

ESTIMACIÓN DE LA ESPERANZA MATEMÁTICA DE VIDA MEDIANTE LAS TRANSFORMADAS DE WANG

Amancio Betzuen Zalbidegoitia

ABSTRACT

In the present paper is to analyze and compare the projection of future mortality through the expectation of life by applying a different methodology than usual in the actuarial field. This methodology is to use a specific type of transformations such as those of Wang. Basically this tool "transform" the survival function across the horizon of future life of a person into its component Z-score using the standard normal distribution. The behavior of the Z-score provides a vision of the future evolution of mortality improvement over the calendar year

Key words: Wang transform estimation, life's tables. Expectancy of life.

RESUMEN

En el presente trabajo se trata de analizar y contrastar la proyección de la mortalidad futura a través de la esperanza matemática de vida aplicando una metodología diferente a la habitual en el campo actuarial. Esta metodología consiste en utilizar un tipo específico de transformadas como son las de Wang. Básicamente esta herramienta "transforma" la función de supervivencia de todo el horizonte temporal de vida futura de una persona en su componente Z-score utilizando la distribución normal estándar. El análisis del comportamiento de esta Z-score proporciona una visión de la evolución futura de la mejora de la mortalidad a través de los años de calendario.

Palabras clave: Estimación futura mediante las transformadas de Wang, tablas de supervivencia o mortalidad. Esperanza matemática de vida.

Este artículo ha sido recibido en versión revisada el 27 de octubre de 2011

1. INTRODUCCIÓN

Estimar la esperanza matemática de vida supone uno de los indicadores mejor posicionados, en el campo actuarial, para predecir a largo plazo la evolución de la mejora de la mortalidad de un colectivo significativo, tanto en tamaño como en importancia, como es el de la población general de un País. Se toma en consideración, por tanto, la experiencia real de la evolución de la mortalidad de un colectivo concreto. Esto se corresponde con lo establecido, por ejemplo, en la Orden Ministerial de 21 de julio de 1990, por la que se aprueban las normas de naturaleza actuarial, en este caso aplicables a los planes y fondos de pensiones.

Aunque la evolución de un colectivo de personas, en cuanto a la variación de la mortalidad, no se manifiesta en una volatilidad como supondría la evolución de los tipos de interés, sí se manifiesta en una variación más o menos acentuada de la mejora de la mortalidad y por ende en la variación del riesgo de mortalidad.

Con esta perspectiva utilizamos, en la práctica actuarial, modelos para la predicción de la mortalidad, que se adecuen a este tipo de comportamiento de los datos de un colectivo, como es el de las personas expuestas al riesgo de fallecimiento o de supervivencia.

Uno de estos métodos utilizado por nosotros en épocas anteriores es el de Lee-Carter, que a nuestro juicio ofrece resultados interesantes en cuanto a la predicción de la mortalidad a largo plazo aunque presenta algunas limitaciones. En cualquier caso nosotros hemos simulado estimaciones a diferentes colectivos de personas, como son la población general de diferentes países y la estimación, mediante la técnica anterior, proporcionó resultados satisfactorios como fueron mostrados por nosotros (véase: Betzuen, A. 2010).

En este caso utilizamos una técnica totalmente diferente y pretendemos diagnosticar si predice de forma satisfactoria la estimación de la esperanza matemática de vida hacia el futuro. Al final mostramos una breve comparativa con los resultados que nos proporcionó la técnica de Lee-Carter.

La metodología para llevar a cabo la estimación es más sencilla que la del método de Lee-Carter y no necesita de una segunda estimación como sucede en este método. Sin embargo no estamos tan seguros de obtener una mejor predicción, sobretodo a muy largo plazo. Si bien entendemos que las estimaciones a muy largo plazo, como pueden ser a cincuenta o más años.

nos parecen cuando menos un poco atrevidas. Por otra parte entendemos que estimaciones a tan largo plazo no son tan necesarias en el mercado asegurador que es a dónde nos dirigimos cuando investigamos sobre estas técnicas de estimación. El mercado tiene herramientas suficientes como para reajustar las estimaciones periódicamente, pero en ningún caso hay que esperar periodos muy largos de tiempo para proceder a un ajuste en la estimación si fuera necesario.

Por lo que acabamos de apuntar entendemos también que herramientas no excesivamente sofisticadas coordinan mejor con las necesidades del mercado. Si estas herramientas absorben adecuadamente la información procedente de un colectivo de personas para el objetivo que se pretende nos parece que es suficiente para llevar a cabo una adecuada estimación. Evidentemente, se trata de conjugar la precisión con la simplicidad e interpretabilidad de la metodología que se utiliza. Esta es nuestra pretensión y a ello hemos dirigido este trabajo.

Los apartados que se presentan a continuación fueron estructurados de la siguiente manera: En el punto 2 exponemos de forma resumida la metodología de las transformadas de Wang y analizamos las principales características de la misma. En el punto 3 indicamos el colectivo utilizado para nuestra investigación. En el punto 4 tratamos de justificar la utilidad de esta herramienta para pronosticar la mejora de la mortalidad hacia el futuro. En el punto 5 mostramos los resultados. En el punto 6 presentamos nuestras conclusiones sobre esta metodología y, finalmente señalamos algunas referencias que nos han servido de ayuda para llevar a cabo este trabajo. Con todo ello pretendemos responder y justificar lo señalado en el resumen y en las palabras clave que se acompañan.

2. METODOLOGÍA MEDIANTE LAS TRANSFORMADAS DE WANG

Entendemos que esta técnica representa una innovación en el campo de las operaciones actuariales pero no una excelencia puesto que se trata de otra técnica de estimación de la esperanza matemática de vida. Como ya hemos señalado nuestro propósito es la de estudiar las posibilidades de una técnica diferente a las habitualmente utilizadas por los actuarios, a la hora de pronosticar la evolución de la mortalidad hacia el futuro. Se trata de una técnica que inicialmente fue aplicada a la valoración de activos financieros derivados, pero cuya utilidad en el campo del riesgo de mortalidad está por justificar. Se trata de la utilización de las transformadas de Wang.

Si bien esta técnica fue desarrollada por Wang para su aplicación en la valoración de activos derivados, fue pretendido por Piet de Jong a la hora de aplicarlo a la evolución de la mortalidad de ciertos colectivos. En concreto este Profesor lo particularizó para un colectivo muy concreto como fue el general de mujeres de la población australiana.

A raíz de esta publicación hemos pretendido previamente analizar las posibilidades de esta herramienta en el pronóstico de la evolución futura del riesgo de mejora en la mortalidad, evidenciado en la esperanza matemática de vida. Lo justificamos por la importancia que la medida de este tipo de riesgo tiene en la vida real, para colectivos que forman parte en los cálculos tales como: los presupuestos de la Seguridad Social, prestaciones y aportaciones en los Planes de Pensiones, cálculo de las pólizas de seguros, etc.

Dado que la más clara aplicación de esta técnica la hemos encontrado en el trabajo desarrollado por S. Wang (2000), que como ya hemos indicado se centró en el campo de los riesgos financieros, teníamos nuestras reservas sobre su validez en el campo del riesgo de mortalidad. Esto es evidente si observamos que el contenido de la información es claramente diferente, en uno y otro escenario.

La técnica consiste, de forma muy simple, en utilizar predictores obtenidos a partir de la transformación de la función de supervivencia en Z-scores. De la observación gráfica de estos se detecta un comportamiento de la mejora de mortalidad a través del tiempo de calendario significativamente regular y creciente que invitan a la aplicación de una regresión lineal en los Z-scores. A nuestro juicio este proceso es más sencillo de interpretar que la metodología utilizada en el modelo de Lee-Carter. Sin embargo creemos que se pierde la interpretación que del mundo actuarial se le reclama a los parámetros de estimación.

Con todo ello pretendemos contribuir al ámbito profesional con una pequeña y nueva aportación en el avance de la estimación de la esperanza matemática de vida.

3. DATOS SOBRE MORTALIDAD

Debido a nuestro interés, no solo en la utilidad práctica de esta técnica sino también en su comparación frente a otra técnica, totalmente diferente como es la de Lee-Carter, hemos seleccionado el periodo de calendario

comprendido entre los años 1960 y 2005. En cuanto al horizonte de edades hemos incluido el total de los mismos. Esto supone otra pequeña diferencia respecto al colectivo tomado en consideración en nuestro anterior trabajo (véase Betzuen, A 2010)

Otra pequeña diferencia respecto a nuestro anterior trabajo consiste en que hemos considerado los tantos de mortalidad por “age-period”. En este trabajo tomamos los tantos centrales de mortalidad obtenidos por cociente entre el número total de fallecidos, para cada edad y año de calendario entre los expuestos al riesgo a dicha edad y para el mismo año de calendario.

En este caso utilizaremos una regresión lineal simple sobre los Z-scores, en cuanto al proceso de estimación, por considerarlo suficientemente eficiente a la vista de la evolución de los Z-scores hacia el futuro. Esto supone otra diferencia respecto al modelo Lee-Carter. En aquel trabajo se utilizó para la estimación el método de descomposición de valores singulares. Además se utilizó una transformación log-link y un predictor no lineal. Esta transformación, entendemos que supone una debilidad del modelo Lee-Carter. Le hace perder al modelo cierta originalidad y le obliga a realizar un pequeño ajuste en cuanto al resultado del número total de fallecidos a cada año de calendario respecto al número total de fallecidos reales.

En el caso de las transformadas de Wang la aplicación de la técnica es más simple, no se requiere de ningún ajuste suplementario, si bien la interpretación de la transformación es más abstracta que en el modelo de Lee-Carter.

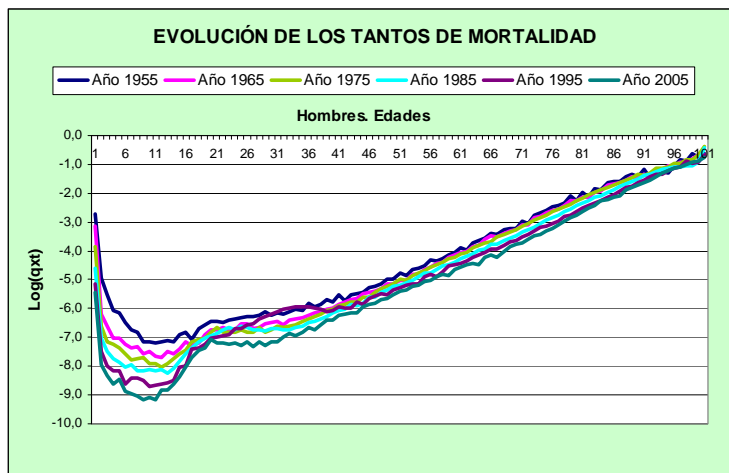
4. METODOLOGÍA Y CÁLCULOS

Puesto que para la aplicación de las transformadas de Wang es conveniente tomar en consideración si la mejora de la mortalidad es mantenida en el tiempo de calendario para cada edad, comenzamos analizando el comportamiento de esta mejora hacia el futuro.

Si efectuamos una representación gráfica de las frecuencias anuales de fallecimiento $q_{x,t}$, indicando por q el cambio de estado por fallecimiento y con los subíndices x y t la “age-period” y el tiempo de calendario, todos ellos con referencia anual, observamos que a través de las edades la forma de la gráfica es la que se muestra en el gráfico N° 1.

Gráfico N° 1

Representación en escala logarítmica, de los tantos anuales de mortalidad. Cada curva representa la evolución de los datos para un cierto año de calendario, a través de todo el horizonte temporal de edades.



Fuente: INE y aportación propia.

Cada línea representa un año de calendario. Normalmente líneas superiores corresponden a años de calendario más recientes. De un análisis detallado del gráfico o en su caso de las frecuencias de mortalidad, se concluye que la mejora en la mortalidad es extendible a todas las edades, si bien, para unas edades la franja es más ancha que para otras, indicativo de una mayor margen de mejora de la mortalidad. Por otra parte, observamos que el comportamiento de los tantos de mortalidad por encima de los años 20 de edad, no solo no es regular sino que incluso se invierte, por el efecto de los accidentes principalmente, en la década de los noventa. En las restantes décadas el efecto no fue tan significativo. En este gráfico mostramos los datos correspondientes a las experiencias reales que hemos tomado en consideración en este artículo con excepción del año 1955.

Podemos realizar un análisis complementario a través de la evolución de la función de supervivencia. Es destacable la clara tendencia de la curva hacia la rectangularización, consecuencia de una clara mejora en la mortalidad. Normalmente las curvas más hacia la derecha corresponden a aquellas en las que el valor de la función de supervivencia se alcanza cada vez a mayor edad.

La frecuencia de la supervivencia la denotamos, como es sabido en el campo actuarial de la forma $p_{x,t} = 1 - q_{x,t}$. La función de supervivencia vendría dado por:

$$S_{x,t} = \prod_{j=1}^x (1 - q_{j,t}) \quad (1)$$

Donde:

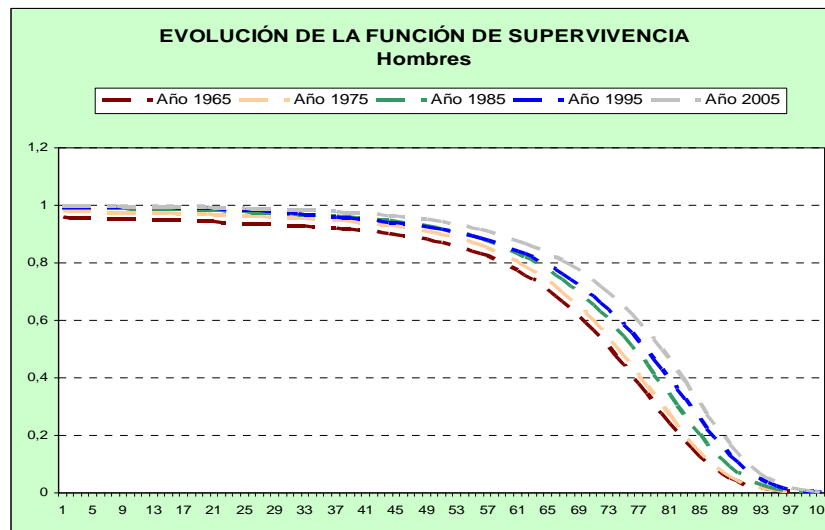
x : representa la edad actuarial de una persona.

t : representa un año concreto de calendario.

Los resultados obtenidos los presentamos mediante el siguiente gráfico

Gráfico N° 2

Se presentan los resultados de la función de supervivencia para todo el horizonte temporal de edades para diferentes años de calendario. Se muestra la variación de los mismos a intervalos de diez años.



Fuente: INE y aportación propia.

La rectangularización de la función de supervivencia es evidente como se puede observar en el gráfico anterior. Curvas superiores corresponden a años de calendario más reciente.

El paso siguiente consistiría en transformar estas funciones en Z-scores obtenidos utilizando la distribución normal estándar. Lo que se pronostica es

la evolución de los Z-scores. En el gráfico N° 3 se presentan estas Z-scores y la simple observación visual de las curvas a lo largo del tiempo nos permite concluir que sigue una evolución promedio suavemente creciente. La justificación matemática de una adecuada utilización de esta transformación puede verse en Marshal, C and De Jong, Piet (2009).

Dado el comportamiento anterior de las Z-scores procede operar mediante las transformadas de Wang y para ello establecemos la siguiente definición:

$$Z_{x,t} \text{ es tal que } S_{x,t} = \Phi(Z_{x,t})$$

Siendo Φ la función acumulativa de la distribución normal estándar.

$$Z_{x,t} = \Phi^{-1}(S_{x,t}) \quad (2)$$

Considerando Φ^{-1} como la inversa de la función Φ ya definida. De esta manera se obtienen unos valores que implícitamente representan la evolución de la mortalidad a través del tiempo de calendario en escala Z-score.

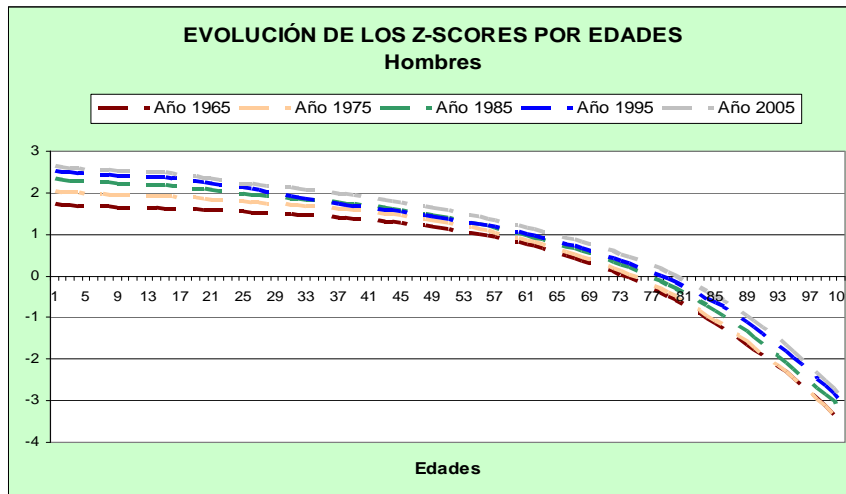


Gráfico N° 3
Representación gráfica de la evolución de los Z-scores en función de la edad para todo el horizonte temporal de edades. **Fuente:** Aportación propia.

Claramente se observa el efecto de la transformación Z-score. Cabe preguntarse si la transformada de Wang tiene alguna incidencia en la evolución de los Z-score o se debe simplemente a la evolución de la mejora en la mortalidad a través del tiempo.

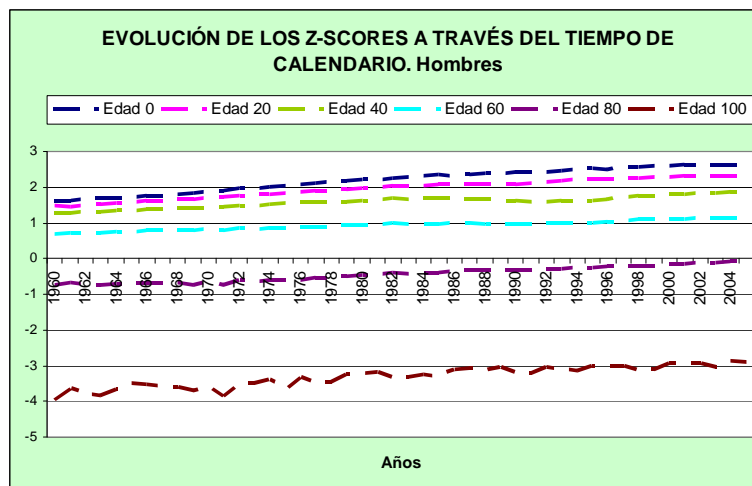
Se puede observar que el comportamiento de las curvas es muy similar, fundamentalmente para edades superiores a los 30 años. Obsérvese que la curva Z-score correspondiente al año $t+1$ está por encima de la correspondiente al año t . No obstante, entrando al detalle, este no siempre es el caso.

Por otra parte las curvas Z-scores en ningún caso se intersectan cumpliéndose en todo momento que $Z_{x-1,t} > Z_{x,t}$, para todo x y t .

Si analizamos ahora el comportamiento de los Z-scores a lo largo del tiempo de calendario se observa claramente que su evolución es ligeramente creciente a lo largo de todos los años de calendario, para prácticamente la totalidad de las edades.

Gráfico N° 4

Para simplificar la gráfica se presenta la evolución de los Z-scores a través del tiempo de calendario para unas edades concretas muy significativas.



Fuente: Aportación propia.

En este caso hemos representado los resultados para el colectivo de hombres y vemos que se produce una clara regularidad en el crecimiento futuro de los Z-scores para cada edad. Hemos representado seis edades diferentes y en todas ellas la regularidad en el crecimiento es notable y fácil de estimar. El comportamiento es similar en el caso del colectivo de mujeres.

Otra referencia que nos muestra este comportamiento “regular” es el que corresponde a la medida $Z - E(Z)$. Siendo

$$\bar{Z}_x = \frac{\sum_{j=1}^n Z_{x,j}}{n}$$

En el gráfico adjunto se muestran estos resultados lo cual evidencia, así mismo, que los resultados de los Z-scores presentan una clara regularidad. Además, si el comportamiento de la función de supervivencia se aproxima a la normal, entonces la transformada de Wang se corresponde con un parámetro λ en la media de la distribución. De esta propiedad nos serviremos para proyectar los valores a futuro.

Antes de asumir los valores del parámetro λ_x mostramos algunos comportamientos significativos de los Z-scores de nuestros datos. Por ejemplo, el comportamiento de las desviaciones $Z_t - \bar{Z}$. Véase el Gráfico N° 5

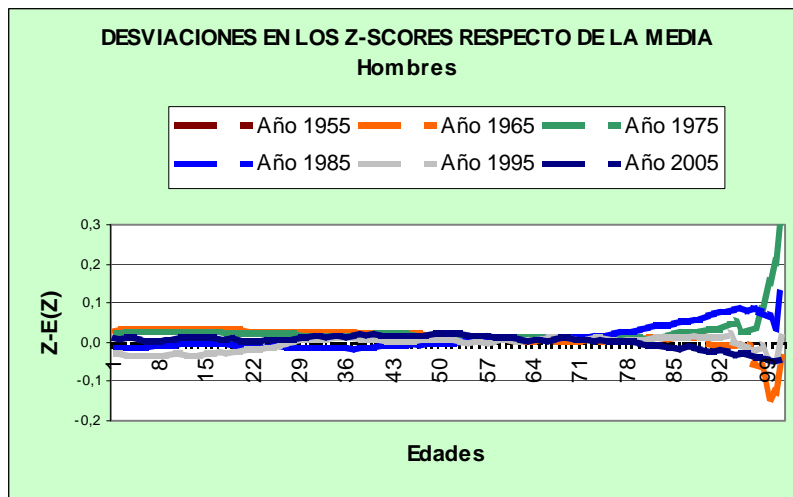


Gráfico N° 5

Se representan los valores correspondientes a las desviaciones de los valores de los Z-scores en relación a los valores medios. **Fuente:** Aportación propia.

En este gráfico llegamos a apreciar que se producen algunas alteraciones en la regularidad de los valores de los Z-scores respecto de la media, si bien limitado a las edades más altas. Este aspecto requerirá de un estudio más profundo para estimaciones en caso de dependencia.

Acudiendo de nuevo a la evolución de los Z-scores y dado que se constata que esta evolución se mantiene en una tendencia regular creciente, entendemos que el modelo puede ser estimado simplemente mediante una regresión lineal ⁽¹⁾, o bien, a través de un parámetro promedio de cambio a lo largo de los años en los Z-scores simplemente mediante la fórmula:

$$\bar{\lambda}_x = \frac{\sum_{t=2}^n (Z_{x,t} - Z_{x,t-1})}{n-1} \quad (3)$$

La estimación de este parámetro se puede llevar a cabo mediante otro método de serie temporal. No obstante, a nuestro juicio la información que disponemos y que se deduce de todo lo anterior es que su pronóstico puede ser estimado (a través de los Z-scores), en cuanto a la proyección de la esperanza matemática de vida futura.

Por otra parte la desviación estándar de las variaciones de los Z-score a una edad x, que lo calculamos de la forma:

$$\sigma_x^{-2} = \frac{\sum_{t=2}^n [(Z_{x,t} - Z_{x,t-1}) - \bar{\lambda}_x]^2}{n-1}$$

proporciona resultados asimismo en consonancia con lo anteriormente evidenciado.

Hay que indicar que el cambio promedio en los valores de $\bar{\lambda}$ no son constantes rigurosamente. Así sucede a las edades jóvenes y en las edades más altas. Este comportamiento se puede apreciar claramente en el gráfico Nº 6. No obstante hemos optado por la simplicidad al tomar en consideración el valor de $\bar{\lambda}$ promedio para todas las edades.

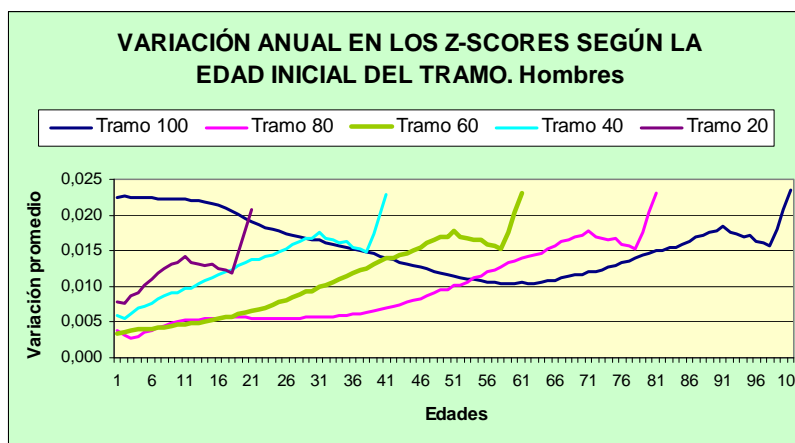
¹ Como cualquier análisis de series temporales de estimación, el estudio se presta a cualquier tipo de pronóstico, por supuesto más complicado. Pero que a nuestro juicio no se gana en simplicidad y no aportaría un gran margen de mejora.

En cualquier caso, en el gráfico observamos que las curvas Z-scores presentan un gradiente similar a lo largo del tiempo de calendario. Es por ello que hemos optado para elegir un valor promedio $\bar{\lambda}$ de crecimiento en los Z-scores a lo largo de los años de calendario.

Esta propiedad es debida a la variación aproximadamente constante de la mejoría en la mortalidad y no a la actuación de la transformada de Wang, la cual sí posibilita el tratamiento de la mejora de la mortalidad de una manera muy simple. Para comprobar esta aseveración basta con observar el siguiente gráfico.

Gráfico N° 6

Se muestra la variación anual de los Z-scores tomando diferente edad inicial con el objeto de detectar la incidencia de esta elección en el análisis de la variación



Fuente: Aportación propia.

El tramo más largo corresponde a todo el horizonte temporal de edades de una persona. El tramo de 80 años corresponde al tramo de edades desde los 20 hasta los 100 y así sucesivamente. El tramo más corto de 20 años corresponde a las edades comprendidas entre los 80 y los 100 años.

Se observa que para los tramos más largos la variación en los Z-scores presenta una mejor regularidad. Sin embargo para el tramo total de edades la variación hacia las edades superiores muestra una ligera minoración. Sucede lo contrario cuando se considera el tramo de edades superiores a los 20 años. Para los siguientes tramos más cortos la irregularidad en la variación de los Z-scores es más elevada. Por tal motivo elegimos todo el tramo de edades para nuestro análisis. Queda evidenciado que la aplicación de este tipo de

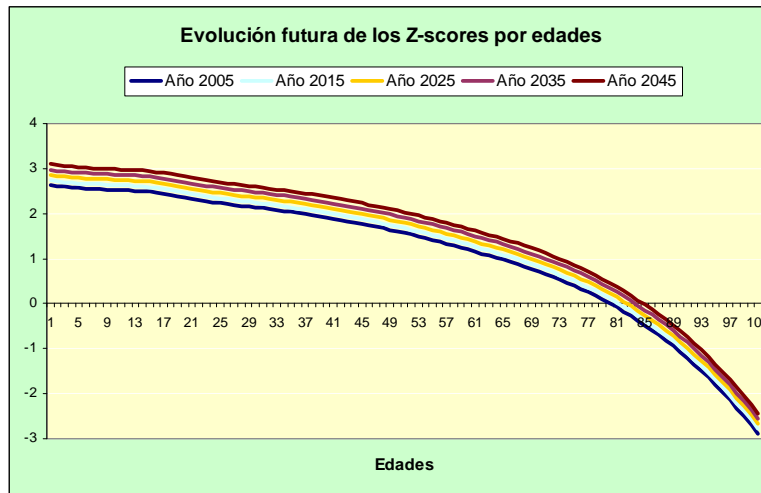
transformada no marca la pauta de la medida de la variación sino que es implícita a la variación de la mejora de la mortalidad real.

5. IMPLICACIONES EN LA ESPERANZA MATEMÁTICA DE VIDA

A partir de la información ya citada del colectivo de personas del sexo masculino, para el intervalo de años de calendario 1965-2005, y utilizando los pasos a que dan lugar las fórmulas (1), (2) y (3) se obtienen los valores necesarios para proyectar los valores de los Z-scores hacia el futuro. Estos nuevos valores los presentamos a continuación de forma gráfica.

Gráfico Nº 7

La estimación de los Z-scores presenta valores crecientes conforme avanza el tiempo de calendario en correspondencia con la evolución prevista de la mejora en la mortalidad. Colectivo de hombres.



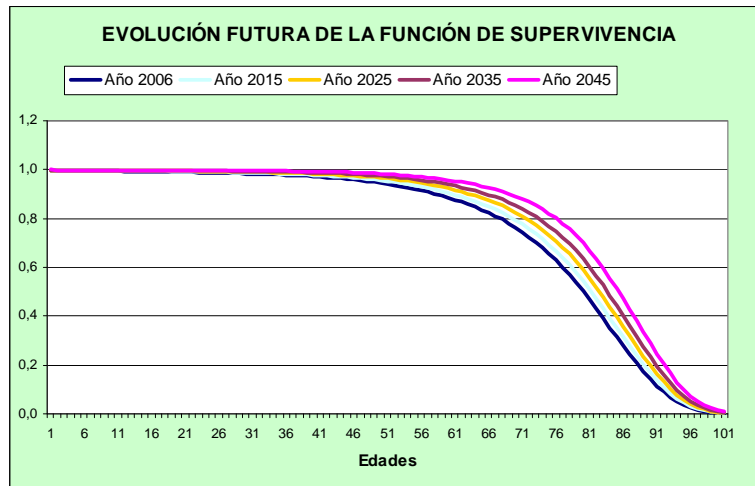
Fuente: Aportación propia.

Como se puede apreciar los valores proyectados de los Z-scores evolucionan hacia arriba en correspondencia con la previsible mejora de la mortalidad. Mediante la transformación inversa se obtiene la evolución futura de las probabilidades de supervivencia que lógicamente se debe traducir en un aumento de los valores de la función de supervivencia hacia el futuro. La representación gráfica para todo el horizonte temporal de edades de vida de una persona debe proporcionar una “rectangularización” de dicha función, hacia el futuro. La mayor o menor “rectangularización” debe corresponderse

lógicamente con el grado de mejora de la mortalidad. Esta evolución es la que se presenta en el siguiente gráfico.

Gráfico N° 8

La estimación de la función de supervivencia futura mediante las transformadas de wang dan como resultado una clara rectangularización como era de prever.



Fuente: Aportación propia.

En el gráfico adjunto se puede observar la regularidad en la proyección de la función de supervivencia hacia el futuro. Se aprecia una cierta propensión a la mejora en la mortalidad para edades superiores a los 65 años.

Como consecuencia de lo anterior, la mejora se plasma también en los tantos de mortalidad, correspondientes a la función de supervivencia anterior. Estos resultados se muestran en el siguiente gráfico y se ratifica la mejora de la mortalidad con una curva superior, en escala logarítmica, conforme transcurre el tiempo de calendario.

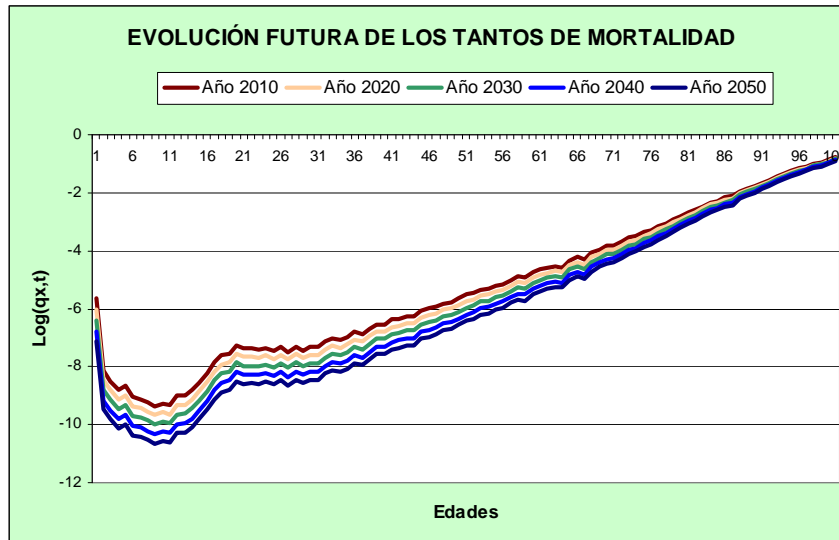


Gráfico N° 9

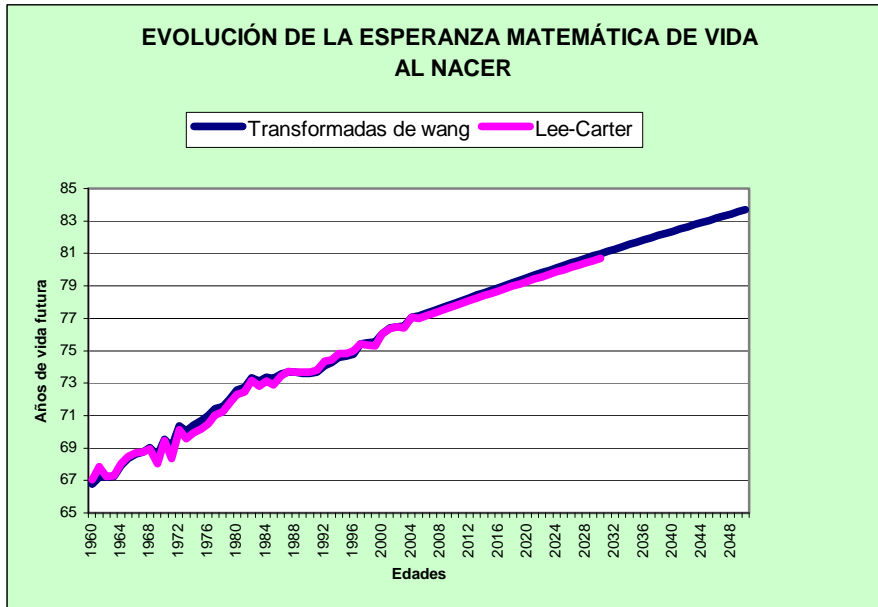
Los valores estimados de los tantos de mortalidad hacia el futuro, en base a la técnica de las transformadas de wang. Fuente: INE y aportación propia.

Finalmente, abordamos los resultados de la esperanza matemática de vida futura, por ser el objeto de estimación de este trabajo mediante la técnica de Wang y a su vez lo contrastamos con los resultados obtenidos por nosotros para este mismo indicador biométrico, pero utilizando la técnica de Lee-Carter.

Como se puede apreciar en el siguiente gráfico la estimación que presentan ambas técnicas son bastante similares pero no iguales. Si nos fijamos en un primer tramo de años de calendario, los que van desde el año 1960 al año 2005, que corresponden a la esperanza matemática de vida real al nacer, la mejora evoluciona desde los 67 años aproximadamente hasta los 77 años aproximadamente. La no coincidencia de las dos curvas obedece a que en la metodología de las transformadas de wang se tomaron todas las edades simples, desde la edad cero hasta los cien años, mientras que en la metodología de Lee-Carter se tomaron las edades por grupos de cinco años.

Gráfico N° 10

La esperanza de vida real al nacer hasta el año 2005. A partir de dicho año es el resultado de la estimación mediante las transformadas de wang (en línea oscura) y mediante la técnica de lee-Carter (en línea clara).



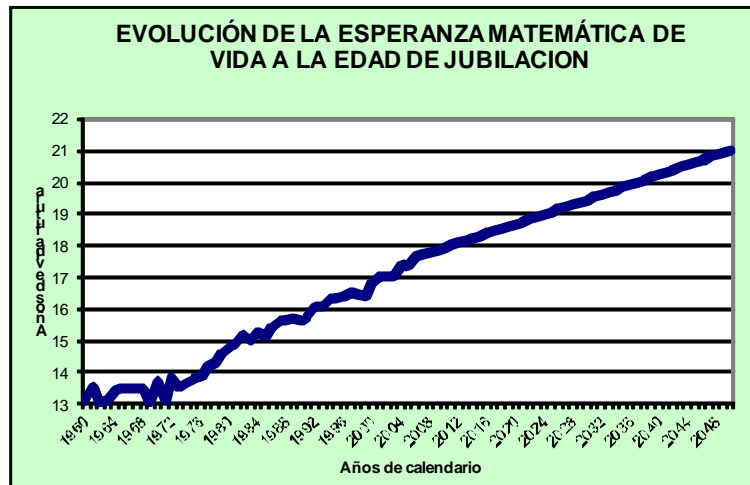
Fuente: INE y aportación propia.

Por su importancia en las operaciones de seguros, planes de pensiones, Seguridad Social, etc hemos procedido también a la estimación de la esperanza matemática de vida, para individuos que ya han alcanzado los 65 años. Los resultados de la estimación, utilizando la misma técnica se presentan a continuación.

Una vez alcanzada la edad de jubilación la persona viva, la esperanza de vida ha ido evolucionando a través de los años de calendario. Así, hemos pasado en nuestro País desde los 13 años aproximadamente, por los años 1960 hasta por encima de los 17 en el año 2005. Las estimaciones mediante la técnica de las transformadas de wang proporcionan resultados crecientes hacia el futuro en una progresión creciente mantenida, ligeramente por encima de la estimación obtenida mediante la técnica de Lee-Carter (no mostrada en el gráfico porque la diferencia es mínima y se confunden prácticamente las líneas). Las estimaciones pronostican que para el año 2050 se superarán los 21 años de esperanza de vida para una persona viva a los 65 años.

Gráfico N° 11

La esperanza de vida real hasta el año 2005 y su previsión futura, según la técnica de las transformadas de wang, a la edad de 65 años



Fuente: INE y aportación propia.

6. CONCLUSIONES

Nosotros hemos pretendido analizar las posibilidades de esta nueva técnica, para los actuarios, de estimación futura de mortalidad. Para ello toma de referencia los datos históricos de la mortalidad. Los resultados varían según el intervalo de años de calendario de información que se tome en consideración. La técnica se puede utilizar para todo el horizonte temporal de edades de una persona, en nuestro caso desde la edad cero hasta los cien años.

Los resultados que hemos obtenido y que se mostraron a lo largo de este trabajo son coherentes y razonables con la experiencia de la mejora de la mortalidad actuarial. Por otra parte se compararon los resultados que se producían para años de calendario recientemente pasados tomando datos de años precedentes.

Por otra parte hemos contrastado estos resultados obtenidos mediante la aplicación de la metodología de las transformadas de wang y los obtenidos por nosotros previamente mediante la técnica de Lee-Carter (véase Betzuen, A. 2009) y los resultados son muy similares ante una perspectiva a largo

plazo. Los valores numéricos siguiendo la metodología de Lee-Carter resultan ligeramente inferiores.

La curvatura que se presenta en los gráficos anteriores muestran que las predicciones de ambas técnicas indican que la mejora en la mortalidad serán crecientes pero menos que proporcionalmente.

Los resultados anteriores confirman que la mejora de la mortalidad hacia el futuro es una realidad y además muestran en qué medida se prevé que se experimentará la mejora. Por lo tanto la previsible mejora puede controlarse hacia el futuro por cualquiera de las técnicas anteriores, quedando un margen amplio de control del riesgo de mortalidad por parte de los actuarios. No obstante este control como sabemos no es cerrado, queremos decir que siempre se debe llevar a cabo una estimación futura del riesgo de mortalidad cada cierto periodo de tiempo, a nuestro juicio no superior a diez años. Y siempre se debe tener presente el colectivo del que se captura la información, el rango del periodo de tiempo histórico y el rango del periodo de tiempo para el que se pretende aplicar los resultados.

7. REFERENCIAS

- Wang, S.S. (2000), “A class of distortion operators for pricing financial and insurancerisks,” *Journal of Risk and Insurance*, 67, 15–36.
- Wang, S.S. (2003), “Equilibrium pricing transforms: New results using Bühlmann’s” 1980 economic model,” *ASTIN Bulletin*, 33, 57–73.
- Betzuen, A. (2010), “Un análisis sobre las posibilidades de prediccion de la mortalidad futura aplicando el modelo lee-carter” *anales. madrid*.
- De Jong, P. and Mazzi, S. (2001). “Modelling and smoothing unequally spaced sequence data”. *Statistical Inference for Stochastic Processes* 4(1).
- Marshal, Claymore and De Jong Piet (2009), “Mortality Projection based on the Wang Transform”. *ASTIN Bulletin*.