

# INVESTIGACIÓN

INVESTIGACIÓN

2008



**CAMBIO CLIMÁTICO EN LA PENÍNSULA  
IBÉRICA. EVIDENCIA BASADA EN NUEVAS  
TÉCNICAS CUANTITATIVAS USANDO EL  
CONCEPTO DE INTEGRACIÓN FRACCIONAL**

**FUNDACIÓN MAPFRE**

[www.fundacionmapfre.com](http://www.fundacionmapfre.com)

## **Autores**

**Prof. Dr. Luis Albérico GIL ALAÑA**

Catedrático en el área de Econometría por la Universidad de Navarra

## Índice

1.	Introducción	5
2.	Revisión de la literatura	6
3.	Modelo estadístico	6
4.	Datos	10
5.	Resultados empíricos	21
6.	Conclusiones	63
7.	Referencias	64

## RESUMEN

El objetivo de este proyecto consiste en estudiar en profundidad la evidencia de cambio climático en las distintas regiones de la Península Ibérica usando nuevas técnicas cuantitativas basadas en el concepto de integración fraccional.

Aunque la existencia de cambio climático es un hecho reconocido por prácticamente toda la comunidad científica internacional, la magnitud de dicho cambio sigue estando sujeta a una profunda controversia debido a las distintas técnicas estadísticas empleadas para su cálculo. En este proyecto, empleamos nuevas técnicas estadísticas basadas en los conceptos de memoria larga e integración fraccional y empleamos dichas técnicas en el estudio de las temperaturas máximas, mínimas y medias mensuales en distintas localizaciones de España y Portugal.

Los resultados en este proyecto indican que cuando el orden de integración de las series es estimado, los valores obtenidos son positivos y menores que 1 indicando que el uso de técnicas tradicionales basadas en procesos  $I(0)$  e  $I(1)$  puede producir resultados erróneos en cuanto a la medición del calentamiento en las temperaturas. Nuestros resultados también indican tendencias lineales significativas aunque en menor medida que cuando se supone que las series son estacionarias  $I(0)$ . La posibilidad de tendencias lineales segmentadas en contextos integrados fraccionalmente también se estudia en este proyecto.

## 1. INTRODUCCIÓN

El principal objetivo de este estudio consiste en examinar si existen tendencias significativas en las temperaturas (máximas, mínimas y medias) en distintas localizaciones de la Península Ibérica. Para ello empleamos nuevas técnicas estadísticas y econométricas que nos permitan estimar dichas tendencias desde un punto de vista más riguroso que los métodos tradicionalmente empleados hasta ahora.

Es un hecho empíricamente demostrable que las temperaturas tanto globales como hemisféricas y locales se han incrementado sustancialmente en los últimos 150 años. Debido en parte al interés global por el cambio climático, es habitual encontrar artículos en revistas científicas que analizan el comportamiento univariante de una variable climática (generalmente, temperaturas) a lo largo del tiempo, estudiando si dicha variable contiene una tendencia significativa que nos pudiera indicar cuánto y en qué dirección las temperaturas están cambiando. Por otro lado, otras dos características comúnmente observables en las series del tiempo climatológicas son su dependencia en el tiempo y un alto grado de estacionalidad. En este trabajo, emplearemos nuevas técnicas estadísticas y econométricas que incluirán todas estas características observables en los datos dentro de un mismo tratamiento matemático.

Con el fin de motivar el trabajo, denotaremos  $y_t$  a la temperatura observada en una determinada localización geográfica en un determinado momento de tiempo  $t$ . Del mismo modo,  $y_t$  será también la serie temporal sobre la que implementaremos la inferencia estadística de nuestros modelos. Esto es,  $y_t = \{y_t, t = 1, 2, \dots, T\}$ . La manera habitual de modelizar el cambio climático consiste en asumir una tendencia de tipo lineal en el tiempo tal que

$$y_t = \alpha + \beta t + u_t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (\text{ecuación 1})$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son los parámetros correspondientes a la constante y tendencia lineal respectivamente, y  $u_t$  es un término de error. De esta manera,  $\beta$  mide el cambio medio en  $y_t$  por unidad de tiempo, y en el contexto de series temporales climatológicas, el calentamiento en las temperaturas ocurre si el parámetro  $\beta$  es positivo, en cuyo caso hay una tendencia creciente en las temperaturas. Así, podemos contrastar la siguiente hipótesis nula,

$$H_0: \beta = 0, \quad (\text{ecuación 2})$$

en (1), y el efecto calentamiento quedará validado si rechazamos dicha hipótesis en favor de la alternativa  $H_a: \beta > 0$ .

Sin embargo, un punto crucial aquí es la correcta estimación de  $\beta$  en la ecuación (1). Así, por ejemplo, si suponemos que  $u_t$  es una variable aleatoria independientemente obtenida a partir de una distribución normal con media cero y varianza constante, la estimación basada en

Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) puede estar eficientemente calculada, y la inferencia estadística se basará entonces en los estadísticos habituales  $t$  y  $F$ . (Véase, por ejemplo, Hamilton, 1994, Capítulo 16; y Draper y Smith, 1998).

Por otro lado, el término de error  $u_t$  puede poseer cierta dependencia temporal, siguiendo, por ejemplo, un proceso Autoregresivo de orden 1, (AR(1)), esto es,

$$u_t = \rho u_{t-1} + v_t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (\text{ecuación 3})$$

con  $|\rho| < 1$ , los cuales han sido ampliamente utilizados por la comunidad científica climatológica dada su relación con las ecuaciones diferenciales estocásticas de orden 1. (Véase, por ejemplo, von Storch y Zwiers, 1999, y Percival y Rothrock, 2005). En este caso, se puede usar la transformación de Prais-Winsten (1954) con el fin de obtener un estadístico  $t$  que converja en distribución a una variable aleatoria  $N(0,1)$ . Hay que hacer notar, sin embargo, que algunos autores, tales como Park y Mitchell (1980) y Woodward y Gray (1993) han encontrado importantes distorsiones en los tamaños de los tests cuando el coeficiente autoregresivo en la ecuación (3) está cercano a 1.<sup>1</sup> Además, si la estructura de autocorrelación en  $u_t$  es mayor que la de un proceso autoregresivo de orden 1, entonces, el estimador MCO de  $\beta$  es asintóticamente equivalente al obtenido por Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG) en caso de que la correlación sea conocida (Grenander and Rosenblatt, 1957). Sin embargo, si queremos obtener contrastes de hipótesis asintóticamente válidos, los coeficientes de la matriz de varianzas y covarianzas asintótica han de ser estimados consistentemente. Esta es la aproximación que han seguido autores tales como Bloomfield y Nychka (1992). Estos autores encontraron una tendencia significativa en las conocidas series de temperaturas de Hansen y Lebedeff (1987, 1988).

En cualquier caso, los métodos de estimación clásicos tales como MCO o incluso Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG), se basan en el supuesto de que el término de error  $u_t$  en la ecuación (1) se comporta "correctamente", en el sentido de que si hay algún tipo de dependencia temporal en dicho término, ésta es "dependencia en su forma débil". En términos matemáticos,  $u_t$  ha de ser un proceso integrado de orden 0 (denotado como  $I(0)$ ). Estos procesos  $I(0)$  se caracterizan porque son procesos estacionarios en covarianza que presentan una función de densidad espectral que es positiva y acotada en todas sus frecuencias a lo largo del espectro. Esta definición incluye dentro de los procesos  $I(0)$  los procesos llamados "ruido blanco" (white noise), pero también otros con estructura dependiente débil, tales como los AR(1) (ecuación 3), los media móvil (Moving Average, MA) y en general, todos los procesos ARMA estacionarios del tipo:

$$\phi(L)u_t = \theta(L)\varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots,$$

donde  $\phi(L)$  representa al polinomio autoregresivo,  $\theta(L)$  al polinomio media móvil, y  $\varepsilon_t$  es un proceso ruido blanco.

Por otro lado, si nosotros creemos que la serie temporal, una vez que la tendencia lineal ha sido removida, esto es,  $u_t$ , es un proceso no estacionario, la manera más común de modelarlo es asumir que el coeficiente  $\rho$  en la ecuación (3) es igual a 1. En dicho caso, se dice que  $u_t$  es un proceso integrado de orden 1 (y denotado por  $I(1)$  y mientras  $u_t$  es no estacionario, sus primeras diferencias,  $(1 - L)u_t = u_t - u_{t-1}$ , son estacionarias, y la inferencia estadística ha de basarse en el proceso diferenciado. En otras palabras,  $u_t$  es integrado de orden 1, ó  $I(1)$ , si

$$(1 - L)u_t = v_t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (\text{ecuación 4})$$

donde  $L$  es el operador de retardos ( $Lu_t = u_{t-1}$ ) y  $v_t$  es  $I(0)$  tal como lo hemos definimos anteriormente. En este contexto, el modelo planteado por las ecuaciones (1) y (4) se convierte en:

$$\Delta y_t = \beta + v_t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (\text{ecuación 5})$$

donde  $\Delta = (1 - L)$  es el operador de primeras diferencias. Aquí, podremos construir un estadístico  $t$  para contrastar la hipótesis nula (2) de "no calentamiento" frente a la alternativa de "calentamiento" ó  $\beta > 0$ . En este contexto, si  $v_t$  es un proceso ruido blanco (white noise),  $y_t$  sigue entonces un llamado "paseo aleatorio" (random walk) con constante, mientras que si permitimos dependencia temporal débil (por ejemplo, un proceso ARMA( $p, q$ )) en  $v_t$ , entonces  $y_t$  se dice que sigue un proceso integrado ARMA ó ARIMA( $p, 1, q$ ).<sup>2</sup>

Sin embargo, es importante tener en cuenta que los modelos  $I(0)$  y  $I(1)$  descritos en los párrafos anteriores son meramente casos particulares de una serie de modelos más general, llamados procesos integrados fraccionalmente o procesos  $I(d)$ , donde el parámetro  $d$ , que indica el número de diferencias requeridas para conseguir convertir a la serie en un proceso  $I(0)$ , puede ser un número fraccional. Estos modelos se explicarán en detalle en un capítulo posterior y serán la base sobre la que constituiremos nuestro análisis econométrico.

En este proyecto nos centraremos en el estudio de las temperaturas en la Península Ibérica, en particular, en siete localizaciones pertenecientes a España y a tres en Portugal. La razón para centrarnos en estos dos países es la siguiente. España y Portugal son los dos países en Europa que más se están viendo afectados por el cambio climático. De acuerdo a un reciente informe de la Agencia Medioambiental Europea (European Environmental

1 Otros autores, tales como Canjels y Watson (1997) han propuesto otra aproximación muy conservadora que controla la distorsión en el tamaño de los tests.

2 Ejemplos de aplicaciones empíricas usando modelos integrados de orden 1,  $I(1)$ , en series de tiempo sobre datos en temperaturas son los artículos de Woodward y Gray (1995), Stern y Kaufmann (2000), Harvey y Mills (2001), Kaufmann y Stern (2002) y Kaufmann et al. (2006) entre muchos otros.

Agency, EEA, 2004) España y Portugal son los dos países de la Unión Europea más afectados por el calentamiento global. En este informe se menciona también que en los últimos 100 años las temperaturas han crecido en España más que en el resto de la Unión Europea.

El clima en la Península Ibérica está claramente determinado por su posición mundial, en el sur-oeste de la franja de Euroasia y a 13.4 kilómetros de África en su punto más al sur, con un océano al oeste, y un mar al este, y con una masa de tierra continental formada por amplias montañas, lo que determina un amplio mosaico de climas, uno de los más variados de Europa.

El resto del proyecto se estructura de la siguiente manera. En la siguiente sección presentamos una revisión de la literatura empírica en relación con el cambio climático y el calentamiento de las temperaturas tanto locales como globales. A continuación presentamos el modelo estadístico a estudiar que incluye las principales características observadas en datos de tipo climatológico, esto es, tendencias a lo largo del tiempo, estacionalidad y dependencia temporal. La siguiente sección describe los datos a estudiar, básicamente las temperaturas mensuales máximas, mínimas y medias en distintas localizaciones de la Península Ibérica, seguido a continuación de los principales resultados empíricos obtenidos en el trabajo. La última sección presenta las principales conclusiones del trabajo.

## 2. REVISIÓN DE LA LITERATURA EMPÍRICA

El indicador más habitualmente utilizado en el estudio de cambio climático es la temperatura de la superficie terrestre y existen una gran cantidad de artículos que han estudiado la significatividad de las tendencias en las temperaturas medias tanto globales como regionales. (Véase, por ejemplo, los artículos de Ghil y Vautard, 1991; Hasselmann, 1993; Schlesinger y Ramankutty, 1994; North y Kim, 1995; North et al., 1995; etc.).

En un contexto muy general, los datos de temperaturas medias globales y/o hemisféricas muestran claramente la existencia de tendencias, con un incremento aproximado entre 0.3°C y 0.6°C durante los últimos 150 años (Jones et al., 1986; Hansen y Lebedeff, 1987; Nicholls et al. 1996; Jones et al. 1997; Gil-Alana, 2005; etc.), y, aunque los cálculos de cambio climático regional son claramente menos fiables que los datos a niveles globales, tendencias parecidas han sido encontradas en las temperaturas medias regionales a lo largo del tiempo (Ghil y Vautard, 1991; Hasselmann, 1993; Schlesinger y Ramankutty, 1994; North y Kim, 1995; North et al., 1995; etc.).

Centrándonos en los trabajos que analizan las temperaturas en ámbitos regionales, encontramos artículos que estudian el cambio climático en Alaska y en las regiones del norte de Canadá (Juday, 1984; Chapman y Walsh, 1993; Serreze et al., 2000; Stafford et al., 2000; Keimig y Bradley, 2002; Hartmann y Wendler, 2005; Robeson, 2008;

Gil-Alana, 2009a, etc.), en el Reino Unido, analizando datos correspondientes al CET (Central England Temperatures) (Harvey y Mills, 2003; Gil-Alana, 2003, 2004a, 2008a, b; Karoly y Stott, 2006; etc.), en los Estados Unidos (Gaffen y Ross, 1999; DeGaetano y Allen, 2002; Gil-Alana, 2009a; Fall et al., 2009), Australia (Yu y Neil, 1993; Perkins et al., 2007; Gil-Alana, 2009b), etc.

En lo referente al caso de España el número de estudios existente es muy limitado. En un reciente artículo, Brunet et al. (2002) examinaron las temperaturas españolas en un amplio periodo de tiempo (1850-2003), empleando una nueva serie de datos diarios de temperaturas medias recogidos a través del proyecto financiado por la UE, EMULATE. Sus resultados sugieren un significativo incremento en las temperaturas durante todo el periodo muestral, siendo especialmente llamativo el incremento a partir del año 1973. Otros recientes artículos analizando las temperaturas en España son Jones y Moberg (2003) y Sigró et al. (2005).

## 3. EL MODELO ESTADÍSTICO. PROCESOS DE MEMORIA LARGA

En el análisis de series temporales meteorológicas con datos mensuales, hay varios aspectos que han de ser tenidos en cuenta en su modelización matemática. El primero de ellos es claramente la existencia de una tendencia en el tiempo que es la principal característica del posible cambio climático. Además, como vimos en un capítulo anterior, la existencia de dependencia temporal es otro factor a tener en cuenta para una correcta estimación de los parámetros en el modelo. Finalmente, si los datos presentan estacionalidad, este tipo de periodicidad también debe de ser analíticamente examinado.

En vista del punto anterior, la tendencia ha de ser recogida tal como la describimos en la ecuación (1) donde  $\beta$  será el indicador del cambio climático. Además,  $u_t$  en dicha ecuación puede presentar dependencia temporal, bien recogida a través de un proceso AR(1), tal como vimos en la ecuación (3), ó, en caso de existir componentes de tipo estacional, dicha ecuación puede ser reemplazada por un proceso AR(1) estacional, tal que,

$$u_t = \rho u_{t-s} + v_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (\text{ecuación 6})$$

donde  $s$  indica el número de periodos de tiempo por año (esto es,  $s = 4$  con datos de tipo trimestral, ó  $s = 12$  con datos mensuales). Por último,  $u_t$  vimos que podía ser  $I(0)$  (en caso de presentar un comportamiento estacionario) ó  $I(1)$  (en caso de no-estacionariedad). Sin embargo, también hemos visto que puede ser un proceso integrado fraccionalmente ó  $I(d)$ , donde  $d$  es un valor real comprendido entre 0 y 1, o incluso superior a 1.

En general, diremos que  $u_t$  es integrado de orden  $d$  ó  $I(d)$  si puede representarse tal que:

$$(1 - L)^d u_t = v_t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (\text{ecuación 7})$$

donde  $u_t = 0, t \leq 0$ , y  $v_t$  es un proceso  $I(0)$ . Nótese que el polinomio en el lado de la izquierda de la ecuación (7) se puede representar usando su expansión Binomial, tal que para todo valor real  $d$ ,

$$(1 - L)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{d}{j} (-1)^j L^j = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2} L^2 - \dots$$

de manera que,

$$(1 - L)^d u_t = u_t - d u_{t-1} + \frac{d(d-1)}{2} u_{t-2} - \dots$$

Así, si el parámetro  $d$  es un valor entero,  $u_t$  será una función de un número finito de observaciones pasadas, mientras que si  $d$  es un valor no entero (esto es, fraccional),  $u_t$  dependerá de valores de la serie temporal alejados hacia atrás en el tiempo, esto es, dependerá de toda su historia pasada, y, cuanto más alto sea el valor de  $d$ , mayor será el grado de dependencia entre las observaciones alejadas en el tiempo. Estos procesos fueron introducidos por Granger (1980, 1981), Granger y Joyeux (1980) y Hosking (1981), y se ha justificado teóricamente su empleo usando argumentos tales como la agregación de procesos autoregresivos heterogéneos. (Véase, Robinson, 1978, y Granger, 1980).

Estos modelos integrados fraccionalmente o modelos  $I(d)$  han sido ampliamente utilizados en los últimos años a la hora de analizar series de tiempo meteorológicas y climatológicas, y se ha demostrado que en muchos casos el valor del parámetro de diferenciación fraccional  $d$  es un valor comprendido entre 0 y 1. (Véase, por ejemplo, los artículos de Bloomfield, 1992; Smith, 1993; Lewis y Ray, 1997; Pethkar y Selvam, 1997; Koscielny-Bunde et al., 1998; Pelletier y Turcotte, 1999; Percival et al., 2004; Maraun et al., 2004, y Gil-Alana, 2003, 2005; etc.).

Si el parámetro  $d$  es positivo en la ecuación (7) diremos que  $u_t$  posee memoria larga. Siguiendo a McLeod y Hipel (1978) diremos que existen dos posibles definiciones de memoria larga, una en el dominio del tiempo y la otra en el dominio de la frecuencia.

La definición de memoria larga (long memory) en el dominio del tiempo viene a decirnos que dado un proceso estacionario de orden 2 ó estacionario en covarianza  $\{u_t, t = 0, \pm 1, \dots\}$ , con una función de autocovarianzas  $E[(u_t - E u_t)(u_{t-j} - E u_t)] = \gamma_j$ ,  $u_t$  posee la propiedad de memoria larga si:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{j=-T}^T |\gamma_j|$$

es infinito. Esto es, la suma infinita de las autocovarianzas en valor absoluto ha de ser infinita.

La definición de memoria larga en el dominio de la frecuencia la explicaremos de la siguiente manera. Supongamos que  $u_t$  tiene una función de distribución espectral absolutamente continua, tal que su función de densidad espectral, denotada por  $f(\lambda)$ , viene definida como

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j \cos \lambda j, \quad -\pi < \lambda \leq \pi.$$

Entonces, diremos que  $u_t$  posee la propiedad de memoria larga si la función de densidad espectral tiene un polo o singularidad en alguna frecuencia  $\lambda$  a lo largo del intervalo  $[0, \pi]$ .

La mayoría de la literatura empírica sobre estos procesos de memoria larga se ha concentrado en los casos donde la singularidad o polo en el espectro ocurre en la frecuencia cero. De hecho, este es el caso de los modelos  $I(d)$  definidos en la ecuación (7). Sin embargo, la singularidad o polo en el espectro puede también ocurrir en frecuencias distintas de cero. (Veáse por ejemplo los casos de integración fraccional estacional y/o cíclica. Referencias aquí son los artículos de Artech y Robinson, 2000; Gil-Alana y Robinson, 2001; y Artech, 2004).

Tal como hemos mencionado hace un momento, los modelos  $I(d)$  definidos como en la ecuación (7) se caracterizan porque la función de densidad espectral no está acotada en el origen. Sin embargo, puede haber situaciones donde la singularidad (o polo) en el espectro tenga lugar en otras frecuencias. Este es, por ejemplo, el caso de los procesos integrados fraccionales y estacionales. El modelo  $I(d)$  estacional es básicamente una extensión del modelo presentado en la ecuación (7) tal que

$$(1 - L^s)^d u_t = v_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (\text{ecuación 8})$$

donde  $d$  puede ser de nuevo cualquier valor de tipo real. Utilizando también aquí su expansión Binomial,

$$(1 - L^s)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{d}{j} (-1)^j L^{js} = 1 - dL^s + \frac{d(d-1)}{2} L^{2s} - \dots,$$

de manera que

$$(1 - L^s)^d u_t = u_t - d_s u_{t-s} + \frac{d_s(d_s-1)}{2} u_{t-2s} - \dots$$

Por tanto, si  $d$  en la ecuación (8) no es un valor entero,  $u_t$  dependerá de sus valores pasados (múltiplos de  $s$ ). Porter-Hudak (1990) presentó la primera aplicación empírica usando este tipo de modelos, y ventajas en términos de predicción de los modelos estacionales fraccionalmente integrados sobre otros modelos no fraccionales se pueden encontrar en los trabajos de Ray (1993) y Sutcliffe (1994) entre otros.

También podemos mencionar la existencia de los procesos integrados fraccionalmente y de naturaleza cíclica, los cuales se caracterizan porque la función de densidad espectral tiene un polo o singularidad en una frecuencia distinta de cero. Estos modelos se describen de la siguiente manera,

$$(1 - 2 \cos w_r L + L^2)^d u_t = \varepsilon_t, \quad t = 0, \pm 1, \dots, \quad (\text{ecuación 9})$$

donde  $d$  es de nuevo un valor real,  $w_r$  es otro valor real igual a  $2\pi r/T$  y  $r = T/c$ ,  $c$  indicando el número de periodos por ciclo. Estos procesos fueron introducidos por Gray, Yhang y Woodward (1989, 1994) y también han sido empleados recientemente en el estudio de series temporales climatológicas y meteorológicas (Gil-Alana, 2009c). Se puede demostrar que el polinomio que aparece en la ecuación (9) puede expresarse en función de los llamados polinomios de Gegenbauer, tal que llamando  $\mu = \cos w_r$ , para todo valor  $d \neq 0$ ,

$$(1 - 2\mu L + L^2)^{-d} = \sum_{j=0}^{\infty} C_{j,d}(\mu)L^j,$$

donde

$$C_{j,d}(\mu) = \sum_{k=0}^j \frac{(-1)^k (d)_{j-k} (2\mu)^{j-2k}}{k!(j-2k)!}; \quad (d)_j = \frac{\Gamma(d+j)}{\Gamma(d)},$$

y  $\Gamma(x)$  representa la función Gamma. Alternativamente, se puede usar la siguiente fórmula recursiva,

$$C_{0,d}(\mu) = 1, \quad C_{1,d}(\mu) = 2\mu d,$$

$$C_{j,d}(\mu) = 2\mu \left( \frac{d-1}{j} + 1 \right) C_{j-1,d}(\mu) - \left( 2 \frac{d-1}{j} + 1 \right) C_{j-2,d}(\mu), \quad j = 2, 3, \dots$$

Véase Gil-Alana y Hualde (2009) para una completa revisión de los procesos de memoria larga e integrados fraccionalmente.

En cualquier caso, dado que los datos que se examinarán en este proyecto son de tipo mensual, junto con la tendencia, tendremos que tener en cuenta los dos aspectos mencionados en los párrafos anteriores, esto es, la evolución a largo plazo de la serie (integración fraccional) y la estructura estacional. Por tanto, consideraremos el siguiente modelo:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + x_t, \quad t = 1, 2, \dots \text{ (ecuación 10)}$$

junto con,

$$(1 - L)^d x_t = u_t; \quad u_t = \rho u_{t-12} + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots \text{ (ecuación 11)}$$

Así, aparte de la tendencia lineal (descrita por la ecuación (10)), consideramos un modelo de integración fraccional  $I(d)$  en el estudio de la evolución de la serie en el largo plazo, junto con una estructura AR(1) estacional para la dependencia débil mensual (ambos descritos por la ecuación (11)).

Alternativamente, podríamos haber empleado un modelo del tipo de la ecuación (10) junto con

$$(1 - L^{12})^d x_t = u_t; \quad u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots$$

en lugar de la ecuación (11) o incluso modelos de integración fraccional cíclico del tipo presentado en la ecuación

(9). Dichos modelos, sin embargo, serán empleados en futuros proyectos de investigación.

La metodología empleada en este proyecto se basa en la función de Whittle en el dominio de la frecuencia, (véase, Dahlhaus, 1989) junto con un procedimiento de contraste de hipótesis desarrollado por Robinson (1994) que nos permitirá contrastar distintas hipótesis de tipo fraccional. Este contraste tiene varias ventajas en comparación con otros métodos en contextos similares. Así, en primer lugar, no requiere diferenciación de las series con el fin de que éstas sean estacionarias tal como ocurre con la mayoría de los procedimientos estadísticos de integración fraccional (por ejemplo, Sowell, 1992; Beran, 1995; Robinson, 1995a, b). De esta manera se contrasta tanto hipótesis estacionarias ( $d < 0.5$ ) como hipótesis no estacionarias ( $d \geq 0.5$ ). Otra ventaja de este método es que la distribución límite es una  $N(0, 1)$  a diferencia de otros métodos para contrastar por ejemplo raíces unitarias (Dickey y Fuller, 1979; Phillips y Perron, 1988; etc.) donde la distribución asintótica es no estándar y requiere cálculos numéricos basados en simulaciones para los distintos casos examinados. De hecho, en los tests de Robinson (1994) empleados en este proyecto la distribución límite  $N(0,1)$  se mantiene independientemente de la inclusión o no de regresores determinísticos tales como constantes, tendencias y/o variables dummies y también independientemente de la manera de modelizar las perturbaciones  $I(0)$ . Por último, otra ventaja importante de los tests de Robinson (1994) es que éstos son los más eficientes en el sentido de Pitman, esto es, si los dirigimos contra alternativas de tipo local, estos resultan ser los de mínima varianza. A continuación, describiremos brevemente dichos tests.

La versión de los tests de Robinson (1994) que emplearemos en este proyecto se basa en el principio del Multiplicador de Lagrange (Lagrange Multiplier, LM), y contrasta la hipótesis nula,

$$H_0: d = d_0 \text{ (ecuación 12)}$$

en un modelo formado por las ecuaciones:

$$y_t = \alpha + \beta t + x_t; \quad (1 - L)^d x_t = u_t, \quad t = 1, 2, \dots \text{ (ecuación 13)}$$

donde  $u_t$  es un proceso  $I(0)$  que debe de ser claramente especificado, y  $d_0$  puede ser cualquier valor real. Así, por ejemplo, si elegimos  $d_0 = 1$  contrastaremos la hipótesis nula de una raíz unitaria del tipo de los contrastes de hipótesis de Dickey y Fuller (1979), Phillips y Perron (1988), Elliot et al. (1996), Ng y Perron (2001) entre otros. Por el contrario, si elegimos  $d_0 = 0$  contrastaremos la hipótesis nula de estacionariedad  $I(0)$  en torno a una tendencia lineal determinística, en lo que habitualmente se llama la representación "trend stationarity" en series temporales. Sin embargo, como hemos dicho anteriormente,  $d_0$  en la ecuación (12) puede ser cualquier valor real, permitiendo por tanto contrastes de procesos de memoria larga o de integración fraccional  $I(d)$ .



La forma funcional del estadístico de Robinson (1994) es la siguiente:

$$\hat{r} = \frac{T^{1/2}}{\hat{\sigma}^2} \hat{A}^{-1/2} \hat{a}, \quad (\text{ecuación 14})$$

donde T indica el tamaño muestral y

$$\hat{a} = \frac{-2\pi}{T} \sum_{j=1}^{T-1} \psi(\lambda_j) g(\lambda_j; \hat{\tau})^{-1} I(\lambda_j); \quad \hat{\sigma}^2 = \sigma^2(\hat{\tau}) = \frac{2\pi}{T} \sum_{j=1}^{T-1} g(\lambda_j; \hat{\tau})^{-1} I(\lambda_j);$$

$$\hat{A} = \frac{2}{T} \left( \sum_{j=1}^{T-1} \psi(\lambda_j)^2 - \sum_{j=1}^{T-1} \psi(\lambda_j) \hat{\varepsilon}(\lambda_j)' \times \left( \sum_{j=1}^{T-1} \hat{\varepsilon}(\lambda_j) \hat{\varepsilon}(\lambda_j)' \right)^{-1} \times \sum_{j=1}^{T-1} \hat{\varepsilon}(\lambda_j) \psi(\lambda_j) \right)$$

$$\psi(\lambda_j) = \log \left| 2 \sin \frac{\lambda_j}{2} \right|; \quad \hat{\varepsilon}(\lambda_j) = \frac{\partial}{\partial \tau} \log g(\lambda_j; \tau); \quad \lambda_j = \frac{2\pi j}{T}; \quad \hat{\tau} = \arg \min \sigma^2(\tau).$$

y donde  $\hat{a}$  y  $\hat{A}$  en las expresiones arriba indicadas se obtienen a partir de las primeras y las segundas derivadas en el logaritmo de la función de verosimilitud con respecto al parámetro d. (Véase, de nuevo, Robinson, 1994, página 1422, para más detalles).  $I(\lambda_j)$  es el periodograma de  $u_t$  evaluado bajo la hipótesis nula, esto es,

$$\hat{u}_t = (1-L)^{d_0} y_t - \hat{\beta}' w_t; \quad \hat{\beta} = \left( \sum_{t=1}^T w_t w_t' \right)^{-1} \sum_{t=1}^T w_t (1-L)^{d_0} y_t; \quad w_t = (1-L)^{d_0} z_t,$$

donde  $z_t$  se refiere a los componentes determinísticos (por ejemplo,  $z_t = (1, t)'$ ), y g es una función conocida vinculada a la función de densidad espectral de  $u_t$ :

$$f(\lambda; \sigma^2; \tau) = \frac{\sigma^2}{2\pi} g(\lambda; \tau), \quad -\pi < \lambda \leq \pi.$$

Así, por ejemplo, si  $u_t$  es un procesos ruido blanco,  $g = 1$ , y si  $u_t$  sigue un proceso autoregresivo del tipo  $\Phi(L)u_t = \varepsilon_t$ , entonces  $g = \left| \phi(e^{i\lambda}) \right|^{-2}$ .

Basándose en la hipótesis nula presentada en la ecuación (12), Robinson (1994) estableció que, bajo unas condiciones de regularidad muy generales,

$$\hat{r} \rightarrow_d N(0, 1), \quad T \rightarrow \infty,$$

donde el símbolo " $\rightarrow_d$ " indica convergencia en distribución.

Por tanto, nos encontramos en un contexto clásico de contrastes de hipótesis en muestras grandes: rechazaremos la hipótesis nula en favor de la alternativa:  $H_a: d > d_0$  si  $\hat{r} > z_\alpha$ , donde la probabilidad de que una variable normal standard exceda  $z_\alpha$  es  $\alpha$ . De la misma manera, se rechazará la hipótesis nula  $H_a: d < d_0$  si  $\hat{r} < -z_\alpha$ . (Véase, Gil-Alana y Robinson, 1997, y Gil-Alana, 2000, para aplicaciones usando este procedimiento).

Por último, también estudiaremos la posible existencia de cambio estructural en los datos, incluso en el contexto de integración fraccional. Aquí emplearemos un procedimiento recientemente desarrollado por Gil-Alana (2008c) que nos permitirá estudiar tendencias lineales segmenta-

das en series integradas fraccionalmente ó I(d). A continuación describimos brevemente este método.

Por simplicidad, supondremos que hay un único cambio estructural en los datos. Siguiendo la técnica de Gil-Alana (2008c) supondremos que  $y_t$  es la serie de tiempo observable, y generada por el siguiente modelo,

$$y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + x_t; \quad (1-L)^{d_1} x_t = u_t, \quad t = 1, \dots, T_b \quad (\text{ecuación 15})$$

$$y_t = \alpha_2 + \beta_2 t + x_t; \quad (1-L)^{d_2} x_t = u_t, \quad t = T_b+1, \dots, T, \quad (\text{ecuación 16})$$

donde los  $\alpha$ 's y las  $\beta$ 's son los coeficientes correspondientes a la constante y a la tendencia lineal respectivamente;  $d_1$  y  $d_2$  pueden ser valores reales,  $u_t$  es I(0), y  $T_b$  es el periodo de tiempo en el que se produce el cambio estructural que se supone es desconocido a priori.

El modelo arriba descrito por las ecuaciones (15) y (16) puede re-escribirse tal que:

$$(1-L)^{d_1} y_t = \alpha_1 \tilde{t}_1(d_1) + \beta_1 \tilde{t}_1(d_1) + u_t, \quad t = 1, \dots, T_b, \quad (\text{ecuación 17})$$

$$(1-L)^{d_2} y_t = \alpha_2 \tilde{t}_2(d_2) + \beta_2 \tilde{t}_2(d_2) + u_t, \quad t = T_b+1, \dots, T, \quad (\text{ecuación 18})$$

donde  $\tilde{t}_1(d_1) = (1-L)^{d_1} 1$ , y  $\tilde{t}_i(d_i) = (1-L)^{d_i} t$ ,  $i = 1, 2$ .<sup>3</sup>

El método aquí presentado se basa en el principio de mínimos cuadráticos. Primero elegimos un "grid" de valores para los parámetros de integración fraccional  $d_1$  y  $d_2$ , por ejemplo,  $d_{i0} = 0, 0.01, 0.02, \dots, 2$ ,  $i = 1, 2$ . Entonces, dada una determinada partición,  $\{T_b\}$  y dados unos valores  $d_1, d_2$  determinados,  $(d_{10}^{(j)}, d_{20}^{(j)})$ , estimamos los  $\alpha$ 's y los  $\beta$ 's a través de la minimización de la suma de los residuos al cuadrado, esto es,

$$\min_{w.r.t. \{\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2\}} \sum_{t=1}^{T_b} \left[ (1-L)^{d_{10}^{(j)}} y_t - \alpha_1 \tilde{t}_1(d_{10}^{(j)}) - \beta_1 \tilde{t}_1(d_{10}^{(j)}) \right]^2 + \sum_{t=T_b+1}^T \left[ (1-L)^{d_{20}^{(j)}} y_t - \alpha_2 \tilde{t}_2(d_{20}^{(j)}) - \beta_2 \tilde{t}_2(d_{20}^{(j)}) \right]^2,$$

en el caso de  $u_t$  incorrelados, o alternativamente, usando Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG) si las perturbaciones presentan autocorrelación.

Llamaremos ahora  $\hat{\alpha}(T_b; d_{10}^{(j)}, d_{20}^{(j)})$  y  $\hat{\beta}(T_b; d_{10}^{(j)}, d_{20}^{(j)})$  a los estimadores resultantes en la partición  $\{T_b\}$  y para unos determinados valores iniciales  $d_{10}^{(j)}$  y  $d_{20}^{(j)}$ . Sustituyendo estos valores estimados en la función objetivo, obtenemos  $RSS(T_b; d_{10}^{(j)}, d_{20}^{(j)})$ , y minimizando esta última expresión para todos los valores de  $d_{10}$  y de  $d_{20}$  en el "grid", obtenemos:  $RSS(T_b) = \arg \min_{\{i, j\}} RSS(T_b; d_{10}^{(i)}, d_{20}^{(j)})$ . Finalmente, el valor

3 Nótese que en este contexto asumiremos que  $(1-L)^{d_1} 1 = (1-L)^{d_2} 1 = 0$  for  $t \leq 0$ .

estimado del periodo de cambio estructural,  $\hat{T}_k$ , será tal que  $\hat{T}_k = \arg \min_{i=1, \dots, m} RSS(T_i)$ , donde la minimización se lleva a cabo sobre todas las posibles particiones  $T_1, T_2, \dots, T_m$ , tales que  $T_i - T_{i-1} \geq |\epsilon T|$ .

Los estimadores de los parámetros de las regresiones serán los estimadores asociados de mínimos cuadrados para la  $k$ -ésima partición, esto es,  $\hat{\alpha}_i = \hat{\alpha}_i(\{\hat{T}_k\})$ ,  $\hat{\beta}_i = \hat{\beta}_i(\{\hat{T}_k\})$ , y sus correspondientes parámetros de diferenciación fraccional,  $\hat{d}_i = \hat{d}_i(\{\hat{T}_k\})$  para  $i = 1$  and  $2$ . Varios experimentos de Monte Carlos llevados a cabo por Gil-Alana (2008c) demostraron que este método funciona bien incluso en muestras pequeñas. Este modelo puede ser fácilmente generalizable para el caso de posibles cambios estructurales múltiples. (Véase de nuevo, Gil-Alana, 2008c).

### 4. DATOS

Como hemos mencionado anteriormente el objetivo de este estudio es medir exhaustivamente la evolución de las temperaturas en la Península Ibérica utilizando tanto técnicas tradicionales basadas en procesos  $I(0)$  e  $I(1)$  como procesos integrados fraccionalmente ó procesos  $I(d)$ .

Para ésto, emplearemos datos correspondientes a las temperaturas diarias (máximas, mínimas y medias) obtenidas a partir del European Climate Assessment & Dataset (ECA&D), recogidas por Klein Tank, y sus coautores (2002).

Las localizaciones específicas a estudiar serán las siguientes:

En España		
BADAJOSZ (Talavera)	LAT: + 38:53:00;	LON: - 06:48:15;
MADRID	LAT: + 40:24:40;	LON: - 03:39:19;
MÁLAGA	LAT: + 36:40:00;	LON: - 04:28:43;
SALAMANCA	LAT: + 40:56:50;	LON: - 05:28:19;
SAN SEBASTIÁN-DONOSTIA	LAT: + 43:18:24;	LON: - 02:01:38;
VALENCIA	LAT: + 39:28:48;	LON: - 00:21:08;
ZARAGOZA	LAT: + 41:39:43;	LON: - 00:59:31;

y en Portugal		
BEJA	LAT: + 38:01:00;	LON: - 07:52:00;
LISBOA	LAT: + 38:43:00;	LON: - 09:09:00;
OPORTO	LAT: + 41:08:00;	LON: - 08:36:00;

Sin embargo, con el fin de corregir también posibles efectos o alteraciones diarias, los datos han sido transformados en medias mensuales sobre las que estudiarán sus propiedades estocásticas, en particular su dependencia temporal, la estacionalidad y la existencia de tendencias significativas. El periodo muestral para cada una de las series a estudiar es el siguiente:

Figuras 1-10: Temperaturas medias mensuales

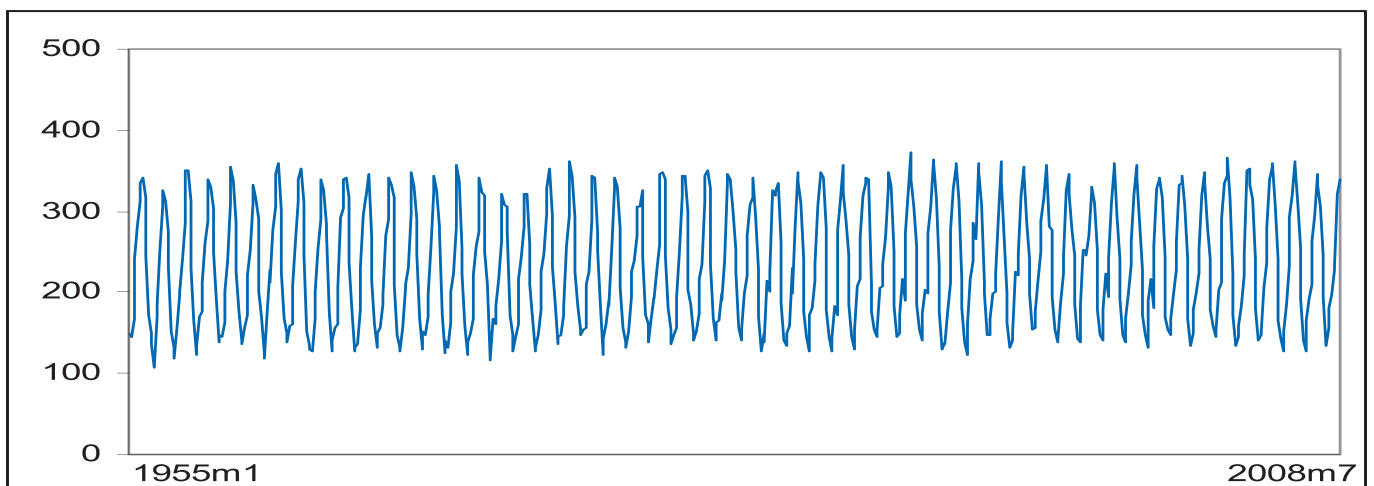


Figura 1a. Badajoz (maximum temperatures).

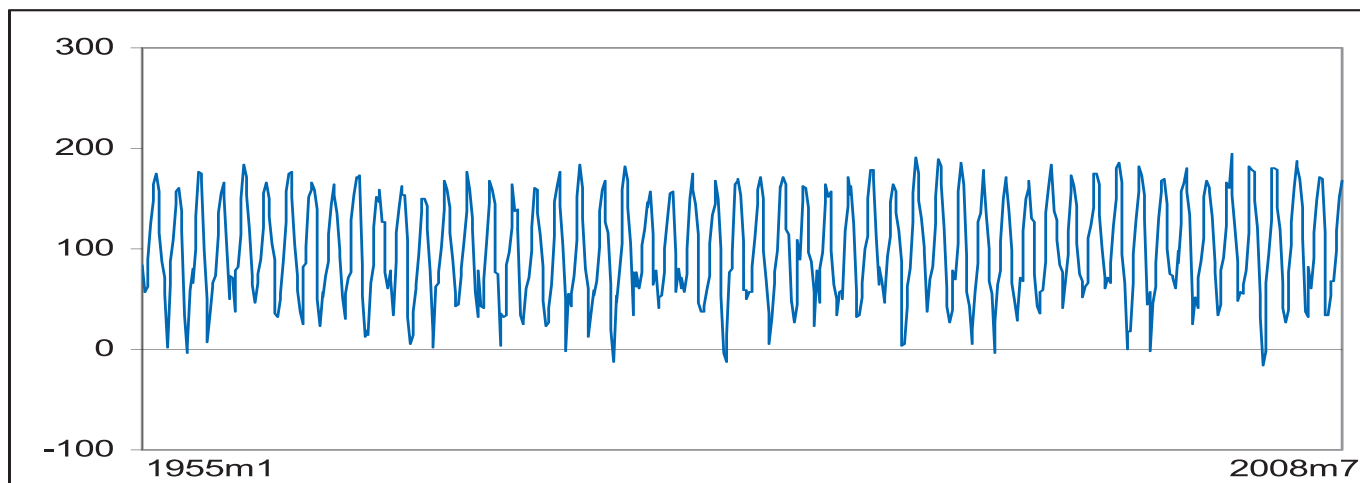


Figura 1b. Badajoz (minimum temperatures).

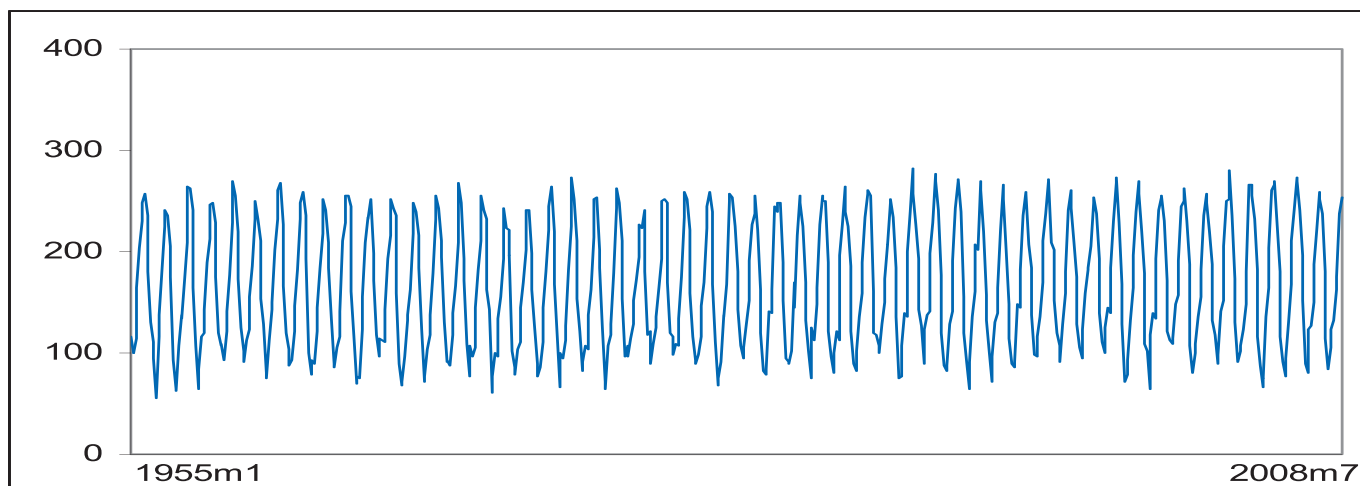


Figura 1c. Badajoz (mean temperatures).

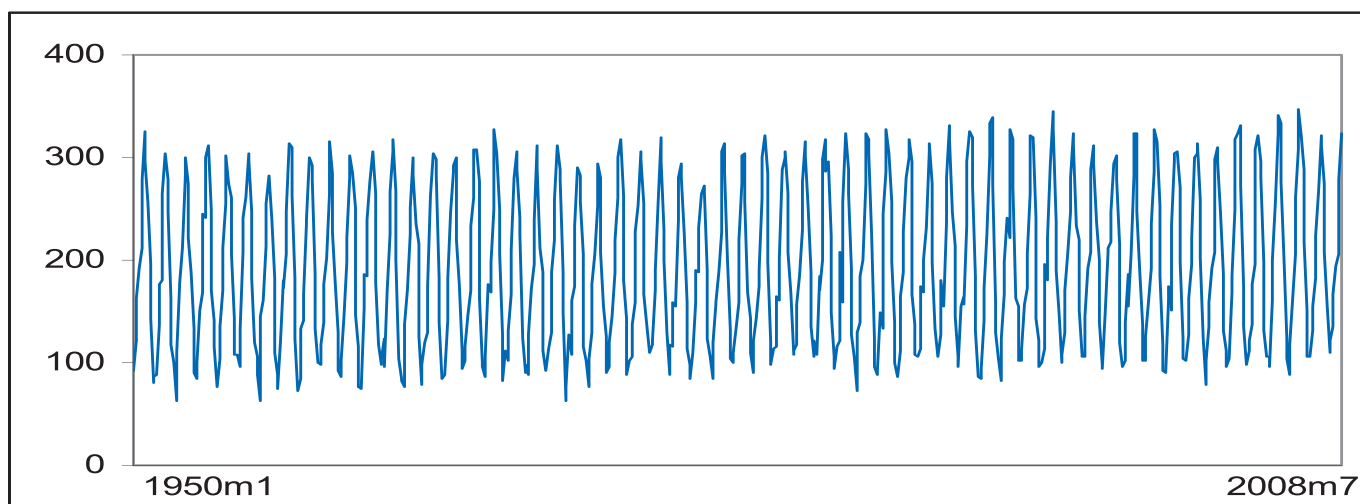


Figura 2a. Madrid (maximum temperatures).

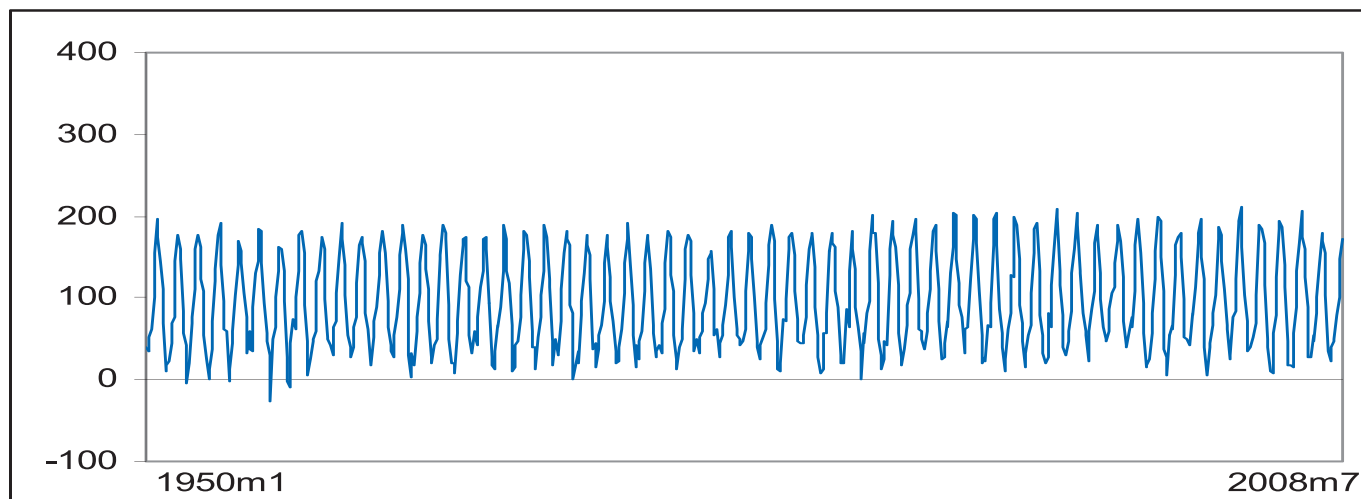


Figura 2b. Madrid (minimum temperatures).

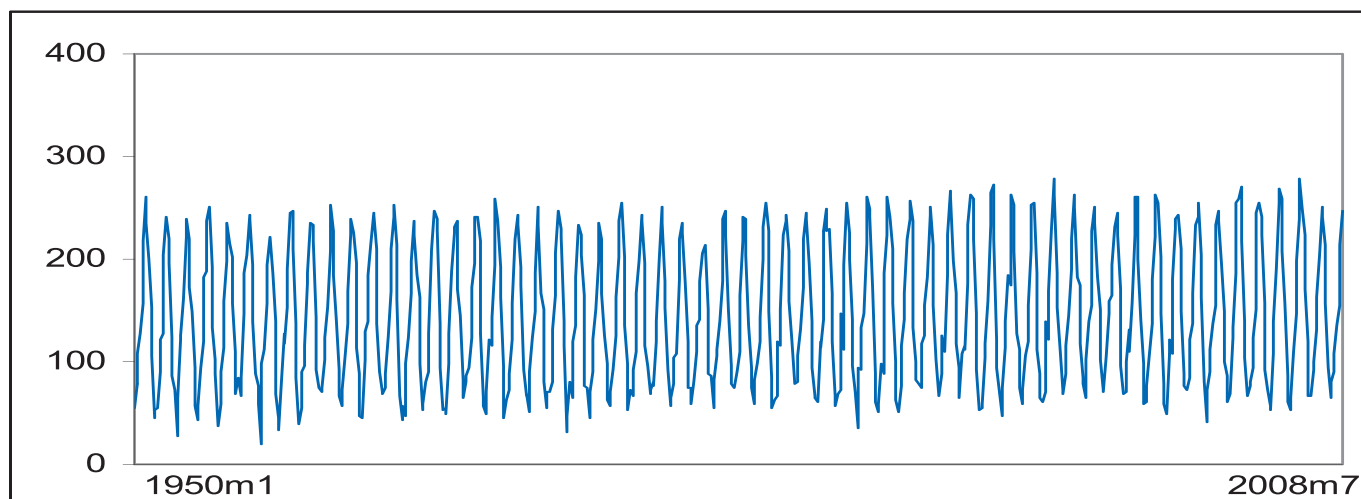


Figura 2c. Madrid (mean temperatures).

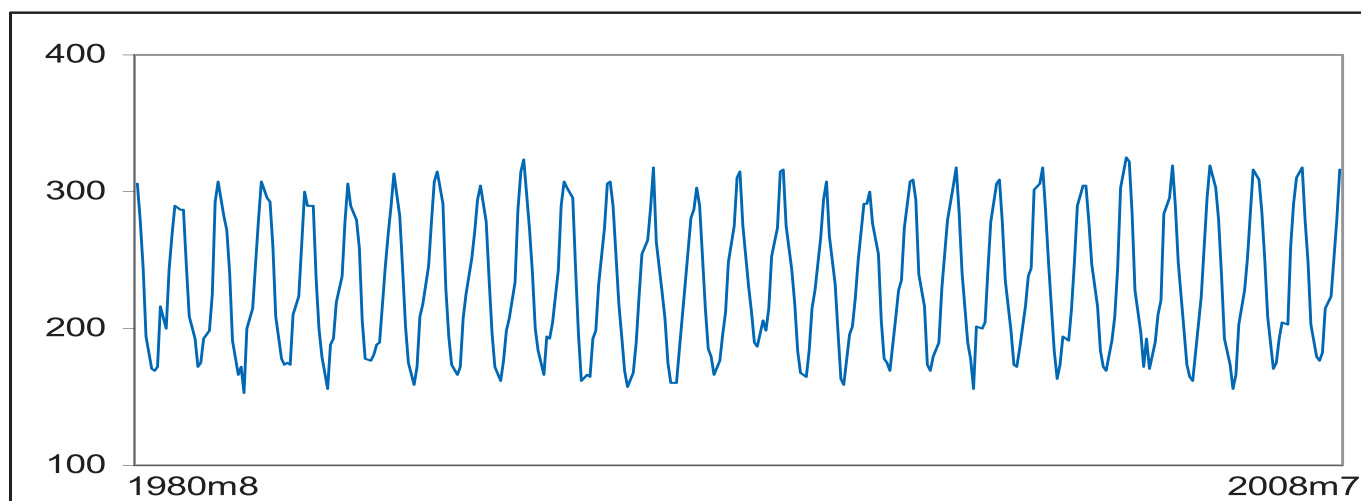


Figura 3a. Málaga (maximum temperatures).

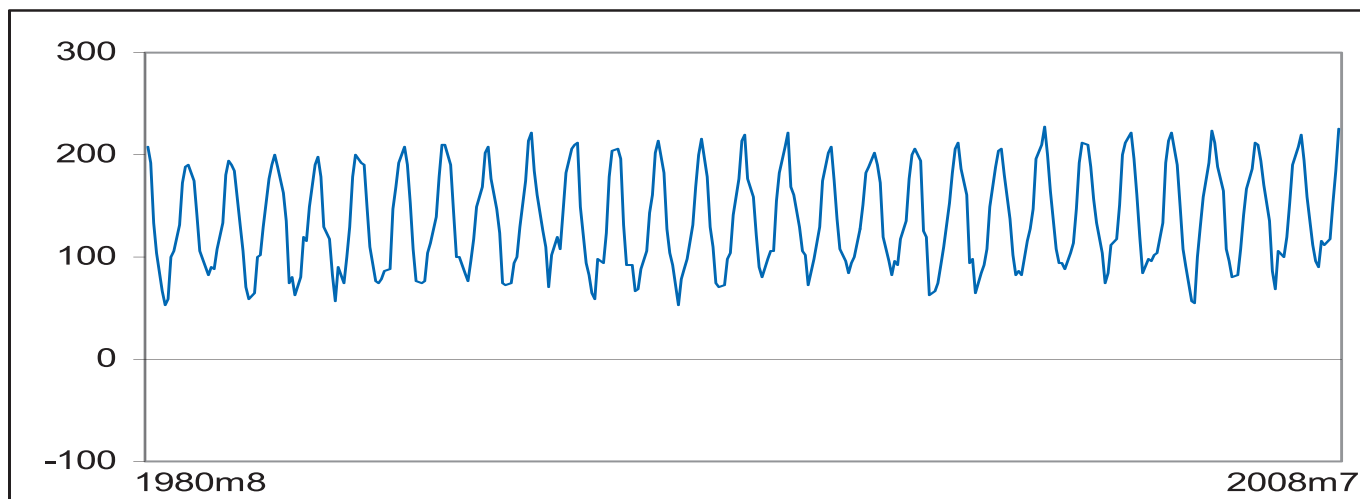


Figura 3b. Málaga (minimum temperatures).

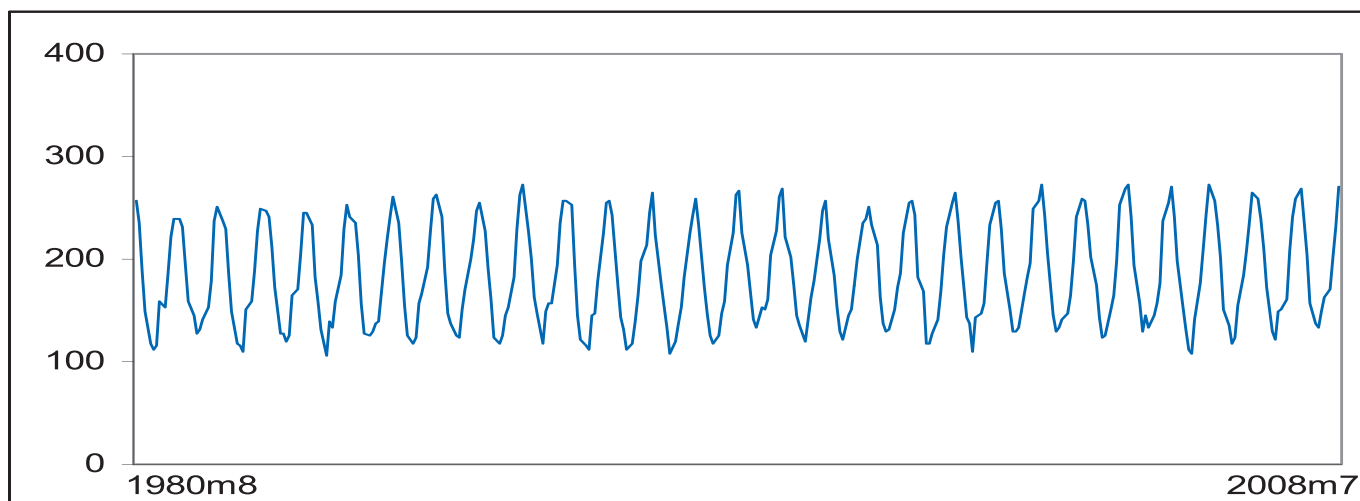


Figura 3c. Málaga (mean temperatures).

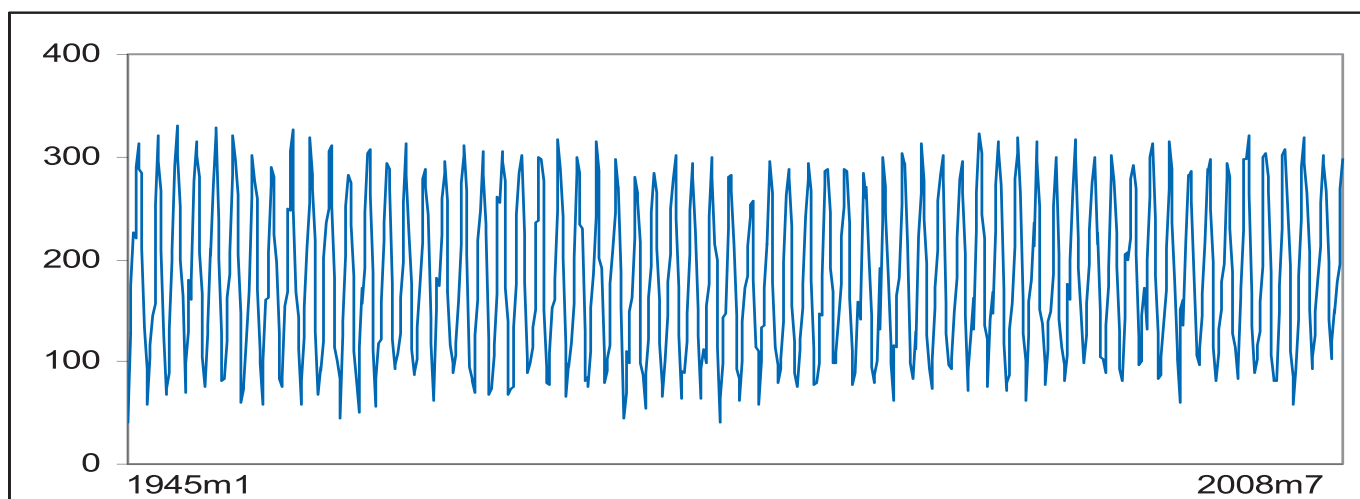


Figura 4a. Salamanca (maximum temperatures).

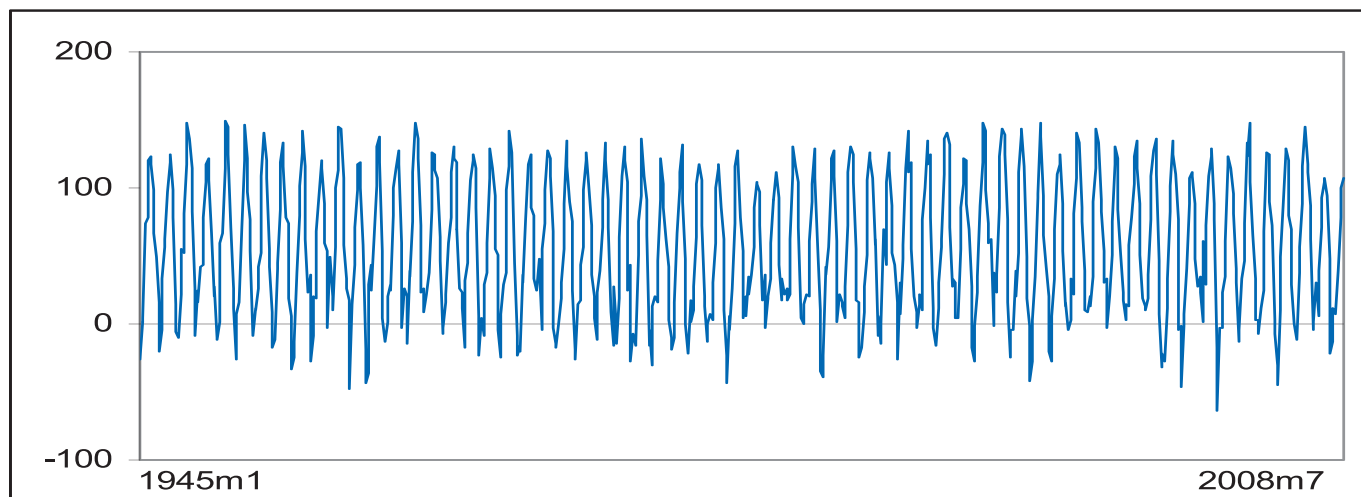


Figura 4b. Salamanca (minimum temperatures).

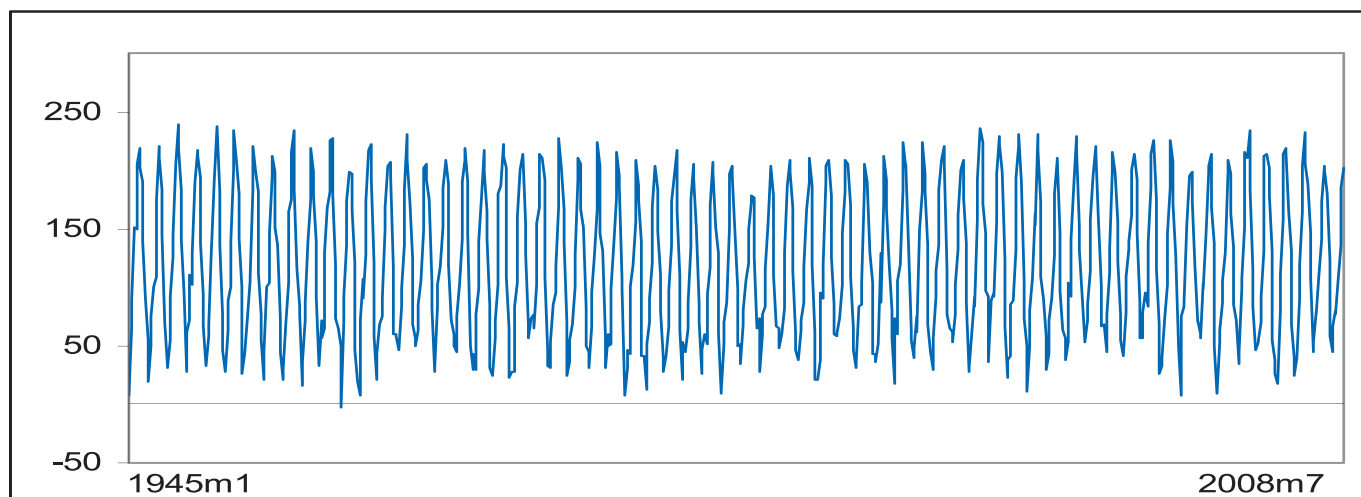


Figura 4c. Salamanca (mean temperatures).

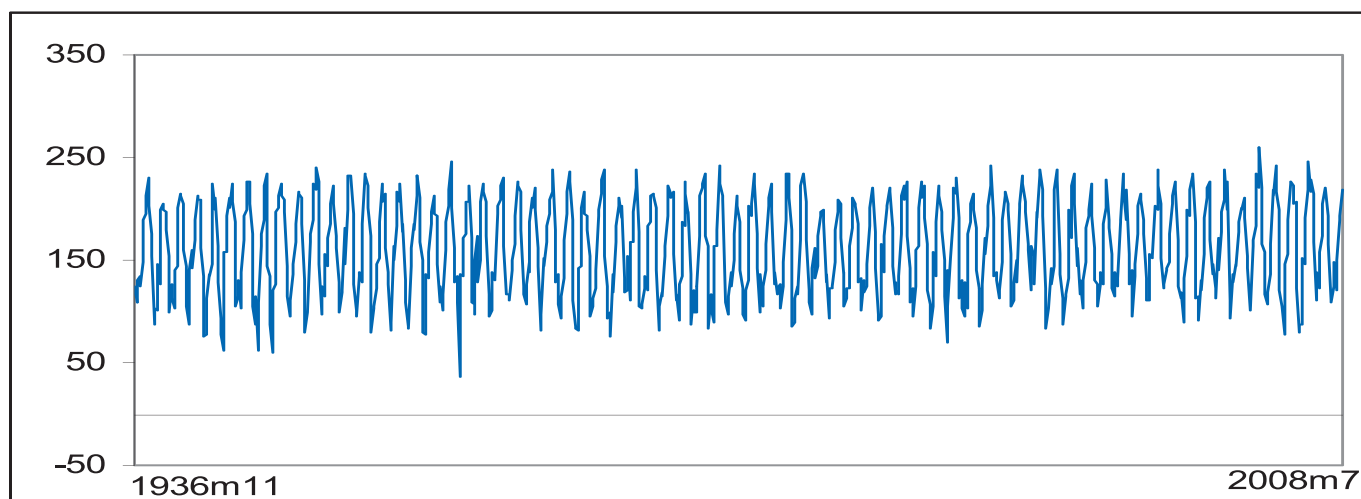


Figura 5a. San Sebastián-Donostia (maximum temperatures).

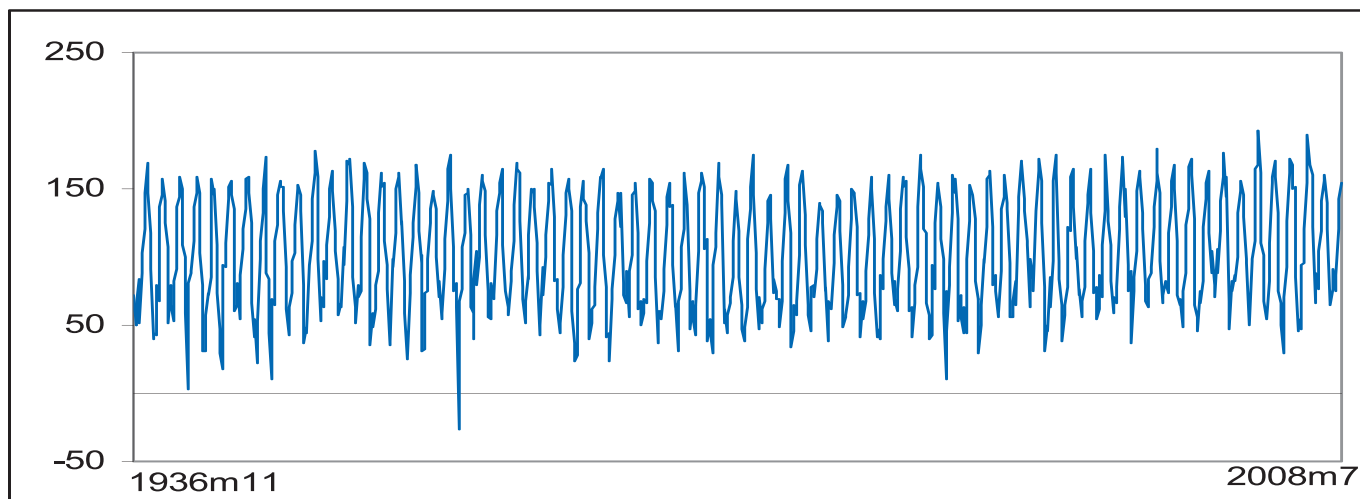


Figura 5b. San Sebastián-Donostia (minimum temperatures).

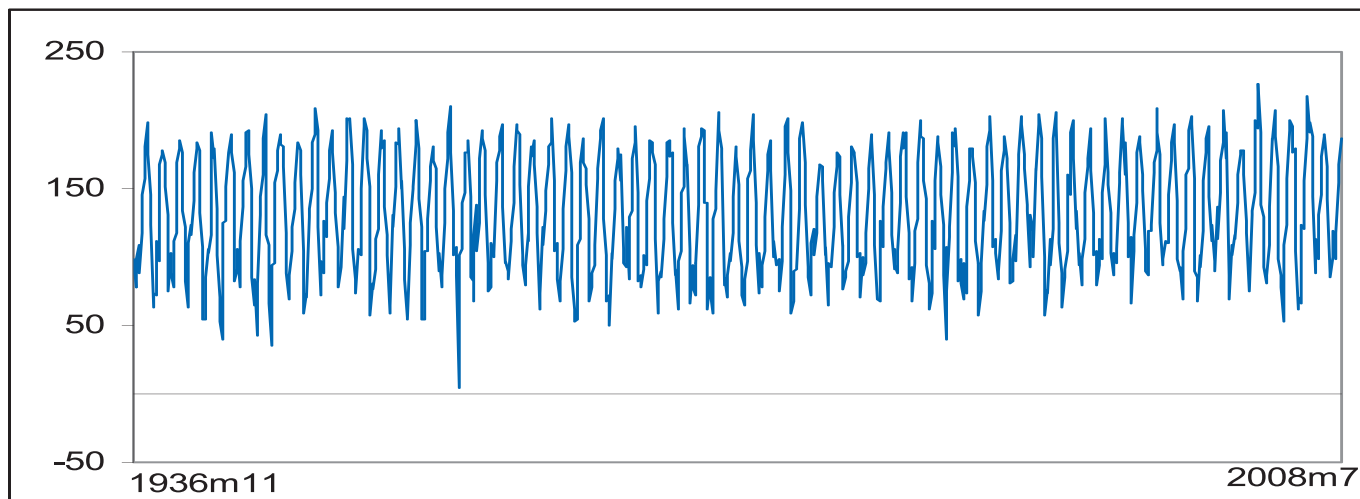


Figura 5c. San Sebastián-Donostia (mean temperatures).

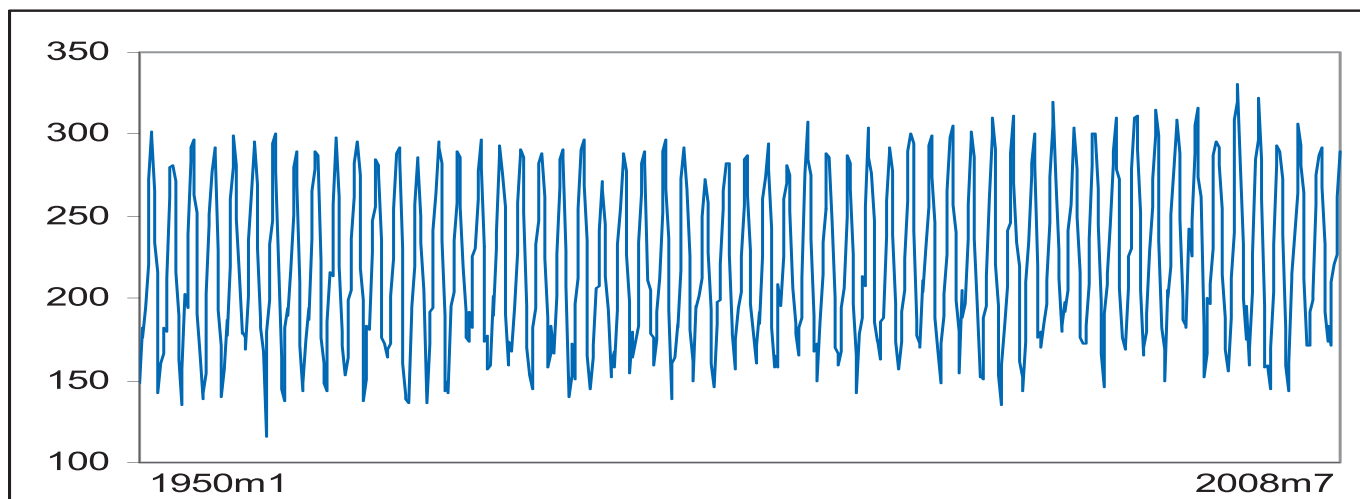


Figura 6a. Valencia (maximum temperatures).

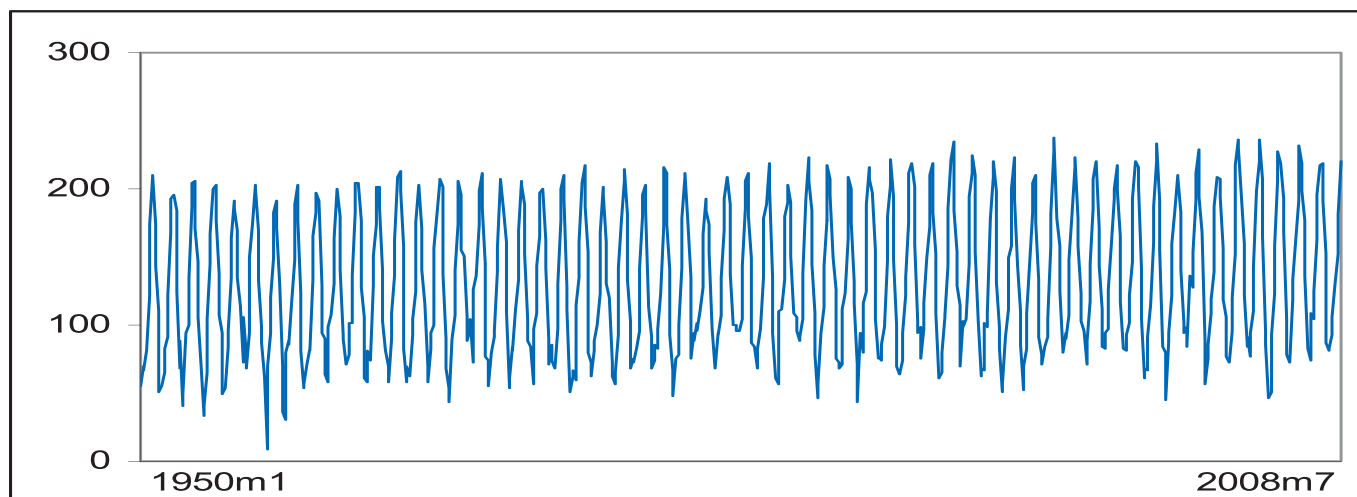


Figura 6b. Valencia (minimum temperatures).

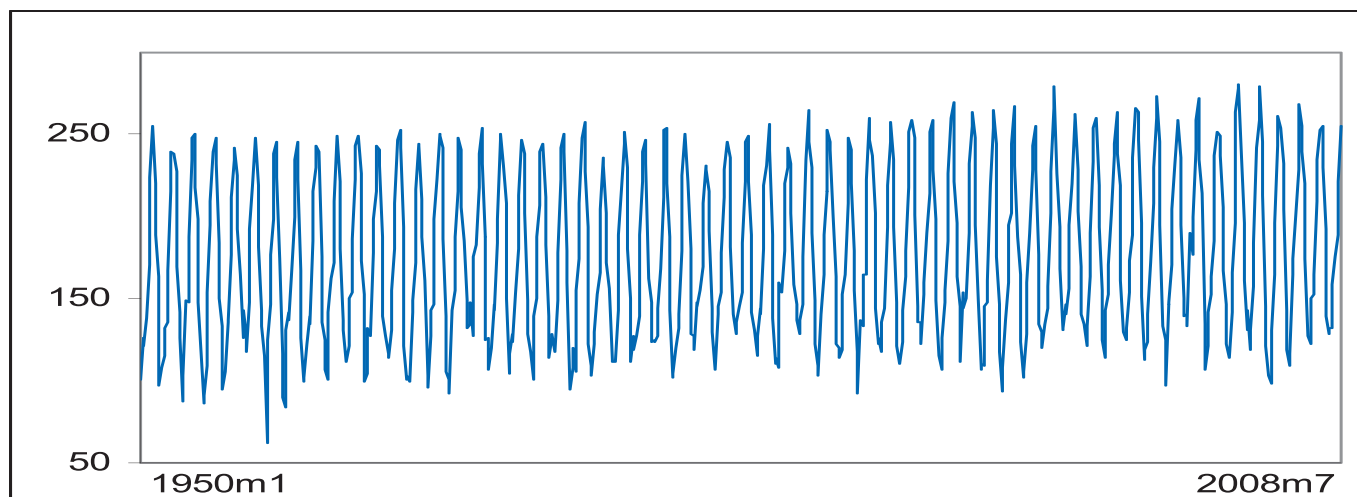


Figura 6c. Valencia (mean temperatures).

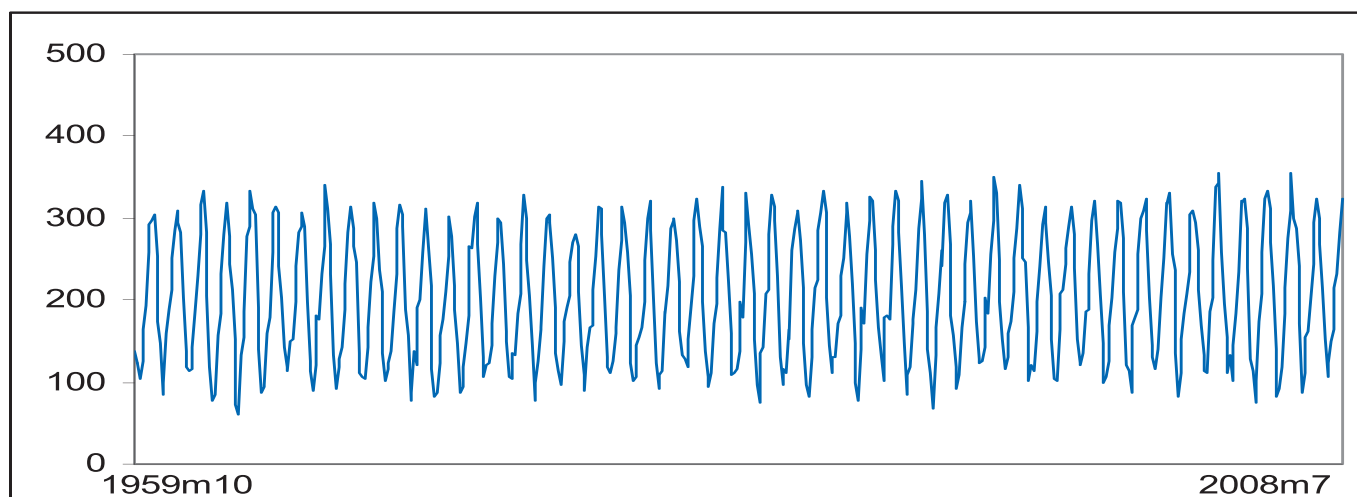


Figura 7a. Zaragoza (maximum temperatures).



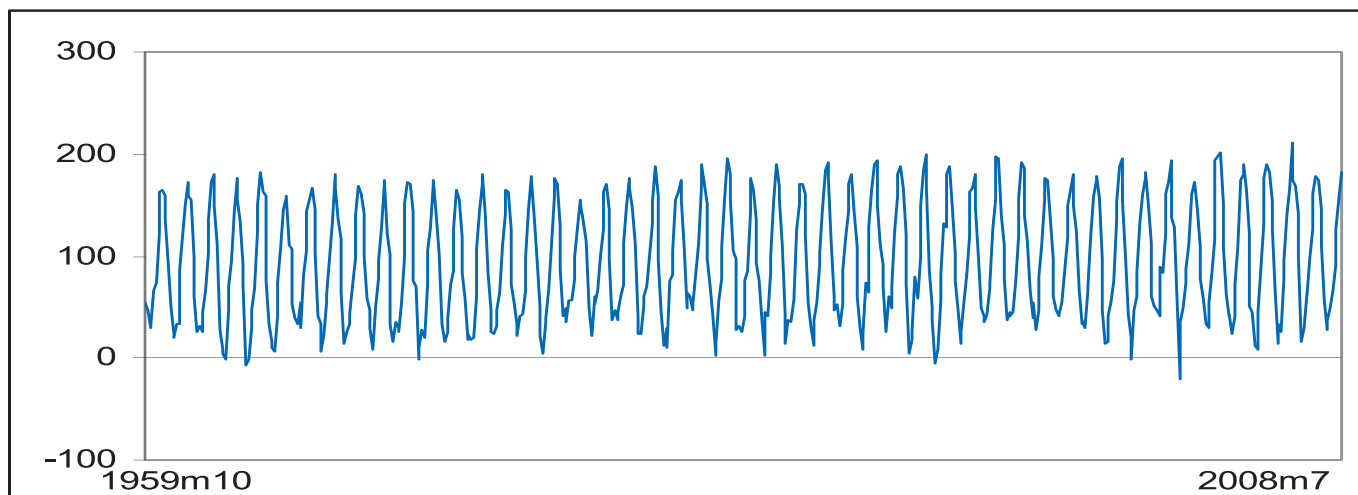


Figura 7b. Zaragoza (minimum temperatures).

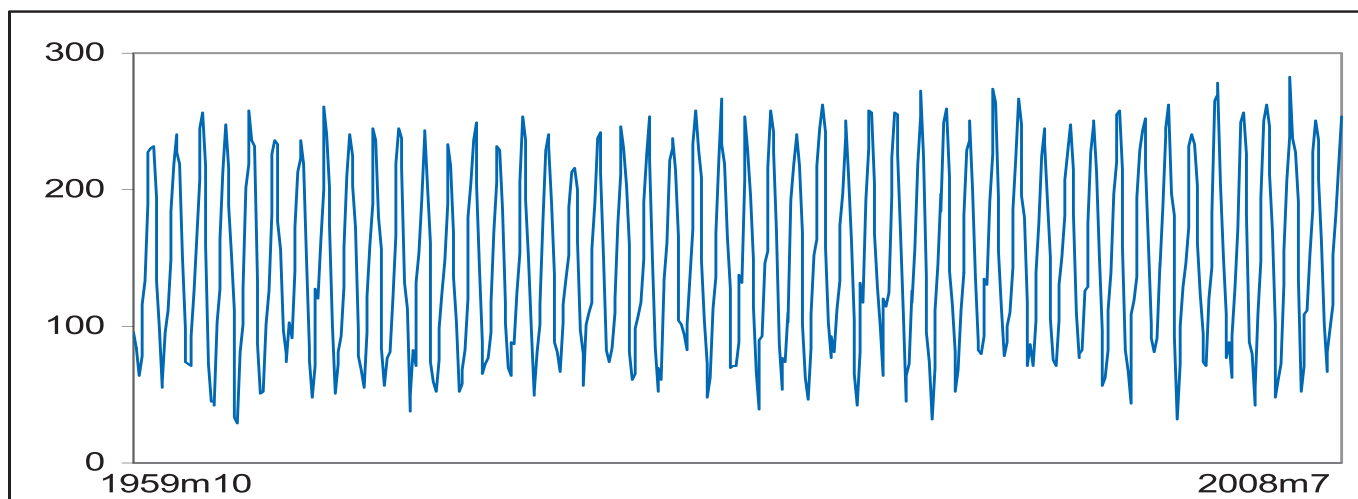


Figura 7c. Zaragoza (mean temperatures).

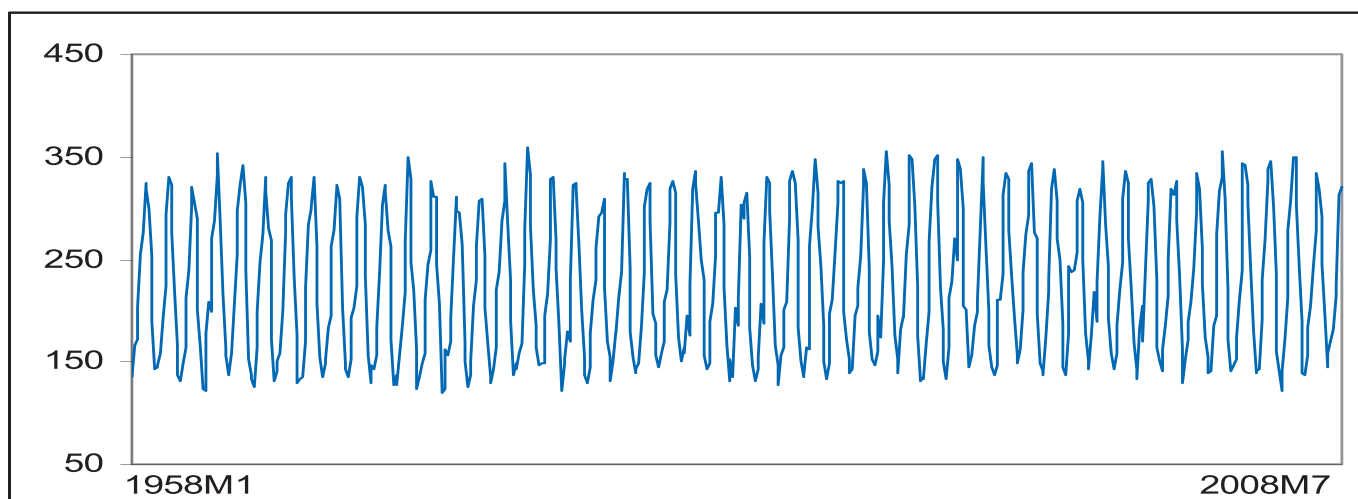


Figura 8a. Beja (maximum temperatures).

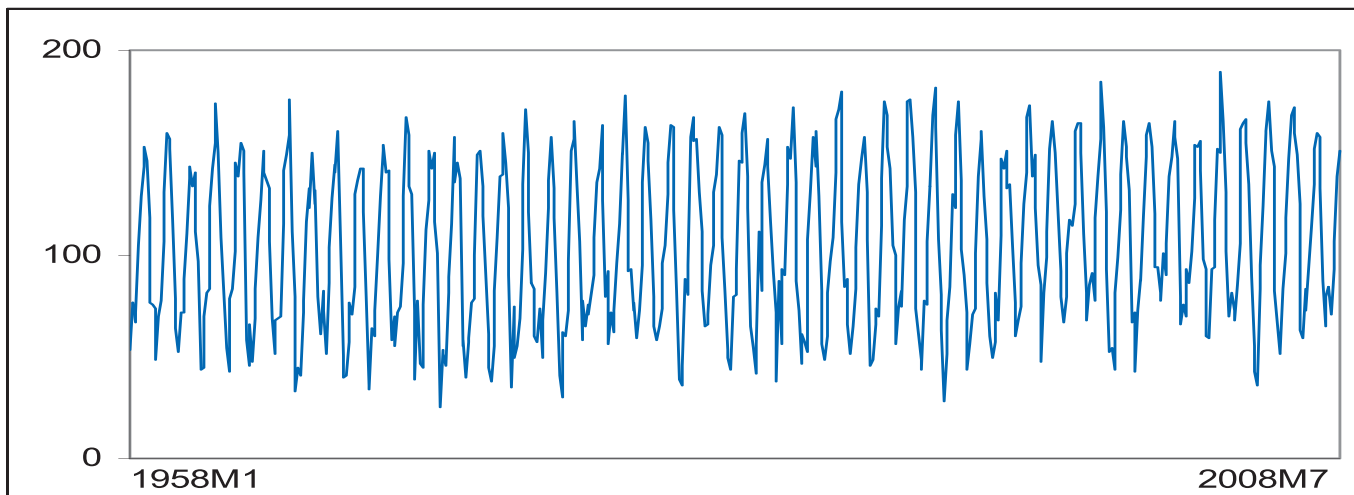


Figura 8b. Beja (minimum temperatures).

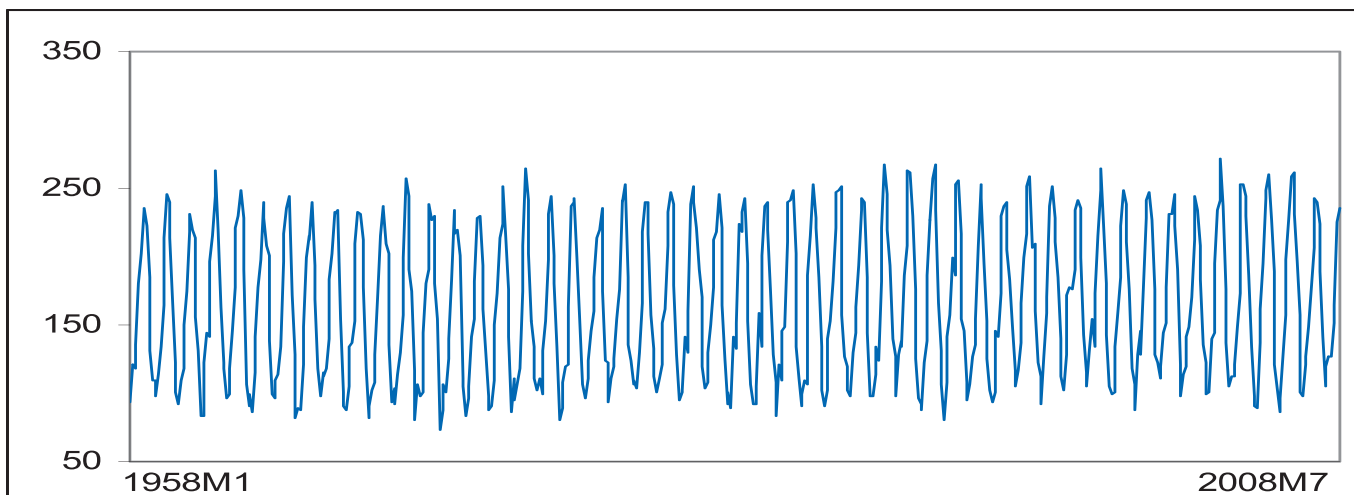


Figura 8c. Beja (mean temperatures).

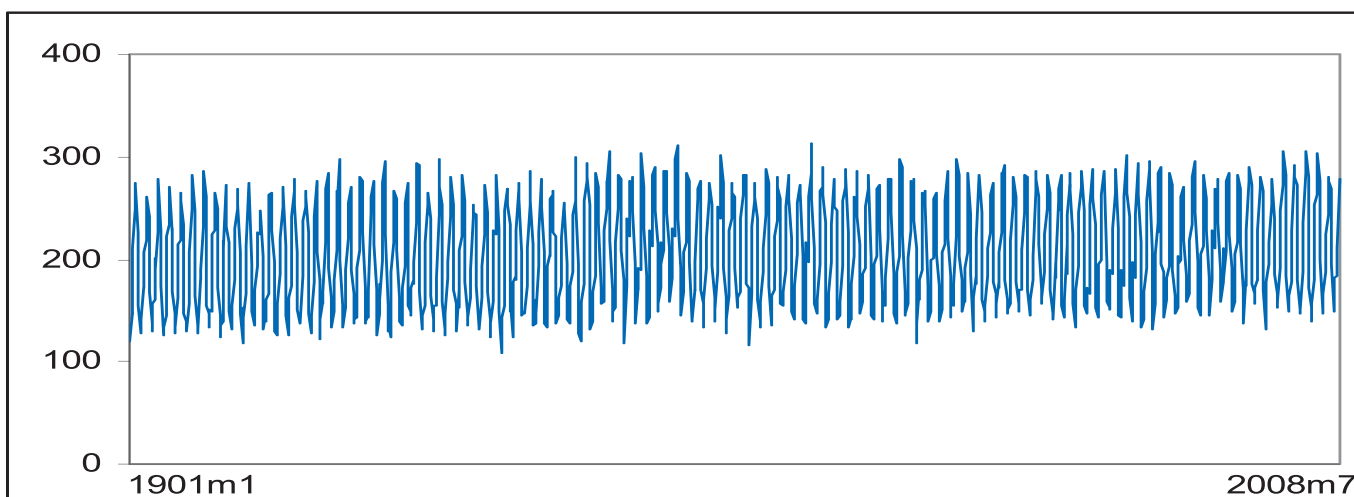


Figura 9a. Lisboa (maximum temperatures).

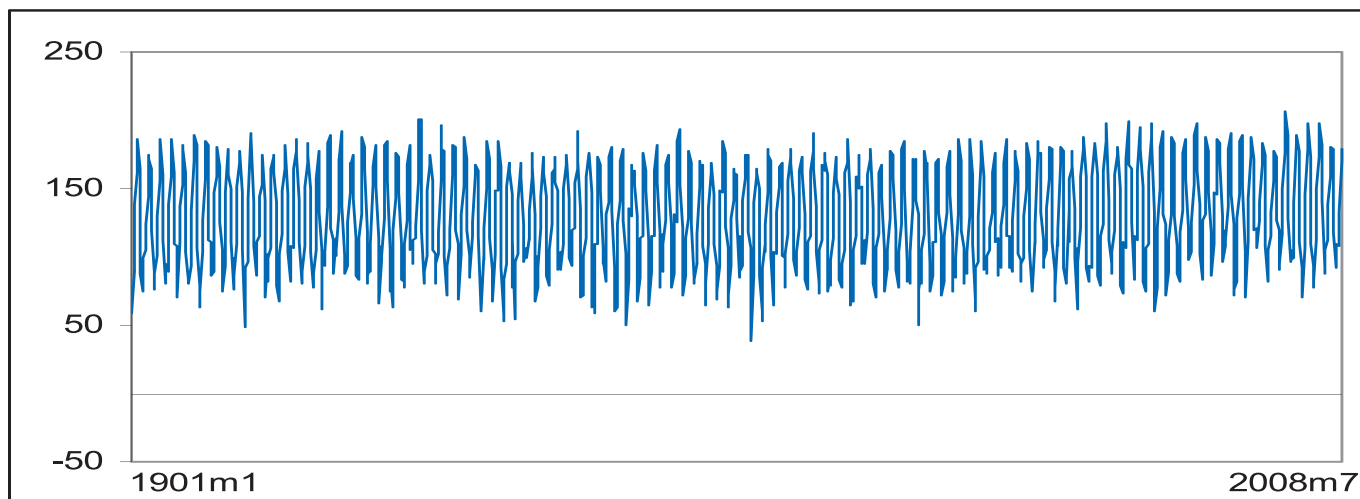


Figura 9b. Lisboa (minimum temperatures).

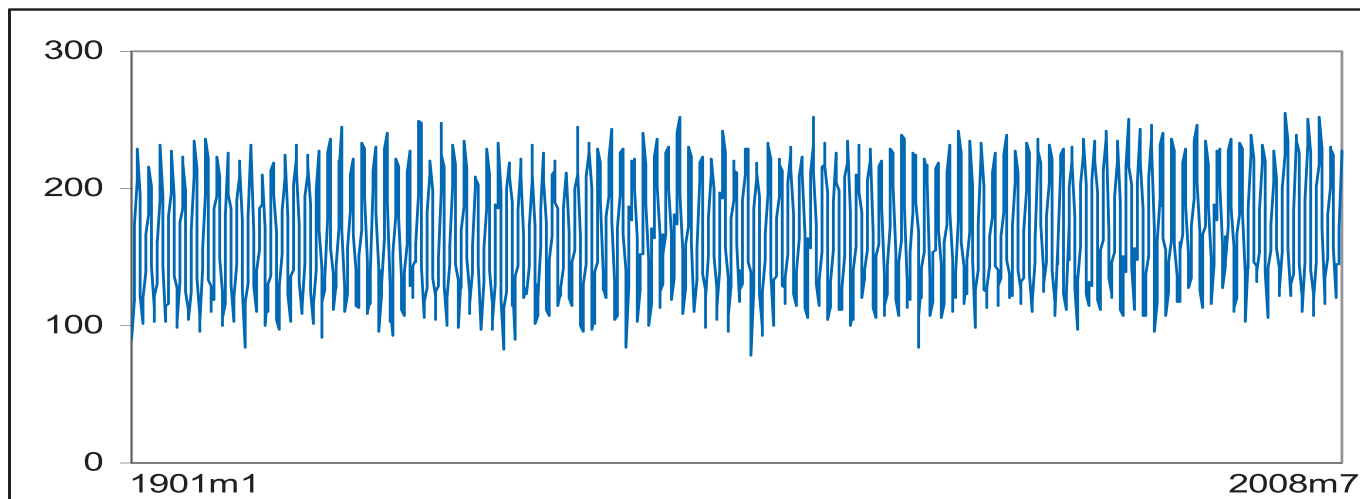


Figura 9c. Lisboa (mean temperatures).

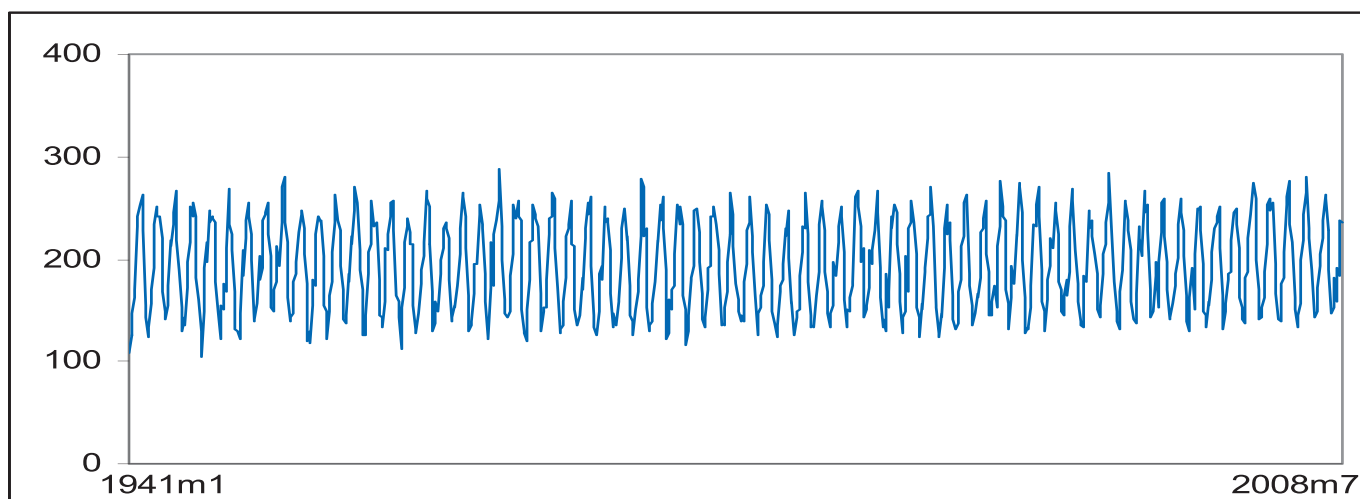


Figura 10a. Oporto (maximum temperatures).

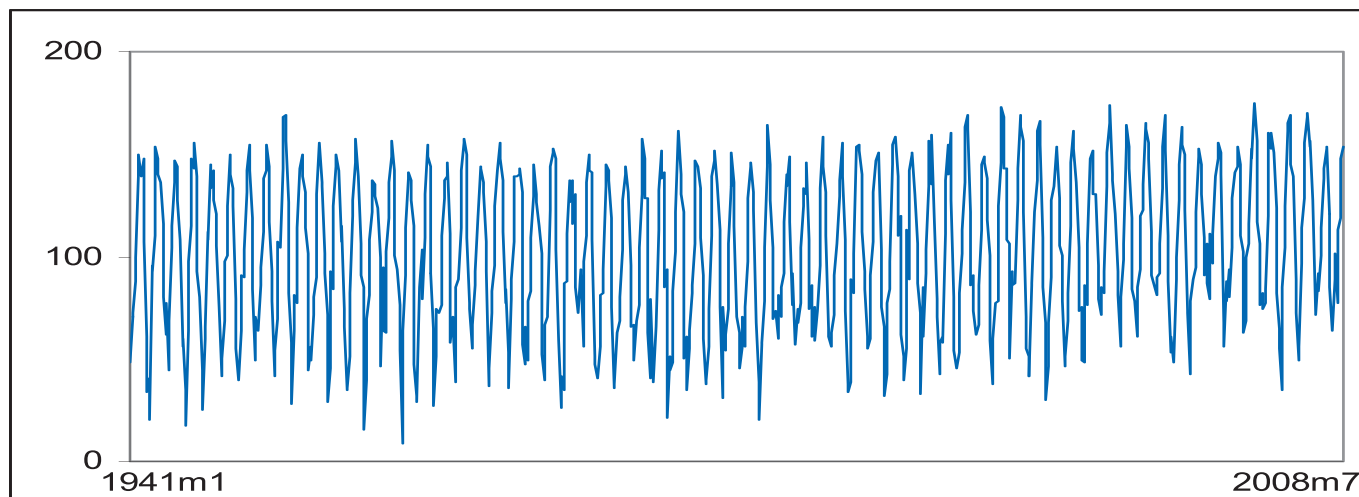


Figura 10b. Oporto (minimum temperatures).

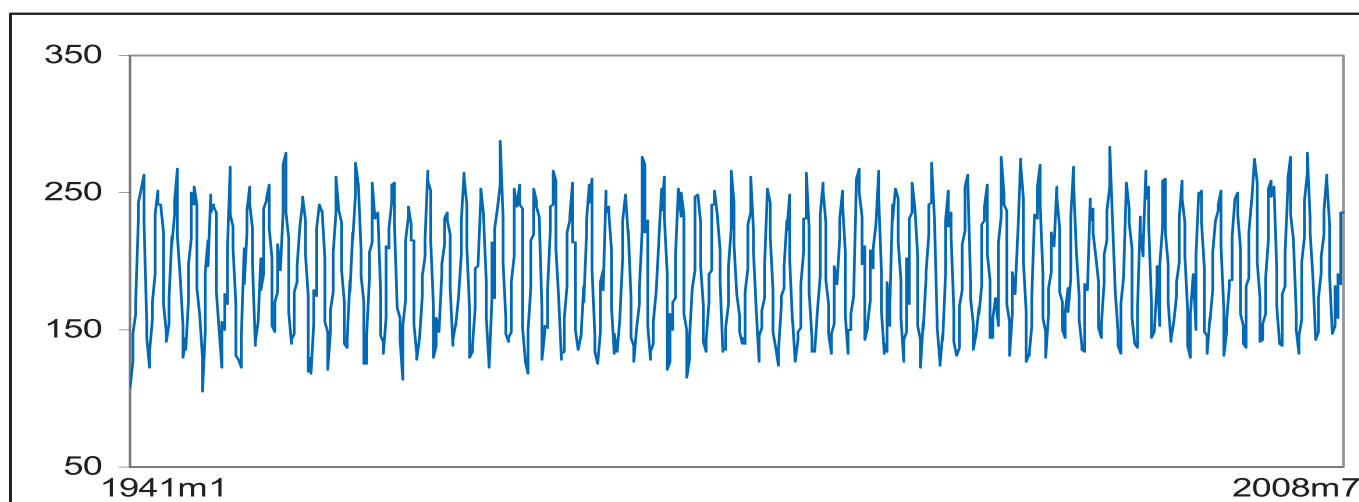


Figura 10c. Oporto (mean temperatures).

BADAJOS:	1955m1 - 2008m7	(643 observaciones)
MADRID:	1950m1 - 2008m7	(703)
MALAGA:	1980m8 - 2008m7	(336)
SALAMANCA:	1945m1 - 2008m7	(763)
SAN SEBASTIAN-DONOSTIA:	1936m11 - 2008m7	(861)
VALENCIA:	1950m1 - 2008m7	(703)
ZARAGOZA:	1959m10 - 2008m7	(585)

BEJA:	1958m1 - 2008m7	(607)
LISBOA:	1901m1 - 2008m7	(1291)
OPORTO:	1941m1 - 2008m7	(811)

Las gráficos 1a) – 10-c) recogen la evolución de las series a lo largo del periodo muestral. En cada uno de los gráficos la parte superior se refiere a las tempe-

raturas máximas; el gráfico central a las temperaturas mínimas, y el gráfico inferior a las temperaturas medias.

## 5. RESULTADOS EMPÍRICOS

Esta sección está dividida en tres partes. En la primera nos centraremos en el estudio de los datos originales, esto es, las temperaturas máximas, mínimas y medias, mensuales, en las 10 localizaciones específicas presentadas en la sección anterior. En la segunda parte de esta sección, realizaremos el mismo estudio sobre las anomalías en relación con las medias mensuales, mientras que la tercera parte se centra en el estudio de las tendencias lineales segmentadas de acuerdo con la existencia de cambio de tipo estructural.

### a) Temperaturas máximas, mínimas y medias

En la tabla 1 representamos los valores de los parámetros estimados en el modelo representado por las

ecuaciones (10) y (11), incluyendo por tanto una tendencia lineal, integración fraccional en la frecuencia cero, y un proceso autoregresivo estacional. La tabla 1a) se refiere a las temperaturas máximas, la tabla 1b) a las temperaturas mínimas, y la tabla 1c) a las temperaturas medias. La segunda columna de las tablas presenta los valores del parámetro de integración fraccional junto con su intervalo de confianza al nivel de significación del 5%; dicho intervalo se ha obtenido contrastando la hipótesis nula (12) para distintos valores de  $d_0 = 0, 0.001, 0.002, \dots$ , y eligiendo aquellos valores para los que no se rechaza la hipótesis nula con los tests de Robinson (1994) a un nivel de significación del 5%; la siguiente columna se refiere al coeficiente de la tendencia lineal (con su t-value en paréntesis), y la columna cuarta se refiere a la estimación del parámetro autoregresivo estacional.

**Tabla 1a:** Estimadores de los coeficientes del modelo. Temperaturas máximas.

Localización	d	Tendencia	AR(1) estac.
<b>España</b>			
BADAJOS	0.157 (0.075, 0.256)	0.02731 (0.901)	0.944
MADRID	0.113 (0.043, 0.195)	0.03164 (1.362)	0.949
MALAGA	0.166 (0.064, 0.300)	0.02299 (0.465)	0.950
SALAMANCA	0.287 (0.182, 0.428)	0.01628 (0.383)	0.921
DONOSTIA-SS	0.082 (0.015, 0.161)	0.01168 (1.301)	0.849
VALENCIA	0.113 (0.047, 0.192)	<b>0.02593 (1.733)</b>	0.934
ZARAGOZA	0.086 (0.007, 0.183)	0.04124 (1.529)	0.947
<b>Portugal</b>			
BEJA	0.116 (0.031, 0.221)	0.02518 (0.965)	0.939
OPORTO	0.140 (0.071, 0.222)	0.00821 (0.683)	0.879
LISBOA	0.110 (0.054, 0.175)	<b>0.01841 (2.921)</b>	0.923

En paréntesis, en la segunda columna, las bandas de confianza al 95% para los valores estimados de d; en la tercera columna, t-values del coeficiente de la tendencia lineal.

**Tabla 1b:** Estimadores de los coeficientes del modelo. Temperaturas mínimas.

Localización	d	Tendencia	AR(1) estac.
<b>España</b>			
BADAJOS	0.254 (0.169, 0.358)	0.01513 (0.499)	0.867
MADRID	0.135 (0.068, 0.213)	0.02453 (1.080)	0.933
MALAGA	0.199 (0.110, 0.312)	0.05101 (0.958)	0.940
SALAMANCA	0.299 (0.210, 0.416)	0.00544 (0.187)	0.853
DONOSTIA-SS	0.119 (0.057, 0.192)	0.01325 (1.390)	0.867
VALENCIA	0.173 (0.101, 0.259)	<b>0.03695 (1.839)</b>	0.932
ZARAGOZA	0.089 (0.010, 0.186)	<b>0.04177 (2.083)</b>	0.943
<b>Portugal</b>			
BEJA	0.163 (0.082, 0.262)	0.02916 (1.636)	0.879
OPORTO	0.186 (0.112, 0.275)	<b>0.02140 (1.685)</b>	0.848
LISBOA	0.179 (0.122, 0.245)	0.00773 (1.222)	0.897

En paréntesis, en la segunda columna, las bandas de confianza al 95% para los valores estimados de d; en la tercera columna, t-values del coeficiente de la tendencia lineal.

**Tabla 1c:** Estimadores de los coeficientes del modelo. Temperaturas mínimas.

Localización	d	Tendencia	AR(1) estac.
<b>España</b>			
BADAJOS	0.166 (0.088, 0.259)	0.02165 (0.835)	0.946
MADRID	0.114 (0.045, 0.193)	0.02622 (1.297)	0.950
MALAGA	0.206 (0.112, 0.327)	0.03602 (0.653)	0.955
SALAMANCA	0.287 (0.189, 0.415)	0.01019 (0.295)	0.921
DONOSTIA-SS	0.097 (0.033, 0.173)	0.01208 (1.331)	0.863
VALENCIA	0.144 (0.075, 0.228)	<b>0.03108 (1.797)</b>	0.942
ZARAGOZA	0.087 (0.010, 0.182)	<b>0.04154 (1.779)</b>	0.952
<b>Portugal</b>			
BEJA	0.110 (0.028, 0.209)	0.02724 (1.385)	0.937
OPORTO	0.138 (0.068, 0.221)	0.00823 (0.689)	0.880
LISBOA	0.137 (0.080, 0.209)	<b>0.01300 (2.121)</b>	0.923

En paréntesis, en la segunda columna, las bandas de confianza al 95% para los valores estimados de d; en la tercera columna, t-values del coeficiente de la tendencia lineal.

Inicialmente estudiamos el comportamiento de las temperaturas máximas. La primera observación en esta tabla es que todos los estimadores del parámetro de integración fraccional son significativamente positivos, implicando que los valores obtenidos para la tendencia usando los modelos estacionarios  $I(0)$ , esto es, imponiendo  $d = 0$ , están erróneamente calculados. Este es un resultado importante ya que muchos de los cálculos de tendencias o de incrementos en las temperaturas obtenidos en los últimos años no sólo para España sino también para otros muchos países se han basado en el supuesto de que el término de error es  $I(0)$ . Si nos fijamos ahora en las tendencias, observamos que todos los valores son positivos, aunque solo en los casos de Valencia y Lisboa, los valores son estadísticamente significativos. Por otro lado, los valores del parámetro autorregresivo estacional son muy cercanos a 1 en todos los casos, implicando una fuerte dependencia temporal estacional en todos los datos. (El valor estacional más bajo se da en San Sebastián-Donostia con un parámetro igual a 0.849).

Si nos centramos ahora en las temperaturas mínimas (en la tabla 1b)), los órdenes de integración son de nuevo positivos y estadísticamente significativamente distintos de cero en todos los casos. Estos valores son sustancialmente más altos que en el caso anterior, sugiriendo una mayor presencia de memoria larga en estas series de temperaturas mínimas. Además, el parámetro de tendencia lineal es ahora significativo en los casos de Valencia y Zaragoza en España, y en Oporto en el caso de Portugal. En lo que respecta a las temperaturas medias (tabla 1c)) el parámetro de integración fraccional oscila entre 0.087 (Zaragoza) y 0.287 (Salamanca) siendo estadísticamente significativas de nuevo en todos los casos, y las tendencias lineales resultan significativas sólo en los casos de Valencia, Zaragoza y Lisboa.

**Tabla 2a:** Tendencias con d estimado y con  $d = 0$ . Temperaturas máximas.

Localización	d estimado	d = 0
<b>España</b>		
BADAJOS	0.02731 (0.901)	<b>0.02723 (1.694)</b>
MADRID	0.03164 (1.362)	<b>0.03135 (2.152)</b>
MALAGA	0.02299 (0.465)	0.02446 (0.870)
SALAMANCA	0.01628 (0.383)	0.00717 (0.563)
DONOSTIA-SS	0.01168 (1.301)	<b>0.01085 (1.733)</b>
VALENCIA	<b>0.02591 (1.733)</b>	<b>0.02601 (2.771)</b>
ZARAGOZA	0.04124 (1.529)	<b>0.03959 (2.060)</b>
<b>Portugal</b>		
BEJA	0.02518 (0.965)	0.02520 (1.534)
OPORTO	0.00823 (0.683)	0.00606 (0.919)
LISBOA	<b>0.01842 (2.921)</b>	<b>0.01781 (4.743)</b>

En negrita, tendencias significativamente distintas de 0.

**Tabla 2b:** Tendencias con d estimado y con  $d = 0$ . Temperaturas mínimas.

Localización	d estimado	d = 0
<b>España</b>		
BADAJOS	0.01511 (0.499)	0.01747 (1.605)
MADRID	0.02453 (1.080)	<b>0.02051 (1.893)</b>
MALAGA	0.05101 (0.958)	<b>0.05393 (1.984)</b>
SALAMANCA	0.00544 (0.187)	-0.00170 (-0.207)
DONOSTIA-SS	0.01325 (1.390)	<b>0.01136 (1.999)</b>
VALENCIA	<b>0.03691 (1.839)</b>	<b>0.03473 (3.511)</b>
ZARAGOZA	<b>0.04177 (2.083)</b>	<b>0.04052 (2.863)</b>
<b>Portugal</b>		
BEJA	0.02916 (1.636)	<b>0.02940 (3.153)</b>
OPORTO	<b>0.02140 (1.685)</b>	<b>0.02051 (3.558)</b>
LISBOA	<b>0.00773 (1.222)</b>	<b>0.00660 (2.427)</b>

En negrita, tendencias significativamente distintas de 0.

**Tabla 2c:** Tendencias con  $d$  estimado y con  $d = 0$ . Temperaturas medias.

Localización	$d$ estimado	$d = 0$
<b>España</b>		
BADAJOS	0.02165 (0.835)	0.02233 (1.680)
MADRID	0.02622 (1.297)	0.02597 (2.057)
MALAGA	0.03602 (0.653)	0.03914 (1.424)
SALAMANCA	0.01019 (0.295)	0.00254 (0.245)
DONOSTIA-SS	0.01208 (1.331)	0.01083 (1.823)
VALENCIA	0.03108 (1.797)	0.03032 (3.162)
ZARAGOZA	0.04154 (1.779)	0.04008 (2.415)
<b>Portugal</b>		
BEJA	0.02724 (1.385)	0.02739 (2.159)
OPORTO	0.00823 (0.689)	0.00612 (0.928)
LISBOA	0.01300 (2.121)	0.01221 (3.804)

En negrita, tendencias significativamente distintas de 0.

La tabla 2 recoge los valores de las tendencias lineales en los dos casos a estudiar: el de integración fraccio-

nal ( $d$  estimado) y el de imponiendo el valor  $d = 0$ . Observamos que en los tres tipos de datos (temperaturas máximas, mínimas y medias) los valores de la tendencia lineal aparecen significativos en una mayor proporción si imponemos estacionariedad  $I(0)$  en los datos. Sin embargo, el análisis anterior nos indica que los datos no siguen patrones  $I(0)$  sino de integración fraccional  $I(d)$  con  $d > 0$ . En este último caso, y estimando  $d$  correctamente, observamos que la mayoría de las tendencias, aunque positivas, no son significativamente diferentes de 0. Así, en el caso de las temperaturas máximas (tabla 2a), las tendencias resultan ser significativas sólo en los casos de Valencia y Lisboa; en el caso de las temperaturas mínimas (tabla 2b), las tendencias significativas son las de Valencia, Zaragoza, Oporto y Lisboa, mientras que en el caso de las temperaturas medias (tabla 2c), son significativas las tendencias en los casos de Valencia, Zaragoza y Lisboa. Si nos fijamos ahora en las magnitudes de los coeficientes vemos que los valores son similares en aquellos casos, incrementándose ligeramente en los casos donde  $d$  es estimado fraccionalmente.

**Tabla 3a:** Estimadores de los coeficientes del modelo usando en todos los casos el mismo tamaño muestral (1980m8 -2008m7). Temperaturas máximas.

Localización	$d$	Tendencia	AR(1) estac.
<b>España</b>			
BADAJOS	0.139 (0.032, 0.278)	0.01828 (0.271)	0.945
MADRID	0.102 (-0.002, 0.236)	0.02922 (0.465)	0.953
MALAGA	0.166 (0.064, 0.300)	0.02299 (0.465)	0.950
SALAMANCA	0.101 (0.012, 0.213)	0.04431 (0.735)	0.938
DONOSTIA-SS	0.096 (0.007, 0.214)	0.02066 (0.597)	0.848
VALENCIA	0.146 (0.050, 0.275)	0.03437 (0.746)	0.934
ZARAGOZA	0.077 (-0.016, 0.199)	0.04043 (0.713)	0.934
<b>Portugal</b>			
BEJA	0.114 (0.005, 0.261)	0.01862 (0.321)	0.939
OPORTO	0.117 (0.018, 0.249)	0.02161 (0.600)	0.880
LISBOA	0.138 (0.035, 0.274)	0.02810 (0.641)	0.921

En paréntesis, en la segunda columna, las bandas de confianza al 95% para los valores estimados de  $d$ ; en la tercera columna, t-values del coeficiente de la tendencia lineal.

**Tabla 3b:** Estimadores de los coeficientes del modelo usando en todos los casos el mismo tamaño muestral (1980m8 -2008m7). Temperaturas mínimas.

Localización	$d$	Tendencia	AR(1) estac.
<b>España</b>			
BADAJOS	0.287 (0.187, 0.421)	0.03003 (0.391)	0.874
MADRID	0.201 (0.111, 0.317)	0.01353 (0.206)	0.934
MALAGA	0.199 (0.110, 0.312)	0.05101 (0.958)	0.940
SALAMANCA	0.126 (0.030, 0.255)	-0.00047 (-0.010)	0.881
DONOSTIA-SS	0.155 (0.066, 0.272)	0.04133 (1.068)	0.862
VALENCIA	0.236 (0.138, 0.362)	0.03278 (0.493)	0.936
ZARAGOZA	0.129 (0.036, 0.249)	0.02586 (0.514)	0.938
<b>Portugal</b>			
BEJA	0.208 (0.110, 0.337)	0.02322 (0.510)	0.883
OPORTO	0.275 (0.172, 0.415)	0.04446 (0.830)	0.846
LISBOA	0.233 (0.141, 0.353)	0.02404 (0.532)	0.899

En paréntesis, en la segunda columna, las bandas de confianza al 95% para los valores estimados de  $d$ ; en la tercera columna, t-values del coeficiente de la tendencia lineal.

**Table 3c:** Estimadores de los coeficientes del modelo usando en todos los casos el mismo tamaño muestral (1980m8 -2008m7). Temperaturas medias.

Localización	d	Tendencia	AR(1) estac.
<b>España</b>			
BADAJOS	0.178 (0.084, 0.298)	0.02499 (0.390)	0.947
MADRID	0.142 (0.045, 0.265)	0.02160 (0.345)	0.952
MALAGA	0.206 (0.112, 0.327)	0.03602 (0.653)	0.955
SALAMANCA	0.063 (-0.021, 0.169)	0.02149 (0.491)	0.940
DONOSTIA-SS	0.121 (0.033, 0.236)	0.03066 (0.852)	0.860
VALENCIA	0.216 (0.117, 0.347)	0.03215 (0.537)	0.942
ZARAGOZA	0.112 (0.020, 0.227)	0.03306 (0.597)	0.950
<b>Portugal</b>			
BEJA	0.143 (0.041, 0.276)	0.02205 (0.446)	0.937
OPORTO	0.119 (0.020, 0.252)	0.02109 (0.582)	0.879
LISBOA	0.186 (0.089, 0.313)	0.02606 (0.581)	0.920

En paréntesis, en la segunda columna, las bandas de confianza al 95% para los valores estimados de d; en la tercera columna, t-values del coeficiente de la tendencia lineal.

Las tablas 3 y 4 recogen el mismo tipo de información que las tablas 1 y 2 pero centrándonos en datos que presentan el mismo número de observaciones en todos los casos. Así, todas las series de temperaturas se refieren ahora al período muestral 1980m8 – 2008m7. De esta manera podemos comparar de una manera más eficiente los estimadores de las tendencias en las distintas localizaciones.

Empezando de nuevo con las temperaturas máximas (en la tabla 3a) los órdenes de integración oscilan ahora entre 0.077 (Zaragoza) y 0.166 (Málaga), siendo significativamente distintos de cero en la mayoría de los casos (todos excepto Madrid y Zaragoza) donde no se rechaza la hipótesis de  $I(0)$  estacionariedad; las tendencias son todas positivas y significativamente iguales a 0, y el parámetro de estacionalidad es cercano a 1 en todos los casos. Nótese que la falta de significatividad de las tendencias puede ser una consecuencia del menor tamaño muestral empleado en estos casos. En relación con las temperaturas mínimas (tabla 3b), d oscila entre 0.126 (Salamanca) y 0.287 (Badajoz) y todos los órdenes de integración resultan ser estrictamente positivos y muy superiores a los obtenidos en relación con las temperaturas máximas. En el caso de Salamanca, el parámetro de la tendencia en el tiempo es negativo mientras que en el resto de los casos es positivo, aunque de nuevo aquí son todos los parámetros significativamente iguales a 0. Por último, en relación con las temperaturas medias (tabla 3c), d oscila entre 0.112 (Zaragoza) y 0.216 (Valencia); todos los órdenes de integración son significativamente positivos excepto Salamanca donde la hipótesis nula  $I(0)$  no resulta rechazada, y también aquí todas las tendencias son cercanas a 0, positivas y no significativas.

**Tabla 4a:** Tendencias con d estimado y con d = 0 usando en todos los casos el mismo tamaño muestral (1980m8 -2008m7). Temperaturas máximas.

Localización	d estimado	d = 0
<b>España</b>		
BADAJOS	0.01828 (0.271)	0.02100 (0.504)
MADRID	0.02922 (0.465)	0.02965 (0.670)
MALAGA	0.02299 (0.465)	0.02446 (0.870)
SALAMANCA	0.04431 (0.735)	0.04405 (1.035)
DONOSTIA-SS	0.02066 (0.597)	0.02229 (0.899)
VALENCIA	0.03437 (0.746)	0.03894 (1.389)
ZARAGOZA	0.04043 (0.713)	0.04054 (0.932)
<b>Portugal</b>		
BEJA	0.01862 (0.321)	0.02062 (0.527)
OPORTO	0.02161 (0.600)	0.02325 (0.969)
LISBOA	0.02810 (0.641)	0.03071 (1.126)

En negrita, tendencias significativamente distintas de 0.

**Tabla 4b:** Tendencias con d estimado y con d = 0 usando en todos los casos el mismo tamaño muestral (1980m8 -2008m7). Temperaturas mínimas.

Localización	d estimado	d = 0
<b>España</b>		
BADAJOS	0.03033 (0.874)	0.03389 (1.166)
MADRID	0.01353 (0.206)	0.01897 (0.572)
MALAGA	0.05101 (0.958)	<b>0.05393 (1.984)</b>
SALAMANCA	-0.00047 (-0.010)	-0.00123 (-0.042)
DONOSTIA-SS	0.04133 (1.068)	<b>0.04406 (1.938)</b>
VALENCIA	0.03278 (0.493)	0.04038 (1.351)
ZARAGOZA	0.02586 (0.514)	0.02646 (0.818)
<b>Portugal</b>		
BEJA	0.02322 (0.510)	0.03046 (1.362)
OPORTO	0.04446 (0.830)	<b>0.05009 (2.337)</b>
LISBOA	0.02404 (0.532)	0.02900 (1.417)

En negrita, tendencias significativamente distintas de 0.



**Tabla 4c:** Tendencias con  $d$  estimado y con  $d = 0$  usando en todos los casos el mismo tamaño muestral (1980m8 -2008m7). Temperaturas medias.

Localización	$d$ estimado	$d = 0$
<b>España</b>		
BADAJOS	0.02499 (0.390)	0.02724 (0.780)
MADRID	0.02160 (0.345)	0.02372 (0.617)
MALAGA	0.03602 (0.653)	0.03914 (1.424)
SALAMANCA	0.02149 (0.491)	0.02102 (0.596)
DONOSTIA-SS	0.03066 (0.852)	0.03264 (1.379)
VALENCIA	0.03215 (0.537)	0.03966 (1.375)
ZARAGOZA	0.03306 (0.597)	0.03350 (0.888)
<b>Portugal</b>		
BEJA	0.02205 (0.446)	0.02566 (0.847)
OPORTO	0.02109 (0.582)	0.02287 (0.954)
LISBOA	0.02606 (0.581)	0.02994 (1.261)

En negrita, tendencias significativamente distintas de 0.

Comparando los valores de las tendencias en los casos de  $d$  estimado fraccionalmente y de  $d = 0$ , prácticamente todos los coeficientes son no significativos. (Véase las tablas 4a, 4b y 4c). Las únicas excepciones son en relación a las temperaturas mínimas en Málaga, Donostia-San Sebastian y Oporto si imponemos estacionariedad  $I(0)$  donde las tendencias resultan ser significativas y dejan de serlo al estimar  $d$  fraccionalmente.

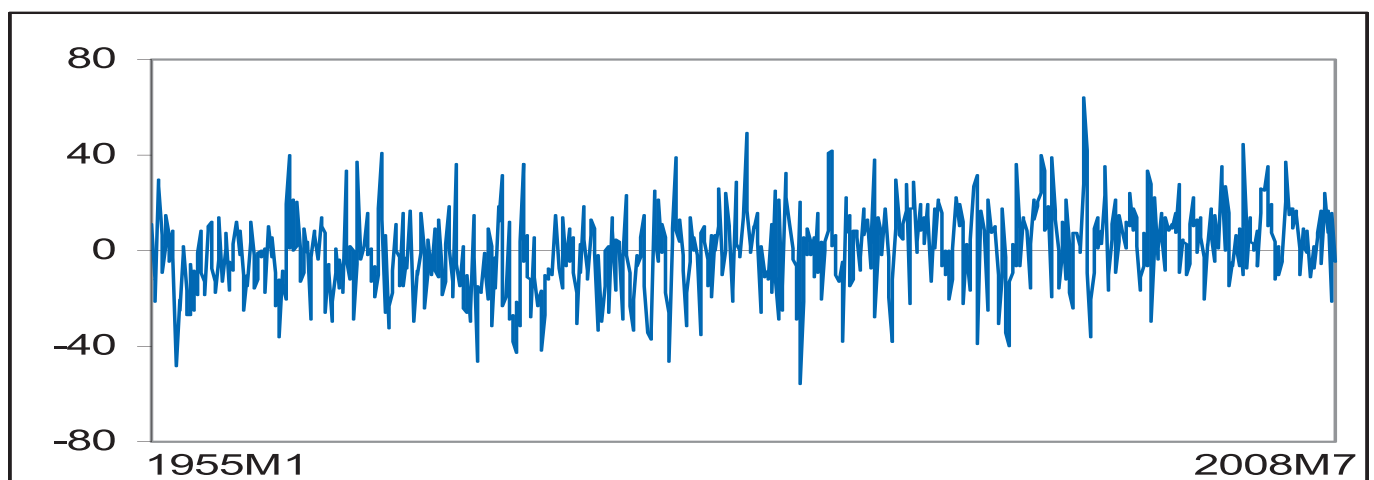
En resumen, podemos concluir el análisis en esta subsección diciendo que prácticamente todas las temperaturas examinadas presentan un comportamiento de memoria

larga, con órdenes de integración positivos y estadísticamente significativos, siendo además superiores en el caso de las temperaturas mínimas comparadas con las máximas y las medias. El hecho de que se rechaze la hipótesis de estacionariedad  $I(0)$  en la mayoría de los casos implica que muchas de las tendencias lineales que resultaban significativas en dicho escenario dejan de serlo cuando  $d$  se estima fraccionalmente aunque presenten valores positivos en todos los casos. Usando series de igual tamaño muestral con datos empezando en 1980m8, las tendencias aunque positivas son estadísticamente insignificantes en todos los casos, quizá debido al menor número de observaciones empleadas en la estimación de los parámetros.

### b) Anomalías mensuales

En esta subsección nos centraremos en el estudio de las anomalías mensuales en relación con las temperaturas máximas, mínimas y medias analizadas en la sección anterior. Los gráficos 11a) – 20c) recogen su comportamiento a lo largo del tiempo. Al igual que en las figuras anteriores, los gráficos superiores se refieren a las anomalías en relación con las temperaturas máximas; los gráficos centrales se refieren a las temperaturas mínimas, mientras que los gráficos inferiores recogen el comportamiento de las anomalías en relación con las temperaturas medias. Comparando estos gráficos con los representados en las figuras 1 - 10 observamos un mayor comportamiento tendencial en estas últimas que podría mejor reflejarnos la posible existencia de cambio climático.

**Figuras 11-20: Anomalías mensuales**



**Figura 11a.** Badajoz (maximum temperature anomalies).

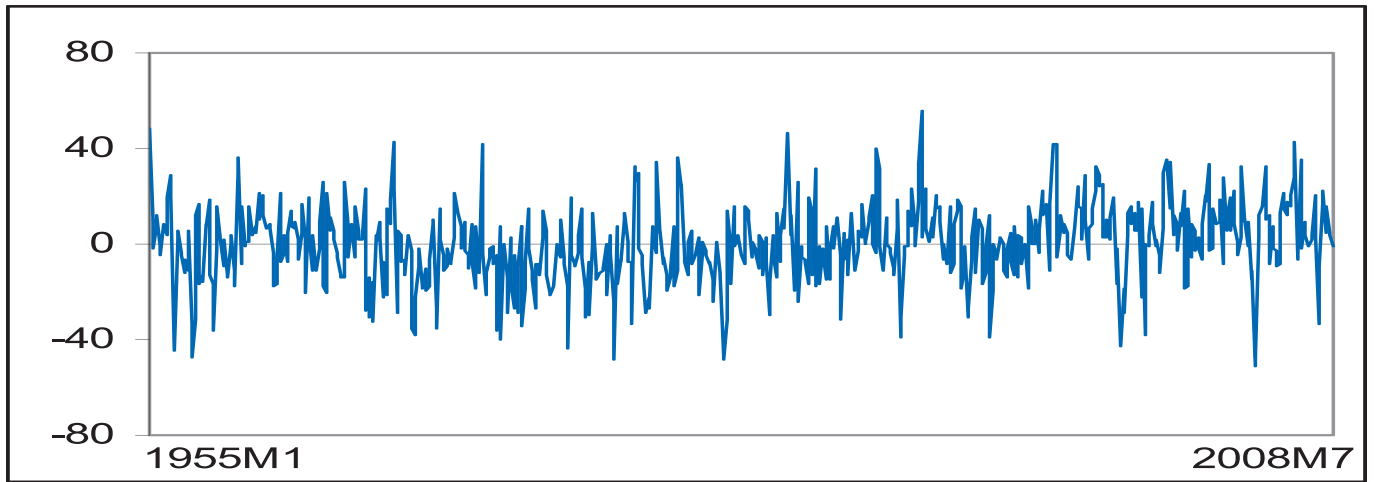


Figura 11b. Badajoz (minimum temperature anomalies).

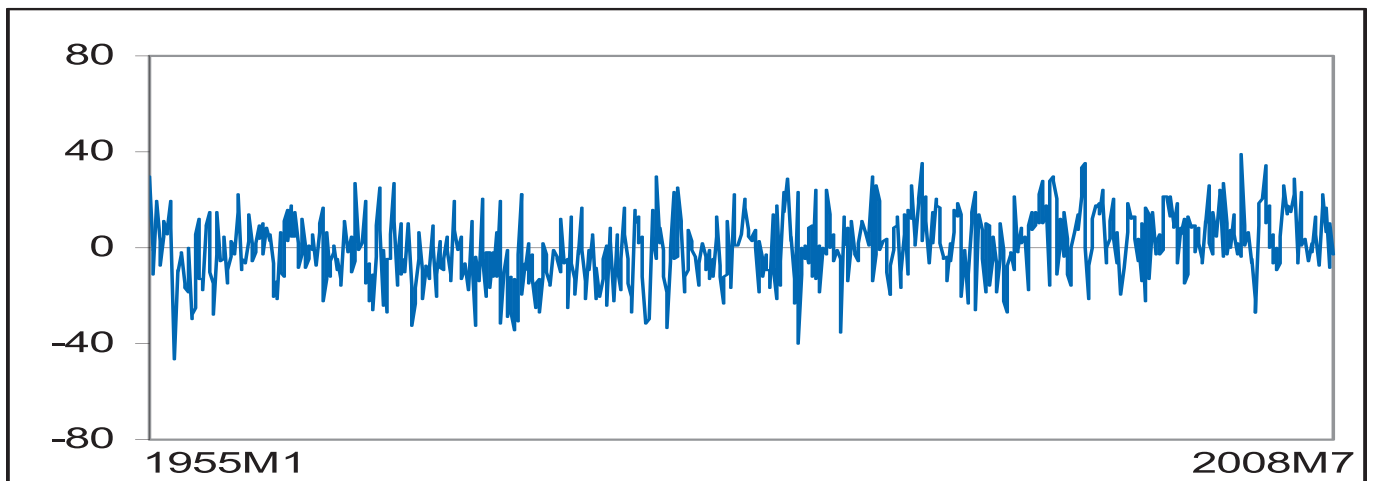


Figura 11c. Badajoz (mean temperature anomalies).

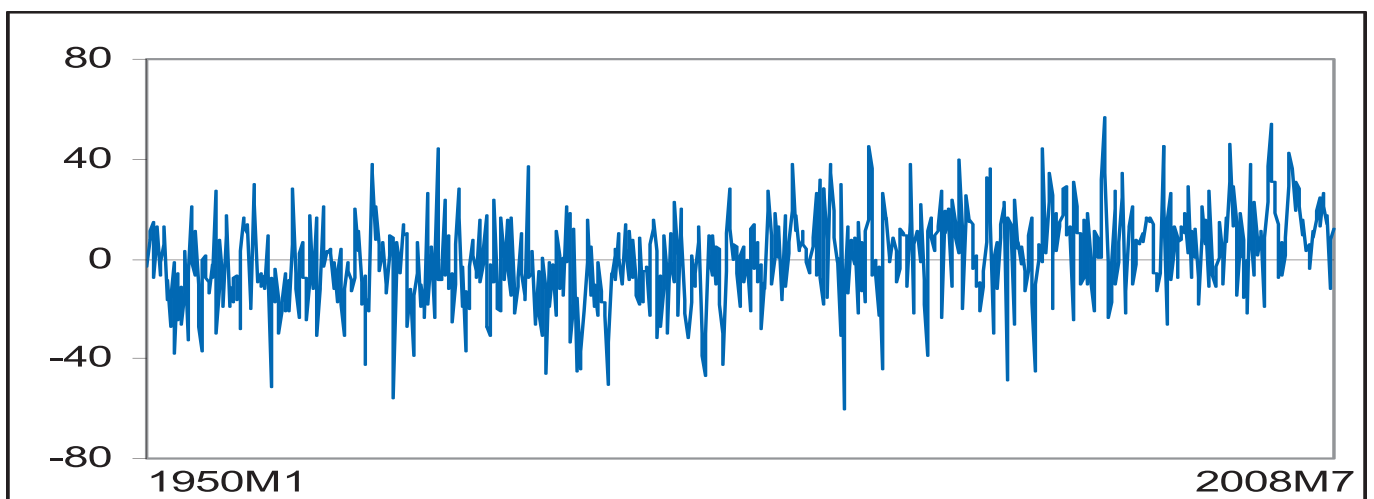


Figura 12a. Madrid (maximum temperature anomalies).

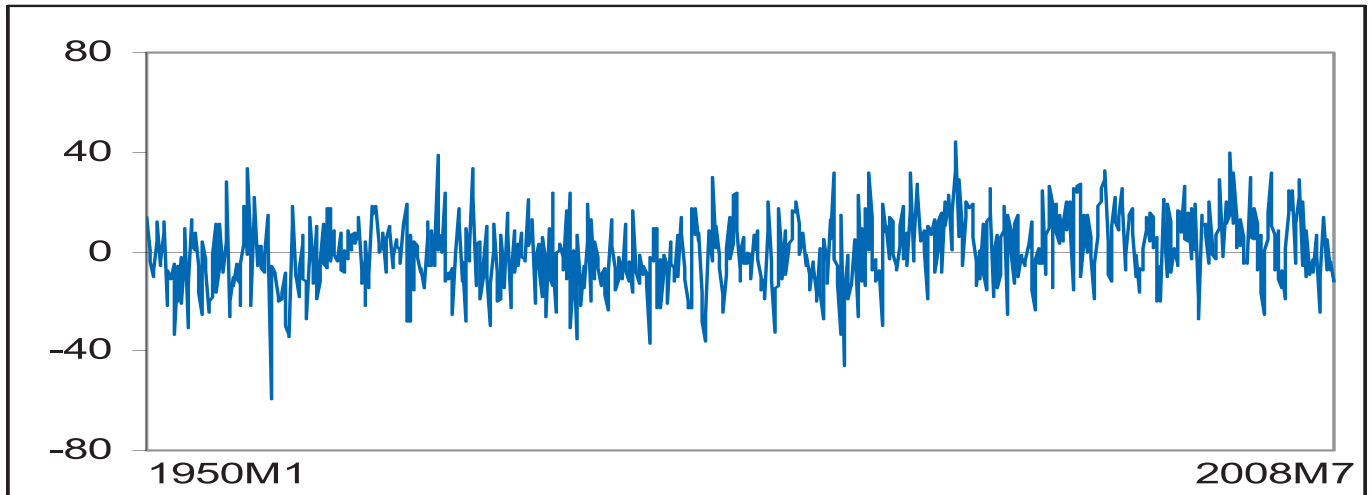


Figura 12b. Madrid (minimum temperature anomalies).

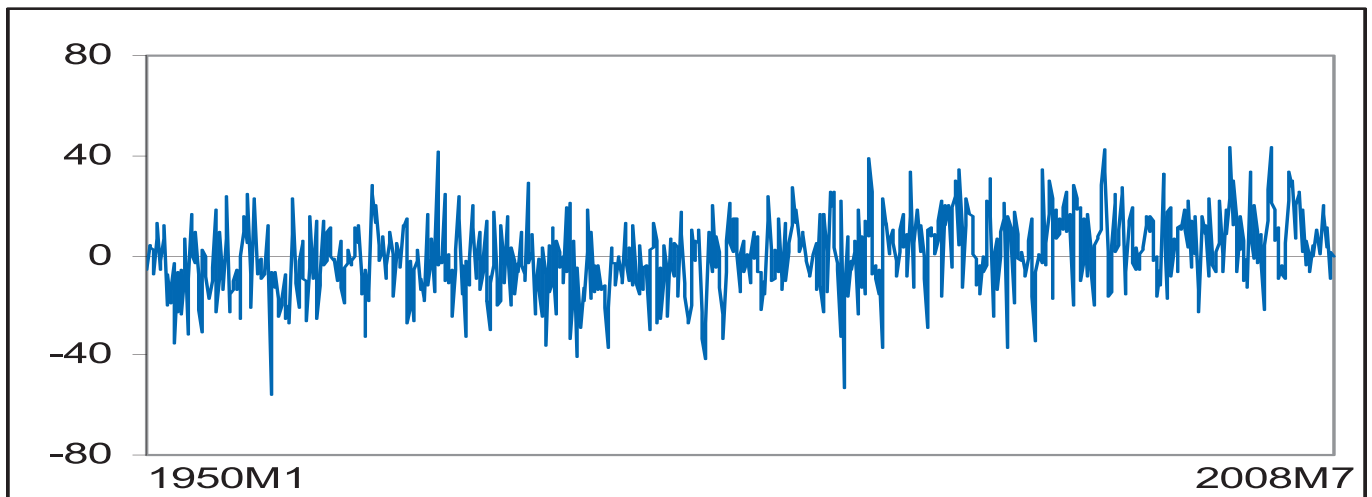


Figura 12c. Madrid (mean temperature anomalies).

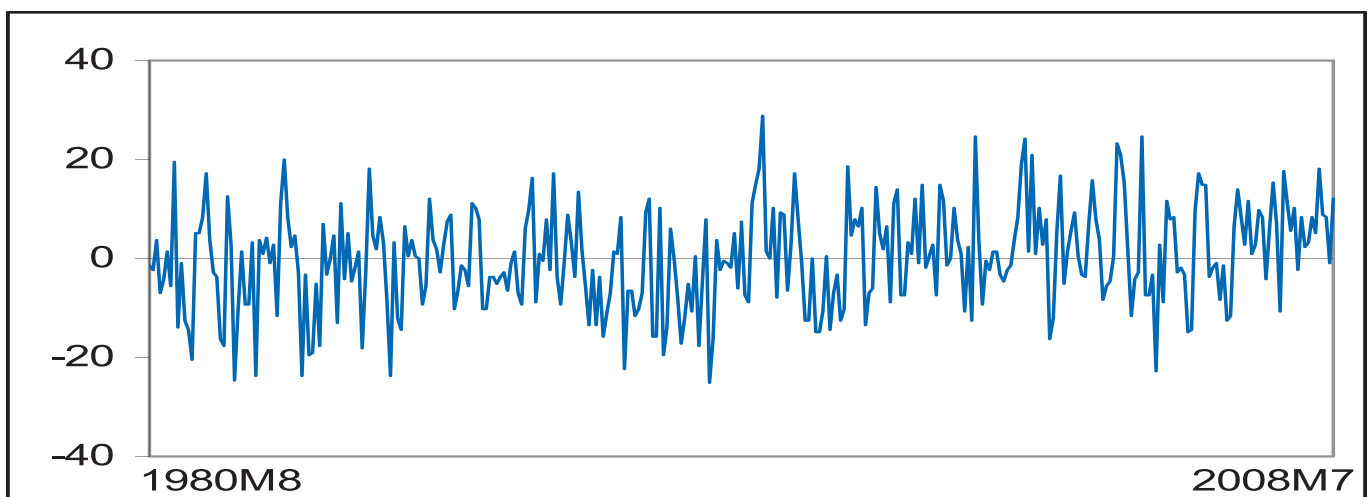


Figura 13a. Málaga (maximum temperature anomalies).

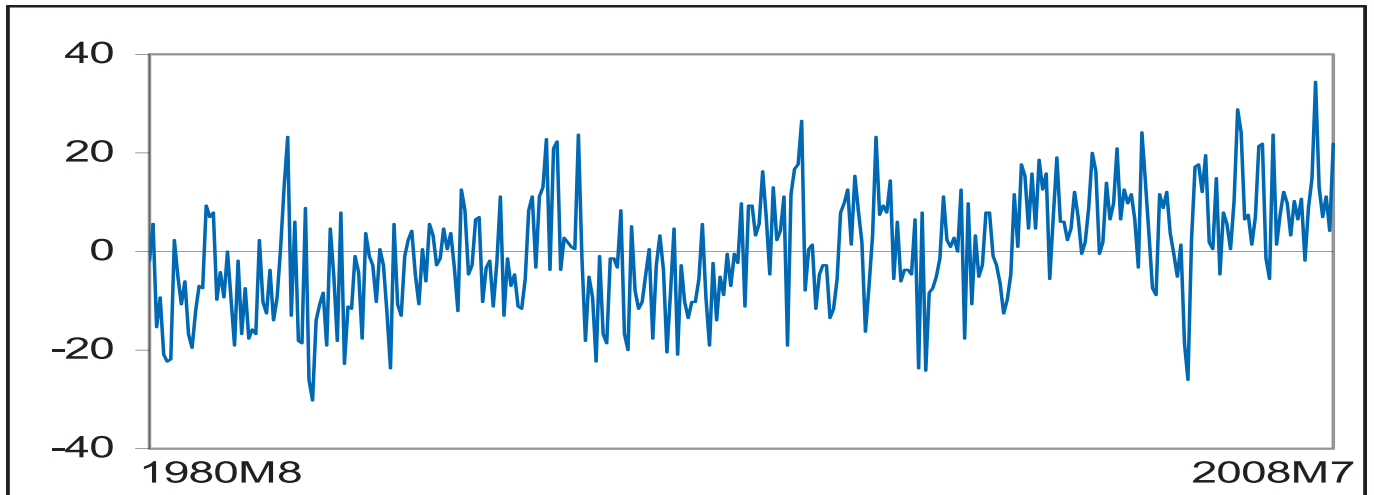


Figura 13b. Málaga (minimum temperature anomalies).

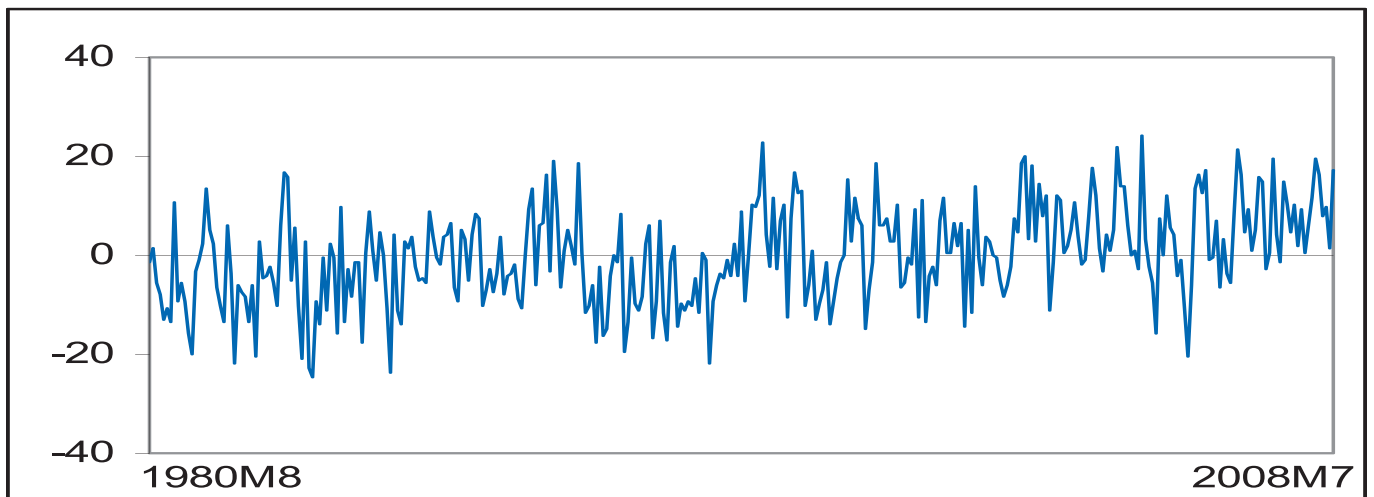


Figura 13c. Málaga (mean temperature anomalies).

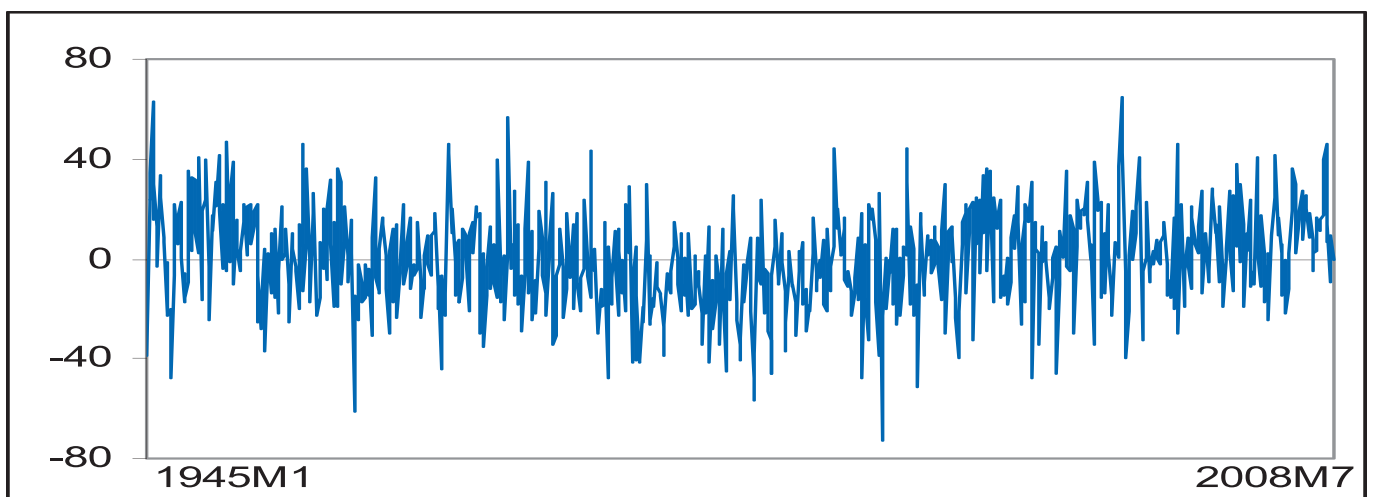


Figura 14a. Salamanca (maximum temperature anomalies).

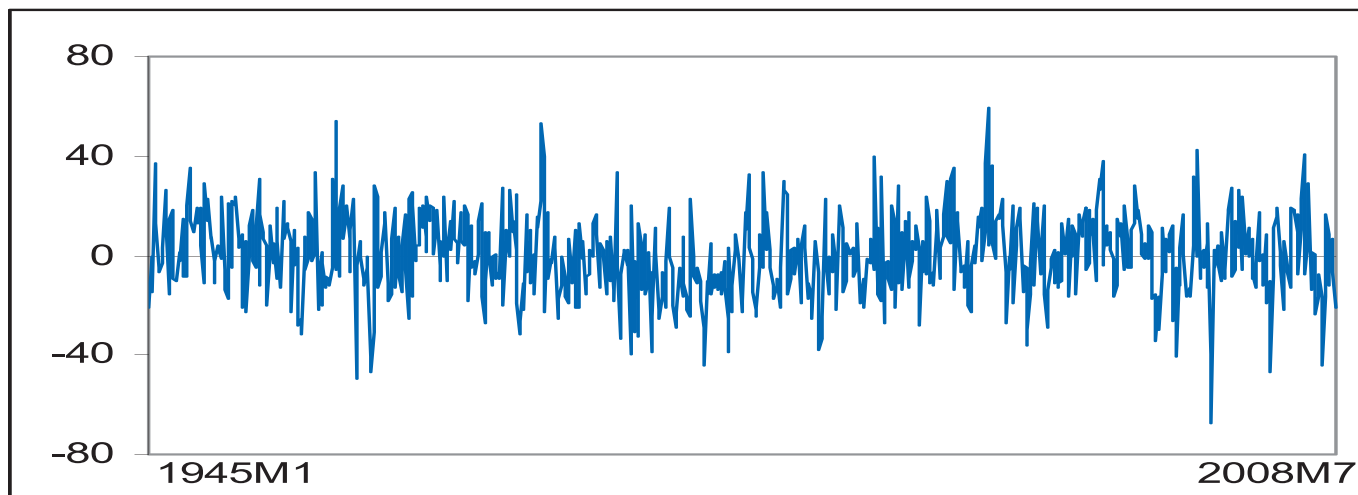


Figura 14b. Salamanca (minimum temperature anomalies).

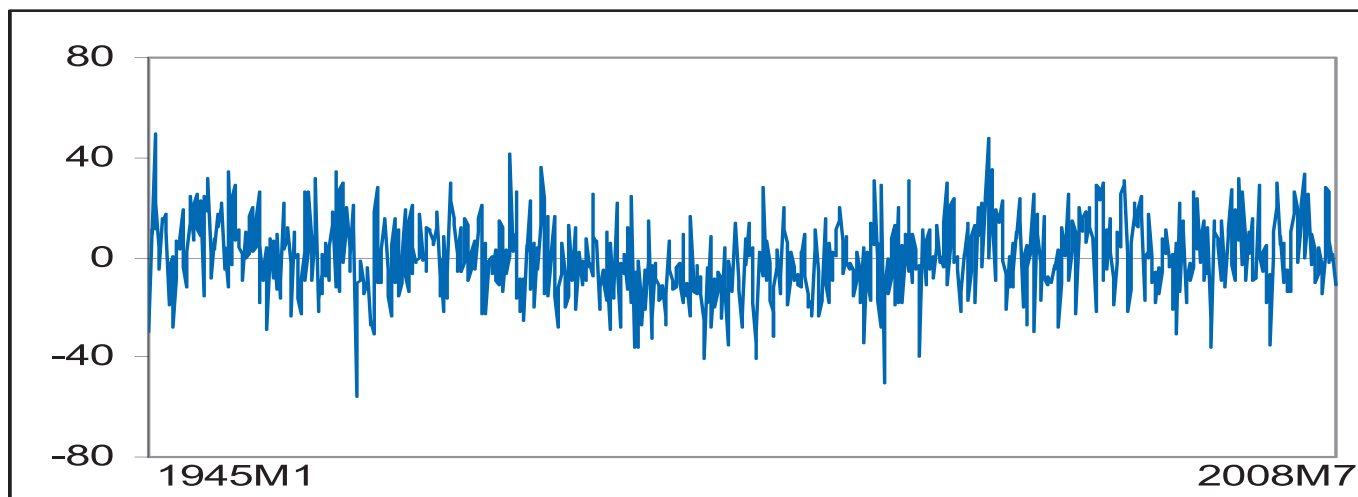


Figura 14c. Salamanca (mean temperature anomalies).

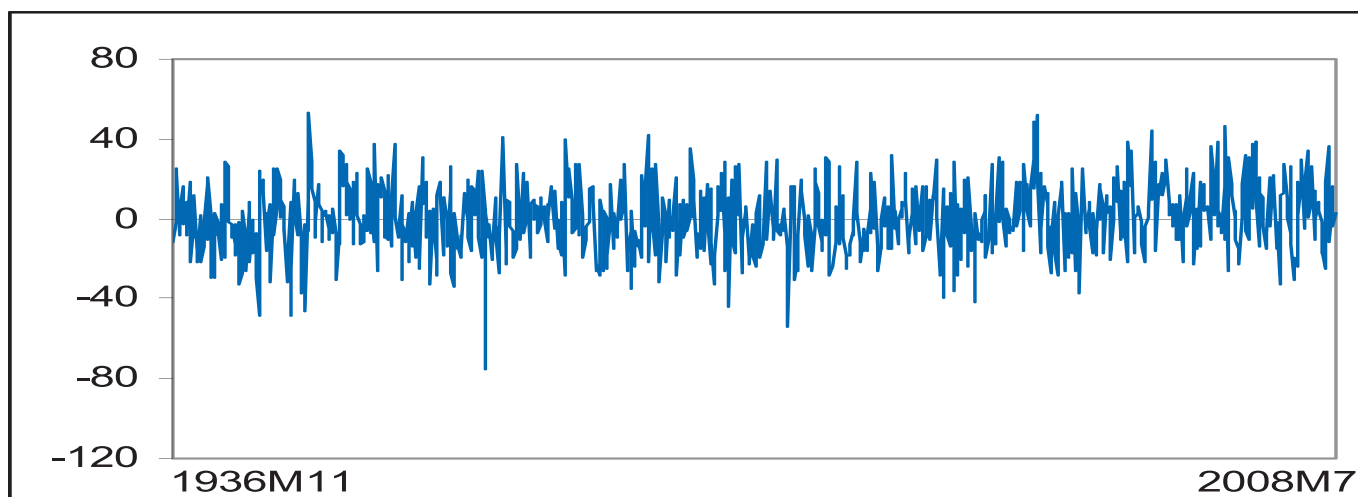


Figura 15a. San Sebastián-Donostia (maximum temperature anomalies).

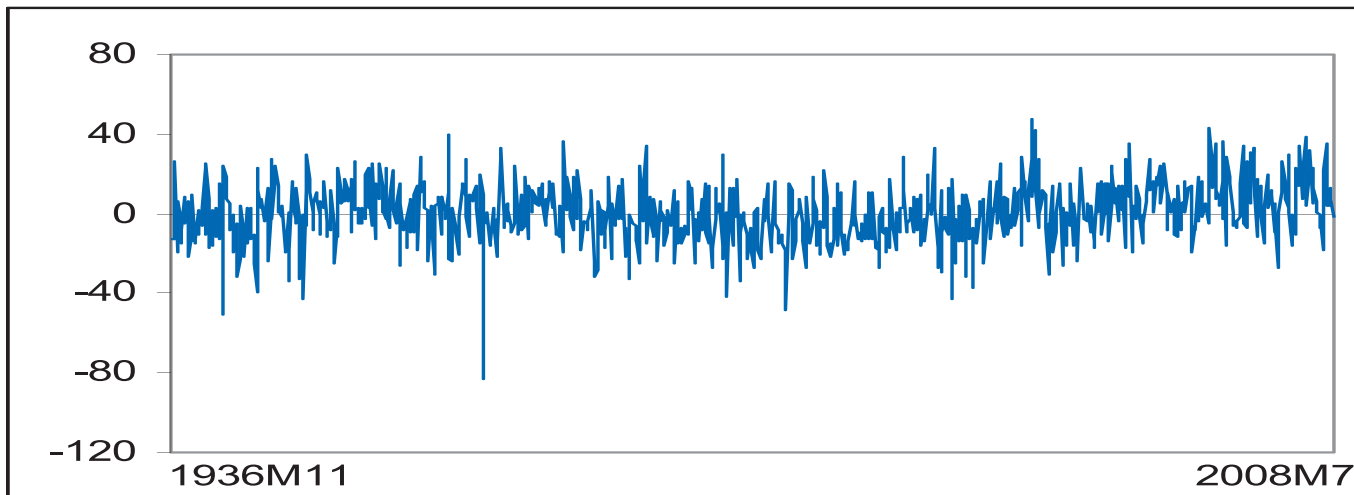


Figura 15b. San Sebastián-Donostia (minimum temperature anomalies).

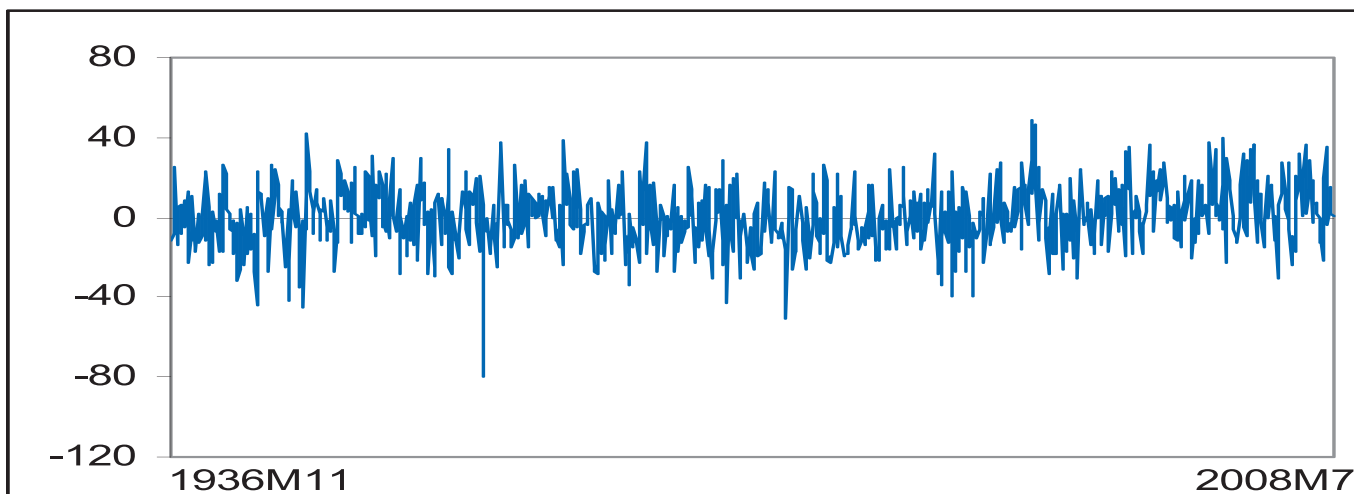


Figura 15c. San Sebastián-Donostia (mean temperature anomalies).

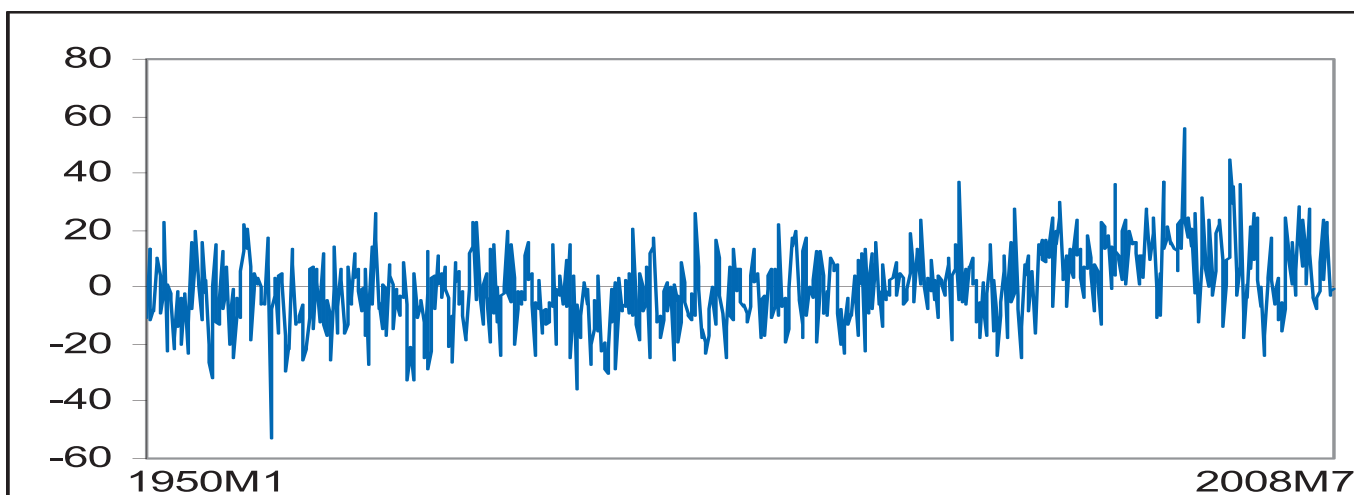


Figura 16a. Valencia (maximum temperature anomalies).

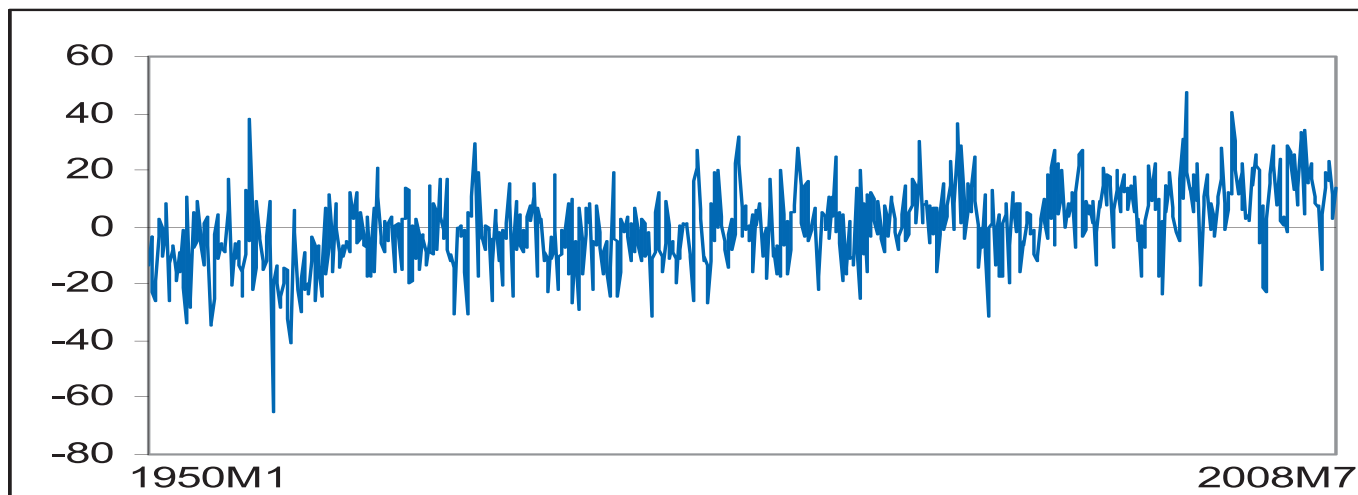


Figura 16b. Valencia (minimum temperature anomalies).

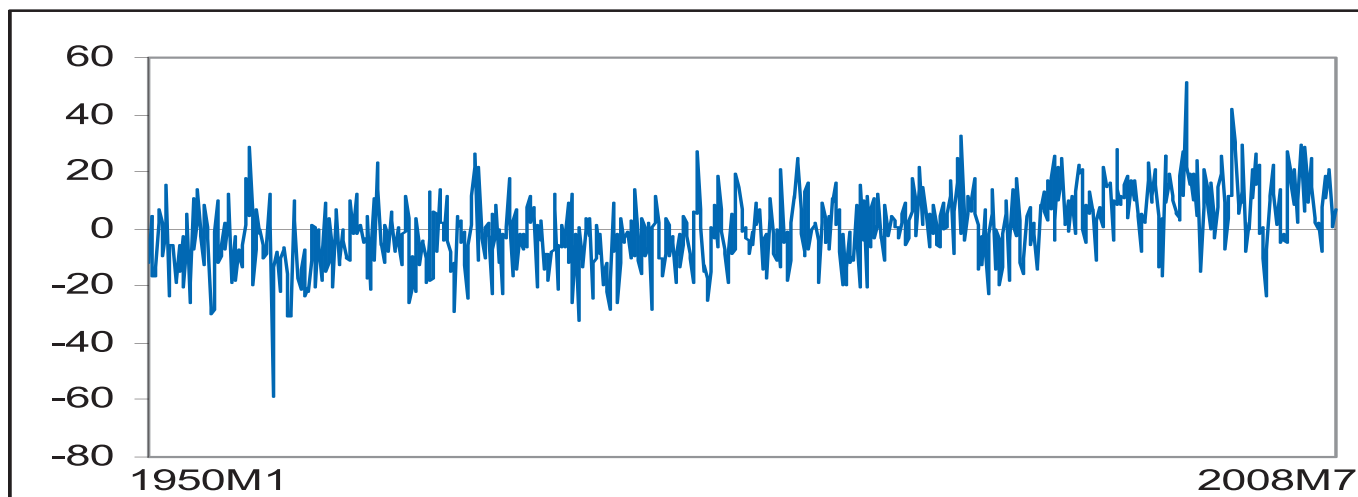


Figura 16c. Valencia (mean temperature anomalies).

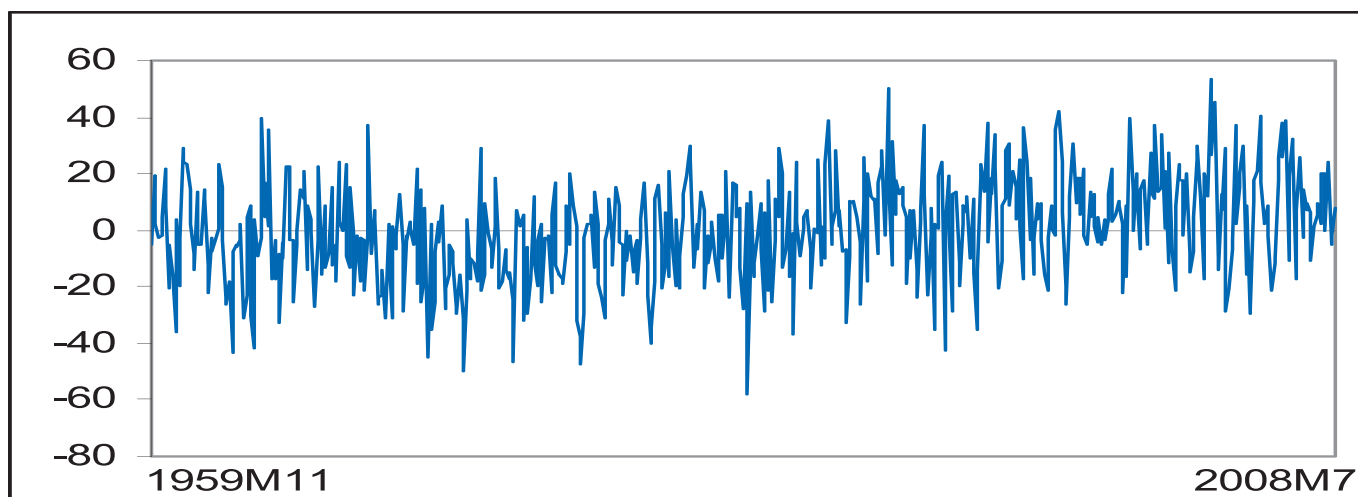


Figura 17a. Zaragoza (maximum temperature anomalies).

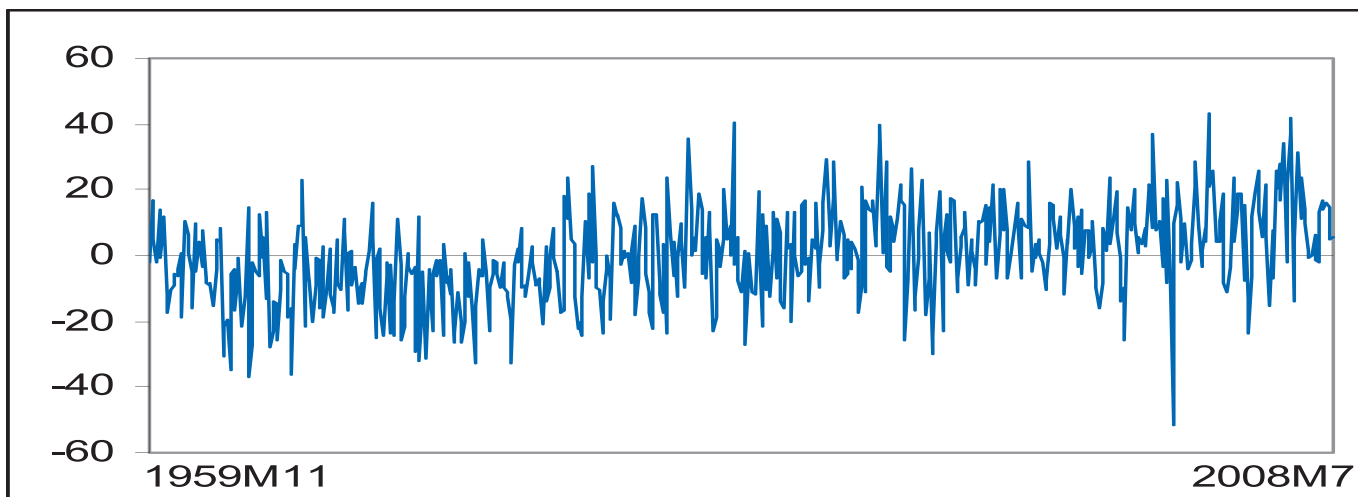


Figura 17b. Zaragoza (minimum temperature anomalies).

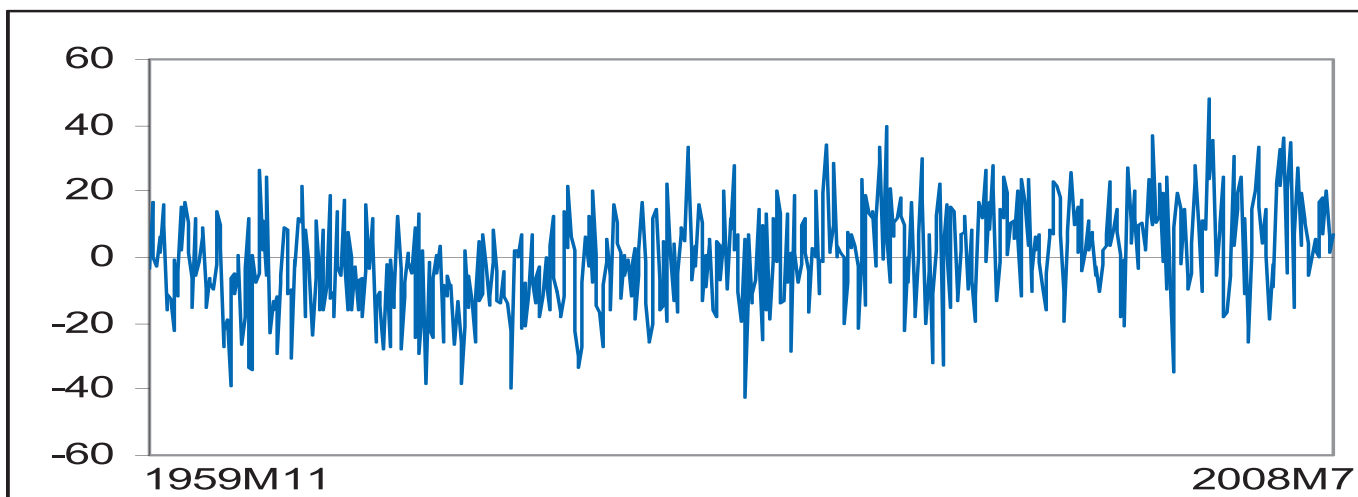


Figura 17c. Zaragoza (mean temperature anomalies).

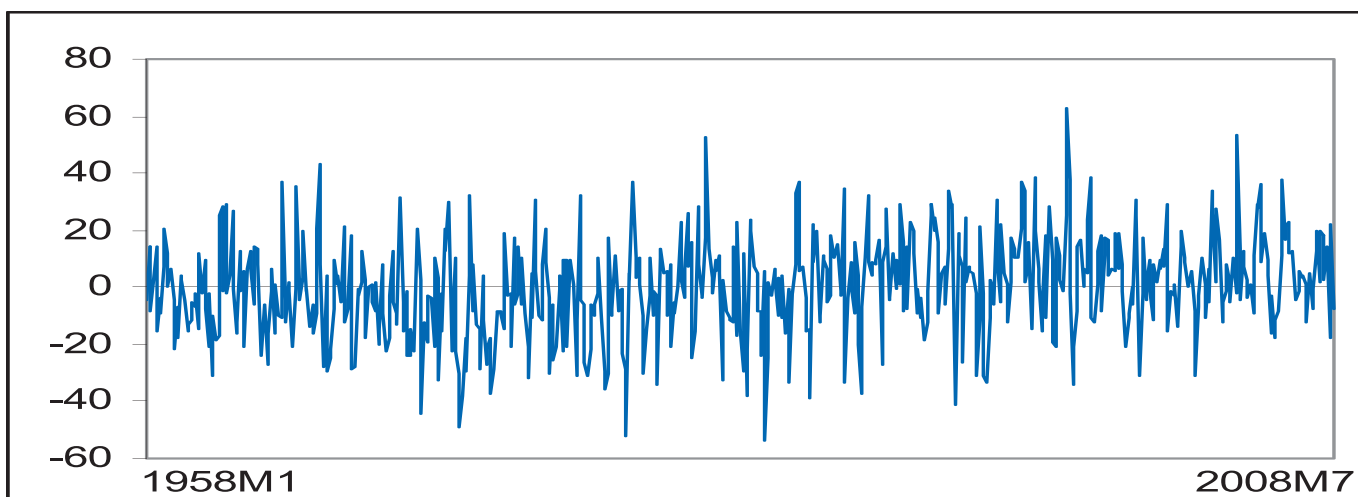


Figura 18a. Beja (maximum temperature anomalies).



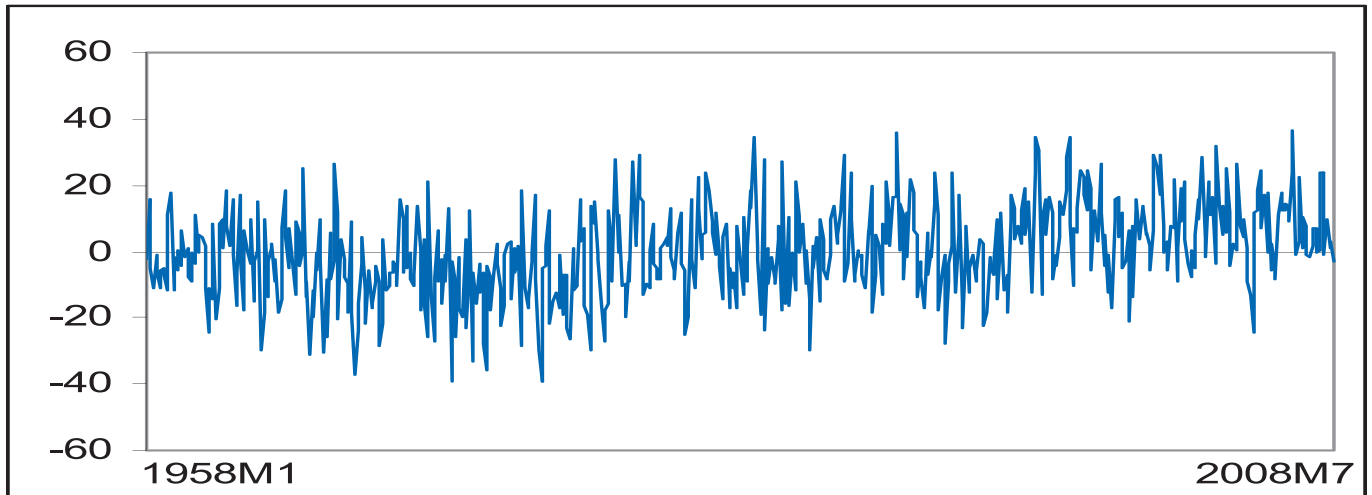


Figura 18b. Beja (minimum temperature anomalies).

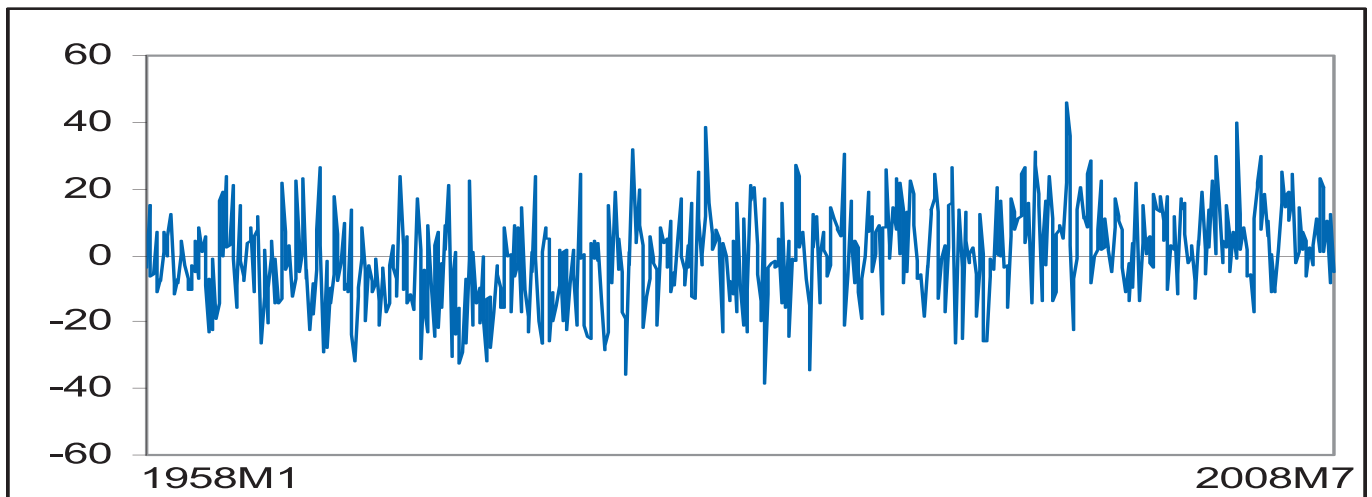


Figura 18c. Beja (mean temperature anomalies).

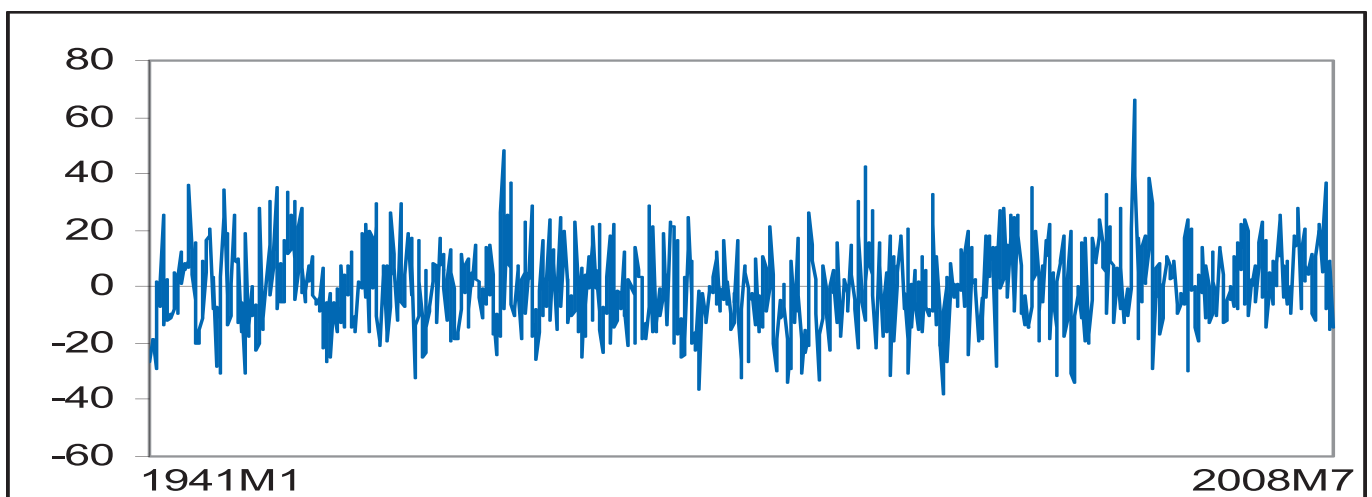


Figura 19a. Oporto (maximum temperature anomalies).

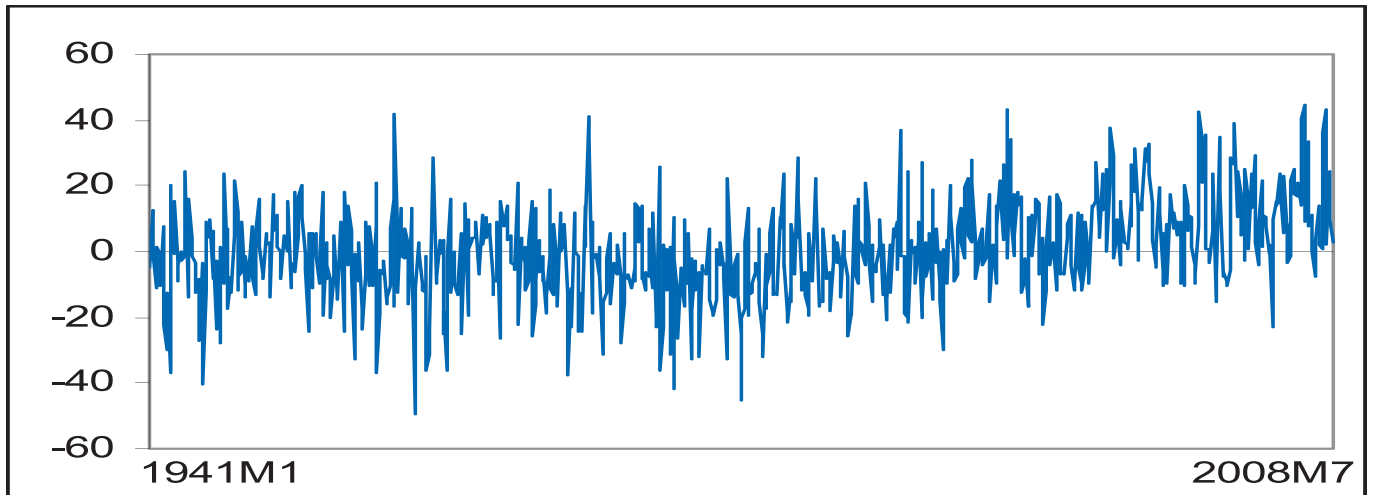


Figura 19b. Oporto (minimum temperature anomalies).

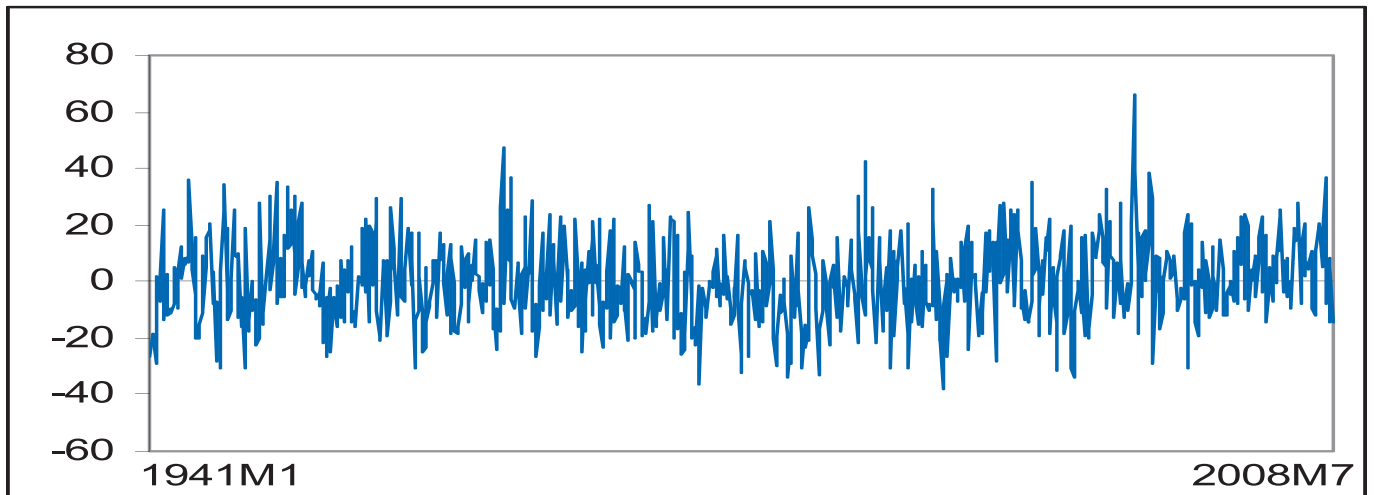


Figura 19c. Oporto (mean temperature anomalies).

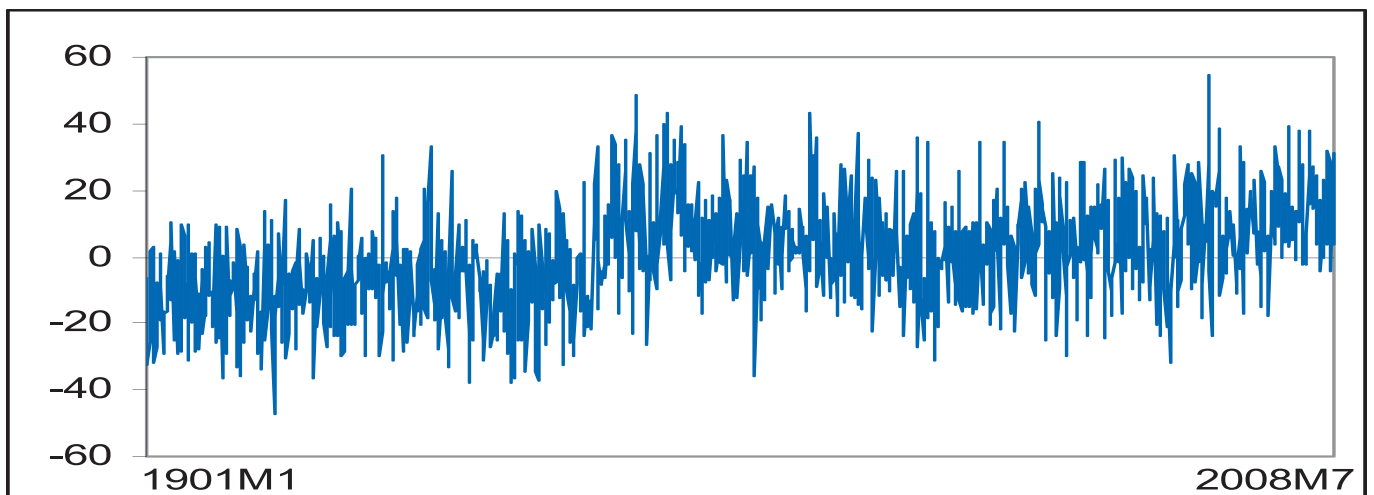


Figura 20a. Lisboa (maximum temperature anomalies).

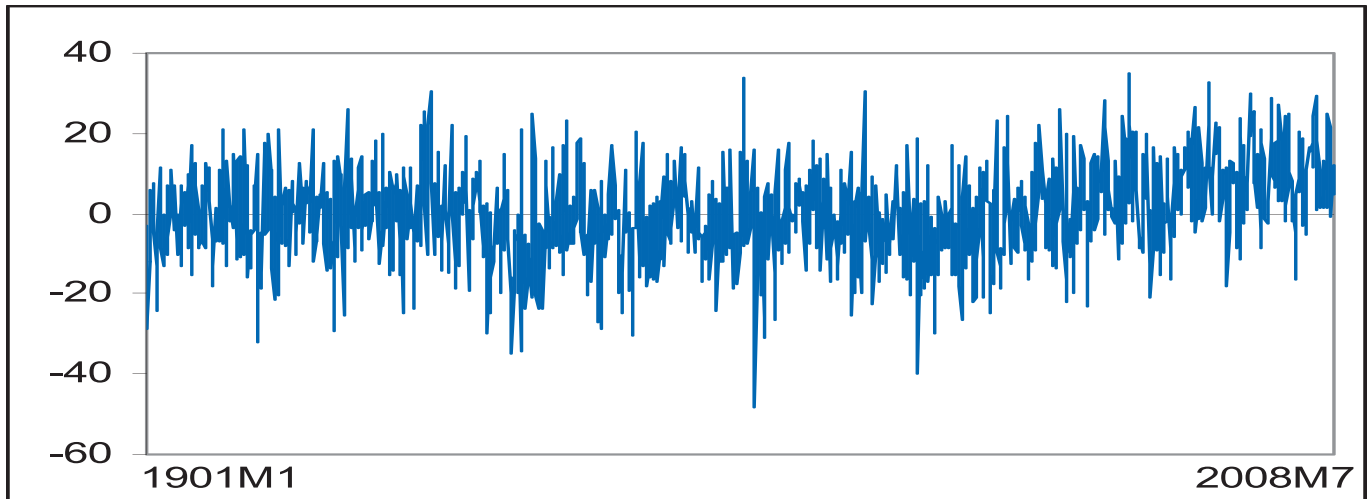


Figura 20b. Lisboa (minimum temperature anomalies).

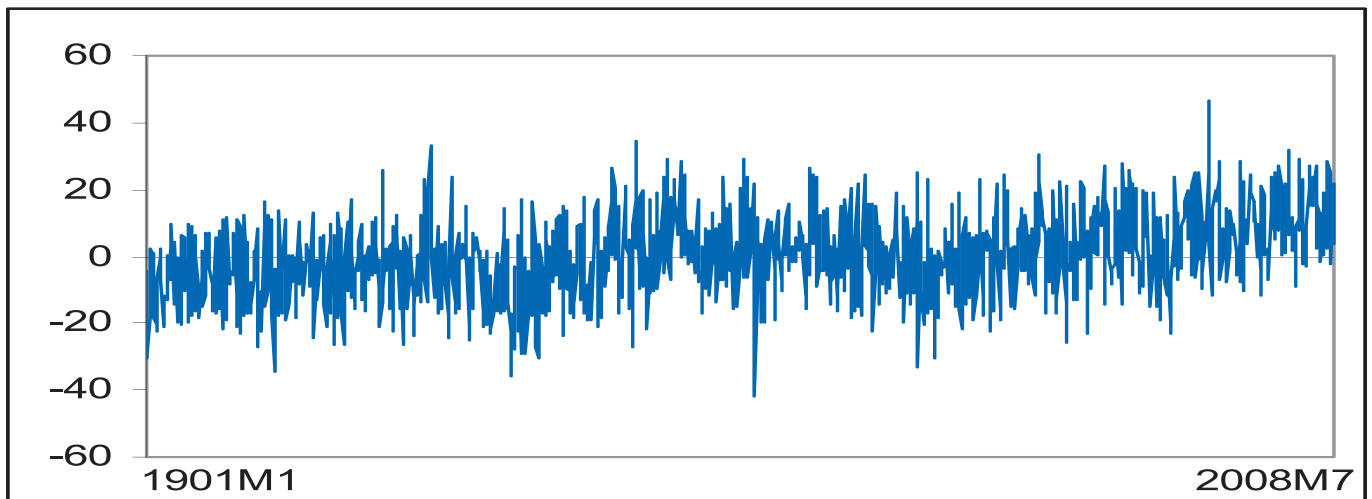


Figura 20c. Lisboa (mean temperature anomalies).

A continuación, estudiamos las características de las nuevas series, teniendo en cuenta la posible existencia de una tendencia lineal, que nos recogerá la existencia o no de cambio climático, su posible dependencia temporal y su grado de estacionalidad.

Si observamos los resultados para las anomalías referidas a las temperaturas máximas, (tabla 5a), lo primero que notamos es que, a diferencia de los datos originales en temperaturas, el coeficiente de la tendencia es ahora significativo en todos los casos con la excepción de los valores para Salamanca y Oporto. El parámetro de integración fraccional es también significativo en todos los casos, oscilando entre 0.089 (Donostia-San Sebastián) y 0.194 (Lisboa). A diferencia de los resultados anteriores, el parámetro autoregresivo estacional es ahora muy cercano a 0, implicando que gran parte del comportamiento estacional ha sido removido a través de las anomalías.

Si nos fijamos ahora en las anomalías en relación a las temperaturas mínimas, (tabla 5b), los órdenes de integración son sustancialmente superiores al caso anterior, oscilando ahora entre 0.137 (Zaragoza) y 0.225 (Badajoz). Por tanto, al igual que con las temperaturas originales, el grado de memoria larga es mayor en las anomalías referidas a las temperaturas mínimas que a las máximas. Las tendencias son significativas en la mayoría de los casos, las excepciones siendo Badajoz y Salamanca, y de nuevo, los coeficientes autoregresivos son cercanos a 0. Finalmente, en relación a las temperaturas medias, (tabla 5c), los estimadores del parámetro  $d$  son todos de nuevo estadísticamente significativos y oscilan entre 0.122 (Donostia-San Sebastián) y 0.195 (Málaga) y las únicas tendencias lineales no significativas son las correspondientes a Salamanca y Oporto.

Tabla 5a: Estimadores de los coeficientes del modelo. Anomalías (temp. máx.)

Localización	d	Tendencia	AR(1) estac.
<b>España</b>			
BADAJOS	0.140 (0.077, 0.218)	<b>0.02383 (3.522)</b>	0.047
MADRID	0.133 (0.080, 0.198)	<b>0.02935 (4.991)</b>	0.066
MALAGA	0.137 (0.058, 0.237)	<b>0.02409 (2.541)</b>	-0.045
SALAMANCA	0.179 (0.141, 0.225)	0.00419 (0.567)	0.052
DONOSTIA-SS	0.089 (0.048, 0.139)	<b>0.00875 (2.431)</b>	-0.001
VALENCIA	0.184 (0.139, 0.240)	<b>0.02289 (4.234)</b>	0.021
ZARAGOZA	0.140 (0.085, 0.208)	<b>0.02946 (3.699)</b>	0.029
<b>Portugal</b>			
BEJA	0.150 (0.088, 0.229)	<b>0.02130 (2.766)</b>	0.060
OPORTO	0.154 (0.108, 0.208)	0.00672 (1.471)	0.044
LISBOA	0.194 (0.163, 0.231)	<b>0.01803 (6.520)</b>	0.030

En paréntesis, en la segunda columna, las bandas de confianza al 95% para los valores estimados de d; en la tercera columna, t-values del coeficiente de la tendencia lineal.

Tabla 5b: Estimadores de los coeficientes del modelo. Anomalías (temp. mín.)

Localización	d	Tendencia	AR(1) estac.
<b>España</b>			
BADAJOS	0.225 (0.172, 0.293)	0.01027 (1.088)	-0.057
MADRID	0.165 (0.116, 0.224)	<b>0.01744 (3.126)</b>	-0.011
MALAGA	0.191 (0.123, 0.275)	<b>0.05538 (4.610)</b>	-0.069
SALAMANCA	0.215 (0.170, 0.269)	-0.00365 (-0.504)	-0.084
DONOSTIA-SS	0.156 (0.124, 0.196)	<b>0.01029 (2.460)</b>	0.006
VALENCIA	0.201 (0.145, 0.268)	<b>0.03333 (5.830)</b>	-0.066
ZARAGOZA	0.137 (0.082, 0.206)	<b>0.03306 (5.568)</b>	-0.008
<b>Portugal</b>			
BEJA	0.157 (0.109, 0.216)	<b>0.02552 (4.232)</b>	0.015
OPORTO	0.208 (0.169, 0.255)	<b>0.01897 (3.518)</b>	-0.031
LISBOA	0.218 (0.188, 0.254)	<b>0.00685 (2.751)</b>	0.007

En paréntesis, en la segunda columna, las bandas de confianza al 95% para los valores estimados de d; en la tercera columna, t-values del coeficiente de la tendencia lineal.

Tabla 5c: Estimadores de los coeficientes del modelo. Anomalías (temp. med.)

Localización	d	Tendencia	AR(1) estac.
<b>España</b>			
BADAJOS	0.174 (0.122, 0.239)	0.01774 (2.816)	0.013
MADRID	0.132 (0.079, 0.196)	0.02388 (4.804)	0.042
MALAGA	0.195 (0.120, 0.289)	0.03967 (3.724)	-0.065
SALAMANCA	0.186 (0.150, 0.230)	0.00008 (0.013)	-0.011
DONOSTIA-SS	0.122 (0.086, 0.166)	0.00914 (2.413)	-0.0001
VALENCIA	0.190 (0.137, 0.255)	0.02801 (5.536)	-0.032
ZARAGOZA	0.142 (0.086, 0.211)	0.03125 (4.734)	0.010
<b>Portugal</b>			
BEJA	0.142 (0.088, 0.210)	0.02374 (4.100)	0.052
OPORTO	0.154 (0.108, 0.208)	0.00677 (1.484)	0.045
LISBOA	0.177 (0.143, 0.218)	0.01236 (5.847)	0.018

En paréntesis, en la segunda columna, las bandas de confianza al 95% para los valores estimados de d; en la tercera columna, t-values del coeficiente de la tendencia lineal.

**Tabla 6a:** Tendencias con  $d$  estimado y con  $d = 0$ . Anomalías (temp. máximas.)

Localización	$d$ estimado	$d = 0$
<b>España</b>		
BADAJEZ	<b>0.02383 (3.522)</b>	<b>0.02562 (7.170)</b>
MADRID	<b>0.02935 (4.991)</b>	<b>0.03019 (9.517)</b>
MALAGA	<b>0.02409 (2.541)</b>	<b>0.02394 (4.331)</b>
SALAMANCA	0.00419 (0.567)	<b>-0.01458 (-2.979)</b>
DONOSTIA-SS	<b>0.00875 (2.431)</b>	<b>0.00882 (3.786)</b>
VALENCIA	<b>0.02289 (4.234)</b>	<b>0.02476 (10.538)</b>
ZARAGOZA	<b>0.02946 (3.699)</b>	<b>0.03207 (7.490)</b>
<b>Portugal</b>		
BEJA	<b>0.02130 (2.766)</b>	<b>0.02326 (5.935)</b>
OPORTO	0.00672 (1.471)	<b>0.00526 (2.388)</b>
LISBOA	<b>0.01803 (6.520)</b>	<b>0.01747 (16.925)</b>

En negrita, tendencias significativamente distintas de 0.

**Tabla 6b:** Tendencias con  $d$  estimado y con  $d = 0$ . Anomalías (temp. mínimas).

Localización	$d$ estimado	$d = 0$
<b>España</b>		
BADAJEZ	0.01027 (1.088)	<b>0.01607 (4.608)</b>
MADRID	<b>0.01744 (3.126)</b>	<b>0.01922 (7.347)</b>
MALAGA	<b>0.05538 (4.610)</b>	<b>0.05456 (9.484)</b>
SALAMANCA	-0.00365 (-0.504)	<b>-0.00687 (-1.707)</b>
DONOSTIA-SS	<b>0.01029 (2.460)</b>	<b>0.00954 (4.776)</b>
VALENCIA	<b>0.03333 (5.830)</b>	<b>0.03331 (14.633)</b>
ZARAGOZA	<b>0.03306 (5.568)</b>	<b>0.03499 (10.842)</b>
<b>Portugal</b>		
BEJA	<b>0.02552 (4.232)</b>	<b>0.02770 (9.218)</b>
OPORTO	<b>0.01897 (3.518)</b>	<b>0.01972 (9.567)</b>
LISBOA	<b>0.00685 (2.751)</b>	<b>0.00628 (7.551)</b>

En negrita, tendencias significativamente distintas de 0.

**Tabla 6c:** Tendencias con  $d$  estimado y con  $d = 0$ . Anomalías (temp. medias).

Localización	$d$ estimado	$d = 0$
<b>España</b>		
BADAJEZ	<b>0.01774 (2.816)</b>	<b>0.02083 (7.213)</b>
MADRID	<b>0.02388 (4.804)</b>	<b>0.02475 (9.187)</b>
MALAGA	<b>0.03967 (3.724)</b>	<b>0.03920 (7.819)</b>
SALAMANCA	0.00008 (0.013)	<b>-0.01092 (-2.853)</b>
DONOSTIA-SS	<b>0.00914 (2.413)</b>	<b>0.00890 (4.236)</b>
VALENCIA	<b>0.02801 (5.536)</b>	<b>0.02898 (13.668)</b>
ZARAGOZA	<b>0.03125 (4.734)</b>	<b>0.03356 (9.546)</b>
<b>Portugal</b>		
BEJA	<b>0.02374 (4.100)</b>	<b>0.02557 (8.329)</b>
OPORTO	0.00677 (1.484)	<b>0.00532 (2.418)</b>
LISBOA	<b>0.01236 (5.847)</b>	<b>0.01187 (13.996)</b>

En negrita, tendencias significativamente distintas de 0.

Comparando las tendencias en los dos casos previamente estudiados de  $d$  estimado fraccionalmente y de  $d = 0$ , referente ahora a las anomalías, y empezando de nuevo con las temperaturas máximas, (tabla 6a), observamos que en general los coeficientes son ligeramente más bajos en el caso de integración fraccional. En el caso de Salamanca, vemos que la tendencia es significativa si imponemos  $d = 0$  mientras que resulta no significativa si  $d$  es estimado sin restricciones, y lo mismo ocurre en el caso de Oporto para Portugal. Finalmente, observamos que el incremento más grande en las temperaturas se da en los casos de Madrid y Zaragoza, seguido de Málaga y Badajoz.

En relación con las temperaturas mínimas, (tabla 6b) vemos de nuevo que si imponemos  $d = 0$ , todas las tendencias resultan significativas, mientras que si estimamos  $d$  fraccionalmente, la tendencia es no significativa en los casos de Salamanca y Badajoz. El mayor incremento en las anomalías tiene lugar en las series correspondientes a Málaga (0.05538), seguido de Valencia y Zaragoza. Resultados similares se obtienen en el caso de las anomalías en relación con las temperaturas medias, (en la tabla 6c), con los mayores incrementos obtenidos de nuevo en los casos Málaga, Zaragoza y Valencia. Además, las tendencias que eran significativas en todos los casos bajo el supuesto de  $d = 0$ , dejan de serlo en los casos de Salamanca y Oporto si el parámetro  $d$  es estimado fraccionalmente.

A continuación, en las figuras 21 – 30 representamos gráficamente las tendencias obtenidas en las tablas anteriores para cada una de las series examinadas. Las únicas series donde las tendencias resultan ser no significativas son las correspondientes a las anomalías en las temperaturas mínimas en Badajoz; las anomalías correspondientes a las tres series de las temperaturas en el caso de Salamanca, y aquellas referentes a las temperaturas máximas y medias en el caso de Oporto. En todas las demás series, observamos tendencias crecientes en el tiempo y significativamente distintas de cero, claramente implicando la existencia de un calentamiento significativo en las temperaturas.

En la tabla 7 representamos cuantitativamente el incremento estimado en las temperaturas por cada 100 años de acuerdo con los modelos econométricos examinados anteriormente de integración fraccional. Observamos que salvo en el caso de Salamanca (para las tres series) y Oporto (en relación con las temperaturas máximas) todos los demás incrementos son significativamente distintos de cero. Empezando con las anomalías en relación con las temperaturas máximas, vemos que los mayores incrementos se dan en Zaragoza (0.353°C/100 años) seguido de Madrid (0.352°C), Málaga (0.289°C) y Badajoz (0.286°C), mientras que los incrementos más bajos se dan en San Sebastián-Donostia (0.105°C) y en Salamanca y Oporto, en estas dos últimas localizaciones con valores no significativamente distintos de cero. En relación con las anomalías en las temperaturas mínimas, el mayor incremento se da en Málaga (0.664°C), seguido a bastante distancia por Valencia (0.399°C) y Zaragoza (0.396°C) mientras que los incrementos más bajos se dan ahora en San Sebastián-Donostia (0.123°C), Badajoz (0.123°C) y Lisboa (0.082°C), (Salamanca presenta una vez

más incrementos no significativos). Observamos también que el incremento es mayor en las anomalías en relación con las temperaturas máximas en los casos de Badajoz, Madrid y Lisboa, mientras que los incrementos son mayores en las temperaturas mínimas en el resto de los casos (Málaga, San Sebastián-Donostia, Valencia, Zaragoza, Beja y

Oporto). Finalmente en relación con las anomalías en las temperaturas medias, los mayores incrementos corresponden una vez más a Málaga (0.476°C), Zaragoza (0.375°C) y Valencia (0.336°C) y los valores más bajos corresponden a San Sebastián-Donostia (0.109°C), Oporto (0.081°C) y Salamanca, en esta última con incrementos no significativos.

Figuras 21-30: Tendencias lineales en las anomalías

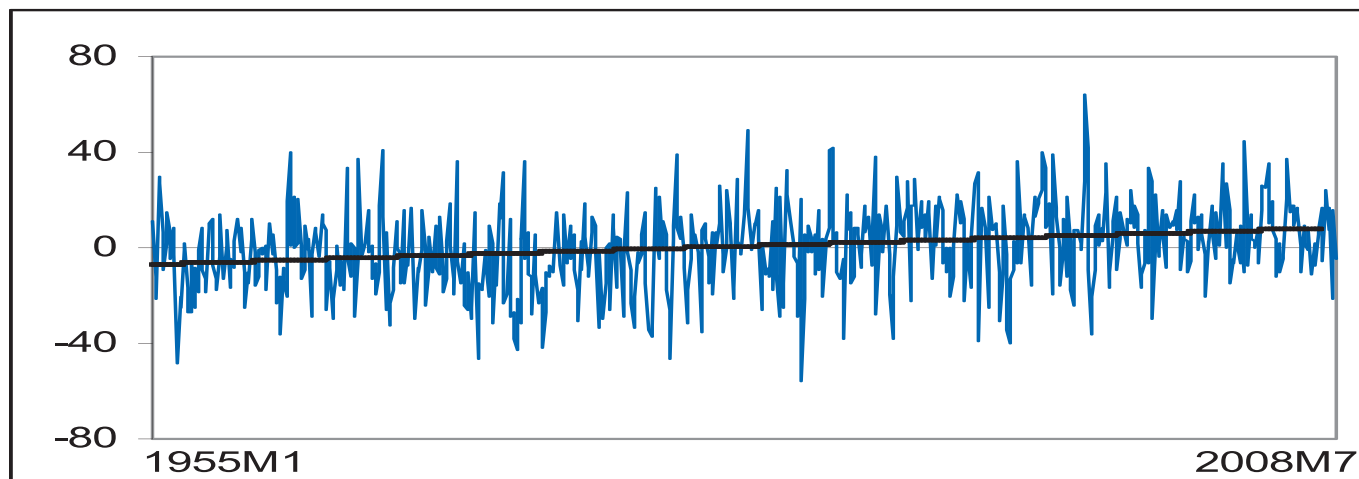


Figura 21a. Badajoz (maximum temperature anomalies).

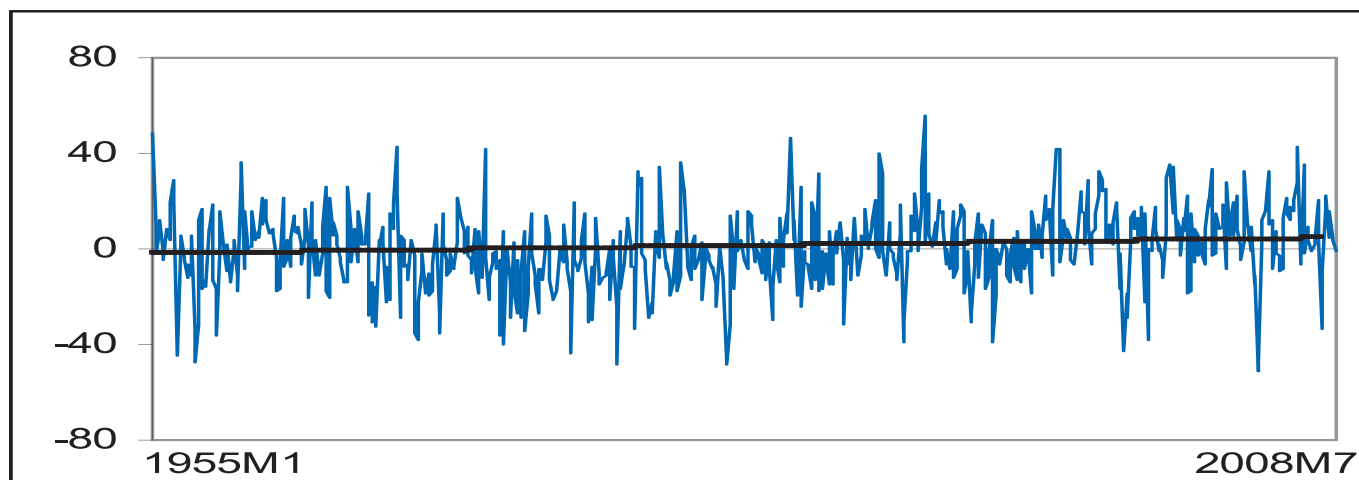


Figura 21b. Badajoz (minimum temperature anomalies).

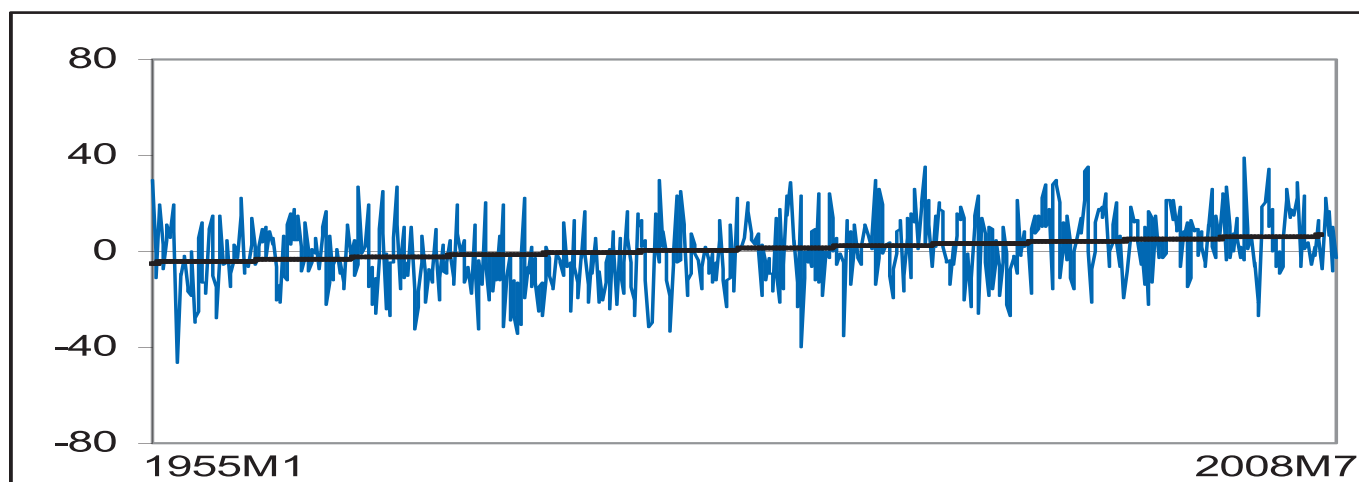


Figura 21c. Badajoz (mean temperature anomalies).

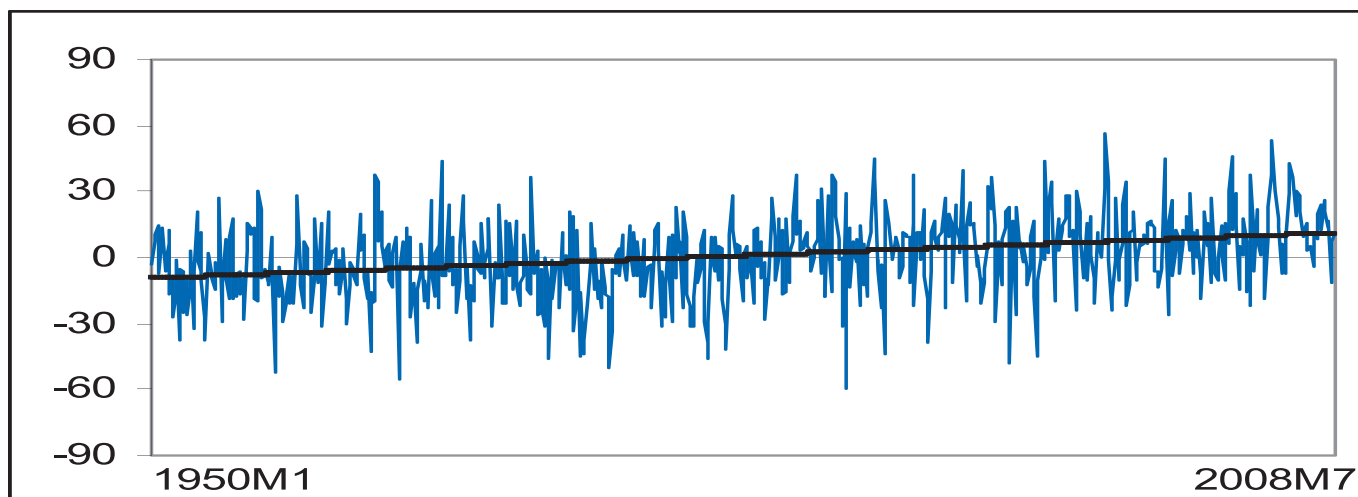


Figura 22a. Madrid (maximum temperature anomalies).

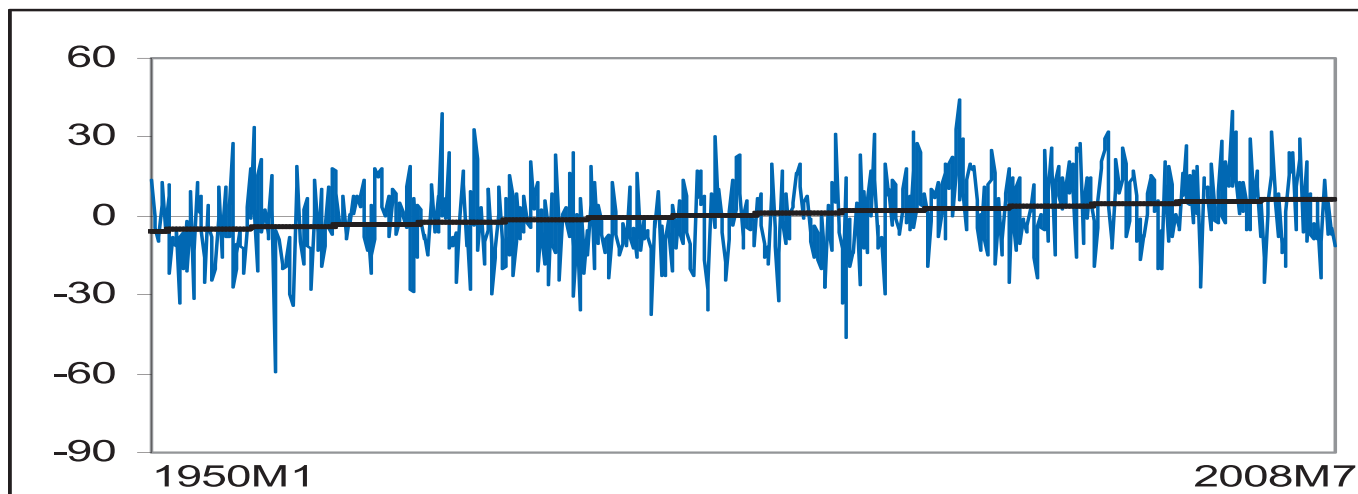


Figura 22b. Madrid (minimum temperature anomalies).

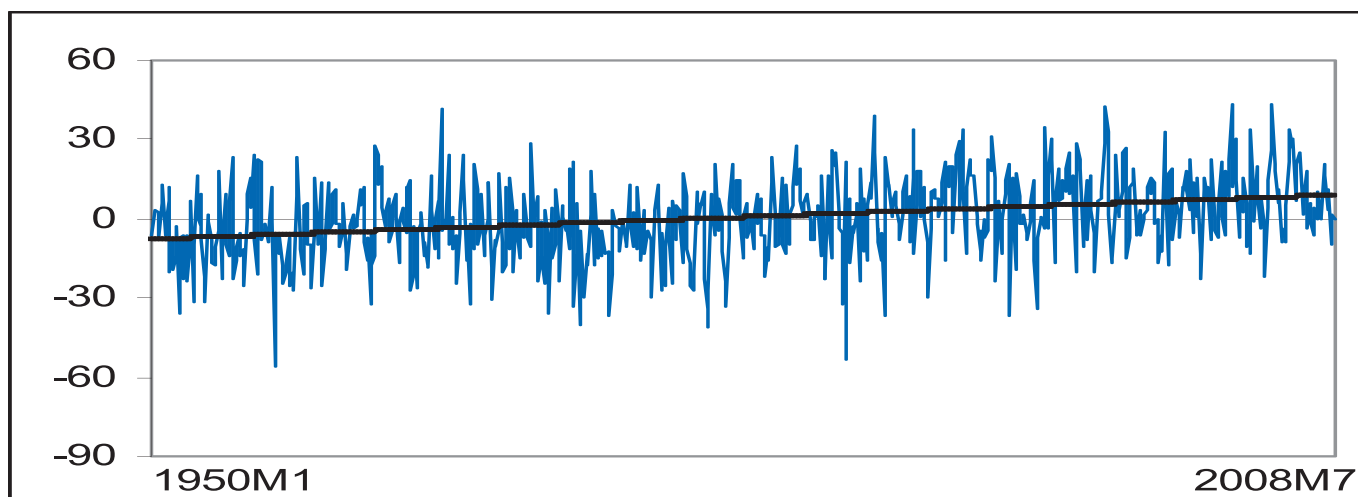


Figura 22c. Madrid (mean temperature anomalies).

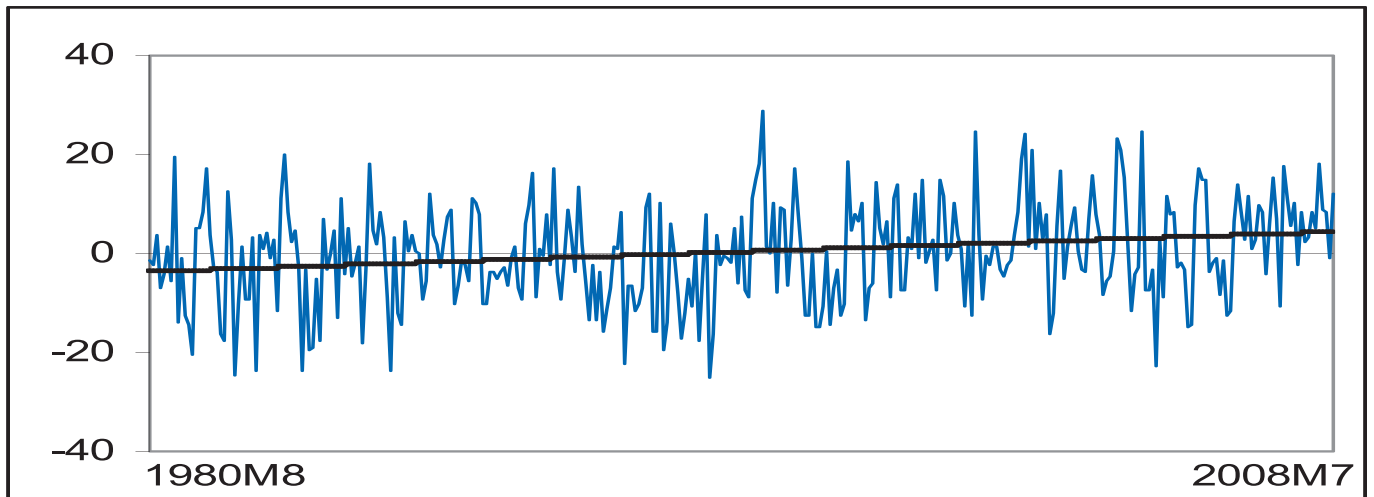


Figura 23a. Málaga (maximum temperature anomalies).

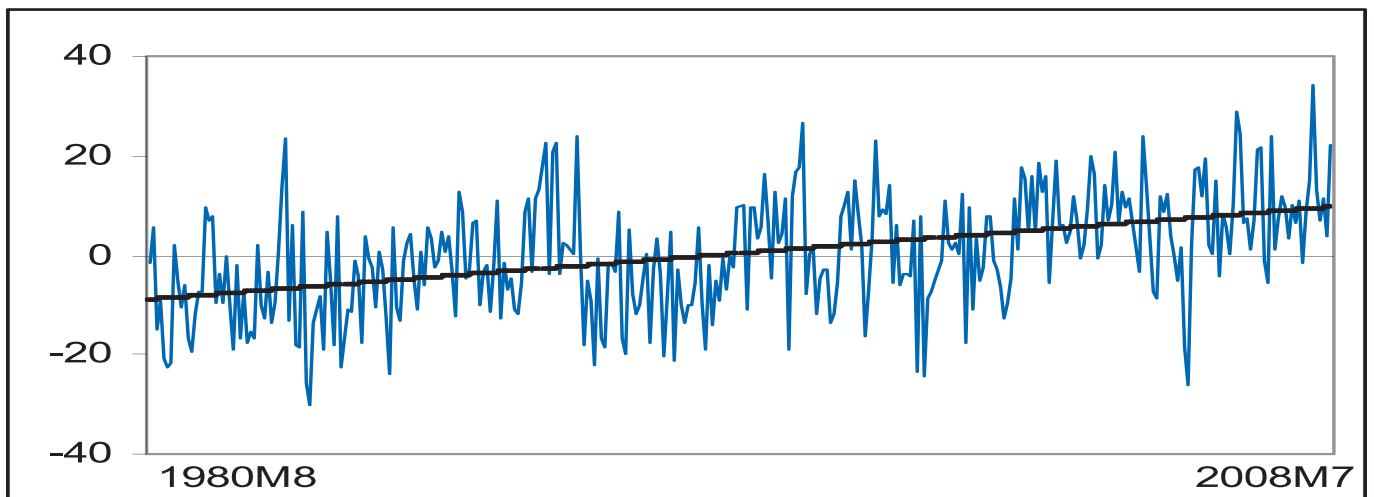


Figura 23b. Málaga (minimum temperature anomalies).

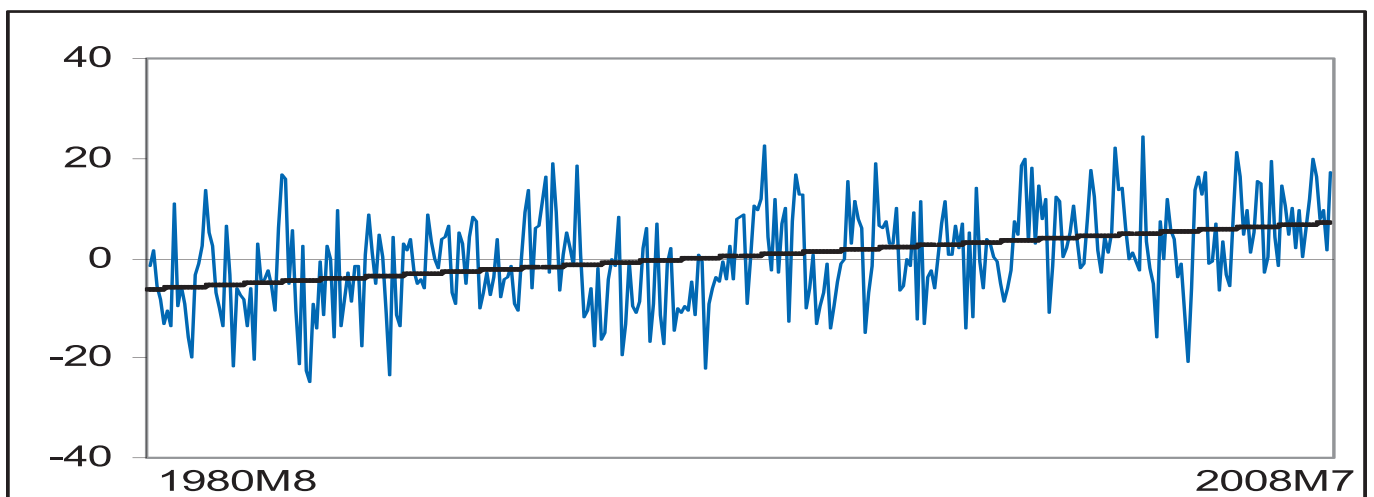


Figura 23c. Málaga (mean temperature anomalies).



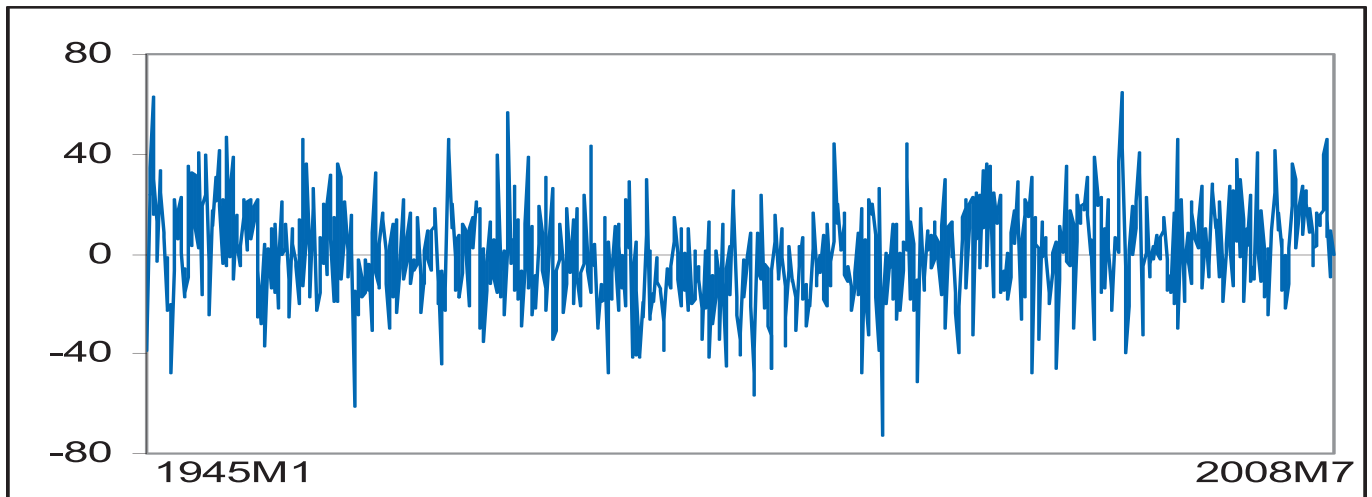


Figura 24a. Salamanca (maximum temperature anomalies).

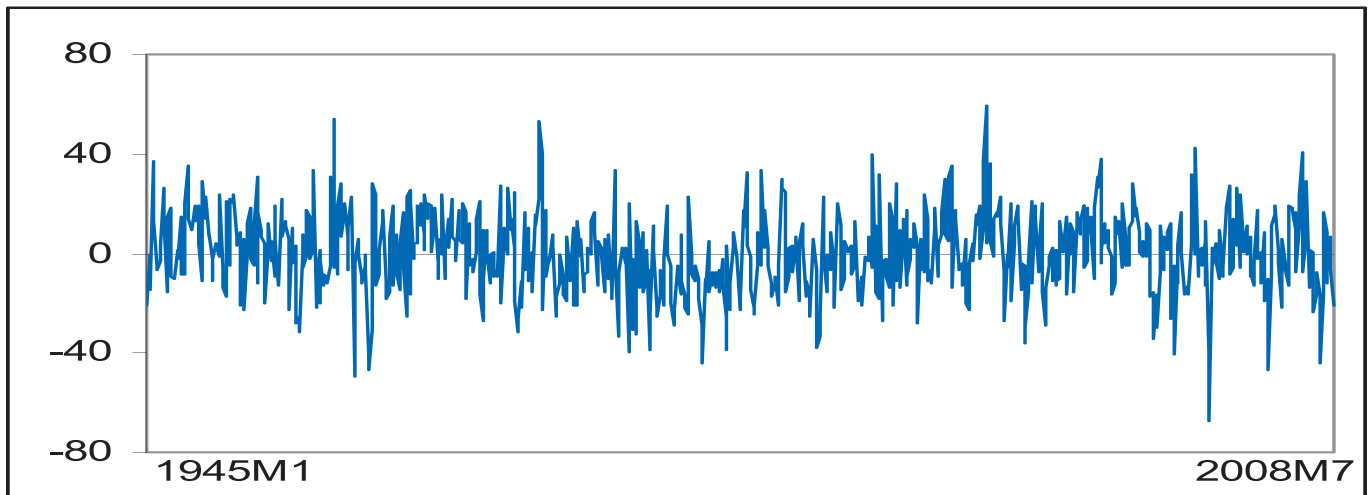


Figura 24b. Salamanca (minimum temperature anomalies).

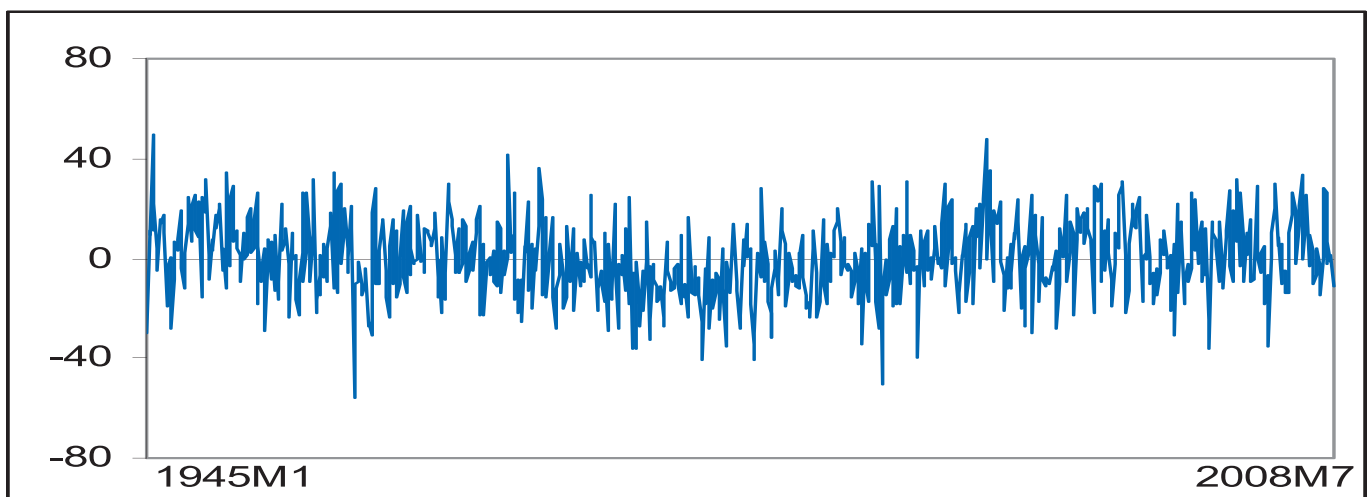


Figura 24c. Salamanca (mean temperature anomalies).

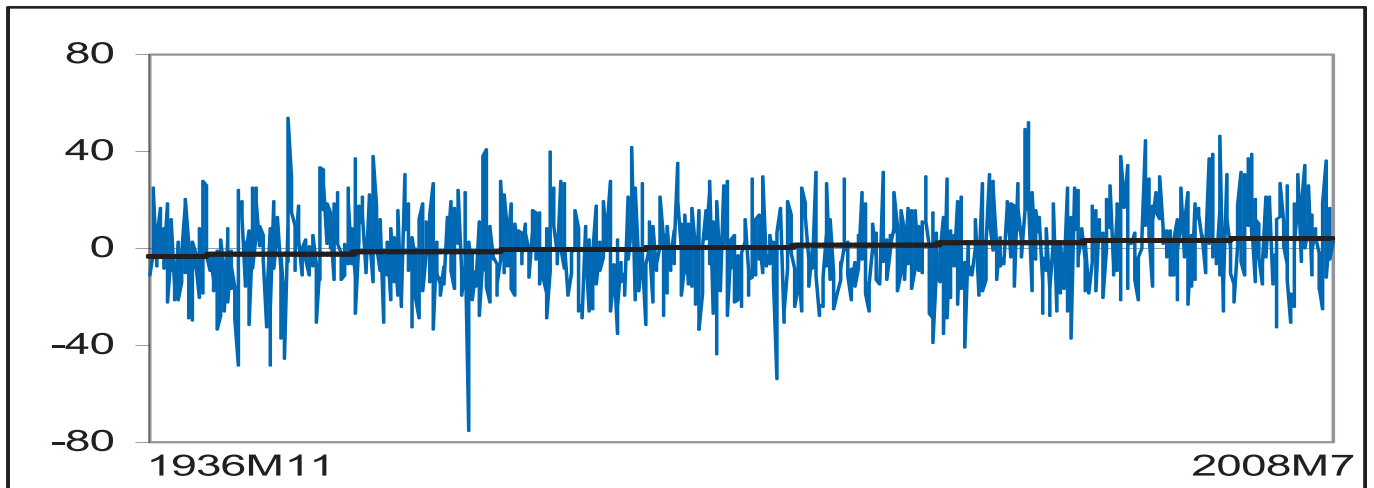


Figura 25a. San Sebastián-Donostia (maximum temperature anomalies).

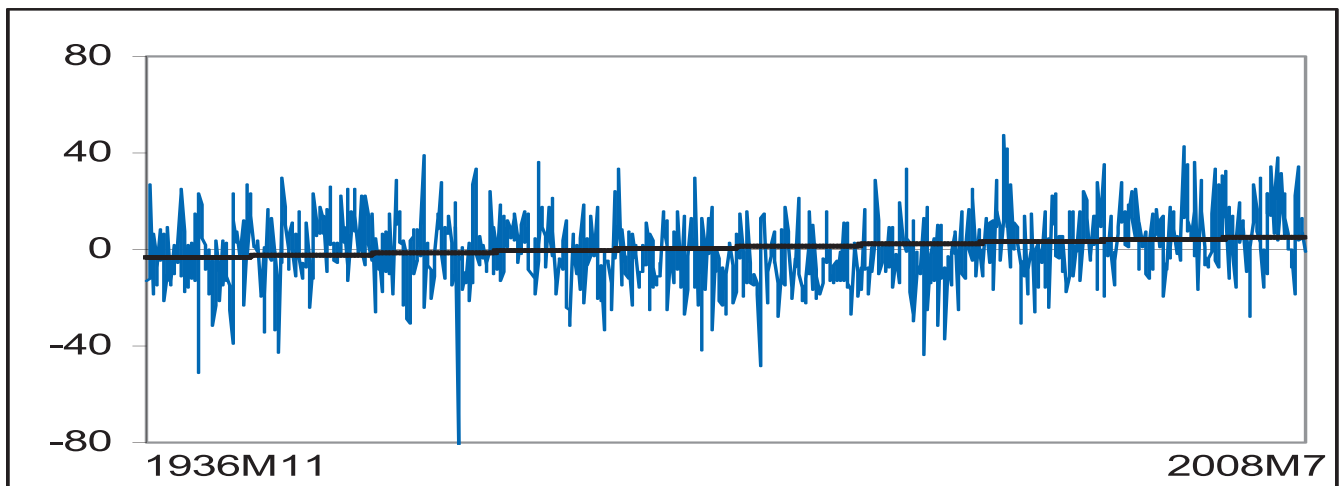


Figura 25b. San Sebastián-Donostia (minimum temperature anomalies).

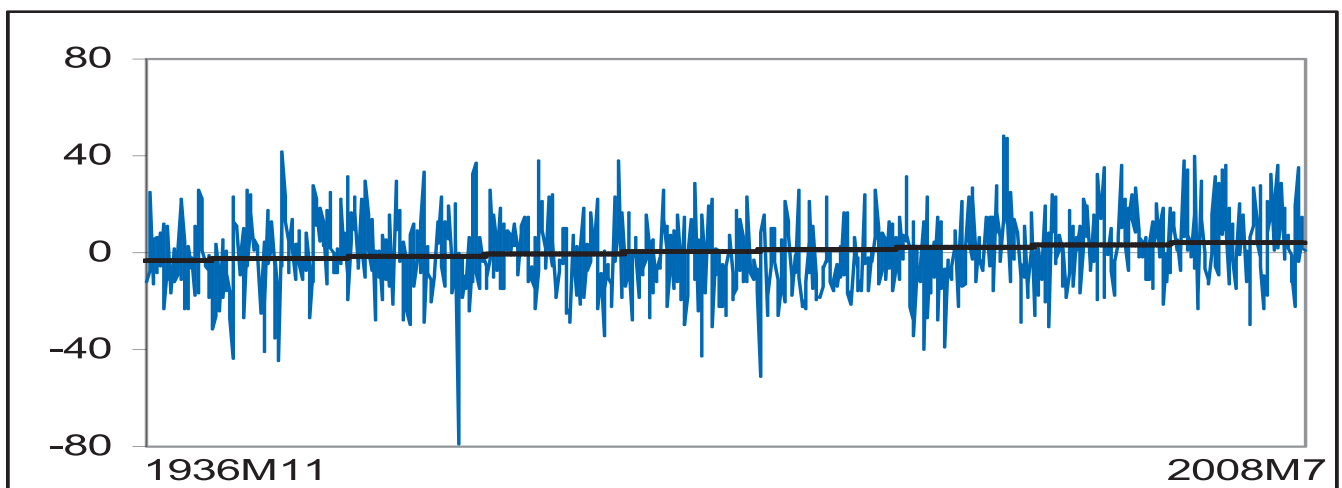


Figura 25c. San Sebastián-Donostia (mean temperature anomalies).

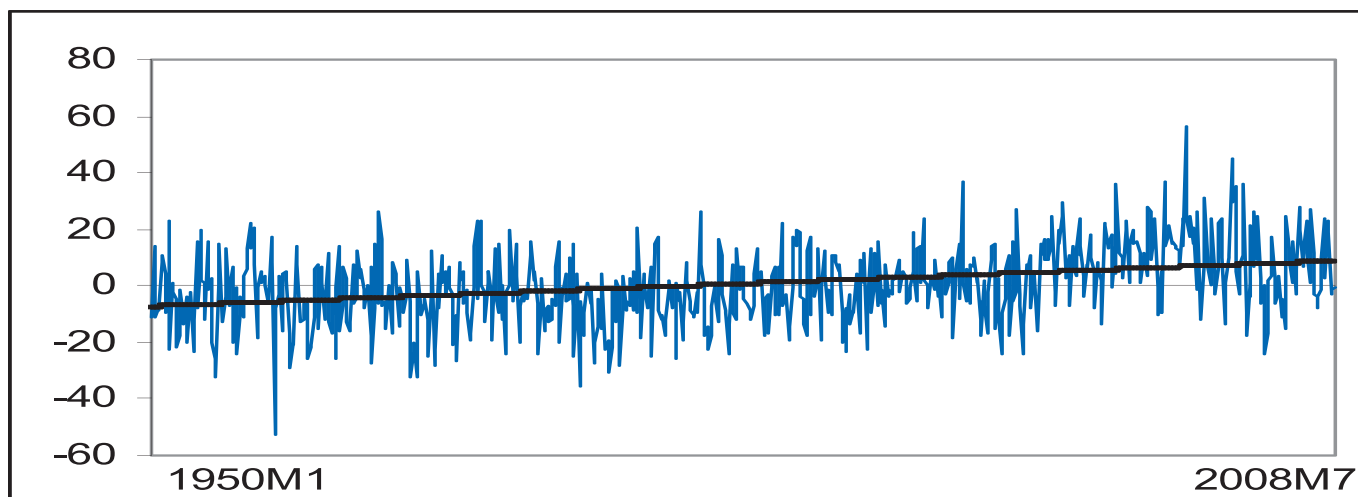


Figura 26a. Valencia (maximum temperature anomalies).

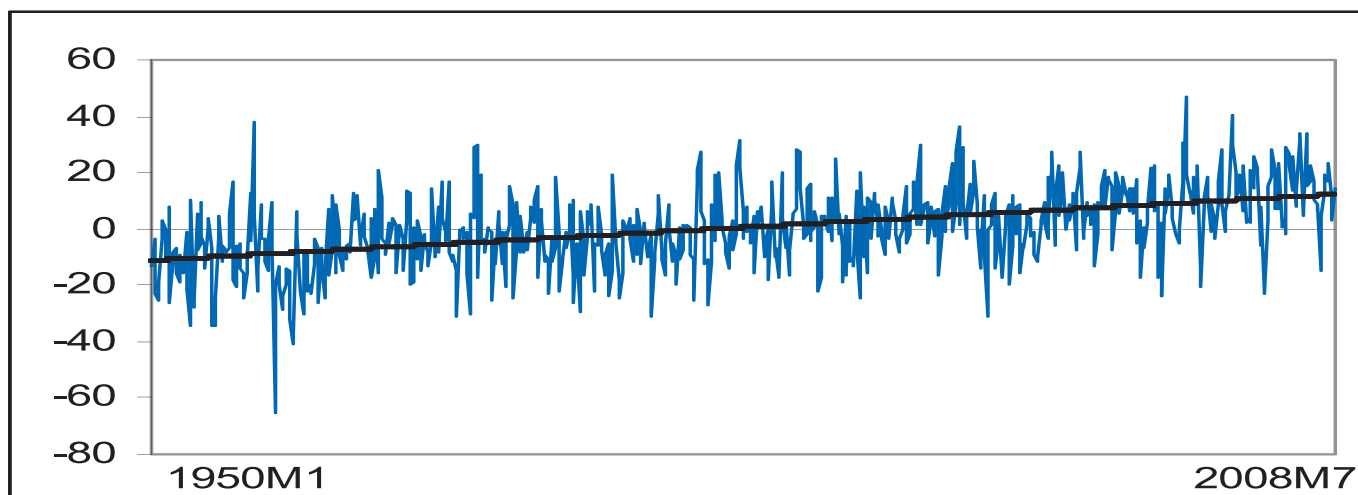


Figura 26b. Valencia (minimum temperature anomalies).

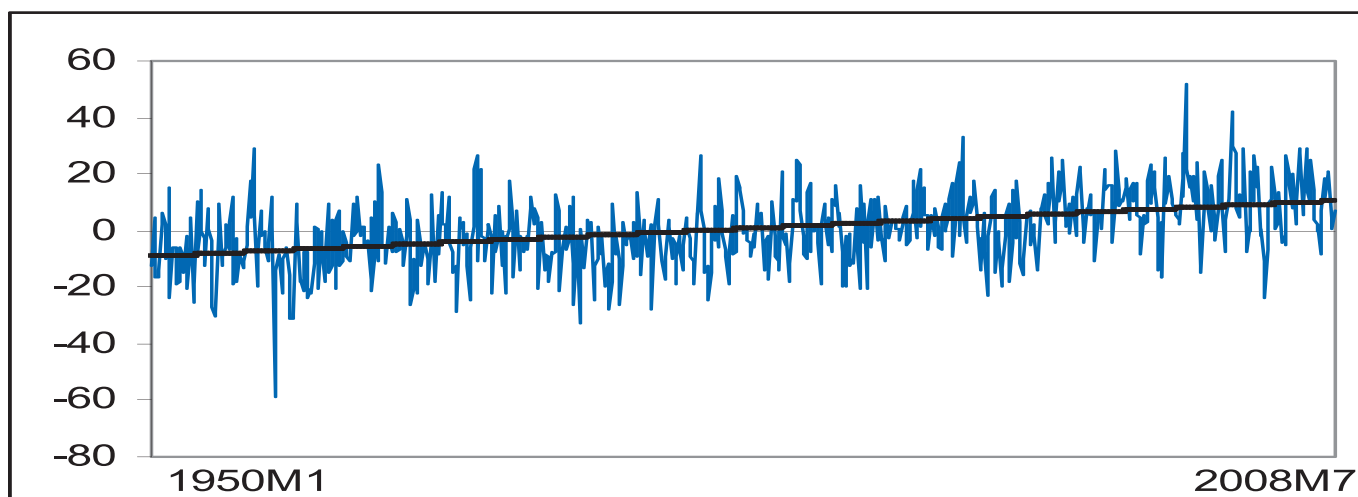


Figura 26c. Valencia (mean temperature anomalies).

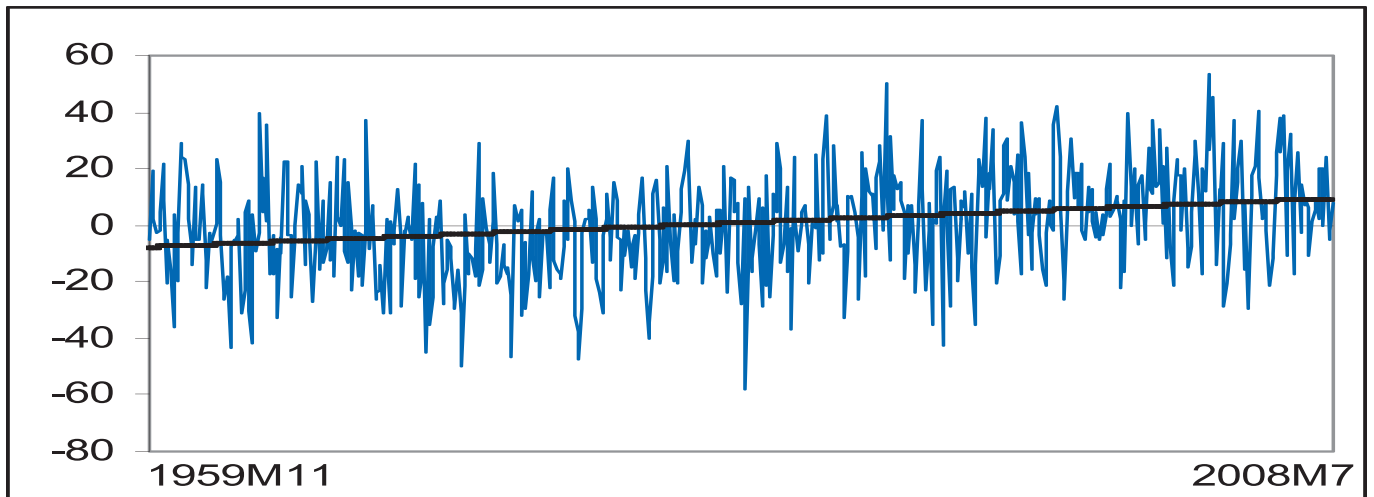


Figura 27a. Zaragoza (maximum temperature anomalies).

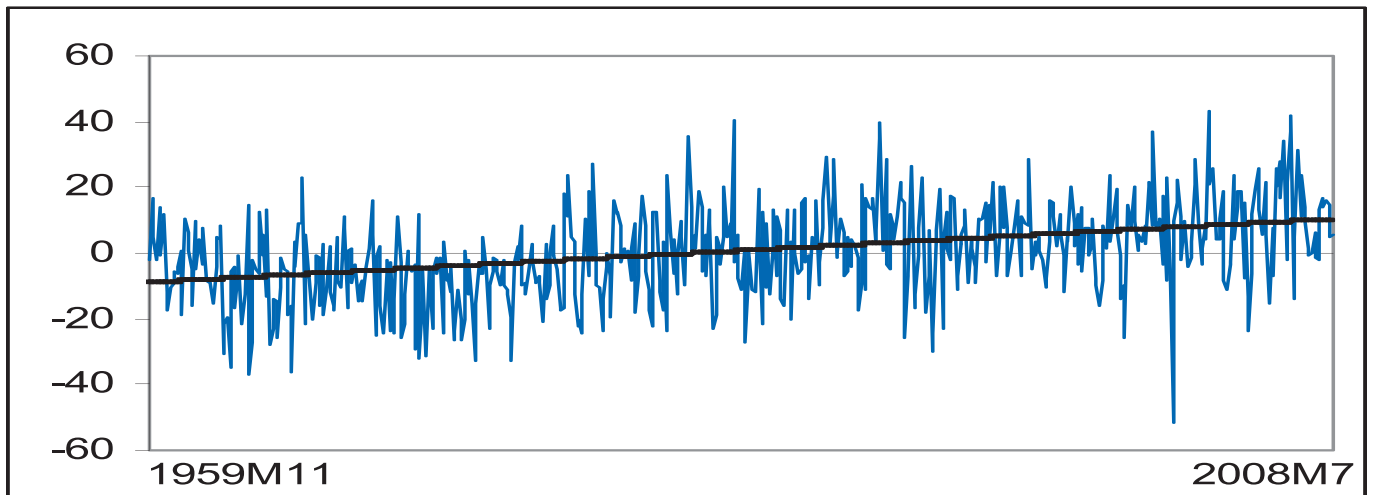


Figura 27b. Zaragoza (minimum temperature anomalies).

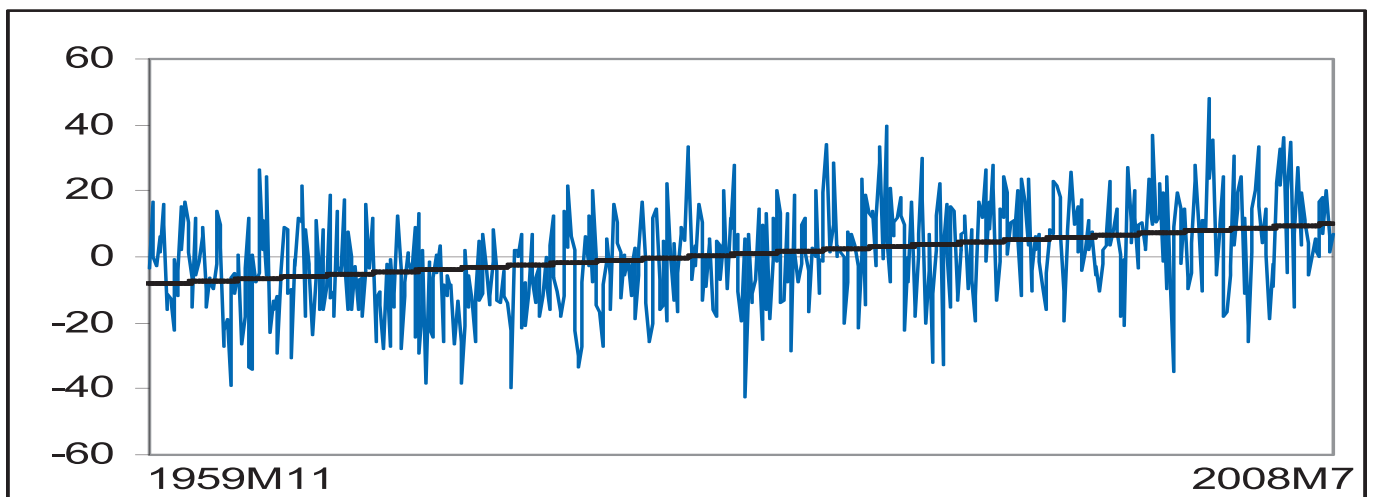


Figura 27c. Zaragoza (mean temperature anomalies).

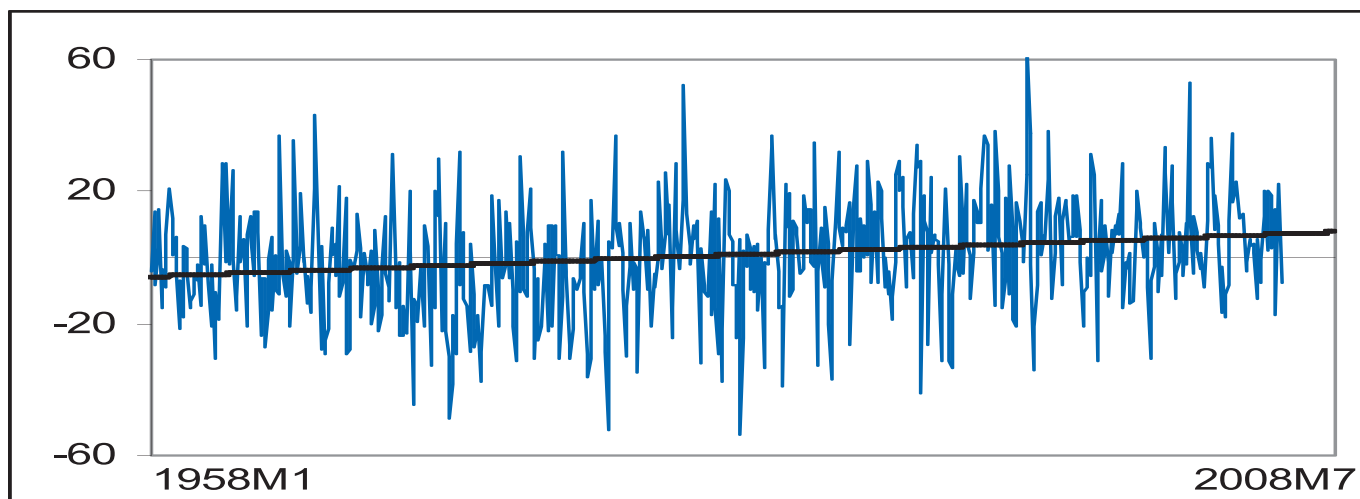


Figura 28a. Beja (maximum temperature anomalies).

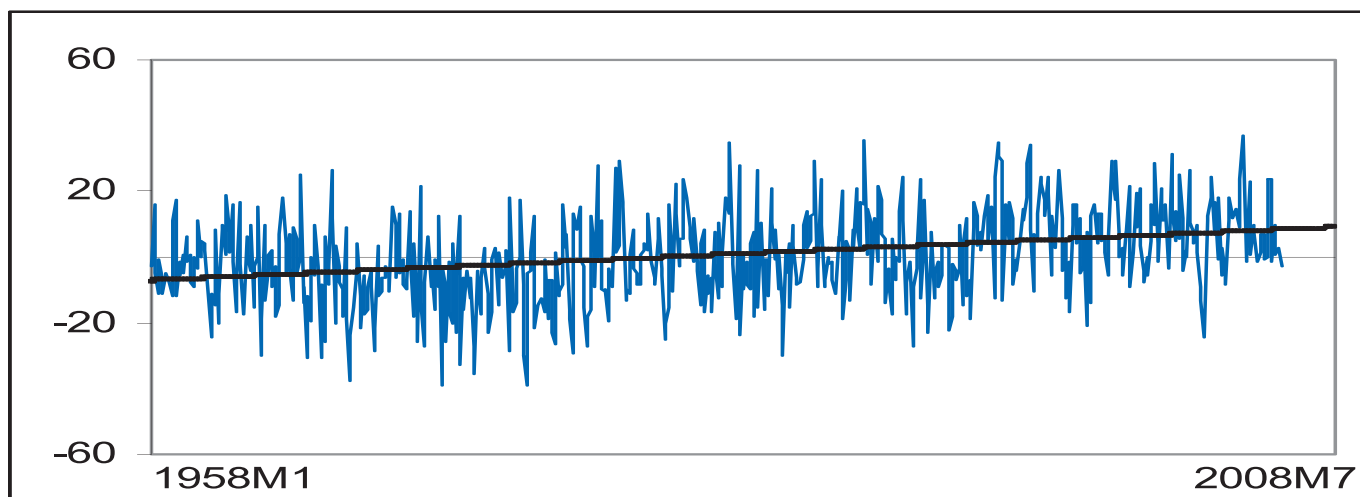


Figura 28b. Beja (minimum temperature anomalies).

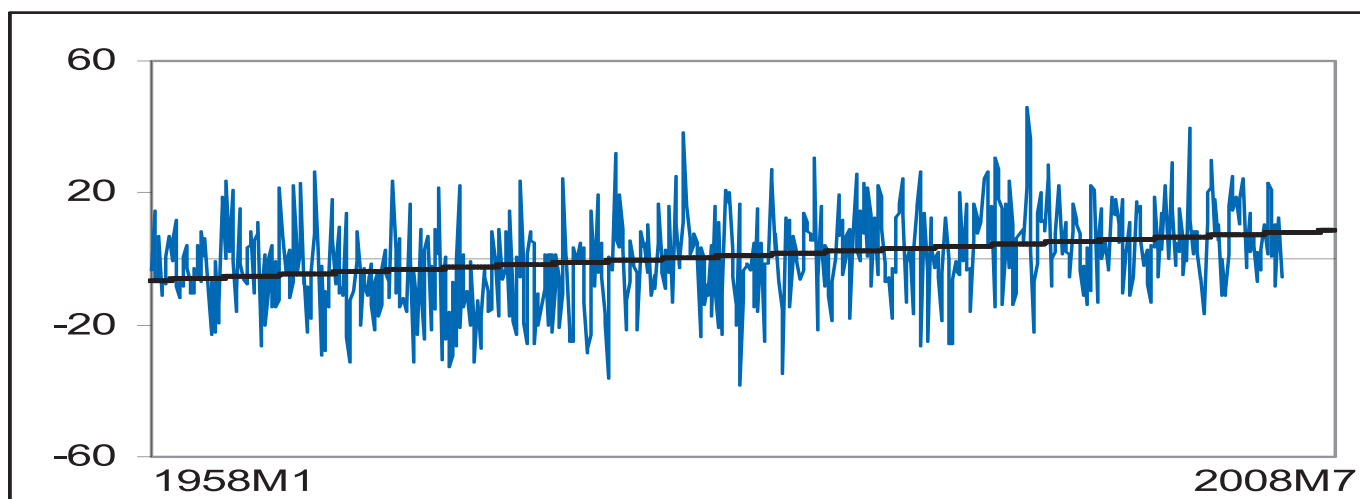


Figura 28c. Beja (mean temperature anomalies).

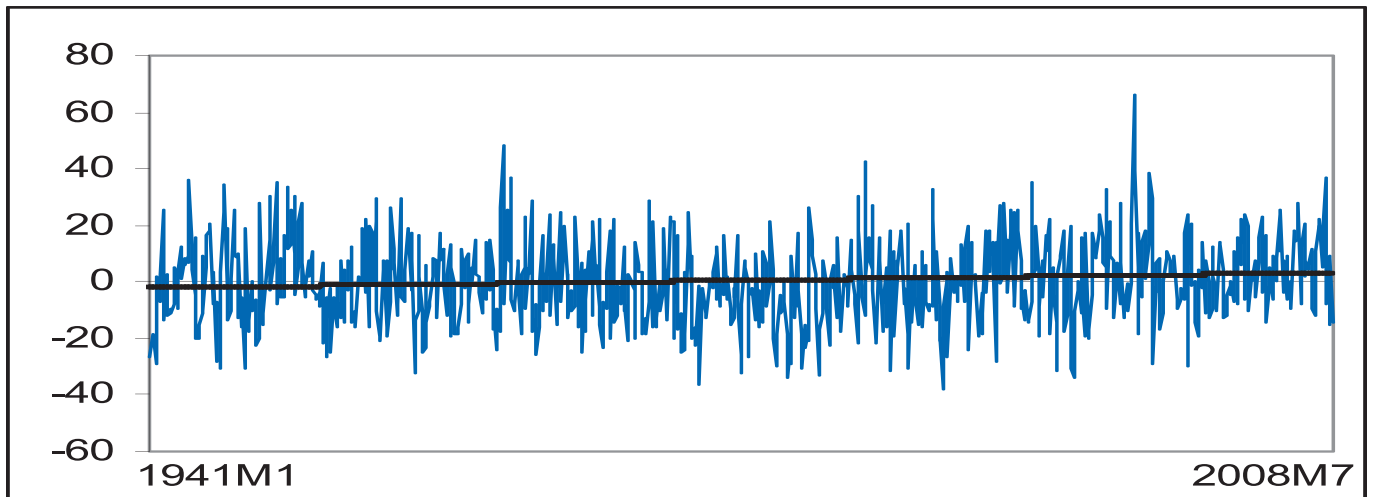


Figura 29a. Oporto (maximum temperature anomalies).

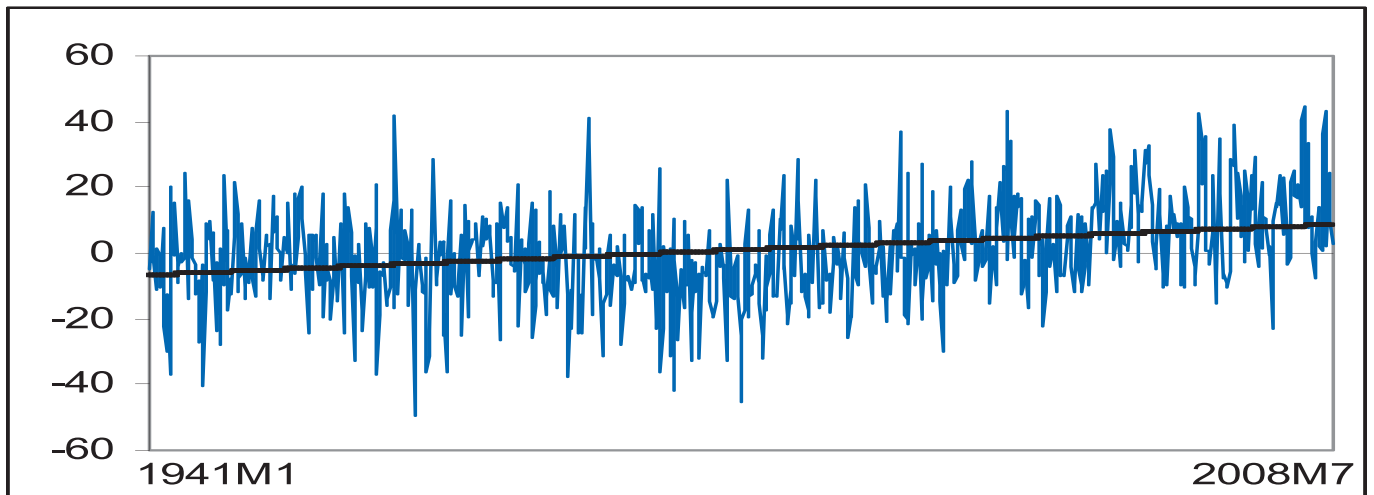


Figura 29b. Oporto (minimum temperature anomalies).

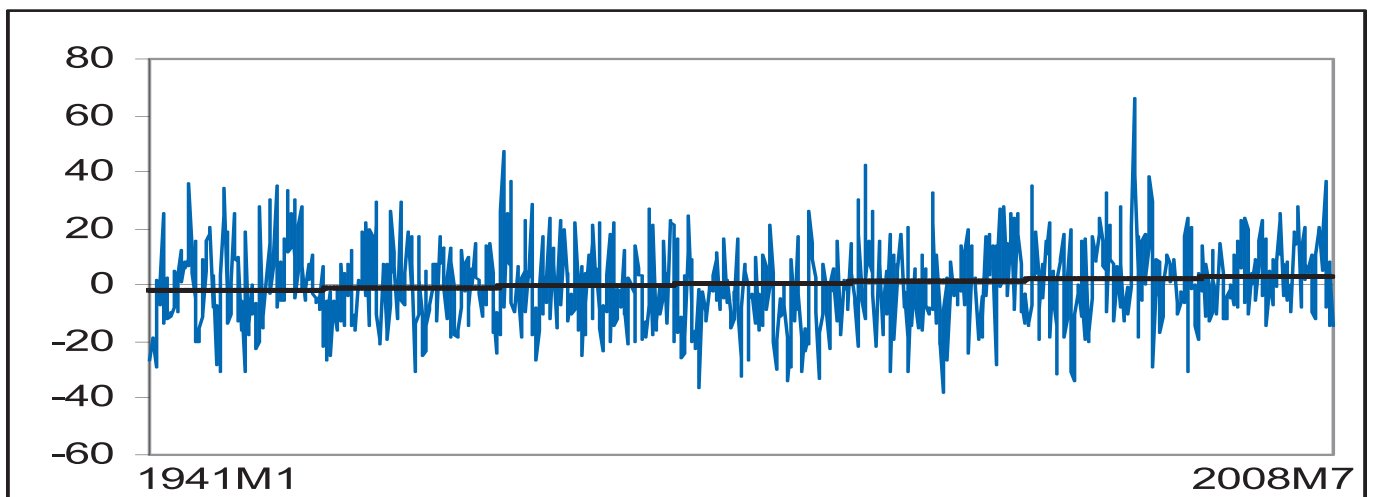


Figura 29c. Oporto (mean temperature anomalies).

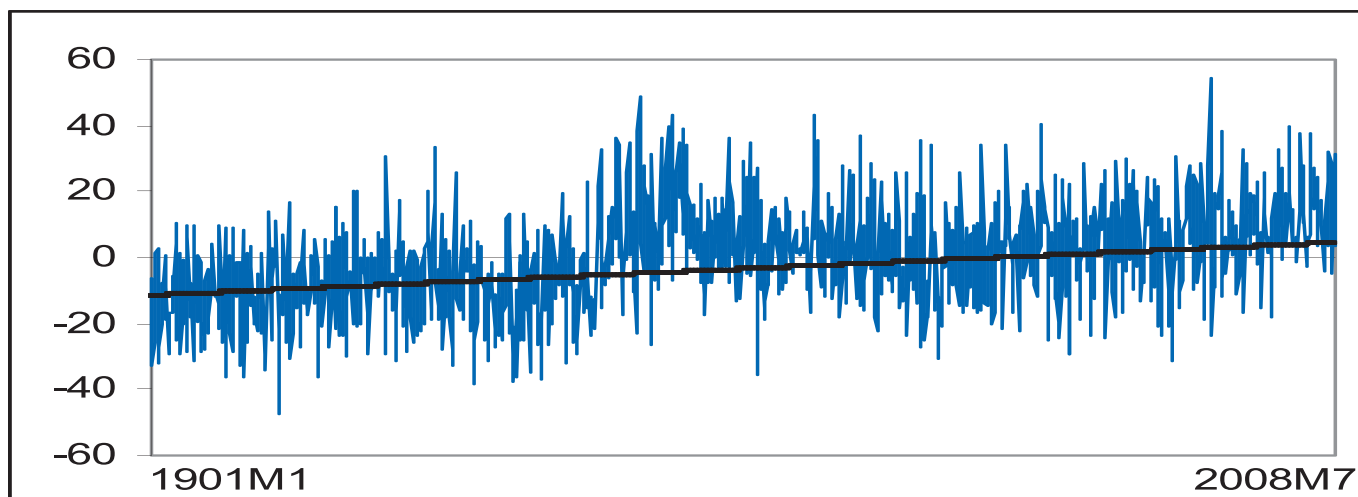


Figura 30a. Lisboa (maximum temperature anomalies).

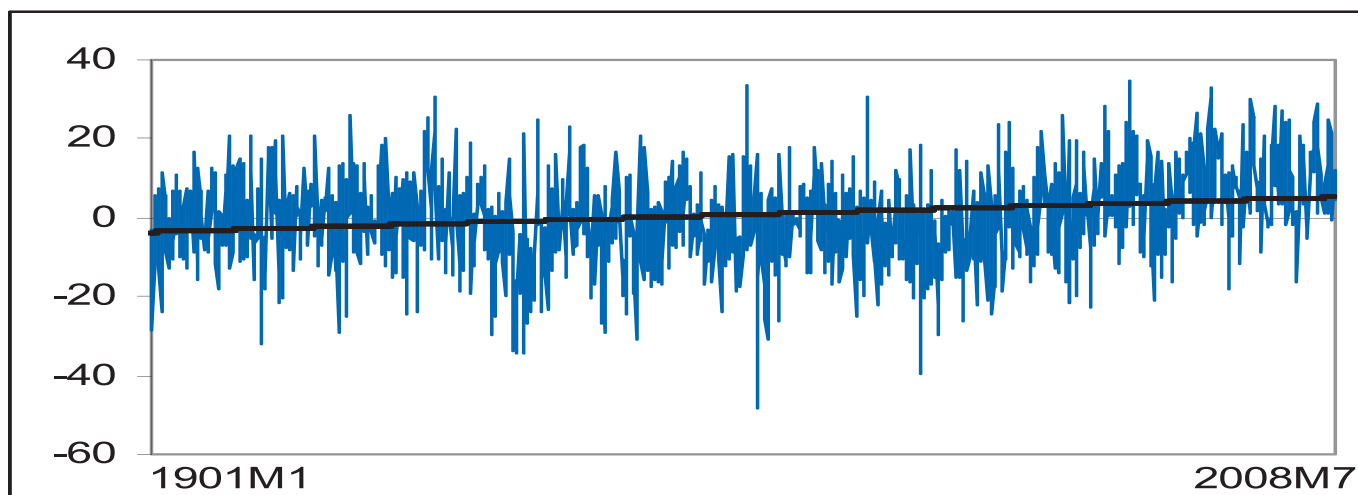


Figura 30b. Lisboa (minimum temperature anomalies).

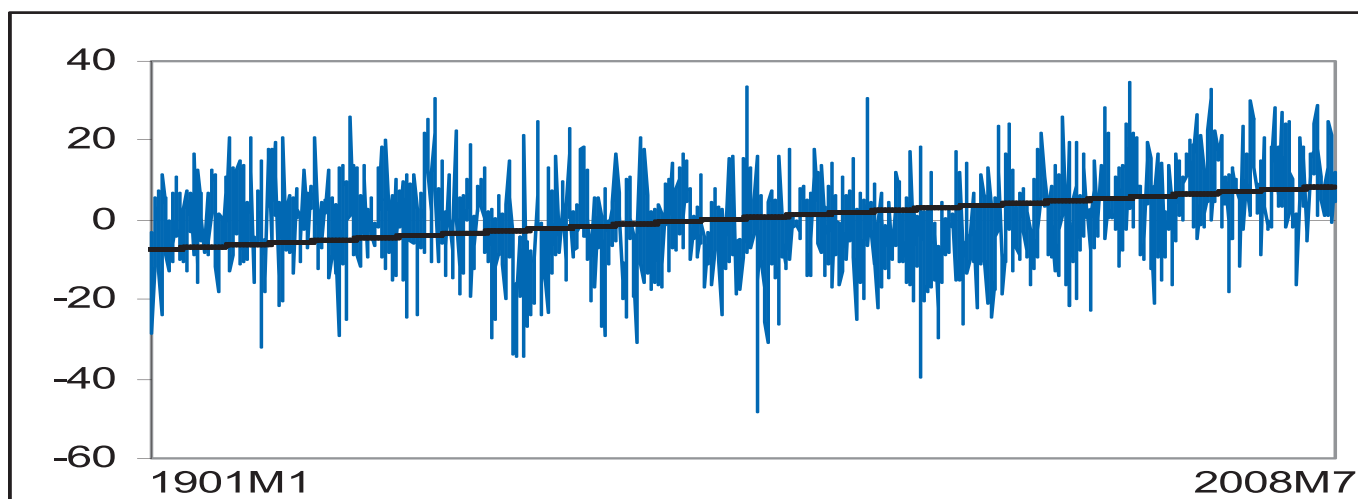


Figura 30c. Lisboa (mean temperature anomalies).

**Tabla 7:** Incremento estimado en las temperaturas por cada 100 años.

Localización	Temp. máximas	Temp. mínimas	Temp. medias
BADAJOS	<b>0.2859</b>	<b>0.1232</b>	<b>0.2128</b>
MADRID	<b>0.3522</b>	<b>0.2092</b>	<b>0.2865</b>
MALAGA	<b>0.2890</b>	<b>0.6645</b>	<b>0.4760</b>
SALAMANCA	0.0502	-0.0438	0.0009
DONOSTIA-SS	<b>0.1050</b>	<b>0.1234</b>	<b>0.1096</b>
VALENCIA	<b>0.2746</b>	<b>0.3999</b>	<b>0.3361</b>
ZARAGOZA	<b>0.3535</b>	<b>0.3967</b>	<b>0.3750</b>
<b>Portugal</b>			
BEJA	<b>0.2556</b>	<b>0.3062</b>	<b>0.2848</b>
OPORTO	0.0806	<b>0.22761</b>	<b>0.0812</b>
LISBOA	<b>0.2163</b>	<b>0.0822</b>	<b>0.1483</b>

En negrita los incrementos significativamente distintos de cero.

Estos resultados son consistentes con los obtenidos en otros trabajos empíricos en otros países donde se ob-

tiene que las temperaturas han crecido en los últimos 100 años en torno a valores comprendidos en el rango (0.3°C – 0.6°C). (Véase, por ejemplo, los artículos de Jones et al., 1986; Hansen y Lebedeff, 1987; Nicholls et al. 1996; Jones et al. 1997; Gil-Alana, 2005; etc.).

A continuación y con el fin de comparar mejor los resultados entre las distintas series de anomalías, utilizaremos el mismo enfoque que en la sub-sección anterior, con todas las series presentando el mismo tamaño muestral, esto es, 336 observaciones, correspondientes al periodo 1980m8 – 2008m7. Los resultados, estimando  $d$  fraccionalmente, aparecen en las tablas 8a (temperaturas máximas); 8b (temperaturas mínimas) y 8c (temperaturas medias).

Empezando con las anomalías en relación con las temperaturas máximas (tabla 8a), observamos que el parámetro  $d$  no es significativamente distinto de cero en los casos de Badajoz, Madrid, Salamanca y Zaragoza. Por tanto, en estas series las anomalías podrían representarse como procesos  $I(0)$ . En los casos restantes, el estimador de  $d$  resulta ser estrictamente positivo y significativamente dis-

**Tabla 8a:** Estimadores de los coeficientes del modelo usando en todos los casos el mismo tamaño muestral (1980m8 -2008m7). Anomalías (temp. máx.)

Localización	$d$	Tendencia	AR(1) estac.
<b>España</b>			
BADAJOS	0.094 (-0.002, 0.213)	0.01729 (1.282)	0.058
MADRID	0.087 (-0.001, 0.200)	<b>0.02519 (1.872)</b>	0.123
MALAGA	0.137 (0.058, 0.237)	<b>0.02409 (2.541)</b>	-0.045
SALAMANCA	0.080 (-0.001, 0.182)	<b>0.04088 (2.856)</b>	0.090
DONOSTIA-SS	0.072 (0.003, 0.157)	<b>0.02210 (1.801)</b>	0.009
VALENCIA	0.194 (0.127, 0.283)	<b>0.03535 (2.441)</b>	0.033
ZARAGOZA	0.057 (-0.030, 0.166)	<b>0.03618 (3.016)</b>	0.071
<b>Portugal</b>			
BEJA	0.121 (0.029, 0.240)	0.01749 (1.160)	0.068
OPORTO	0.087 (0.012, 0.183)	<b>0.02271 (1.979)</b>	0.075
LISBOA	0.130 (0.047, 0.237)	<b>0.02961 (2.390)</b>	0.091

En paréntesis, en la segunda columna, las bandas de confianza al 95% para los valores estimados de  $d$ ; en la tercera columna, t-values del coeficiente de la tendencia lineal.

**Tabla 8b:** Estimadores de los coeficientes del modelo usando en todos los casos el mismo tamaño muestral (1980m8 -2008m7). Anomalías (temp. mín.)

Localización	$d$	Tendencia	AR(1) estac.
<b>España</b>			
BADAJOS	0.249 (0.168, 0.351)	0.03614 (1.576)	-0.047
MADRID	0.206 (0.136, 0.294)	0.01475 (0.846)	0.043
MALAGA	0.191 (0.123, 0.275)	<b>0.05538 (4.610)</b>	-0.069
SALAMANCA	0.230 (0.157, 0.322)	-0.0006 (-0.026)	-0.085
DONOSTIA-SS	0.114 (0.046, 0.198)	<b>0.04474 (3.717)</b>	-0.019
VALENCIA	0.219 (0.135, 0.324)	<b>0.03931 (2.572)</b>	-0.044
ZARAGOZA	0.101 (0.019, 0.204)	<b>0.02528 (2.282)</b>	0.004
<b>Portugal</b>			
BEJA	0.165 (0.090, 0.259)	<b>0.02967 (2.228)</b>	0.042
OPORTO	0.220 (0.142, 0.318)	<b>0.04989 (2.975)</b>	-0.010
LISBOA	0.183 (0.109, 0.275)	<b>0.02957 (2.548)</b>	-0.012

En paréntesis, en la segunda columna, las bandas de confianza al 95% para los valores estimados de  $d$ ; en la tercera columna, t-values del coeficiente de la tendencia lineal.



**Tabla 8c:** Estimadores de los coeficientes del modelo usando en todos los casos el mismo tamaño muestral (1980m8 -2008m7). Anomalías (temp. med.)

Localización	d	Tendencia	AR(1) estac.
<b>España</b>			
BADAJEZ	0.155 (0.073, 0.258)	<b>0.02516 (1.859)</b>	0.026
MADRID	0.117 (0.029, 0.226)	0.01984 (1.543)	0.090
MALAGA	0.195 (0.120, 0.289)	<b>0.03967 (3.724)</b>	-0.065
SALAMANCA	0.140 (0.070, 0.228)	0.01922 (1.332)	0.005
DONOSTIA-SS	0.092 (0.024, 0.175)	<b>0.03286 (2.768)</b>	-0.008
VALENCIA	0.217 (0.134, 0.324)	<b>0.03705 (2.613)</b>	-0.024
ZARAGOZA	0.082 (-0.004, 0.189)	<b>0.03059 (2.769)</b>	0.043
<b>Portugal</b>			
BEJA	0.127 (0.041, 0.236)	<b>0.02382 (1.999)</b>	0.066
OPORTO	0.089 (0.013, 0.185)	<b>0.02225 (1.926)</b>	0.076
LISBOA	0.145 (0.062, 0.247)	<b>0.02962 (2.713)</b>	0.049

En paréntesis, en la segunda columna, las bandas de confianza al 95% para los valores estimados de d; en la tercera columna, t-values del coeficiente de la tendencia lineal.

tinto de cero. En lo que respecta a las tendencias estas son positivas y significativas en todos los casos exceptuando Badajoz en España y Beja en Portugal. Como era de esperar, los parámetros autoregresivos estacionales presentan valores muy bajos y cercanos a cero en todos los casos.

Si miramos ahora a las temperaturas mínimas (tabla 8b), observamos que el parámetro d es ahora significativamente positivo en todos los casos lo que sugiere una vez más que hay mayor evidencia de procesos de memoria larga en las anomalías en relación con las temperaturas mínimas que con las máximas. Observamos ahora tres localizaciones donde las tendencias no son estadísticamente significativas: Badajoz, Madrid y Salamanca; finalmente, en relación con las anomalías en las temperaturas medias (tabla 8c) observamos valores de d significativamente positivos en todos los casos salvo en Zaragoza donde la hipótesis de estacionariedad I(0) no se rechaza. Las tendencias son ahora significativas en todas las localizaciones salvo en Madrid y una vez más en Salamanca.

**Tabla 9a:** Tendencias con d estimado y con d = 0 usando en todos los casos el mismo tamaño muestral (1980m8 -2008m7). Anomalías (temp. máximas).

Localización	d estimado	d = 0
<b>España</b>		
BADAJEZ	0.01729 (1.282)	<b>0.01867 (2.016)</b>
MADRID	<b>0.02519 (1.872)</b>	<b>0.02599 (2.733)</b>
MALAGA	<b>0.02409 (2.541)</b>	<b>0.02394 (4.331)</b>
SALAMANCA	<b>0.04088 (2.856)</b>	<b>0.04095 (3.937)</b>
DONOSTIA-SS	<b>0.02210 (1.801)</b>	<b>0.02283 (2.479)</b>
VALENCIA	<b>0.03535 (2.441)</b>	<b>0.03929 (5.694)</b>
ZARAGOZA	<b>0.03618 (3.016)</b>	<b>0.03671 (3.848)</b>
<b>Portugal</b>		
BEJA	0.01749 (1.160)	<b>0.01923 (2.057)</b>
OPORTO	<b>0.02271 (1.979)</b>	<b>0.02333 (2.874)</b>
LISBOA	<b>0.02961 (2.390)</b>	<b>0.03080 (4.148)</b>

En negrita, tendencias significativamente distintas de 0.

**Tabla 9b:** Tendencias con d estimado y con d = 0 usando en todos los casos el mismo tamaño muestral (1980m8 -2008m7). Anomalías (temp. mínimas).

Localización	d estimado	d = 0
<b>España</b>		
BADAJEZ	0.03614 (1.576)	<b>0.03316 (3.742)</b>
MADRID	0.01475 (0.846)	<b>0.01781 (2.247)</b>
MALAGA	<b>0.05538 (4.610)</b>	<b>0.05456 (9.484)</b>
SALAMANCA	-0.0006 (-0.026)	-0.00248 (-0.272)
DONOSTIA-SS	<b>0.04474 (3.717)</b>	<b>0.04521 (5.887)</b>
VALENCIA	<b>0.03931 (2.572)</b>	<b>0.04073 (6.196)</b>
ZARAGOZA	<b>0.02528 (2.282)</b>	<b>0.02531 (3.411)</b>
<b>Portugal</b>		
BEJA	<b>0.02967 (2.228)</b>	<b>0.03191 (4.554)</b>
OPORTO	<b>0.04989 (2.975)</b>	<b>0.04998 (6.936)</b>
LISBOA	<b>0.02957 (2.548)</b>	<b>0.02987 (5.228)</b>

En negrita, tendencias significativamente distintas de 0.

**Tabla 9c:** Tendencias con d estimado y con d = 0 usando en todos los casos el mismo tamaño muestral (1980m8 -2008m7). Anomalías (temp. medias).

Localización	d estimado	d = 0
<b>España</b>		
BADAJEZ	<b>0.02516 (1.859)</b>	<b>0.02572 (3.487)</b>
MADRID	0.01984 (1.543)	<b>0.02130 (2.633)</b>
MALAGA	<b>0.03967 (3.724)</b>	<b>0.03920 (7.819)</b>
SALAMANCA	0.01922 (1.332)	<b>0.01885 (2.261)</b>
DONOSTIA-SS	<b>0.03286 (2.768)</b>	<b>0.03348 (4.063)</b>
VALENCIA	<b>0.03705 (2.613)</b>	<b>0.04000 (6.507)</b>
ZARAGOZA	<b>0.03059 (2.769)</b>	<b>0.03100 (3.894)</b>
<b>Portugal</b>		
BEJA	<b>0.02382 (1.999)</b>	<b>0.02570 (3.559)</b>
OPORTO	<b>0.02225 (1.926)</b>	<b>0.02296 (2.831)</b>
LISBOA	<b>0.02962 (2.713)</b>	<b>0.03043 (4.927)</b>

En negrita, tendencias significativamente distintas de 0.

Las tablas 9a, 9b y 9c comparan los valores de las tendencias lineales estimadas en los dos casos presentados en este trabajo, esto es, estimando  $d$  fraccionalmente e imponiendo el valor  $d = 0$ . Empezando de nuevo aquí con las anomalías en las temperaturas máximas, observamos que si imponemos  $d = 0$  todas las tendencias son estadísticamente significativas mientras que si  $d$  es estimado fraccionalmente, las tendencias dejan de ser significativas en los casos de Badajoz y Beja. En general, los valores son ligeramente más bajos si  $d$  es estimado a partir de los datos.

Centrándonos ahora en las anomalías en relación con las temperaturas mínimas (tabla 9b), todas exceptuando Salamanca son significativas si imponemos  $d = 0$ , mientras que estimando  $d$  fraccionalmente, resultan no significativas las de Salamanca junto con las de Badajoz y Madrid. Al igual que en el caso anterior los coeficientes son ahora ligeramente más bajos si  $d$  es estimado fraccionalmente. Finalmente, todas las tendencias son significativas con  $d = 0$  en relación con las anomalías en las temperaturas medias (tabla 9c), y dejan de ser significativas si  $d$  es estimado fraccionalmente en los casos de Madrid y Salamanca. Una vez más, los valores son más bajos si  $d$  se estima a partir de los datos.

**Tabla 10:** Incremento estimado en las temperaturas por cada 100 años con datos desde 1980m8.

Localización	Temp. máximas	Temp. mínimas	Temp. medias
BADAJOZ	0.2074	0.4336	<b>0.3019</b>
MADRID	<b>0.3022</b>	0.1770	0.2380
MALAGA	<b>0.2890</b>	<b>0.6645</b>	<b>0.4760</b>
SALAMANCA	<b>0.4905</b>	-0.0072	0.2306
DONOSTIA-SS	<b>0.2652</b>	<b>0.5368</b>	<b>0.3943</b>
VALENCIA	<b>0.4242</b>	<b>0.4717</b>	<b>0.4446</b>
ZARAGOZA	<b>0.4341</b>	<b>0.3033</b>	<b>0.3670</b>
BEJA	<b>0.2098</b>	<b>0.3560</b>	<b>0.2858</b>
OPORTO	<b>0.2725</b>	<b>0.5986</b>	<b>0.2670</b>
LISBOA	<b>0.3553</b>	<b>0.3548</b>	<b>0.3554</b>

En negrita los incrementos significativamente distintos de cero.

Finalmente en esta sub-sección presentamos la tabla 10, que recoge los incrementos estimados en las temperaturas durante 100 años usando exclusivamente la información disponible desde 1980m8. Empezando con las anomalías en las temperaturas máximas observamos que ahora el mayor incremento se da en el caso de Salamanca (0.490°C/100 años) seguido de Zaragoza (0.4341°C) y Valencia (0.424°C) mientras que los incrementos más bajos se dan en San Sebastián (0.265°C) y Beja (0.209°C) junto con Badajoz (0.207°C) en este último caso el incremento siendo no significativo. Por lo que respecta a las anomalías en las temperaturas mínimas, los mayores incrementos se dan ahora en Málaga (0.645°C), Oporto (0.598°C) y San Sebastián-Donostia (0.536°C) y las ten-

dencias no son estadísticamente significativas en Badajoz y Salamanca. En general, no se observa ahora un comportamiento sistemático por el cual los incrementos son mayores en las temperaturas máximas sobre las mínimas o viceversa. Finalmente, en relación con las anomalías en las temperaturas medias los incrementos más altos corresponden a Málaga (0.476°C) y Valencia (0.444°C) y los menores, siendo no significativos a Madrid (0.238°C) y Salamanca (0.230°C).

Comparando los valores en la tabla 10 con los presentados en la tabla 7, en general, son más altos en la tabla 10, implicando que el incremento en las temperaturas ha sido mayor en los últimos años. Las excepciones aquí son Badajoz y Beja (en relación con las temperaturas máximas), Madrid (en relación con las temperaturas máximas, mínimas y medias), y Zaragoza (con las temperaturas mínimas y medias).

### c) Tendencias lineales segmentadas

En la parte final de este proyecto estudiamos la posible existencia de tendencias lineales segmentadas en los datos correspondientes a las anomalías mensuales de las temperaturas máximas, mínimas y medias en las diez localizaciones previamente examinadas. Este es un apartado importante, teniendo en cuenta que las series analizadas presentan un comportamiento de memoria larga, basado en procesos de integración fraccional, y, estos procesos están muy relacionados con la existencia de posibles cambios de tipo estructural. De hecho, hay toda una literatura teórica y empírica que relaciona los modelos  $I(d)$  con los procesos de cambio estructural. (Véase, por ejemplo, Gouriéroux y Jasiak, 2001; Diebold y Inoue, 2001; Granger y Hyung, 2004; etc.). Otros autores tales como Lobato y Savin (1998) argumentan que la existencia de cambio estructural puede ser la causa de la existencia de procesos de memoria larga ó procesos  $I(d)$  en determinadas series de tipo financiero. Engle y Smith (1999) también investigaron la relación entre estos dos tipos de modelos usando un proceso de raíces unitarias que ocasionalmente cambiaba en el tiempo. Otros autores (Beran y Terrin, 1996; Bos et al., 1999; etc.) han propuesto contrastes de hipótesis basados en el método LM (Lagrange Multiplier) para contrastar integración fraccional con cambios estructurales y un método más reciente ha sido propuesto por Ohanissian et al. (2008).

A diferencia de estos artículos arriba descritos, y que imponen un parámetro de integración fraccional fijo para todo el periodo muestral, en este trabajo empleamos una metodología que permite la existencia de distintos órdenes de integración, posiblemente fraccionales, para cada una de las submuestras, e implicando por tanto, distintos grados de persistencia en los periodos anteriores y posteriores al cambio estructural. Esta metodología se basa en la propuesta hecha por Gil-Alana (2008c) y que ha sido descrita anteriormente. Para facilitar su interpretación re-escribimos el modelo que se basa en las ecuaciones (15) y (16), esto es,

Tabla 11a: Estimaciones con tendencias lineales segmentadas (temp. Máximas).

	Primera sub-muestra			Segunda sub-muestra		
	d	Tendencia	AR	d	Tendencia	AR
<b>España</b>						
BADAJOS (1996m8)	0.13	<b>0.03240 (3.209)</b>	0.036	0.02*	-0.00235 (-0.061)	0.132
MADRID (1983m6)	0.13	0.02002 (1.559)	0.044	0.11	<b>0.03644 (1.659)</b>	0.145
MALAGA (2003m6)	0.14	0.02071 (1.588)	-0.056	0.01*	<b>0.16638 (2.327)</b>	-0.047
SALAMANCA (1983m6)	0.13	<b>-0.03634 (-3.097)</b>	-0.007	0.08	<b>0.03333 (1.653)</b>	0.109
DONOSTIA (1955m3)	0.09	0.02576 (0.895)	0.051	0.08	<b>0.01506 (2.893)</b>	-0.023
VALENCIA (1955m12)	0.19	0.15625 (1.217)	-0.126	0.17	<b>0.02770 (3.452)</b>	0.016
ZARAGOZA (1982m9)	0.17	-0.01522 (-0.657)	-0.053	0.06*	<b>0.03231 (1.891)</b>	0.065
<b>Portugal</b>						
BEJA (1996m8)	0.14	0.02926 (0.163)	0.046	0.12	0.00142 (0.023)	0.163
OPORTO (1997m3)	0.14	-0.00130 (-0.219)	0.035	-0.06*	<b>0.10056 (3.646)</b>	0.169
LISBOA (1941m5)	0.08	0.00705 (1.264)	-0.067	0.18	0.00193 (0.217)	0.067

\*: No se rechaza la hipótesis nula de estacionariedad  $I(0)$  al nivel de significación del 5%.

Tabla 11b: Estimaciones con tendencias lineales segmentadas (temp. mínimas).

	Primera sub-muestra			Segunda sub-muestra		
	d	Tendencia	AR	d	Tendencia	AR
<b>España</b>						
BADAJOS (1976m11)	0.12	<b>-0.03271 (-1.754)</b>	-0.128	0.25	0.02749 (1.202)	0.102
MADRID (1984m3)	0.13	0.00733 (0.765)	-0.069	0.18	-0.01397 (-0.625)	0.050
MALAGA (1989m10)	0.05*	<b>0.08066 (2.617)</b>	-0.196	0.16	<b>0.09648 (4.944)</b>	-0.022
SALAMANCA (2001m1)	0.21	-0.00191 (-0.236)	-0.067	0.23	<b>-0.05783 (-0.453)</b>	-0.042
DONOSTIA (1955m3)	0.09	0.03124 (1.239)	0.090	0.16	<b>0.02044 (3.276)</b>	-0.033
VALENCIA (1956m2)	-0.02*	<b>0.15782 (2.001)</b>	0.011	0.19	<b>0.02607 (3.268)</b>	-0.067
ZARAGOZA (2001m3)	0.13	<b>0.03708 (5.299)</b>	-0.025	0.16	0.04284 (0.281)	0.113
<b>Portugal</b>						
BEJA (1973m11)	-0.02*	<b>-0.05670 (-4.128)</b>	-0.138	0.17	<b>0.03217 (2.648)</b>	0.062
OPORTO (1970m1)	0.09	-0.00639 (-0.673)	-0.115	0.19	<b>0.05224 (4.851)</b>	0.032
LISBOA (1956m2)	0.18	-0.00509 (-0.965)	0.021	0.19	<b>0.02342 (4.114)</b>	-0.015

\*: No se rechaza la hipótesis nula de estacionariedad  $I(0)$  al nivel de significación del 5%.

$$y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + x_t; \quad (1-L)^{d_1} x_t = u_t, \quad t = 1, \dots, T_b$$

$$y_t = \alpha_2 + \beta_2 t + x_t; \quad (1-L)^{d_2} x_t = u_t, \quad t = T_b + 1, \dots, T,$$

donde los  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  son los coeficientes correspondientes a la constante y la tendencia lineal respectivamente para la primera submuestra, y  $d_1$  es el parámetro de integración fraccional en dicha submuestra, y, similarmente,  $\alpha_2$  y  $\beta_2$  y  $d_2$  son los parámetros correspondientes a la segunda submuestra, esto es, a los datos a partir del momento de cambio estructural que tiene lugar en el período de tiempo  $T_b$  y que se supone que es desconocido.<sup>4</sup>

Las tablas 11a, 11b y 11c presentan los resultados de la estimación de los parámetros de acuerdo con el método

de Gil-Alana (2008c) basado en la integración fraccional con cambio estructural.

Empezando de nuevo con las anomalías en relación con las temperaturas máximas (tabla 11a) lo primero que observamos es que el período de tiempo en que tiene lugar el cambio estructural varía sustancialmente de una serie a otra. Así, por ejemplo, tiene lugar en 1941m5 para el caso de Lisboa; en 1955 para San Sebastián-Donostia y Valencia; en torno a 1982/83 para Zaragoza, Salamanca y Madrid; en los años 1996 y 1997 para Beja, Badajoz y Oporto; y finalmente en 2003m6 para el caso de Málaga. Otro hecho singular en esta tabla es que los órdenes de integración son sustancialmente mayores en prácticamente todas las series en los períodos anteriores al cambio estructural, con valores oscilando entre 0.08 (Lisboa) y 0.14 (Valencia) en los períodos previos al cambio estructural, y valores no significativamente distintos de cero en

4 Esta metodología ha sido recientemente empleado por Gil-Alana (2008d,e) en series temporales climatológicas.

Tabla 11c: Estimaciones con tendencias lineales segmentadas (temp. medias).

	Primera sub-muestra			Segunda sub-muestra		
	d	Tendencia	AR	d	Tendencia	AR
<b>España</b>						
BADAJEZ (1983m6)	0.14	0.00318 (0.245)	-0.026	0.19	0.01522 (0.721)	0.043
MADRID (1983m6)	0.12	0.01227 (1.197)	-0.012	0.14	0.01573 (0.773)	0.105
MALAGA (2004m4)	0.19	<b>0.03806 (2.862)</b>	-0.090	-0.36	<b>0.01569 (4.524)</b>	0.171
SALAMANCA (1983m6)	0.13	<b>-0.03249 (-3.717)</b>	-0.047	0.15	0.00269 (0.139)	-0.001
DONOSTIA (1955m3)	0.10	0.02723 (0.994)	0.073	0.11	<b>0.01766 (3.329)</b>	-0.031
VALENCIA (1950m1)	0.11	<b>0.14580 (2.651)</b>	0.029	0.19	<b>0.02587 (3.415)</b>	-0.043
ZARAGOZA (1959m11)	0.08	<b>-0.04309 (-2.313)</b>	-0.145	0.09	<b>0.03578 (3.149)</b>	0.074
<b>Portugal</b>						
BEJA (1970m11)	-0.01*	<b>-0.04535 (-2.051)</b>	-0.024	0.13	<b>0.03815 (4.138)</b>	0.048
OPORTO (1997m3)	0.14	-0.00128 (-0.216)	0.036	-0.06*	<b>0.09947 (3.611)</b>	0.165
LISBOA (1970m11)	0.17	0.01013 (2.730)	-0.008	0.15	<b>0.03667 (4.362)</b>	0.042

\*: No se rechaza la hipótesis nula de estacionariedad I(0) al nivel de significación del 5%.

Badajoz, Málaga, Zaragoza y Oporto en los periodos posteriores al cambio estructural. Por último en esta tabla, hay que hacer notar el hecho de que sólo dos de las series presentan tendencias significativa antes del cambio estructural (Badajoz y Salamanca), mientras que tras el cambio, son significativas las tendencias en Madrid, Málaga, Salamanca, San Sebastián-Donostia, Valencia, Zaragoza y Oporto. Una vez más, esto nos sugiere un mayor incremento en las temperaturas en los periodos recientes de la muestra.

Si nos fijamos ahora en las anomalías en relación con las temperaturas mínimas (tabla 11b) observamos de nuevo una gran oscilación en relación con el periodo de tiempo en el que ocurre el cambio estructural: 1955/56 para San Sebastián-Donostia, Valencia y Lisboa; en los años 70 para Oporto, Beja y Badajoz; en los 80, Madrid y Málaga y finalmente en el 2001 en Salamanca y Zaragoza. Sin embargo, a diferencia de lo que ocurría con las temperaturas máximas, ahora observamos un incremento en

el grado de persistencia de las series una vez que tiene lugar el cambio de tipo estructural. Esto ocurre en todas las series, observando sólo tres casos (en las primeras sub-muestras) donde la hipótesis nula de I(0) estacionariedad no se rechaza (Málaga, Valencia y Beja). Si nos fijamos ahora en la significatividad de las tendencias, vemos que antes del cambio estructural estas son significativas en Badajoz, Málaga, Valencia, Zaragoza y Beja, y después del cambio estructural, son significativas en Málaga, Salamanca, San Sebastián-Donostia, Valencia, Beja, Oporto y Lisboa. Por último, en relación con las anomalías en las temperaturas medias, observamos que muchos de los órdenes de integración son similares en las dos submuestras y sólo observamos dos sub-muestras donde no se rechaza la hipótesis nula de estacionariedad I(0): Beja, durante el periodo previo al cambio estructural y Oporto en el periodo posterior a dicho cambio. Hay además cinco localizaciones con tendencias lineales estadísticamente significativas antes del cambio estructural, (Má-

Tabla 12: Incremento estimado en las temperaturas por cada 100 años teniendo en cuenta la existencia de cambio estructural.

Localización	Temp. máximas		Temp. mínimas		Temp. Medias	
	1ª sub-m	2ª sub-m	1ª sub-m	2ª sub-m	1ª sub-m	2ª sub-m
BADAJEZ	<b>0.3888</b>	-0.0282	<b>-0.3925</b>	0.3298	0.0381	0.1826
MADRID	0.2402	<b>0.4372</b>	0.0879	-0.1676	0.1472	0.1887
MALAGA	0.2485	<b>1.9965</b>	<b>0.9679</b>	<b>1.1577</b>	<b>0.4567</b>	<b>0.1882</b>
SALAMANCA	<b>-0.4360</b>	<b>0.3999</b>	-0.0229	<b>-0.6939</b>	<b>-0.3898</b>	0.0322
DONOSTIA-SS	0.3091	<b>0.1807</b>	0.3748	<b>0.2452</b>	0.3267	<b>0.2119</b>
VALENCIA	1.8750	<b>0.3324</b>	<b>1.8938</b>	<b>0.3128</b>	<b>1.7496</b>	<b>0.3104</b>
ZARAGOZA	-0.1826	<b>0.3877</b>	<b>0.4496</b>	0.5140	<b>-0.5170</b>	<b>0.4293</b>
BEJA	0.3511	0.0170	<b>-0.6804</b>	<b>0.3860</b>	<b>-0.5442</b>	<b>0.4578</b>
OPORTO	-0.0156	<b>1.2067</b>	-0.0766	<b>0.6268</b>	-0.0153	<b>1.1936</b>
LISBOA	0.0846	0.0231	-0.0610	<b>0.2810</b>	0.1215	<b>0.4400</b>

En negrita los incrementos significativamente distintos de cero.

laga, Salamanca, Valencia, Zaragoza y Beja), y siete una vez ocurrido dicho cambio (Málaga, San Sebastián-Donostia, Valencia, Zaragoza, Beja, Oporto y Lisboa).

La tabla 12 recoge los incrementos estimados en las temperaturas por cada 100 años para cada una de las sub-muestras en cada serie. Nótese que estos resultados son meras aproximaciones y sus valores han de ser considerados poco fiables en algunos casos, dado el pequeño número de observaciones empleado en alguna de las sub-muestras. En cualquier caso es interesante observar que hay un mayor número de tendencias significativas una vez que ha ocurrido el cambio estructural, implicando una vez más que el calentamiento en las temperaturas ha sido mayor en los últimos años.

Observamos que en relación con las anomalías en las temperaturas máximas, el mayor incremento durante las

primeras sub-muestras ocurre en Valencia (1.875°C) y durante las segundas sub-muestras en Málaga (1.9965°C). Las mismas sub-muestras producen los mayores incrementos en las anomalías con respecto a las temperaturas mínimas (Valencia (1.893°C) y Málaga (1.157°C)). Finalmente, en relación con las temperaturas medias el mayor incremento en las primeras sub-muestras vuelve a ocurrir en Valencia (1.7496°C) y ocurre ahora en Oporto (1.1936°C) en los periodos posteriores al cambio estructural.

Finalmente las figuras 31a) – 40c) recogen gráficamente las tendencias lineales segmentadas obtenidas a partir de los resultados obtenidos anteriores. Una vez más se corrobora la importancia de las tendencias una vez ocurrido el cambio estructural, dando una vez más evidencia a favor de un mayor incremento en las temperaturas durante los últimos años.

Figuras 31-40: Tendencias segmentadas lineales en las anomalías

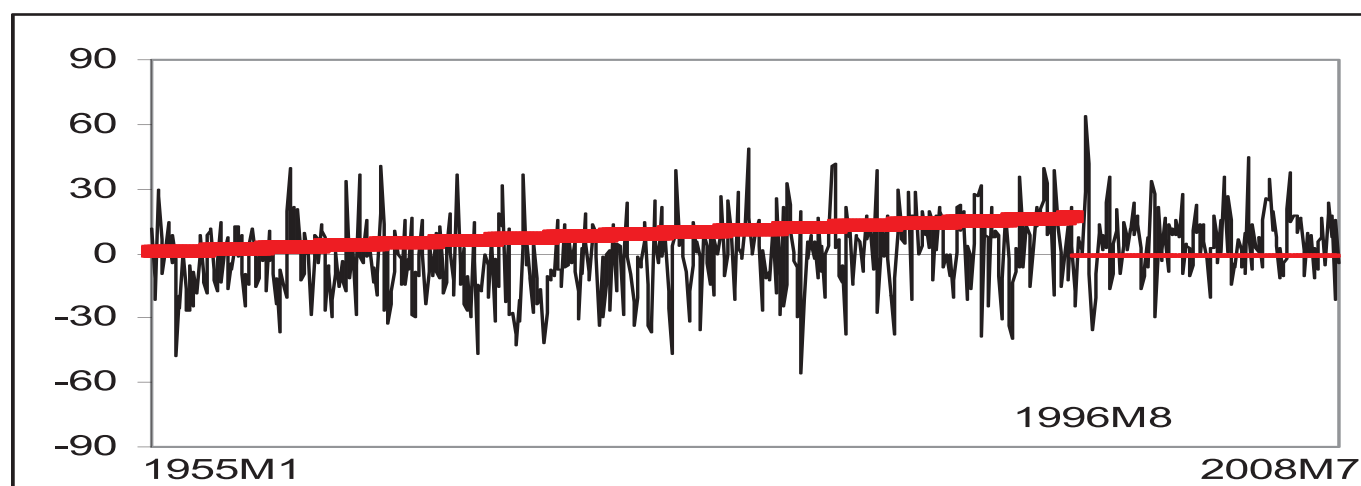


Figura 31a. Badajoz (maximum temperature anomalies).

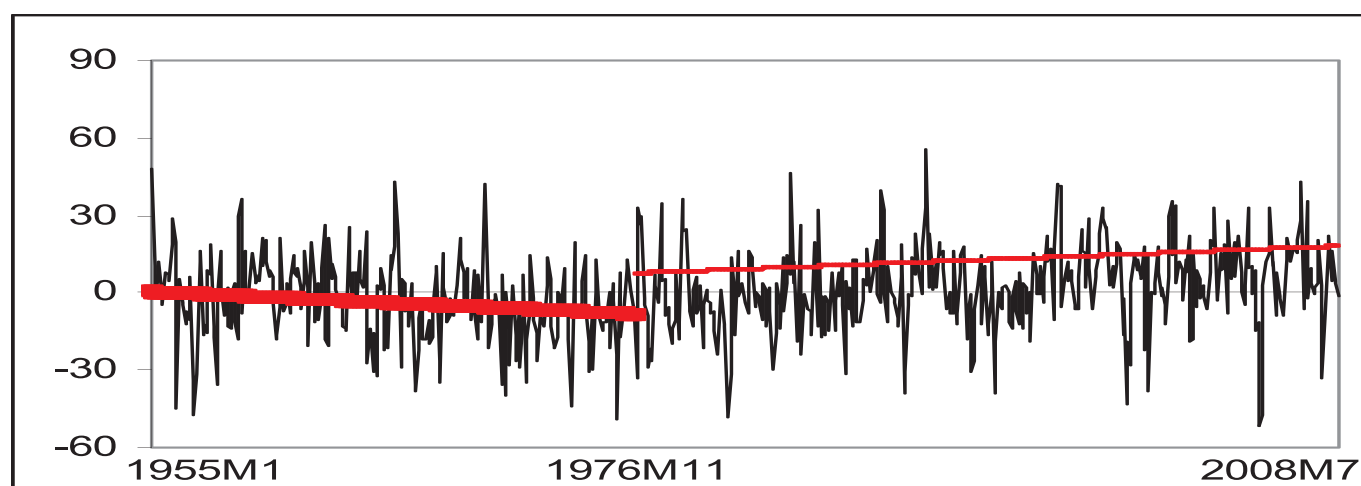


Figura 31b. Badajoz (minimum temperature anomalies).

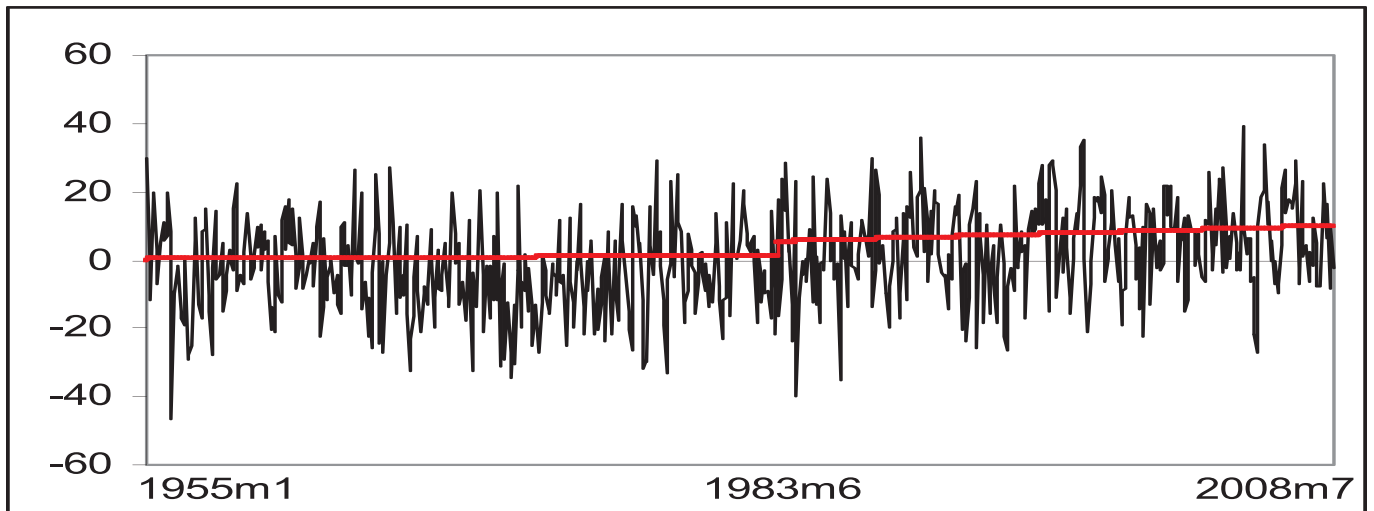


Figura 31c. Badajoz (mean temperature anomalies).

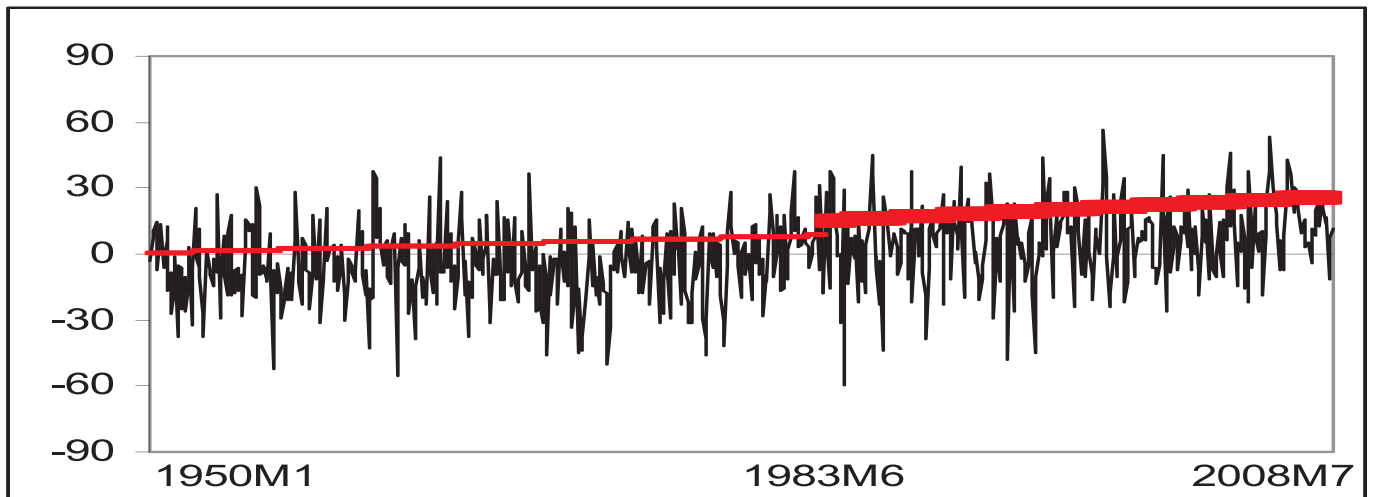


Figura 32a. Madrid (maximum temperature anomalies).

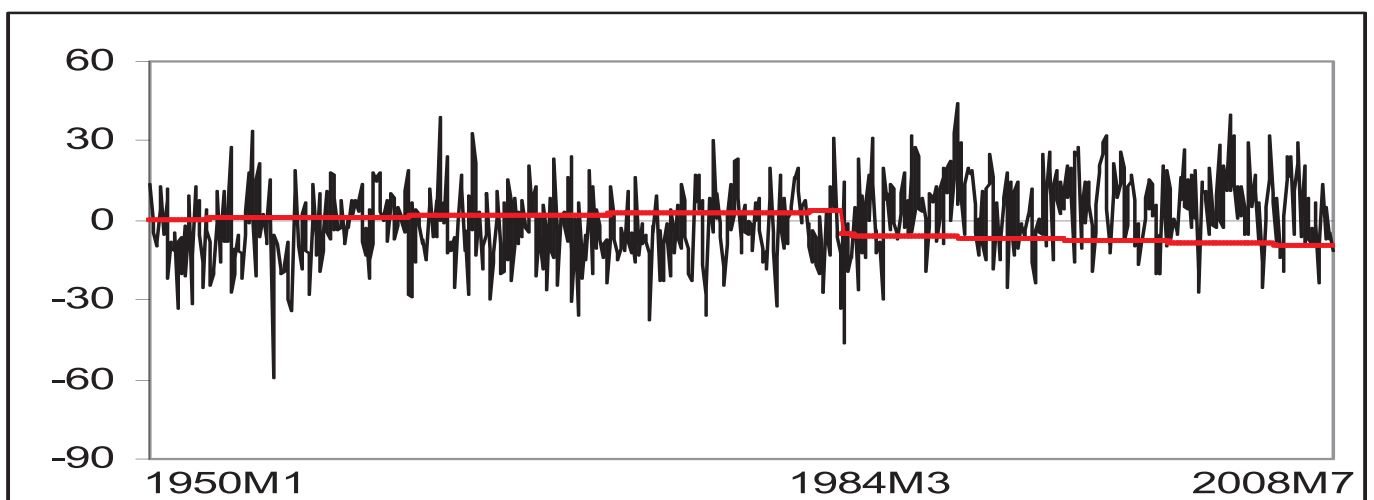


Figura 32b. Madrid (minimum temperature anomalies).

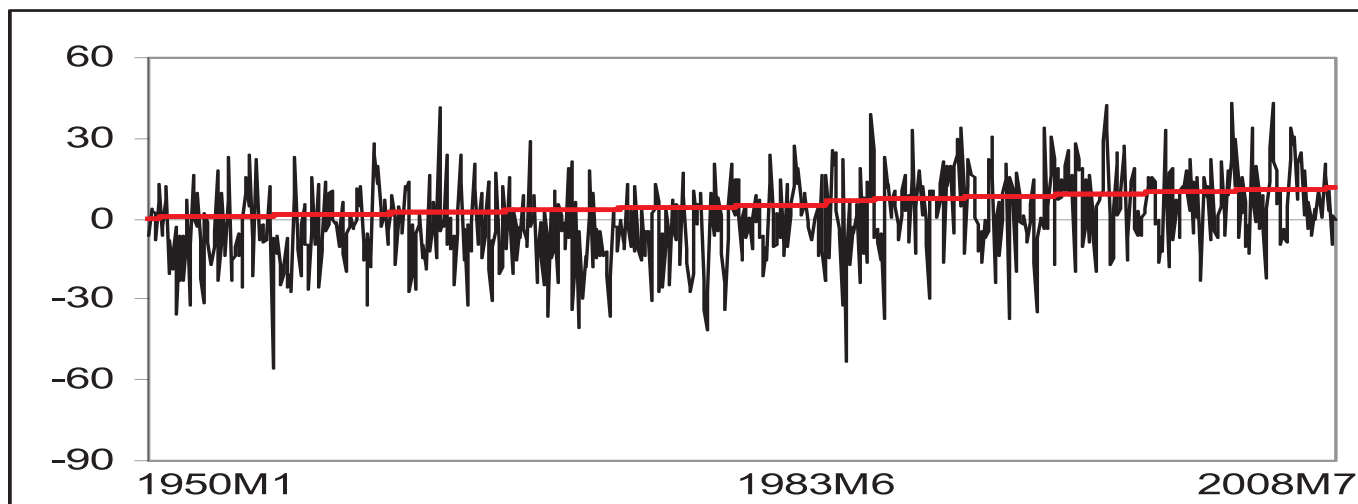


Figura 32c. Madrid (mean temperature anomalies).

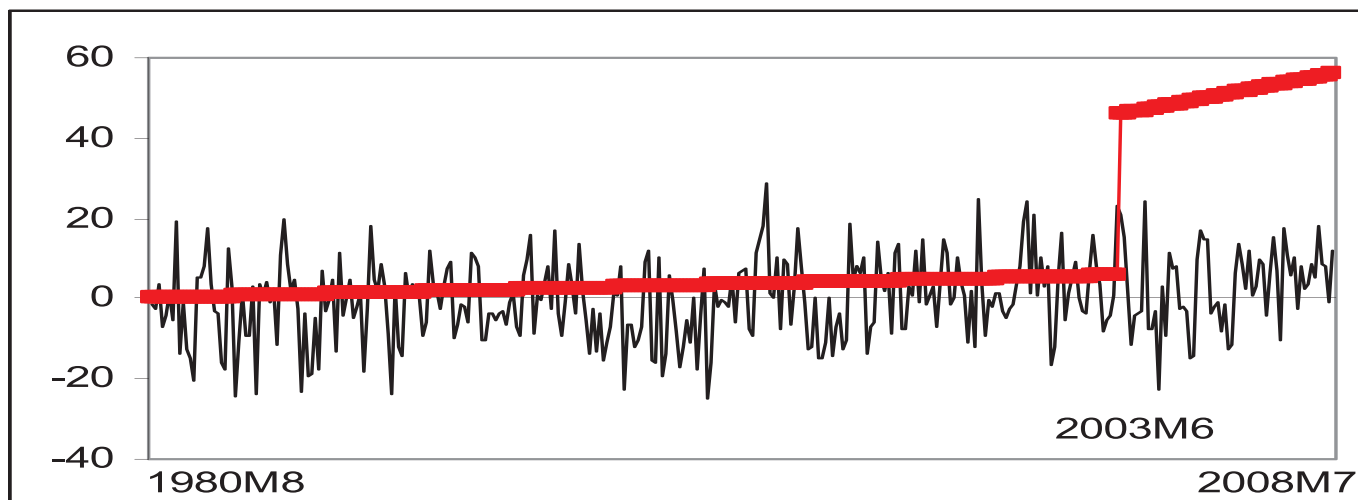


Figura 33a. Málaga (maximum temperature anomalies).

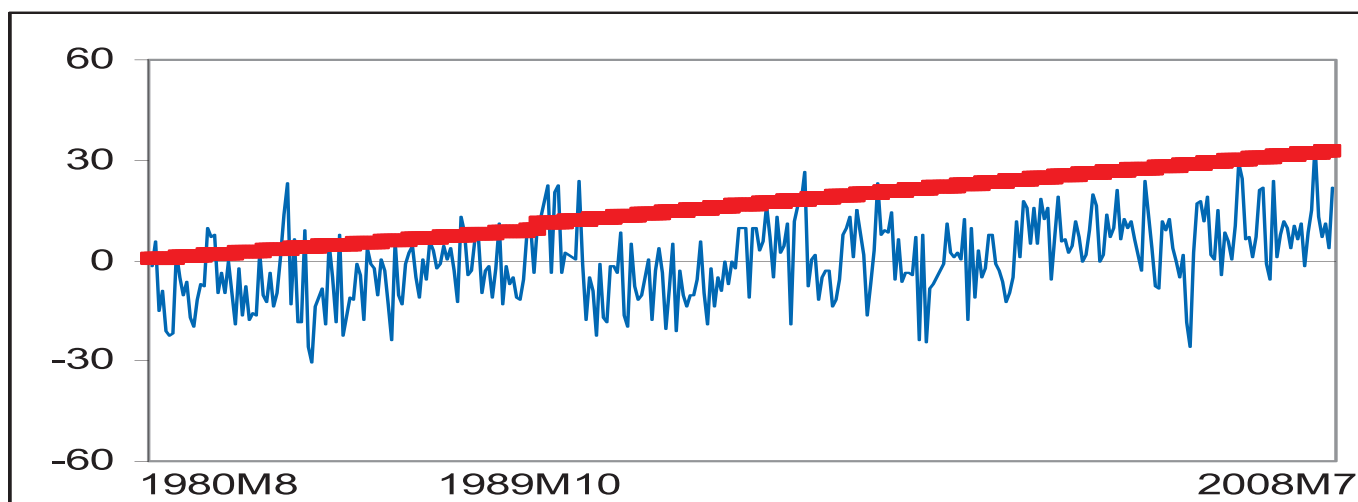


Figura 33b. Málaga (minimum temperature anomalies).

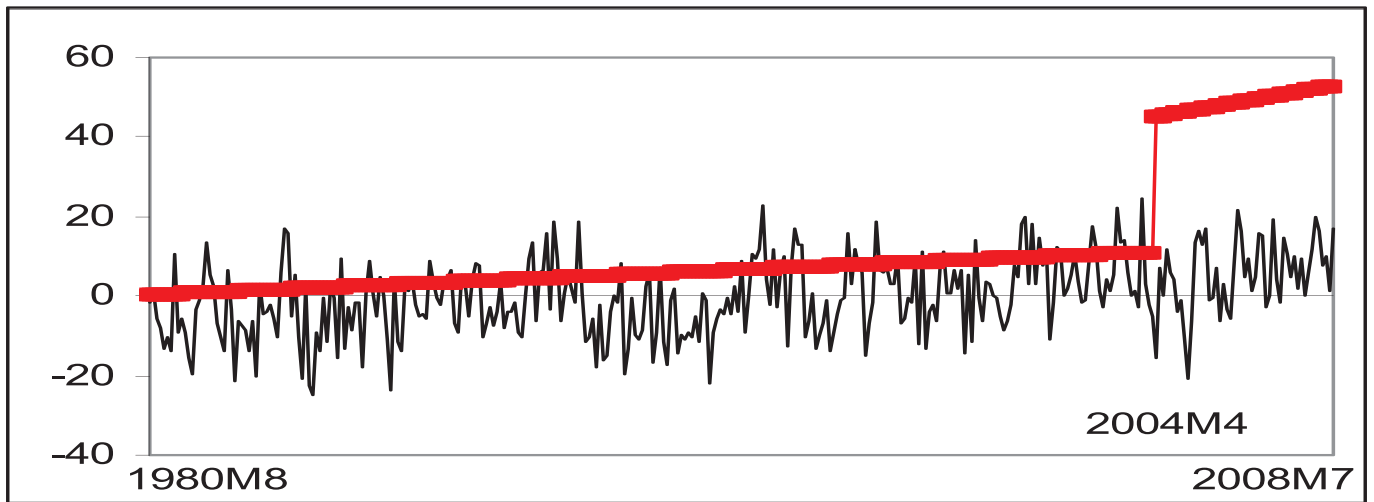


Figura 33c. Málaga (mean temperature anomalies).

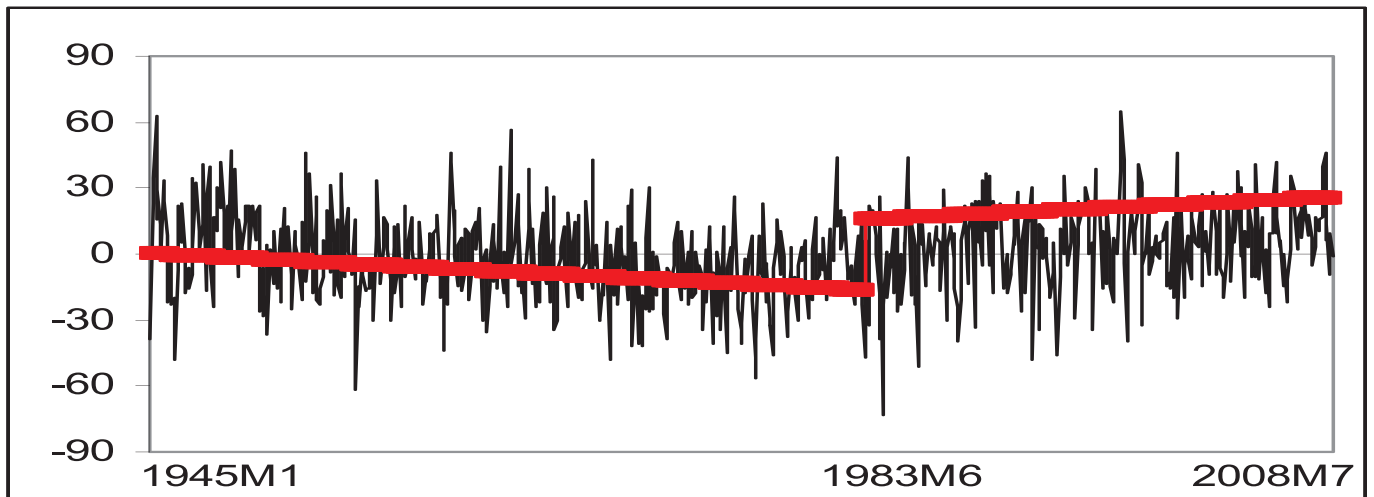


Figura 34a. Salamanca (maximum temperature anomalies).

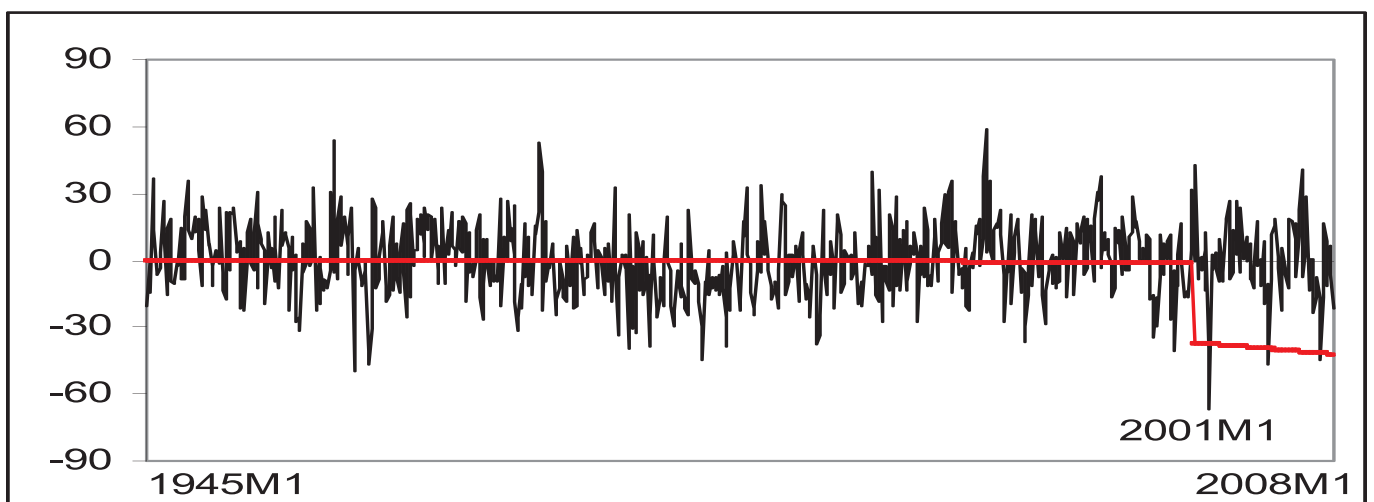


Figura 34b. Salamanca (minimum temperature anomalies).



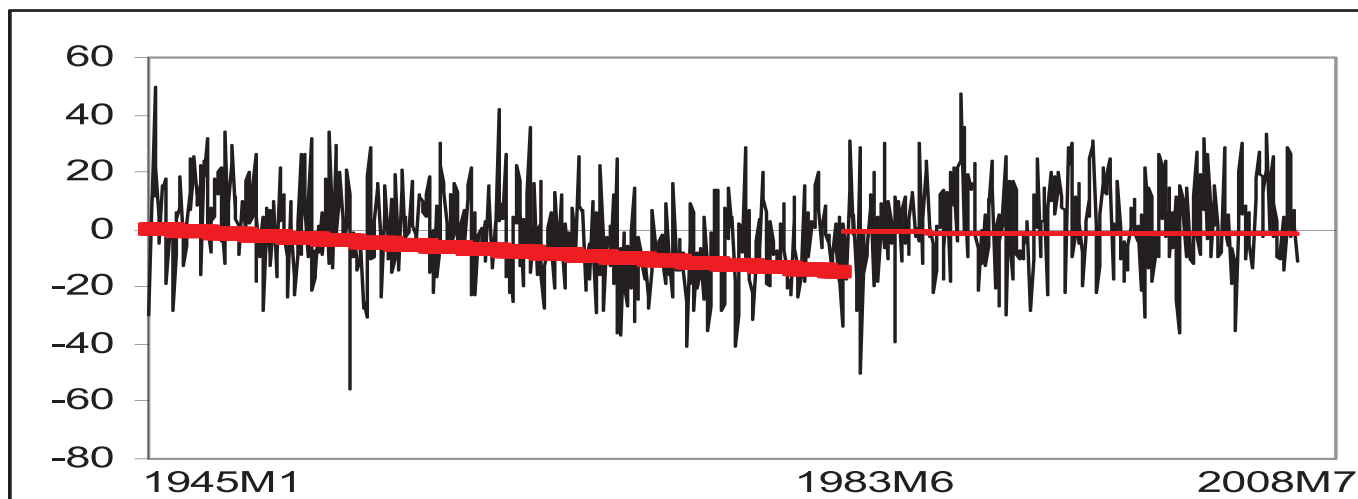


Figura 34c. Salamanca (mean temperature anomalies).

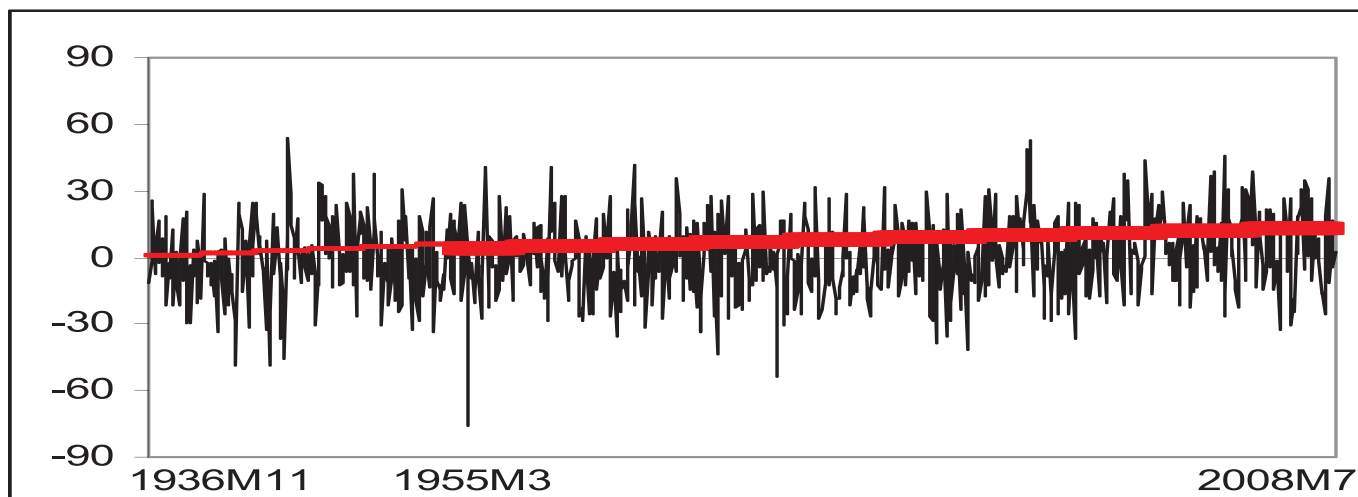


Figura 35a. San Sebastián-Donostia (maximum temperature anomalies).

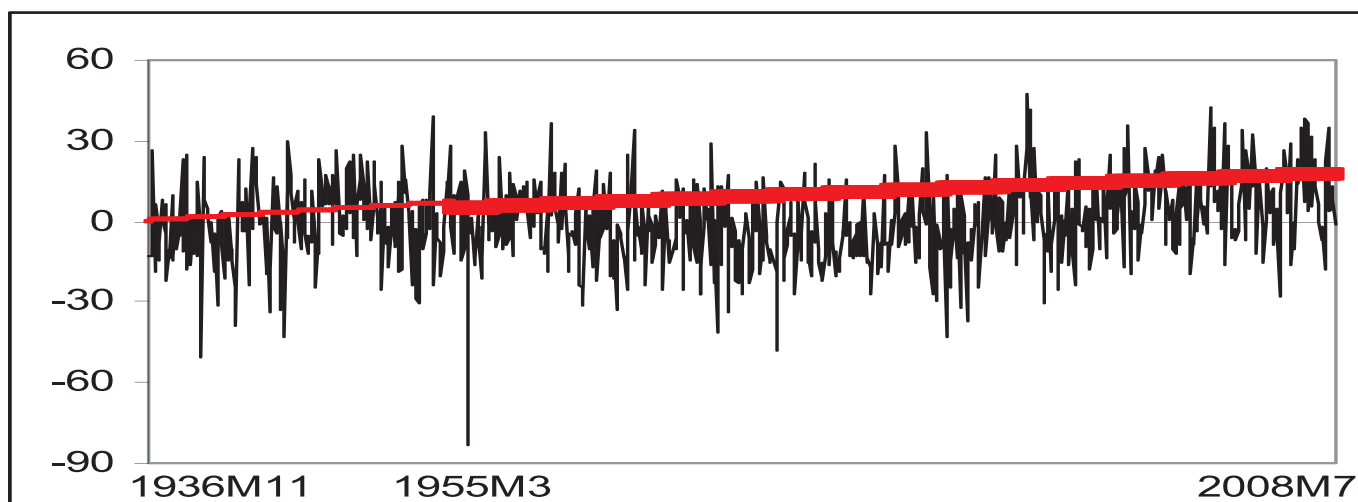


Figura 35b. San Sebastián-Donostia (minimum temperature anomalies).

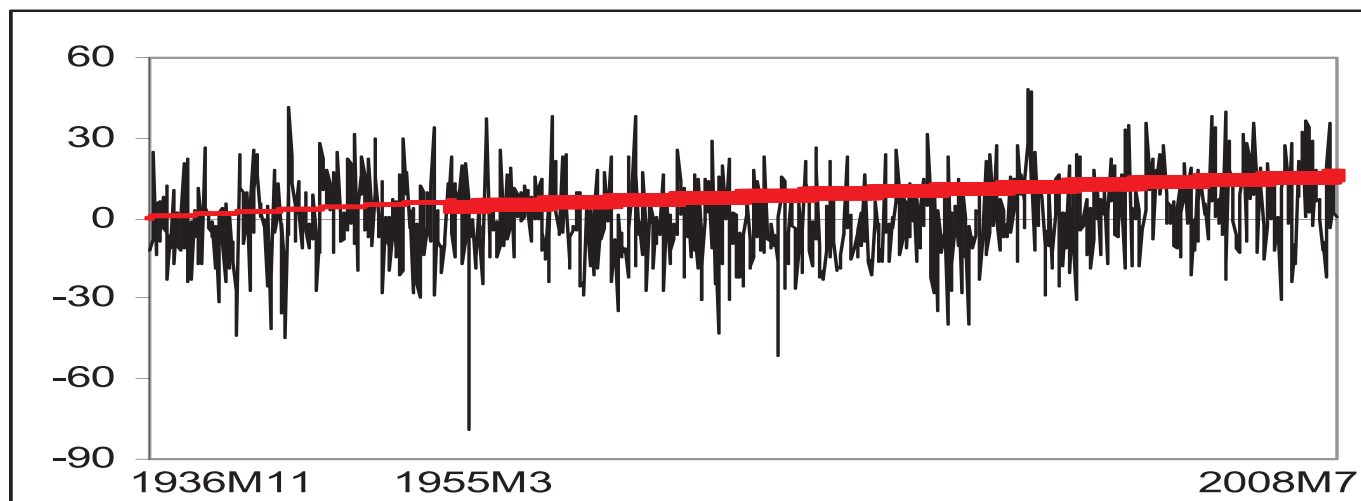


Figura 35c. San Sebastián-Donostia (mean temperature anomalies).

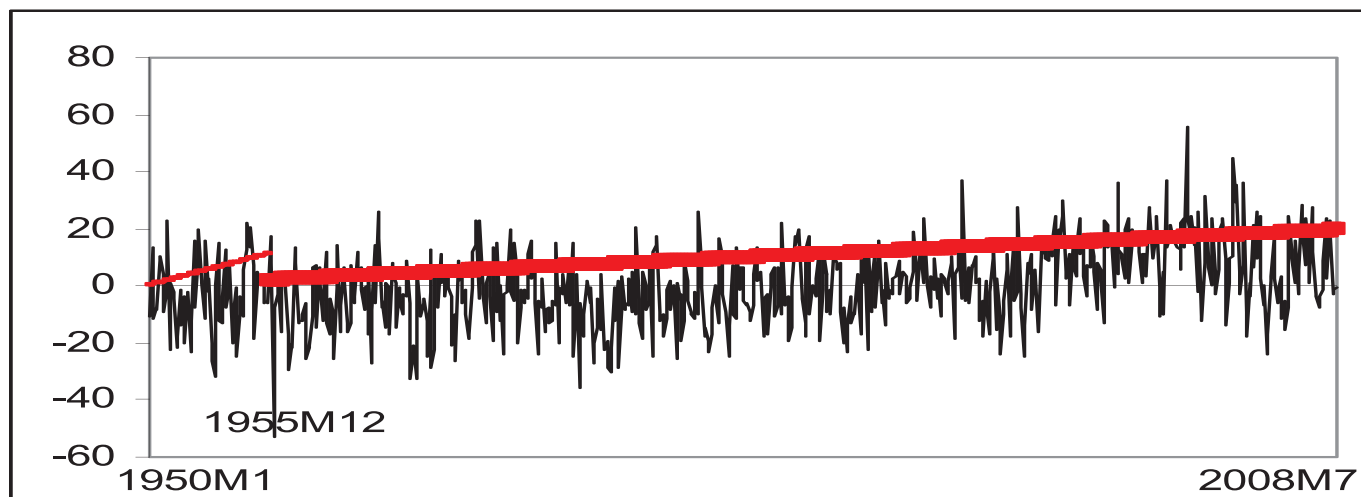


Figura 36a. Valencia (maximum temperature anomalies).

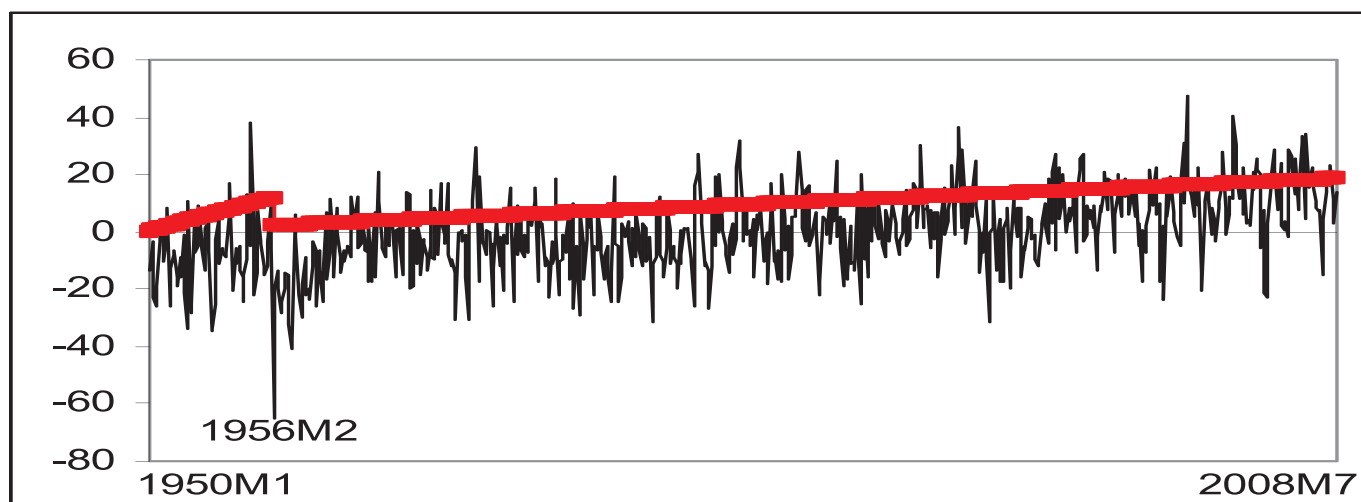


Figura 36b. Valencia (minimum temperature anomalies).

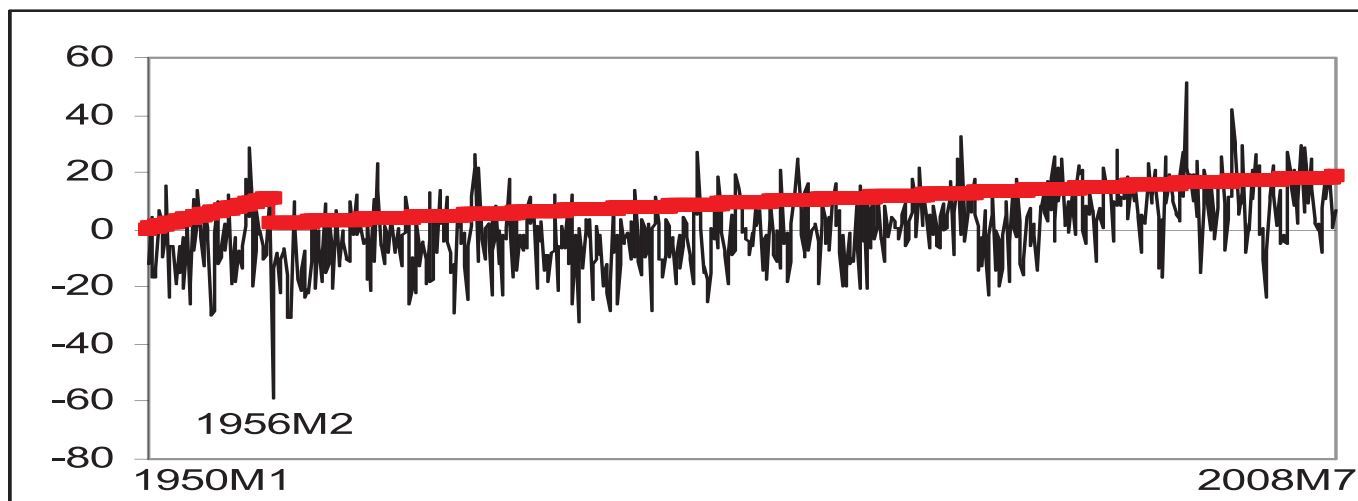


Figura 36c. Valencia (mean temperature anomalies).

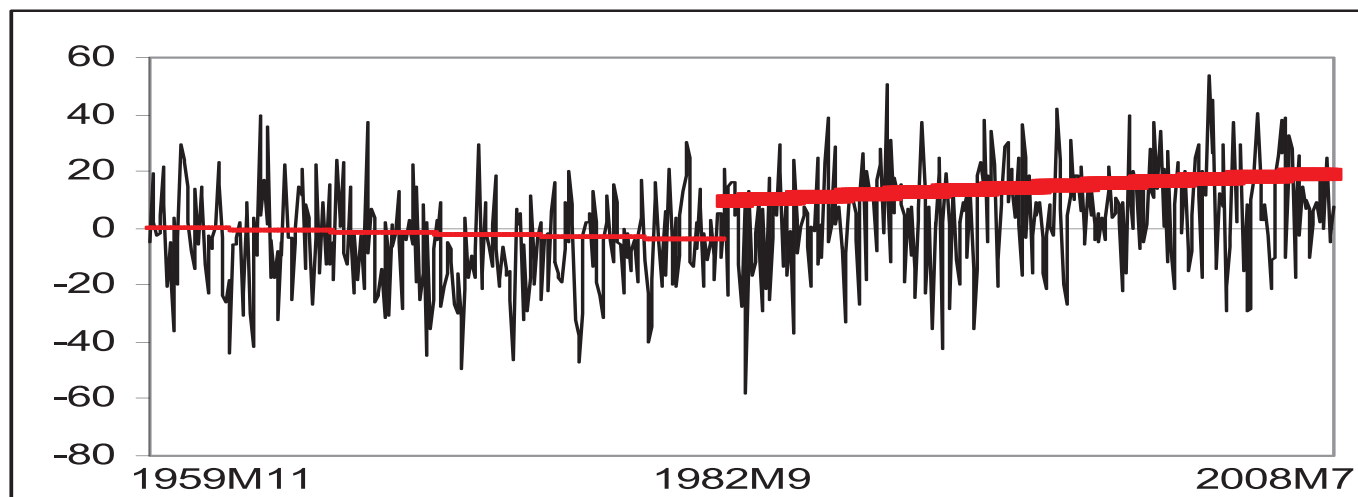


Figura 37a. Zaragoza (maximum temperature anomalies).

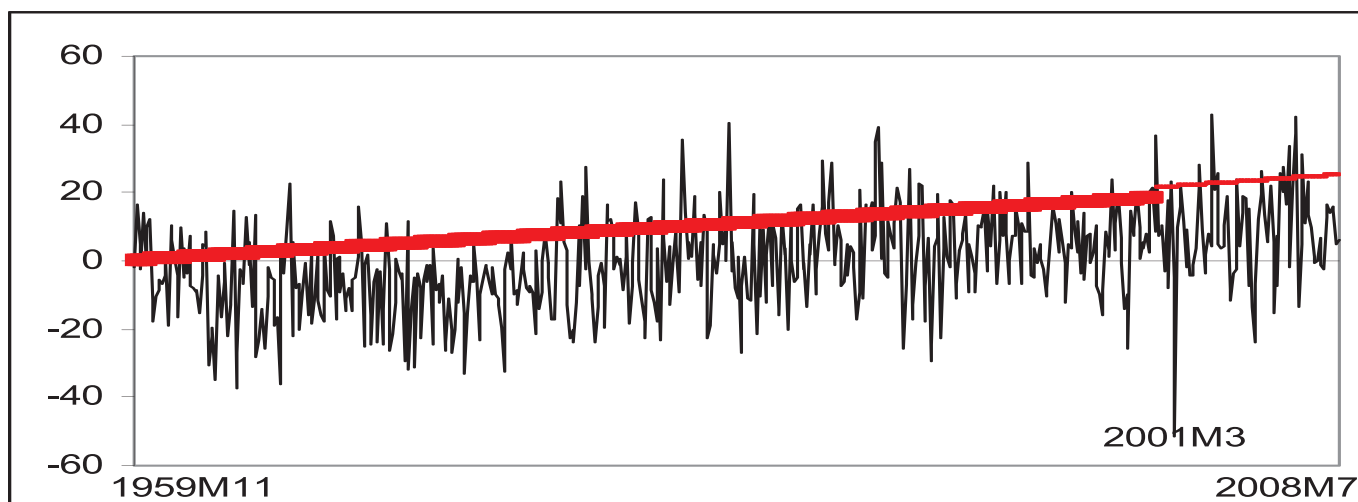


Figura 37b. Zaragoza (minimum temperature anomalies).

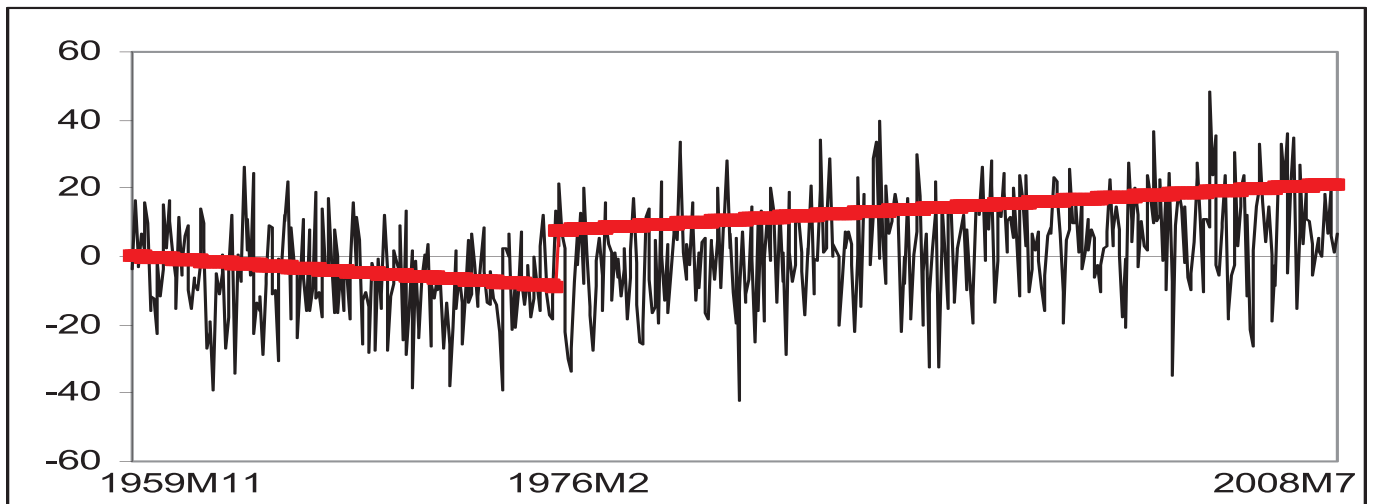


Figura 37c. Zaragoza (mean temperature anomalies).

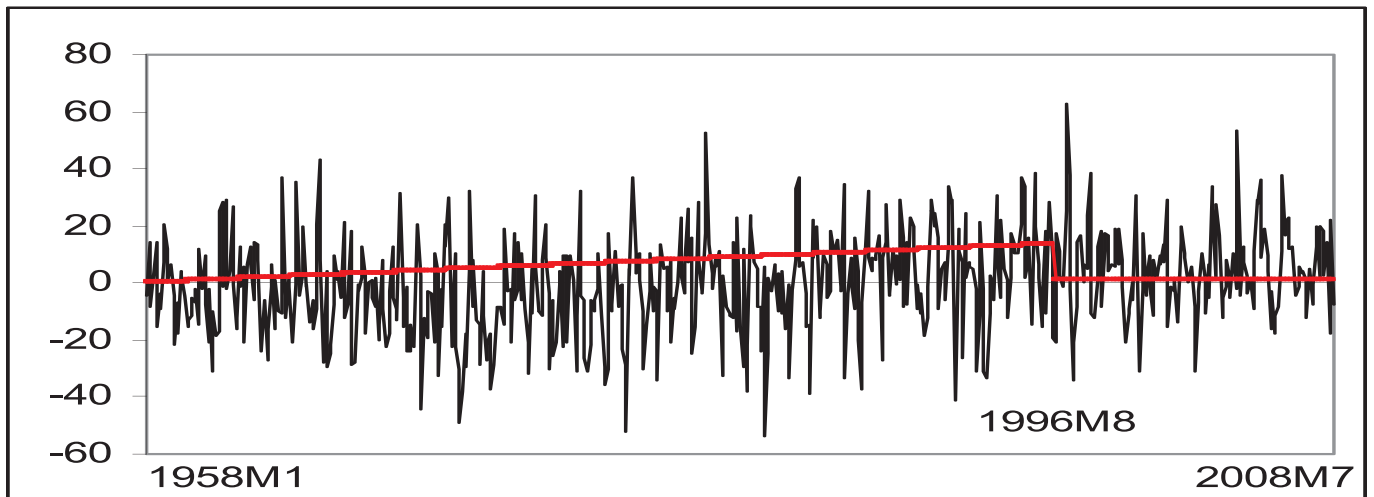


Figura 38a. Beja (maximum temperature anomalies).

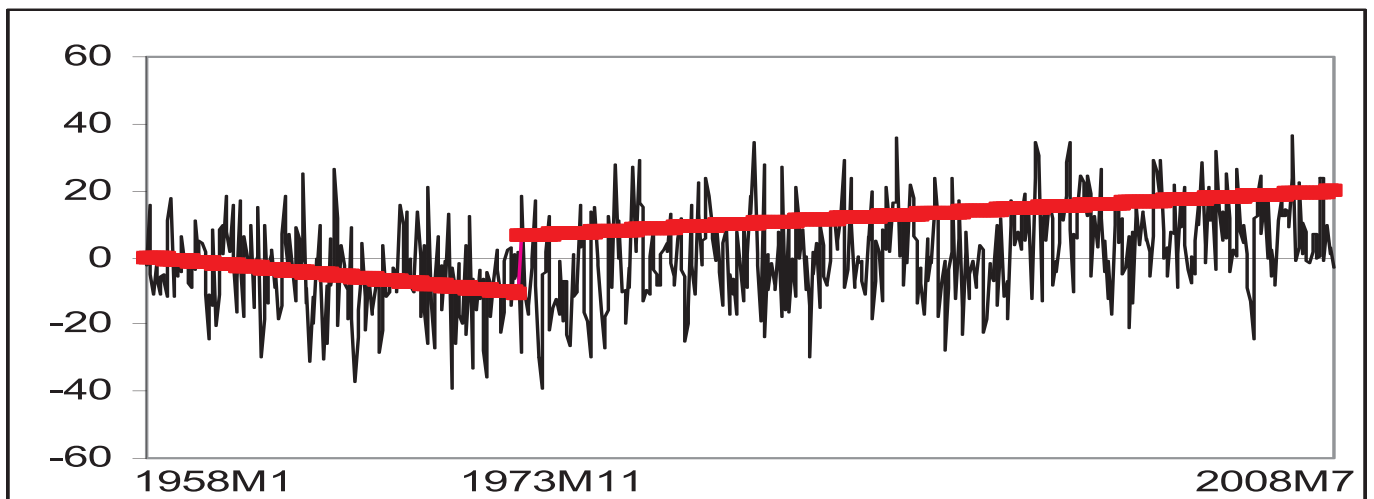


Figura 38b. Beja (minimum temperature anomalies).

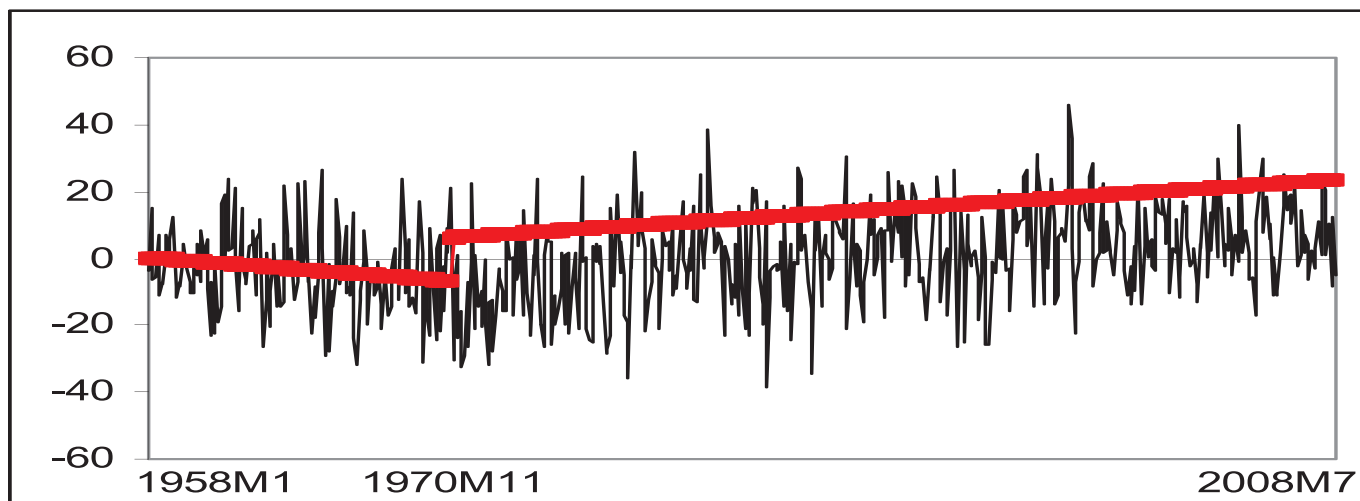


Figura 38c. Beja (mean temperature anomalies).

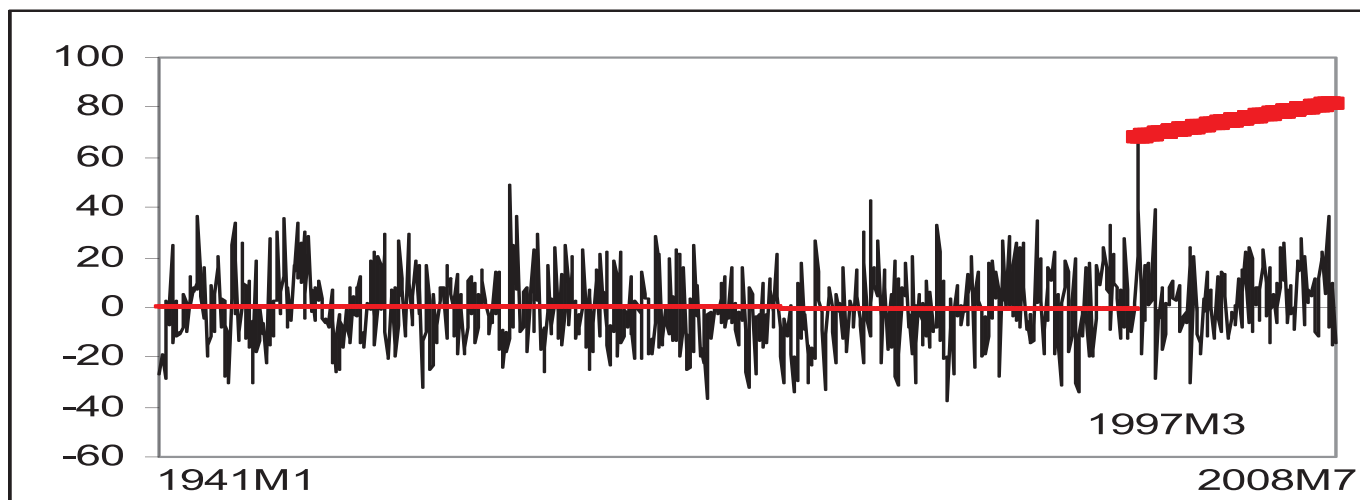


Figura 39a. Oporto (maximum temperature anomalies).

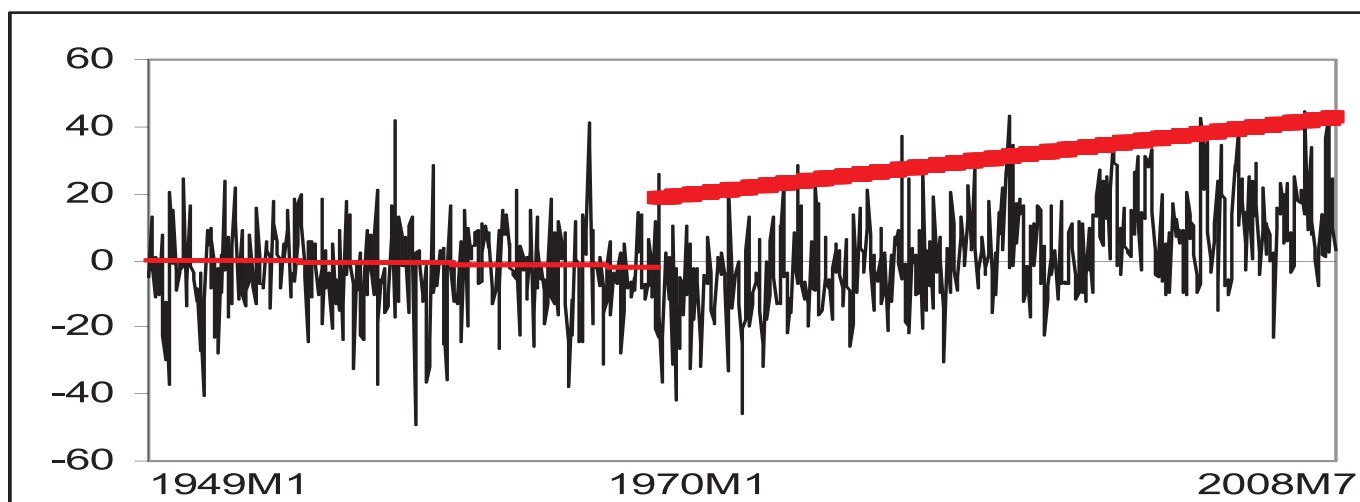


Figura 39b. Oporto (minimum temperature anomalies).

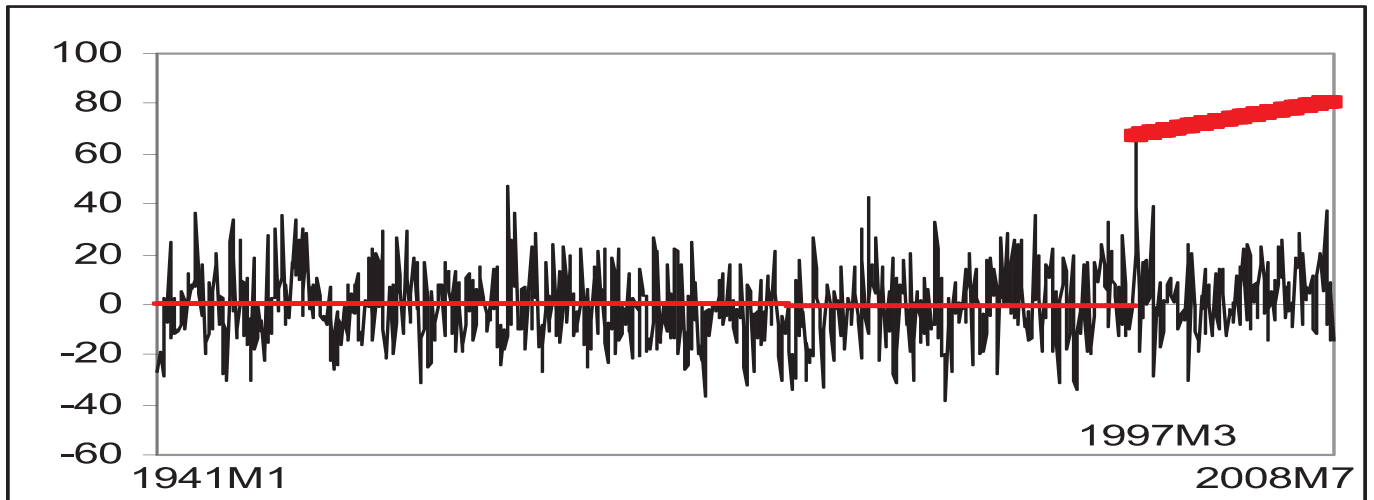


Figura 39c. Oporto (mean temperature anomalies).

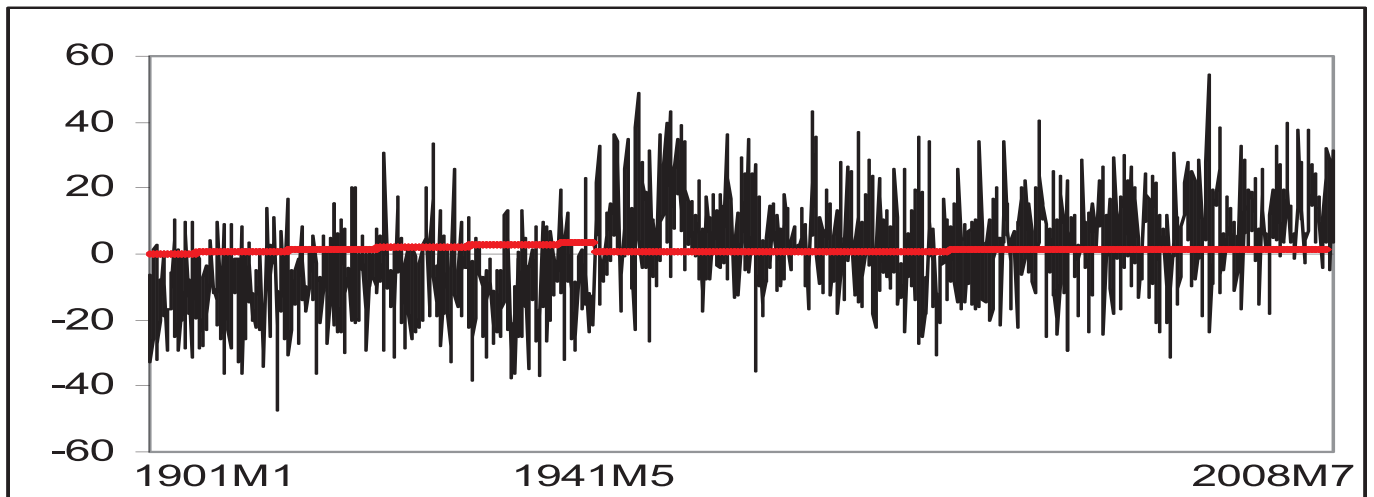


Figura 40a. Lisboa (maximum temperature anomalies).

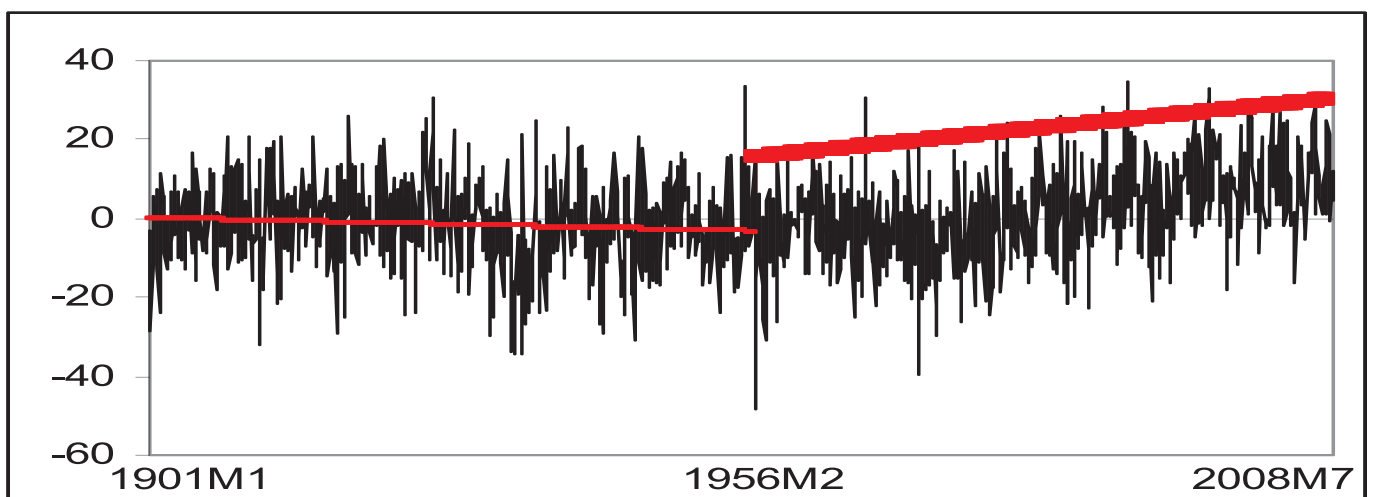


Figura 40b. Lisboa (minimum temperature anomalies).

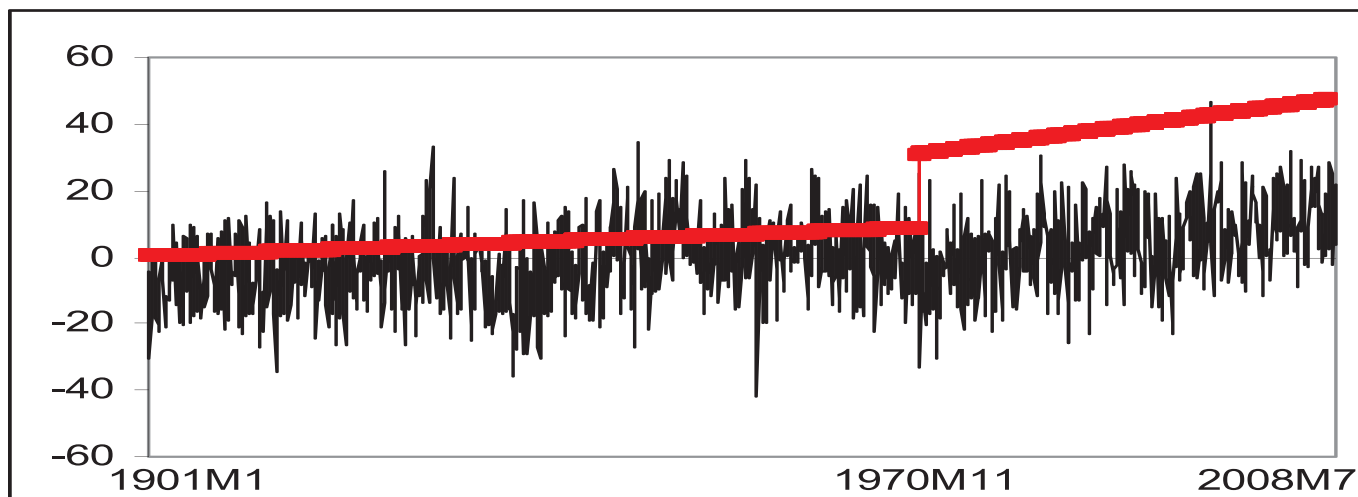


Figura 40c. Lisboa (mean temperature anomalies).

## 6. CONCLUSIONES

En este proyecto se han examinado las medias mensuales de las temperaturas diarias, máximas, mínimas y medias así como sus correspondientes anomalías mensuales en diez localizaciones específicas de la Península Ibérica. En particular, se han utilizado datos de Badajoz, Madrid, Málaga, Salamanca, San Sebastián-Donostia, Valencia y Zaragoza en España, y de Beja, Oporto y Lisboa en Portugal.

El objetivo de este proyecto ha sido estudiar si las tendencias lineales detectadas en la mayoría de las series temporales climatológicas examinadas son verdaderamente significativas desde un punto de vista estadístico riguroso. El principal problema radica en que cuando se estiman tendencias lineales en el tiempo, el procedimiento estadístico habitual consiste en utilizar mínimos cuadrados ordinarios (MCO) (o generalizados, MCG) bajo el supuesto de que la serie una vez que la tendencia ha sido removida sigue un proceso integrado de orden 0, esto es,  $I(0)$ . Sin embargo, a día de hoy, es un hecho comúnmente aceptado dentro de la comunidad científica internacional, que muchas series temporales climatológicas, en particular, aquellas relacionadas con las temperaturas, no siguen procesos  $I(0)$  sino procesos integrados fraccionalmente, también llamados procesos  $I(d)$  con  $d > 0$ . Debido a ello, los estimadores de las tendencias basados en procesos  $I(0)$  pueden estar sesgados, produciendo estimadores incorrectos del calentamiento en las temperaturas.

Inicialmente trabajamos con las series originales, esto es, con las temperaturas máximas, mínimas y medias y observamos que el parámetro de integración fraccional es positivo y significativamente distinto de cero en prácticamente todos los casos, implicando que los resultados obtenidos bajo el supuesto de  $I(0)$  pueden estar erróneamente calculados. De hecho, si comparamos las tendencias imponiendo por un lado estacionariedad  $I(0)$  y por otro, estimando el parámetro de integración fraccional, lo primero que observamos es que no hay tantas tendencias

significativas cuando el parámetro  $d$  es estimado a partir de los datos. Esto se observa tanto en relación con las temperaturas máximas como con las mínimas y las medias. Así, con respecto a las temperaturas máximas, sólo observamos tendencias significativas en Valencia y Lisboa; en cuanto a las temperaturas mínimas, las tendencias lineales significativas son Valencia, Lisboa, Zaragoza y Oporto; y sólo son Valencia, Lisboa y Zaragoza en relación a las temperaturas medias. En el resto de los casos los coeficientes son positivos pero no significativamente distintos de cero. También en esta sub-sección estimamos las tendencias (y los órdenes de integración) en series de igual tamaño muestral, todas empezando en Agosto de 1980. En este caso, las tendencias resultan ser todas positivas pero insignificantes, posiblemente debido al menor número de observaciones empleadas en la estimación de los parámetros.

En la segunda sub-sección nos centramos en las anomalías en relación con las medias mensuales. De esta manera eliminamos en parte el componente estacional de las series. Aquí las tendencias aparecen gráficamente más visibles. Lo primero que observamos en esta sub-sección es que los órdenes de integración vuelven a ser fraccionales ahora estadísticamente significativas en todos los casos examinados, siendo éstos superiores en caso de las anomalías en relación con las temperaturas mínimas. Las tendencias son ahora estadísticamente significativas en prácticamente todos los casos. Las únicas series donde las tendencias no son significativas son Salamanca y Oporto (en relación con las temperaturas máximas); Badajoz y Salamanca (en relación con las temperaturas mínimas), y Salamanca y Oporto (en relación con las temperaturas medias). Los resultados también indican un incremento en las temperaturas en los últimos 100 años que giran en torno a  $(0.10^{\circ}\text{C} - 0.35^{\circ}\text{C})$  en las anomalías en temperaturas máximas;  $(0.08^{\circ}\text{C} - 0.66^{\circ}\text{C})$  en las anomalías en temperaturas mínimas, y  $(0.08^{\circ}\text{C} - 0.47^{\circ}\text{C})$  en las anomalías en relación con las temperaturas medias. De nuevo

aquí repetimos los cálculos utilizando las series con el mismo número de observaciones en todos los casos, obteniendo ahora sí tendencias lineales significativas en la mayoría de los casos. Los coeficientes de las tendencias son ahora más altos que en el caso anterior: (0.20°C – 0.49°C) en las anomalías en las temperaturas máximas; (0.30°C – 0.66°C) en las temperaturas mínimas, y (0.26°C – 0.47°C) en las temperaturas medias, indicando una vez más que el calentamiento en las temperaturas ha sido mayor en los últimos años.

En la última sub-sección del desarrollo empírico en este proyecto estudiamos la presencia de un posible cambio estructural y por tanto la existencia de tendencias lineales segmentadas. Aquí utilizamos un procedimiento propuesto por Gil-Alana (2008c) que nos permite estimar los parámetros de las tendencias lineales así como los órdenes de integración para cada sub-muestra separadamente. Los resultados aquí de nuevo indican evidencia de memoria larga en la mayoría de los casos, y el hecho más notorio en los resultados presentados es que las tendencias presentan coeficientes más elevados en los periodos posteriores al cambio estructural, sugiriendo una vez más evidencia de un mayor calentamiento en las temperaturas en los periodos más recientes de las muestras.

Existen varias líneas de actuación futuras que se espera den continuidad a este proyecto de investigación. En primer lugar, dada la fuerte presencia de componentes de tipo estacional en las series examinadas, los modelos presentados en este proyecto pueden ser extendidos al caso de integración fraccional de tipo estacional tal como vimos en la sección metodológica de este proyecto y representado a través de la ecuación que aparece después de la ecuación (11). Estos modelos de memoria larga estacional no han sido muy empleados hasta ahora por la comunidad científica internacional debido fundamentalmente a la dificultad de su implementación al no existir paquetes estadísticos que permitan su directa elaboración. De la misma manera, modelos de integración fraccional de naturaleza cíclica pueden ser también empleados en el análisis de las series de tiempo de las temperaturas. Por otro lado, modelos multivariantes, utilizando técnicas de cointegración (o incluso de cointegración fraccional) pueden ser también empleadas. Finalmente, modelos no lineales también en contextos de integración fraccional pueden ser elaborados para estas y otras series de naturaleza climatológica.

## 7. REFERENCIAS

Arteche, J., 2004, Gaussian semiparametric estimation in long memory in stochastic volatility and signal plus noise models. *Journal of Econometrics* 119, 131-154.

Arteche, J. and P.M. Robinson, 2000, Semiparametric inference in seasonal and cyclical long memory processes. *Journal of Time Series Analysis* 21, 1-25.

Beran, Jan, 1995, Maximum likelihood estimation of the differencing parameter for invertible short and long memory ARIMA models, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 57, 4, 672-695.

Beran, Jan, and Norma Terrin, 1996, Testing for a change of the long memory parameter, *Biometrika* 83: 627-638.

Bloomfield, P., 1992: Trends in global temperatures. *Climatic Change*, 21: 275-287.

Bloomfield, P. and D. Nychka, 1992, Climate spectra and detecting climate change, *Climate Change* 21, 1-16.

Bos, Charles, Phillips H.Franses, and Marius Ooms, 2001, Inflation, forecast intervals and long memory regression models, *International Journal of Forecasting* 18: 243-264.

Brunet, M., E Aguilar, O. Saladie, J. Sigró and D. Lopez, 2002, Warming phases in long term Spanish temperature change. In 13<sup>th</sup> symposium on global change and climate variations, 13-17 January 2002, Orlando, Florida, American Meteorological Society, Boston, USA, 30-32.

Canjels, E., Watson, M.W. 1997. Estimating deterministic trends in the presence of serially correlated errors. *Review of Economic Studies* 79: 184-200.

Chapman, W. and J. Walsh, 1993, Recent variation in sea ice and air temperature at high latitudes, *BAMS* 94, 33-48.

Dahlhaus, R., 1989, Efficient parameter estimation for self-similar process. *Annals of Statistics* 17, 1749-1766.

DeGaetano, A.T. and R.J. Allen, 2002, Trends in twentieth century temperature extremes across the United States, *Journal of Climate* 15, 3188-3205.

Dickey, D.. and W.A. Fuller, 1979, Distributions of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association* 74, 427-431.

Diebold, Francis X., and Atsushi Inoue, 2001, Long memory and regime switching, *Journal of Econometrics* 105: 131-159.

Draper, N.R., Smith, H. 1998. *Applied Regression Analysis*, Third Edition, John Wiley & Sons, 706 pp.

Engle, Robert F., and Aaron D. Smith, 1999, Stochastic permanent breaks, *Review of Economics and Statistics* 81: 553-574.

Fall, S., D. Niyogi, A. Gluhovsky, R.A. Pielke and E. Kalnay, 2009, Impacts of land use land cover on temperature trends over the continental United States, Assessment using the North American regional reanalysis, *International Journal of Climatology* (próxima aparición).

Gaffen, D.J. and R.J. Ross, 1999, Climatology and trends of US surface humidity and temperatures, *Journal of Climate* 12, 811-828.

Ghil, M. and R. Vautard, 1991, Interdecadal oscillations and the warming trend in global temperature time series, *Nature* 350, 324-327.

Gil-Alana, L.A., 2000. Fractional integration in the purchasing power parity. *Economics Letters* 69, 285-288.

Gil-Alana, L.A., 2003: An application of fractional integration to a long temperature time series, *International Journal of Climatology*, 23, 1699-1710.

Gil-Alana, L.A., 2004a, Long memory behaviour in the daily maximum and minimum temperatures in Melbourne, *Meteorological Applications* 11, 319-328.

Gil-Alana, L.A., 2005, Statistical model of the temperatures in the northern hemisphere using fractional integration techniques, *Journal of Climate* 18, 5357-5369.

Gil-Alana, L.A., 2008a, Cyclical long range dependence and the warming effect in a long temperature time series, *International Journal of Climatology* 28, 1435-1443.

Gil-Alana, L.A., 2008b, Cyclical long range dependence and the warming effect in a long temperature time series, *International Journal of Climatology* 28, 1435-1443.

Gil-Alana, Luis A., 2008c, Fractional integration and structural breaks at unknown periods of time, *Journal of Time Series Analysis* 29: 163-185.



- Gil-Alana, Luis A., 2008d, Warming break trends and fractional integration in the northern, southern and global temperature anomaly series, *Journal of the Atmospheric Oceanic Technology* 25, 4, 570-578.
- Gil-Alana, Luis A., 2008e, Time trends with breaks and fractional integration in temperature time series, *Climatic Change* 9, 325-337.
- Gil-Alana, L.A., 2009a, Long memory, seasonality and time trends in the average monthly temperatures in Alaska, *Environmental Modelling and Assessment*.
- Gil-Alana, L.A., 2009b, Modelling Australian annual mean rainfall data. A new approach based on fractional integration, *Australian Meteorological and Oceanic Journal* 58, 119-128.
- Gil-Alana, L.A., 2009c, Time series modelling of sunspot numbers using fractional cyclical integration, *Solar Physics*, de próxima aparición.
- Gil-Alana, L.A. and J. Hualde, 2009. Fractional integration and cointegration. An overview with an empirical application. *The Palgrave Handbook of Applied Econometrics*, Volume 2, 3, 434-472.
- Gil-Alana, L.A. and P.M. Robinson, 1997. Testing of unit roots and other nonstationary hypotheses in macroeconomic time series. *Journal of Econometrics* 80, 241-268.
- Gil-Alana, L.A. and P.M. Robinson, 2001, Testing of seasonal fractional integration in the UK and Japanese consumption and income. *Journal of Applied Econometrics* 16, 95-114.
- Gourieroux, Christian, and Joann Jasiak, 2001, Memory and infrequent breaks, *Economics Letters* 70: 29-41.
- Granger, C.W.J., 1980, Long memory relationships and the aggregation of dynamic models. *Journal of Econometrics* 14, 227-238.
- Granger, C.W.J., 1981, Some properties of time series data and their use in econometric model specification. *Journal of Econometrics* 16, 121-130.
- Granger, Clive W.J., and Namwon Hyung, 2004, Occasional structural breaks and long memory with an application to the S&P 500 absolute stock returns, *Journal of Empirical Finance* 11: 399-421.
- Granger, C.W.J. and R. Joyeux, 1980, An introduction to long memory time series and fractionally differencing. *Journal of Time Series Analysis* 1, 15-29.
- Gray, H.L., Yhang, N. and W.A. Woodward, 1989, On generalized fractional processes. *Journal of Time Series Analysis* 10, 233-257.
- Gray, H.L., Yhang, N. and Woodward, W.A., 1994, On generalized fractional processes. A correction. *Journal of Time Series Analysis* 15, 561-562.
- Grenander, U. and Rosenblatt, M., 1957: *Statistical analysis of stationary time series*, New York: Chelsea Publishing Company.
- Hamilton, J.D. 1994. *Time Series Analysis* Princeton University Press, Princeton, NJ., 820 pp.
- Hansen, J. and S. Lebedeff, 1987, Global surface air temperatures. Update through 1987, *Geophysical Letters* 15, 323-326.
- Hansen, J. and S. Lebedeff, 1988, Global surface air temperatures. Update through 1987, *Geophys. Letters*, 15, 323-326.
- Hartmann, B. and G. Wendler, 2005, The significance of the 1976 Pacific climate shift in the climatology of Alaska, *Journal of Climate* 18, 4824, 4839.
- Harvey, D.I. and T.C. Mills, 2001, Modelling global temperature trends using cointegration and smooth transition, *Statistical Modelling* 1, 143-159.
- Harvey, D.I. and T.C. Mills, 2003, Modelling trends in central England temperatures, *Journal of Forecasting* 22, 1, 35-47.
- Hasselmann, K., 1993, Optimal fingerprints for the detection of time dependent climate change, *Journal of Climate* 6, 1957-1971.
- Hosking, J.R.M., 1981, Fractional differencing. *Biometrika* 68, 165-176.
- Jones, P.D. and A. Moberg, 2003, A hemispheric and large scale surface air temperature variations. An extensive revision and an update to 2001, *Journal of Climate* 16, 206-223.
- Jones, P.D., S.C.B. Raper, and T.M.L. Wigley. 1986. Southern Hemisphere surface air temperature variations: 1851-1984. *Journal of Climate and Applied Meteorology* 25(9):1213-1230.
- Jones, P.D., T.J. Osborn and K.R. Briffa, 1997, Estimating sampling errors in large scale temperature averages, *Journal of Climate* 10, 2548-2568.
- Juday, G.P., 1984, Temperature trends in the Alaska climate records. Problems, updates and prospects. In Mc.Beath, J.H., ed. *The potential effects of carbon dioxide-induced climatic changes in Alaska*, University of Alaska Agricultural Experimental Station Miscellaneous Publication 83, 176-191.
- Karoly, D.J. and P. Stott, 2006, Anthropogenic warming of central England temperature, *Atmospheric Science Letters* 7, 4, 81-85.
- Kaufmann, R.K. and D.I. Stern, 2002, Cointegration analysis of hemispheric temperature relations, *Journal of Geophysical Research* 107, D2 10.1029.
- Kaufmann, R.K., H. Kauppi and J.H. Stock, 2006, The relation between radiative forcing and temperature: what do statistical analyses of the observational record measure? *Climate Change*, in review.
- Keimig, F. T., and Bradley, R. S., 2002: Recent changes in wind chill temperatures at high latitudes in North America. *Geophysical Research Letters* 29 (8).
- Koscielny-Bunde, E., A. Bunde, S. Havlin, H.E. Roman, Y. Goldreich and H.J. Schellnhuber, 1998: Indication of a universal persistence law governing atmospheric variability, *Physics Review Letters*, **81**: 729-732.
- Lewis, P.A.W. and B.K. Ray, 1997: Modelling long-range dependence, nonlinearity and periodic phenomena in sea surface temperatures using TSMARS. *J. Amer. Stat. Assoc.*, 92, 881-893.
- Lobato, Ignacio N., and N. Savin, 1998, Real and spurious long memory properties of stock market data, *Journal of Business and Economic Statistics* 16: 261-268.
- Maraun, D., H.W. Rust and H. Timmer, 2004: Tempting long memory on the interpretation of DFA results. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 11: 495-503.
- McLeod, A.I. and K.W. Hipel, 1978, Preservation of the rescaled adjusted range. A reassessment of the Hurst phenomenon, *Water Resources Research* 14, 491-507.
- Nicholls, N., G. V. Gruba, J. Jouzel, T. R. Karl, L. A. Ogallo, and D. E. Parker, 1996, Observed climate variability and change, In *Climate Change 1995: The Science of Climate Change*, 133-192, (Eds J. T. Houghton, L. G. M. Filho, B. A. Callander, N. Harris, A. Kattenberg, and K. Maskell), Cambridge University Press, Cambridge, UK. North, G.R. and K.-Y. Kim, 1995, Detection of forced climate signals, Part II., Simulation results, *Journal of Climate* 6, 409-417.
- North, G.R. and K-Y. Kim, 1995, Regional simulations of greenhouse warming including natural variability. *Bulletin of the American Meteorological Society* 76, 2171-2178.
- North, G.R., K.-Y. Kim, S. P. Shen and J.W. Hardin, 1995, Detection of forced climate signals, Part I: filter theory, *Journal of Climate* 6, 401-408.
- Ohanissian, A. J.R. Russell and R.S. Tsay, 2008, True or spurious long memory? A new test. *Journal of Business and Economic Statistics* 26, 161-175.
- Park, R.E., Mitchell, B.M. 1980. Estimating the autocorrelated error model with trended data. *Journal of Econometrics* 13: 185-201.
- Pelletier, J. and D. Turcotte, 1999: Self-affine time series II. Applications and Models. *Advances in Geophysics*, 40: 91-166.

- Percival, D.B., J.E. Overland and H.O. Mofjeld, 2004: Modelling North Pacific climate time series, to appear in *Time Series Analysis and Applications to Geophysical Systems*, edited by D.R. Brillinger, E.A. Robinson and F.P. Schoenberg, Springer-Verlag.
- Percival, D.B. and D.A. Rothrock, 2005: Eyeballing "Trends in Climate Time Series" A cautionary note, *Journal of Climate* 18, 886-891.
- Perkins, S.E., A.J. Pitman, N.J. Holbrook and J. Mc Aneney, 2007, Evaluation of the AR4 climate models simulated daily maximum temperature, minimum temperature and precipitation over Australia using probability density functions, *Journal of Climate* 20, 17, 4356-4376.
- Pethkar, J.S. and A.M. Selvam, 1997: Nonlinear dynamics and chaos. Applications for prediction of weather and climate, *Proc. TROPMET* 97, Bangalore, India.
- Phillips, Peter C. B. and Pierre Perron, 1988, Testing for a unit root in a time series regression, *Biometrika*, 75(2), 335-346.
- Porter-Hudak, S., 1990, An application of the seasonal fractionally differenced model to the monetary aggregate. *Journal of the American Statistical Association* 85, 338-344.
- Prais, S.J. and C.B. Winsten, 1954, Trend estimators and serial correlation, Cowles Commission Monograph, No. 23, New Haven CT, Yale University Press.
- Ray, B. K., 1993, Long range forecasting of IBM product revenues using a seasonal fractionally differenced ARMA model. *International Journal of Forecasting* 9, 255-269.
- Robeson, S.M., 2008, Trends in time-varying percentiles of daily minimum and maximum temperature over North America, *Geophysical Research Letters* 31, 4.
- Robinson, P.M., 1978, Statistical inference for a random coefficient autoregressive model. *Scandinavian Journal of Statistics* 5, 163-168.
- Robinson, P.M., 1994, Efficient tests of nonstationary hypotheses. *Journal of the American Statistical Association* 89, 1420-1437.
- Robinson, P.M., 1995, Gaussian semiparametric estimation of long range dependence. *Annals of Statistics* 23, 1630-1661.
- Robinson, P.M., 1995b, Log-periodogram regression of time series with long range dependence. *Annals of Statistics* 23, 1048-1072.
- Schlesinger, M.E. and N. Ramankutty, 1994, Low-frequency oscillation in the global climate system of period 65-70 years, *Nature* 367, 723-727.
- Serreze M C, Walsh J E, Chapin F SIII, Osterkamp T, Dyurgerov M, Romanovsky V, Oechel W C, Morison J, Zhang T and Barry R G. (2000), Observational evidence of recent change in the northern high-latitude environment, *Climatic Change* 46 159-207.
- Sigró, J., M. Brunet, E. Aguilar, O. Saladie and D. Lopez, 2005, Spatial and temporal patterns in Northeastern Spain temperature change and their relationships with atmospheric and SST modes of variability over the period 1950-1998, *Geophysical Research Abstracts* 7, 04118.
- Smith, R.L., 1993: Long-range dependence and global warming. *Statistics for the Environment* (ed. Barnett, V. And Turkman, K.F., pub. J. Wiley), 141-161.
- Sowell, F., 1992, Maximum likelihood estimation of stationary univariate fractionally integrated time series models. *Journal of Econometrics* 53, 165-188.
- Stafford, J., Wendler G. and Curtis, J., 2000, Temperature and Precipitation of Alaska: 50 Year. Trend Analysis. *Theoretical and Applied Climatology*. 67: 33-44.
- Stern, D.I. and R.K. Kaufmann, 2000: Detecting a global warming signal in hemispheric temperature series. A structural time series analysis. *Climate Change*, 47, 411-438.
- Sutcliffe, A., 1994, Time series forecasting using fractional differencing. *Journal of Forecasting* 13, 383-393.
- Tank, K., A.M.G. and Coauthors, 2002, Daily dataset of 20<sup>th</sup> century surface air temperature and precipitation series for the European Climate Assessment, *International Journal of Climatology* 22, 1441-1453.
- Von Storch, H. and F.W. Zwiers, 1999: *Statistical Analysis in Climate Research*. Cambridge University Press, 484 pp.
- Woodward, W.A., Gray, H.L. 1993. Global warming and the problem of testing for trend in time series data. *Journal of Climate* 6, 953-962.
- Woodward, W.A. and H.L. Gray, 1995, Selecting a model for detecting the presence of a trend, *Journal of Climate* 8, 1929-1937.
- Yu, B. and D.T. Neil, 1993, Long term variations in regional rainfall in the south west of Western Australia and the difference between average and high intensity rainfalls, *International Journal of Climatology* 13, 1, 77-88.

## Agradecimientos

El autor de este trabajo agradece en primer lugar la financiación económica recibida a través de la fundación MAPFRE en su convocatoria de Ayudas a la Investigación: Salud, Prevención y Medio Ambiente y Seguros. De la misma manera, agradece enormemente la colaboración de varios de sus co-autores más habituales, en particular, Guglielmo M. Caporale (Brunel University), Bertrand Candelon (University of Maastricht), Carlos P. Barros (University of Lisbon), Juan C. Cuestas (Nottingham Trent University) y Roman Matousek (London Metropolitan University). Igualmente agradece el apoyo de sus padres, Daniel y Marisa, así como de su esposa Susan e hijas Juneitz e Izaro.