ELABORACIÓN DE BASES TÉCNICAS DEL SEGURO DE DEPENDENCIA

Ana Vicente Merino[1], Enrique Pociello García y Javier Varea Soler

[1] Universidad Complutense de Madrid
Universitat de Barcelona

RESUMEN

Una de las principales dificultades que presenta el seguro de dependencia desde un punto de vista actuarial es la ausencia de experiencia en nuestro país. Otros países, principalmente Estados Unidos y Alemania, tienen una experiencia mucho más dilatada. No obstante, sus diferencias socioculturales y de comportamiento respecto la población española dificultan su adaptación al mercado español.

En este trabajo planteamos diferentes modelos actuariales basados en la teoría de los procesos estocásticos de Markov con el objeto de modelizar la problemática técnica que plantea la construcción de bases técnicas del seguro de dependencia.

Para finalizar, vamos a exponer varios ejemplos numéricos relacionados con el cálculo de primas y reservas de diferentes rentas de dependencia. La base estadística utilizada en este artículo procede de Pociello, E y Varea, J (2001).

PALABRAS CLAVE

Seguro de dependencia, Procesos estocásticos de Markov, LTC stand-alone policy, LTC enhanced annuity, LTC cover as a rider benefit, LTC enhanced pension.

1. INTRODUCCIÓN

En este epígrafe vamos a considerar varios modelos de múltiples estados que permiten describir diferentes tipos de coberturas del seguro de dependencia, todos ellos basados en los modelos de múltiples estados, con el fin de establecer la estructura actuarial de las operaciones que posteriormente vamos a valorar.

1.1 Modelo con un estado irreversible de dependencia

En primer lugar exponemos el modelo más simple que permite la modelización actuarial de un seguro de dependencia en el que sólo se contempla un grado de dependencia, que además se asume que es irreversible, es decir, que las personas dependientes no pueden retomar la condición de autónomas. Para ello planteamos un modelo de múltiples estados ($\Im$, $\wp$) donde $\Im$ representa el conjunto de estados del modelo y $\wp$ las transiciones de estados contempladas. Asumimos que el conjunto $\Im$ se define como sigue:

$$\Im = \{a, d, m\}$$

donde,

a = 'Autónomo'
d = 'Dependencia'
m = 'Muerto'

Al definir el estado de dependencia como un estado irreversible, estamos suponiendo que el origen del riesgo de dependencia se encuentra en patologías de carácter crónico. Es decir, consideramos que una persona dependiente no puede volver a ser autónomo. Con la aceptación de esta hipótesis el conjunto de transiciones se define como $\wp=\{a \rightarrow d,\ a \rightarrow m,\ d \rightarrow m,\}$. Gráficamente, representamos el modelo de múltiples estados ($\Im$, $\wp$) a través del esquema de transiciones siguiente:

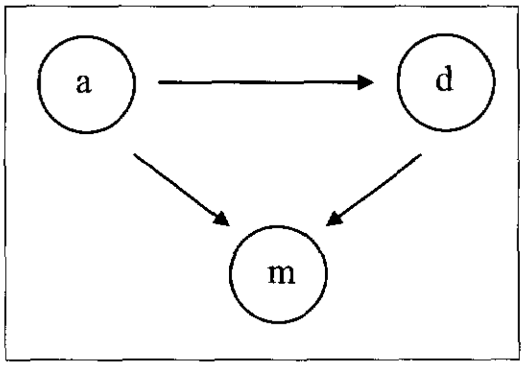

Figura 1. Esquema de transiciones

La siguiente tabla recoge las probabilidades anuales del modelo desarrollado.

	a	d	m
a	p_y^{aa}	p_y^{ad}	q_y^{a}
d	0	p_y^{dd}	q_y^{d}
m	0	0	1

Tabla 1. Matriz de transición

1.2 Modelo con un estado reversible de dependencia

En este caso proponemos un modelo más realista que el anterior para el caso en que consideremos un solo grado de dependencia, puesto que, contemplamos la posibilidad de que, por ejemplo, una persona con dependencia moderada recupere su autonomía.

Con tal fin, planteamos un modelo de múltiples estados ($\Im$, $\wp$) donde $\Im = \{a, d, m\}$ y $\wp$={a→d, d→a, a→m, d→m,}.

Al definir el estado de dependencia como un estado reversible, estamos admitiendo la posibilidad de que una persona dependiente pueda volver a ser autónoma. Gráficamente, representamos el modelo de múltiples estados ($\Im$, $\wp$) a través del esquema de transiciones siguiente:

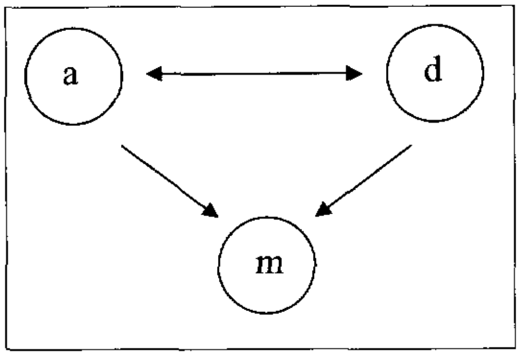

Figura 2. Esquema de transiciones

La siguiente tabla recoge las probabilidades anuales del modelo desarrollado.

	a	d	m
a	p_y^{aa}	p_y^{ad}	q_y^{a}
d	p_y^{da}	p_y^{dd}	q_y^{d}
m	0	0	1

Tabla 2. Matriz de transición

2.3 Modelo con varios estados de dependencia irreversibles

Este modelo se obtiene de dividir el estado de dependencia en diferentes subestados atendiendo al grado de severidad (splitting). El resultado es un modelo actuarial que se adecua más a la naturaleza del problema de la dependencia.

Con el objeto de incorporar los tres niveles de dependencia contemplados en la Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de salud (1999), hemos planteado un modelo de múltiples estados $(\Im, \wp)$ donde $\Im$ representa el conjunto de estados del modelo y $\wp$ las transiciones de estados que consideramos. Asumimos que el conjunto $\Im$ se define como sigue:

$$\Im = \{a, d_1, d_2, d_3, m\}$$

donde,

a = 'Autónomo'
d_1 = 'Dependencia moderada'
d_2 = 'Dependencia severa'
d_3 = 'Dependencia total'
m = 'Muerto'

En la valoración de los diferentes grados de dependencia el I.N.E. ha tenido en cuenta las siguientes actividades de la vida diaria (AVD): realizar cambios de las posiciones del cuerpo; levantarse, acostarse; desplazarse dentro del hogar; deambular sin medio de transporte; asearse; controlar las necesidades; vestirse; comer y beber; cuidarse de las compras, de las comidas, de la limpieza y planchado de la ropa, de la limpieza y mantenimiento de la casa y del bienestar de los miembros de la familia.

Este modelo puede ser aplicado en el diseño de pólizas que incluyan como prestaciones rentas de dependencia con cuantías variables en función del nivel de dependencia en el que se encuentre el asegurado.

Como en el primer modelo, hemos considerado la hipótesis de que el origen del riesgo de dependencia se encuentra en patologías de carácter crónico con lo cual queda justificado la irreversibilidad de los estados de dependencia.

Esta consideración nos permite definir el conjunto $\wp$, como el formado por las siguientes transiciones:

$$\wp = \{ a \rightarrow d_1, a \rightarrow d_2, a \rightarrow d_3, a \rightarrow m, d_1 \rightarrow d_2, d_1 \rightarrow d_3, d_1 \rightarrow m, d_2 \rightarrow d_3, d_2 \rightarrow m, d_3 \rightarrow m\}$$

La siguiente gráfica representa el esquema de transiciones al que se ajusta este modelo.

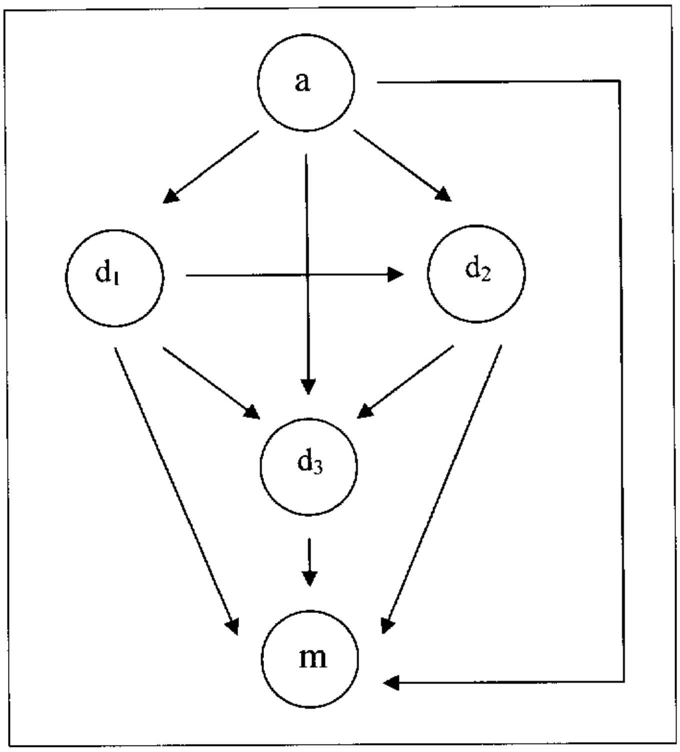

Figura 3. Esquema de transiciones del modelo de dependencia con tres estados.

Por último, las probabilidades asociadas al modelo quedan recogidas en la siguiente matriz de transición.

	a	d_1	d_2	d_3	m
a	p_y^{aa}	$p_y^{ad_1}$	$p_y^{ad_2}$	$p_y^{ad_3}$	p_y^{am}
d_1	0	$p_y^{d_1d_1}$	$p_y^{d_1d_2}$	$p_y^{d_1d_3}$	$p_y^{d_1m}$
d_2	0	0	$p_y^{d_2d_2}$	$p_y^{d_2d_3}$	$p_y^{d_2m}$
d_3	0	0	0	$p_y^{d_3d_3}$	$p_y^{d_3m}$
m	0	0	0	0	1

Tabla 3. Matriz de transición M_y

2.4 Modelo con varios estados de dependencia reversibles y uno irreversible

A diferencia del modelo presentado en el epígrafe 2.3 consideramos que los estados de dependencia moderada y severa son reversibles, mientras que la dependencia total tiene carácter permanente. El resultado es un modelo de múltiples estados ($\Im$, $\wp$) con:

$$\Im = \{a, d_1, d_2, d_3, m\}$$

$$\wp = \{ a \rightarrow d_1, d_1 \rightarrow a, a \rightarrow d_2, d_2 \rightarrow a, a \rightarrow d_3, a \rightarrow m, d_1 \rightarrow d_2, d_2 \rightarrow d_1, d_1 \rightarrow d_3, d_1 \rightarrow m, d_2 \rightarrow d_3, d_2 \rightarrow m, d_3 \rightarrow m\}$$

El esquema de transiciones de este modelo resulta:

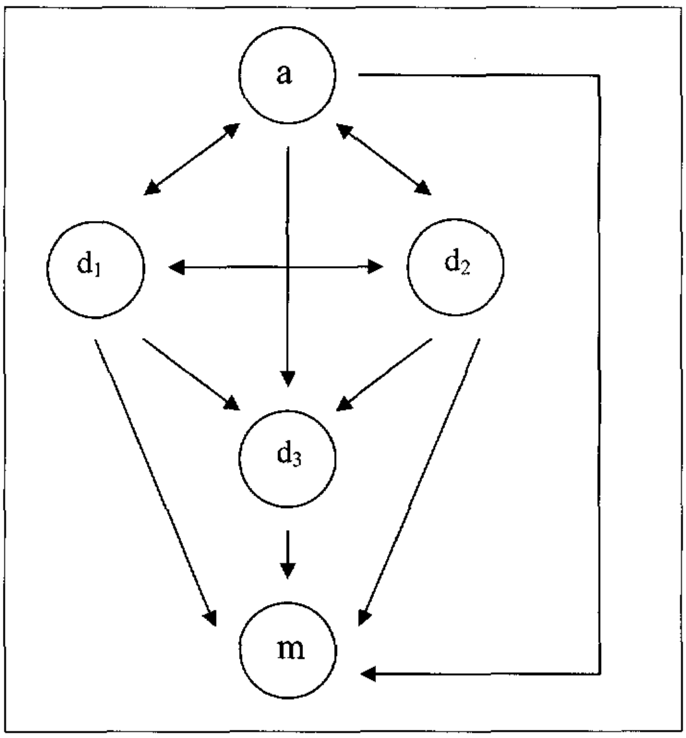

Figura 4. Esquema de transiciones del modelo de dependencia con tres estados.

La matriz siguiente recoge las probabilidades de transición del modelo.

	a	d_1	d_2	d_3	m
a	p_y^{aa}	$p_y^{ad_1}$	$p_y^{ad_2}$	$p_y^{ad_3}$	p_y^{am}
d_1	$p_y^{d_1a}$	$p_y^{d_1d_1}$	$p_y^{d_1d_2}$	$p_y^{d_1d_3}$	$p_y^{d_1m}$
d_2	$p_y^{d_2a}$	$p_y^{d_2d_1}$	$p_y^{d_2d_2}$	$p_y^{d_2d_3}$	$p_y^{d_2m}$
d_3	0	0	0	$p_y^{d_3d_3}$	$p_y^{d_3m}$
m	0	0	0	0	1

Tabla 4. Matriz de transición M_y

2. ELABORACIÓN DE BASES TÉCNICAS

En este epígrafe vamos a explicar cómo se pueden elaborar las bases técnicas del seguro de dependencia, a partir de una experiencia estadística determinada, mediante la aplicación de cualquiera de los modelos con múltiples estados vistos con anterioridad en el anterior capítulo.

Vamos a estructurar el epígrafe en dos partes claramente diferenciadas entre sí. En la primera de ellas explicaremos el proceso, asumiendo como estructura probabilística asociada al modelo de múltiples estados, un proceso estocástico de Markov discreto en el tiempo. Seguidamente, describiremos, de forma análoga, el anterior procedimiento para el caso en que la estructura probabilística sea un proceso estocástico de Markov continuo en el tiempo.

2.1 Planteamiento discreto en el tiempo

El objetivo de este tipo de planteamiento es obtener las probabilidades anuales de las diferentes transiciones consideradas en el modelo con múltiples estados elegidos, para a partir de las mismas, construir las probabilidades temporales correspondientes que nos permitan valorar tanto las primas puras como las provisiones matemáticas.

Para calcular las probabilidades anuales de transición debemos tener en cuenta el tipo de información poblacional del que disponemos:

- Información longitudinal, es decir, aquélla obtenida a partir del seguimiento de la evolución de estado de cada uno de los miembros integrantes de un colectivo, sujeto a observación, durante un periodo determinado de tiempo (entre dos y cinco años).
  En este caso, necesitamos disponer, para cada transición del siguiente tipo de experiencia estadística: número de transiciones por edades y exposiciones iniciales de cada edad. A partir de esta información, la obtención de las probabilidades de transición observadas para cada edad es inmediata, tal como hemos visto en el anterior capítulo. Finalmente, para depurar las irregularidades estadísticas que contienen dichos valores observados hemos de proceder a aplicar algunos de los métodos de graduación ya explicados.

- Información transversal, resultado de un análisis de la población efectuado en una fecha concreta. En este caso dispondremos de tasas de prevalencia para cada uno de los estados considerados en el modelo. Para obtener las probabilidades anuales, deberemos asumir una serie de relaciones e hipótesis que afectan a las probabilidades de transición del modelo.

Una vez disponemos de las probabilidades anuales de transición, obtener las probabilidades temporales se reduce a realizar el siguiente productorio de las matrices de transición anuales correspondientes a la temporalidad considerada.

$$\left({}_{/t}p_x^{ij}\right)=\prod_{k=0}^{t-1}\left(p_{x+k}^{ij}\right) \qquad (1)$$

A partir del conocimiento de estas probabilidades temporales podemos realizar cualquier tipo de cálculo actuarial mediante las técnicas tradicionales de valoración actuarial vida.

La figura 5 ilustra el proceso de obtención de las probabilidades temporales asociadas a una estructura estadística discreta en el tiempo.

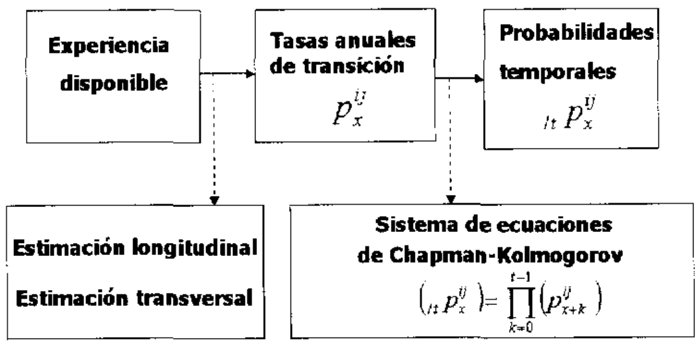

Figura 5. Esquema asociado al planteamiento discreto en el tiempo.

2.2 Planteamiento continuo en el tiempo

El objetivo del planteamiento continuo es calcular las diferentes intensidades de transición consideradas en el modelo. A partir de ellas, podremos obtener las probabilidades temporales correspondientes. Para calcular las intensidades de transición debemos tener en cuenta el tipo de información poblacional del cual partimos:

- Información longitudinal. En este caso, necesitamos disponer, para cada transición del siguiente tipo de experiencia estadística: número de transiciones por edades y exposiciones centrales clasificadas por edades. A partir de esta información, resulta trivial obtener las intensidades de transición observadas, tal como hemos explicado en el anterior capítulo. Estos valores pueden ser depurados a través de un proceso de ajuste.

- Información transversal. Para obtener las intensidades de transición a partir de las tasas de prevalencia observadas, deberemos asumir hipótesis respecto las relaciones existentes entre las distintas transiciones.

Conocidas las intensidades de transición, obtendremos las probabilidades temporales correspondientes mediante la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales de Chapman-Kolmogorov:

$$d\left({}_{/t}p_x^{ij}\right) = \sum_{\forall\ l \neq k} {}_{/t}p_x^{ik} \cdot \mu_{x+t}^{kj} \cdot dt - {}_{/t}p_x^{ij} \cdot \mu_{x+t}^{j} \cdot dt \qquad (2)$$

La figura siguiente sintetiza las etapas seguidas en la obtención de las probabilidades temporales bajo un entorno estocástico continuo en el tiempo.

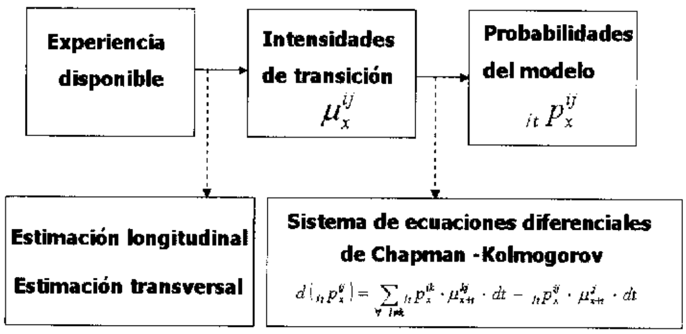

Figura 6. Esquema asociado al planteamiento continuo en el tiempo.

A nivel teórico, el planteamiento continuo ofrece una mayor riqueza que el discreto puesto que incorpora una información más exhaustiva, significativa y fiable que la utilizada en la modelización discreta. Por tanto, el planteamiento continuo refleja mejor la dinámica del colectivo observado. No obstante, a los efectos prácticos, la modelización continua presenta mayor complejidad matemática ya que la dificultad de la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales de Chapman-Kolmogorov, crece con el número de estados y transiciones del modelo.

3 DISEÑO DE PRODUCTOS. RESULTADOS EMPÍRICOS

En este epígrafe vamos a describir la construcción de las primas puras de varios productos que contienen prestaciones de cobertura de la dependencia. Acompañaremos el planteamiento teórico con una aplicación práctica basada en las probabilidades de dependencia obtenidas por Pociello, E y Varea, J (2001).

3.1 Renta para personas autónomas (LTC stand-alone policy)

Este producto está pensado para una persona autónoma. Consiste en una renta de cuantía constante (b), pagadera al final de cada año natural a partir del momento en que el asegurado es dependiente. La prima pura correspondiente se determina por la siguiente fórmula:

$$\Pi_x^0 = \sum_{h=1}^{\omega-x} b \cdot {}_{/h}p_x^{ad} \cdot (1+i)^{-h}$$

En el caso en que las primas se periodifiquen anualmente, el importe constante de cada una de ellas se obtiene a través de la siguiente expresión:

$$p = b\,\frac{\sum_{h=1}^{\omega-x} {}_{/h}p_x^{ad} \cdot (1+i)^{-h}}{\ddot{a}_{t:m}^{aa}}$$

donde,

$$\ddot{a}_{t:m}^{aa} = \sum_{h=0}^{m-1} {}_{/h}p_t^{aa} \cdot (1+i)^{-h}$$

A partir de los datos del epígrafe anterior, mostramos en la siguiente tabla las primas puras correspondientes a cada edad para una renta de cuantía 1.000 €, a un tipo de interés de 3% efectivo anual y para el caso de primas periódicas niveladas un periodo de pago de 15 años.

Edad	Prima única	Prima periódica
65	2113,12408	211,27907
66	2051,89064	207,54118
67	1990,75430	203,91933
68	1929,90593	200,43020
69	1869,59435	197,08959
70	1810,11249	193,91150
71	1751,76728	190,90731
72	1694,87027	188,08502
73	1639,72862	185,44825
74	1586,56389	182,99626
75	1535,49345	180,72548

76	1486,59858	178,63029
77	1439,86213	176,70453
78	1395,23325	174,94205
79	1352,60706	173,33757
80	1311,85502	171,88686

Tabla 15. primas para la población masculina

3.2 Renta para personas dependientes (LTC enhanced annuity)

Este producto únicamente está dirigido a personas que se encuentren en situación de dependencia. La prestación asociada al producto es una renta inmediata de cuantía constante (b), pagadera al final de cada año natural a partir del momento en que el asegurado es dependiente. La prima pura correspondiente se determina por la siguiente fórmula:

$$\Pi_x^0 = \sum_{h=1}^{\omega-x} b \cdot {}_{/h}p_x^{dd} \cdot (1+i)^{-h}$$

En la siguiente tabla mostramos las primas puras correspondientes a cada edad para una renta de cuantía 1.000€, a un tipo de interés de 3% efectivo anual y para el caso de primas periódicas niveladas un periodo de pago de 15 años.

Edad	Prima única	Prima periódica
65	13479,90497	1255,38258
66	13096,73960	1233,55007
67	12710,43424	1212,21101
68	12321,66553	1191,39738
69	11931,57080	1171,13279
70	11541,70621	1151,43172
71	11153,87162	1132,29827
72	10770,08678	1113,72700
73	10392,57454	1095,70360
74	10023,12936	1078,20186
75	9662,91429	1061,18897
76	9312,98235	1044,63782

77	8973,72698	1028,52606
78	8645,37241	1012,84501
79	8327,77595	997,59896
80	8020,65864	982,80851

Tabla 16. primas para la población masculina

3.3 Renta de dependencia a cargo de un seguro de fallecimiento (LTC cover as a rider benefit)

Este producto está pensado para una persona autónoma. Combina una prestación típica para el caso de fallecimiento de cuantía C con una renta temporal de dependencia de cuantía constante b. La temporalidad de la renta de dependencia está estrechamente vinculada con la cuantía del capital por defunción. De esta forma, el número máximo de términos de la renta será:

$$r = \mathrm{Int}(C/b)$$

En el caso que el individuo se muera siendo dependiente, el capital a pagar será el resultante de sustraer al montante del seguro los importes pagados en concepto de renta de dependencia. Si por el contrario, el asegurado muere siendo autónomo, el asegurador deberá satisfacer la totalidad del capital asegurado.

La prima pura se obtiene de acuerdo con la siguiente expresión

$$\Pi_x^0 = C \cdot \sum_{h=1}^{\omega-x} {}_{/h-1}p_x^{aa} \cdot p_x^{am} \cdot (1+i)^{-h} +$$

$$\sum_{h=1}^{\omega-x} \left[{}_{/h-1}p_x^{aa} \cdot p_{x+h-1}^{ad} \cdot (1+i)^{-h} \cdot \left(b \cdot \ddot{a}_{x+h:r}^{dd}\right) + \sum_{j=1}^{r} (C - j \cdot b)_{/h-1} p_{x+h}^{ii} \cdot p_{x+h+j-1}^{dm} \cdot (1+i)^{-j} \right]$$

siendo

$$\ddot{a}^{dd}_{t:r} = \sum_{h=0}^{r-1} {}_{/h}p^{dd}_{t} \cdot (1+i)^{-h}$$

A continuación presentamos los resultados obtenidos para un producto de este tipo con las siguientes características:

- Capital asegurado: 100.000€
- Cuantía de la renta de dependencia: 10.000€
- Periodicidad de la renta: anual
- Número máximo de términos de la renta de dependencia: 10
- Tipo de interés: 3% efectivo anual
- Temporalidad del pago de primas de 15 años

Edad	Prima única	Prima periódica
65	60340,98139	6033,14610
66	61277,86089	6198,02988
67	62225,44750	6373,95148
68	63182,29669	6561,79146
69	64145,77854	6762,14345
70	65112,15813	6975,25514
71	66077,01473	7201,06218
72	67035,28837	7439,11413
73	67981,31185	7688,47690
74	68910,40994	7948,21292
75	69819,43902	8217,65249
76	70705,48585	8495,99993
77	71567,28503	8782,96818
78	72403,99175	9078,41226
79	73215,70255	9382,64509
80	74002,88039	9696,28704

Tabla 17. primas para la población masculina

3.4 Renta de supervivencia agravada por dependencia (LTC enhanced pension)

Es un producto de renta que, a igual prima que una renta clásica de supervivencia de cuantía b, proporciona una renta de cuantía b_a en caso que el asegurado permanezca autónomo y b_d si la persona se halla dependiente, cumpliéndose la relación siguiente:

$$b_a < b < b_d$$

Se verifica la siguiente relación actuarial:

$$b \cdot \left(\ddot{a}_x^{aa} + a_x^{ad}\right) = b_a \cdot \ddot{a}_x^{aa} + b_d \cdot a_x^{ad}$$

La prima pura única se calculará a través de la siguiente expresión

$$\Pi_x^0 = \sum_{h=1}^{\omega - x} b \cdot \left({}_{/h}p_x^{aa} + {}_{/h}p_x^{ad} \right) \cdot (1+i)^{-h} = \sum_{h=1}^{\omega - x} b \cdot {}_{/h}p_x \cdot (1+i)^{-h}$$

En la tabla adjunta quedan recogidos los resultados obtenidos para este producto con las siguientes características:

- Cuantía de la renta clásica de supervivencia: 1.000€
- Cuantía de la renta como autónomo: 600€
- Periodicidad de la renta: anual
- Tipo de interés: 3% efectivo anual

Edad	Prima única	Prima periódica
65	14970,65436	3433,84294
66	14595,66390	3445,31029
67	14217,55786	3456,71775
68	13836,99053	3467,90984
69	13455,05155	3478,71035
70	13073,22621	3488,93122
71	12693,23065	3498,38287
72	12316,98858	3506,88645

73	11946,61405	3514,29055
74	11583,81629	3520,47900
75	11229,70791	3525,36784
76	10885,29346	3528,91265
77	10550,95156	3531,10051
78	10226,89544	3531,95290
79	9912,98622	3531,51988
80	9608,94963	3529,88158

Tabla 18. primas para la población masculina

BIBLIOGRAFÍA

- C.M.I.B. (1991), C.M.I.R. 12, The analysis of permanent health insurance data. Continuous Mortality Investigation Bureau, The institute of actuaries y The faculty of actuaries.
- Eagles, L.M. (1992), Some problems in pricing long term care contracts. Transactions of the 24rd International Congress of Actuaries, Montreal, vol 4, pp 421-427.
- Haberman, S. y Pitacco, E. (1999), Actuarial models for disability insurance. Chapman and Hall. Londres.
- Levikson, B. y Mizrahi, G. (1994), Pricing long term care insurance contracts. Insurance: Mathematics and Economics, nº 14, pp 1-18
- Nuttal, S.R. (1992), Opportunities in long term care insurance. Transactions of the 24rd International Congress of Actuaries, Montreal, vol 4, pp 239-254.
- Olivieri, A. (1996), Sulle basi tecniche per coperture long term care. Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari, Vol. LIX. Roma.
- Olivieri, A. (1997), Multiple state modelling and long term care insurance. Staple Inn. Society.
- Pitacco, E (1995), Modelli attuariali per le assicurazioni sulla salute. CERAP. Ed. Egea. Milano.

- Pitacco, E., Olivieri, A. (1997), Introduzione alla teoria attuariale delle assicurazioni di persone. Pitagora editrice. Bologna.
- Pitacco, E. (1999), Multistate models for long term care insurance and related Pociello, E.; Varea, J. et al. (2001), Modelo Semimarkoviano. Anales del Instituto de Actuarios Españoles. Madrid.
- Pociello, E.; Varea, J. y Martinez, A. (2001), Construcción de tablas de dependencia: una aproximación metodológica. Anales del Instituto de Actuarios Españoles. Madrid.
- Pociello, E. (2000), Modelización y cobertura de operaciones actuariales en colectivos con múltiples estados. Tesis doctoral. Universitat de Barcelona.
- UNESPA (2001), Seguro de dependencia. Estimación del nivel de dependencia, necesidades de recursos y proyecciones de futuro. Madrid.
- UNESPA (2001), Seguro de dependencia. Caracterización del entorno español. Madrid.
- Walsh, D. (2000), A model for projecting the number of people who will require long-term care in the future: data considerations. City University. Londres.
- Walsh, D. (2000), A model for projecting the number of people who will require long-term care in the future: The multiple state model. City University. Londres.