

ACTUARIOS

DOSSIER

NOVEDADES EN MEDICION ACTUARIAL DE LA MORTALIDAD

AGUSTIN SANS Y DE LLANOS

Actuario. Director de Estudios Técnicos de AGF SEGUROS,S.A.

Madrid, JUNIO 1990



SEGUROS



AGUSTIN SANS Y DE LLANOS

CURRICULUM-VITAE

- Profesor mercantil
- Actuario de seguros
- Autor del ajuste biométrico actuarial de las Tablas de Mortalidad Españolas PEM 70 y PEF 70
- Autor del libro "Cálculo actuarial aplicado". Madrid 1979
- Director de Estudios Técnicos de AGF SEGUROS
- Medalla con ramas de plata al mérito en el Seguro
- Ha sido representante de la Agrupación Vida de UNESPA en el grupo de trabajo Vida del Comité Europeo de Seguros y miembro de la ponencia técnica de la Agrupación de Automóviles de UNESPA

NOVEDADES EN MEDICION ACTUARIAL DE LA MORTALIDAD

INDICE

I. PRESENTACION DE LAS TABLAS DE MORTALIDAD ESPAÑOLAS

(Ajustadas con criterio biométrico actuarial):
P.E.M. 80 y P.E.F. 80 (completas)


II. PRESENTACION DE LAS TABLAS DE MORTALIDAD ESPAÑOLAS

P.E.M. 85 / 86 y P.E.F. 85 / 86 (avance)

III. REVISTA DE TABLAS EXTRANJERAS DE SOBREVIVENCIA BASADAS EN EXPERIENCIA; Y APLICABLES AL CALCULO DE RENTAS Y PLANES DE PENSIONES

IV. MORTALIDAD DE INVALIDOS

V. FINAL

 Las siguientes páginas contienen el texto íntegro de la conferencia pronunciada por Agustín Sans, en el Salón de Actos de la Dirección General de Seguros, el pasado día 12 de junio. Dicha conferencia fue organizada por el CAI con la colaboración de AGF SEGUROS

I. PRESENTACION DE LAS TABLAS DE MORTALIDAD PEM/PEF 80

1. En el «*Diario Intimo*» de don Miguel de UNAMUNO se lee:

«Pocos piensan en la Tabla de Mortalidad y en la vida probable que les queda.»

Los otros puede ser que hagan bien en no pensar en ello, aunque de nada sirve, ya que, según Theodor FONTANE:

«Vivir significa enterrar esperanza.»

Quizá, yo figuro entre aquellos «pocos», pero no por una tendencia hacia la necrofilia que hubiera soterrada en mí, sino porque —siendo becario de la Real Academia de Ciencias, a la par que cursaba los estudios de Actuariedad—, quedé fascinado con los capítulos introductorios a las TABLAS DE MORTALIDAD DE LA POBLACION ESPAÑOLA, 1930, redactados magistralmente por el Actuario ROS JIMENO.

Ahora bien; yo no estoy aquí para hablar de literatura, sino para hacer precisión. Y a ello voy inmediatamente.

2. Previo a todo es recordar que la «materia prima» del trabajo objeto de la presentación de las Tablas PEM/PEF 80 lo constituye el Censo de la Población Española realizado en 1981. Dicho Censo debió hacerse en 1980 (es decir, en año terminado en 0), pero el INE, por acuerdo de los organismos internacionales competentes, se vio obligado a demorarlo a 1981, como en todos los países ocurrió.

Para establecer la base de la Tabla de Mortalidad, es necesario contar, además del Censo, con las defunciones del año censal y del posterior.

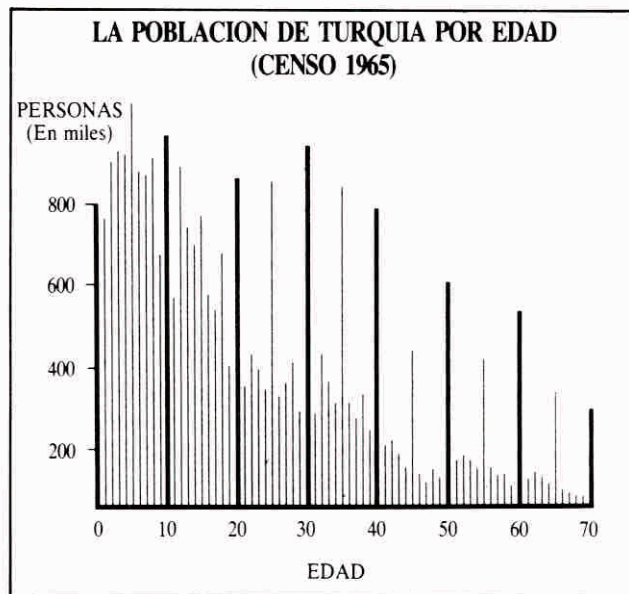
El INE publicó oficialmente la TABLA DE MORTALIDAD DE LA POBLACION ESPAÑOLA 1980-1981 en abril de 1988, si bien en su ANUARIO DE 1986, dentro del capítulo de Demografía, ya incluyó resultados provisionales para algunas edades.

3. Pero ocurre que, tanto los stocks de la población española obtenidos a partir del Censo, como los datos sobre defunciones provenientes del Movimiento Natural de la Población, adolecen de defectos en la declaración de las edades. Estos defectos son especialmente acusados en las edades terminadas en 0 y en 5, edades que aparecen aumentadas en detrimento de las más próximas.

Y es evidente que la utilización de las cifras anteriores, sin corregir, conduciría a un dislocamiento considerable de las tasas de mortalidad, de forma que éstas se verían seriamente empequeñecidas en las edades múltiplo de 5, y agrandadas, por tanto, en las demás.

En el gráfico n.º 1 se presenta, en diagrama de picas, la antiguamente denominada «*huella bruta*» de un Censo, apreciándose la elevada ordenada en los años terminados en 0 y en 5.

GRAFICO 1



Ante estos hechos, el demógrafo tiene que proceder a una «suavización» de los datos originales.

El INE, como ya hizo en las TABLAS 1960 y 1970 (publicadas conjuntamente en septiembre de 1977), ha utilizado para las de 1980 el «método de las diferencias variantes», un moderno sistema de suavizado.

Lo que sucede es que este método le basta al demógrafo, pero no al actuario, ya que éste utiliza la tabla de mortalidad para fundamentar el cálculo de las tarifas de primas de seguros, rentas y pensiones, y los congruos valores de provisiones matemáticas.

El actuario, para ello, precisa realizar un «ajuste con criterio biométrico-actuarial» de la tabla elaborada por el demógrafo.

4. Es obligada la doble pregunta:

¿Qué es un ajuste con criterio biométrico-actuarial?

¿Cuáles son sus ventajas prácticas?

Un ajuste de tal naturaleza es el que se consigue aplicando a los datos observados una fórmula matemática explicativa del fenómeno de la mortalidad, y a la que los actuarios ingleses denominaron «ley de mortalidad» en los albores del siglo XIX.

Esta expresión se justificaba, entonces, como un reflejo de la Física considerada como la ciencia de la medida, con el fin de establecer relaciones cuantitativas entre las magnitudes para llegar a formular «leyes» que expliquen los fenómenos observados.

No obstante, aunque se sigue utilizando la expresión «ley de mortalidad», en la literatura actuarial más avanzada el concepto es cuestionado.

Remontémonos a los orígenes.

5. En una célebre comunicación hecha en 1825 a la ROYAL SOCIETY OF LONDON FOR IMPROVING NATURAL KNOWLEDGE (fundada en 1662), Benjamin GOMPERTZ sugería que la muerte es la consecuencia de dos causas coexistentes: una, el azar, y la otra, una resistencia cada vez más débil a la muerte conforme aumenta la edad.

Esta hipótesis exige que la fuerza de mortalidad tenga la formulación siguiente:

$$\mu_x = a + b.c^x \quad (1)$$

Sabiendo que la fuerza de mortalidad y la ley de supervivencia están ligadas por la relación:

$$\mu_x = \frac{-d \log_e l_x}{dx} \quad (2)$$

se obtiene la ley de supervivencia definida por:

$$l_x = k.s^x.g^{c^x} \quad (3)$$

que sólo depende de tres parámetros.

Pero, increíblemente, GOMPERTZ no formuló la fuerza de mortalidad con arreglo a su acertada hipótesis, sino omitiendo el parámetro **a**. Es decir:

$$\mu_x = b.c^x \quad (4)$$

Fue William MAKEHAM quien, en 1860, rectificó tal omisión, y ajustó con notorio éxito diversas tablas de mortalidad, con lo que, en Biometría Actuarial, ha pasado como autor de las conocidas fórmulas (1) y (3): en la actualidad, denominadas «modelo» de MAKEHAM.

El significado de esta fórmula es que la fuerza de mortalidad se descompone en un elemento positivo independiente de la edad, y que está en relación con la mortalidad por causas accidentales (modernamente se habla de causas exógenas a fin de recoger como accidente, no sólo éste en sentido estricto, sino también epidemias, intoxicaciones, infecciones); más un elemento creciendo exponencialmente, que mide los fallecimientos derivados del envejecimiento (fallecimientos endógenos).

¿Cuáles son sus ventajas? Básicamente son dos.

La primera de ellas es la de constituir un procedimiento de ajuste aplicable a las observaciones brutas de las tasas anuales de mortalidad.

La segunda reside en la propiedad de la edad media y la denominada ley del «envejecimiento uniforme» (uniform seniority) para un grupo de cabezas que se disuelve al primer fallecimiento. Si la ley de supervivencia de todas las cabezas que integran el grupo es una ley de MAKEHAM, se pueden reemplazar en todos los cálculos las edades de cada cabeza por una sola edad media, evaluable a partir de la constante **c** de la fórmula.

En particular, esta propiedad permite establecer baremos para el cálculo de seguros y rentas con una sola entrada por edad.

Interesa citar al eminente actuario británico Bernard BENJAMIN, que es una autoridad en materia de mortalidad. Así, su obra titulada THE ANALYSIS OF MORTALITY AND OTHER ACTUARIAL STATISTICS (1970) dice en la página 280 lo siguiente:

«No hay que perder de vista que las ventajas derivadas de la aplicación de la fórmula de MAKEHAM son tan grandes que los tests estadísticos de adherencia a los datos ajustados no deben aplicarse con demasiado rigor, y que, por ello, desviaciones mayores que las que normalmente pueden admitirse, quedan contrapesadas por las ventajas prácticas de la fórmula.»

6. Pero si la fórmula de MAKEHAM fue considerada por los actuarios durante casi un siglo como sacrosanta por su excelente representatividad biométrica, al transcurrir del tiempo, la práctica demostró que el ajuste de la misma —que nunca fue bueno para las edades jóvenes—, era válido sólo desde edades cada vez más avanzadas.

He aquí algunos ejemplos de tablas utilizadas, en España, en diferentes etapas:

Tablas francesas de experiencia:

Tabla AF 1895	Desde x = 25
Tabla RF 1895	Desde x = 25

Tablas francesas de población:

Tabla PM 46/49	Desde x = 21
Tabla PF 46/49	Desde x = 21
Tabla PM 60/64	Desde x = 30
Tabla PF 60/64	Desde x = 30

Tablas españolas de población:

Tabla PEM 70	Desde x = 36
Tabla PEF 70	Desde x = 37

Ya a finales del siglo pasado diversos actuarios ensayaron otras fórmulas con mayor número de parámetros para solventar el problema.

Baste citar la teoría de Albert QUIQUET, de cuya ecuación general se derivan todas las fórmulas «makehamianas».

Y como aplicaciones prácticas de ajuste con fórmulas con más de tres parámetros, cito las siguientes:

Tabla inglesa de población ELT 1970, con 7 parámetros.

Tabla australiana de población 1960-62, con 8 parámetros.

Ambas tablas se ajustan bien desde la edad $x = 0$ hasta la edad $x = w$.

Pero como dice el actuario BENJAMIN, se trata de ajustes «super elegantes» y cuyos esfuerzos de ajuste no compensan, en la práctica.

Así lo afirma en su obra citada (página 290).

7. Así, pues, cuando ajusté en 1977 las **PEM/PEF 70**, —tras múltiples ensayos—, hube de aplicar la fórmula de **MAKEHAM** desde las edades **36** y **37**, respectivamente.

Por ello, cuando procedí, años después, al ajuste de las **PEM/PEF 75-76**, probé la fórmula de **Wilfred PERKS**, también actuuario británico, que la dio a conocer en 1932.

Hube de rechazar el resultado dada la escasa calidad del ajuste resultante.

En cambio, en las tablas **PEM/PEF 70 CR** (o sea, para caso de rentas), dicha fórmula funcionó bien, quizá porque con el ajuste de tales tablas no buscaba una representación de la «mortalidad subyacente» en el censo del año 1970, sino una proyección de sus tasas de mortalidad, considerada ésta como un proceso estocástico.

Estas tablas fueron autorizadas al Instituto de Actuarios Españoles por la Dirección General de Seguros, por oficio de 12-6-1984; pero nunca fueron publicadas.

En estas condiciones, cuando me hice con las tablas de la población española de 1980-81, y antes de intentar su ajuste biométrico-actuarial, me planteé la posibilidad de aplicar el modelo de **MAKEHAM**, a fin de operar con sus tres parámetros y no perder sus ventajas.

Y ya estaba claramente convencido de que dicho modelo habría que ajustarlo apartándome de la norma según la cual hay que hacerlo de tal manera que el valor de sus tres parámetros tenga el mismo valor para todas las edades en las que es válida o representativa.

Representativa. Esta es la palabra clave. Porque modernamente ya no se habla de «leyes» que representen o expliquen el fenómeno de la mortalidad, sino de curvas que describan la tasa de mortalidad.

8. Por ello, pensé en ajustar la fórmula por tramos de edades. No pocos ensayos demostraron ser muy aptos los siguientes, y ello para ambos sexos:

Grupos de edad: extremos de cada intervalo

Inferior	Superior
20	64
35	79
50	94

Está claro que se trata de tramos solapados y de igual amplitud. La función de ajuste elegida fue la siguiente:

$$\log_e p_x = \log_e s + (c-1) \cdot \log_e g \cdot c^x \quad (5)$$

Obtenidos los valores ajustados de la probabilidad de vida p_x es inmediato obtener los de la probabilidad de muerte q_x ya que son complementarias.

Una vez obtenidos los valores ajustados de la probabilidad de muerte q_x , se pasó a determinar el de las funciones biométricas siguientes:

l_x = Número de cabezas vivas que han alcanzado la edad x procedentes de un grupo inicial de igual edad.

$d_x = l_x - l_{x+1}$ = Número de cabezas de edad x que mueren sin alcanzar la edad $x+1$.

$$e_x = \frac{1}{2} + \sum_{t=1}^{w-x} \frac{l_{x+t}}{l_x} = \text{Esperanza completa de vida.}$$

μ_x = Fuerza de mortalidad.

Finalmente, la bondad del ajuste realizado se midió por aplicación de la chi-cuadrado de **PEARSON** y se reveló como excelente.

Por los adjuntos gráficos números **2, 3 y 4** de la función l_x , o sea, supervivientes a cada edad x , puede apreciarse, —tanto para hombres como para mujeres— la forma de la curva.

Esta, hablando en términos estadísticos, es un «resultado» del proceso estocástico de eliminación por muerte a partir del grupo inicial l_0 de cabezas a la edad $x = 0$.

GRAFICO 2

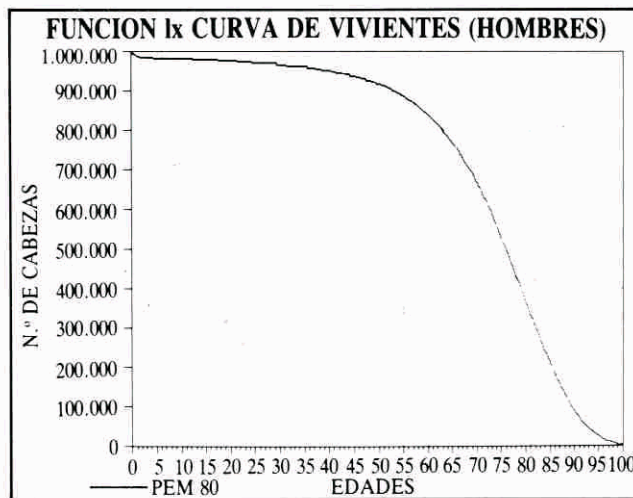


GRAFICO 3

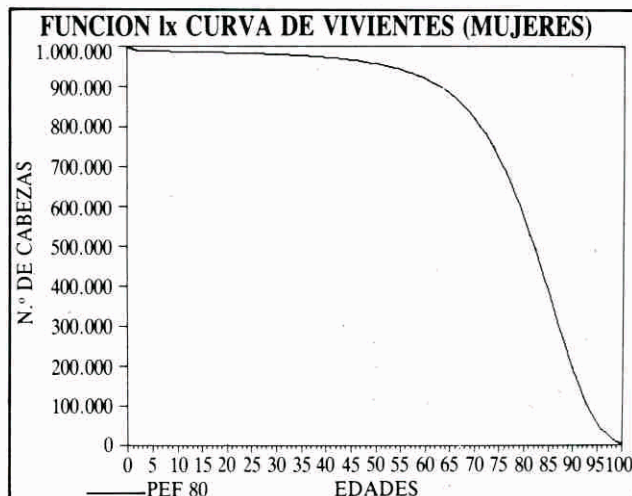
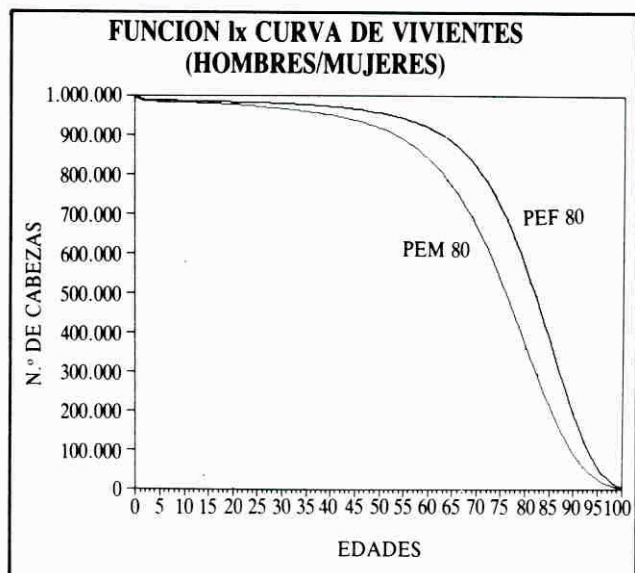


GRAFICO 4



9. Pasemos a números.

Y con ellos calibremos, en primer término, la aptitud de las nuevas tablas **PE 80** (M y F) para el cálculo de capitales diferidos y pensiones de jubilación. El cálculo de rentas vitalicias se aborda después.

En 1979 el **INSTITUT OF ACTUARIES** y la **FACULTY OF ACTUARIES** publicaron las **PA (90) TABLES FOR PENSIONERS** en base a la experiencia en materia de planes de pensiones, durante el período **1967-70**, proporcionada por **26** entidades británicas especializadas en Fondos de Pensiones de Jubilación.

El **JOINT MORTALITY INVESTIGATION COMMITTEE**, que depende de los citados **INSTITUTO** y **FACULTAD**, con aquella información estadística procedió a su tratamiento actuarial a fin de proyectarla para su uso en el cálculo de pensiones **a causar hasta 1990, y son utilizables después hasta el año 2000**; rebajando la edad en medio año.

Además, el citado Comité contempló en sus cálculos prospectivos la **cantidad (amount) de pensión contratada**, por considerar este factor como muy significativo, pues se observaba que a mayor pensión, menor mortalidad.

Así, las tablas en cuestión responden a las siglas **PA (90)** y sus autores dejaron bien claro que sólo son aptas para calcular pensiones de jubilación (no, pues, de viudedad de activos).

Pues bien; si se comparan las tablas **PA (90)** de hombres y mujeres con las **PE 80** también de ambos sexos —sin olvidar que las primeras son de experiencia y las segundas de población—, y utilizando para tal comparación la función biométrica «esperanza completa de vida», se observa que:

Hombres: El valor de dicha función es prácticamente igual en ambas tablas.

Mujeres: Tan sólo a partir de la edad **65** es ligeramente superior en la **PA (90)**.

Los valores de la esperanza de vida para edades terminadas en **0** y **5**, se comparan en el **CUADRO n.º 1** y para hombres, en el **GRAFICO n.º 5**.

CUADRO 1

TABLAS PE 80 Y PA (90). COMPARACION DE LA FUNCION $\overset{\circ}{e}_x$ (MUJERES)

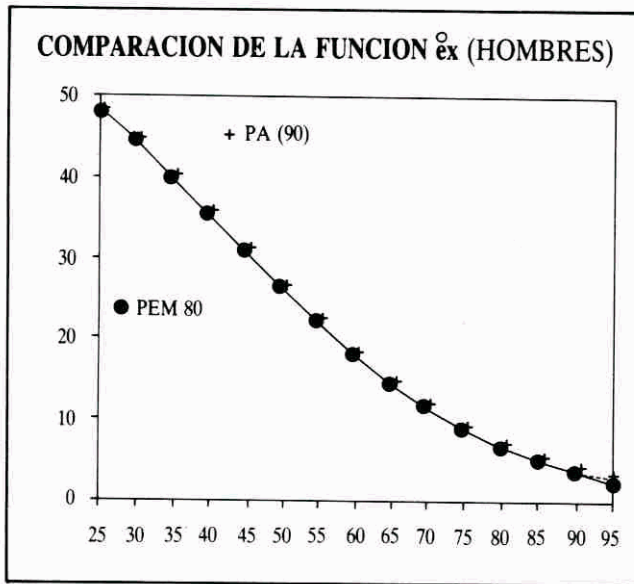
x	(1) PEF 80	(2) PA (90)	(3) (1) - (2) (Años)	(4) 100[(1)/(2)-1] (%)
25	55,2	55,7	-0,5	-0,90
30	50,3	50,8	-0,5	-0,98
35	45,4	45,8	-0,4	-0,87
40	40,6	41,0	-0,4	-0,98
45	35,9	36,2	-0,3	-0,83
50	31,2	31,5	-0,3	-0,95
55	26,6	26,9	-0,3	-1,12
60	22,2	22,5	-0,3	-1,33
65	18,1	18,4	-0,3	-1,63
70	14,2	14,6	-0,4	-2,74
75	10,8	11,3	-0,5	-4,42
80	8,0	8,4	-0,4	-4,76
85	5,6	6,1	-0,5	-8,20
90	3,8	3,7	0,1	2,70
95	2,3	2,7	-0,4	-14,81

CUADRO 1

TABLAS PE 80 Y PA (90). COMPARACION DE LA FUNCION $\overset{\circ}{e}_x$ (HOMBRES)

x	(1) PEM 80	(2) PA (90)	(3) (1) - (2) (Años)	(4) 100[(1)/(2)-1] (%)
25	48,5	49,9	-1,4	-2,81
30	44,7	45,1	-0,4	-0,89
35	40,0	40,2	-0,2	-0,50
40	35,4	35,4	0	0,00
45	30,8	30,6	0,2	0,65
50	26,4	26,0	0,4	1,54
55	22,2	21,8	0,4	1,83
60	18,3	18,0	0,3	1,67
65	14,7	14,6	0,1	0,68
70	11,6	11,5	0,1	0,87
75	9,0	8,9	0,1	1,12
80	6,8	6,8	0	0,00
85	5,0	5,0	0	0,00
90	3,6	3,7	-0,1	-2,70
95	2,3	2,7	-0,4	-14,81

GRAFICO 5



No parece dudoso que ambas tablas son equiparables, y, por vía de consecuencia, que las **PEM/PEF 80** son válidas para el cálculo de planes de pensiones de jubilación.

Pero ello teniendo presente que no son tablas proyectivas, o sea, que no recogen la evolución futura de la mortalidad. 10. Vayamos al capítulo imprescindible de las comparaciones.

Estas se han realizado en base a dos indicadores, a saber:

- a) La tasa de mortalidad q_x .
- b) La esperanza completa de vida \ddot{e}_x .

y, siempre que ha sido posible, separando hombres y mujeres.

Comparación n.º 1

Es la realizada entre las nuevas tablas **PE 80** y las anteriores **PE 70**.

Distinguiendo, como se ha dicho, por sexos, se recogen en los **CUADROS n.º 2** (mujeres) y **n.º 3** (hombres), siendo elocuentes las diferencias observadas para esperanza de vida y tasa de mortalidad, los cuales se presentan en los gráficos números **6, 6bis** y **7, 7bis**, respectivamente.

GRAFICO 6

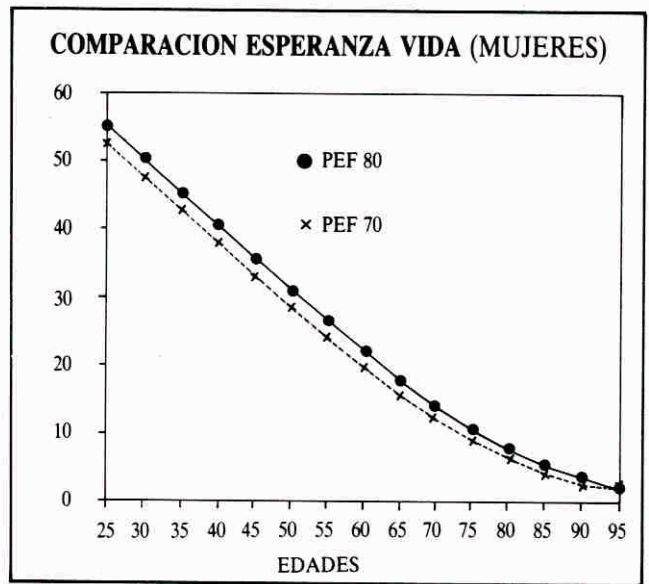
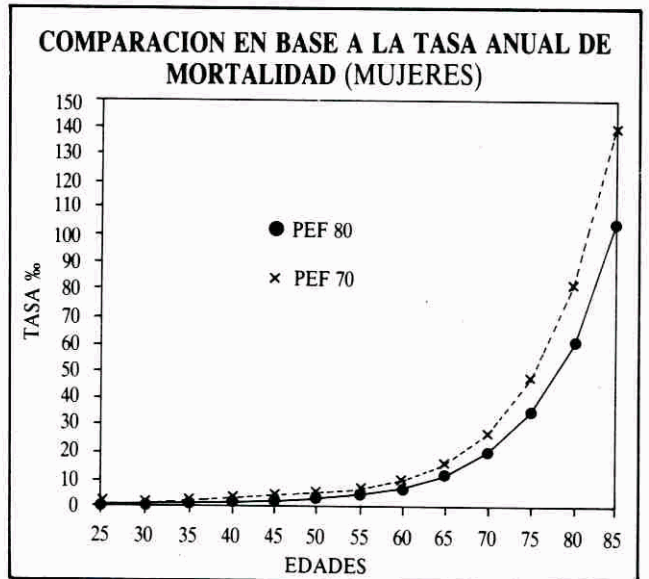


GRAFICO 6-BIS



CUADRO 2

COMPARACION ENTRE LAS TABLAS DE MORTALIDAD ESPAÑOLA AÑOS 1970 Y 1980 AJUSTADAS POR MKH (MUJERES)

1. COMPARACION EN BASE A LA ESPERANZA DE VIDA

x	(1) PEF 80	(2) PEF (70)	(1) - (2)	100[(1)/(2)-1] (%)
25	55,16	52,34	2,82	5,39
30	50,30	47,52	2,78	5,85
35	45,43	42,73	2,70	6,32
40	40,62	37,99	2,63	6,92
45	35,88	33,31	2,57	7,72
50	31,22	28,71	2,51	8,74
55	26,65	24,26	2,39	9,85
60	22,25	20,00	2,25	11,25
65	18,08	16,00	2,08	13,00
70	14,24	12,38	1,86	15,02
75	10,83	9,20	1,63	17,72
80	7,99	6,56	1,43	21,80
85	5,62	4,47	1,15	25,73
90	3,77	2,91	0,86	29,55
95	2,28	1,84	0,44	23,91

CUADRO 3

COMPARACION ENTRE LAS TABLAS DE MORTALIDAD ESPAÑOLA AÑOS 1970 Y 1980 AJUSTADAS POR MKH (HOMBRES)

1. COMPARACION EN BASE A LA ESPERANZA DE VIDA

x	(1) PEM 80	(2) PEM (70)	(1) - (2)	100[(1)/(2)-1] (%)
25	48,49	47,40	1,09	2,30
30	44,71	42,71	2,00	4,68
35	40,01	38,04	1,97	5,18
40	35,36	33,44	1,92	5,74
45	30,81	28,96	1,85	6,39
50	26,40	24,67	1,73	7,01
55	22,22	20,60	1,62	7,86
60	18,31	16,83	1,48	8,79
65	14,74	13,38	1,36	10,16
70	11,55	10,40	1,15	11,06
75	9,00	7,83	1,17	14,94
80	6,83	5,72	1,11	19,41
85	5,03	4,06	0,97	23,89
90	3,58	2,81	0,77	27,40
95	2,28	1,91	0,37	19,37

CUADRO 2

COMPARACION ENTRE LAS TABLAS DE MORTALIDAD ESPAÑOLA AÑOS 1970 Y 1980 AJUSTADAS POR MKH (MUJERES)

2. COMPARACION EN BASE A LA TASA ANUAL DE MORTALIDAD

x	(1) PEF 80 (‰)	(2) PEF (70) (‰)	100[(1)/(2)-1] (%)
25	0,410	0,624	-34,29
30	0,549	0,828	-33,70
35	0,774	1,124	-31,14
40	1,136	1,604	-29,18
45	1,717	2,236	-23,21
50	2,467	3,366	-26,71
55	3,948	5,384	-26,67
60	6,615	8,984	-26,37
65	11,407	15,392	-25,89
70	19,992	26,752	-25,27
75	35,286	46,748	-24,52
80	60,571	81,498	-25,68
85	103,169	140,534	-26,59

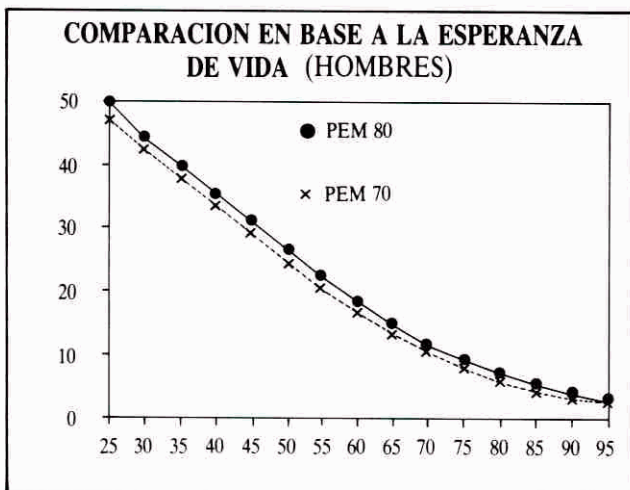
CUADRO 3

COMPARACION ENTRE LAS TABLAS DE MORTALIDAD ESPAÑOLA AÑOS 1970 Y 1980 AJUSTADAS POR MKH (HOMBRES)

2. COMPARACION EN BASE A LA TASA ANUAL DE MORTALIDAD

x	(1) PEM 80 (‰)	(2) PEM (70) (‰)	100[(1)/(2)-1] (%)
25	1,058	1,344	-21,28
30	1,281	1,502	-14,71
35	1,663	1,888	-11,92
40	2,318	2,823	-17,89
45	3,440	4,372	-21,32
50	5,578	6,857	-18,65
55	8,874	10,839	-18,13
60	14,174	17,208	-17,63
65	22,670	27,363	-17,15
70	36,233	43,470	-16,65
75	57,735	68,809	-16,09
80	87,485	108,150	-19,11
85	131,382	167,947	-21,77

GRAFICO 7



Comparación n.º 2

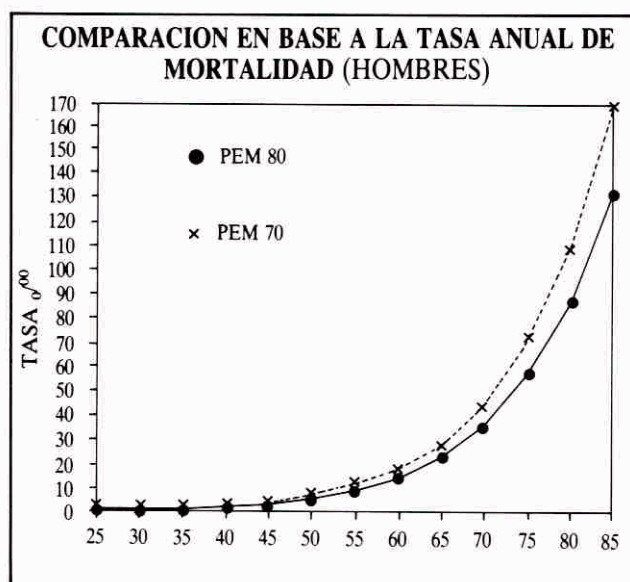
Para los aseguradores de VIDA, es quizá la que más interés presenta, por cuanto, OPERANDO EN BASE A PRIMAS PURAS, mide, para determinadas edades, el incremento de prima resultante de utilizar la nueva tabla **PEM 80** respecto a la anterior **PEM 70** en modalidades para caso de vida; y la disminución de prima resultante en modalidades para caso de muerte.

También se considera el seguro mixto; reflejándose los datos en el **CUADRO n.º 4** para las modalidades consideradas.

Comparación n.º 3

Es la efectuada —sólo para varones—, entre las **PEM 80** y las tablas de mortalidad utilizadas por los aseguradores de

GRAFICO 7-BIS



los siguientes países para cálculo de seguros caso de muerte y mixtos:

- FRANCIA: Tabla PM 73/77.
- ITALIA: Tabla SIM 81.
- BELGICA: Tabla HD 68-72.

Es de resaltar que en ninguno de estos países los aseguradores tarifican a las mujeres en base a tabla de mortalidad adecuada, es decir, de su sexo. En los tres casos se trata de tablas de población masculina.

CUADRO 4

COMPARACION DE PRIMAS PURAS EN PEM 70 Y EN PEM 80. INTERES TECNICO I = 5 %

	En PEM 80	En PEM 70	Δ (%)
1. RENTA PREPAGABLE INMEDIATA x=65			
Prima única a) Renta anual de 1 pta.	10,301643 ptas.	0,643052 ptas.	6,83
b) Renta mensual de 1/12 ptas.	9,843310 ptas.	9,184719 ptas.	7,17
2. RENTA DIFERIDA x=45, n=20 (de 1 pta. anual prepagable)			
Prima anual constante a) Sin contraseguro	256,161 ‰	232,121 ‰	10,35
b) Con contraseguro	282,517 ‰	261,513 ‰	8,03
3. SEGURO TEMPORAL x=45, n=20			
Prima anual constante	7,966 ‰	9,729 ‰	-18,12
4. SEGURO VIDA ENTERA x=45			
Prima anual constante a) Vitalicia	16,675 ‰	18,723 ‰	-10,94
b) Temporal con n=20	20,946 ‰	23,069 ‰	-9,20
5. SEGURO MIXTO x=45, n=20			
Prima anual constante	32,832 ‰	33,801 ‰	-2,87

En este aspecto, es de notar que en ESTADOS UNIDOS, el de MONTANA fue el primero de ellos en promulgar una ley prohibiendo la discriminación por sexo en el cálculo de las tasas de prima para toda clase de seguros. Y ello, con efecto 1 de octubre de 1985.

La comparación en base a la tasa de mortalidad se refleja en el **CUADRO n.º 5**, siendo fácil observar la acusada diferencia a favor de España, a excepción de Italia (hasta la edad 40).

La comparación en base a la esperanza completa de vida, a su vez, queda recogida en el **CUADRO n.º 6**, siendo también favorable a España, seguida de Italia.

CUADRO 5

TASA DE MORTALIDAD EN ‰ (HOMBRES)

x	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
	España PEM 80	Francia PM 73/77	Italia SIM 81	Bélgica HD 68/72	(1)/(2) (%)	(1)/(3) (%)	(1)/(4) (%)
25	1,058	1,485	1,01	1,322	71,25	104,75	80,03
30	1,281	1,601	0,99	1,662	80,01	129,39	77,08
35	1,663	2,122	1,22	2,248	78,37	136,31	73,98
40	2,318	3,465	2,09	3,258	66,90	110,91	71,15
45	3,440	5,868	3,63	4,997	58,62	94,77	68,84
50	5,578	8,769	6,42	7,987	63,61	86,88	69,84
55	8,874	13,073	11,07	13,122	67,88	80,16	67,63
60	14,174	18,978	17,56	21,912	74,69	80,72	64,69
65	22,670	29,234	26,57	36,883	77,55	85,32	61,46
70	36,233	45,049	42,14	61,123	80,43	85,98	59,28
75	57,735	70,067	68,87	87,040	82,40	83,83	66,33
80	87,485	106,226	107,58	123,352	82,36	81,32	70,92
85	131,382	162,175	163,18	173,452	81,01	80,51	75,75
90	194,166	239,871	240,06	241,051	80,95	80,88	80,55
95	277,167	305,343	343,03	329,357	90,77	80,80	84,15

CUADRO 6

ESPERANZA COMPLETA DE VIDA (HOMBRES)

x	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
	España PEM 80	Francia PM 73/77	Italia SIM 81	Bélgica HD 68/72	1-2 (%)	1-3 (%)	1-4 (%)
0	72,51	69,10	71,05	68,74	3,41	1,46	3,77
25	48,49	46,41	48,03	45,16	2,08	0,46	3,33
30	44,71	41,73	43,25	40,46	2,98	1,46	4,25
35	40,01	37,07	38,47	35,82	2,94	1,54	4,19
40	35,36	32,52	33,75	31,28	2,84	1,61	4,08
45	30,81	28,18	29,15	26,84	2,63	1,66	3,97
50	26,40	24,08	24,70	22,59	2,32	1,70	3,81
55	22,22	20,22	20,70	18,59	2,00	1,52	3,63
60	18,31	16,61	16,97	14,95	1,70	1,34	3,36
65	14,74	13,32	13,55	11,78	1,42	1,19	2,96
70	11,55	10,41	10,47	9,21	1,14	1,08	2,34
75	9,00	7,93	7,89	7,18	1,07	1,11	1,82
80	6,83	5,90	5,84	5,50	0,93	0,99	1,33
85	5,03	4,29	4,24	4,14	0,74	0,79	0,89
90	3,58	3,14	3,03	3,07	0,44	0,55	0,51
95	2,28	2,37	2,14	2,26	-0,09	0,14	0,02

Comparación n.º 4

En el **CUADRO n.º 7** se mide la mortalidad española en el contexto occidental adoptando como indicador la esperanza de vida al nacer.

Para ello, se han incluido en la comparación los países pertenecientes a la Comunidad Económica Europea (CEE) y además Canadá, Estados Unidos, Japón, Suecia y Suiza, países con una esperanza de vida similar o superior a la española en la última década.

La ganancia en años de vida en dichos países y los techos alcanzados se comparan con los correspondientes a España.

CUADRO 7

ESPERANZA DE VIDA AL NACER EN LOS PAISES DE LA CEE

Países	(1)		(2)		Diferencia	
	Hombres		Mujeres		(2)-(1)	
	1970	1980	1970	1980	1970	1980
Alemania	67,41	70,18	73,83	76,85	6,4	6,7
Bélgica	67,79	70,04	74,21	76,79	6,4	6,8
Dinamarca	70,70	71,40	75,90	77,40	5,2	6,0
España	69,20	72,50	74,70	78,60	5,5	6,1
Francia	68,40	70,20	75,90	78,40	7,5	8,2
Grecia	70,13	72,15	73,64	76,35	3,5	4,2
Irlanda	68,80	70,10	73,50	75,60	4,7	5,5
Italia	68,97	70,60	74,88	77,41	5,9	6,8
Luxemburgo	—	70,00	—	76,70	—	6,7
Países Bajos	70,70	72,70	76,50	79,30	5,8	6,6
Portugal	64,20	68,86	70,80	76,55	6,6	7,7
Reino Unido	68,70	71,30	75,00	77,40	6,3	6,1
Total CEE (*)	68,70	70,60	75,10	77,40	6,4	6,8

(*) No se incluyen España y Portugal. En 1970 tampoco se incluyen Bélgica e Italia.

FUENTE: «Statistiques Demographiques», 1986, EUROSTAT.

CUADRO 7-BIS

ESPERANZA DE VIDA AL NACER EN OTROS PAISES

Países	(1)		(2)		Diferencia	
	Hombres (*)		Mujeres (*)		(2)-(1)	
	1970	1980	1970	1980	1970	1980
Canadá	69,3	71,9	76,4	79,1	7,1	7,2
Estados Unidos	68,7	71,0	76,5	78,3	7,8	7,3
Japón	71,2	74,2	76,3	79,8	5,1	5,6
Suecia	72,1	73,6	77,7	79,6	5,6	6,0
Suiza	70,3	72,7	76,2	79,6	5,9	6,9

(*) Las fechas de referencia son sólo aproximadas. En el caso de EE.UU., Japón y Suecia, son datos de 1975, 1974 y 1973, respectivamente, en la columna correspondiente a 1970. En lo que se refiere a las cifras del año 1980, los datos se refieren al año 1983 para EE.UU., Japón y Suecia, y a 1981-1982 para Suiza.

FUENTE: Demographic Yearbook.

Comparación n.º 5

En esta comparación nos referimos a las tablas suizas **GKM/GKF 80** y acerca de las cuales conviene hacer algunas precisiones.

Estas tablas fueron incluidas en las bases técnicas aplicables a Seguros de Grupo que la OFFICE FEDERAL DES ASSURANCES PRIVES (**OFAP**) editó por vez primera en agosto de 1979.

Otros datos relativos a las mismas son los seguidamente expuestos:

Colectivo observado:

- Tablas GKM/GKF — Seguros de grupo para caso de muerte.

Número de cabezas observadas:

- GKM _____ 1.899.693
- GKF _____ 256.171

Período de observación:

1971-1975.

Margen de seguridad:

Los márgenes de seguridad λ calculados sobre las observaciones son los siguientes:

- GKM 80 _____ 15 %
- GKF 80 _____ 38 %

De esta manera se construyeron las tablas en cuestión y que son de segundo orden (tablas de mortalidad con margen de seguridad); lo cual para seguros en caso de muerte supone una sobremortalidad a efectos de cálculo de primas y, para rentas o pensiones, contrariamente, una inframortalidad.

Cabe preguntarse si estas tablas son homologables con las españolas **PEM/PEF 80**.

En el **CUADRO n.º 8** se comparan las correspondientes a hombres, usando como indicador la esperanza completa de vida.

La **GKM 80** resulta ser inferior a la española **PEM 80**.

En el **CUADRO n.º 9** se comparan las correspondientes a mujeres, en base al mismo indicador.

La comparación con la **GKF 80** no presenta, creo yo, más que un valor muy relativo, ya que las tasas de mortalidad de dicha tabla se han obtenido de las correspondientes a la **GKM 80** equiparando a mujer de edad x con hombre de edad $(x-7)$.

Comparación n.º 6

En ésta se presenta la evolución de la esperanza de vida en España, distinguiendo por sexos, según los censos efectuados desde 1950. Es de enorme interés para todos. El **CUADRO n.º 10** recoge los valores para hombres y el **CUADRO n.º 11** el de mujeres. En ambos se hace figurar la es-

CUADRO 8

COMPARACION DE LA FUNCION \ddot{e}_x (HOMBRES)

x	(1) PEM 80	(2) GKM 80	(3) (1)-(2) (Años)
25	48,5	48,1	0,4
30	44,7	43,4	1,3
35	40,0	38,7	1,3
40	35,4	34,0	1,4
45	30,8	29,5	1,3
50	26,4	25,1	1,3
55	22,2	20,9	1,3
60	18,3	17,1	1,2
65	14,7	13,6	1,1
70	11,6	10,5	1,1
75	9,0	7,9	1,1
80	6,8	5,9	0,9
85	5,0	4,3	0,7
90	3,6	3,1	0,5
95	2,3	2,3	0

CUADRO 9

COMPARACION DE LA FUNCION \ddot{e}_x (MUJERES)

x	(1) PEF 80	(2) GKF 80	(3) (1)-(2) (Años)
25	55,2	54,7	0,5
30	50,3	50,0	0,3
35	45,4	45,3	0,1
40	40,6	40,6	0
45	35,9	35,9	0
50	31,2	31,3	-0,1
55	26,6	26,8	-0,2
60	22,2	22,6	-0,4
65	18,1	18,6	-0,5
70	14,2	14,9	-0,7
75	10,8	11,7	-0,9
80	8,0	8,9	-0,9
85	5,6	6,6	-1
90	3,8	4,9	-1,1
95	2,3	3,6	-1,3

peranza de vida según las tablas abreviadas de la población española **85-86** (provisionales), de las que se trata después.

Los correspondientes gráficos son los números **8** y **9**.

Es espectacular la ganancia en años de vida desde 1950; pero también es de resaltar el crecimiento de la esperanza de vida de las tablas de **1980** respecto a las de **1975**.

Así, limitándonos a hombres y a las edades elevadas se tiene:

El incremento en la esperanza de vida, para estas edades, entre el censo de **1980** y el **1960** queda explicado en más de un **7 por 100** por el incremento de dicho indicador entre **1980** y **1975**.

También para hombres y esas mismas edades es elocuente la comparación entre **1985** y **1970**. Se tiene:

CUADRO 10

POBLACION ESPAÑOLA. ESPERANZA DE VIDA (EN AÑOS) (HOMBRES)

Años de edad	1950	1960	1970	1975	1980	1985 (prov.)
0	59,81	67,40	69,57	70,40	72,52	73,23
25	43,18	46,96	47,33	47,91	49,49	49,90
30	38,97	42,29	42,65	43,18	44,75	45,17
35	34,69	37,67	37,98	38,47	40,03	40,44
40	30,36	33,10	33,37	33,82	35,35	35,77
45	26,22	28,64	28,88	29,30	30,80	31,20
50	22,23	25,20	24,57	24,96	26,42	26,80
55	18,43	20,28	20,49	20,88	22,26	22,62
60	14,93	16,53	16,68	17,06	18,39	18,68
65	11,83	13,14	13,25	13,58	14,77	15,06
70	9,16	10,16	10,23	10,51	11,54	11,79
75	6,81	7,63	7,75	7,91	8,81	8,93
80	4,81	5,65	5,77	5,87	6,59	6,59
85	3,33	4,17	4,25	4,29	4,89	4,77
90	2,30	2,86	3,18	3,18	3,70	—
95	1,59	1,65	2,00	2,00	2,29	—

FUENTE: INE.

CUADRO 11

POBLACION ESPAÑOLA. ESPERANZA DE VIDA (EN AÑOS) (MUJERES)

Años de edad	1950	1960	1970	1975	1980	1985 (prov.)
0	64,32	72,16	75,06	76,19	78,61	79,65
25	47,17	50,96	54,28	53,09	55,01	55,85
30	42,82	46,21	47,33	48,23	50,13	50,96
35	38,39	41,49	42,53	43,39	45,28	46,10
40	33,90	36,82	37,79	38,61	40,46	41,29
45	29,60	32,23	33,13	33,89	35,72	36,53
50	25,34	27,73	28,57	29,30	31,07	31,85
55	21,12	23,38	24,16	24,83	26,54	27,27
60	17,11	19,20	19,91	20,54	22,13	22,82
65	13,48	15,31	15,89	16,44	17,93	18,55
70	10,32	11,80	12,22	12,65	14,02	14,56
75	7,56	8,81	9,11	9,30	10,53	10,94
80	5,24	6,45	6,60	6,65	7,63	7,92
85	3,56	4,66	4,73	4,67	5,46	5,65
90	2,42	3,45	3,38	3,38	3,95	—
95	1,65	2,13	1,99	1,99	2,30	—

FUENTE: INE.

CUADRO 12

ESPERANZA DE VIDA HOMBRES

x	1960	1970 s/1960	1975 s/1970	1980 s/1975	1980 s/1960
60	100	100,91	102,28	107,80	111,25
65	100	100,84	102,49	108,76	112,40
70	100	100,69	102,74	109,80	113,58
75	100	101,57	102,06	111,38	115,47
80	100	102,12	101,73	112,27	116,64
85	100	101,92	100,94	113,99	117,27

x	1985 s/1970
60	111,99 ; 2,00 años
65	113,66 ; 1,81 años
70	115,25 ; 1,56 años
75	115,23 ; 1,18 años
80	114,21 ; 0,72 años
85	112,24 ; 0,52 años

GRAFICO 8

ESPERANZA DE VIDA (EN AÑOS) (HOMBRES)

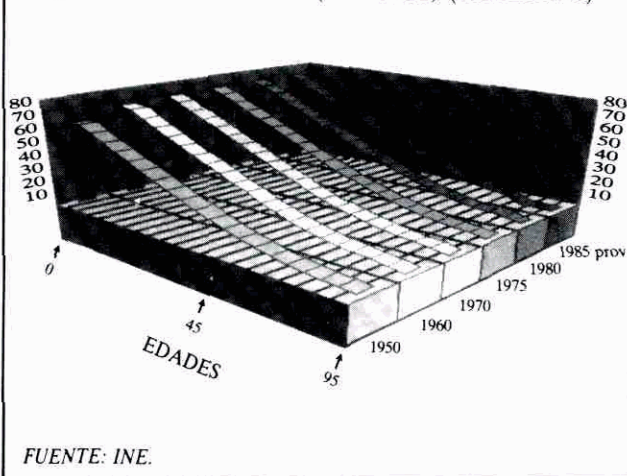
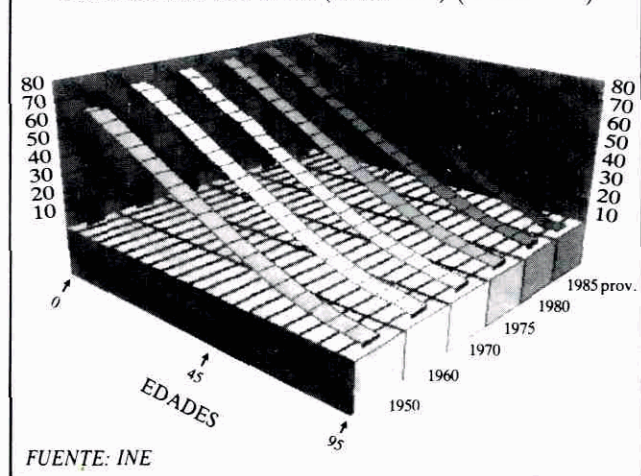


GRAFICO 9

ESPERANZA DE VIDA (EN AÑOS) (MUJERES)



II. TABLAS DE MORTALIDAD ESPAÑOLA PEM/PEF 85-86

Recientemente, la Dirección General de Estadísticas Demográficas y Sociales del INE me ha facilitado las Tablas Abreviadas de Mortalidad de la Población Española —Resultados Provisionales 1985-1986.

Los demógrafos que las han elaborado procederán a establecer las tablas completas una vez cuenten con la cifra de defunciones del año 1986. Y me consta que en ello están.

Conocidos los valores de la función 1_x para los grupos de edad terminados en 0 y 5, he ensayado la obtención de los valores intermedios mediante interpolaciones parabólicas sucesivas; pero los resultados que he obtenido no me parecen satisfactorios.

Además, dicha interpolación no pasa de ser un trabajo académico carente de valor práctico, desde el momento en que se sabe falta el dato de las defunciones tomadas del MNP correspondientes a 1986.

Resulta, en definitiva, que la utilidad actuarial de estas tablas reside en los valores de la función esperanza de vida; cuyo ligero aumento apunta, de un lado, a un encarecimiento de los seguros de vida, y, de otro, correlativamente, a un abaratamiento de los seguros de muerte.

En estas tablas se da el valor de la esperanza de vida a la edad exacta x .

Por esto, aun cuando sólo se presente para edades terminadas en 0 y 5, sus valores son aptos para comparaciones como las realizadas.

En cambio, $Q(x)$ es la proporción de la cohorte inicial de 100.000 que viven al comienzo del intervalo correspondiente de edades, y mueren antes de llegar al final de dicho intervalo.

Y como $D(x)$ es el número de fallecidos de la cohorte inicial de 100.000 nacidos vivos, ocurridos en cada intervalo de edad sucesivo, y tales intervalos comprenden de la edad x a la edad $x+4$, queda justificado por qué $Q(x)$ no es válido para medir la variación de la tasa de mortalidad a cada edad acabada en 0 y 5, ya que es:

$$Q(x) = \frac{D(x)}{L(x)}$$

siendo $L(x)$ los supervivientes de la citada cohorte.

La comparación en base a la esperanza de vida (Fuente INE) se recoge para mujeres en el cuadro N.º 13 y para hombres en el cuadro N.º 14. Y tanto en diferencia de años como en porcentaje.

CUADRO 13

POBLACION ESPAÑOLA ESPERANZA (EN AÑOS) (MUJERES)

x	1980	1985 (prov.)	Incremento absoluto	Incremento porcentual
0	78,61	79,65	1,04	1,32
25	55,01	55,85	0,84	1,53
30	50,13	50,96	0,83	1,66
35	45,28	46,10	0,82	1,81
40	40,46	41,29	0,83	2,05
45	35,72	36,53	0,81	2,27
50	31,07	31,85	0,78	2,51
55	26,54	27,27	0,73	2,75
60	22,13	22,82	0,69	3,12
65	17,93	18,55	0,62	3,46
70	14,02	14,56	0,54	3,85
75	10,53	10,94	0,41	3,89
80	7,63	7,92	0,29	3,80
85	5,46	5,65	0,19	3,48
90	3,95	—	—	—
95	2,30	—	—	—

FUENTE: INE.

CUADRO 14

POBLACION ESPAÑOLA ESPERANZA (EN AÑOS) (HOMBRES)

x	1980	1985 (prov.)	Incremento absoluto	Incremento porcentual
0	72,52	73,23	0,71	0,98
25	49,49	49,90	0,41	0,83
30	44,75	45,17	0,42	0,94
35	40,03	40,44	0,41	1,02
40	35,35	35,77	0,42	1,19
45	30,80	31,20	0,40	1,30
50	26,42	26,80	0,38	1,44
55	22,26	22,62	0,36	1,62
60	18,39	18,68	0,29	1,58
65	14,77	15,06	0,29	1,96
70	11,54	11,79	0,25	2,17
75	8,81	8,93	0,12	1,36
80	6,59	6,59	0,00	0,00
85	4,89	4,77	-0,12	-2,45
90	3,70	—	—	—
95	2,29	—	—	—

FUENTE: INE.

III. REVISTA DE TABLAS EXTRANJERAS DE SOBREVIVENCIA BASADAS EN EXPERIENCIA; Y APLICABLES AL CALCULO DE RENTAS Y PLANES DE PENSIONES

El Seguro Español consiguió desde 1982 la utilización de tablas de población españolas, ajustadas por mí con criterio biométrico-actuarial, y publicadas por el INSTITUTO DE ACTUARIOS ESPAÑOLES, a quien se las cedió AGF SEGUROS; me refiero a las tablas PEM 70 y PEF 70, que rompieron una larga dependencia de tablas extranjeras. No ocurre lo mismo en materia de tablas para cálculo de rentas y pensiones.

Esta situación se explica fácilmente. Las tablas de experiencia de mortalidad de asegurados, para seguros en caso de fallecimiento y mixtos, han caído en desuso en casi todas partes por dos razones fundamentales:

- a) La dificultad de coleccionar los resultados de la experiencia. Así lo demuestra la tabla británica A67/70 de mortalidad de asegurados, elaborada por el CMI y todavía en uso.
- b) La práctica desaparición de la selección médica, lo cual autoriza a admitir como modelo biométrico las tablas de población o demográficas de cada país.

Por supuesto que estas tablas contienen un margen de seguridad implícito; pero no se puede olvidar que, desde hace años, es difícil vender seguros que no otorguen una participación en los beneficios técnicos resultantes.

Para los cálculos de primas, o aportaciones, de rentas, o planes de pensiones, pueden utilizarse tales tablas de población, rebajando, —para cada sexo—, en cierto número de años, la edad del asegurado. Ello se puede hacer con referencia a una tabla de sobrevivencia extranjera.

Ahora bien; si se cuenta con una tabla de experiencia, aunque sea extranjera, lo aconsejable es utilizarla. No ha habido en España, hasta ahora, apenas pólizas de rentas vitalicias inmediatas, y, por su parte, los planes de pensiones, acaban de echar a andar.

Pero estamos en un «boom» y es el momento —acaso ya algo tardío— de tomar conciencia de la importancia de la elección de las tablas adecuadas.

No contamos, pues, con tablas de experiencia propia.

Por ello, parece oportuno ofrecer una panorámica de diversas tablas extranjeras basadas en experiencia de rentistas y de planes de pensiones, comparándolas con las tablas españolas de población PEM/PEF 70 y PEM/PEF 80, utilizando la esperanza completa de vida.

Ello equivale a comparar primas únicas puras de rentas prepagables vitalicias a interés técnico $i = 0$; o de rentas crecientes geoméricamente con razón $\theta = i$, siendo $i =$ interés técnico.

RESEÑA DE LAS TABLAS DE MORTALIDAD COMPARADAS

PE 70 (M y F) - ESPAÑA

Tablas demográficas resultantes del ajuste por la primera fórmula de MAKEHAM —realizado por el actuario señor Sans y de Llanos—, de las tablas de mortalidad españolas basadas en el censo de 1970, cedidas por AGF SEGUROS al INSTITUTO DE ACTUARIOS ESPAÑOLES y publicadas en 1982. Y ello por primera vez en la historia del seguro español.

PE 80 (M y F) - ESPAÑA

Tablas demográficas resultantes del ajuste por la primera de MAKEHAM —realizado por el actuario señor Sans y de Llanos para AGF SEGUROS—, de las tablas de mortalidad de la población española 1980-81 elaboradas por el INE, en base al censo de 1981 y las defunciones correspondientes a los meses de enero y febrero de 1981.

AGF SEGUROS pone gustosamente a disposición del sector estas tablas, ya presentadas a la Dirección General de Seguros.

PE 85 (M y F) - ESPAÑA

Tablas abreviadas de la población española elaboradas por el INE.

IN. AN. 83 (M y F) - ESTADOS UNIDOS

Individual Annuity.—Tablas de sobrevivencia basadas en la experiencia de compradores de rentas vitalicias (gran ramo), observada en el período 1971-76 y proyectada a 1983.

ER 80 (M y F) - SUIZA

ER 90 (M y F) - SUIZA

Einzel-Rentenversicherungen Männer/Frauen.— Tablas de sobrevivencia elaboradas sobre la base de observaciones de estadísticas realizadas por el conjunto de las compañías de seguros suizas en el período 1971-75 para seguros individuales de rentas vitalicias (1980) y en el período 1981-85 para las de 1990.

GR 80 (M y F) - SUIZA

Gruppen Rentenversicherungen.—Como las anteriores, pero basadas —para igual período de observación— en seguros de grupo (tercer pilar).

a(90) (M y F) - GRAN BRETAÑA

Annuity.—Elaboradas por los actuarios del «Joint Mortality Investigation Committee» sobre experiencia de rentas vitalicias (gran ramo) en el período 1967-70 y proyectadas al año 1990.

PA (90) (M y F) - GRAN BRETAÑA

Pension Amount.—Como las precedentes, pero basadas en experiencia —para igual período— de Planes de Pensiones (Pension Funds).

Para tener una sinopsis se establece el siguiente cuadro:

CUADRO 15

CARACTERÍSTICAS DE LAS TABLAS COMPARADAS

N.º	País	Siglas de la tabla	Experiencia	Período de observación	Proyección
(1)	España	PE(M/F)70	No	1970/71	No
(2)	España	PE(M/F)80	No	1980/81	No
(3)	España	PE(M/F)85	No	1985/86	No
(4)	EE.UU.	In. An.(M/F)83	De rentas vcias.	1971/76	A 1983
(5)	Suiza	ER(M/F)80	De rentas vcias.	1971/75	30 años
(6)	Suiza	ER(M/F)90	De rentas vcias.	1981/85	25 años
(7)	Suiza	GR(M/F)80	De P. de Pens.	1971/75	35 años
(8)	Gran B.	a(90)(M/F)	De rentas vcias.	1967/70	A 1990
(9)	Gran B.	PA(90)(M/F)	De P. de Pens.	1971/75	A 1990

Las comparaciones, hechas para hombres, se reflejan en los CUADROS 16 y 17 por diferencia en años y por cociente, respectivamente.

La importancia de estas comparaciones es palmaria.

En efecto, tomando como base la esperanza completa de vida en la PEM 70 se aprecia cómo el valor de dicha función biométrica tiene cuantías superiores en las tablas de expe-

riencia de rentistas y pensionistas con las que se coteja.

Ello pone claramente de relieve cómo el uso de una tabla inadecuada para compromisos de pagos vitalicios a largo plazo, desequilibra técnicamente cualquier Fondo de Pensiones, a menos, claro está, que en las revisiones actuariales de las

hipótesis iniciales se modifiquen la tabla de mortalidad y la de sobrevivencia.

El Reglamento de Fondos y Planes de Pensiones exige esa revisión, en su artículo 24, lo cual contrasta fuertemente con lo establecido en el Reglamento de Seguros Privados.

CUADRO 16

COMPARACION DE \ddot{e}_x EN DIVERSAS TABLAS (HOMBRES)

x	(1) PEM70	(2) PEM80	(3) PEM85	(4) IN.AN.83	(5) ERM80	(6) ERM90	(7) GRM80	(8) a90	(9) PA90
45	28,96	30,81	31,20	35,57	35,29	37,97	33,54	31,97	30,63
50	24,67	26,40	26,80	31,07	30,65	33,36	29,13	27,41	26,06
55	20,60	22,22	22,62	26,77	26,17	28,89	24,93	23,09	21,80
60	16,83	18,31	18,68	22,62	21,93	24,53	20,91	19,12	18,01
65	13,38	14,74	15,06	18,63	17,97	20,32	17,12	15,58	14,59
70	10,40	11,55	11,79	14,96	14,36	16,39	13,63	12,42	11,56
75	7,83	9,00	8,93	11,72	11,16	12,89	10,53	9,68	8,96
80	5,72	6,83	6,59	8,96	8,40	9,92	7,89	7,38	6,79
85	4,06	5,03	4,77	6,75	6,10	7,48	5,75	5,51	5,06

CUADRO 17

COMPARACION DE \ddot{e}_x EN DIVERSAS TABLAS (HOMBRES)

x	(1) PEM70	(2) PEM80	(3) PEM85	(4) IN.AN.83	(5) ERM80	(6) ERM90	(7) GRM80	(8) a90	(9) PA90
45	28,96	30,81	31,20	35,57	35,29	37,97	33,54	31,97	30,63
50	24,67	26,40	26,80	31,07	30,65	33,36	29,13	27,41	26,06
55	20,60	22,22	22,62	26,77	26,17	28,89	24,93	23,09	21,80
60	16,83	18,31	18,68	22,62	21,93	24,53	20,91	19,12	18,01
65	13,38	14,74	15,06	18,63	17,97	20,32	17,12	15,58	14,59
70	10,40	11,55	11,79	14,96	14,36	16,39	13,63	12,42	11,56
75	7,83	9,00	8,93	11,72	11,16	12,89	10,53	9,68	8,96
80	5,72	6,83	6,59	8,96	8,40	9,92	7,89	7,38	6,79
85	4,06	5,03	4,77	6,75	6,10	7,48	5,75	5,51	5,06

CUADRO 16-BIS

COMPARACION DE \ddot{e}_x EN DIVERSAS TABLAS (HOMBRES)

x	(1)-(2)	(1)-(3)	(1)-(4)	(1)-(5)	(1)-(6)	(1)-(7)	(1)-(8)	(1)-(9)
45	-1,85	-2,24	-6,61	-6,33	-9,01	-4,58	-3,01	-1,67
50	-1,73	-2,13	-6,4	-5,98	-8,69	-4,46	-2,74	-1,39
55	-1,62	-2,02	-6,17	-5,57	-8,29	-4,33	-2,49	-1,2
60	-1,48	-1,85	-5,79	-5,1	-7,7	-4,08	-2,29	-1,18
65	-1,36	-1,68	-5,25	-4,59	-6,94	-3,74	-2,2	-1,21
70	-1,15	-1,39	-4,56	-3,96	-5,99	-3,23	-2,02	-1,16
75	-1,17	-1,1	-3,89	-3,33	-5,06	-2,7	-1,85	-1,13
80	-1,11	-0,87	-3,24	-2,68	-4,2	-2,17	-1,66	-1,07
85	-0,97	-0,71	-2,69	-2,04	-3,42	-1,69	-1,45	-1

CUADRO 17-BIS

COMPARACION DE \ddot{e}_x EN DIVERSAS TABLAS (HOMBRES)

x	(1)/(2)	(1)/(3)	(1)/(4)	(1)/(5)	(1)/(6)	(1)/(7)	(1)/(8)	(1)/(9)
45	0,94	0,93	0,81	0,82	0,86	0,86	0,91	0,95
50	0,93	0,92	0,79	0,80	0,85	0,85	0,90	0,95
55	0,93	0,91	0,77	0,79	0,83	0,83	0,89	0,94
60	0,92	0,90	0,74	0,77	0,80	0,80	0,88	0,93
65	0,91	0,89	0,72	0,74	0,78	0,78	0,86	0,92
70	0,90	0,88	0,70	0,72	0,76	0,76	0,84	0,90
75	0,87	0,88	0,67	0,70	0,74	0,74	0,81	0,87
80	0,84	0,87	0,64	0,68	0,72	0,72	0,78	0,84
85	0,81	0,85	0,60	0,67	0,71	0,71	0,74	0,80

En efecto, éste, en su artículo **56**, punto **2**, letra **a**), regula que las provisiones matemáticas se ajustarán a las bases técnicas autorizadas o presentadas utilizándose para cada modalidad de seguro el mismo interés técnico y tabla de mortalidad que hayan servido de base para el cálculo de la prima.

Con esta visión tan miope, el legislador consiente que las provisiones matemáticas de un seguro individual o de grupo de rentas calculadas en tabla tan desfasada como la **PM 60/64** o la **PEM 70** se sigan calculando en base a ellas, y ello con la congrua satisfacción de los accionistas de la entidad aseguradora, que no sospechan el resultado a que tales provisiones subvaloradas pueden conducir.

Hace tiempo propugné que las provisiones matemáticas deben ser calculadas no a bases originales, sino con bases actualizadas para la mortalidad y la sobrevivencia.

Por supuesto, tales provisiones matemáticas así calculadas exigen valorar el compromiso del asegurado en base a la prima pactada en contrato (inalterable, pues), pero el cálculo de aquéllas haría que las Compañías empezaran a asumir las insuficiencias derivadas de utilizar tablas desfasadas, impidiendo, con ello, trasladar las consecuencias a otras generaciones.

Me permito insistir en esta opinión, la cual queda ahora reforzada por el distinto tratamiento que a la cuestión se da en los dos Reglamentos citados.

Además, el Organismo de Control del Seguro Privado debe estar informado de que en el seno de la Sub-Comisión

«**Seguro de Vida**» del COMITE EUROPEO DE SEGUROS se ha afirmado recientemente, por voces muy autorizadas, que hay que distinguir entre el precio, es decir, la prima comercial, y las provisiones matemáticas, de modo y manera que las Compañías de seguro sobre la vida, en aplicación de sus tablas de mortalidad nacionales —una tabla europea ha sido rechazada—, deberán quedar obligadas a hacer correcciones tan pronto constaten una divergencia en sus provisiones respecto a los riesgos reales cubiertos.

En caso de tal subevaluación, podrá rectificarse mediante provisiones técnicas.

Procede aquí señalar que el legislador, mediante la OM de 7 de septiembre de 1987, concretamente en su artículo **10**, estableció que «las tablas de mortalidad e invalidez a que se refiere el artículo **53** del Reglamento (de Seguros Privados) han de cumplir los siguientes requisitos:

a) Estar basadas en experiencia nacional o extranjera ajustada a tratamientos estadísticos actuariales generalmente adoptados.

b) La mortalidad e invalidez reflejada en las mismas debe encontrarse dentro de los intervalos de confianza generalmente admitidos por la experiencia española».

Este apartado **b)** es un sarcasmo. «Intervalos de confianza... admitidos por la experiencia española.» No será, ciertamente, experiencia en materia de rentas y pensiones vitalicias.

IV. MORTALIDAD DE INVALIDOS

Una tabla de población recoge la mortalidad de las personas censadas de toda edad, sexo y condición. Incluye, pues, a válidos e inválidos.

La escuela actuarial suiza, y, posteriormente, la nórdica, elaboraron sofisticados modelos teóricos para el establecimiento de:

- a) Tablas de invalidez, o sea, medición del paso del estado de validez al de invalidez.
- b) Tablas de mortalidad de inválidos.
- c) Tablas de mortalidad de activos (válidos).

En la práctica, las más importantes son las dos primeras.

Por ello —y a fin de no dejar de lado asunto tan interesante—, cito dos tablas, a saber:

1) La tabla suiza **EVK 80** (Eidgenössischen Versicherungskasse).

Es una tabla de experiencia de la Caja Cantonal de Seguros de Berna.

2) Una tabla norteamericana, tomada de la obra «*Pension Mathematics*» de Howard Winkleross.

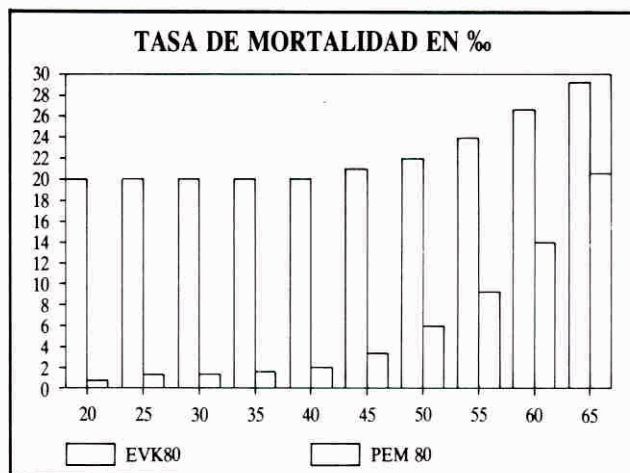
A fin de poder calibrar la diferencia de tasas de mortalidad entre válidos y población general, se presentan, para las tablas **EVK 80** (que vale para ambos sexos) y la **PEM 80**, las correspondientes a esas dos tablas. (cuadro N.º 18 y gráfico N.º 10).

CUADRO 18

TASA DE MORTALIDAD EN ‰

x	(1) EVK80 de inválidos	(2) PEM80 población	(1)-(2)	100[(1)/(2)-1] (%)
20	20,00	0,93	19,07	2.050,54
25	20,00	1,06	18,94	1.786,79
30	20,00	1,28	18,72	1.462,50
35	20,00	1,66	18,34	1.104,82
40	20,00	2,32	17,68	762,07
45	20,50	3,44	17,06	495,93
50	21,94	5,58	16,36	293,19
55	24,00	8,87	15,13	170,57
60	26,69	14,17	12,52	88,36
64	29,29	20,64	8,65	41,91

GRAFICO 10



V. FINAL

He ofrecido lo que tengo. Mejor dicho, parte de lo que sé, pero desde luego la mejor parte: **los resultados**.

Como hizo con las **PEM/PEF 70**, **AGF SEGUROS** ofrecerá el proceso del ajuste y su resultado desde una postura generosa, digna de elogio. Lo digo con esperanza confiada...

A pesar de la proyección de **16** cuadros numéricos y de estar ilustrados con **10** gráficos, y todo ello comentado por mí, está fuera de duda que —incluso para el espectador más atento— habrá resultado casi imposible retener todo lo expuesto en relación a las 30 tablas de mortalidad mostradas.

Tengo la veteranía suficiente para silenciar los esfuerzos realizados, los cuales han quedado largamente compensados con la ayuda y colaboración de varios colegas y colaboradores(as); y, hoy, con vuestra presencia.

A todos, mi agradecimiento.

Agustín Sans y de Llanos
Actuario

REFERENCIAS

GOMPERTZ, Benjamin (1825): *On the nature of the function of the law of human mortality*. Phil. trans. of Royal Society.

MAKEHAM, William Matthew (1860): «On the law of mortality». *JIA* 13.

PERKS, Wilfred (1932): «On some experiments in the graduation of mortality statistics». *JIA* 63.



ACTUARIOS



DOSSIER



Próximo número:

LAS OPCIONES SOBRE INSTRUMENTOS
FINANCIEROS Y SU IMPLANTACION EN
EL MERCADO ESPAÑOL

Prosper LAMOTHE
Francisco PRIETO
Antonio CARRANCEJA