lo cual redundaría en una mayor exactitud en los cálculos.

4.4. Pagos Probables por Rotación

El partícipe del plan de pensiones puede movilizar sus derechos adquiridos a otro fondo de pensiones⁽²⁶⁾. A este hecho lo denominamos rotación del fondo de pensiones y a la probabilidad de que el partícipe cambie o movilice su fondo acumulado a la edad x , antes de cumplir un año más y estando afecto a otras causas que generen prestación, lo denotamos como Q^r_x . Esta probabilidad dependerá de hechos tan subjetivos como la afinidad a la propia entidad, la rentabilidad pasada conseguida, la antigüedad en la institución, etc.

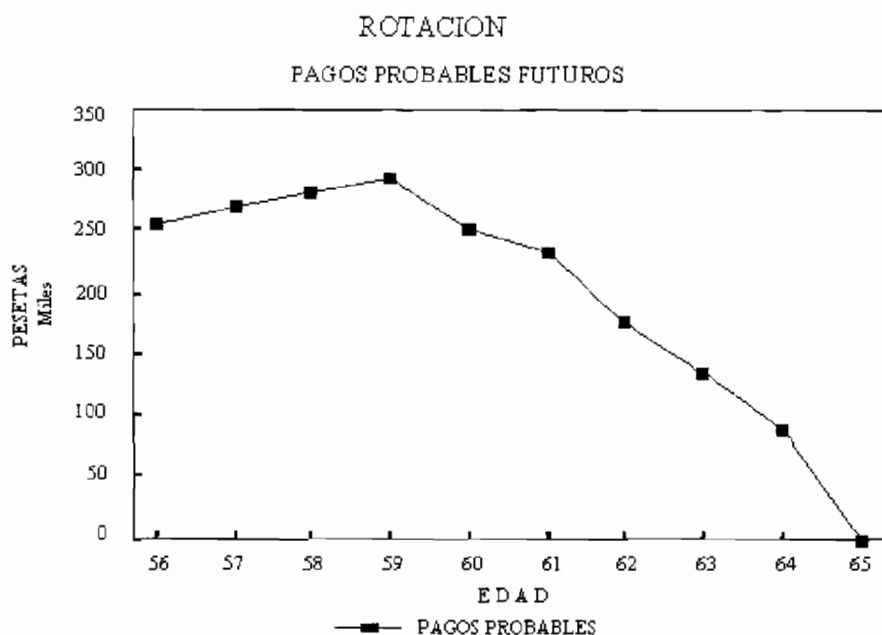
El pago probable del capital único que representa el traspaso de la totalidad del fondo acumulado por el partícipe a la edad $x+t$ viene determinado como,

$$LPM^r_{x+t} = Q^r_{x+t} * F_{x+t} \quad (6)$$

donde

LPM^r_{x+t} : Pago probable futuro a la edad $x+t$ de un capital único por el valor del fondo acumulado a dicha edad, debido a la rotación del partícipe del plan de pensiones a otro plan.

²⁶ Artículo 8.8 de la Ley de Planes y Fondos de Pensiones y artículo 20.5 del Reglamento sobre Planes y Fondos de Pensiones.



4.5. Pagos Probables futuros

Constituirá la suma de los pagos probables futuros para todas las causas de salida contempladas en el Reglamento del Plan de Pensiones, para cada edad probable que pueda alcanzar el partícipe,

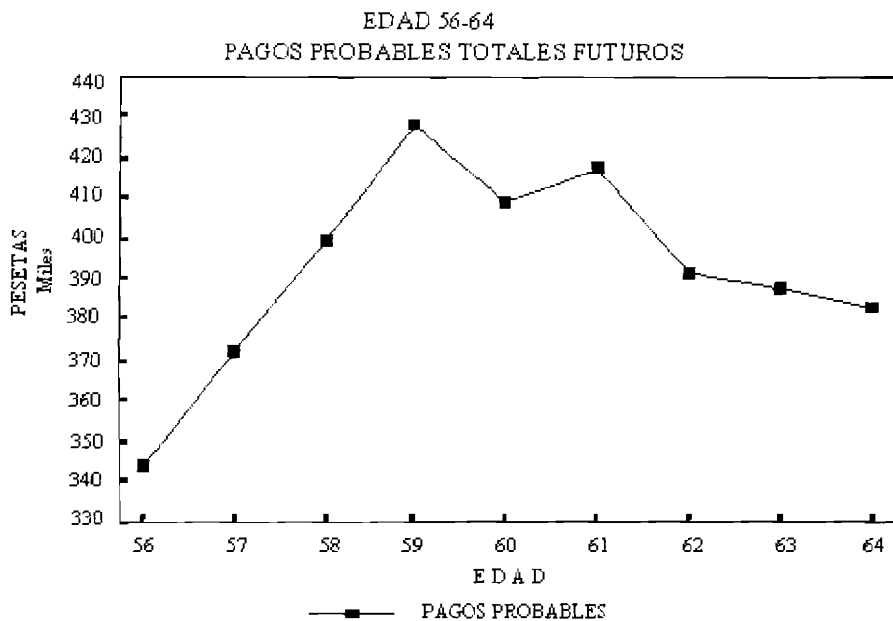
$$LPM_{x+t} = LPM_{x+t}^i + LPM_{x+t}^m + LPM_{x+t}^j + LPM_{x+t}^r \quad (7)$$

donde

LPM_{x+t} : Pago probable a la edad $x+t$ a realizar por la salida del partícipe debido a alguna de las contingencias contempladas en el plan de pensiones.

Gráficamente se puede apreciar, para el caso contemplado, la incidencia conjunta que presentan los diversos pagos probables sobre el capital único probable a abonar.

¿ Es posible una estrategia inmunizadora en los planes de pensiones de ...



5. LA CARTERA DE INVERSIONES: EL FONDO

La congruencia en los plazos, aunque tiene un significado amplio y connotaciones generales, empezó siendo utilizada por Redington ⁽²⁷⁾ buscando la inmunización como una forma particular de conseguir la especialización de los recursos del fondo, para hacer frente a las obligaciones previstas en el plan de pensiones, tanto en cuantía como en plazos.

Tras varias simplificaciones, asume que en un momento dado, los títulos que forman la cartera producen un rendimiento uniforme, invirtiéndose la totalidad del fondo en esos títulos a tipo de interés fijo y con una amortización o venta en una fecha ya determinada.

Redington considera que los pagos del plan son un elemento fijo (predeterminado) en la forma de invertir el dinero, considerando más adecuado tomar el tanto de rendimiento como generado directamente de los fondos que como deducción de los valores que deben tomar las provisiones. De esta manera,

²⁷ REDINGTON, F. M. (1952). *Review of the Principles of Life-Office Valuation*. Publicado por The Journal of The Institute of Actuaries. 18. London.

los pagos a realizar en el plan, constituyen un elemento fijo en la inversión de títulos.

Por otra parte, si ambos flujos tienen la misma sensibilidad con respecto a los cambios en el tipo de interés, deben entonces tener los mismos valores medios (solución intuitiva planteada por Redington).

Para plantear la solución dada por Redington realizamos las siguientes definiciones:

V_{LPM} : El valor actual de los pagos a realizar en el plan de pensiones al tanto de interés predominante y considerando una actualización para n periodos. Esto es:

$$V_{LPM} = \sum_{t=1}^S LPM_t * V^t \quad (8)$$

siendo:

V^t : El factor de actualización financiero desde el año t -ésimo.

V_{IF} : El valor actual de los ingresos del fondo, al mismo tanto de interés y para la misma periodicidad temporal que la anterior, es decir:

$$V_{IF} = \sum_{t=1}^S IF_t * V^t \quad (9)$$

donde:

IF_t : Valor de los ingresos debido a las inversiones realizadas más los intereses generados del fondo en el momento t -ésimo.

Se asume que existe igualdad en el momento presente entre el valor actual de los flujos de pagos del plan y el valor actual de los flujos de ingresos del fondo en los que se invierten las cuotas:

$$V_{LPM} = V_{IF} \quad (10)$$

¿ Es posible una estrategia inmunizadora en los planes de pensiones de ...

Supongamos que existiese un cambio de interés, pasando los valores actuales a tomar los siguientes valores: V'_{LPM} y V'_{IF} . La posición después de este cambio viene dada por el teorema de Taylor, donde el tipo de interés ha pasado a ser $i+\varepsilon$, siendo ε la variación experimentada por el tanto de interés:

$$V'_{IF} - V'_{LPM} = (V_{IF} - V_{LPM}) + \varepsilon \frac{d(V_{IF} - V_{LPM})}{di} + \frac{\varepsilon^2}{2!} * \frac{d^2(V_{IF} - V_{LPM})}{di^2} + \dots \quad (11)$$

El primer término desaparece, al darse la equivalencia inicial al tipo de interés originario entre el valor actual de los flujos de pago del plan y el valor actual de los flujos de ingresos del fondo. Además no existen ni pérdidas ni beneficios, por lo que la variación que experimenta el interés en las sucesivas derivadas debe desaparecer, ser nulo.

En la práctica, la primera derivada respecto al interés es la más importante, pues nos detecta como varía respecto a pequeños cambios en el tanto de interés. Un fondo quedará inmunizado a esas variaciones si la inversión en títulos se produce de una forma tal que:

$$\frac{d(V_{IF} - V_{LPM})}{di} = 0 \quad (12)$$

Si la segunda derivada es positiva, cualquier cambio producido en el interés resulta beneficioso para el valor actual del fondo. Por tanto, es deseable que la segunda derivada sea positiva:

$$\frac{d^2(V_{IF} - V_{LPM})}{di^2} > 0 \quad (13)$$

Por tanto, según Redington, una inmunización es satisfactoria cuando cumple estas dos condiciones. Sustituyendo los valores actuales de los flujos del fondo y de los flujos del plan en las condiciones estipuladas, tenemos para el valor actual de los fondos, como primera derivada respecto al interés:

$$\frac{dV_{IF}}{di} = \sum_{t=1}^S t * V^{t-1} * IF_t * (-1) \quad (14)$$

Como segunda derivada respecto al interés:

$$\frac{d^2 V_{IF}}{di^2} = \sum_{t=1}^S t * (t + 1) * V^{t+2} * IF_t \quad (15)$$

Procediendo de igual forma para los pagos del plan de pensiones.

Con lo deducido hasta aquí por Redington, se pueden realizar las siguientes matizaciones:

- a) Existe un número infinito de soluciones para las dos ecuaciones determinadas (primera y segunda derivada).
- b) Los ingresos del fondo debido a los dividendos y cupones de los títulos, no representan un tipo de interés particular, sino únicamente ingresos que se producen en el fondo.
- c) Estas ecuaciones definen la posición de ambos parámetros: el plan a través de sus pagos probables, y el fondo en un momento determinado de tiempo. Sus soluciones pueden cambiar continuamente, por lo que es necesario un proceso temporal de ajuste.
- d) La solución de la ecuación depende del tanto de interés que se utilice en el momento de la valoración.
- e) Cambios que se produzcan en la constitución del fondo o en el plan, afectan inevitablemente a la solución del sistema de ecuaciones, por lo que continuos cambios requerirán ajustes periódicos en la cartera de inversiones y viceversa.
- f) Para un fondo de pensiones de un colectivo cerrado, existe una solución teórica, particular al sistema de ecuaciones y consiste en hacer coincidir perfectamente los flujos del fondo con los flujos del plan. Esta solución convierte todos los términos del desarrollo de Taylor en valores nulos, siendo por tanto inmune a los cambios que se produzcan por el interés. Este caso se le denomina "Convergencia Absoluta en los Plazos"⁽²⁸⁾.

Sobre esta solución intuitiva de Redington se han aplicado multitud de estrategias para inmunizar un plan y un fondo de pensiones. Muchas de ellas no tienen en cuenta la finalidad primordial del plan, que es la de definir unas

²⁸ WISE, A.J. (1.984). *The Matching of Assets to Liabilities*, publicado en el Journal of the Institute of Actuaries, Vol. 111. London.

En el citado artículo lo denomina *Absolute Matching*.

¿ Es posible una estrategia inmunizadora en los planes de pensiones de ...

prestaciones económicas sociales a abonar a partícipes una vez ocurrida una contingencia.

Para realizar un estudio comparativo en el caso que contemplamos, consideramos los siguientes 10 títulos expuestos en el cuadro siguiente donde se especifican los flujos económicos parciales que se obtiene por cada título.

CUPON										
Ci =	5,00%	6,00%	7,00%	8,00%	9,00%	8,50%	8,00%	7,00%	6,00%	5,00%
NOMINAL										
C =	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
COTIZACION										
COT =	98,13%	98,19%	100,00%	103,39%	109,70%	107,15%	105,39%	100,00%	93,48%	82,80%
FLUJOS INTERMEDIOS (IF)										
t	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀
1	10.500	600	0	800	0	850	800	0	600	0
2		10.600	0	800	0	850	800	0	600	0
3			12.250	800	0	850	800	0	600	0
4				10.800	0	850	800	0	600	0
5					15.386	850	800	0	600	0
6						10.850	800	0	600	0
7							10.800	0	600	0
8								17.182	600	0
9									10.600	0
10										16.289

5.1. Congruencia Absoluta (Cash-flow Matching o Absolute Matching)

Es un modelo excesivamente restrictivo donde se considera un programa lineal de w variables y con $s+2$ restricciones. Nuestra función objetivo puede ser doble. Por una parte, dado el tamaño de la cartera de títulos (F_t), consistirá en encontrar aquella distribución de títulos que para una rentabilidad dada ⁽²⁹⁾ consiga que:

- a.1.- Para cada periodo se obtengan los suficientes flujos de forma que se pueda hacer frente a todos y cada uno de los pagos a realizar, no sólo en cuantía sino también en tiempo:

$$\begin{aligned}
 IF_1^1 * n_1 + IF_2^1 * n_2 + \dots + IF_w^1 * n_w &= LPM_1 \\
 IF_1^2 * n_1 + IF_2^2 * n_2 + \dots + IF_w^2 * n_w &= LPM_2 \\
 &\dots \\
 IF_1^s * n_1 + IF_2^s * n_2 + \dots + IF_w^s * n_w &= LPM_s
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

IF_j^t : Flujo económico producido por el título j -ésimo en el periodo t -ésimo.

Nótese que en esta restricción no aparecen los precios de los títulos. Un fondo debe concentrarse únicamente en los flujos y aunque varíen los precios de los títulos a lo largo de los años, está garantizada la integridad del fondo siempre que los flujos sean completos y puntuales.

- a.2.- Se invierte la totalidad del fondo:

$$n_1 + n_2 + \dots + n_w = 1$$

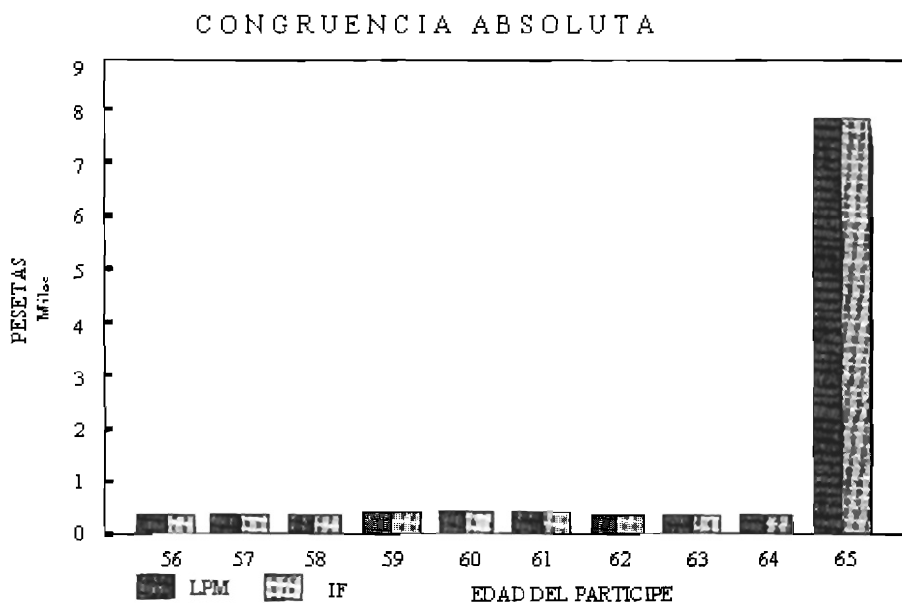
- a.3.- No se pide ninguna cuantía a préstamo, luego la proporción de cada título en la cartera será positiva o nula.

$$\forall n_j \geq 0 \quad j=1,2,\dots,w$$

²⁹ CHRISTENSEN, Peter E. & FABOZZI, Frank J. (1.995). *Dedicated Bond Portfolios*, capítulo 43 del libro editado por FABOZZI, Frank J. y FABOZZI, T. Dessa *The Handbook of Fixed Income Securities*, Irwin Inc. New York.

Se deja la suficiente libertad como para que se especifique la lista de títulos candidatos en los que se puede invertir⁽³⁰⁾. Esta lista se determinará en base a criterios cualitativos como una clasificación, protección y primando el concepto básico de diversificación en las inversiones de los títulos⁽³¹⁾. A este modelo a optimizar también se le denomina de congruencia en los flujos intermedios⁽³²⁾ e implica unas restricciones muy fuertes en su desarrollo.

La proporción en títulos invertidos ($\%n_j$) que obtenemos para el partícipe inicialmente analizado son los siguientes:



³⁰ TILLEY, James A. (1980). *The Matching of Assets to Liabilities*, publicado en The Transactions of The Society of Actuaries, N° 32 Chicago.

³¹ HOISKA, Benti O. (1980). *Discussion Paper* publicado en el artículo citado de TILLEY, James A. *The Matching of Assets to Liabilities*, en The Transactions of The Society of Actuaries, N° 32. Chicago.

³² Denominado *cash-flow matching*.

¿ Es posible una estrategia inmunizadora en los planes de pensiones de ...

t	F_t	LPM_t^1	LPM_t^m	LPM_t^r	LPM_t^i	LPM_t	$\%n_j$	IF_t	IF_t-LPM_t
0	6.139.214	0	0	0	0	0	0	0	0
1	6.568.959	36.608	51.326	255.821	0	343.755	2,91%	343.755	0
2	7.028.787	42.743	59.164	270.434	0	372.341	3,44%	372.341	0
3	7.520.802	49.901	68.114	281.727	0	399.742	3,28%	399.742	0
4	8.047.258	58.237	78.472	291.036	0	427.745	4,40%	427.745	0
5	8.610.566	68.151	90.899	250.442	0	409.492	2,93%	409.492	0
6	9.213.305	79.606	105.367	232.802	0	417.775	4,61%	417.775	0
7	9.858.237	93.159	122.639	175.484	0	391.282	4,65%	391.282	0
8	10.548.313	108.900	142.855	135.478	0	387.233	2,89%	387.233	0
9	11.286.695	127.322	166.725	89.110	0	383.157	4,91%	383.157	0
10	12.076.764	143.743	195.264	0	7.577.323	7.916.330	65,99%	7.916.330	0

5.2. Congruencia Positiva (Duration Matching o Positive Matching)

Nuestro objetivo tal vez quede mejor definido adecuando el plazo medio de los pagos previstos en el plan con el plazo medio de los ingresos a obtener previstos en el fondo de pensiones, a través de un concepto básico en la teoría de la inmunización financiera, para evitar el riesgo de las variaciones del tipo de interés. Habida cuenta de que periódicamente se deben realizar regularizaciones de la cartera de títulos, al igual que hay que realizarlo con las obligaciones del plan, para que pueda seguir manteniéndose un equilibrio a largo plazo.

Nuestro objetivo va a ser el mismo que el expuesto en el apartado anterior, el de la congruencia absoluta, teniendo en cuenta que:

- b.1.- La duración de los pagos del plan de pensiones ha de ser igual a la duración de la cartera de títulos en los que se ha de invertir.

$$D_{LPM} = D_1 * n_1 + D_2 * n_2 + \dots + D_w * n_w \quad (17)$$

- b.2.- Se invierte la totalidad del fondo:

$$n_1 + n_2 + \dots + n_w = 1$$

- b.3.- No se pide ninguna cuantía a préstamo, luego la proporción de cada título en la cartera será positiva o nula.

$$\forall n_j \geq 0 \quad j=1,2,\dots,w$$

Este modelo es válido para pequeñas variaciones en el tipo de interés, pero a largo plazo las variaciones del tipo de interés del mercado pueden ser mayores y se ha de incorporar una restricción adicional que consistiría en que la variación afecte siempre positivamente a la cartera de títulos, de forma que se obtengan los suficientes recursos como para hacer frente a los pagos del plan, en cantidad y tiempo. Esta restricción vendría dada como:

- b.4.- Bajo el supuesto de que el cambio en el tipo de interés sea amplio, se introduce como restricción que la convexidad de la cartera de títulos sea superior a la convexidad de los pagos del plan.

¿ Es posible una estrategia inmunizadora en los planes de pensiones de ...

$$CX_{LPM} \leq CX_1 * n_1 + CX_2 * n_2 + \dots + CX_w * n_w \quad (18)$$

siendo CX la convexidad.

Mediante programas de optimización podemos encontrar soluciones válidas a nuestro problema, dándose libertad a la preferencia inversora a través de restricciones adicionales que se puedan incorporar en este modelo de optimización, así como a las restricciones de inversión de títulos legalmente establecidas.

t	%n _t	IF _t	LPM	IF _t - LPM _t
0	-	-	-	-
1	9,55%	769.517	343.755	425.762
2	11,73%	873.895	372.341	501.554
3	0,15%	121.960	399.742	-277.782
4	4,16%	365.655	427.745	-62.090
5	0,85%	170.485	409.492	-239.007
6	2,64%	252.283	417.775	-165.492
7	3,17%	270.802	391.282	-120.480
8	28,92%	3.111.347	387.233	2.724.114
9	16,51%	1.074.121	383.157	690.964
10	22,33%	2.232.607	7.916.330	-5.683.723

Si en vez de los títulos contemplados en nuestro ejemplo, tuviésemos la posibilidad de poder elegir entre un mayor número de títulos, incluiríamos como función objetivo el obtener aquella cartera de títulos con menor coste, bajo las premisas anteriores (siendo p_j el precio del título j-ésimo):

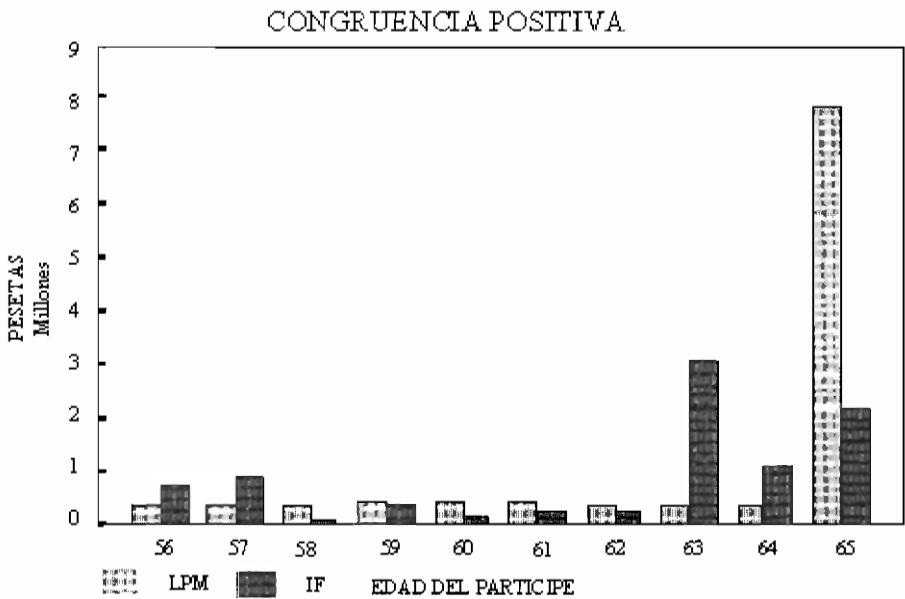
$$\text{Min}\{p_1 n_1 + p_2 n_2 + \dots + p_w n_w\} \quad (19)$$

Como variación a este modelo y siguiendo a Elton & Gruber⁽³³⁾ y Rama Kocherlakota y otros⁽³⁴⁾, se puede establecer otra función objetivo, pero con las

³³ ELTON, Edwin J. & GRUBER, Martin J. (1.991), *Modern Portfolio Theory*. John Wiley & Sons, Inc. (4ª edición), New York.

mismas restricciones que las apuntadas anteriormente. La diferencia con el modelo anterior, reside en considerar en la función objetivo el valor actual de la cartera de títulos respecto al valor actual de cada título (V_0^j), en la proporción en la que se invierte dentro de la cartera y valorado al tipo de interés de mercado:

$$\text{Min } \{V_{IF} = V_0^1 n_1 + V_0^2 n_2 + \dots + V_0^w n_w\} \quad (20)$$

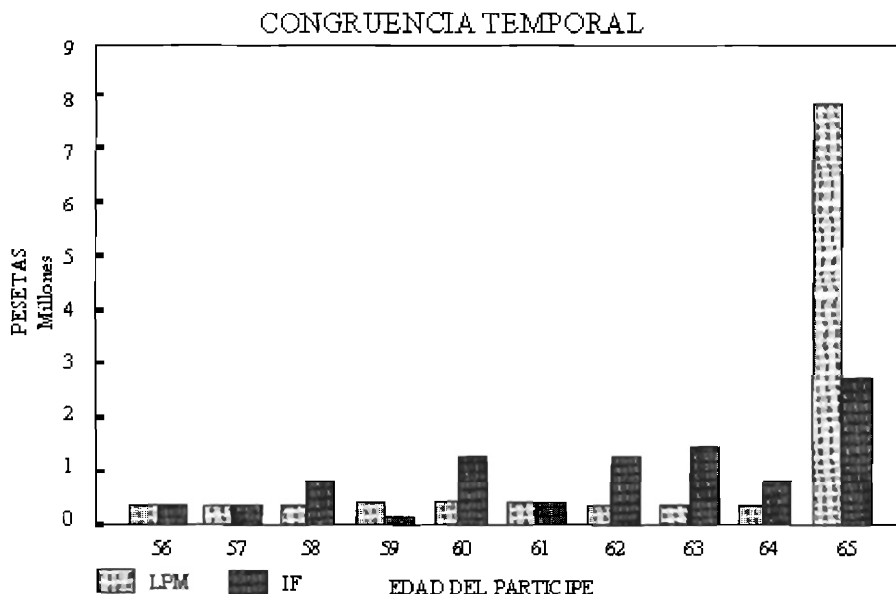


5.3. Congruencia Temporal (Horizon Matching)

Mezcla de las dos estrategias anteriores, consiste en determinar un horizonte temporal en el que se realiza una congruencia absoluta (2 años en nuestro

³⁴ KOCHERLAKOTA, Rama; ROSENBLOOM, E.S. & SHIW, Elias S.W. (1.988). *Algorithms for Cash-flow Matching*. Publicado en The Transactions of the Society of Actuaries, Vol. XL, part I. Chicag

ejemplo) y adicionalmente basarse en la duración para obtener una congruencia a mayor plazo.



c.1. Para los flujos intermedios de los dos primeros años tendríamos:

$$\begin{aligned}
 IF_1^1 * n_1 + IF_2^1 * n_2 + \dots + IF_w^1 * n_w &= LPM_1 \\
 IF_1^2 * n_1 + IF_2^2 * n_2 + \dots + IF_w^2 * n_w &= LPM_2
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Adicionalmente, contemplamos que los flujos medios a largo plazo a obtener en el fondo tengan la misma duración que los pagos a realizar en nuestro plan de aportación definida. Esto es:

$$D_{LPM} = D_1 * n_1 + D_2 * n_2 + \dots + D_w * n_w
 \tag{22}$$

c.2. Se invierte la totalidad del fondo:

$$n_1 + n_2 + \dots + n_w = 1$$

c.3. No se pide ninguna cuantía a préstamo, luego la proporción de cada título en la cartera será positiva o nula.

$$\forall n_j \geq 0$$

$$j=1,2,\dots,w$$

Como proporción de títulos invertidos ($\%n_j$), resulta,

t	$\%n_j$	IE	LPM	IE-LPM
0	-	-	-	-
1	2,549%	343.755	343.755	0
2	3,135%	372.341	372.341	0
3	8,406%	796.739	399.742	396.997
4	0,000%	164.567	427.745	-263.178
5	12,658%	1.254.472	409.492	844.980
6	5,671%	489.486	417.775	71.711
7	19,731%	1.286.279	391.282	894.997
8	13,744%	1.494.766	387.233	1.107.533
9	11,414%	794.523	383.157	411.366
10	22.691%	2.740.367	7.916.330	-5.175.963

6. CONCLUSIONES

A medida que los planes de pensiones de aportación definida entren en un proceso de maduración, será conveniente estructurar la cartera de inversiones del fondo correspondiente, intentando dar cobertura a las posibles prestaciones a abonar.

Ante este hecho, la congruencia absoluta en los plazos permitirá la más adecuada política inversora, al evitar excesos monetarios en los pagos que se producirían al utilizar cualquiera de las otras dos estrategias apuntadas a través del parámetro duración.

Sin embargo la necesidad de realizar ajustes, al menos anualmente, debido a que la duración de una cartera de títulos se modifica con el paso del tiempo, nos permitiría utilizar cualquiera de esas dos estrategias.

Adicionalmente y visto el carácter acumulador actual de estos fondos de pensiones, se podría contemplar una congruencia temporal y proceder a invertir los excesos monetarios a través de una gestión activa de títulos, como indica M. L. Leibowitz⁽³⁵⁾, a través de una inmunización contingente.

No obstante lo anterior, encontramos como dificultades para la implantación de cualquiera de las estrategias inmunizadoras, las siguientes:

- Mala calidad de datos biométricos.
Existe la necesidad de dotar de datos las cuentas de los partícipes de los planes de pensiones de aportación definida.
- Inexistencia de tablas actuariales.
Para determinadas contingencias contempladas en el reglamento de los planes de aportación definida (rotación) sería deseable la obtención de tablas actuariales acordes con la experiencia propia de cada entidad, para determinar con mayor exactitud los movimientos probables de los flujos económicos de sus partícipes, sobre todo en lo referente a la movilidad de los derechos adquiridos a otro fondo de pensiones.
- Desarrollo del mercado de títulos.
Con el fin de poder extender esta teoría más allá de los pagos anuales en forma de capital único, sería deseable la existencia de títulos a variados vencimientos mensuales en plazos bastante extensos (20 años o más). En su defecto, se podrían aplicar aproximaciones actuariales para determinar congruencias a largo plazo, como las expuestas por Howard L. Slaney⁽³⁶⁾.

³⁵ LEIBOWITZ, Martin L. (1.986). *The Dedicated Bond Portfolio in Pension Funds, Part I: Motivations and Basics*, publicado en *The Financial Analysts Journal* de Enero-Febrero. Virginia.

LEIBOWITZ, Martin L. (1.986). *The Dedicated Bond Portfolio in Pension Funds. Part II: Immunization, Horizon Matching and Contingent Procedures*, publicado en *The Financial Analysts Journal* de Marzo-Abril. Virginia.

³⁶ SLANEY, Howard L. (1.995) *An Investment Actuary's Approach to ALM*, publicado en *Actuarial Research Clearing House (ARCH)*, 1995.2. The Society of Actuaries. Chicago.

No obstante lo anterior, creemos que debe existir una amplia comunicación entre el actuario y el gestor de inversiones, no sólo en los planes actuariales o de prestación definida, sino también en los planes financieros o de aportación definida, con el fin de determinar los objetivos de las inversiones de los fondos, de cuyo resultado saldrá beneficiado el partícipe del plan.

7. BIBLIOGRAFIA

- *Ley de Planes y Fondos de Pensiones* de 8 de junio de 1.987. Boletín Oficial del Estado del 9 de Junio de 1.987.
- *Reglamento de Planes y Fondos de Pensiones*. Real Decreto 1.307/88. Boletín Oficial del Estado de 2 de noviembre de 1.988.
- CHRISTENSEN, PETER E. y FABOZZI, FRANK J. (1.995) *Dedicated Bond Portfolios*, capítulo 43 del libro editado por FABOZZI, FRANK J. y FABOZZI, T. DESSA *The Handbook of Fixed Income Securities*, Irwin Inc. New York.
- DE LA PEÑA, J. IÑAKI (1.996). *Algunas aportaciones actuariales para la congruencia de los fondos de pensiones ante las expectativas por obligaciones del plan*. Tesis doctoral. Bilbao
- ELTON, EDWIN J. y GRUBER, MARTIN J. (1.991). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. John Wiley & Sons, Inc. (4ª edición), New York.
- FELLOWS, D.E. (1.981). *Pension Funds Liabilities and Asset Matching*, publicado en *The Journal of the Institute of Actuaries*, 108, London.
- KOCHERLAKOTA, RAMA ; ROSENBLUM, E.S. y SHIW, ELIAS S.W. (1.988). *Algorithms for Cash-flow matching*. *The Transactions of the Society of Actuaries*, Vol XL, part. I, Chicago.
- LEIBOWITZ, Martin L. (1.986). *The Dedicated Bond Portfolio in Pension Funds, Part I: Motivations and Basics*, publicado en *The Financial Analysts Journal* de Enero-Febrero. Virginia.
- LEIBOWITZ, Martin L. (1.986). *The Dedicated Bond Portfolio in Pension Funds. Part II: Immunization, Horizon Matching and Contingent Procedures*, publicado en *The Financial Analysts Journal* de Marzo-Abril. Virginia.
- MANSFIELD, CLAY B. & CUNNINGHAM, TIMOTHY W. (1.993). *Pension Funds : a common sense guide to a common goal*. Ed. Irwin. Illinois.
- MORENO ROYES, FRANCISCO; SANTIADRIAN ALEGRE, JESUS y FERRANDO PIÑOL, ALBERTO (1.988). *Los Planes y Fondos de*