

## TEMA IV

**Bases de experiencia y sistema de tarificación en los Seguros no de Vida, especialmente en los de Enfermedad, Automóviles e Incendios - Riesgos Industriales**

# El método experimental de tarificación en el seguro obligatorio de responsabilidad civil de vehículos de motor

por ANTONIO LASHERAS-SANZ

## I. JUSTIFICACIÓN FUNDAMENTAL PREVIA

1.1. Por circunstancias que no hacen al caso, en los *Coloqui<sup>os</sup> sobre el Seguro Obligatorio de Responsabilidad Civil de los Vehículos de Motor*, habidos en Madrid en octubre de 1963, por causa de la Ley española de 24 de diciembre de 1962, sobre dicho Seguro, nos correspondió ser ponentes del tema 5.º, relativo al *Coste y tarificación* de dicho Seguro, lo que hizo que se nos concentrase la atención genérica que ya veníamos dedicando a lo tratado sobre el "Seguro de Automóviles" en los coloquios que ASTIN venía desarrollando, para convertirlo en interés específico.

Y entre las consideraciones previas que entonces nos planteamos con tal motivo, figuraba, en primer término, la del camino matemático a seguir, de entre todos los que atraían la atención de los estudiosos sobre la materia, que más tarde tomó pleno relieve en el tema 2 del Coloquio de ASTIN en junio de 1965, al plantear el dilema entre los criterios de la tarificación experimental, la teoría de la credibilidad aplicada al caso, la combinación de ambos criterios, y el riesgo colectivo.

1.2. Para nosotros, adoptar uno u otro criterio no es una cuestión de esnobismo profesional, sino que le encontramos raíz filosófica

más honda, que parte de la distinción que cabe hacer en el Seguro: la del individual y facultativo, la del obligatorio colectivo y la del que, aun individual, tome tantos matices del colectivo que lleguen a infundirle carácter de gran semejanza con aquel.

Y a fin de razonar nuestro criterio, partamos del hecho, bien sabido, de las dos fuentes de origen del Seguro: la mutualidad y las transferencias individuales de riesgo por quienes reciben "per se" su amenaza, a quien acepte la transferencia mediante su precio, quien, a su vez, se ve inducido a captar el determinismo de que, reuniendo varias coberturas, no sólo puede compensar resultados, sino que hasta puede experimentar desviaciones favorables, aunque también adversas, por lo que aprecia la conveniencia de asociarse con otros aceptantes de coberturas de riesgos del mismo género aun cuando con diferencias de matiz, lo que da lugar a la Sociedad aseguradora distinta de la mutualidad, que toma el carácter de mercantil, así como el asegurador de Derecho público adopta el carácter de Empresa gestora y administradora de una gran mutualidad.

1.3. Esto nos conduce a distinguir en la acción aseguradora dos aspectos externos con esencias asimismo diferentes:

a) El del seguro voluntario, individual, que pone de relieve la idea individualista de que los que acuden a un asegurador a cubrirse de los efectos económicos del riesgo que les amenaza y cuyo alcance de consecuencias intuyen, lo hacen inducidos por la necesidad individual que sienten de resolver su caso, y lo único que les interesa y preocupa es que el asegurador sea solvente; solvencia que puede existir aun no habiendo reunido un gran número de coberturas de riesgo, sino porque posea y ofrezca garantías propias de solvencia económica, puesto que si así no fuese, ninguna Entidad aseguradora incipiente lograría hacer seguros. Así pues, la reunión que consigue de muchas coberturas de riesgo (seguros) logradas una a una, constituye una yuxtaposición o asociación de fines análogos tratados por medios semejantes puesto que no exige una cohesión fundamental entre esos medios, aunque pueda producirse la cohesión formal entre ellos. Es el caso de los aseguradores de Derecho privado que, por conveniencias suyas unifican normas y tratamientos, llegando a constituir, al de seguro, en un contrato de adhesión. Un simil adecuado de ésto es, a nuestro entender, el de la *mezcla*, en Química,

en la que los cuerpos reunidos no pierden su substantividad, ni imprimen otra especial a la mezcla.

b) Cuando entre los que son protegidos por el Seguro existe un sentimiento endógeno (como en las entidades voluntarias de socorros mutuos) o exógeno (como en los seguros sociales obligatorios que impone el Poder público en ejercicio de la facultad que como tal le incumbe de imponer a sus gobernados lo que siendo bueno para la sociedad de que forman parte y reflexivamente para ellos individualmente, abandonado a su propia decisión no lo acometerían por la sola razón de no sacrificar el mejor presente en aras del futuro) de cooperación, que no es una simple yuxtaposición de fines sino que están tan íntimamente conjugados, articulados entre sí, que todos ellos forman parte de un todo que debe ser tratado conforme al método teleológico, en el campo de las relaciones que existen entre los medios y los fines, cuando éstos constituyen entre sí algo más que una asociación de fines análogos, exigiendo una cohesión esencial fundamental entre los medios, no sólo formal, en cuyo caso se produce una consubstanciación entre los medios para atender tales fines, y aun con éstos mismos fines, lo que eleva el espíritu de cooperación a sentimiento de solidaridad que es la que induce al cumplimiento del deber social por razón de constituir seres humanos, nacida de la propiedad natural del espíritu de convivencia con los semejantes, dando lugar, entre todos, a una especial categoría de la voluntad que enlaza entre sí las varias voluntades en manifestación de comunión como medios recíprocos en sus realizaciones, surge la *voluntad vinculatoria* puesta de relieve por Stamler, que proviniendo de las voluntades vinculadas, luego las condiciona, constituyendo más que una simple adición de fines idénticos que puedan ser confundidos con las voluntades individuales de que resulta. Sucede como, en Química, con la *combinación*, en la que los cuerpos reunidos pierden su substancialidad y dan origen a un nuevo cuerpo con substancialidad propia distinta de las de sus componentes.

1.4. Ahora bien, la posición interna del asegurador, en cuanto a cada clase de riesgo de un mismo género (aun admitiendo los múltiples matices peculiares que ofrezca cada asegurado), al volumen de seguros captados y el resultado económico a que pueda conducirle el conjunto de coberturas de riesgo que componen su cartera

de seguros, aunque en tono menor, es paragonable al del segundo aspecto de los dos que acabamos de considerar\*.

1.5. Todo cuanto acabamos de exponer nos conduce a que la primera de las situaciones consideradas implica un criterio analítico y constituye la base para la aplicación más adecuada o, mejor, única de la *teoría del riesgo individual* o clásica (de Bohlmann), y las dos últimas, para la moderna del *riesgo colectivo* (de Lundberg) que implica un criterio sintético (Cramér: Introductory Lecture to ASTIN Colloquium 1961, en Skandinavisk Actuarietidskrift, 1961 — Häft. 3-4, pág. 138). La última es más propia de nuestra *teoría de la colectivización del riesgo individual* (expuesta ante el "XIV Congreso Internacional de Actuarios", Madrid, 1954, y recordada en el XVI, de Bruselas, 1960), porque permite conocer la relación esencial constante entre todas las modalidades de reaseguro y en qué consiste la diferencia entre ellas por medio de la "mantisa" (en griego, lo que se agrega), para que no pueda resultar arbitraria la decisión por una u otra modalidad.

En nuestra opinión, la *teoría de la credibilidad* participa del criterio sintético y del analítico, con la consecuencia de provocar un "totum revolutum" poco o nada conveniente.

1.6. En cuanto a cual de los procesos analítico y sintético debe prevalecer, nuestra posición es favorable al analítico para el desarrollo del seguro facultativo individual y el sintético para los seguros sociales obligatorios (o colectivos de segundo grado) y para los seguros colectivos concertados en régimen de derecho privado (o colectivos de primer grado). En cuanto a la situación del asegurador en relación con la totalidad de coberturas de riesgos de un mismo género y categoría, nos atenemos a lo dicho al final del párrafo anterior, 1.5. Y de cualquier forma, el actuario debe no olvidar que

---

\* Estas ideas las hemos expuesto más desarrolladas en el párrafo 5.º del capítulo V de nuestro libro EL SEGURO EN EL ORDEN POLITICO, Madrid, 1956, y en una conferencia pronunciada en La Habana el día 20 de septiembre de 1954, con el título de EL SEGURO EN EL ORDEN FILOSOFICO, publicada por el Consejo de Economía Nacional de Cuba en un volumen titulado "Aspectos económicos y sociales del Seguro", junto con otras cinco conferencias nuestras también.

no le basta con conocer el *cuanto*, sino que también debe conocer el *cómo*, el *porqué* y el *cuando*, y hasta el *donde*.

Por todo lo expuesto, el trabajo que desarrollamos a continuación lo hacemos sobre la base del *criterio de la tarificación experimental*, porque aunque lo enfocamos sobre la base de seguro obligatorio, desde el momento en que no se desarrolla en régimen de monopolio, deja al asegurado el margen de ejercicio libre de su voluntad en cuanto a la elección del asegurador, lo que le respeta el carácter de "voluntario" o "libre" e *individual*, a cuya última condición, sobre todo, entendemos que se aviene mejor el criterio experimental.

## II. LOS ELEMENTOS ESENCIALES DE LAS PRIMAS

2.1. *El siniestro*.—Aunque de ordinario los tratadistas suelen ocuparse primeramente del *riesgo* y luego del *siniestro*, conforme a un orden racional, entendemos que debe procederse a la inversa, ya que es la potencialidad del siniestro lo que constituye el riesgo y no viceversa. Lo que sucede es que, cual ocurre en Patología con las enfermedades, que unas se manifiestan por unos síntomas que les son comunes; otras por otros síntomas distintos a los de las anteriores, y otras, por síntomas comunes a las antedichas, formando entre todas un cuadro sintomático que da lugar el cuadro patológico de la enfermedad de que se trate, siendo rarísimas las que se manifiestan por todos los síntomas llegados a conocer, simultáneamente. En el Seguro con el siniestro, como en Patología con la enfermedad, y con el riesgo como con el cuadro de síntomas por que es susceptible de presentarse cualquier enfermedad, sucede lo mismo.

El siniestro, desde el punto de vista de lo que constituye la razón de ser del Seguro, es una cuestión de orden cualitativo-cuantitativo, por lo que no basta con darnos por satisfechos con el *cuanto*, sino que es necesario conocer el *cómo* y el *porqué*. Tanto más cuanto que el conocimiento de estas dos circunstancias puede permitirnos el avance en el conocimiento de las medidas adecuadas de *Seguridad*, con la consiguiente beneficiosa repercusión en el *cuanto*, *importe* o *coste del siniestro*.

Con tal propósito, vamos a relacionar una serie de conceptos cuyo conocimiento ha de permitir el paso al cuestionario de la información

que en buena técnica debe poseer el asegurador en cada caso de siniestro; primero, para conocer si en virtud de las condiciones contenidas en el clausulado del título de la relación jurídica del seguro (póliza o fórmula jurídico-documental equivalente), viene o no obligado a hacerse cargo del siniestro; luego, si la cuantía de la indemnización que le es reclamada responde a los daños reales habidos, etc.

Tales datos informativos o, por lo menos, los más importantes son:

a) *Referentes al vehículo.*—Marca, modelo, potencia (en HP), valor a nuevo y real en el momento del accidente, precio que pagó por el vehículo su propietario, etc.

b) *Referentes al conductor.*—Edad, antigüedad del permiso o tarjeta de conductor y su clase (especial, primera, segunda), profesión, etc.

c) *Utilización del vehículo.*—Servicio a que se le destina habitualmente y al que se le dedicaba al ocurrir el accidente, localidad, provincia o zona en que está matriculado, número y fecha de la matrícula, lugar en el que está situado el paraje en que normalmente estaciona (garaje), número total de kilómetros recorridos, promedio anual y en cada una de las diferentes épocas del año, siniestralidad sufrida anteriormente y conductor que lo llevaba en aquellas ocasiones, etc.

d) *Circunstancias de la circulación.*—Zona por la que normalmente circula o se desenvuelve y lugar en el que acaeció el accidente, topografía del terreno, densidad de vehículos y circulatoria, velocidad habitual a que se le somete, velocidad en el momento del accidente, decisión del conductor de colocarse en la situación en que ocurrió el accidente y no en otra, ídem, una vez colocado en ella, su reacción ante los acontecimientos del momento, etc.

e) *Suma asegurada.*—Clase de garantía, distinguiendo, si hay lugar a ello, entre la correspondiente a personas transportadas y a terceros o peatones, etc.

f) *Circunstancias del siniestro.*—Su alcance (en qué consistió y cómo fue), lugar en que ocurrió, velocidad en aquel momento, cuantía de los daños tanto a terceros no conducidos en él como a personas transportadas, etc.

2.2. *El riesgo*.—Después de lo dicho al principio del 1.1, las condiciones del riesgo resultarán de la más amplia información que se obtenga de cada uno de los siniestros acaecidos en la historia de esta rama del seguro o del asegurador o aseguradores a que se contraiga la experiencia y, por consiguiente, del conjunto de todos ellos durante el período de tiempo que haya durado la observación, o aquel durante el cual esta observación se haya producido con análogos caracteres de normalidad, más próximo al momento en que la estadística se formalice. Todas las circunstancias informativas apreciadas en el mayor número posible de casos de siniestros recogidos en la realidad, debidamente clasificadas y agrupadas mediante medios mecánicos electrónicos, previo el adecuado sistema de claves, nos darán el cuadro de posibilidades “patológicas” que deberemos tomar en consideración. Y semejante agrupación nos permitirá clasificarlas en *objetivas*, unas, y *subjetivas*, otras, según impliquen respectivamente naturaleza de actos voluntarios o involuntarios surgidos de necesidad espontánea imprevisible (emergencia).

Pero, si bien es cierto que todas las circunstancias influyentes en el siniestro son las determinantes del riesgo, no es menos cierto que en la práctica, por una serie de razones de diversos órdenes (de algunos o de todos): comercial, psicológico, moral, administrativo, social, etc., se ha ido abandonando la consideración directa y explícita de muchas de ellas, atendiendo otras de maneras implícitas, como el examen psicotécnico requerido para la concesión de los permisos de conducir de clases especial y primera; todo ello como respondiendo a circunstancias condicionantes con sentido determinista, habiendo quedado como elementos principales de discriminación la *potencia del motor* combinada con la *utilización* a que vaya destinado el vehículo, y alguna otra más.

Así como el siniestro, aunque genérico en su concepto, es específico en su manifestación, el riesgo es genérico dentro de la especialidad que constituye la clase de hechos a que se refiere. Es bien sabido que la expresión del riesgo es un promedio resultante del mayor número de casos específicamente homogéneos cualitativamente, aunque no cuantitativamente. También se puede proceder como en el Seguro sobre la Vida humana, estableciendo, con base de la siniestralidad, coeficientes de relación según las circunstancias expuestas para ella, que permitan una corrección de los tipos norma-



les de prima, como se hace en el citado Seguro de Vida para los riesgos tarados.

2.3.1. *La amplitud económica.*—Por conveniencia de hilación racional para algo que habremos de decir después, recordaremos que, con respecto a ésta, los seguros pueden ser:

A) De *valor preestablecido*, o sea, aquellos en los que, al acaecer el hecho previsto en la póliza, se paga la suma previamente establecida en ella, y

B) De *valor no preestablecido*, que son todos aquellos en los que la suma consignada en la póliza tiene el carácter de responsabilidad máxima del asegurador, los cuales pueden, a su vez, ser:

a) De límite máximo concreto coincidente con el valor real del sujeto de riesgo (por ejemplo el Seguro contra Incendios; en el caso de seguro “pleno”).

b) De límite máximo pero fijado más o menos arbitrariamente (como en el Seguro de Responsabilidad Civil), y

c) De cuantía indefinida o ilimitada, pero que en la realidad, por grande que pueda ser la responsabilidad del asegurador, es finita.

2.3.2. A su vez, la limitación de la responsabilidad económica del asegurador puede ser:

A) Simple o de un solo e igual máximo de garantía, o

B) Compleja que, a su vez, puede tomar la forma de:

a) Pluralidad de riesgos similares, con garantías máximas distintas;

b) Garantía limitada ante posibles daños de cuantías ilimitadas;

c) Varios máximos de garantía conjuntos: uno por víctima y otro por siniestro, e incluso, otro por póliza y año de seguro, y

d) Suplementos de garantía.

2.3.3. Pero, en cuanto a la amplitud económica, no basta con detenernos a considerar lo que con respecto a las garantías máximas o a las ilimitadas queda dicho, sino que es preciso tomar en consideración la cuantía de la siniestralidad, recogida de la estadística a que la misma da lugar, estableciendo la debida relación entre las intensidades de los siniestros y la cuantía de su respectiva garantía máxima. Esta puede tenerse en cuenta de alguna de las dos siguientes formas:

a) Tomando la garantía como una circunstancia más de homogeneidad, para el establecimiento de los grupos de clase homogéneos (potencia del motor, uso al que habitualmente se destina el vehículo y garantía máxima de la responsabilidad económica del asegurador).

b) Hallando los coeficientes de relación de la cuantía de cada siniestro con la garantía máxima correspondiente a la póliza que lo cubre.

Este segundo criterio ofrece, además, una gran ventaja sobre el anterior, porque, para las homogeneidades de clase, no hace falta hacer intervenir la garantía máxima, sino que basta con recoger las frecuencias de las diversas cuantías de siniestralidad referidas a los coeficientes de relación con las garantías respectivas, en lugar de con relación a las cifras absolutas de la intensidad de los siniestros. Con ello, las circunstancias de homogeneidad quedan reducidas a la fuerza del motor y al uso habitual del vehículo, con lo cual se reduce notablemente el número de grupos de clase, simplificándose muchísimo la operatoria. Ello está basado en las diferencias infinitesimales entre cada dos términos consecutivos de la serie de los respectivos coeficientes de relación. Con los seguros con los que, en principio, no se puede proceder así es con los de garantía ilimitada, pero ya veremos en su momento cómo puede procederse en estos casos.

2.4.1. *La estadística.*—La reunión del más amplio material de observación (para lo cual convendría establecer una oficina recopiladora de los datos que pudieran proporcionarles todas las entidades aseguradoras del mismo país o, por lo menos, las que por sí solas no reúnan el suficiente número de datos para poder deducir de él las consecuencias merecedoras del suficiente crédito estadístico), manipulado por medios mecánicos modernos (cuando menos, fichas perforadas), nos permitirá formar tantas agrupaciones o subcolectivos específicos cuantas sean las clasificaciones que pretendamos, según que sustentemos un criterio más o menos sintético o menos o más analítico. El subcolectivo general representativo de todos los demás que con él constituyen el colectivo total, lo expresaremos por  $N_k$  donde  $k$  significa la expresión de la clase a que pertenece el subcolectivo en cuestión.

2.4.2. Por lo que concierne a la siniestralidad, podemos proceder de una de las dos siguientes maneras:

a) Tomando al *siniestro como unidad estadística anual siniestral* y agrupar los siniestros por sus iguales cuantías, expresando por  $n_{k,x}$  el número de los de la misma clase que han coincidido en un importe  $x$  de daños por siniestro. Por consecuencia el número  $n_{k,0}$  representa el de las pólizas que no han sufrido siniestro o que, aun cuando lo hayan sufrido, si existía franquicia, no ha habido que pagarles nada. Por su parte,  $n_{k,G}$  expresa el de los siniestros que han requerido el pago de la garantía máxima.

b) Tomando como *unidad estadística anual siniestral la póliza y año* o unidad de riesgo, en cuyo caso representamos por  $m_{k,x}$  el número de pólizas siniestradas que, entre todos los siniestros que han sufrido en un año, el total de ellos importa  $x$ . Por su parte, es  $m_{k,0} = n_{k,0}$ , lo que no pasa con los correlativos casos de garantías máximas.

La unidad estadística anual siniestral puede referirse a la siniestralidad de un solo año o, lo que es preferible, al promedio anual de un cierto número de últimos años.

La diferencia entre los dos antedichos criterios es clara. En las  $n$ , una póliza que haya sufrido varios siniestros figurará en tantas cuantas correspondan a las cuantías de ellos; en cambio, en las  $m$ , cada póliza no figurará más que una vez en una de ellas, la que recoja la siniestralidad total de la cuantía de la que haya sufrido la póliza que fuere, y nos dará

$$\sum_{x=0}^G m_{k,x} = N_k,$$

lo que no sucederá para el caso del criterio a). Y además, el criterio b) ofrece sobre el anterior una ventaja que veremos luego al referirnos a la probabilidad de no siniestro.

2.4.3. La ordenación de la siniestralidad conforme al criterio del 2.4.2., b), constituirá teóricamente una sucesión de términos que, con respecto a  $x$  se diferenciarán, entre cada dos consecutivos, en un infinitamente pequeño, tan infinitamente pequeño como queramos, lo que hace que en la realidad no suceda así, y aunque sucediese nos llevaría a una sucesión de infinitos términos. Es por lo que, según dijo P. J. Richard en su folleto sobre "Les Assurances de Responsabilité Civile. Statistique et Tarifs", (Dulac, París, 1914), "todo lo más que se puede tratar de deducir de las observaciones es la proba-

bilidad de un accidente cuya reparación ha requerido un desembolso comprendido entre dos límites fijados de antemano". Sin embargo, esta afirmación, aunque no resuelva el problema, sugiere la idea en la que puede estar la solución, que creemos encontrar en el siguiente artificio que se aproxima a la idea de Richard:

Si partimos de la póliza como unidad anual siniestral y, sobre la base del mayor número posible de pólizas, las agrupamos por iguales cifras de siniestralidad, tendremos una sucesión de términos  $m_{k, x}$  que no ofrecerá regularidad entre ellos y que, incluso, ofrecerá muchas lagunas, pero que nos permitirá proceder con ellos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 M_{k, 0} &= m_{k, 0} \\
 M_{k, 1} &= m_{k, 0} + m_{k, 1} \\
 M_{k, 2} &= m_{k, 0} + m_{k, 1} + m_{k, 2} \\
 &\dots\dots\dots \\
 M_{k, h} &= m_{k, 0} + m_{k, 1} + m_{k, 2} + \dots + m_{k, h} \\
 &\dots\dots\dots \\
 M_{k, G} &= m_{k, 0} + m_{k, 1} + m_{k, 2} + \dots + m_{k, h} + \dots + m_{k, G}
 \end{aligned}$$

donde G significa la garantía máxima.

Esto es construir, para cada subcolectivo homogéneo, una curva acumulativa por costes de siniestralidad, es decir: número de pólizas por las que no se ha pagado ninguna siniestralidad; número de las que han costado hasta 5.000 unidades monetarias, por ejemplo; ídem de las que han costado hasta 10.000, y así sucesivamente, eligiendo los valores de x para las M de forma que sean equidistantes entre cada dos consecutivos. Esto es una cuestión de *buen sentido* operativo.

Con la sucesión de las M se procederá como luego veremos al referirnos a las probabilidades.

2.4.4. Puede suceder que, como en algún caso que hemos conocido, las entidades aseguradoras no hubiesen sacado de los expedientes de sus pólizas y siniestros los datos necesarios para proceder como en el párrafo 2.4.3. y se les presentase la necesidad de operar con rapidez en el cálculo de una tarifa. De este caso volveremos a ocuparnos más decisivamente al referirnos a las probabilidades res-

pectivas, pero, de momento, anticipamos que se puede operar con una "estadística" abreviadísima, de cuatro datos nada más, que son:

A) Número de pólizas:

a) Las en que no ha habido siniestralidad, bien en absoluto, bien porque, por existir franquicia, no haya habido que pagar nada aun cuando lo hayan tenido.

b) Las en que la indemnización ha sido la del máximo garantizado por asegurador.

B) Indemnizaciones pagadas:

a) Nula, por no haberla habido, o por estar comprendidos los daños en la franquicia, si la hay.

b) El máximo satisfecho, ya porque exista garantía máxima o porque, aun siendo ilimitada la responsabilidad del asegurador, la realidad es que, por grande que pueda resultar la indemnización, nunca será realmente infinita, sino siempre finita, como ya hemos indicado en el parágrafo 2.3.1, B), c).

2.5.1. *La Probabilidad.*—Ateniéndonos al concepto clásico de la probabilidad, si la unidad siniestral es el siniestro mismo, la probabilidad de un siniestro de cuantía  $x$  sabemos que será, en nuestros casos y notación anteriormente empleada:

$$\rho_k(x) = \frac{n_{k,x}}{N_k}$$

y si la unidad es la póliza:

$$\psi_k(x) = \frac{m_{k,x}}{N_k}$$

Pero como ya hemos anunciado en las últimas líneas del parágrafo 2.4.2, el segundo criterio ofrece la ventaja de que como la suma de todas las  $m$ , para todos los valores de  $x$  desde 0 a  $G$  es  $N_k$ , será:

$$\sum_{x=0}^G \psi_k(x) = 1$$

y la probabilidad de una cuantía siniestral por póliza, no superior a  $G$ , será:

$$\sum_{x=0}^G \psi_k(x) = 1 - \frac{m_{k,0}}{N_k}$$

2.5.2. Pero, como ya hemos anticipado en 2.4.3, la dificultad que existe para calcular directamente estas probabilidades de la forma  $\psi_x(k)$ , para obviarla, podemos acudir al artificio expuesto en ese mismo párrafo acabado de citar y, sobre la base de la sucesión acumulativa, servirnos de la probabilidad

$$\frac{M_{k, x}}{N_k} = \Psi_k(x)$$

que es la de un siniestro hasta de cuantía anual  $x$  en total por póliza. Esto nos permitirá asignar a  $\Psi_k(x)$  o a  $\psi_k(x)$  una expresión analítica con suficiente número de parámetros, para permitirnos conocer los valores numéricos de ambas probabilidades dando valores a  $x$ . El valor de cada uno de estos parámetros se podrá calcular de forma que pueda interpretar lo más aproximadamente posible cada una de las causas integrantes de la complejidad del riesgo.

2.5.2. La traza de la curva es de naturaleza decreciente y sigue una trayectoria que recuerda a la rama positiva de la hipérbola. Por ello, nosotros, en un trabajo anterior relacionado con el caso expuesto en 2.4.4, publicado en el suplemento doctrinal del *Boletín Oficial de Seguros* (del Ministerio de Hacienda), "Riesgo y Seguro" (III Trimestre de 1964) y reproducido en el número 5 de la segunda época de los *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, correspondiente al año 1965, bajo el título "Aplicación de la ecuación de la hipérbola a la determinación abreviada del coste y tarificación del seguro de responsabilidad civil de vehículos de motor", desarrollamos el tema sobre tal idea, pero nos deparó un proceso de cálculo tan laborioso, en el que resultaron expresiones complejas que, para salvarlas, nos indujeron a formular artificios que nosotros mismos tenemos por peligrosos, matemáticamente hablando, que nos ha hecho pensar en resolver el problema como más adelante se verá que lo hacemos.

En su consecuencia, teniendo en cuenta que la expresión  $e^{-at}$  es un factor de extinción en todos aquellos fenómenos en los que la rapidez del decrecimiento es proporcional en cada momento a la magnitud de lo que se extingue, en ese mismo momento, es decir, que  $\frac{dx}{dy}$  es proporcional en cada momento al valor de  $y$  en ese mismo

momento, y que esto encaja con la teoría de las leyes de ajuste de Quiquet, que para nosotros desborda con toda posible generalidad al caso concreto de la vida humana, para el que él la concibió, y desarrolló, no hemos tenido inconveniente en aceptarlo así.

2.5.3. Por consiguiente, refiriéndonos al caso planteado en 2.4.3, podemos tomar como función interpretativa del fenómeno la de

$$\psi_k(x) = e^{-a-bx-cx^2-dx^3-\dots}$$

teóricamente con todos los parámetros que se quiera, porque los puntos, aunque limitado el intervalo entre 0 y G, son infinitos.

Según ésto, la función de la curva acumulativa será la integral de la anterior, pero de una complejidad de expresión que nos la hará prácticamente inoperante.

Podríamos proceder de manera inversa, o sea estableciendo inicialmente una función como la que hemos asignado a la sucesión de los puntos singulares de la función fundamental, y luego derivar, basándonos en que  $e^{+at}$  es la expresión de acumulación, contraria a su homóloga antes citada (véanse, sino, las expresiones de valores actual y final en el "interés continuo"), pero se nos volvería a plantear una análoga dificultad y todavía de más trascendencia operatoria por lo que concierne al cálculo de las primas.

Para obviar todas estas dificultades, nos fijamos en que la traza de la curva de la sucesión o curva acumulativa adoptada de una parábola convexa, por lo que podemos interpretarla por medio de la siguiente función:

$$\psi_k(x) = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + \dots$$

con lo que su derivada o función principal para nuestro caso, será:

$$\psi_k(x) = B + 2Cx + 3Dx^2 + \dots$$

por lo que el espíritu de practicidad en sus realizaciones que debe tener siempre presente el actuario, nos aconseja adoptar este criterio.

En definitiva, lo que habremos hecho al adoptar este criterio, en lugar del exponencial, es haber sustituido a éste por un polinomio entero en  $x$  cuyos coeficientes son asimismo funciones de  $x$ , cuyas formas peculiares podríamos tratar de analizar, pero sería laboriosísimo y sin ningún interés práctico, puesto que sus valores numéricos cumplirán con la condición necesaria al ser determinados por

cálculo como parámetros que cumplirán la condición requerida por esos coeficientes funciones a su vez, de la misma variable. Lo único que sucederá es que la función  $A+Bx+Cx^2+Dx^3+\dots$  deberá tener algún término más que  $e^{-a-bx-cx^2-dx^3-\dots}$  que ya los tendrá limitados por el número de términos de la sucesión empírica a interpretar. Pero como éstos, teóricamente, serán infinitos y, por ello, no se van a utilizar más que unos pocos, hará más posible la sustitución.

2,5,4. En cuanto el caso en que haya que operar nada más que sobre las pólizas por las que no se ha pagado siniestralidad (porque no la haya habido o porque haya quedado comprendida dentro de la franquicia que pueda haber) y sobre las que hayan tenido siniestralidad máxima, merece tratamiento distinto aunque dentro de la misma línea.

Como son dos pares de valores, no podemos contar más que con dos parámetros, por lo que la función interpretativa de la probabilidad podrá ser indudablemente,

$$\varphi_k(x) = e^{-a-bx}$$

en la que habrá que determinar los valores de  $a$  y  $b$  al amparo del sistema:

$$\varphi_k(0) = \frac{m_{k,0}}{N_k} = e^{-a}$$

$$\varphi_k(G) = \frac{m_{k,G}}{N_k} = e^{-a-bG}$$

para los que proporciona los siguientes valores:

$$a = -\log_e \varphi_k(0)$$

$$b = \frac{\log_e \varphi_k(0) - \log_e \varphi_k(G)}{G}$$

2,5,5. El conocimiento de los valores de los parámetros nos permite calcular la probabilidad de un siniestro comprendido entre 0 y  $G$ , que es

$$\varphi_k(x) \cdot dx = \frac{e^{-a-b} - e^{-a-bG}}{b}$$

donde  $e^{-a-b} = \varphi_k(1)$  y

$$\frac{e^{-a-b} - e^{-a-bG}}{b} = 1 - \frac{m_{k,0}}{N_k} = 1 - \varphi_k(0)$$



## III. EL TIPO DE PRIMA

3.1. Hemos llegado al punto en el que se conjuga todo lo dicho en cuanto precede, incluso en cuanto se refiere a lo que hemos declarado al principio de este trabajo sobre nuestra ortodoxia y clasicismo, respetando las normas clásicas para toda clase de seguros: la probabilidad y la amplitud económica combinadas por medio de la idea del *valor probable*. La mayor dificultad radicaba en la interpretación analítico-matemática de la probabilidad, cosa que creemos haber dejado plenamente aclarada. Aquí vamos a limitarnos a la interpretación del valor probable para todas estas cuestiones pero sólo en cuanto a la idea generatriz de todo ello, o sea el punto A) del párrafo 2,3,2, pues el resto de los casos allí citados no dan lugar a más que una expresión interpretativa de ese primer caso que es el generador de todos ellos.

3.2. Pero antes de seguir, vamos a abordar algo a lo que ya nos hemos referido en 2,3,3, y es que, en lugar de operar con los importes absolutos de las cifras siniestrosales, lo que nos complicaría la operatoria, podemos servirnos de las expresiones relativas, o sea que, en lugar de manejar la cuantía  $x$  del siniestro y considerar la probabilidad como una función de ella, servirnos de la cifra relativa  $\frac{x}{G} = y$

con lo que la función de probabilidad se nos transformará en  $\Psi(y)$ , y se nos produce lo indicado en el último punto del párrafo que acabamos de recordar, simplificándonos la operatoria permitiéndonos sumar por cálculo integral lo que de otro modo sería imposible sumar, dado que el valor probable tomará la forma de

$$y \cdot \psi(y)$$

3.3. Para el caso de que podamos contar con una estadística como a la que nos hemos referido en 2,4,2, b) y 2,4,3, conforme a la conclusión a que hemos llegado en 2,5,3, la expresión de la prima será:

$$\begin{aligned} P_{y, G_y} &= \int_1^f y_k \cdot \psi(y_k) \cdot dy_k \\ &= \frac{b_y}{2} (1 - f^2) + \frac{c_y}{3} (1 - f^3) + \frac{h_y}{4} (1 - f^4) + \dots \end{aligned}$$

donde son :

$$b = \frac{b_y}{N_y}; \quad c = \frac{c_y}{N_y}, \quad h = \frac{h_y}{N_y}, \quad \dots$$

y f, la franquicia, si la hay. porque si no será nula.

3.4. En el caso considerado en los párrafos 2,4,4 y 2,5,4, la expresión de la prima anual con un solo máximo de garantía y sin franquicia, será:

$$\begin{aligned} \int_0^G y_k \cdot \varphi(y_k) \cdot dy_k &= \int_0^G y_k \cdot e^{-a-by} \cdot dy_k = \\ &= G \cdot e^{-a-bG} + \frac{e^{-a-bG}}{b} - \frac{e^{-a}}{b} = \\ &= G \cdot \varphi_k(G) - \frac{\varphi_k(0)}{b} \left[ 1 - \frac{\varphi_k(G)}{\varphi_k(0)} \right] \end{aligned}$$

3.5. *Bonificaciones (bonos) por no siniestralidad.*—Tratamos aquí esta cuestión porque es indudable que estos bonos implican un recargo de las primas, pues no se puede conceder derecho a ellos como si fuese participación de los asegurados en los beneficios del asegurador, aun habiendo asegurados que no hayan sufrido siniestro, pues los siniestros de aquellos otros que los hayan sufrido, por ellos mismos pueden proporcionar pérdida al asegurador, y, entonces, los que no los hayan sufrido quedarían defraudados; y, por otra parte, si se concedieren aun en ausencia de beneficios, harían la pérdida mucho mayor; y si se concediesen como aumento de la siniestralidad, repercutiría en las primas como un recargo por tal concepto. Por éso, es preferible recargar explícitamente las primas para tal fin.

Para ello, establezcamos la expresión del valor de las obligaciones futuras del asegurador por la promesa garantizada de tales bonos. Y a tal fin, representamos por  $q_k$  la probabilidad anual simple de que un vehículo de la clase k (establecida por nosotros conforme antes hemos dicho) no tenga siniestro en su primer año de seguro, que para nuestros efectos es la de que no tenga siniestro en el año, que

es la que hemos dejado establecida al final del párrafo 2,5,2. Respecto a ésto, es cuestión a determinar arbitrariamente lo que hay que entender por no haber habido siniestro, si el no haberlo habido en términos absolutos, el no haberlo tenido ni aun dentro del límite de la franquicia, si la hay, o el no haberlo declarado aun cuando haya existido.

Para el segundo año, en primer lugar, es necesario que ese vehículo continúe asegurado, cuya probabilidad la representaremos por  $p_k$  (que la determinaremos —ésta y sus correlativas— como si se construyese una tabla de sobrevivencia); pero es indispensable que no haya tenido siniestro en el año anterior, por lo que nos encontramos ante la probabilidad  $p_k \cdot q_k$ , y que en este segundo año tampoco tenga siniestro. La probabilidad de la concurrencia de todas estas circunstancias es:  $p_k \cdot q_k^2$

Y así iremos obteniendo las probabilidades correspondientes a los años sucesivos, cuyas expresiones respectivas, según lo dicho, serán:  $p_k \cdot q_k^3$ ,  $p_k \cdot q_k^4$ , y así sucesivamente.

Si el asegurado tuviese la fortuna de no incurrir en siniestro, el valor actual de las obligaciones del asegurador en el origen del seguro, habida cuenta de la rentabilidad y representando por  $b$  el importe del primer bono, en porcentaje sobre la prima comercial,  $P''_{k, G}$ , y por  $r$  la razón de la progresión aritmética con arreglo a la cual crecen los importes de los porcentajes de los bonos, adoptará la siguiente expresión:

$$P''_{k, Gk} \cdot [b v^{1/2} \cdot q_k + (b + r) \cdot v^{1+1/2} \cdot p_k \cdot q_k + (b + 2r) \cdot v^{2+1/2} \cdot {}^2p_k \cdot q_k + (b + 3r) \cdot v^{3+1/2} \cdot {}^3p_k \cdot q_k + \dots]$$

Pero si el asegurado sufre un siniestro, cesa en el ritmo previsto y en el derecho a la continuación del percibo de los bonos conforme al plan anterior, volviendo a empezar el cómputo como si se encontrase en el año anterior. Por tanto, habrá que considerar lo que sucederá si el siniestro acaece el primer año, el segundo, el tercero, etc.

Si el siniestro tiene lugar el primer año, los derechos del asegurado recogidos en la expresión anterior han caducado, por lo que hay que replantear la cuestión partiendo de que en el primer año hubo siniestro, que el seguro subsista y se presuponga que no habrá si-

niestro en los sucesivos años, la expresión de lo cual será la anterior multiplicada por  $v \cdot p_k(1 - q_k)$ .

Si el siniestro se produce en este segundo año, vuelta a empezar, contando con la probabilidad siguiente a  $(1 - q_k)$ , o sea  $(1 - {}_2q_k)$  y multiplicando por  $v^2 y^2 {}_2p_k = p_k^2$ .

Sumando las expresiones a que acabamos de referirnos y reduciendo términos, se llega a la fórmula de relativa cómoda aplicación, siguiente:

$$P_{k, Gk}'' = \left[ b \cdot v^+ \cdot q_k \sum_{t=0} v^t \cdot p_k + r \sum_{h=1} q_k \sum_{t=h} v^t \cdot p_k^t \right]$$

La parte con la que habrá que recargar cada prima será la que resulte de dividir la última expresión por

$$\sum_{t=0} v^t \cdot p_k^t.$$

Por último, el número de términos en esta clase de seguro, será el que resulte para  $n$ , de  $1 - nq = 0$ .