

AMORTIZACIÓN DEL DÉFICIT EN LA EXTERIORIZACIÓN DE COMPROMISOS POR PENSIONES PARA UN PLAN DE PRESTACIÓN DEFINIDA

J. Iñaki De La Peña Esteban⁽¹⁾
Instituto de Estudios Financiero - Actuariales

RESUMEN

El Real Decreto 1588/1999, de 15 de octubre obliga a las empresas que tengan compromisos por pensiones privadas asumidos en su balance a la exteriorización de éstos a través de seguros colectivos o planes de pensiones de empleo. El proceso de trasvase de capitales no será inmediato y en muchos casos se deberá amortizar un déficit existente entre los fondos constituidos y el valor de tales compromisos. Ante lo anterior, es de recibo proceder a plantear una refinanciación del déficit de los compromisos asumidos y no respaldados económicamente. Es en este punto donde centramos nuestro trabajo al analizar los modelos financiero - actuariales que permiten la exteriorización de esos compromisos y que dotan y reducen gradualmente ese déficit inicial en los planes de pensiones de prestación definida. Analizamos las características fundamentales del proceso de exteriorización, así como la determinación del déficit inicial o provisión matemática inconstituida, para pasar a una descripción de los modelos generales que permiten una exteriorización gradual. La elección final del modelo de refinanciación, no obstante, dependerá de las especificaciones de cada plan de pensiones, de las decisiones que la propia Comisión de Control tome y de la situación económica de la propia empresa

¹ Profesor Titular de la Universidad del País Vasco. Email: efppeesi@bs.ehu.es

PALABRAS CLAVE

Planes y Fondos de Pensiones; Exteriorización; Planes de reequilibrio; Equivalencia dinámica.

1. INTRODUCCIÓN

Las últimas disposiciones en materia de seguros y pensiones⁽²⁾ establecen que los compromisos que la empresa tenga para con sus trabajadores, tanto activos como jubilados o beneficiarios, deben instrumentalizarse mediante planes de pensiones o contratos de seguro, no siendo admisible su cobertura a través de fondos internos o instrumentos similares que supongan el mantenimiento por parte de la empresa de la titularidad de los recursos afectos a esas prestaciones.

Especial mención se realiza en el Real Decreto 1588/1999, de 15 de octubre, por el que se aprueba el Reglamento de instrumentalización de los compromisos por pensiones de las empresas con los trabajadores y beneficiarios. Este Real Decreto, también conocido como de exteriorización de los compromisos por pensiones, permite cumplir los siguientes dos objetivos:

1. Proteger los compromisos de las empresas para con sus trabajadores y beneficiarios en el caso de que la empresa tenga dificultades financieras.

² Ley 66/1997, de 30 de diciembre, de Medidas Fiscales, Administrativas y del Orden Social, Ley 40/1998, de 8 de diciembre, del Impuesto de la Renta de las Personas Físicas y Otras Normas Tributarias, Ley 5/1998, de 30 de diciembre, de Medidas Fiscales, Administrativas y del Orden Social, que modificaron la Ley 30/1995, de 8 de noviembre, de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados, con el fin de dar cumplimiento a la Directiva 80/987/CEE relativa a la protección de los trabajadores asalariados en caso de insolvencia del empresario. Todo ello regulado en el Real Decreto 1588/1999, de 15 de octubre, sobre el Reglamento de instrumentalización de los compromisos por pensiones de las empresas con los trabajadores y beneficiarios.

2. Liberar recursos y concentrarse en la actividad propia e intrínseca de la propia empresa al exteriorizar los compromisos fuera del balance de la propia empresa.

Prácticamente va a suponer una especialización en la gestión de los recursos que garantizan los compromisos asumidos por la normativa en la empresa. Esta gestión especializada puede y debe suponer un menor coste a la hora de financiar y atender a esos compromisos, potenciando un ahorro a medio y largo plazo, buscando una reducción de costes financieros en las inversiones empresariales.

A pesar de la extensión de este Real Decreto a las empresas con compromisos debido a sus normativas laborales, existe la excepción expresa para aquellas entidades del sector financiero y asegurador, habida cuenta que estas entidades son especialistas en esta materia y su actividad principal radica precisamente en la administración y gestión de los fondos para cobertura de riesgos.

El proceso de exteriorización puede ser inmediato, si bien suele ser normal que exista algún desfase económico entre la valoración económica de esos compromisos adquiridos por la empresa con los fondos monetarios realmente constituidos y que garantizan esos compromisos. Esto es, se produce un déficit monetario inicial.

Para compensar dicho déficit es necesario proceder a definir planes de refinanciación o reequilibrio que permitan una dotación gradual del déficit económico localizado en el momento en el que se decida esa exteriorización de los compromisos por pensiones.

Es en este punto donde centramos nuestro trabajo al analizar los modelos financiero - actuariales que permiten la exteriorización de esos compromisos y que dotan y reducen gradualmente ese déficit inicial a través de los planes de pensiones de prestación definida. En los siguientes epígrafes analizamos las características fundamentales del proceso de exteriorización, así como la determinación del déficit inicial o provisión matemática inconstituida, para pasar a una descripción de los modelos generales que permiten una exteriorización gradual. La elección final del modelo de

refinanciación, no obstante, dependerá de las especificaciones de cada plan de pensiones, de las decisiones que la propia Comisión de Control tome y de la situación económica de la propia empresa que, al fin y al cabo, tiene asumidos esos compromisos en su balance y, dependiendo de su actividad habitual, debe dotar los suficientes recursos económicos como para garantizar, en un plazo más o menos largo, esos compromisos asumidos.

2. LA EXTERIORIZACIÓN

Afecta a los compromisos que haya asumido la empresa para con su personal activo, incluyendo así mismo, los compromisos que mantenga la empresa para con sus trabajadores cuya relación laboral ya se haya extinguido, afectando por tanto a los jubilados y beneficiarios de esas prestaciones en la empresa.

Estos compromisos están derivados por obligaciones legales, contractuales, etc. recogidas en el Convenio Colectivo o disposición laboral equivalente y cuyo objeto sea el de realizar aportaciones o el de otorgar prestaciones dinerarias relativas a las contingencias de jubilación, fallecimiento e invalidez.

Para la realización de un plan de refinanciación se deberá inicialmente determinar el importe de los derechos económicos por los servicios pasados y realizados en la empresa y que correspondan a los compromisos por pensiones tanto del personal activo en el momento de la refinanciación, como de los pasivos (jubilados y beneficiarios de prestaciones de fallecimiento e invalidez). Este importe viene determinado por la provisión matemática o importe económico ideal que debiera estar acumulado para financiar estos derechos y representa el valor actuarial de las pensiones futuras a abonar en base a unas hipótesis técnicas futuras.

Los compromisos adquiridos suelen ser de dos tipos:

- a) Los derivados de pensiones vinculadas a la contingencia de jubilación, invalidez y fallecimiento asumidos por la empresa para con sus trabajadores activos en el momento de la exteriorización.
- b) Las obligaciones contraídas por la empresa para con el personal que se encuentra jubilado o sea beneficiario de alguna de las prestaciones contempladas en el momento de la exteriorización.

Tras la determinación de la provisión matemática se analiza el importe económico realmente existente, saldo o fondo constituido, que pueda garantizar esos derechos económicos y con la comparación entre ambas magnitudes resulta, en su caso, el déficit o superávit.

El plan de refinanciación o de reequilibrio implica un trasvase de los fondos constituidos a un plan de pensiones independiente de la titularidad de la empresa e implica un modelo financiero - actuarial de amortización del déficit inicialmente existente en el caso de que el fondo realmente acumulado no alcance el nivel de la provisión matemática y a un plazo de tiempo prefijado.

En este trabajo nos centramos en el análisis particularizado de la amortización del déficit inicial que pueda existir en el caso de que el fondo realmente acumulado a una fecha t_a (F_{t_a}) sea inferior a la provisión matemática (PM_{t_a}) que debiera estar dotada en esa fecha t_a .

3. CARACTERÍSTICAS DE LA REFINANCIACIÓN

3.1. El Problema

La existencia de un déficit inicial implica que con el importe económico realmente acumulado en la empresa no se dispone de la garantía financiera suficiente como para abonar las prestaciones prometidas por normativa laboral (Convenio Colectivo, contrato o pacto). Este déficit se ha de imputar individualmente a cada miembro del colectivo y si existiesen jubilados o beneficiarios con un fondo inconstituido, se ha de

cubrir inicialmente dicha insolvencia para posteriormente determinar el verdadero déficit que corresponde a cada trabajador activo.

El trasvase del fondo interno de la empresa a un plan externo se debe realizar en un plazo máximo de 15 años y el déficit inicial que existiera puede llegar a amortizarse hasta en 15 años desde la puesta en marcha del plan de exteriorización⁽³⁾, si bien deben darse los siguientes requisitos:

1. Al llegar a la mitad del periodo de amortización, al menos se ha de haber amortizado la mitad del déficit.
2. Cada año se ha de amortizar al menos el 5% del déficit inicial

Estos requisitos son de una importancia vital al indicarnos las características mínimas que deben cumplir los modelos financiero-actuariales de refinanciación del déficit por los compromisos a exteriorizar.

3.2. La Base Técnica

Con el fin de proceder a la valoración de los compromisos por pensiones y a su refinanciación futura, se debe proceder a definir un conjunto de índices y parámetros que nos permitan valorar los capitales afectos a personas en el tiempo. De esta forma, se calculará la provisión matemática a la fecha de reequilibrio (PM_{t_a}) que nos determinará el importe de derechos pasados reconocidos en la entidad en base a hipótesis demográficas (tablas de supervivencia, mortalidad e invalidez), hipótesis económico-financieras (IPC, incrementos salariales, de las pensiones, el tipo de interés técnico, etc.).

El sistema de capitalización empleado ha de ser el de capitalización actuarial individual y en base al método prospectivo. Si los modelos son

³ Las entidades y empresas públicas disponen de un plazo superior, pudiendo alcanzar los 25 años.

actuariales y concretamente para los modelos de prestaciones acumuladas, la prestación acreditada cada año ha de ser superior a la acreditada en el año precedente, y si se basa en los modelos de prestaciones proyectadas, los costes anuales no pueden disminuir en los años futuros.

4. EL DÉFICIT: LA PROVISION MATEMATICA INCONSTITUIDA

4.1. Definición

La provisión matemática inconstituida del plan de pensiones (PMI_{t_a}) consiste en *aquella cuantía monetaria no garantizada por el fondo de pensiones constituido sobre la provisión matemática que ha de estar acumulada a una fecha de valoración.*

Para todo el colectivo, la provisión matemática inconstituida en una fecha determinada viene como:

$$PMI_{t_a} = PM_{t_a} - F_{t_a}$$

siendo

$$PMI_{t_a} = \sum_{h=x}^z PMI_{h_a} = \sum_{h=x}^z PM_{h_a} - \sum_{h=x}^z F_{h_a}$$

Para un partícipe de edad x_a la denotamos como:

$$PMI_{x_a} = PM_{x_a} - F_{x_a}$$

El valor positivo de la provisión matemática inconstituida nos indica la existencia de prestaciones económicas prometidas no garantizadas económicamente por el fondo de pensiones. Esta diferencia nos indica la inadecuada dotación del fondo que está integrado por las cuotas de aportación realizadas hasta la fecha, intentando obtener la mayor

rentabilidad posible. Un fondo escaso no garantiza la provisión matemática, conllevando la falta de garantías económicas para percibir las prestaciones prometidas.

4.2. Excedente o *Surplus*⁽⁴⁾

Sin embargo un valor negativo de esta provisión matemática inconstituida nos indica la existencia de un excedente monetario en las garantías económicas sobre la provisión matemática de las prestaciones que estamos garantizando. Esta cuantía implica además la posibilidad de una mayor prestación a otorgar a los partícipes del plan o una menor aportación a realizar al fondo.

Una vez que el plan está totalmente respaldado por el fondo, se cumple que el valor del fondo es igual al valor de las provisiones matemáticas:

$$F_{t_a} = PM_{t_a}$$

Si el valor financiero del fondo excede notablemente al valor actuarial de las provisiones matemáticas, normalmente es preferible continuar con el método de coste elegido hasta que los excesos se eliminen, donde una vez corregida la provisión matemática pendiente, se pueden generar los suficientes recursos como para obtener excedentes monetarios o *surplus* durante varios años consecutivos. Si éstos continúan, puede darse una rectificación del plan, a través de una menor aportación o una mayor prestación a otorgar, en el caso de seguir con el actual ritmo de aportaciones. Este excedente o beneficio se puede repartir entre los partícipes del plan o tenerlo en el fondo de pensiones como remanente ante posibles desviaciones futuras⁽⁵⁾.

⁴ Este excedente es, tal vez más conocido en la literatura anglosajona como *surplus*.

⁵ FELLOWS, D. E. (1.981). *Pension Funds Liabilities and Asset Matching*, publicado en The Journal of the Institute of Actuaries N° 108. London.

5. LA REFINANCIACIÓN DE LA PROVISIÓN MATEMÁTICA INCONSTITUIDA

Teóricamente el fondo y la provisión matemática deben ser iguales. Sin embargo, en el proceso de exteriorización que estamos planteando es muy probable que el fondo constituido en la empresa sea inferior a la provisión matemática que deba estar acumulada, por lo que sería necesario rebalancear o enmendar tales deficiencias. A la diferencia de la provisión matemática frente al fondo lo hemos denominado provisión matemática inconstituida y lo que vamos a intentar en este punto es describir modelos que amorticen esa diferencia entre los valores de la provisión matemática y el fondo acumulado.

La provisión matemática inconstituida en una fecha dada viene determinada como ya ha sido especificado por la cuantía económica no garantizada sobre la provisión matemática. En caso de no subsanar esta provisión, anualmente sufrirá un incremento. Este vendrá dado por la diferencia entre la provisión matemática inconstituida al final del año y la que se espera obtener en base a un desarrollo normal de las hipótesis del plan:

$$\Delta PMI_{t_a} = PMI_{t_a+1} - E(PMI)_{t_a+1}$$

Donde esta última, a su vez, será la diferencia entre la provisión matemática esperada y el fondo esperado:

$$E(PMI)_{t_a+1} = E(PM)_{t_a+1} - E(F)_{t_a+1}$$

siendo,

$$E(PM)_{t_a+1} = \left(PM_{t_a} + \sum_{h=x}^z CA_{h_a} - \sum_{h=x}^z B_{h_a} \right) \cdot (1+i)$$

y

$$E(F)_{t_a+1} = \left(F_{t_a} + \sum_{h=x}^z CA_{h_a}' - \sum_{h=x}^z B_{h_a} \right) \cdot (1+i)$$

donde:

$\sum_{h=x}^z CA_{h_a}$ = El sumatorio de las cuotas de aportación correspondientes a los trabajadores activos, desde la edad h hasta la z .

$\sum_{h=x}^z B_{h_a}$ = El sumatorio de las prestaciones abonadas a los beneficiarios, desde la edad h hasta la z .

Si se abonase como cuota de aportación un término adicional I_{t_a} destinado a evitar el incremento de la provisión matemática inconstituida, ésta tomaría un valor nulo y la provisión matemática inconstituida sería la del principio del año:

$$\Delta PMI_{t_a} = 0 = PMI_{t_a} - (PMI_{t_a} - I_{t_a}) \cdot (1 + i)$$

luego esta cuota tomaría un valor de,

$$I_{t_a} = \frac{i \cdot PMI_{t_a}}{(1 + i)}$$

Por lo tanto, para evitar el incremento de la provisión matemática inconstituida, en el plan de previsión se debe aportar un término en concepto de los intereses que genera esta provisión no acumulada, tal y como nos indica el Real Decreto sobre exteriorización en su artículo 14, punto 2, segundo párrafo, donde las aportaciones se destinarán en primer lugar a compensar los intereses devengados.

Sin embargo, lo que se pretende en el plan y fondo de previsión no es tan sólo el mantener un nivel de provisión matemática no garantizada, sino que realmente se pretende reducirla a través de aportaciones adicionales. Estas aportaciones pueden considerarse dependientes o independientes de los modelos de coste descritos y empleados en un plan de pensiones de prestación definida.

6. MODELOS EXTERNOS

6.1. Definición

Los modelos externos⁽⁶⁾ que tienden a la amortización de la provisión matemática inconstituida, son aquellos que no tienen ninguna relación con los modelos de distribución de coste de los partícipes del plan. Estos modelos pueden emplearse con todos aquellos métodos de coste y tal vez sean los más ampliamente empleados como coste suplementario en los planes de las entidades que se hacen cargo íntegramente de las prestaciones del plan.

Como se ha indicado anteriormente, cada año la provisión matemática inconstituida se incrementa debido a los intereses, tal y como se incrementaría en una operación de préstamo. Para amortizar ésta, es necesario abonar no sólo el interés, sino una porción adicional al principio de cada periodo. El importe destinado a amortizarla puede ser de cualquier importe y a cualquier plazo. Sin embargo suele expresarse en un plazo finito de tiempo y de acuerdo a un proceso o submodelo predeterminado. Los más empleados son los de amortización constante, términos constantes y términos salariales.

6.2. Amortización constante⁽⁷⁾

Mediante este método externo se pretende amortizar la provisión matemática inconstituida a la fecha t_a . En este modelo la cuota suplementaria destinada a la amortización está compuesta por dos términos. El primero conducente a abonar los intereses (cuota de intereses) que genera la provisión matemática inconstituida a lo largo del periodo de referencia y el segundo (cuota de amortización: A_{t_a}) dedicado a reducir el importe de provisión inconstituida. Este último es igual en todo el periodo de referencia. Por tanto,

$$CS_{t_a} = I_{t_a} + A_{t_a}$$

⁶ Se les denomina métodos *explícitos*, *externos* o *independientes* de los modelos de distribución de coste del plan de previsión.

⁷ Conocido en inglés como *straight line method*.

donde todas las cuotas de amortización son de igual cuantía para todo el periodo de referencia (n años):

$$A_{t_a} = A_{t_a+1} = A_{t_a+2} = \dots = A_{t_a+n-1} = A$$

La provisión matemática inconstituida a amortizar es el resultado de la suma de todas las cuotas de amortización:

$$PMI_{t_a} = A_{t_a} + A_{t_a+1} + \dots + A_{t_a+n-1} = n \cdot A$$

siendo el importe de la cuota de amortización:

$$A = \frac{PMI_{t_a}}{n}$$

La cuota de intereses a abonar en un año k cualquiera será el resultado de abonar los intereses que genera la provisión pendiente de constituir (PMI_{t_a+k}), valorado al principio de dicho periodo:

$$I_{t_a+k} = \frac{i \cdot PMI_{t_a+k}}{(1+i)}$$

Al disminuir la provisión matemática inconstituida por efecto de las cuotas de amortización constantes, el importe de la provisión matemática pendiente de constituir en el periodo k -ésimo o en el año $k+1$ -ésimo toma un valor de:

$$PMI_{t_a+k} = PMI_{t_a} - (A_{t_a} + A_{t_a+1} + \dots + A_{t_a+k-1}) = PMI_{t_a} - k \cdot A$$

finalmente lo podemos indicar como,

$$PMI_{t_a+k} = PMI_{t_a} - k \cdot \frac{PMI_{t_a}}{n} = \frac{n-k}{n} \cdot PMI_{t_a}$$

La cuota de aportación suplementaria a abonar de forma prepagable al comienzo de cada año para el total del plan, vendrá determinada a una fecha cualquiera t_a+k o al principio del año t_a+k+1 como:

$$CS_{t_a+k} = I_{t_a+k} + A_{t_a+k} = \frac{i \cdot PMI_{t_a+k}}{(1+i)} + \frac{PMI_{t_a}}{n} = \frac{PMI_{t_a}}{n} \cdot \left[\frac{i}{(1+i)} \cdot (n-k) + 1 \right]$$

6.3. Términos constantes⁽⁸⁾

Un modelo alternativo y ampliamente empleado consiste en la amortización de la provisión matemática inconstituida a la fecha t_a a través de cuotas de aportación suplementarias constantes, donde con cada cuota de aportación se incluyen la cuota de interés del periodo correspondiente y la cuota de amortización destinada a reducir dicha provisión pendiente.

La cuota de aportación suplementaria se determina de la equivalencia financiera a la fecha t_a bajo el tipo de interés técnico empleado en el plan:

$$PMI_{t_a} = CS \cdot \ddot{a}_{n|i} = CS \cdot (1+i) \cdot \frac{1-v^n}{i}$$

siendo,

$\ddot{a}_{n|i}$ = Valor actual de una renta financiera temporal de n términos y prepagable.

v^n = Factor de actualización financiero de n periodos.

Una vez determinada la cuota de aportación suplementaria, se puede determinar para cualquier año el importe de provisión matemática

⁸ Conocido por su denominación inglesa de *constant dollar amortization method*.

pendiente de constituir, a través de un modelo prospectivo, esto es actualizando las cuotas constantes pendientes de abonar,

$$PMI_{t_a+k} = CS \cdot \ddot{a}_{n-k|i} = PMI_{t_a} \cdot a_{n|i}^{-1} \cdot a_{n-k|i}$$

O a través de un modelo retrospectivo, como balance entre el valor de la provisión matemática inconstituida y el valor final de las cuotas aportadas hasta dicha fecha:

$$\begin{aligned} PMI_{t_a+k} &= PMI_{t_a} \cdot (1+i)^k - CS \cdot \ddot{s}_{k|i} = \\ &= (PMI_{t_a+k-1} - CS_{t_a+k-1}) \cdot (1+i) \end{aligned}$$

$\ddot{s}_{k|i}$ = Valor final de una renta financiera prepagable y temporal de k términos.

Con lo anterior, podemos detallar los componentes de la cuota de aportación suplementaria constante bajo este método de amortización. La cuota de interés vendrá dada como:

$$I_{t_a+k} = \frac{i \cdot PMI_{t_a+k}}{(1+i)}$$

La cuota de amortización destinada a decrementar la provisión inconstituida seguirá la siguiente relación o ley de recurrencia con respecto de la cuota de amortización del periodo anterior:

$$A_{t_a+k} = A_{t_a+k-1} \cdot \left(1 + \frac{i}{1+i}\right) = A_{t_a} \cdot \left(1 + \frac{i}{1+i}\right)^k \quad (9)$$

⁹ Podemos encontrar una expresión que relacionen las cuotas de amortización de dos años consecutivos, planteando la estructura de la cuota suplementaria para esos dos años,

$$\begin{aligned} A_{t_a+k} &= CS - I_{t_a+k} \\ A_{t_a+k-1} &= CS - I_{t_a+k-1} \end{aligned}$$

6.4. Términos salariales⁽¹⁰⁾

Otro modelo externo que puede ser el más apropiado para aquellos planes de previsión basado en prestaciones o aportaciones dependientes del salario, es aquel que considera las cuotas suplementarias con un valor variable acorde al incremento experimentado por los salarios (is). Si éste lo hemos definido constante, las cuotas suplementarias variarán acorde a una ley geométrica:

$$CS_{t_a+k} = CS_{t_a+k-1} \cdot (I + is) = CS_{t_a} \cdot (I + is)^k$$

La cuota de aportación suplementaria del primer año se determina de la equivalencia financiera a la fecha t_a bajo el tipo de interés técnico del plan:

$$PMI_{t_a} = \ddot{A}(CS_{t_a}; I + is)_{n|i} = CS_{t_a} \cdot (I + i) \cdot \frac{I - v^n \cdot (I + is)^n}{i - is}$$

siendo,

$\ddot{A}(CS_{t_a}; I + is)_{n|i}$ = Valor actual de una renta financiera prepagable,

temporal de n términos y variable en progresión geométrica cuyo primer término es la cuota suplementaria a la fecha de inicio de la exteriorización y el incremento de ésta es el salarial (is).

Podemos obtener operando

$$\begin{aligned} A_{t_a+k} &= A_{t_a+k-1} + (I_{t_a+k-1} - I_{t_a+k}) = \\ &= A_{t_a+k-1} + \frac{i}{(I+i)} \cdot (PMI_{t_a+k-1} - PMI_{t_a+k}) = A_{t_a+k-1} \cdot \left(I + \frac{i}{(I+i)} \right) \end{aligned}$$

Lo cual demuestra que las cuotas de amortización varían acorde a una ley geométrica.

¹⁰ Conocido por su denominación inglesa de *constant percent amortization method*.

Una vez determinada la cuota de aportación suplementaria del primer año, se puede calcular cualquier cuota suplementaria futura, atendiendo a la ley de variación geométrica de éstas. Así mismo, se puede determinar para cualquier año el importe de provisión matemática pendiente de constituir, a través de un modelo prospectivo, esto es, actualizando las cuotas constantes pendientes de abonar,

$$PMI_{t_a+k} = \ddot{A}(CS_{t_a+k}; I + is)_{\overline{n-k}|i} = PMI_{t_a} \cdot \frac{I - v^{n-k} \cdot (I + is)^{n-k}}{I - v^n \cdot (I + is)^n}$$

O a través de un modelo retrospectivo, como balance de la operación de financiación entre el valor de la provisión matemática inconstituida y el valor final de las cuotas aportadas hasta dicha fecha:

$$\begin{aligned} PMI_{t_a+k} &= PMI_{t_a} \cdot (I + i)^k - \ddot{S}(CS_{t_a}; I + is)_{\overline{k}|i} = \\ &= (PMI_{t_a+k-1} - CS_{t_a+k-1}) \cdot (I + i) \end{aligned}$$

Con lo anterior, podemos detallar los componentes de la cuota de aportación suplementaria en una fecha intermedia bajo este método de amortización. La cuota de interés vendrá dada como:

$$I_{t_a+k} = \frac{i \cdot PMI_{t_a+k}}{(1 + i)}$$

La cuota de amortización destinada a decrementar la provisión inconstituida:

$$A_{t_a+k} = A_{t_a+k-1} \cdot \left(1 + \frac{i}{1 + i}\right) + CS_{t_a+k-1} \cdot is \quad (11)$$

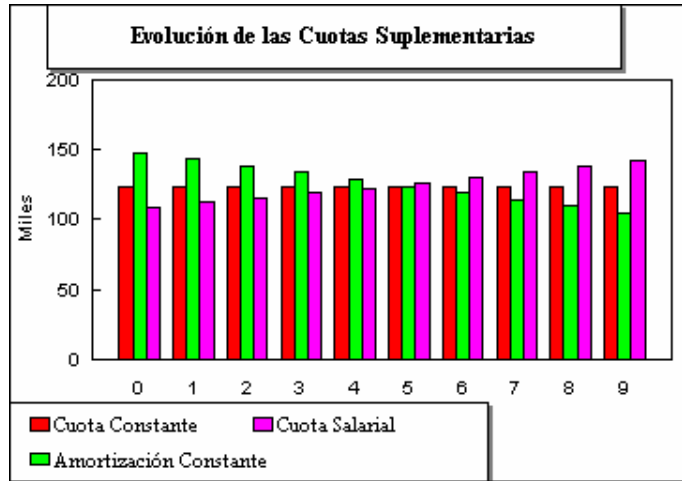
¹¹ Podemos encontrar una expresión que nos relacione las cuotas de amortización de dos años consecutivos, planteando la estructura de la cuota suplementaria para esos dos años,

$$A_{t_a+k} = CS_{t_a+k} - I_{t_a+k} = CS_{t_a+k-1} \cdot (1 + is) - I_{t_a+k}$$

En función de la primera cuota suplementaria,

$$A_{t_a+k} = A_{t_a+k-1} \cdot \left(1 + \frac{i}{1+i}\right) + CS_{t_a} \cdot (1+is)^{k-1} \cdot is$$

Si comparamos todos los métodos externos para una misma cantidad a amortizar y para el mismo plazo temporal, observamos que las cuotas son diferentes en cada modelo, acorde a la definición dada para cada uno de ellos.

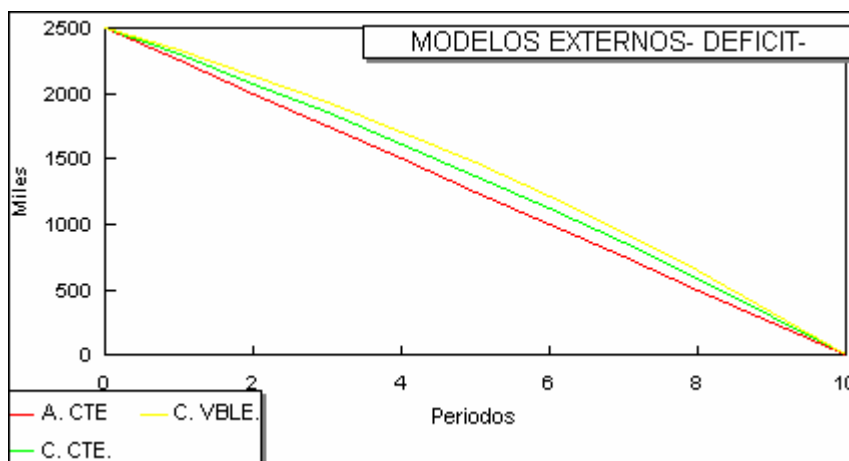


Esto produce que la evolución de la provisión matemática inconstituida pendiente sea diferente a lo largo del periodo en el que se va a amortizar. A mayores cuotas suplementarias le corresponden mayores cantidades dedicadas a la amortización de la deuda y, por tanto, se puede apreciar que el valor de la provisión pendiente disminuye más rápidamente.

$$A_{t_a+k-1} = CS_{t_a+k-1} - I_{t_a+k-1}$$

Podemos obtener operando

$$\begin{aligned} A_{t_a+k} &= A_{t_a+k-1} + (I_{t_a+k-1} - I_{t_a+k}) + CS_{t_a+k-1} \cdot is = \\ &= A_{t_a+k-1} + \frac{i}{(1+i)} \cdot (PMI_{t_a+k-1} - PMI_{t_a+k}) + CS_{t_a+k-1} \cdot is = A_{t_a+k-1} \cdot \left(1 + \frac{i}{(1+i)}\right) + CS_{t_a+k-1} \cdot is \end{aligned}$$



7. MODELOS INTERNOS

7.1. Definición

Los modelos de refinanciación internos⁽¹²⁾ consisten en la amortización de la provisión matemática inconstituida a través de procedimientos determinados acorde a los mismos principios empleados en la determinación del coste normal del plan. Son modelos actuariales de aportaciones suplementarias. Cada uno de los métodos de coste actuariales empleados para determinar el coste normal tiene su correspondiente modelo para calcular el coste suplementario.

A diferencia de los modelos externos, el cálculo del coste suplementario depende de la base técnica del plan y de los valores económicos y biométricos de cada partícipe. Esto es, se realiza un cálculo individualizado en éstos frente al cálculo agregado en aquellos (si bien en los modelos externos también es posible realizar el cálculo a título individual). Aunque tal vez no sea necesario determinar el cálculo del coste suplementario para cada individuo del plan bajo los diferentes

¹² También conocidos como modelos de amortización *implícitos* o *dependientes* de los modelos de distribución de coste actuariales empleados para la determinación del coste normal.

métodos actuariales, sí creemos que es conveniente siempre separar los componentes de las cuotas de aportación entre aquellas que son debidas al coste normal, las debidas al coste suplementario por el reconocimiento de derechos económicos pasados y el coste suplementario debido a la amortización de la provisión matemática inconstituida.

7.2. Prestaciones acumuladas

Es un modelo de coste actuarial basado en la asignación de prestaciones periódicas por cada año que el trabajador realice en la entidad. Mediante los submodelos de prestaciones acumuladas, la provisión matemática inconstituida a una edad alcanzada puede transformarse en una parte de la prestación de jubilación (B'_{x_a}) no reconocida a dicha edad y no garantizada por el plan:

$$PMI_{x_a} = PM_{x_a} - F_{x_a} = B'_{x_a} \cdot \ddot{a}_{x_j}^m \cdot {}_{x_j-x_a}E_{x_a}^{(T)}$$

siendo,

$\ddot{a}_{x_j}^m$ = Valor actuarial de una renta prepagable vitalicia a la jubilación (x_j) y con única causa de salida el fallecimiento.

${}_{x_j-x_a}E_{x_a}^{(T)}$ = Factor de actualización actuarial desde la edad de jubilación a la edad alcanzada (x_a) teniendo en cuenta todas las causas de salida del colectivo.

Este importe se refinancia actuarialmente desde la edad alcanzada hasta la edad de jubilación x_j o edad máxima de amortización del déficit ($x_a + n$) a través de aportaciones suplementarias, cuyo valor actuarial ($(CSfa)_{x_a}$) ha de coincidir con la provisión matemática inconstituida.

$$PMI_{x_a} = B'_{x_a} \cdot \ddot{a}_{x_j}^m \cdot {}_{x_j-x_a}E_{x_a}^{(T)} = \sum_{h=x_a}^{z-1} CS_h \cdot {}_{h-x_a}E_{x_a}^{(T)} = (CSfa)_{x_a}$$

Siendo z la menor de las siguientes dos edades:

$$z = \text{Min} \begin{cases} x_j \\ x_a + n \end{cases}$$

habida cuenta de que en el proceso de exteriorización se fija un plazo máximo para la amortización de este déficit (n años).

Con cada cuota suplementaria se realiza una acreditación suplementaria de la prestación complementaria de jubilación no garantizada a la edad alcanzada:

$$B_{x_a} = \sum_{h=x_a}^{z-1} b_h^s$$

Luego el coste suplementario reconoce una cuantía anual adicional (b_h^s) para garantizar a la edad de jubilación la prestación de jubilación inicialmente prometida.

$$CS_{x_a} = b_{x_a}^s \cdot \ddot{a}_{x_j | x_j - x_a}^m \cdot E_{x_a}^{(T)}$$

Dependiendo del submodelo de coste de prestaciones acumuladas encontramos expresiones particulares.

Para el submodelo de prestación constante, la prestación reconocida para la jubilación a la edad alcanzada y que no está garantizada se acredita suplementariamente a través de acreditaciones anuales lineales:

$$B'_{x_a} = \sum_{h=x_a}^{z-1} b^s = (z - x_a) \cdot b^s$$

donde

$$b^s = \frac{B'_{x_a}}{(z - x_a)}$$

Luego el coste suplementario reconoce una cuantía anual adicional constante (b^s) para garantizar a la edad de jubilación la prestación de jubilación inicialmente prometida.

$$CS_{x_a} = b^s \cdot \ddot{a}_{x_j \cdot x_j - x_a}^m E_{x_a}^{(T)}$$

Con un submodelo de prestación media laboral donde la prestación que no tenemos garantizada se tiene que constituir mediante cuantías anuales acreditadas a la jubilación, definidas como un porcentaje constante (k^s) sobre el salario del partcipe (s_{x_a}).

$$B'_{x_a} = \sum_{h=x_a}^{z-1} b_h^s = k^s \cdot S_z^{x_a} = k^s \cdot \frac{S_x - S_{x_a}}{is} = k^s \cdot s_{x_a} \cdot s_{\overline{z-x_a}|is}$$

y el porcentaje constante de acreditación

$$k^s = \frac{B'_{x_a}}{S_z^{x_a}}$$

donde

$S_z^{x_a}$ = Salario acumulado del trabajador en su periodo de actividad desde su edad alcanzada hasta la edad z , siendo esta última la menor de las dos siguientes edades:

$$z = \text{Min} \begin{cases} x_j \\ x_a + n \end{cases}$$

Con el coste suplementario se reconoce una cuantía adicional anual (b^s) para garantizar a la edad de jubilación la prestación de jubilación que inicialmente se había definido.

$$CS_{x_a} = b_{x_a}^s \cdot \ddot{a}_{x_j \cdot x_j - x_a}^m E_{x_a}^{(T)}$$

7.3. Prestaciones proyectadas

Estos submodelos asignan un coste que distribuye la prestación proyectada a la jubilación a lo largo del periodo de permanencia del trabajador en la entidad.

La provisión matemática inconstituida a una edad alcanzada se refinancia actuarialmente desde la edad alcanzada hasta la edad de jubilación o edad máxima de amortización, a través de aportaciones suplementarias, cuyo valor actuarial ha de coincidir con la provisión matemática inconstituida.

$$PMI_{x_a} = (CSfa)_{x_a} = \sum_{h=x_a}^{z-1} CS_h \cdot {}_{h-x_a}E_{x_a}^{(T)}$$

El sistema de coste suplementario bajo el modelo de prestaciones proyectadas determinará igualmente la variación de la cuota suplementaria, al igual que se realizó con la cuota normal. Así, para *un submodelo con cuotas constantes o sin proyección salarial*, la provisión matemática inconstituida se refinancia actuarialmente mediante aportaciones suplementarias constantes. Realizando la equivalencia financiero-actuarial a la edad alcanzada obtenemos el importe de dicha cuota:

$$CS = \frac{PMI_{x_a}}{\ddot{a}_{x_a:z-x_a}^{(T)}}$$

donde

$\ddot{a}_{x_a:z-x_a}^{(T)}$ = representa el valor actuarial de una renta temporal desde la edad alcanzada a la edad z y sujeta a todas las causas de salida del colectivo.

Con el submodelo de cuotas variables acordes al salario o con proyección salarial, el proceso es idéntico si bien determinamos el porcentaje suplementario (k^s) que aplicado sobre el salario nos define la

cuota de aportación suplementaria suficiente para amortizar la provisión matemática inconstituida. Este porcentaje lo determinamos a la edad alcanzada, a la cual realizamos la equivalencia financiero-actuarial:

$$PMI_{x_a} = (CSfa)_{x_a} = k^s \cdot s_{x_a} \cdot (\overline{S\ddot{a}})_{x_a:z-x_a}^{(T)}$$

donde,

$$k^s = \frac{PMI_{x_a}}{s_{x_a} \cdot (\overline{S\ddot{a}})_{x_a:z-x_a}^{(T)}}$$

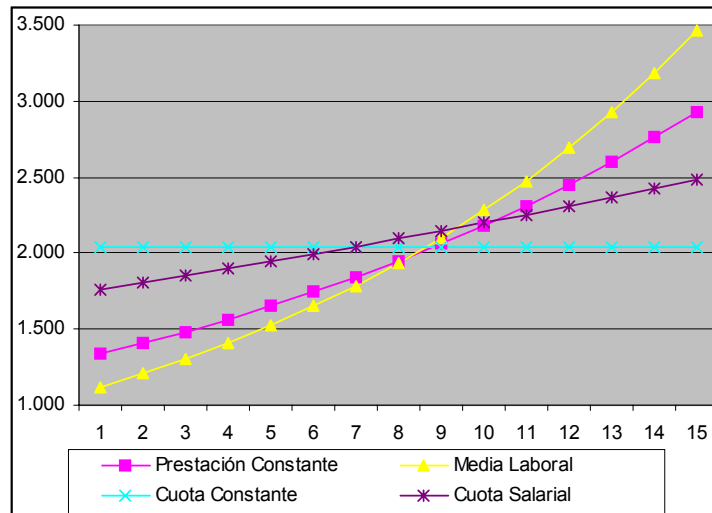
para

$(\overline{S\ddot{a}})_{x_a:z-x_a}^{(T)}$ = representa el valor actuarial de una renta salarial temporal desde la edad alcanzada a la edad z y sujeta a todas las causas de salida del colectivo.

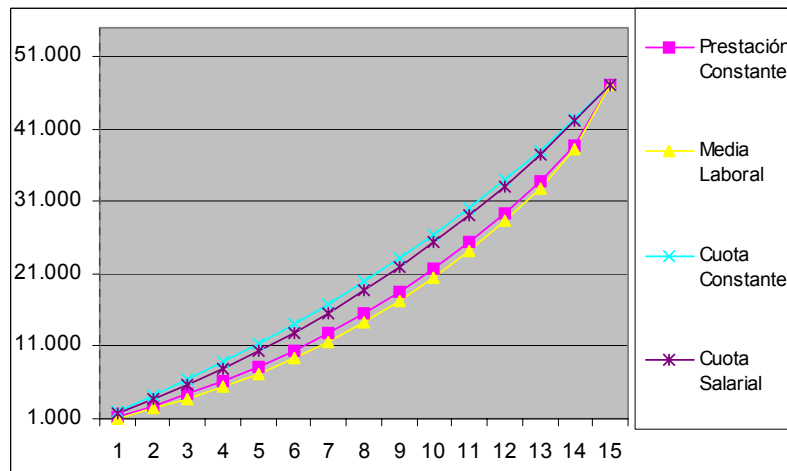
La cuota suplementaria a una edad alcanzada toma un valor de:

$$CS_{x_a} = k^s \cdot s_{x_a}$$

En el siguiente gráfico podemos comprobar el distinto valor que toman las cuotas suplementarias, así como su evolución, dependiendo del método de coste actuarial interno. Es de reseñar que el orden inicial es totalmente inverso los últimos años.



El proceso de acumulación que corresponde a cuotas inferiores es, así mismo, muy bajo los primeros años y, sin embargo, a medida que pasa el tiempo y debido a unas cuotas suplementarias superiores, se alcanza la total amortización de la provisión matemática inconstituida o déficit inicial



8. CONCLUSIONES

- En el análisis realizado de los modelos de refinanciación tanto internos como externos, se puede comprobar que en todos ellos se llega al fin que se plantea, cual es, el de amortización del déficit, si bien la elección final del modelo de refinanciación, dependerá de las especificaciones de cada plan de pensiones, de las decisiones que la propia Comisión de Control tome y de la situación económica de la propia empresa que, al fin y al cabo, tiene asumidos esos compromisos en su balance y, dependiendo de su actividad habitual, debe dotar los suficientes recursos económicos como para garantizar, en un plazo más o menos largo, esos compromisos asumidos.
- La elección de un modelo interno o externo también dependerá de cómo se han venido recogiendo los derechos pasados hasta la fecha. De esta forma si es la empresa la que ha asumido la totalidad del coste y lo ha venido abonando mediante términos constantes, parece lógico pensar que el déficit sea amortizado mediante el mismo modelo. Implica la homogeneidad metodológica del plan de pensiones.
- El análisis de la refinanciación no debe tener en cuenta únicamente la primera cuota a abonar. Igualmente es interesante comprobar que el déficit inicial termina extinguiéndose, al ser el objetivo de la exteriorización. Se debe realizar un análisis hasta la terminación del plan de reequilibrio que permita conocer en todo momento las posibles desviaciones que se produzcan en la realidad, para localizarlas, analizarlas y compensarlas en su caso.

9. VIABILIDAD DE LOS MODELOS FINANCIERO-ACTUARIALES DE EXTERIORIZACIÓN

9.1. Objetivo

Con el fin de ilustrar la adecuación de estos modelos financiero-actuariales, tanto externos como internos al Real Decreto 1588/1999, de

15 de octubre, planteamos una aplicación práctica para un partícipe masculino de 40 años de edad, con un salario anual pensionable de 1.200.000 ptas. y con un déficit individualizado de:

$$PMI_{40} = 2.500.000 \text{ Ptas.}$$

9.2. Base Técnica

i) Datos Biométricos:

- Trabajador masculino activo de 40 años de edad.
- Edad de jubilación elegida: 65 años.
- Plazo de amortización del déficit inicial: 10 años.

ii) Hipótesis Económico-Financieras:

El tipo de interés técnico anual acumulativo considerado asciende al 4%. El resto de hipótesis económico-financieras se estipulan teniendo en cuenta la interrelación y concordancia con este valor. De esta forma:

- El tanto medio de inflación a largo plazo se estipula en el 2% anual acumulativo.
- El incremento medio esperado de las pensiones de jubilación asciende al 2% anual acumulativo. Con esto se consigue que los pensionistas jubilados mantengan el poder adquisitivo de las prestaciones devengadas.
- El incremento salarial medio se estima en el 2,5%, teniendo en cuenta un incremento algo superior a la inflación y debido a la antigüedad y progreso por méritos en el puesto de trabajo.

iii) Hipótesis actuariales.

Se consideran como causas de salida del colectivo de activos el fallecimiento o la mortalidad (GRM-95), la invalidez en el periodo de actividad (EVKM-90) y la rotación o abandono de la entidad en el periodo de actividad (experiencia propia).

Durante el periodo de beneficiario de la prestación de jubilación la única causa de salida del colectivo es el fallecimiento (GRM-95).

9.3. Resultados de los Modelos Externos

A continuación indicamos los resultados de las cuotas suplementarias obtenidas para los tres modelos externos (A.CTE = Amortización Constante; C. CTE= Cuota de aportación constante; C. SAL = Cuota de aportación salarial) desarrollados y para los 10 años del proceso de amortización del déficit:

t	A. CTE	C. CTE	C. SAL
1	369.048	296.372	266.658
2	357.143	296.372	273.324
3	345.238	296.372	280.158
4	333.333	296.372	287.161
5	321.429	296.372	294.341
6	309.524	296.372	301.699
7	297.619	296.372	309.242
8	285.714	296.372	316.973
9	273.810	296.372	324.897
10	261.905	296.372	333.019

En la siguiente tabla se puede apreciar la evolución que experimenta el déficit para cada modelo externo:

t	A. CTE	C. CTE	C. SAL
0	2.500.000	2.500.000	2.500.000
1	2.250.000	2.291.773	2.322.676
2	2.000.000	2.075.216	2.131.325
3	1.750.000	1.849.997	1.925.214
4	1.500.000	1.615.770	1.703.575
5	1.250.000	1.372.173	1.465.604
6	1.000.000	1.118.833	1.210.461
7	750.000	855.359	937.268
8	500.000	581.346	645.108
9	250.000	296.372	333.019
10	0	0	0

9.4. Resultados de los Modelos Internos

Indicamos los resultados de las cuotas suplementarias obtenidas para los dos modelos de prestaciones acumuladas y los dos modelos de prestaciones proyectadas expuestos en el epígrafe de los modelos internos y para los 10 años del proceso de amortización del déficit:

t	PA_B_CTE	PA_B_VLE	PP_C_CTE	PP_C_VLE	t
1	250.000	223.147	344.476	312.198	1
2	270.559	247.535	344.476	320.003	2
3	292.526	274.323	344.476	328.003	3
4	315.967	303.713	344.476	336.203	4
5	340.944	335.915	344.476	344.608	5
6	367.526	371.157	344.476	353.223	6
7	395.781	409.684	344.476	362.054	7
8	425.774	451.749	344.476	371.105	8
9	457.582	497.634	344.476	380.383	9
10	491.279	547.638	344.476	389.893	10

Siendo:

PA_B_CTE = Modelo de prestaciones acumuladas con prestación constante.

PA_B_VLE = Modelo de prestaciones acumuladas con prestación definida como un porcentaje constante del salario.

PP_C_CTE = Modelo de prestaciones proyectadas con cuotas constantes.

PP_C_VLE = Modelo de prestaciones proyectadas con cuotas definidas como un porcentaje constante del salario.

En la siguiente tabla se puede apreciar la evolución que experimenta el déficit para cada modelo interno:

t	PA_B_CTE	PA_B_VLE	PP_C_CTE	PP_C_VLE	t
0	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000	0
1	2.411.841	2.440.626	2.324.175	2.358.119	1
2	2.295.841	2.351.088	2.133.636	2.195.863	2
3	2.149.174	2.227.384	1.927.707	2.011.903	3
4	1.968.840	2.065.155	1.705.681	1.804.848	4
5	1.751.773	1.859.776	1.466.909	1.573.334	5
6	1.494.787	1.606.293	1.210.752	1.315.978	6
7	1.194.563	1.299.389	936.574	1.031.370	7
8	847.717	933.443	643.781	718.117	8
9	450.739	502.447	331.783	374.805	9
10	0	0	0	0	10

9.5. Conclusión Final

La evolución porcentual del déficit amortizado para todos los modelos expuestos es la siguiente:

t	A. CTE	C. CTE	C. SAL	PA_B_CTE	PA_B_VLE	PP_C_CTE	PP_C_VLE	t
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	10	8	7	4	2	7	6	1
2	20	17	15	8	6	15	12	2
3	30	26	23	14	11	23	20	3
4	40	35	32	21	17	32	28	4
5	50	45	41	30	26	41	37	5
6	60	55	52	40	36	52	47	6
7	70	66	63	52	48	63	59	7
8	80	77	74	66	63	74	71	8
9	90	88	87	82	80	87	85	9
10	100	100	100	100	100	100	100	10

Si tenemos en cuenta los requisitos apuntados en el Real Decreto sobre exteriorización indicados en el artículo 14, punto 1, segundo párrafo:

1. *Al cumplirse la mitad del periodo de amortización previsto en el plan de reequilibrio, al menos debe haberse amortizado la mitad del déficit global.*
2. *Durante los años que dure el proceso de amortización del déficit, cada año deberá amortizarse, al menos, el 5% del déficit inicial.*

Podemos indicar que sólo el modelo externo de amortización constante cumple los dos requisitos anteriores enunciados en el Real Decreto, incumpliendo el resto de modelos, tanto internos como externos, al menos uno de los dos requisitos estipulados en dicha normativa.

3. BIBLIOGRAFIA

- [1] AITKEN, WILLIAM H. (1.994) **A problem-solving approach to pension funding and valuation**. Ed. Actex publications. Second edition. Conneticut.
- [2] ALLEN, EVERETT, JR. ; MELONE, JOSEPH J. & ROSENBLOOM, JERRY S. (1.984) **Pension Planning: Pensions, profit sharing and other deferred compensation plans**. Ed. Irwin, Homewood. Illinois.
- [3] BERIN, BARNET N. (1.989) **The fundamentals of pension mathematics**. Ed. The Society of Actuaries. Chicago.
- [4] BETZUEN ZALBIDEGOITIA, AMANCIO (1.992) **Curso de Matemática Financiera: Operaciones de Préstamo. Operaciones de Empréstimo - Obligaciones**. Ed. Instituto de Estudios Financiero Actuariales. Universidad del País Vasco. Bilbao.
- [5] BETZUEN, AMANCIO y BLANCO, FELIPE (1.989) **Planes y Fondos de Pensiones: su cálculo y valoración**. Ed. Deusto. Bilbao.
- [6] COPPINI, S.M. (1.991). **Consequences of Variations in the rate of return on the Financial Equilibrium of a Pension Fund**, publicado en the Proceedings of the Second AFIR International Colloquium.Vol. 2. Pp. 163-180. Brighton.
- [7] DE LA PEÑA ESTEBAN, J. IÑAKI (2.000) **Planes de Previsión Social**. Ediciones Pirámide. Madrid.
- [8] DE LA PEÑA ESTEBAN, J. IÑAKI (2.000) **Modelos Financiero-Actuariales de Refinanciación de Obligaciones por Pensiones Privadas**, publicado en las Actas del I Encuentro Iberoamericano de Finanzas y Sistemas de la Información. Ediciones de la Universidad de Cádiz. Jerez de la Frontera.
- [9] FELLOWS, D. E. (1.981). **Pension Funds Liabilities and Asset Matching**, publicado en The Journal of the Institute of Actuaries N° 108.Pp. 211-228. London.
- [10] GIESECKE, GERALD LEE (1.994) **The projected Unitcredit Method with benefits apportioned by interest-adjusted salary**. The Transactions of The Society Of Actuaries, Vol. XLVI, pp. 193-222. Chicago.
- [11] INTERNATIONAL ACTUARIAL ASSOCIATION (1.996) **Proposal for a basic actuarial pension notation**. The Bulletin. Ed. ICSA. N° IV. Bruxelles.

- [12] KRYVICKY, ROBERT C. (1.982). **The funding of Negotiated Pension Plans**, publicado en The Transactions of the Society of Actuaries, Vol. XXXIII. Pp. 405-472. Chicago.
- [13] LECINA GRACIA, JOSE M^a. (1.990). **Los planes de previsión: un tratamiento actuarial**. Ed. Caja de Cataluña. Barcelona.
- [14] SCOTT, ELAINE A. (1.989) **Simple Defined Benefits Plans: Methods of Actuarial Funding**. Ed. Irwin Professional. Illinois.
- [15] SHARP, KEITH P. (1.996) **Pension Funding by Normal Costs or Amortization of Unfunded Liabilities**. The Journal of Actuarial Practice, Vol. 4, N^o 2, pp. 257-274. Nebraska.
- [16] VILLALON, JULIO G. (1.998) **Operaciones de seguros clásicas y modernas**. Ed. Pirámide. Madrid.
- [17] WINKLEVOSS, HOWARD E. (1.993) **Pension mathematics: with numericall ilustrations**. Second Edition Ed. Pension Research Council. Illinois.