

Máster Universitario en Ciencias Actuariales y Financieras  
(2016-2017)

*Trabajo Fin de Máster*

“Análisis de la sensibilidad del BEL  
de siniestros basado en modelos  
*Link Ratio* ante cambios en la  
estructura de la siniestralidad”

---

Ángel López López

Tutores

José Miguel Rodríguez-Pardo del Castillo

Jesús Ramón Simón del Potro

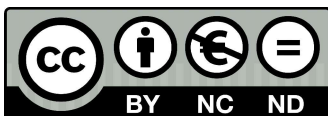
Madrid, 12 de julio de 2017

Esta tesis es propiedad del autor. No está permitida la reproducción total o parcial de este documento sin mencionar su fuente. El contenido de este documento es de exclusiva responsabilidad del autor, quien declara que no ha incurrido en plagio y que la totalidad de referencias a otros autores han sido expresadas en el texto.

En caso de obtener una calificación igual o superior a 8.0 Notable, autorizo la publicación de este trabajo en el centro de Documentación de la Fundación Mapfre.

- Sí, autorizo a su publicación.
- No, desestimo su publicación.

Fdo.: Ángel López López



Esta obra se encuentra sujeta a la licencia Creative Commons **Reconocimiento – No Comercial – Sin Obra Derivada**

---

# Análisis de la sensibilidad del BEL de siniestros basado en modelos Link Ratio ante cambios en la estructura de la siniestralidad

---

## Resumen

---

Este Trabajo de Fin de Máster se centra en el análisis de la sensibilidad de algunos métodos de cálculo de provisiones técnicas, ante cambios en la estructura de la siniestralidad a lo largo del tiempo. Los resultados aquí presentados se han obtenido a través de la simulación de carteras de siniestros, tomando como base un modelo sobre el que se han aplicado distintos escenarios de estrés. El modelo teórico de simulación se ha diseñado de forma que sea lo suficientemente general como para modelizar la siniestralidad de seguros de Responsabilidad Civil Profesional, los cuales se caracterizan por ser de cola larga. Es decir, los períodos de liquidación de los siniestros son muy superiores a los de otros seguros No Vida, llegando a superar los veinte años, lo que dificulta su cálculo de provisiones. El análisis de sensibilidad realizado se ha enfocado en la *Mejor Estimación* o *Best Estimate*, calculada de acuerdo a la normativa de Solvencia II.

---

## Palabras clave

*Provisiones Técnicas, Best Estimate, Modelos Link Ratio, Chain Ladder, Solvencia II, Simulación.*

## Tabla de contenido

1	Introducción .....	1
2	Provisiones en seguros No Vida .....	4
2.1	Provisiones en Solvencia I .....	5
2.2	Provisiones en Solvencia II .....	7
2.3	Comparación entre Solvencia I y Solvencia II .....	11
3	Métodos de estimación de las Provisiones Técnicas .....	13
3.1	Métodos deterministas .....	14
3.1.1	Método del coste medio del siniestro .....	14
3.1.2	Método del período medio de liquidación .....	15
3.1.3	Métodos basados en triángulos de siniestros .....	15
3.1.3.1	Modelos <i>Grossing Up</i> .....	19
3.1.3.1.1	Modelo general .....	19
3.1.3.1.2	Modelos con información histórica .....	20
3.1.3.1.3	Modelos integrales .....	21
3.1.3.2	Modelos Link Ratio .....	24
3.1.3.2.1	Modelo general – media aritmética de ratios .....	24
3.1.3.2.2	Modelo optimista .....	25
3.1.3.2.3	Modelo pesimista o prudente .....	26
3.1.3.2.4	Modelo de ratio medio ponderado .....	26
3.1.3.2.5	Modelo de regresión lineal .....	27
3.1.3.3	Método de Chain Ladder .....	28
3.2	Métodos estocásticos .....	28
3.2.1	Modelo de Mack .....	29
3.2.2	Método <i>Bootstrap</i> sobre <i>Chain Ladder</i> .....	30
3.2.3	Modelo Lineal Generalizado .....	31
4	Modelo de simulación base .....	34
4.1	Número de siniestros .....	36

4.2	Duración de los expedientes.....	37
4.3	Coste siniestral .....	40
4.4	Patrón de pagos .....	42
4.5	Estadísticas principales del modelo base .....	45
5	Resultados de simulación en el <i>modelo base</i> .....	48
5.1	Metodología de cálculo de la <i>Mejor Estimación</i> .....	48
5.2	Algoritmo de simulación.....	51
5.2.1	Generación de la cartera de siniestros.....	52
5.2.2	Obtención del triángulo de pagos incremental completo.....	52
5.2.3	Obtención del triángulo de pagos completo acumulado.....	53
5.2.4	Proyección del triángulo de pagos acumulado.....	53
5.2.5	Extracción del triángulo de pagos por año futuro .....	53
5.2.6	Cálculo de la <i>Mejor Estimación</i> .....	54
5.3	Resultados de la simulación .....	54
6	Resultados de simulación con escenarios cambiantes .....	59
6.1	Definición de los cambios estructurales en la siniestralidad.....	59
6.1.1	Cambio estructural en el número de siniestros .....	59
6.1.1.1	Escenario 1: Tendencia lineal.....	59
6.1.1.2	Escenario 2: Tendencia lineal más ciclo de amplitud dependiente del nivel	60
6.1.2	Cambio estructural en la duración de los expedientes .....	61
6.1.3	Cambio estructural en la relación entre coste siniestral y duración.....	63
6.2	Resultados en cambios en el número de siniestros .....	65
6.2.1	Escenario 1: Aumento de forma lineal .....	65
6.2.2	Escenario 2: Aumento de forma lineal más ciclo estacional.....	67
6.3	Resultados en cambios en la duración de los expedientes .....	70
6.3.1	Escenario 1: Aumento en la duración de los expedientes .....	70
6.3.2	Escenario 2: Disminución en la duración de los expedientes.....	74
6.4	Resultados en cambios en la relación coste siniestral – duración.....	76

6.4.1	Escenario 1: Aumento en la relación coste siniestral – duración.....	77
6.4.2	Escenario 2: Disminución en la relación coste siniestral – duración.....	79
6.5	Resultados ante cambios en todas las variables simultáneamente.....	82
6.5.1	Escenario 1: Tendencia lineal + Ciclo en número y crecimiento en duración y en relación coste siniestral – duración.....	82
6.5.2	Escenario 2: Tendencia lineal + Ciclo en número y decrecimiento en duración y en relación coste siniestral – duración.....	85
7	Conclusiones y futuras líneas de investigación.....	89
7.1	Resumen global del Sesgo.....	89
7.2	Resumen global del Incremento del error.....	91
7.3	Conclusiones finales.....	93
7.4	Futuras líneas de investigación.....	95
	Bibliografía.....	97
	Anexo.....	100

## Índice de gráficos

Gráfico 4.1. Ciclo de vida del siniestro .....	35
Gráfico 4.2. Función de probabilidad de una distribución BN(20.000,10/11) .....	37
Gráfico 4.3. Función de densidad de una Gamma(2.5,3).....	38
Gráfico 4.4. Diagrama de barras simulación de Duración (en años) discreta y con máximo de 30 años .....	39
Gráfico 4.5. Relación entre Duración del siniestro y parámetro de escala del Coste Siniestral.....	41
Gráfico 4.6. Función de densidad del coste siniestral para duraciones entre 1 y 5 .....	42
Gráfico 4.7. Función de densidad del coste siniestral para duraciones 10, 15 y 20.....	42
Gráfico 4.8. Función de densidad Beta para distintos pares de parámetros.....	44
Gráfico 4.9. Funciones de densidad y sus correspondientes de distribución para 10 simulaciones .....	44
Gráfico 4.10. Convergencia de la duración media.....	46
Gráfico 4.11. Convergencia del coste medio.....	46
Gráfico 4.12. Patrón de pagos de la cartera por año desde la ocurrencia del siniestro	47
Gráfico 5.1. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético .....	56
Gráfico 5.2. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder .....	56
Gráfico 5.3. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de Regresión Lineal Simple .....	57
Gráfico 6.1. Parámetro con tendencia y evolución de la esperanza del número de siniestros .....	60
Gráfico 6.2. Parámetro con tendencia y ciclo y evolución de la esperanza del número de siniestros .....	61
Gráfico 6.3. Evolución parámetro b y duración esperada ante aumento (izquierda) y disminución (derecha) del parámetro.....	62
Gráfico 6.4. Comparación de funciones de densidad extremas con la densidad de modelo base. Variable duración.....	63
Gráfico 6.5. Curvas para el parámetro en función de la duración para el modelo base y los cambios estructurales de aumento y disminución aplicados sobre 2016 .....	64
Gráfico 6.6. Funciones de densidad del coste para duraciones de 5 (izquierda) y 10 (años) suponiendo el modelo base y los cambios estructurales aplicados sobre 2016	64
Gráfico 6.7. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado número siniestros con tendencia lineal .....	65

Gráfico 6.8. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado número siniestros con tendencia lineal.....	66
Gráfico 6.9. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado número siniestros con tendencia lineal.....	66
Gráfico 6.10. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado número siniestros con tendencia lineal y ciclo .....	68
Gráfico 6.11. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado número siniestros con tendencia lineal y ciclo .....	68
Gráfico 6.12. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado número siniestros con tendencia lineal y ciclo .....	69
Gráfico 6.13. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado incremento duración de expedientes .....	71
Gráfico 6.14. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado número incremento duración de expedientes .....	72
Gráfico 6.15. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado incremento duración de expedientes .....	73
Gráfico 6.16. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado disminución duración de expediente.....	74
Gráfico 6.17. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado duración de expediente .....	75
Gráfico 6.18. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión simple – modelo estresado incremento duración de expediente.....	76
Gráfico 6.19. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado incremento relación coste/duración.....	77
Gráfico 6.20. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado incremento relación coste/duración .....	78
Gráfico 6.21. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado incremento relación coste/duración .....	79
Gráfico 6.22. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado disminución relación coste/duración .....	80
Gráfico 6.23. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado disminución relación coste/duración.....	81
Gráfico 6.24. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado disminución relación coste/duración .....	81
Gráfico 6.25. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado con tendencia y ciclo para número y aumento de duración y relación coste/duración .....	83



Gráfico 6.26. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado con tendencia y ciclo para número y aumento de duración y relación coste/duración .....	84
Gráfico 6.27. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado con tendencia y ciclo para número y aumento de duración y relación coste/duración.....	84
Gráfico 6.28. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado con tendencia y ciclo para número y disminución de duración y relación coste/duración .....	86
Gráfico 6.29. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado con tendencia y ciclo para número y disminución de duración y relación coste/duración .....	86
Gráfico 6.30. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado con tendencia y ciclo para número y disminución de duración y relación coste/duración.....	87

## Índice de Tablas

Tabla 2.1. Equivalencias de provisiones entre Solvencia I y Solvencia II .....	12
Tabla 3.1. Triángulo de pagos por año de origen y año de desarrollo cronológico.....	16
Tabla 3.2. Triángulo de pagos por año de origen y año de desarrollo ordinal .....	17
Tabla 3.3. Triángulo de pagos acumulados por año de origen y año de desarrollo ordinal.....	17
Tabla 3.4. Triángulo de número por año de origen y año de declaración ordinal .....	18
Tabla 3.5. Grossing Up histórico: Coste Acumulado de años anteriores .....	20
Tabla 3.6. Grossing Up histórico: Cálculo de factores combinados.....	21
Tabla 5.1. Triángulo de pagos acumulado .....	49
Tabla 5.2. Triángulo de pagos acumulado completado .....	50
Tabla 5.3. Triángulo de pagos incremental completado .....	50
Tabla 5.4. Triángulo de pagos futuros.....	50
Tabla 5.5. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. ....	58
Tabla 6.1. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado número de siniestros con tendencia lineal.....	67
Tabla 6.2. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado número de siniestros con tendencia lineal.....	70
Tabla 6.3. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado incremento duración expedientes.....	74
Tabla 6.4. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado incremento duración expedientes.....	76
Tabla 6.5. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado incremento relación coste/duración .....	79
Tabla 6.6. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado disminución relación coste/duración.....	82
Tabla 6.7. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado con tendencia y ciclo para número y aumento de duración y relación coste/duración .....	85
Tabla 6.8. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado con tendencia y ciclo para número y disminución de duración y relación coste/duración .....	88
Tabla 7.1. Resumen de Sesgo en todos los escenarios como porcentaje sobre el valor medio de la Mejor Estimación bajo cada uno de los modelos. ....	90
Tabla 7.2. Estadísticos de los Sesgos como porcentajes.....	90

Tabla 7.3. Resumen del Incremento de Error en todos los escenarios como porcentaje sobre el valor medio de la Mejor Estimación bajo cada uno de los modelos. ....	92
Tabla 7.4. Estadísticos de los Incrementos de Error como porcentajes .....	93

## 1 Introducción

En este Trabajo Fin de Máster se aborda la problemática del cálculo de la *Mejor Estimación* de las provisiones de siniestros en seguros de No Vida en el entorno de Solvencia II. El objetivo principal consiste en el análisis de los métodos de cálculo de provisiones más empleados con el fin de medir el impacto que sobre éstos tienen los cambios estructurales en la siniestralidad, que pueden producirse en el desarrollo de la actividad aseguradora. Dentro de los seguros No Vida, el trabajo se centra sobre los denominados seguros de cola larga, en donde el tiempo entre la ocurrencia del siniestro y su completa liquidación y pago, puede alcanzar valores muy elevados, pudiéndose llegar en algunos casos hasta los 30 años.

Un ejemplo de este tipo de seguros es el que se enfoca en la cobertura de la Responsabilidad Civil Profesional, es decir, un seguro para dar cobertura a los profesionales liberales o empresas en el desarrollo de su actividad profesional (Médicos, Abogados, Administradores, Arquitectos, Ingenieros, etc.). El hecho de desarrollar una actividad profesional implica a su vez una importante responsabilidad para el profesional. Este tipo de seguros protegen el patrimonio personal y/o de la empresa frente a las reclamaciones en el ejercicio de la actividad.

En el capítulo 2, se introducen los conceptos más relevantes en relación a las provisiones en los seguros de No Vida, incluyendo la legislación vigente aplicable a las mismas en el Marco del seguro español y diferenciando entre el actual entorno de Solvencia II y su predecesor Solvencia I.

Como ya se ha mencionado brevemente, el objetivo principal consiste en el análisis de varias metodologías de cálculo y ver cómo impactan sobre el resultado de sus estimaciones de provisiones, los posibles cambios en los desarrollos de los siniestros. En el capítulo 3, se realiza una revisión de los métodos existentes en la literatura para el cálculo de las provisiones técnicas, introduciéndose la idea básica de todos ellos y profundizando sobre aquellos que serán empleados en la parte práctica del trabajo, los cuales están basados en los triángulos de pagos históricos.

La parte práctica de este trabajo se fundamenta en la propuesta de un modelo teórico lo suficientemente amplio como para ajustar la siniestralidad de los seguros de Responsabilidad Civil Profesional, para el que se obtiene, por simulación, sus características fundamentales y sobre el que se incluirán variaciones, con el objetivo

de introducir cambios estructurales en la siniestralidad y poder estimar de este modo el impacto de estos cambios en las estimaciones de cada metodología. Es en el capítulo 4 dónde se describe el modelo que se propone a partir del cual se simulan carteras completas de siniestros en 4 pasos esenciales, a saber: determinación del número de siniestros para cada año de ocurrencia; para cada siniestro, determinación de su duración; a partir de su duración, determinación de su coste; y, finalmente, determinación del momento en que se realizarán los pagos de dicho coste a lo largo de la vida del siniestro. Debido a la imposibilidad de disponer de datos representativos de ningún sector profesional y, dado que el trabajo es puramente de simulación, las distribuciones y los parámetros del modelo descrito se han seleccionado *ad hoc* de modo que permitiesen la generación de carteras de siniestros (y su evolución) que pudiesen representar, según la experiencia personal, el comportamiento general de las carteras de siniestros asociadas a este tipo de seguros, sin que de algún modo pueda extrapolarse el modelo resultante a ninguna actividad profesional concreta. Resulta evidente, por tanto, que cualquier aplicación real del modelo debería necesariamente pasar por un ajuste de las distribuciones con el fin de encontrar, dentro del esquema de modelización propuesto, las variables aleatorias que generan las variables y los parámetros que mejor pudieran ajustar los datos sobre los que se desea realizar el estudio.

De cualquier modo y como apreciación personal sustentada por la experiencia, este tipo de seguros de cola larga presenta un elevado grado de dificultad a la hora de realizar ajustes de distribución, debido principalmente a que los expedientes pueden tener tiempos de liquidación elevados. Durante ese tiempo los cambios internos y/o externos que se vayan produciendo, crearán un dinamismo en la cartera de siniestros que dificultará enormemente no sólo la búsqueda de la distribución adecuada, sino también de la estimación precisa de sus parámetros. Ése es el argumento principal que ha motivado el análisis de este Trabajo Fin de Máster. Se persigue arrojar algo de luz a la pregunta: Si no soy capaz de ajustar mis datos de siniestralidad, ¿qué metodología es la más adecuada (precisa, robusta) para el cálculo de las provisiones técnicas si el comportamiento de mi cartera evoluciona en el tiempo? Esto implica que, de algún modo, lo más importante en este trabajo no es si el modelo base elegido para los siniestros es el correcto o no, sino cómo impacta en las estimaciones de las provisiones técnicas la evolución temporal de la cartera, con el fin de seleccionar una metodología u otra.

Los resultados de las simulaciones se muestran en dos capítulos independientes. En el primero, el capítulo 5, se muestran los resultados de las estimaciones de las

provisiones en el modelo base de simulación. El objetivo de este capítulo es analizar la insesgadez y la variabilidad de cada uno de los métodos aplicados sobre un modelo estable (el modelo base definido en el capítulo 4). La insesgadez del método de cálculo es considerado un buen punto de partida para la elección de un método de estimación de provisiones. En el capítulo 6 se muestran los resultados de estimación de las provisiones cuando se perturba alguna o todas las variables que describen el modelo base. Fundamentalmente las perturbaciones del modelo base propuestas consisten en alterar el número de siniestros de forma lineal y cíclica, en alterar la duración de los siniestros (lo cual acaba repercutiendo en el coste) y en alterar la relación existente entre el coste medio y la duración de los expedientes.

En el capítulo 7, se muestran las principales conclusiones de los análisis de los resultados, con el objetivo de determinar de forma global la robustez de cada método, la capacidad de adaptación y, de nuevo, su insesgadez y variabilidad. También, se introduce de forma breve algunas ideas sobre las que avanzar para obtener una mejor comprensión del comportamiento de cada metodología o dar el siguiente paso en el análisis aquí realizado.

Por último, en el Anexo se incorporan todas las funciones programadas en MATLAB y que han sido empleadas para realizar las simulaciones y las funciones de densidad estimadas recogidas en el trabajo.

## 2 Provisiones en seguros No Vida

La actividad aseguradora es una actividad financiera esencial en la economía ya que se encarga de cubrir dos funciones vitales para el crecimiento de ésta. Por un lado, cumple una función preservadora de la riqueza y, por otro, una función de previsión social. Sería impensable hoy en día el hecho de iniciar un proyecto o realizar una inversión sin tener alguien detrás que se haga cargo de la inversión en caso de que acontezca un evento negativo que pudiera dañar su valor. Por ejemplo, si se comprase un vehículo para desarrollar una actividad, ¿qué ocurriría en caso de siniestro si éste no estuviera asegurado? Es en este sentido en el que el seguro actuaría como conservador de la riqueza, ya que nos permite hacer inversiones con la tranquilidad de estar protegidos ante eventos aleatorios que pudieran afectarnos negativamente. Por otro lado, ¿qué ocurriría si la fuente principal de ingresos de un hogar sufriese un accidente o falleciese? La merma en los ingresos podría implicar la imposibilidad de cubrir las necesidades de dicho hogar. Es en estos casos cuando el seguro adoptaría su función social a través de seguros de accidentes o de vida, protegiendo el hogar ante este hecho negativo. Debido a la importancia de estas funciones, el seguro es una de las actividades financieras más reguladas. La regulación trata de proteger a los tomadores, asegurados y beneficiarios con el fin de garantizar que, en caso de que se produzca un siniestro, las compañías de seguros estén en condiciones de garantizar su indemnización.

Una de las características fundamentales en las empresas de seguros es que para ellas se produce la denominada inversión del proceso productivo, es decir, primero se cobra el precio del seguro (prima) y después se presta el servicio (pago de la indemnización si se produce el siniestro). Esta circunstancia hace necesario el establecimiento de una serie de garantías financieras para asegurar que las primas en poder de los aseguradores se destinen a los fines que les corresponde. Eso se consigue con las provisiones técnicas, constituidas con una parte de las primas satisfechas por los asegurados.

Según el Diccionario de Términos de Seguros, Reaseguros y Financieros (Mochon Morcillo, Isidro Aparicio, & Fernández Isla, 2004) las provisiones técnicas son:

*“Provisiones que reflejan el valor cierto o estimado de las obligaciones contraídas por razón de los contratos de seguros y de reaseguros suscritos, así como el de los gastos*

*relacionados con el cumplimiento de dichas obligaciones. Forman parte del pasivo de la entidad aseguradora”.*

Recientemente con la llegada de Solvencia II a través de la Directiva 2009/138/EC (Directiva 2009/138/CE) y del Reglamento delegado 2015/35 de la Comisión (Reglamento Delegado 2015/35) se ha modificado la legislación que regula el acceso y la actividad del seguro. Solvencia II cambia el enfoque de medición de la situación de solvencia de las compañías y lo dirige hacia la medición y gestión de riesgos en que cada compañía incurre (Alonso González & Albarrán Lozano, 2008). Dicha legislación europea ha sido transpuesta a la legislación española a través de la Ley 20/2015, de 14 de julio, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras (Ley 20/2015) o LOSSEAR y del Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras (Real Decreto 1060/2015) o ROSSEAR.

Antes de la llegada de Solvencia II la regulación de las provisiones técnicas se encontraba en el Real Decreto Legislativo 6/2004, de 29 de octubre, por el que se aprobó el texto refundido de la Ley de ordenación y supervisión de los seguros privados (Real Decreto Legislativo 6/2004) o TRLOSSP y en el Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, por el que se aprobó el Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados (Real Decreto 2486/1998) o ROSSP.

## 2.1 Provisiones en Solvencia I

La regulación positiva de las provisiones técnicas antes de Solvencia II están contenidas en el art. 16 del TRLOSSP y en los arts. 29 a 57 del ROSSP.

EL artículo 16 del TRLOSSP no define las provisiones técnicas, sino que únicamente señala que *“Las entidades aseguradoras tendrán la obligación de constituir y mantener en todo momento provisiones técnicas suficientes para el conjunto de sus actividades”*. A lo que el artículo 29 del ROSSP añade: *“Las provisiones técnicas deberán reflejar en el balance de las entidades aseguradoras el importe de las obligaciones asumidas que se derivan de los contratos de seguros y reaseguros. Se deberán constituir y mantener por un importe suficiente para garantizar, atendiendo a criterios prudentes y razonables, todas las obligaciones derivadas de los referidos contratos, así como para mantener la necesaria estabilidad de la entidad aseguradora frente a oscilaciones aleatorias o cíclicas de la siniestralidad o frente a posibles riesgos especiales”*.

De acuerdo con el propio artículo 29 del reglamento, las provisiones técnicas son las siguientes:



- **De primas no consumidas** (art. 30 ROSSP): *“La provisión de primas no consumidas deberá estar constituida por la fracción de las primas devengadas en el ejercicio que deba imputarse al período comprendido entre la fecha del cierre y el término del período de cobertura. La provisión de primas no consumidas se calculará póliza a póliza”.*
- **De riesgos en curso** (art. 31 ROSSP): *“La provisión de riesgos en curso complementará a la provisión de primas no consumidas en la medida en que su importe no sea suficiente para reflejar la valoración de todos los riesgos y gastos a cubrir por la entidad aseguradora que se correspondan con el periodo de cobertura no transcurrido a la fecha de cierre del ejercicio”*
- **De seguros de vida** (arts. 32 a 37 ROSSP): *“La provisión de seguros de vida deberá representar el valor de las obligaciones del asegurador neto de las obligaciones del tomador por razón de seguros sobre la vida a la fecha de cierre del ejercicio”.*
- **De participación en beneficios y para extornos** (art. 38 ROSSP): *“Esta provisión recogerá el importe de los beneficios devengados en favor de los tomadores, asegurados o beneficiarios y el de las primas que proceda restituir a los tomadores o asegurados, en su caso, en virtud del comportamiento experimentado por el riesgo asegurado, en tanto no hayan sido asignados individualmente a cada uno de aquéllos”.*
- **De prestaciones** (arts. 39 a 44 ROSSP): *“La provisión de prestaciones deberá representar el importe total de las obligaciones pendientes del asegurador derivadas de los siniestros ocurridos con anterioridad a la fecha de cierre del ejercicio y será igual a la diferencia entre su coste total estimado o cierto y el conjunto de los importes ya pagados por razón de tales siniestros.  
Dicho coste incluirá los gastos tanto externos como internos de gestión y tramitación de los expedientes, cualquiera que sea su origen, producidos y por producir hasta la total liquidación y pago del siniestro. Los recobros o cantidades a recuperar por el ejercicio de las acciones que correspondan al asegurador frente a las personas responsables del siniestro no podrán deducirse del importe de la provisión. No obstante lo anterior, cuando la provisión para prestaciones se calcule utilizando métodos estadísticos de conformidad con lo indicado en el artículo 43, los pagos podrán computarse netos de recobros.  
La provisión deberá tener en cuenta todos los factores y circunstancias que influyan en su coste final y será suficiente en todo momento para hacer frente a las obligaciones pendientes a las fechas en que hayan de realizarse los pagos.*

*La provisión de prestaciones estará integrada por la provisión de prestaciones pendientes de liquidación o pago, la provisión de siniestros pendientes de declaración y la provisión de gastos internos de liquidación de siniestros”.*

- **La reserva de estabilización** (art. 45 ROSSP): *“La reserva de estabilización, que tendrá carácter acumulativo, tiene como finalidad alcanzar la estabilidad técnica de cada ramo o riesgo. Se calculará y dotará en aquellos riesgos que por su carácter especial, nivel de incertidumbre o falta de experiencia así lo requieran, y se integrará por el importe necesario para hacer frente a las desviaciones aleatorias desfavorables de la siniestralidad”.*
- **Del seguro de decesos** (art. 46 ROSSP): *“Las entidades que operen en el ramo de decesos constituirán la provisión del seguro de decesos atendiendo al planteamiento actuarial de la operación, si bien el tipo de interés técnico a utilizar será, en todo caso, el que se determina en el apartado 1 del artículo 33 de este Reglamento”.*
- **Del seguro de enfermedad** (art. 47 ROSSP): *“Cuando en el seguro de enfermedad, incluidas las coberturas de asistencia sanitaria, se utilicen bases técnicas formuladas conforme a lo dispuesto en el artículo 80, esta provisión, que deberá representar el valor de las obligaciones del asegurador por razón de tales seguros a la fecha de cierre del ejercicio neto de las del tomador, se calculará utilizando técnica análoga a la del seguro de vida”.*
- **De desviaciones de las operaciones de capitalización por sorteo** (art. 30 ROSSP): *“Esta provisión, que tendrá carácter acumulativo, se constituirá para hacer frente a las desviaciones que tengan su origen en los sorteos con que se relacionen los sistemas de premios o amortización anticipada que adopten las entidades, y se integrará por la parte de las cuotas destinada a atender dichas desviaciones que no haya sido consumida durante el ejercicio. Las desviaciones que eventualmente se produzcan entre la amortización real y la prevista en las respectivas bases de cálculo se afectarán a esta provisión, sin que su importe pueda ser negativo”.*

## 2.2 Provisiones en Solvencia II

Según la LOSSEAR (Real Decreto 1060/2015), en su artículo 69:

*Las entidades aseguradoras y reaseguradoras computarán entre sus deudas las provisiones técnicas necesarias para reflejar todas las obligaciones derivadas de contratos de seguro y de reaseguro.*

*El valor de las provisiones técnicas se corresponderá con el importe actual que las entidades aseguradoras y reaseguradoras tendrían que pagar si transfirieran sus obligaciones de seguro y reaseguro de manera inmediata a otra entidad aseguradora o reaseguradora.*

*A efectos del cálculo de las provisiones técnicas se utilizará la información facilitada por los mercados financieros y los datos generalmente disponibles sobre riesgos de suscripción, información con la que el citado cálculo habrá de ser coherente.*

*Las provisiones técnicas se valorarán de forma prudente, fiable y objetiva.*

*Reglamentariamente se determinarán las provisiones técnicas a computar y las técnicas, métodos e hipótesis para su cálculo, así como las condiciones de aplicación del ajuste por casamiento a la estructura temporal de tipos de interés sin riesgo y del ajuste por volatilidad a la estructura temporal de tipos de interés sin riesgo.*

*Cuando la entidad aseguradora o reaseguradora desee aplicar el ajuste por casamiento, a que se refiere el apartado anterior, deberá obtener la autorización previa de la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones, en los términos y condiciones que se establezcan por la normativa de la Unión Europea de directa aplicación. El plazo máximo para resolver el procedimiento de la autorización previa y notificación de la resolución es de seis meses. Transcurrido este plazo sin haberse notificado resolución expresa se entenderá desestimada la solicitud presentada.*

De este artículo se extraen entre otras las siguientes ideas acerca de las provisiones técnicas:

- Serán consideradas como deudas a efectos contables (como hasta ahora se encontrarán en el pasivo de la entidad aseguradora).
- Deberán reflejar **todas** las obligaciones derivadas de los contratos.
- Su valor será el que tendrían que pagar en caso de que se transfiriera su cartera. Esto se traduce que el importe de las provisiones técnicas no será únicamente el valor estimado de las obligaciones, sino que se le deberá añadir una cantidad que será el coste de capital de tener no disponible dichas cantidades.
- Deben calcularse de forma prudente, fiable y objetiva y además tendrán en cuenta los mercados financieros, es decir, que tendrá que darse como valor a mercado. Para lo cual se empleará un descuento a partir de unas curvas libres de riesgo.

- Los métodos de cálculo serán determinados en el reglamento
- Se podrá aplicar el casamiento de flujos previa aprobación por parte del supervisor.

Es, por tanto, necesario acudir al reglamento para desarrollar completamente el alcance de las provisiones técnicas bajo Solvencia II. En éste (Real Decreto 1060/2015), los artículos que tratan de las provisiones técnicas son desde el 48 hasta el 58. A continuación se realiza un breve resumen de cada uno de ellos:

- **Artículo 48.** Cálculo de las provisiones técnicas: principios generales. El valor de las provisiones técnicas será el resultado de la suma de la *Mejor Estimación* y del *margen de riesgo* que se calcularán por separado (salvo que los flujos futuros puedan ser replicados fácilmente con instrumentos financieros).
  - *Mejor Estimación:* “se corresponderá con la media de los flujos de caja futuros ponderada por su probabilidad, teniendo en cuenta el valor temporal del dinero mediante la aplicación de la pertinente estructura temporal de tipos de interés sin riesgo, es decir, el valor actual esperado de los flujos de caja futuros”. Es decir, no sólo es necesario **saber cuánto** implican las obligaciones actuales, sino que además hay que probabilizar su pago con el objetivo de determinar **en qué fecha** se harán esos **pagos** esperados para finalmente descontar esos flujos futuros al momento actual. También se hace hincapié en la calidad de la **información**, ya que ésta debe ser **fiable** y estar **actualizada**. Las **hipótesis** que se supongan para los datos han de ser **realistas** y ha de emplearse **métodos** actuariales o estadísticos **adecuados**. Por último, se recalca que *Mejor Estimación* será **bruta de reaseguro**.
  - *Margen de riesgo:* Debe ser un valor suficiente para que su suma con la *Mejor Estimación* sea equivalente a la cantidad que un tercero exigiría para asumir y cumplir las obligaciones de los contratos. En caso de que se calcule separadamente a la *Mejor Estimación*, será igual al coste de financiar el capital de solvencia obligatorio exigible por asumir las obligaciones de seguro y reaseguro durante su período de vigencia.
- **Artículo 49:** Otros elementos que deben tenerse en cuenta en el cálculo de las provisiones técnicas. En este artículo se especifica que el cálculo de las **provisiones técnicas** tiene que **incluir** los **gastos** en que se incurrirá por cumplir las obligaciones, la **inflación** (tanto en gastos como en siniestros), los **pagos futuros a tomadores y beneficiarios** (incluidas las participaciones en

beneficios discretionales) que la entidad tenga previstos y el valor de las **opciones** y de las **garantías financieras**.

- **Artículo 50:** Segmentación de las obligaciones por grupos homogéneos. El cálculo de las provisiones técnicas deberá hacerse como mínimo separando por líneas de negocio (Anexo I, (Reglamento Delegado 2015/35)), pero, en caso de ser necesario, dentro de cada línea de negocio se tendrá que segmentar por grupos homogéneos.
- **Artículo 51:** Importes recuperables de los contratos de reaseguro y de entidades con cometido especial. Los importes recuperables por reaseguro cedido se contabilizarán como activos en el Balance de la entidad. Su valoración se hará de igual forma que las provisiones técnicas de seguro directo, pero teniendo en cuenta la diferencia temporal entre los recobros y los pagos de directo. Por último, los importes resultantes habrán de corregirse por el posible impago de la contraparte, teniendo en cuenta tanto la probabilidad como la pérdida esperada.
- **Artículo 52:** Calidad de los datos utilizados en el cálculo de las provisiones técnicas. Solvencia II presta especial atención a la *Calidad del Dato*, exigiendo que éste sea adecuado (que la información empleada para el cálculo sea la más adecuada), íntegro o completo (que exista una cantidad de información suficiente para poder realizar las estimaciones) y exactitud (que los datos sean correctos y estén libres de incoherencias). Además, extiende esta calidad sobre las hipótesis. Periódicamente habrá que analizar las desviaciones en las predicciones para, en caso de que haya desviaciones entre realidad e hipótesis, realizar las correcciones y modificaciones pertinentes.
- **Artículo 53:** Uso de aproximaciones en el cálculo de provisiones técnicas. Se establece una excepción para situaciones en que no haya información suficiente para realizar los cálculos de forma adecuada, permitiendo el uso de aproximaciones como podría ser la valoración *Caso a Caso*. Sin embargo dependerá de la D.G.S.F.P. la determinación de tales circunstancias y de las posibles aproximaciones.
- **Artículo 54:** Estructura temporal pertinente de tipos de interés sin riesgo. En este artículo se establece la Autoridad de la selección de las estructuras temporales de tipos de interés sin riesgo en la Autoridad Europea de Seguros y Pensiones de Jubilación. Se publicará una estructura para cada divisa. Estas estructuras se obtendrán de los instrumentos financieros más relevantes para los vencimientos considerados. Para aquellos vencimientos donde el mercado

no sea profundo, líquido y transparente, se realizarán las extrapolaciones que se consideren oportunas.

- **Artículos 55 y 56:** En estos artículos se trata el ajuste por casamiento de flujos para la estructura de tipos libre de riesgo. En el primer artículo, se fijan los requisitos para poder aplicarlo, siendo el más importante el hecho de que debe ser aprobado previamente por la D.G.S.F.P. En el segundo, se establece el cálculo del ajuste.
- **Artículo 57:** Ajuste por volatilidad de la estructura temporal pertinente de tipos de interés sin riesgo. Se permite hacer un ajuste a la estructura temporal de tipos sin riesgo, de forma que el descuento se realice a un tipo mayor y por tanto el valor de las provisiones técnicas sea inferior al valor antes del ajuste. Para realizar el ajuste en la moneda correspondiente debe estar aprobado dicho ajuste en los actos de ejecución. El importe del ajuste será de un 65% de la diferencia entre los tipos libres de riesgo y el diferencial de una cartera de referencia en la misma moneda.
- **Artículo 58:** Provisiones técnicas del seguro de decesos. Este artículo se centra en el cálculo de las provisiones técnicas para el seguro de decesos, haciendo hincapié en que deberá usarse un método prospectivo de capitalización individual.

### 2.3 Comparación entre Solvencia I y Solvencia II

Entre las múltiples diferencias relativas a Solvencia I y Solvencia II, se encuentra la terminología que se da a cada uno de los componentes que forman parte del cálculo de las provisiones técnicas:

- La *Mejor Estimación* de la provisión para siniestros pendientes (BEL Siniestros) de Solvencia II, viene a reemplazar de forma aproximada, a la provisión para siniestros pendientes de liquidación y/o pago (PSPL o RBNS – *Reported But Not Settlement*), que se complementa con la provisión para reaperturas, a la provisión para siniestros pendientes de declaración (IBNR – *Incurred But Not Reported*) y a la provisión de gastos internos de liquidación de siniestros (PTGIL) según los requerimientos contables de Solvencia I.
- La *Mejor Estimación* de la provisión para primas (BEL Primas) de Solvencia II, viene a reemplazar de forma aproximada a la provisión para primas no consumidas (PPNC), a la provisión para riesgos en curso (PRC) y a la provisión para bonificaciones por disminución del riesgo y extornos (BDR y extornos) según los requerimientos contables de Solvencia I.

A continuación, se muestra una visión general del mapeo relativo a esta terminología.

Solvencia I		Solvencia II
PSPL		BEL Siniestros
Reaperturas	~	
IBNR		
PGIL	~	BEL Gastos
PPNC		BEL Primas
PRC	~	
De participación en Beneficios y para Extornos		

Tabla 2.1. Equivalencias de provisiones entre Solvencia I y Solvencia II

Por otro lado, Solvencia II incluye el margen de riesgo, concepto que no aplica en Solvencia I.

### 3 Métodos de estimación de las Provisiones Técnicas

En este capítulo se introducirán algunos métodos de estimación de las provisiones técnicas, centrándose en los métodos globales. En este tipo de métodos se considera toda la cartera de siniestros de una línea de negocio (o subgrupo homogéneo si fuera pertinente) como un todo, tomando la experiencia estadística del comportamiento histórico de la cartera con el objetivo de inferir el comportamiento futuro o a desarrollar de dicha cartera. Los métodos individuales tratan cada siniestro por separado como, por ejemplo, el método *Caso a Caso* en el que se estudia por separado cada siniestro al que se le asigna como provisión el coste previsto menos los pagos que se hayan realizado hasta el momento.

Dentro de los métodos globales, se puede distinguir entre:

- Métodos deterministas: como su nombre indica, se emplea la experiencia estadística histórica para determinar la valoración de forma determinista, es decir, sin incluir ningún tipo de aleatoriedad en el modelo.
- Métodos estocásticos: en este tipo de modelo sí existe aleatoriedad introducida a partir de variables aleatorias, las cuales podrían tener distribuciones prefijadas o bien ser libres de distribución. Con estos métodos es posible la construcción de intervalos de confianza para las provisiones esperadas.

Aunque bajo Solvencia II, que incide en la medición del riesgo a través el *Value at Risk* o *VaR* (Valor en riesgo) al 99,5% (Peña Sánchez de Rivera, 2002), resulta de gran interés el hecho de poder introducir variables aleatorias, en este trabajo no se opta por este tipo de modelos debido:

- a que el interés fundamental radica en el estudio del impacto de cambios estructurales en la evolución de las carteras. Es decir, podría decirse que se centra principalmente en el valor medio más que en la obtención de una distribución estimada y sus correspondientes percentiles y
- a que dicho estudio está basado en métodos de simulación a partir de un modelo probabilístico, el hecho de contar con un modelo determinista no impediría el obtener una distribución empírica (y, por tanto, percentiles) de los valores esperados.

A modo de referencia inicial, el *Institute of Actuaries* británico editó en 1989 un manual en el que se hace una exploración de los principales modelos para el cálculo de las



Reservas de Siniestros. Dicho manual está dividido en dos volúmenes (Institute of Actuaries, Claims Reserving Manual: Volume I. Simple Reserving Methods., 1989) y (Institute of Actuaries, Claims Reserving Manual: Volume II. More Advanced Methods., 1989). El primero está dedicado a los que denomina *métodos simples*, como podrían ser los modelos de *Loss Ratios*, *Grossing Up*, *Link Ratios*, etcétera. El segundo recopila modelos más avanzados, como podrían ser los modelos estocásticos de *Chain Ladder*, el modelo *Exponential Run-off* y el Método de *Reid*. Como se ha comentado previamente este trabajo se centrará en los modelos que aparecen en el volumen I. Otras referencias consultadas en la elaboración de este capítulo han sido (Aguilar Jurado, 2015), (Vegas Montaner) y (Albarrán Lozano & Alonso González, 2010)

### 3.1 Métodos deterministas

En este apartado se introducen algunos de los muchos métodos deterministas propuestos en la literatura. Se comienza con un par de métodos estadísticos simplificados.

#### 3.1.1 Método del coste medio del siniestro

Este método consiste en la obtención de clases homogéneas de siniestros para las que se realizan estimaciones del coste medio del siniestro por año de ocurrencia y clase a partir de los siniestros cerrados para después aplicar este coste medio a los siniestros pendientes de liquidación o pago.

El coste total de los siniestros pendientes según este método será, por tanto,

$$CosteTotal = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^h c_{i,j} n_{i,j} (1 + \alpha_{i,j}), \quad (3.1)$$

donde, para  $p$  años de ocurrencia y  $h$  clases homogéneas de siniestros,  $c_{i,j}$  representa el coste medio para los siniestros liquidados del año de ocurrencia  $i$  y la clase homogénea  $j$ ,  $n_{i,j}$  el número de siniestros del año de ocurrencia  $i$  y la clase homogénea  $j$  y  $\alpha_{i,j}$  la tasa de interés del año de ocurrencia  $i$  y la clase homogénea  $j$ .

Por un lado, podría llegar a incluirse en la metodología alguna medida de riesgo, como podría ser la desviación típica del coste medio de cada año/clase, para mejorar la prudencia al introducir una medida de la variabilidad de los costes individuales. Y, por otro lado, debería incluirse además una estimación de la velocidad de liquidación, con el fin de hacer unos descuentos de los flujos más precisos.

### 3.1.2 Método del período medio de liquidación

Este método está basado en la hipótesis de que exista una relación positiva entre el período de liquidación o duración de un siniestro y el coste del mismo: mayor duración implicaría mayor coste siniestral.

En este método también se realizan agrupaciones homogéneas, para las que se obtiene el período medio de liquidación como sigue:

$$t^i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} t_{i,j} c_{i,j}}{\sum_{j=1}^{n_i} c_{i,j}} \quad (3.2)$$

donde  $n_i$  es el número de siniestros liquidados de la clase homogénea  $i$ ,  $t_{i,j}$  es el período transcurrido entre la ocurrencia del siniestro  $j$  de la clase  $i$  y  $c_{i,j}$  es el coste del siniestro  $j$  de la clase  $i$ . En realidad, este tiempo medio de liquidación se corresponde a una media ponderada de los tiempos de cada siniestro, donde el peso de cada siniestro es la proporción de dicho siniestro sobre el coste total de la clase correspondiente como se ve a continuación:

$$t^i = \sum_{j=1}^{n_i} t_{i,j} \frac{c_{i,j}}{\sum_{j=1}^{n_i} c_{i,j}} = \sum_{j=1}^{n_i} t_{i,j} w_{i,j}. \quad (3.3)$$

A partir de estos períodos medios de liquidación se obtiene el valor de la provisión técnica como

$$PPTT = \sum_{i=1}^h C^i t^i, \quad (3.4)$$

donde  $C^i$  es el coste total de los siniestros pagados en la clase  $i$ .

La ventaja de éste y el método anterior es su simplicidad de cálculo y su versatilidad ya que se pueden hacer segmentaciones de cualquier tipo para adaptar el cálculo de las provisiones a la cartera por mucha heterogeneidad que ésta tenga.

### 3.1.3 Métodos basados en triángulos de siniestros

Unos de los métodos para el cálculo de las provisiones técnicas más empleados están basados en el triángulo de siniestros o triángulo de *Run-off*, ya que estos métodos se

basan en la velocidad con la que se liquidan los siniestros, que puede determinar el coste de los siniestros, y este tipo de triángulos recoge dicha velocidad de liquidación al mostrar la evolución de la cartera a lo largo del tiempo.

Este tipo de triángulos consisten en tabulaciones de datos de doble entrada o bivariantes y pueden diferenciarse entre triángulos de pagos (organizados por período de ocurrencia, notificación o suscripción y por período de desarrollo), de coste incurrido (como los anteriores, pero teniendo en cuenta además de los pagos las provisiones contables de los siniestros) y de número de siniestros, si lo que se desea es analizar exclusivamente los *IBNR* (se organizan por período de ocurrencia y período de notificación y se estudia el diferimiento entre ambas fechas).

Los períodos considerados en los triángulos no tienen por qué ser años, podría elegirse una frecuencia trimestral o incluso mensual. Lo que sí debe ocurrir es que debe haber consistencia entre las dos variables de entrada. En este trabajo, se considerarán períodos anuales.

Dado que la disponibilidad de información acerca del desarrollo de los siniestros se va reduciendo conforme su período de origen es más reciente, la información agrupada tiene forma de matriz triangular como se puede observar a continuación (años desde  $N-h$  hasta  $N$ ).

		Año de desarrollo				
		$N-h$	$N-h+1$	...	$N-1$	$N$
Año de origen	$N-h$	$c_{N-h,N-h}$	$c_{N-h,N-h+1}$	...	$c_{N-h,N-1}$	$c_{N-h,N}$
	$N-h+1$		$c_{N-h+1,N-h+1}$	...	$c_{N-h+1,N-1}$	$c_{N-h+1,N}$
	⋮			⋮	⋮	⋮
	$N-1$				$c_{N-1,N-1}$	$c_{N-1,N}$
	$N$					$c_{N,N}$

*Tabla 3.1. Triángulo de pagos por año de origen y año de desarrollo cronológico*

Siendo  $c_{i,j}$  los pagos realizados durante el año cronológico  $j$  para siniestros con origen en el año  $i$ . Esta matriz, por años naturales, se transforma en otra matriz triangular, en este caso triangular superior, al pasar de años de desarrollo cronológicos a años de

desarrollo desde el origen del siniestro u ordinales, tal y como se muestra a continuación, donde ahora  $c_{i,j}$  los pagos realizados durante el año de desarrollo ordinal  $j$  para siniestros con origen en el año  $i$ . Los subíndices de la diagonal principal así definida siempre sumarán  $N+1$ .

		Año de desarrollo				
		1	2	...	$h$	$h+1$
Año de origen	$N-h$	$c_{N-h,1}$	$c_{N-h,2}$	...	$c_{N-h,h}$	$c_{N-h,h+1}$
	$N-h+1$	$c_{N-h+1,1}$	$c_{N-h+1,2}$	...	$c_{N-h+1,h}$	
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$		
	$N-1$	$c_{N-1,1}$	$c_{N-1,2}$			
	$N$	$c_{N,1}$				

Tabla 3.2. Triángulo de pagos por año de origen y año de desarrollo ordinal

De forma análoga se define el triángulo de pagos acumulados como

		Año de desarrollo				
		1	2	...	$h$	$h+1$
Año de origen	$N-h$	$C_{N-h,1}$	$C_{N-h,2}$	...	$C_{N-h,h}$	$C_{N-h,h+1}$
	$N-h+1$	$C_{N-h+1,1}$	$C_{N-h+1,2}$	...	$C_{N-h+1,h}$	
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$		
	$N-1$	$C_{N-1,1}$	$C_{N-1,2}$			
	$N$	$C_{N,1}$				

Tabla 3.3. Triángulo de pagos acumulados por año de origen y año de desarrollo ordinal

Donde  $C_{i,j}$  representa los pagos acumulados hasta el año de desarrollo ordinal  $j$  para los siniestros con origen en  $i$ , es decir,

$$C_{i,j} = \sum_{h=1}^j c_{i,h} = C_{i,j-1} + c_{i,j} \quad (3.5)$$

Finalmente, para establecer la provisión para el año de origen  $i$ , se obtendrá como diferencia de los pagos a *ultimate* o  $C_{i,\infty}$  y los pagos hasta el año actual  $C_{i,N-i+1}$ .

Puede ocurrir que la antigüedad de los datos históricos no sea suficiente como para tener el año más antiguo completamente desarrollado (todos los siniestros liquidados y cerrados). En tal caso, habrá que estimar el desarrollo pendiente de los siniestros con el objetivo de alcanzar el coste a *ultimate*. En (Boor, 2006) y (Party, C. T. F. W., 2013) pueden encontrarse métodos para la estimación de estos factores de desarrollo pendientes. En el presente trabajo, se considerará que sí se dispone de histórico suficiente y, por lo tanto, no se abordará este aspecto de la estimación de las provisiones.

Por otro lado, tal y como ya se ha comentado, para el análisis de los siniestros ocurridos pero no reportados (*IBNR*) interesará el triángulo anterior sobre  $n_{i,j}$  o número de siniestros ocurridos en el año  $i$  y declarados en el año  $j$ . Como se verá en el siguiente capítulo en este trabajo no se considera la existencia de este tipo de siniestros, ya que muchos de los métodos basados en el triángulo de pagos por año de ocurrencia de siniestros ya contemplan la existencia de los *IBNR* y además, el objetivo del proyecto se encuentra orientado a otros objetivos de análisis.

		Año de desarrollo				
		1	2	...	4	5
Año de origen	$N-h$	$n_{N-h,1}$	$n_{N-h,2}$	...	$n_{N-h,h}$	$n_{N-h,h+1}$
	$N-h+1$	$c_{N-h+1,1}$	$c_{N-h+1,2}$	...	$c_{N-h+1,h}$	
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$		
	$N-1$	$c_{N-1,1}$	$c_{N-1,2}$			
	$N$	$c_{N,1}$				

Tabla 3.4. Triángulo de número por año de origen y año de declaración ordinal

### 3.1.3.1 Modelos *Grossing Up*

Este método consiste esencialmente en valorar la siniestralidad acumulada de cada año de origen en términos de siniestralidad total, entendiéndose, por tanto, la siniestralidad acumulada conocida como el nivel de afloramiento de la siniestralidad total producido en el período desde la fecha de origen hasta la fecha actual. Inicialmente este método fue denominado “*Método del Iceberg*”, en el que, por analogía, la cantidad aflorada de siniestralidad representaría la parte visible de dicho Iceberg, mientras que la siniestralidad pendiente de aflorar (las provisiones técnicas) representaría su parte sumergida. En (Institute of Actuaries, Claims Reserving Manual: Volume I. Simple Reserving Methods., 1989) y (Lorenz & Schmidt, 1999) se puede encontrar referencia a este método.

Existen numerosas versiones del modelo, dependiendo de cómo se determine el patrón de la velocidad de liquidación de los siniestros. A continuación, se describen brevemente algunas de ellas.

#### 3.1.3.1.1 Modelo general

En esta versión se supone que el patrón de liquidación del año más antiguo (definido de acuerdo a la Tabla 3.3) y desarrollado ( $N-h$ ) es representativo del patrón del resto de los años. Bajo este supuesto, bastará con calcular el patrón de los porcentajes de pagos acumulados para este año y aplicarlo al dato más reciente del resto de los años con el objetivo de determinar la parte del triángulo de pagos que aún no ha aflorado. Es decir, se obtiene el vector:

$$Factor = \left( \frac{C_{N-h,1}}{C_{N-h,\infty}} \quad \frac{C_{N-h,2}}{C_{N-h,\infty}} \quad \dots \quad \frac{C_{N-h,i}}{C_{N-h,\infty}} \quad \dots \quad \frac{C_{N-h,h+1}}{C_{N-h,\infty}} \right). \quad (3.6)$$

Si se aplica el supuesto de que el primer año está completamente desarrollado se tiene que  $C_{N-h,h+1} = C_{N-h,\infty}$  y, por tanto, el vector representativo del patrón de liquidación sería:

$$Factor = \left( \frac{C_{N-h,1}}{C_{N-h,h+1}} \quad \frac{C_{N-h,2}}{C_{N-h,h+1}} \quad \dots \quad \frac{C_{N-h,i}}{C_{N-h,h+1}} \quad \dots \quad 1 \right). \quad (3.7)$$

Así pues, para un año de origen cualquiera  $N - i$ , el coste a *ultimate* será el resultado de aplicar su correspondiente  $Factor_i$  como se indica a continuación,

$$C_{N-h,\infty} = \frac{C_{N-h,h+1}}{Factor_i}, \quad (3.8)$$

siendo  $Factor_i$  el  $i$ -ésimo elemento del vector de los factores.

Finalmente, la provisión pendiente para dicho año de origen será:

$$R_{N-h} = C_{N-h,\infty} - C_{N-h,h+1}, \quad (3.9)$$

Quedando las reservas totales de la cartera como

$$R = \sum_{i=N-h}^N R_i. \quad (3.10)$$

Como se observa, el método tiene como principal ventaja su sencillez. Sin embargo, no el supuesto de representatividad del primer año se antoja demasiado restrictivo, máxime si se está considerando su aplicación en siniestros de duraciones que pueden llegar incluso a los 30 años.

### 3.1.3.1.2 Modelos con información histórica

El siguiente paso natural, debido a lo comentado al final del punto anterior, consistiría en incluir más información a la hora de realizar el cálculo del vector que contiene los factores de afloramiento de la siniestralidad. En este sentido, si se dispone de información acerca de la siniestralidad de años anteriores a  $N - h$ , años éstos que también estarían completamente desarrollados, sería interesante incorporar dicha información a la del primer año y realizar la estimación a partir de todos estos años. Por ejemplo, podría tomarse la media de todos los ratios, el mínimo (que produciría unas estimaciones conservadoras) o el máximo (que, por el contrario, ofrecería estimaciones poco prudentes de las provisiones). Es, decir, se partiría de la siguiente información para los  $s$  años anteriores al primer año del triángulo.

Año de origen	Año de desarrollo					
	1	2	...	$i$	...	$h + 1$
$N - h - s$	$C_{N-h-s,1}$	$C_{N-h-s,2}$	...	$C_{N-h-s,i}$	...	$C_{N-h-s,h+1}$
$N - h - s + 1$	$C_{N-h-s+1,1}$	$C_{N-h-s+1,2}$	...	$C_{N-h-s+1,i}$	...	$C_{N-h-s+1,h+1}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$N - h - 1$	$C_{N-h-1,1}$	$C_{N-h-1,2}$	...	$C_{N-h-1,i}$	...	$C_{N-h-1,h+1}$
$N - h$	$C_{N-h,1}$	$C_{N-h,2}$	...	$C_{N-h,i}$	...	$C_{N-h,h+1}$

Tabla 3.5. *Grossing Up* histórico: Coste Acumulado de años anteriores

A partir de la tabla anterior se construiría su correspondiente tabla de factores a partir de los cuales se obtendrían, por ejemplo, el promedio, el mínimo y el máximo, dando lugar a tres estimaciones de las provisiones totales.

Año de origen	Año de desarrollo					
	1	2	...	$i$	...	$h + 1$
$N - h - s$	$F_{N-h-s,1}$	$F_{N-h-s,2}$	...	$F_{N-h-s,i}$	...	1
$N - h - s + 1$	$F_{N-h-s+1,1}$	$F_{N-h-s+1,2}$	...	$F_{N-h-s+1,i}$	...	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$N - h - 1$	$F_{N-h-1,1}$	$F_{N-h-1,2}$	...	$F_{N-h-1,i}$	...	1
$N - h$	$F_{N-h,1}$	$F_{N-h,2}$	...	$F_{N-h,i}$	...	1
Media	$\frac{\sum_{j=0}^s F_{N-h-j,1}}{s+1}$	$\frac{\sum_{j=0}^s F_{N-h-j,2}}{s+1}$	...	$\frac{\sum_{j=0}^s F_{N-h-j,i}}{s+1}$	...	1
Mínimo	$\min_{j=0,\dots,s} F_{N-h-j,1}$	$\min_{j=0,\dots,s} F_{N-h-j,2}$	...	$\min_{j=0,\dots,s} F_{N-h-j,i}$	...	1
Máximo	$\max_{j=0,\dots,s} F_{N-h-j,1}$	$\max_{j=0,\dots,s} F_{N-h-j,2}$	...	$\max_{j=0,\dots,s} F_{N-h-j,i}$	...	1

Tabla 3.6. *Grossing Up* histórico: Cálculo de factores combinados

A partir del cálculo seleccionado, el cálculo de las provisiones se llevaría a cabo según (3.8) a (3.10).

Como en el modelo general, se está empleando para el cálculo de las reservas años demasiado antiguos como para considerarlos en el estudio de las provisiones de expedientes cuya duración sea muy elevada.

### 3.1.3.1.3 Modelos integrales

Como se ha comentado anteriormente, las otras dos versiones del método *Grossing Up* no sólo emplean información demasiado antigua, sino que además se está obviando la mayor parte de información que ofrece el triángulo. En los modelos integrales se trata de incluir la mayor parte de información contenida en éste.

El algoritmo de cálculo consiste en ir desde los años más antiguos a los más recientes obteniendo en primer lugar el coste a *ultimate* y, a partir de éste, obtener los factores de afloramiento, de forma que según se van calculando años, se dispone de más factores para elegir la proyección de los más recientes. Para ilustrar el método, se parte de un triángulo de 4 años de desarrollo, para el que el primer año está completamente desarrollado, es decir,  $C_{1,4} = C_{1,\infty}$ .

	1	2	3	4
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	$C_{1,4}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,3}$	
3	$C_{3,1}$	$C_{3,2}$		
4	$C_{4,1}$			



En el primer paso, se calcula el patrón de liquidación del año 1.

	1	2	3	4
1	$F_{1,1} = \frac{C_{1,1}}{C_{1,4}}$	$F_{1,2} = \frac{C_{1,2}}{C_{1,4}}$	$F_{1,3} = \frac{C_{1,3}}{C_{1,4}}$	$F_{1,4} = \frac{C_{1,4}}{C_{1,4}} = 1$
2				
3				
4				

A partir del patrón del año 1 se calcula el coste a *ultimate* del año 2.

	1	2	3	4
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	$C_{1,4}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,3}$	$C_{2,4} = \frac{C_{2,3}}{F_{1,3}}$
3	$C_{3,1}$	$C_{3,2}$		
4	$C_{4,1}$			

Como ahora se dispone del coste a *ultimate* del año 2, se procede a calcular los factores de afloramiento del año 2 empleando esta estimación de *ultimate*.

	1	2	3	4
1	$F_{1,1} = \frac{C_{1,1}}{C_{1,4}}$	$F_{1,2} = \frac{C_{1,2}}{C_{1,4}}$	$F_{1,3} = \frac{C_{1,3}}{C_{1,4}}$	$F_{1,4} = \frac{C_{1,4}}{C_{1,4}} = 1$
2	$F_{2,1} = \frac{C_{2,1}}{C_{2,4}}$	$F_{2,2} = \frac{C_{2,2}}{C_{2,4}}$	$F_{2,3} = \frac{C_{2,3}}{C_{2,4}}$	
3				
4				

Una vez calculado el patrón para el año 2, es momento de obtener el *ultimate* para el año 3 a partir de  $C_{3,2}$ , pero ahora, a diferencia de para el año 2, se dispone de dos factores de afloramiento para calcular el coste en el período 4 a partir de costes para

el período 2:  $F_{1,2}$  y  $F_{2,2}$ . En este punto se podría optar, como ya se hizo en la variante del método con información histórica, por emplear la media, el mínimo o el máximo (o cualquier otra función que emplee ambos términos). Denotando por  $F_{2,2}^*$ , el resultado de aplicar la función escogida, se procede a calcular el coste a *ultimate* del año 3.

	1	2	3	4
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	$C_{1,4}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,3}$	$C_{2,4} = \frac{C_{2,3}}{F_{1,3}}$
3	$C_{3,1}$	$C_{3,2}$		$C_{3,4} = \frac{C_{3,2}}{F_{2,2}^*}$
4	$C_{4,1}$			

A continuación, se calcula el patrón de liquidación para el año 3.

	1	2	3	4
1	$F_{1,1} = \frac{C_{1,1}}{C_{1,4}}$	$F_{1,2} = \frac{C_{1,2}}{C_{1,4}}$	$F_{1,3} = \frac{C_{1,3}}{C_{1,4}}$	$F_{1,4} = \frac{C_{1,4}}{C_{1,4}} = 1$
2	$F_{2,1} = \frac{C_{2,1}}{C_{2,4}}$	$F_{2,2} = \frac{C_{2,2}}{C_{2,4}}$	$F_{2,3} = \frac{C_{2,3}}{C_{2,4}}$	
3	$F_{3,1} = \frac{C_{3,1}}{C_{3,4}}$	$F_{3,2} = \frac{C_{3,2}}{C_{3,4}}$		
4				

Ahora se dispone de 3 factores para el cálculo del coste a *ultimate* del año 1 ( $F_{1,1}$ ,  $F_{2,1}$ ,  $F_{3,1}$ ). Seleccionando la misma función que en el paso anterior para combinarlos todos se obtiene  $F_{2,1}^*$ . Con lo que se calcula el coste a *ultimate* y se finaliza el proceso.

	1	2	3	4
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	$C_{1,4}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,3}$	$C_{2,4} = \frac{C_{2,3}}{F_{1,3}}$
3	$C_{3,1}$	$C_{3,2}$		$C_{3,4} = \frac{C_{3,2}}{F_{2,2}^*}$
4	$C_{4,1}$			$C_{4,4} = \frac{C_{4,1}}{F_{2,1}^*}$

En esta versión del método, sí se tiene en cuenta toda la información contenida en el triángulo, por lo que, si a lo largo del tiempo se produjeran variaciones en el patrón de liquidación, esta metodología sí iría adaptándose a dichos cambios.

### 3.1.3.2 Modelos Link Ratio

Aunque, como se ha visto en la última variante del modelo *Grossing Up*, éste puede aprovechar adecuadamente toda la información del triángulo, la versión que es capaz de hacerlo puede resultar relativamente compleja. Los modelos que se introducen en esta sección tienen una idea subyacente similar a ésta, pero, sin embargo, resulta más sencilla de implementar ya que están basados, como su propio nombre indica, en *enlaces a través de factores*. Lo que se enlazan son las distintas columnas del triángulo a través de unos ratios o factores de paso, convirtiendo, por tanto, los costes para un año de desarrollo cualquiera en costes del año de desarrollo siguiente. Haciendo esto de forma iterativa se llega fácilmente al coste *ultimate*. Es, por tanto, un método prospectivo.

La forma en que se calculen los factores de paso será la que determine qué modelo (variante del método *Link Ratio*) se está empleando.

#### 3.1.3.2.1 Modelo general – media aritmética de ratios

En esta variante, los factores de paso se obtienen como media aritmética de los ratios individuales disponibles, por lo que, en primer lugar deberá de obtenerse, a partir del triángulo de pagos, el correspondiente triángulo de ratios sobre el que aplicar la media aritmética.

Para ilustrar el método, de nuevo se elige un triángulo de pagos de 4 años de desarrollo tiempo para el que se supone que los expedientes han sido completamente liquidados.

	1	2	3	4
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	$C_{1,4}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,3}$	
3	$C_{3,1}$	$C_{3,2}$		
4	$C_{4,1}$			

A partir de dicho triángulo se obtiene el triángulo de factores de paso individuales.

	1 a 2	2 a 3	3 a 4
1	$R_{1,1} = \frac{C_{1,2}}{C_{1,1}}$	$R_{1,2} = \frac{C_{1,3}}{C_{1,2}}$	$R_{1,3} = \frac{C_{1,4}}{C_{1,3}}$
2	$R_{2,1} = \frac{C_{2,2}}{C_{2,1}}$	$R_{2,2} = \frac{C_{2,3}}{C_{2,2}}$	
3	$R_{3,1} = \frac{C_{3,2}}{C_{3,1}}$		
4			

A partir de este triángulo se obtendrá una estimación del factor de paso del año 1 al 2, del 2 al 3, etcétera, a partir de la media aritmética de los factores. Para el ejemplo anterior se obtiene:

$$- R_1^* = (R_{1,1} + R_{2,1} + R_{3,1})/3 \quad (3.11)$$

$$- R_2^* = (R_{1,2} + R_{2,2})/2 \quad (3.12)$$

$$- R_3^* = R_{1,3} \quad (3.13)$$

Por último, con estos factores calculados, se proyecta el triángulo original multiplicando cada columna por el factor correspondiente de forma iterativa desde la primera hasta la última columna.

	1	2	3	4
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	$C_{1,4}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,3}$	$C_{2,4} = C_{2,3}R_3^*$
3	$C_{3,1}$	$C_{3,2}$	$C_{3,3} = C_{3,2}R_2^*$	$C_{3,4} = C_{3,3}R_3^*$
4	$C_{4,1}$	$C_{4,2} = C_{4,1}R_1^*$	$C_{4,3} = C_{4,2}R_2^*$	$C_{4,4} = C_{4,3}R_3^*$

Como en los modelos de *Grossing Up*, para el cálculo de la provisión de cada año de origen, se toma la diferencia entre el coste a *ultimate* estimado y la cuantía pagada hasta el momento de cálculo, siendo, por tanto, la suma para todos los años de origen la cuantía total de las provisiones (fórmulas (3.9) y (3.10)).

### 3.1.3.2.2 Modelo optimista

En modelo optimista responde a la pregunta de ¿cuál es la actitud más optimista en el cálculo de las provisiones técnicas? Se correspondería con la elección de los factores de paso más pequeños, lo que implicaría una cota inferior a las provisiones.

La metodología es igual que la explicada en el apartado anterior, salvo en la forma de cálculo del patrón común, en la que habrá de sustituir las ecuaciones (3.11) a (3.13) por las siguientes (suponiendo el mismo ejemplo de 4 años de duración).

$$- R_1^* = \min(R_{1,1}, R_{2,1}, R_{3,1}) \quad (3.14)$$

$$- R_2^* = \min(R_{1,2}, R_{2,2}) \quad (3.15)$$

$$- R_1^* = R_{1,3}. \quad (3.16)$$

Es importante realizar una observación acerca de la elección del mínimo como función para el factor de paso. Conforme el tamaño de los triángulos aumente, es posible que el mínimo de cada columna se vaya haciendo cada vez más pequeño, dando lugar a estimaciones más optimistas incluso. Esto implicaría que para triángulos de expedientes de larga duración habría que ser muy cautos a la hora de valorar este modelo como opción.

#### 3.1.3.2.3 Modelo pesimista o prudente

En el lado contrario se encontraría el modelo pesimista, en el que los costes a *ultimate* y, por tanto, las provisiones, presentarían los valores más elevados, debido al uso del *máximo* como función de cálculo del patrón común.

De nuevo, respetando el ejemplo considerado en el apartado de la media aritmética, el proceso de cálculo será el mismo, pero sustituyendo las ecuaciones (3.11) a (3.13) por las siguientes:

$$- R_1^* = \max(R_{1,1}, R_{2,1}, R_{3,1}) \quad (3.17)$$

$$- R_2^* = \max(R_{1,2}, R_{2,2}) \quad (3.18)$$

$$- R_1^* = R_{1,3}. \quad (3.19)$$

Como en el caso del mínimo, es obligado comentar que conforme el tamaño de los triángulos se vaya incrementando, es posible que el máximo se vaya haciendo cada vez mayor y, por tanto, se ofrecerá un escenario cada vez más pesimista o prudente.

#### 3.1.3.2.4 Modelo de ratio medio ponderado

Este modelo es una variante del método de la media aritmética, pero con una versatilidad mucho mayor, debido a que se obtiene el patrón general como una media ponderada de los ratios de cada columna. El caso de la media aritmética será, por tanto, un caso particular de esta metodología.

Suponiendo que ya se han calculado todos los ratios individuales y que para el factor de paso  $i$  la columna de ratios individuales dispone de  $k_i$  elementos, entonces el método del ratio ponderado consiste en calcular los factores de paso globales de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$R_i^* = \frac{\sum_{j=1}^{k_i} \omega_{j,i} R_{j,i}}{\sum_{j=1}^{k_i} \omega_{j,i}}. \quad (3.20)$$

Tomando  $\omega_{i,j} = 1/k_i$  se obtendría como caso particular el modelo de la media aritmética.

Esta forma de cálculo permite mucha versatilidad, ya que si se considera que se están produciendo cambios en el desarrollo de los siniestros o en los costes, puede ajustarse el peso que se da a cada diagonal del triángulo, dando valores mayores a diagonales más recientes frente a las más antiguas.

### 3.1.3.2.5 Modelo de regresión lineal

Esta última variante de los modelos de *Link Ratio* busca ir un paso más allá de la variante del apartado anterior. Supóngase que efectivamente el patrón de pagos está cambiando a lo largo del tiempo. Si esta variación presenta una tendencia lineal y mantenida, estimando regresiones lineales simples para cada columna de factores de paso individuales se consigue anticipar el siguiente movimiento. En este contexto, aunque se empleara la variante anterior dando un mayor peso a las diagonales recientes, siempre se irá por detrás en la tendencia de los ratios individuales.

Suponiendo que para el factor de desarrollo  $i$ -ésimo se dispone de  $k_i$  elementos, se tendrá de la siguiente información:

Número (x)	1	2	...	$k_i$
Factor individual (y)	$R_{1,i}$	$R_{2,i}$	...	$R_{k_i,i}$

A partir de los valores de la tabla anterior se estima un modelo de regresión simple,  $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ , y se aplica la estimación al período siguiente a  $k_i$  para obtener el elemento siguiente de la serie de factores individuales, que será considerado como el factor global a aplicar al triángulo:  $R_i^* = \hat{\alpha} + \hat{\beta}(k_i + 1)$ ; para posteriormente, una vez que se ha calculado cada factor de paso futuro, proyectar los pagos actuales y obtener así el coste a ultimate.

Como comentario a esta variante hay que incidir en que cualquier dato atípico en los factores de paso individuales podría afectar a la estimación de los parámetros y, por tanto, también a la predicción, por lo que debe tomarse con precaución su uso y confirmar que efectivamente existe la evolución lineal que se está modelizando.

### 3.1.3.3 Método de Chain Ladder

El método *Chain Ladder* (Eeghen, 1981) es un caso particular del *Link Ratio* de media ponderada, ampliamente utilizado por su sencillez y eficacia. Al ser un método *Link Ratio* es un método prospectivo, ya que, partiendo de la siniestralidad del primer año de desarrollo y de la siniestralidad acumulada en el segundo, se obtiene un ratio de transición representativo de la evolución entre ambos períodos.

Según la ecuación (3.20), el factor de desarrollo se obtenía como una media ponderada de los ratios de transición individuales:

$$R_i^* = \frac{\sum_{j=1}^{k_i} \omega_{j,i} R_{j,i}}{\sum_{j=1}^{k_i} \omega_{j,i}}$$

Tomando como función de pesos el coste del año de origen de cada ratio, es decir,  $\omega_{i,j} = C_{i,j}$ , se tiene, sustituyendo el valor de los pesos y de los factores de paso de la ecuación anterior, que

$$R_i^* = \frac{\sum_{j=1}^{k_i} \omega_{j,i} R_{j,i}}{\sum_{j=1}^{k_i} \omega_{j,i}} = \frac{\sum_{j=1}^{k_i} C_{j,i} R_{j,i}}{\sum_{j=1}^{k_i} C_{j,i}} = \frac{\sum_{j=1}^{k_i} C_{j,i} \frac{C_{j,i+1}}{C_{j,i}}}{\sum_{j=1}^{k_i} C_{j,i}} = \frac{\sum_{j=1}^{k_i} C_{j,i+1}}{\sum_{j=1}^{k_i} C_{j,i}}, \quad (3.21)$$

es decir, el total de la columna  $i + 1$  del triángulo de siniestralidad dividido entre el total de la columna  $i$  salvo su último elemento (el más reciente).

Como en el resto de modelos *Link Ratio*, una vez se dispone de los factores de paso, se procede a proyectar el triángulo para obtener el coste a *ultimate* y finalmente las provisiones como diferencia entre este coste y la siniestralidad acumulada hasta el momento actual.

## 3.2 Métodos estocásticos

En este apartado se introducen brevemente algunos métodos de cálculo de reserva estocásticos. Como ya se ha comentado anteriormente, al introducir una variable aleatoria en cualquier modelo determinista, éste se denomina estocástico. Esta aleatoriedad, si el supuesto distribucional de la variable aleatoria es correcto, permite extraer información más completa del modelo, ya que se podrá conocer la variabilidad

de los parámetros y de las provisiones con el fin último de poder ofrecer unos intervalos de confianza que permitan complementar la estimación puntual que puede obtenerse a partir de los métodos estadísticos.

No se profundiza en cada método, sino que se introducen como complemento teórico y de referencia bibliográfica de los métodos de cálculo de provisiones técnicas.

### 3.2.1 Modelo de Mack

El modelo de Mack (Mack, Distribution-free calculation of the standard error of Chain Ladder reserve estimates, 1993) consiste en una generalización estocástica del método de *Chain Ladder*, cuyo objetivo es la estimación de la variabilidad de las reservas estimadas (estimando, por tanto, el error de predicción). En la introducción de la aleatoriedad no se realiza ninguna hipótesis acerca de la forma o de la distribución de la siniestralidad, de ahí la denominación *distribution free*. Lo que sí se realiza es una serie de hipótesis sobre los momentos de primer y segundo orden de la siniestralidad.

Existen numerosas variantes de *Chain Ladder* cuyo objetivo es convertirlo en un método estocástico y responder así la pregunta de cuál es el modelo estocástico detrás del *Chain Ladder* (Mack, Which Stochastic Model is Underlying the Chain Ladder Method?, 1994). Sin embargo, no todos estos métodos dan lugar a la misma estimación de coste *ultimate* que el método *Chain Ladder*. Los que sí ofrecen las mismas estimaciones (y que no se describen en este trabajo) son el modelo de Poisson propuesto en (Hachemeister & Stanard, 1975) y que puede verse también como un modelo lineal generalizado (Renshaw & Verral, 1994) y el de la Poisson sobredispersa. De todos modos, teniendo en cuenta el objetivo que persigue este trabajo, no resulta de utilidad el paso a este modelo al resultar la misma estimación puntual de las reservas que el método de *Chain Ladder*.

Volviendo al método de Mack, a continuación, se enumeran las hipótesis básicas del mismo. Suponiendo la existencia de unos factores  $f_1, f_2, \dots, f_{n-1}$  y unos parámetros  $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_{n-1}^2$  desconocidos:

$$- E(C_{i,j}|C_{i,1}, C_{i,2}, \dots, C_{i,j-1}) = C_{i,j-1}f_{j-1} \quad (3.22)$$

$$- Var(C_{i,j}|C_{i,1}, C_{i,2}, \dots, C_{i,j-1}) = C_{i,j-1}\sigma_{j-1}^2 \quad (3.23)$$

$$- \text{Los años de accidente } (C_{i,1}, C_{i,2}, \dots, C_{i,n}), \text{ con } 1 \leq i \leq n, \text{ son} \quad (3.24)$$



independientes entre sí

Como se observa en la primera hipótesis, el esquema para el primer momento de la distribución de la siniestralidad acumulada es análogo al supuesto de *Chain Ladder*.

Los estimadores de los factores de paso y de las varianzas son los siguientes:

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{k_i} \omega_{j,i} R_{j,i}}{\sum_{i=1}^{k_i} \omega_{j,i}}, j = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.25)$$

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-j-2} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \left( \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{f}_j \right)^2, j = 1, 2, \dots, n-2 \quad (3.26)$$

La estimación de la varianza no es válida para  $j = n-2$  ya que se anularía el denominador del primer cociente. Si  $\hat{f}_{n-1}$  se espera que sea igual a 1, es decir, si ya están completamente desarrollados los siniestros, la varianza será nula. Si no, se completa la serie de las varianzas con una regresión logarítmica  $(\hat{\sigma}_1^2, \hat{\sigma}_2^2, \dots, \hat{\sigma}_{n-2}^2 \rightarrow \hat{\sigma}_{n-1}^2)$ .

A partir de estos parámetros, es posible obtener el Error Cuadrático Medio para las reservas de cada año y, finalmente, para las reservas totales de la cartera.

### 3.2.2 Método *Bootstrap* sobre *Chain Ladder*

El método *Bootstrap*, introducido por (Efron, 1979), es un método estadístico no paramétrico de remuestreo que permite obtener una distribución empírica orientada a estimar la distribución muestral de cualquier estadístico o función muestral a partir de una única muestra. Es una metodología ampliamente utilizada en Estadística y ha sido adaptada para obtener la distribución empírica en muchos modelos y métodos. Resulta especialmente útil cuando el cálculo analítico de la distribución muestral o de cualquier característica (momento) de un estadístico es muy complejo o directamente imposible ya que permite estimarla de forma muy simple.

La idea subyacente en el método *Bootstrap* es bastante sencilla y comienza por considerar una muestra de tamaño  $n$ ,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  representativa de la población (variable aleatoria  $X$ ). A partir de esta única muestra, se construirá un número suficientemente grande  $B$  de *remuestras*, cada una de las cuales se obtiene a partir de una muestra aleatoria simple con reemplazamiento de tamaño  $n$  de elementos de la muestra original (formando la *remuestra*  $x_1^{(b)}, x_2^{(b)}, \dots, x_n^{(b)}$ ). A cada una de estas  $B$  *remuestras* se le aplica la función o estadístico cuya distribución muestral se desea

estimar  $(T(x))$ , obteniéndose así una muestra aleatoria simple de estadísticos,  $T(X)^1, T(X)^2, \dots, T(X)^B$ , sobre la que construir la función empírica  $\hat{F}_{n,T(x)}(t)$ .

El artículo clásico de *Bootstrap* aplicado sobre el Chain Ladder es (England & Verrall, 1999). Su propuesta esencialmente consiste en hacer un remuestreo que permita la generación de una muestra de triángulos de siniestralidad sobre la que aplicar la técnica de *Chain Ladder*. De modo esquemático, los pasos del algoritmo de remuestreo serían los siguientes:

- A partir del triángulo de siniestralidad acumulado original ( $C$ ), se estiman los factores de desarrollo del mismo. Se obtiene un triángulo consistente con estos factores y que dé lugar a una última diagonal igual a la del triángulo original ( $\hat{C}$ ), sin más que ir dividiendo el triángulo original entre los factores de desarrollo, columna a columna y de derecha a izquierda.
- Se obtiene el triángulo incremental para el original y para el predicho del punto anterior,  $c_{i,j}$  y  $\hat{c}_{i,j}$ , respectivamente.
- Se obtiene el residuo estandarizado de *Pearson* (que supone que cada celda del triángulo incremental tiene una distribución Poisson):

$$r_{i,j} = \frac{c_{i,j} - \hat{c}_{i,j}}{\sqrt{\hat{c}_{i,j}}} \quad (3.27)$$

- Se realiza un remuestreo de los residuos y se genera un nuevo triángulo de residuos remuestreados:  $r_{i,j}^*$ . Se reconstruye el triángulo de incrementales *Bootstrap* según la siguiente fórmula.

$$c_{i,j}^* = \hat{c}_{i,j} + r_{i,j}^* \sqrt{\hat{c}_{i,j}} \quad (3.28)$$

- A partir de este nuevo triángulo incremental se obtiene el triángulo acumulado y se aplica el método *Chain Ladder*, para obtener las reservas de la remuestra correspondiente. Este proceso se repite un número  $B$  elevado para obtener una muestra suficientemente grande y poder, por tanto, estimar la variabilidad de las reservas de forma adecuada.

### 3.2.3 Modelo Lineal Generalizado

Un modelo lineal generalizado o *GLM* (Nelder & Wedderburn, 1972) es una generalización de los modelos de regresión, en los cuales se suponen relaciones lineales entre una variable dependiente o endógena y una o varias variables

independientes o exógenas. En los modelos de regresión se supone, además, que el error aleatorio tiene una distribución normal. En un *GLM* ninguna de estas dos características tiene por qué cumplirse, ya que es posible modelizar relaciones no lineales y también es posible una hipótesis distribucional no necesariamente normal.

En líneas generales, un *GLM* puede definirse a partir de una variable respuesta  $y$  y unas variables explicativas  $X$ , como

$$g(\mu_i) = \eta_i = X_i' \beta, \quad (3.29)$$

donde  $g(\cdot)$  es la función monótona llamada *link* (que será la que determine la forma de las relaciones que se van a modelizar),  $\beta$  es el vector de parámetros asociados a las variables dependientes  $X$  y  $\mu$  es la esperanza de la variable dependiente  $y$ , la cual sigue cualquier distribución de la familia exponencial.

Entre algunas posibles funciones *link*, se encuentra la función identidad que daría como resultado el modelo clásico de regresión lineal y el logaritmo neperiano que da lugar al modelo Poisson.

A continuación, se muestran algunos ejemplos de modelos propuestos en la literatura con su correspondiente versión *GLM* (England & Verrall, 2002).

A modo de ejemplo, se muestra el modelo de la Poisson sobredispersa, en el que se supone que el triángulo de pagos incremental  $C_{i,j}^{incr}$  se distribuye como una variable aleatoria Poisson sobredispersa de parámetros:

$$E(c_{i,j}) = m_{i,j} = x_i y_j, \quad (3.30)$$

y

$$Var(c_{i,j}) = \phi x_i y_j, \quad (3.31)$$

donde  $\sum_{k=1}^n y_k = 1$ .

Puede modelizarse a través de un *GLM* con la función *link* logarítmica:

$$\log(m_{i,j}) = c + \alpha_i + \beta_j. \quad (3.32)$$

En la ecuación (3.32), el término  $c$ , se corresponde con el nivel de referencia asociado al año de ocurrencia y de desarrollo 1. Los parámetros  $\alpha_i$  son los factores correspondientes a los años de ocurrencia (nivel para cada año de ocurrencia),

mientras que los parámetros  $\beta_j$  son los factores correspondientes a los años de desarrollo.

Una vez que se han estimado los parámetros del modelo, es posible obtener la estimación puntual (y su variabilidad) tanto para cada pago por año de ocurrencia y desarrollo futuro

$$\hat{c}_{i,j} = e^{\hat{c} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j}. \quad (3.33)$$

como para su suma por filas (total de las provisiones del año  $i$ )

$$\hat{R}_i = \sum_{j=n-i+1}^n \hat{c}_{i,j} \quad (3.34)$$

y para el total de las provisiones

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=n-i+1}^n \hat{c}_{i,j} \quad (3.35)$$

También es posible obtener los correspondientes errores estándar de cada una de las estimaciones y complementar así su estimación puntual.

## 4 Modelo de simulación base

El interés fundamental que ha originado este Trabajo Fin de Máster reside en la dificultad existente en siniestros de cola larga en relación a la estimación de las provisiones técnicas, particularizando en la *Mejor Estimación* o *Best Estimate*. Se entiende por siniestros de cola larga, aquéllos para los que su duración puede llegar a exceder ampliamente los 10 años. Estas duraciones tan elevadas son frecuentes en determinados tipos de seguros, entre ellos los de Responsabilidad Civil y, más concretamente, los de Responsabilidad Civil Profesional, como por ejemplo la de médicos, arquitectos, ingenieros, etcétera. Es habitual, en este tipo de profesiones, la existencia de retardos importantes entre la ocurrencia de un siniestro y su notificación y también la judicialización de los procesos, lo que produce que los tiempos de liquidación de los siniestros sean muy elevados y conlleva unos gastos adicionales a los meramente indemnizatorios que elevan del mismo modo los costes medios de los siniestros.

En el modelo que se propone para simular una cartera de siniestros, es necesario tener en cuenta los siguientes aspectos:

- El número de siniestros por cada año de accidente.
- La duración de cada expediente desde la ocurrencia del siniestro hasta su cancelación.
- El coste de cada siniestro en función de la duración del mismo.
- El patrón que muestra cómo se van a pagar esos costes.

El ciclo de vida de los siniestros puede resumirse en los siguientes procesos e hitos:

- Ocurrencia: Fecha de acaecimiento del siniestro.
- Notificación: Fecha en que el siniestro es comunicado a la Entidad Aseguradora. Durante el tiempo que transcurre entre la ocurrencia y la notificación, el siniestro se encuentra en el estado *IBNR (Incurred But Not Reported)* o incurrido pero no reportado. Este estado genera una reserva que ha de tenerse en cuenta en el momento de cálculo.
- Liquidación: Este proceso tiene por objeto básicamente determinar las circunstancias en las que ha ocurrido el siniestro, si este se encuentra amparado por la cobertura de seguro contratada y, en caso afirmativo, la

determinación de la indemnización a pagar por parte de la compañía aseguradora (Glosario Mapfre). En siniestros de larga duración el proceso de determinación de la indemnización es un proceso continuo que no finaliza hasta que se cierra el expediente.

- Pagos: Consiste en los distintos abonos que se realizan para reparar los daños causados por el siniestro. De nuevo, en siniestros de larga duración es posible que no exista un único pago, debido a la complejidad y a la judicialización de los procesos.
- Cierre: Momento en el que se da por liquidado y pagado el siniestro.

El siguiente diagrama de flujo muestra la evolución de los hitos de un siniestro.

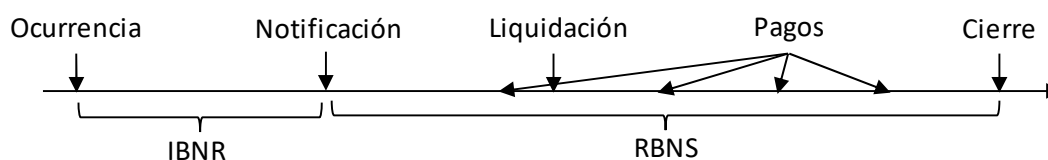


Gráfico 4.1. Ciclo de vida del siniestro

En el modelo base de simulación, por simplificación, se ha asumido la hipótesis de que las fechas de ocurrencia y de notificación son siempre la misma y que por tanto no existen IBNR. El esquema general de la simulación es el siguiente:

- Para cada año de accidente, se simula el número de siniestros del año
- Para cada siniestro:
  - Se simula su duración en años
  - A partir de la duración se simula un coste
  - A partir de la duración se simula un patrón de pagos
  - A partir del coste y del patrón de pagos, se obtiene la cantidad a pagar para cada uno de los años en que el expediente permanecerá abierto

Debido a la imposibilidad de disponer de una base de datos del tipo de siniestros que se desea estudiar, los parámetros de las distribuciones han sido seleccionados para representar adecuadamente la forma de los datos que se desean analizar sin que los resultados de costes, pagos y duraciones puedan ser entendidos como representativos para un caso concreto de seguros de Responsabilidad Civil Profesional.

#### 4.1 Número de siniestros

En primer lugar, para cada posible año de accidente, ha de simularse el número de siniestros acaecidos. Se ha seleccionado la distribución Binomial Negativa, la cual es una distribución que frecuentemente se selecciona para modelizar esta variable.

La función de probabilidad de una variable  $X \sim BN(r, \theta)$  es la siguiente (Tse, 2009):

$$f_X(x) = \binom{x+r-1}{r-1} \theta^r (1-\theta)^x, \quad (4.1)$$

donde el parámetro  $\theta$  es un valor que satisface  $0 < \theta < 1$  y el parámetro  $r$  es cualquier entero positivo. El valor esperado de la variable aleatoria y su varianza se obtienen a partir de éstos y de acuerdo a las siguientes fórmulas:

$$E(X) = \frac{r(1-\theta)}{\theta} \quad (4.2)$$

y

$$Var(X) = \frac{r(1-\theta)}{\theta^2} \quad (4.3)$$

La selección de parámetros se ha hecho a partir de los valores de esperanza y varianza despejando de las fórmulas anteriores. Dichos valores han sido elegidos para el modelo base en 2.000 y 2.200 respectivamente, lo que ha supuesto que los parámetros de la distribución binomial negativa sean  $r = 20.000$  y  $\theta = 10/11$ . A continuación se muestra la función de probabilidad resultante.

Como se observa en el Gráfico 4.2. Función de probabilidad de una distribución  $BN(20.000, 10/11)$  Gráfico 4.2, para estos parámetros se obtiene una distribución muy simétrica con un rango de posibles valores con una cierta probabilidad entre 1.900 y 2.100 siniestros.

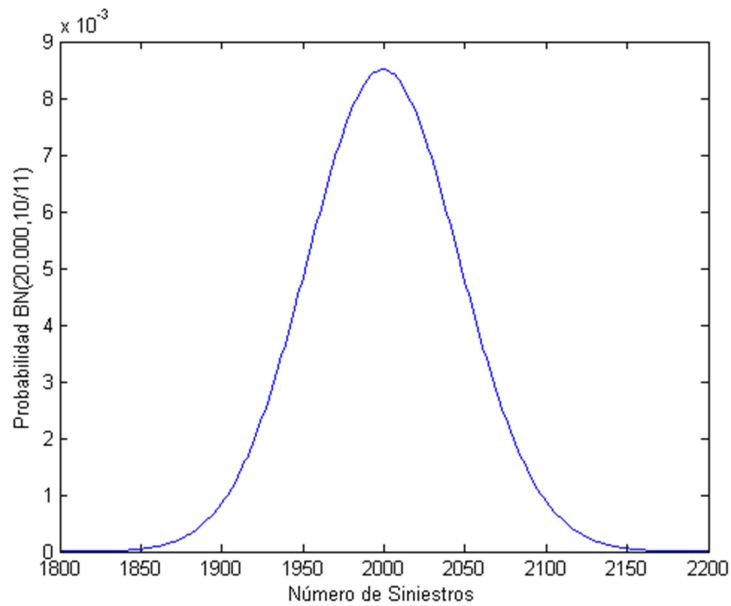


Gráfico 4.2. Función de probabilidad de una distribución  $BN(20.000,10/11)$

#### 4.2 Duración de los expedientes

La siguiente variable involucrada en el modelo de simulación del comportamiento de los siniestros es la duración de los mismos (en años). Como se ha comentado anteriormente, en los seguros de Responsabilidad Civil Profesional normalmente se ven expuestos a siniestros cuyos expedientes tienen una duración elevada, principalmente por la judicialización de los mismos, que ralentiza el proceso de liquidación y pago.

Para la distribución de la duración de los expedientes, se ha elegido una distribución Gamma por ser una variable no negativa y asimétrica positiva, de forma que la mayoría de los siniestros tengan duración en torno a la media y, al mismo tiempo, permita valores de duración elevados.

La función de densidad de la distribución Gamma es la siguiente (Evans, 2000):

$$f(x|a, b) = \frac{1}{b^a \Gamma(a)} x^{a-1} e^{-\frac{x}{b}}, \quad (4.4)$$

donde los parámetros deben cumplir que  $a > 0$  y  $b > 0$ . Los momentos de primer y segundo orden para la parametrización anterior de la variable  $X \sim \text{Gamma}(a, b)$  son los siguientes:

$$E(X) = a \cdot b \quad (4.5)$$



$$\text{Var}(X) = a \cdot b^2. \quad (4.6)$$

Como en la variable anterior, los parámetros han sido elegidos *ad hoc* para obtener una distribución que resulte de utilidad para el propósito de este trabajo. El objetivo es tener un amplio espectro de duraciones, en el que sea probable obtener duraciones extremadamente altas (más de 20 años) pero que, sin embargo, tenga una media muy inferior y que la mayoría de expedientes tengan una duración que pueda clasificarse dentro del corto y del medio plazo. El valor de los parámetros seleccionados ha sido  $a = 2,5$  y  $b = 3$ . La distribución tiene una esperanza de 7,5 años y una varianza de 22,5 (desviación típica de 4,74 años). El Gráfico 4.3 muestra la función de densidad de la distribución Gamma con los parámetros anteriores. Como puede observarse, la moda de la distribución se encuentra entre el 4 y el 5. Será por tanto ese rango el de mayor probabilidad de ocurrencia. A partir de los 30 años la densidad es prácticamente nula, por lo que no se espera que haya muchos expedientes de duraciones mayores a 30.

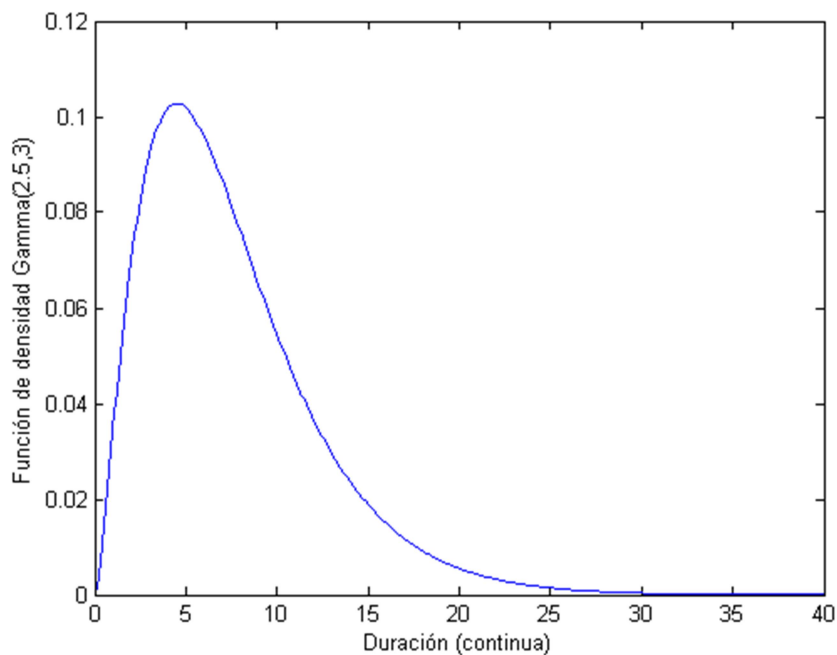


Gráfico 4.3. Función de densidad de una Gamma(2.5,3)

Aunque puede resultar de gran utilidad disponer de las duraciones con precisión decimal (si se desea hacer triángulos mensuales o trimestrales), en este trabajo se considerará esta variable discretizada, debido a que se van a realizar agrupaciones anuales tanto del período de ocurrencia del siniestro como los períodos de su

desarrollo posterior. Por otro lado, en los códigos escritos en MATLAB se ha permitido la inclusión de una limitación en la duración de los expedientes con el objetivo de limitar los tamaños de las matrices a manejar y por la escasa utilidad de simular expedientes de muy elevadas duraciones. Incluyendo la discretización y el límite máximo (se trunca la variable aleatoria), el algoritmo de simulación para la variable duración resultante es el siguiente:

1. Generar un número *aleatorio* de la distribución Gamma correspondiente
2. Si el *aleatorio* es menor que la *Duración Máxima Admisible*:
  - a. Duración del siniestro es igual a la parte entera del *aleatorio* más 1
  - b. Se pasa al siguiente expediente
3. Si el *aleatorio* excede la *Duración Máxima Admisible*:
  - a. Volver al punto 1.

En el Gráfico 4.4 se muestra un diagrama de probabilidad para una simulación de 100.000 duraciones siguiendo el algoritmo anterior y limitando superiormente la duración a 30 años. Nótese que, al hacer la discretización de la variable, la media de la variable gamma discretizada (sin límite máximo aplicado) no será igual a 7,5 años, sino superior (8 años).

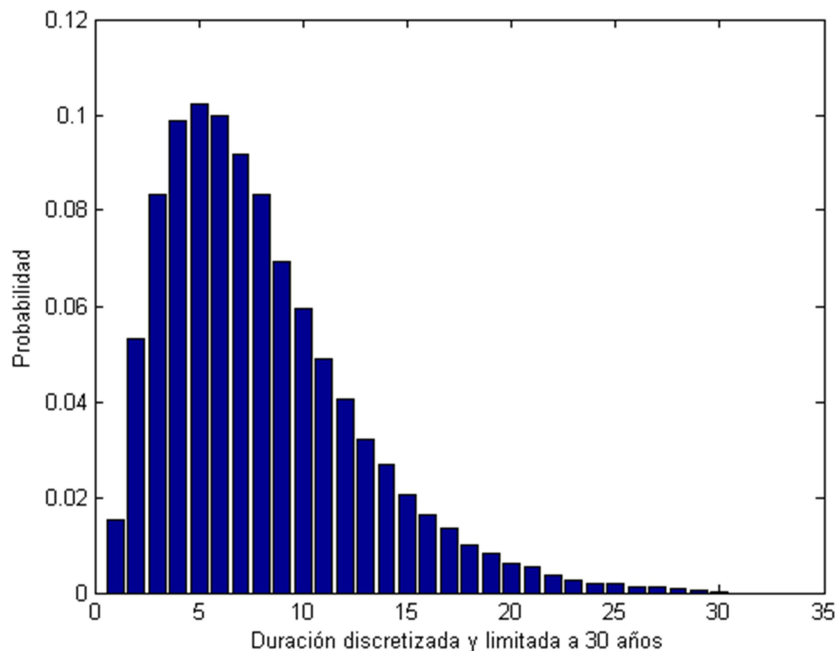


Gráfico 4.4. Diagrama de barras simulación de Duración (en años) discreta y con máximo de 30 años

### 4.3 Coste siniestral

Una vez se dispone de la duración de los expedientes, el siguiente paso dentro del proceso de simulación es la obtención del coste siniestral de cada uno de ellos. El hecho de simular previamente la duración es debido a que se desea relacionar el coste de los siniestros a la duración de los mismos. Dicha relación es positiva, es decir, mayor duración implicará mayor coste (mayores gastos judiciales y mayores indemnizaciones debido a las sentencias judiciales). Esto no implica que automáticamente cualquier siniestro de 2 años por ejemplo tenga que tener mayor coste que todos los de un año de duración. Los incrementos en los costes se consideran de forma media: el coste medio de los siniestros de duración  $n$  será superior al coste medio de los siniestros de duración  $n-1$  (para cualquier  $n$  mayor que cero).

Por tanto, para simular un coste individual a partir de una duración  $D$ , es necesario, por un lado, una distribución generadora de los costes y por otro, una función que relacione los parámetros de dicha distribución con esa duración  $D$ .

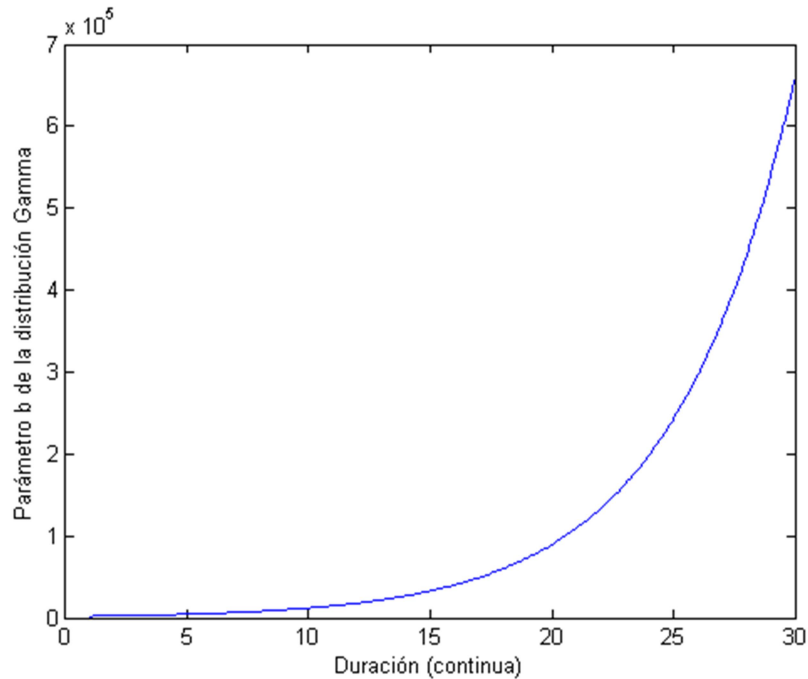
La distribución a partir de la cual se generarán los costes es la distribución Gamma (Evans, 2000) de parámetros  $a = 1,5$  (parámetro de forma) y  $b = g(\text{Duración})$  (parámetro de escala). Es decir, el parámetro de forma se toma constante para todas las duraciones, mientras que el parámetro de escala se modifica en función de la *Duración* del expediente en cuestión para adaptar el coste a ésta. La siguiente fórmula muestra la propuesta que se utiliza en este trabajo para la relación existente entre el parámetro  $b$  de escala de la distribución gamma y la duración del expediente  $D$ .

$$b = s \cdot e^{t \cdot D}, \quad (4.7)$$

donde  $D$  es la duración del expediente (en años) y  $s$  y  $t$  son dos parámetros escogidos *ad hoc* para tener unos resultados de costes razonables. La ecuación (4.7) (consistente con una regresión exponencial) es equivalente a la expresión  $\ln(b) = \ln(s) + t \cdot D$ , es decir, incrementos de un año en la duración implican cambios en el parámetro  $b$  del  $t \cdot 100\%$ . Debido a (4.5) y (4.6), ese incremento sobre el parámetro  $b$ , se traducirá en variaciones en la misma proporción tanto para la media como para la desviación típica de la variable aleatoria del coste siniestral (independientemente del valor del parámetro de forma que en este caso es igual a 1,5).

El valor de  $s$  y  $t$  se han fijado con los siguientes:  $t = 0,2$  y  $s = 2000/e^t$ . Lo que da lugar a que un incremento de un año en la duración, produce un incremento de

$0,2 \cdot 100\% = 20\%$  en el parámetro  $b$  y, por tanto, el mismo incremento en la esperanza y en la desviación típica de la variable aleatoria coste siniestral. El Gráfico 4.5 muestra la relación entre la duración y el parámetro de acuerdo a la fórmula (4.7) y los valores de  $s$  y  $t$  especificados.



*Gráfico 4.5. Relación entre Duración del siniestro y parámetro de escala del Coste Siniestral*

Con el fin de ilustrar las funciones de densidad del coste siniestral según este esquema dependiente de la duración del siniestro (4.7), se han realizado dos gráficas que las muestran para varios valores de duración. En el Gráfico 4.6 se representan las densidades para duraciones entre 1 y 5, mientras que en el Gráfico 4.7 se muestran las densidades para duraciones iguales a 10, 15 y 20. No se presentan densidades para duraciones mayores ya que, debido al crecimiento exponencial del parámetro variable, el rango de posibles valores se amplía con cada año adicional y habría que presentar un gráfico para cada duración. Como se observa en ambos gráficos, la probabilidad para valores de coste mayores va aumentando en función de la duración del expediente tal y como se deseaba modelizar.

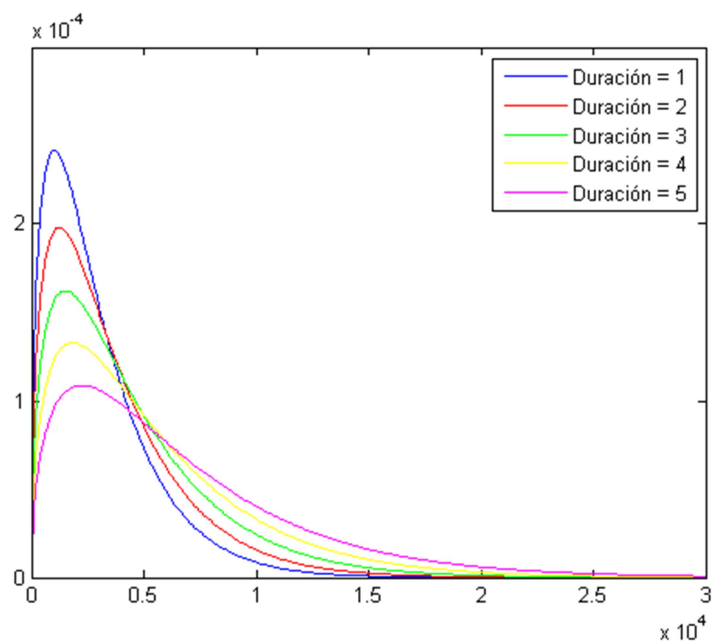


Gráfico 4.6. Función de densidad del coste siniestral para duraciones entre 1 y 5

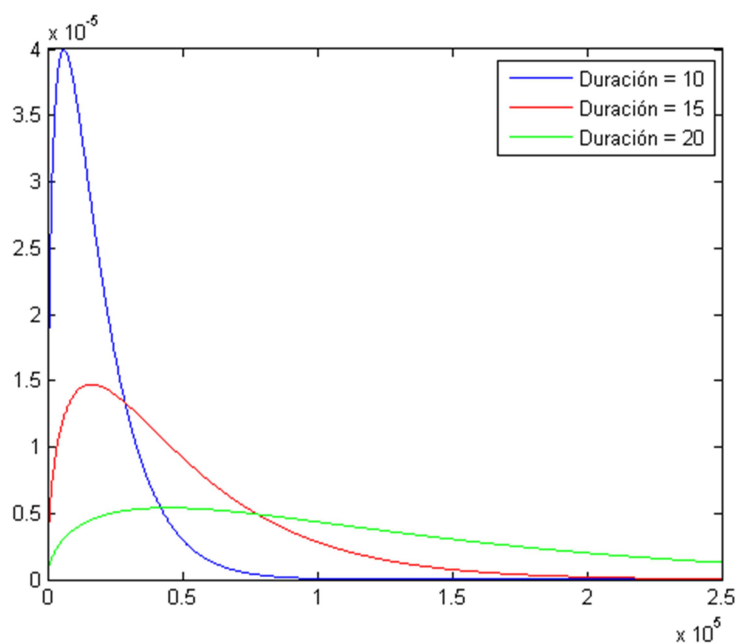


Gráfico 4.7. Función de densidad del coste siniestral para duraciones 10, 15 y 20

#### 4.4 Patrón de pagos

Una vez se dispone del número de siniestros y del coste de cada uno de ellos, el último paso para modelizar de forma completa la cartera es la obtención de un patrón de pagos. Como es lógico, no todos los siniestros se pagan a la misma velocidad, máxime teniendo en cuenta que, como se ha modelizado previamente, cada expediente permanece abierto un número de años determinado. Por tanto, este

apartado se centra en el modelo elegido para la obtención de un patrón de pagos independiente para cada siniestro.

Haciendo el supuesto de que no existen recobros en el desarrollo de los expedientes (en caso de existir podrían considerarse en otro desarrollo complementario del expediente de signo contrario al de los pagos), el patrón de pagos acumulado (como porcentaje del coste total) presentará una forma monótona creciente que valdrá 0 en el momento de apertura y 1 en el momento de cierre del expediente. Este comportamiento sugiere que se podría emplear la función de distribución de alguna variable aleatoria para simularlo.

De entre las infinitas posibilidades de elección de funciones de distribución, se ha optado por buscar entre aquellas que tienen un soporte delimitado con el objetivo de no hacer correcciones complejas. La idea esencial es asignar los años de duración al soporte de la función de distribución, tomar el valor de la función para dicha asignación y, posteriormente, pasar del patrón de pagos acumulado a uno sin acumular sin más que restar a cada valor el inmediatamente anterior (salvo el del primer año, al que habría que restarle 0).

Una distribución que se ajusta a este soporte limitado y que además puede presentar una gran variación de formas en su función de densidad (y, por tanto, en su función de distribución) es la variable aleatoria Beta. El Gráfico 4.8 muestra la función densidad de variables aleatorias Beta para distintos valores de sus parámetros. Se observa la capacidad de ajuste de esta distribución. Por ejemplo, para el par (0.5,0.5) se pagará mucho al abrir y al cerrar el expediente y menos pero de forma constante el resto de años. Para el par (5, 1) apenas se paga al principio de la vida del expediente y, conforme pasa el tiempo, se aceleran los pagos cuyo valor más elevado se da en el momento del cierre. Siguiendo la forma de la densidad se puede interpretar cómo se pagará el coste del siniestro en el tiempo.

La función de densidad de la variable aleatoria Beta es la siguiente (Evans, 2000):

$$f(x|a, b) = \frac{1}{B(a, b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1}, \quad (4.8)$$

donde  $B(a, b)$  es la función Beta, los parámetros deben cumplir que  $a > 0$  y  $b > 0$  y el soporte de la función es el intervalo (0, 1).

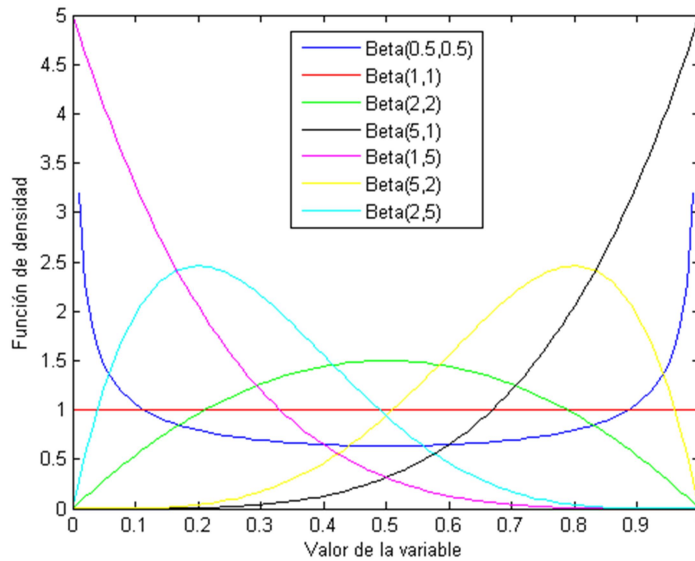


Gráfico 4.8. Función de densidad Beta para distintos pares de parámetros

Tal y como ya se ha comentado, cada expediente tendrá un patrón de pagos distinto, por lo que habrá que simular unos parámetros para cada expediente. La simulación de ambos parámetros se hará de la misma forma debido a la simetría de parámetros que puede observarse en el Gráfico 4.8. Con el objetivo de acceder a un amplio rango de posibles valores que puedan generar múltiples formas para los patrones de pagos, se simulan a partir de una distribución exponencial de esperanza igual a la duración del expediente. El Gráfico 4.9 contiene a modo de ejemplo, 10 funciones de densidad de distribuciones Beta con parámetros simulados de exponenciales de media duración del expediente, donde ésta se ha simulado conforme a la sección 4.2. En la gráfica relativa a las funciones de distribución (patrones acumulados), hay una variedad elevada de posibilidades, hay patrones en los que se pagará mucho al principio y viceversa.

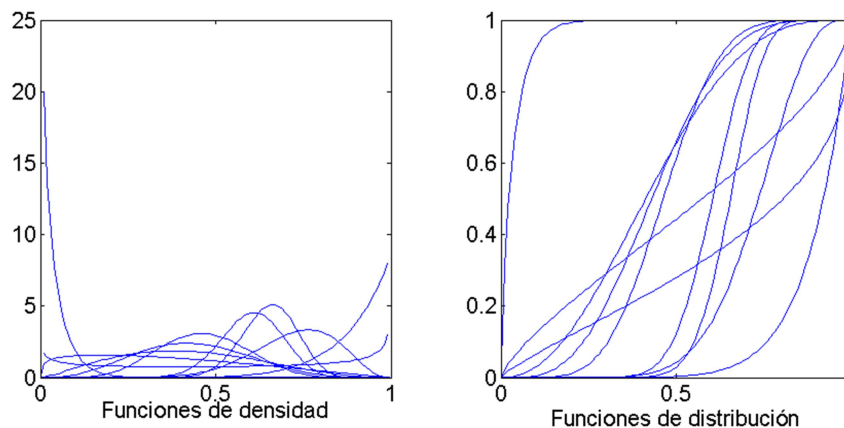


Gráfico 4.9. Funciones de densidad y sus correspondientes de distribución para 10 simulaciones

El algoritmo de simulación del patrón de pagos es el siguiente:

- 1 Dada la duración en años  $D$ , se transforma el vector  $Años = (1, 2, \dots, D)$  en el vector  $\% Desarrollo = (1/D, 2/D, \dots, 1)$
- 2 Se simulan los parámetros  $a$  y  $b$  a partir de una exponencial de esperanza igual a  $D$
- 3 Se obtienen los valores de la función de distribución de una Beta con los parámetros del punto 2 aplicada sobre el vector  $\% Desarrollo$ , obteniéndose el vector  $F_{\%Desarrollo} = (F(1/D), F(2/D), \dots, F(1))$
- 4 Se calcula el patrón sin acumular:
$$Patron = (F(1/D), F(2/D) - F(1/D), \dots, F(1) - F((D - 1)/D))$$
- 5 Se aplica el patrón de pagos al coste para obtener el desarrollo del siniestro desde el año de accidente.

#### 4.5 Estadísticas principales del modelo base

En esta última sección del capítulo, se muestran las características fundamentales del modelo definido para la simulación de la cartera.

En primer lugar, en el Gráfico 4.10 se ilustra la convergencia de la duración media de la cartera hacia la esperanza de la variable truncada. La duración media resultante para una muestra de 1.000.000 de siniestros ascendió a 7,96, ligeramente inferior a los 8 que se esperarían si no hubiera un tope de duración máxima. En la simulación, se realiza un truncamiento de la variable para no superar un determinado nivel, que en este caso ha sido de 30 años. Además, esta convergencia se muestra para la variable ya discretizada. En el gráfico se muestra la convergencia de la duración media al valor anterior en función del tamaño muestral (a pesar de haber llegado hasta muestras de tamaño 1.000.000, sólo se muestran las medias de las muestras hasta 10.000 siniestros, ya que en ese nivel se había alcanzado la convergencia).

En relación al coste medio, se muestra el mismo gráfico de convergencia (Gráfico 4.11), pero hasta muestras de tamaño 50.000, ya que la convergencia del coste es más lenta. De nuevo, se muestra la evolución del coste medio del modelo, dependiendo del número de siniestros simulados. El coste medio obtenido para una simulación de 1.000.000 de siniestros asciende a 22.882€.



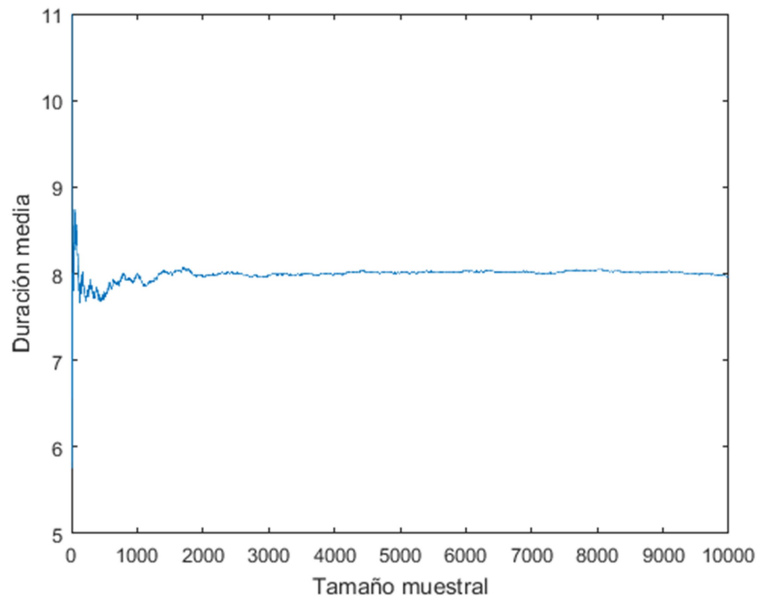


Gráfico 4.10. Convergencia de la duración media

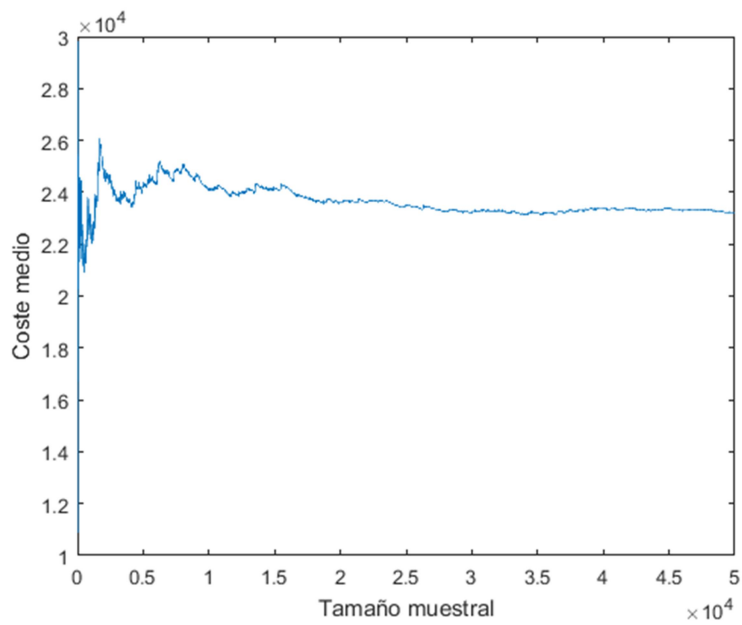


Gráfico 4.11. Convergencia del coste medio

Por último, en el Gráfico 4.12 se muestra el patrón de pagos teórico estimado mediante la simulación de una cartera de 1.000.000 de siniestros. Se representa el porcentaje de pago respecto de los pagos totales por año desde la ocurrencia del siniestro, es decir, durante el primer año se paga el 12% del total, durante el segundo el 8% y así sucesivamente. Conforme nos alejamos del año del siniestro se paga un menor porcentaje.

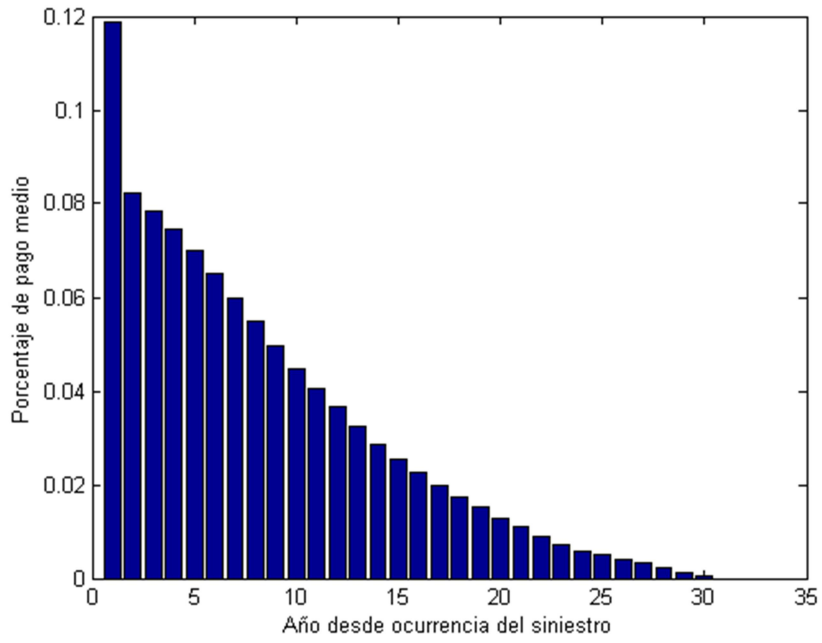


Gráfico 4.12. Patrón de pagos de la cartera por año desde la ocurrencia del siniestro

## 5 Resultados de simulación en el *modelo base*

En este capítulo se muestran los resultados de simulación para el modelo base definido en el capítulo 4. En primer lugar, se realizará una descripción de las metodologías elegidas para el cálculo de la *Mejor Estimación* o *Best Estimate* y del algoritmo de simulación, haciendo referencia a los códigos de MATLAB que pueden encontrarse en el Anexo I. A continuación, se mostrarán los resultados más relevantes aplicados al que se ha denominado *modelo base*.

### 5.1 Metodología de cálculo de la *Mejor Estimación*

En el capítulo 0 se ha realizado una revisión metodológica de algunos de los modelos que pueden ser empleados en el cálculo de las provisiones técnicas de una entidad aseguradora. Como este trabajo pretende dar cobertura a la *Mejor Estimación* de la siniestralidad desde el punto de vista de Solvencia II, se desechan los métodos simples introducidos en los apartados 3.1.1 y 3.1.2, ya que presentan un tratamiento global de las provisiones sin centrarse en el momento de pago (esencial para el cálculo de provisiones bajo Solvencia II). Los métodos basados en triángulos (sección 3.1.3) sí permiten la obtención de los pagos por año de ocurrencia y año de pago, por lo que estos serán los elegidos para realizar las estimaciones. Por otro lado, y, debido a que el análisis se centra en datos simulados, se descartan los métodos estocásticos propuestos en la sección 3.2, máxime cuando alguno de ellos ofrecería la misma (o muy aproximada) estimación puntual de los métodos deterministas.

En resumen, los métodos de estimación de provisiones elegidos han sido los modelos *Link Ratio* para los que el modelo de *Chain Ladder* es un caso particular. El diseño de estos métodos permite a sus usuarios elegir la cantidad de información a emplear de los triángulos, referida esta cantidad al número de diagonales del triángulo de pagos por año de desarrollo que serán tenidas en cuenta para la estimación de los correspondientes factores de desarrollo. De tal forma que, si las hipótesis de homogeneidad a lo largo del tiempo se cumplen, se espera que cuando se use toda la información del triángulo, las estimaciones sean más precisas que cuando se usen, por ejemplo, las últimas cinco diagonales. Sin embargo, si a lo largo del tiempo se producen cambios estructurales en la siniestralidad (mayor o menor duración, mayor o menor coste, mayor o menor número de siniestros), podría ser más adecuado emplear las diagonales de los años más recientes, las cuales representarán de forma más fiel el comportamiento actual de la siniestralidad. Estos cambios estructurales afectarán más a aquellos seguros que, por su naturaleza, presenten procesos de liquidación o

pagos extremadamente altos, como es el caso de los seguros de Responsabilidad Civil Profesional.

A continuación, se enumeran los métodos y la cantidad de información de cada uno que serán objeto de análisis por parte de la simulación:

- *Link Ratio* de media aritmética:
  - Todas las diagonales de los triángulos
  - Las últimas 15 diagonales
  - Las últimas 10 diagonales
  - Las últimas 5 diagonales
  - Las últimas 3 diagonales
- *Chain Ladder* (o *Link Ratio* ponderado por el coste):
  - Todas las diagonales de los triángulos
  - Las últimas 15 diagonales
  - Las últimas 10 diagonales
  - Las últimas 5 diagonales
  - Las últimas 3 diagonales
- *Link Ratio* con regresión lineal simple:
  - Todas las diagonales de los triángulos
  - Las últimas 15 diagonales
  - Las últimas 10 diagonales
  - Las últimas 5 diagonales

Para la última opción, la del *Link Ratio* con regresión lineal simple, en el momento en que haya 4 o menos datos para el cálculo de la misma, se ha optado por calcular el factor de desarrollo de *Chain Ladder*, por razones obvias de precisión en la estimación. Por el mismo motivo, no se ha obtenido la opción de emplear únicamente 3 diagonales ya que los cálculos no resultarían en absoluto fiables.

Para todas estas opciones se parte de un triángulo de pagos como el de cuatro años que se muestra a continuación.

	1	2	3	4
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	$C_{1,4}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,3}$	
3	$C_{3,1}$	$C_{3,2}$		
4	$C_{4,1}$			

Tabla 5.1. Triángulo de pagos acumulado

Tras proyectar los pagos acumulados actuales se obtiene el triángulo completo, cuya última columna (si los siniestros están completamente desarrollados) muestra el coste final de cada año de ocurrencia.

	1	2	3	4
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	$C_{1,4}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,3}$	$C_{2,4}$
3	$C_{3,1}$	$C_{3,2}$	$C_{3,3}$	$C_{3,4}$
4	$C_{4,1}$	$C_{4,2}$	$C_{4,3}$	$C_{4,4}$

Tabla 5.2. Triángulo de pagos acumulado completado

Para el cálculo de la *Mejor Estimación* es necesario obtener, a partir de este triángulo completo acumulado, el triángulo de pagos incremental, sin más que restar a cada columna la anterior. Así, se obtiene para cada año de ocurrencia, lo que se estima se pagará en cada año futuro (cada diagonal representa un año). Estos serían los flujos probabilizados a que hace referencia la normativa europea (artículo 48, sección 2.2).

	1	2	3	4
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,3}$	$C_{1,4}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,3}$	$C_{2,4}$
3	$C_{3,1}$	$C_{3,2}$	$C_{3,3}$	$C_{3,4}$
4	$C_{4,1}$	$C_{4,2}$	$C_{4,3}$	$C_{4,4}$

Tabla 5.3. Triángulo de pagos incremental completado

El siguiente paso es construir el triángulo de pagos futuros por año de ocurrencia (donde cada columna representará el año futuro  $i$ -ésimo).

	1	2	3	4
1				
2	$C_{2,4}$			
3	$C_{3,3}$	$C_{3,4}$		
4	$C_{4,2}$	$C_{4,3}$	$C_{4,4}$	

Tabla 5.4. Triángulo de pagos futuros

Totalizando por columnas la Tabla 5.4, se obtienen los flujos futuros por año. Por último, sobre dichos totales se realiza el descuento que marca la normativa empleando para ello las curvas de tipos libre de riesgo para la moneda correspondiente. Es decir, se aplicará la siguiente fórmula:

$$ME \text{ o } BE = \sum_{i=1}^H \frac{F_i}{(1 + rf_i)^i} \quad (5.1)$$

donde  $H$  es el horizonte temporal máximo de los flujos futuros,  $F_i$  es el flujo futuro del año  $i$  (correspondiente a la suma de la columna  $i$  de la Tabla 5.4) y  $rf_i$  es el tipo de interés libre de riesgo del año  $i$  publicado por EIOPA.

## 5.2 Algoritmo de simulación

Esta sección se centra en el algoritmo seguido para llevar a cabo las simulaciones y en los códigos de MATLAB que pueden encontrarse en el ANEXO.

Con el fin de evitar que pudiera haber diferencias entre los distintos métodos que se van a analizar, en cada una de las simulaciones se genera una única cartera y sobre ésta se realizan todos los cálculos. El número de simulaciones se ha fijado en 5.000.

El esquema de cada simulación es el siguiente (entre paréntesis se encuentra el nombre de la función de MATLAB):

- 1) Generación de la cartera (*mod\_simulation\_estres.m*)
- 2) Obtención del triángulo de pagos incremental completo (*triangle\_full.m*)
- 3) Obtención del triángulo de pagos completo acumulado (*triangle\_acum.m*)
- 4) Extracción del triángulo de pagos por año futuro (*extractor.m*)
- 5) Cálculo de la *Mejor Estimación* para el triángulo completo con todos los siniestros desarrollados a ultimate. Esta *Mejor Estimación* es la que se considerará como teórica (datos *reales*: sin modelo de estimación de provisiones) (*BestEstimate.m*)
- 6) Para cada una de las 14 opciones de modelización:
  - a) Sobre la salida del programa *triangle\_acum.m* ya obtenida en el paso 3, es decir, sobre la matriz de pagos completa acumulada, se obtiene la proyección por el método correspondiente (*chainladder.m*)
  - b) Extracción del triángulo de pagos por año futuro (*extractor.m*)
  - c) Cálculo de la *Mejor Estimación* para el triángulo completo proyectado con el método correspondiente (*BestEstimate.m*)
- 7) Repetir 1) a 6) hasta completar las 5.000 simulaciones

A continuación, se detalla cada una de las funciones de MATLAB implicadas en el proceso de simulación, los códigos de estas funciones pueden encontrarse en el Anexo.

### 5.2.1 Generación de la cartera de siniestros

El script de MATLAB en el que se genera la cartera de siniestros es *mod\_simulation\_estres.m*. La función ahí definida tiene como inputs las siguientes variables y vectores (los valores de vectores marcados en rojo, se corresponden a los parámetros del modelo estresado, de ahí que para el *modelo base* sean nulos):

- Year\_origin: Primer año de ocurrencia de los siniestros (se establece en 1981)
- Year\_end: Último año de ocurrencia de los siniestros (se fija en 2016)
- Parameters\_NSin: Parámetros de la binomial negativa del número de siniestros (vector (20000, 10/11, 0, 0))
- Parameters\_Dur: Parámetros de la distribución Gamma de la duración (vector (2.5, 3, 30, 0))
- Parameters\_Loss: Parámetros de forma de la distribución Gamma del coste y de la relación entre la duración y el coste (vector (1.5, 2000/exp(0.2), 0.2, 0))

El algoritmo de la función es, en líneas generales, el siguiente:

- 1) Generación del vector con todos los años de ocurrencia
- 2) Para cada año de ocurrencia
  - a) Se genera el número de siniestros. Para cada siniestro:
    - i) Se genera la duración
    - ii) Se genera el coste para dicha duración
    - iii) Se genera el patrón de pagos
    - iv) Se aplica el patrón de pagos al coste de los siniestros

La salida que produce la función es una matriz cuya primera, segunda y tercera columnas muestran, respectivamente, el año del siniestro, su duración y su coste. El resto de columnas recogen cómo se pagará dicho coste. La primera de este conjunto de columnas (es decir, la cuarta columna), recoge lo que para cada siniestro se va a pagar en el año cronológico 1 que, en este caso, es 1981. La siguiente columna muestra lo pagado en 1982 y así sucesivamente. De este modo, sólo tendrán pagos en la cuarta columnas aquellos siniestros cuyo año de ocurrencia sea 1981, ya que el resto no habían ocurrido aún.

### 5.2.2 Obtención del triángulo de pagos incremental completo

La obtención del triángulo completo se lleva a cabo con la función *triangle\_full.m*. En esta función se crea una matriz de tantas filas como posibles años de ocurrencia y tantas columnas como filas más 1.

En la primera columna de esta matriz se guardan los posibles años de ocurrencia y el resto de la matriz se rellena a través de la suma de la columna correspondiente a cada posible año de pago, para los siniestros de cada año de origen.

El input de la función es la cartera generada en el apartado anterior y las salidas son, por un lado, la matriz de pagos incrementales completa (cuya primera columna es el año de ocurrencia) y, por otro, un vector columna que se corresponde con el coste a *ultimate*, es decir, con la suma por filas de la matriz anterior.

### 5.2.3 Obtención del triángulo de pagos completo acumulado

La obtención del triángulo de pagos acumulado se lleva a cabo con la función *triangle\_acum.m*. Esta función se emplea para acumular las columnas del triángulo de pagos incremental.

El input de esta función es cualquier matriz, cuadrada o no, y la salida de la misma es una matriz de la misma dimensión en la que se van acumulando las columnas. Si se desea acumular el triángulo de pagos incremental habrá que eliminar su primera columna relativa al año de ocurrencia antes de ejecutar la función.

### 5.2.4 Proyección del triángulo de pagos acumulado

La proyección del triángulo acumulado se realiza a través de la función *chainladder.m*. Esta función tiene tres inputs, a saber: la matriz de pagos acumulada, el tipo de modelo *Link Ratio* a aplicar (el valor 1 corresponde al aritmético, el valor 2 corresponde al *Chain Ladder* y el valor 3 corresponde al *Link Ratio* de regresión lineal simple) y el número de diagonales a tener en cuenta.

Para cada uno de los tipos se realiza el mismo esquema de cálculos. En primer lugar, se obtienen los factores de paso correspondientes y, en segundo lugar, se proyecta la última diagonal con dichos factores de paso. La salida de la función es una matriz de pagos completa acumulada y un vector columna con el coste a *ultimate*, es decir, la última columna de la matriz completa.

### 5.2.5 Extracción del triángulo de pagos por año futuro

Si se dispone de una matriz cuadrada (como lo es cualquier matriz de pagos acumulada y proyectada a *ultimate*), la función *extractor.m* se emplea para, en primer lugar, invertir la acumulación de columnas mediante diferencias de columnas consecutivas, en segundo lugar, anular la parte triangular superior de la matriz incremental y, finalmente, mover los valores de la parte triangular inferior hacia la izquierda.



Con esto se consigue que, al introducir una matriz de pagos acumulada y proyectada a *ultimate*, se elimine la parte de pagos conocida y el resto de elemento que los pagos futuros estimados aparezcan por año de pago (cada columna representará un año de pago).

### 5.2.6 Cálculo de la *Mejor Estimación*

El cálculo de la *Mejor Estimación* se realiza sobre la matriz de pagos incrementales futuros por año de ocurrencia y de pago que se obtiene como resultado de la ejecución de la función anterior.

Los inputs de esta función son: la matriz de pagos a descontar, las curvas de descuento (una matriz con 3 columnas, donde la segunda y la tercera son las curvas de EIOPA sin y con *ajuste de volatilidad*) y una variable que recoge si se hace el descuento con o sin el *ajuste de volatilidad*.

La función, en primer lugar, obtiene la suma por columnas de la matriz de pagos futuros y, en segundo lugar, mediante un bucle *for* realiza el descuento de cada flujo futuro al tipo de interés correspondiente. La salida de la función es un número que se corresponde con la *Mejor Estimación* o *Best Estimate*.

## 5.3 Resultados de la simulación

En esta sección se presentan los resultados de la simulación para el *modelo base* obtenidos mediante la simulación de las 5.000 carteras de siniestros y su posterior proyección de pagos.

Para ilustrar los resultados de aquí en adelante se emplearán tanto gráficos con las funciones de densidad estimadas para cada muestra de *Mejores Estimaciones*, como resultados numéricos contenidos en tablas.

La estimación de las funciones de densidad se hace a través de la técnica de estimación de densidades tipo núcleo (*kernel density estimation*) (Rosenblatt, 1956) y (Parzen, 1962). La idea de esta metodología consiste en emplear las funciones núcleo o *kernel* evaluadas en la distancia entre cada punto para el que se calcula la densidad y cada punto de la muestra. La suavidad de la función de densidad resultante, depende de un parámetro de suavizado que debería seleccionarse de forma automática. Existen numerosos tipos de funciones *kernel*, sin embargo, debido a la forma simétrica de los histogramas obtenidos en las simulaciones se opta por la función tipo *kernel* gaussiana. Para ésta, en (Silverman, 1986) puede encontrarse una fórmula cerrada que es la que minimiza el error cuadrático medio.

Dada una muestra  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , la estimación de la función de densidad  $f$  generadora de dicha muestra evaluada en un punto  $x$ , puede estimarse a través de la siguiente fórmula

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x - x_i) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K_h\left(\frac{x - x_i}{h}\right) \quad (5.2)$$

donde, según (Silverman, 1986), el parámetro de suavizado  $h$ , puede obtenerse a partir de la siguiente fórmula:

$$h = \left(\frac{4\hat{\sigma}^5}{3n}\right)^{\frac{1}{5}} \quad (5.3)$$

donde  $\hat{\sigma}$  es la desviación típica muestral.

Esta estimación de la función de densidad generadora de la muestra se ha implementado en la función `kernel_density_estimation.m`. Los inputs de esta función son la muestra, el parámetro de suavizado (si se deja igual a cero, se aplica la fórmula (5.3)) y, por último, un parámetro que muestra el porcentaje del rango máximo menos mínimo que desea ampliarse para mostrar mejor la función de densidad.

A continuación, se procede a analizar los resultados obtenidos para el modelo base. En cada uno de los gráficos se presenta la función de densidad estimada para el modelo base “teórico”, es decir, la simulación considerando el triángulo completo a *ultimate* sin realizar ningún tipo de proyección. Esta densidad da una idea de la variabilidad de la variable *Mejor Estimación* del modelo base. Cada gráfico se completa con las densidades de cada tipo de modelo.

En primer lugar, en el Gráfico 5.1 se muestran las densidades del modelo *Link Ratio Aritmético* (con todas, 15, 10, 5 y 3 diagonales). Como se puede observar, para todas las distribuciones el valor esperado está muy próximo, lo que implicaría la posibilidad de que el valor medio del modelo para cualquier número de diagonales sea insesgado en relación al valor esperado de la variable *Mejor Estimación* del modelo base. En cuanto a la forma de la distribución, en todos los casos es muy similar, presentando, como era de esperar una mayor variabilidad conforme se emplean menos diagonales para la estimación de los factores de desarrollo.

Las densidades estimadas con los resultados obtenidos con *Chain Ladder*, como puede verse en el Gráfico 5.2, son prácticamente iguales que en el gráfico del *Link*

*Ratio Aritmético.* Se observa de nuevo la coincidencia de los valores medios y el aumento en la varianza en función de la disminución del número de diagonales empleado.

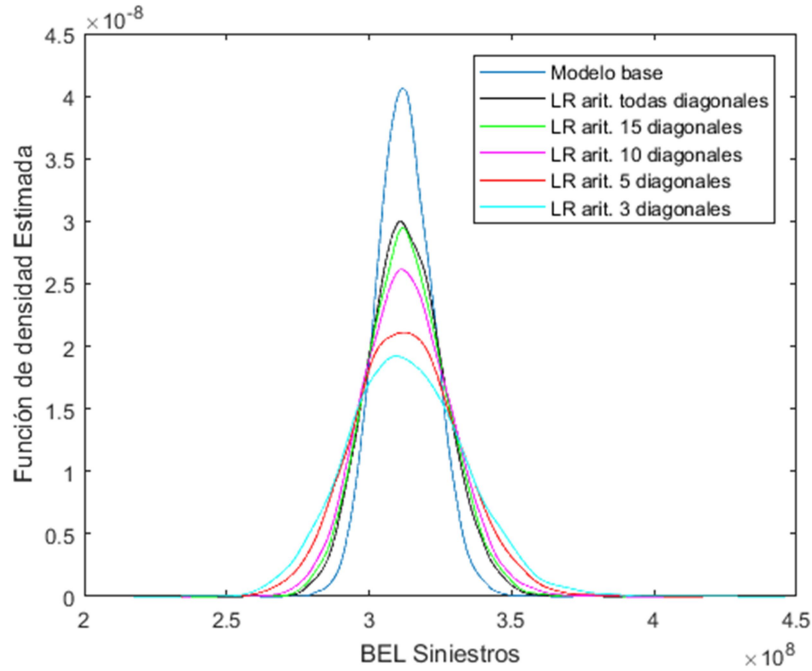


Gráfico 5.1. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético

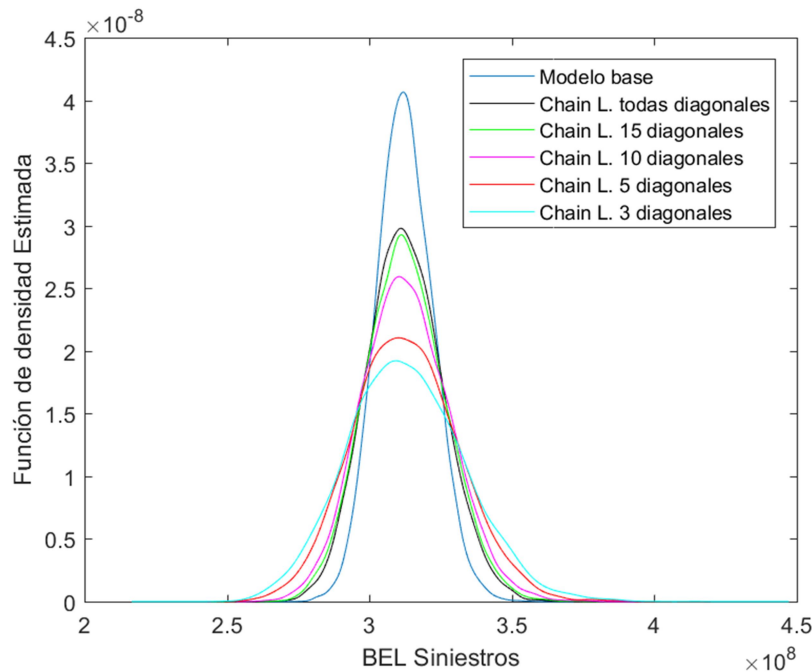


Gráfico 5.2. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder

En el caso del modelo *Link Ratio* de regresión lineal simple (Gráfico 5.3), sí se observan diferencias respecto a los dos métodos anteriores en relación a sus

varianzas, ya que, en este caso, son mucho mayores que en los casos anteriores. Sin embargo, el valor medio para cualquier número de diagonales, de nuevo, presenta valores muy próximos al del modelo base.

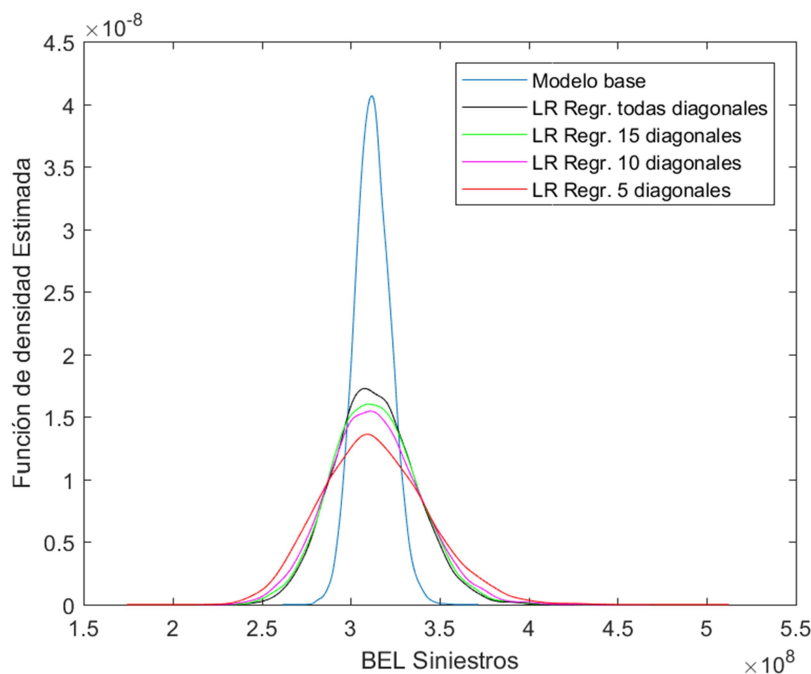


Gráfico 5.3. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de Regresión Lineal Simple

A pesar de que los gráficos anteriores son bastante ilustrativos, se hace necesario cuantificar las características comentadas para cada uno de ellos. En la Tabla 5.5, se recogen los estadísticos principales de las muestras de cada modelo simulado y se comparan con los del modelo base. Para éste, se ha obtenido que la *Mejor Estimación* media asciende a 312,5 millones de euros. En la columna del *Sesgo*, se puede observar como éste no alcanza para ninguno de los métodos propuestos un valor significativo (ningún sesgo supone más de un 0,5% del valor medio de la *Mejor Estimación*). Si se observa con más detenimiento dicha columna, salvo para *Chain Ladder*, para los otros dos métodos el sesgo oscila arriba y abajo según se disminuye el número de diagonales, lo que apoya la hipótesis de que los métodos, independientemente del número de diagonales, tiende en media al valor medio real. Los sesgos más pequeños se dan para el método de *Chain Ladder*. Por otro lado, se observa que, para un mismo número de diagonales, tanto *Link Ratio Aritmético* como *Chain Ladder*, tienen desviaciones típicas muy similares. Como ya se había comentado, en los tres casos, se tiene que la variabilidad aumenta según disminuye la cantidad de información empleada para el cálculo de los factores. La última columna de la tabla muestra el error cuadrático medio, el cual, debido a que el sesgo es tan

pequeño para todos los métodos, es prácticamente igual a la desviación típica y, por tanto, no aporta información de utilidad adicional.

(\*) Datos en millones de €

Modelo		Valor Medio (*)	Ratio frente a Modelo	Sesgo (*)	Desv. Típica (*)	Ratio frente a Modelo	Raíz de ECM (*)
Modelo		312,47	100,0%		9,90	100,0%	
Modelo Link Ratio - Aritmético	Todas las diagonales	313,14	100,2%	0,67	13,25	133,7%	13,26
	15 diagonales	313,20	100,2%	0,73	13,95	140,9%	13,97
	10 diagonales	313,30	100,3%	0,83	15,30	154,5%	15,32
	5 diagonales	313,21	100,2%	0,74	18,31	184,8%	18,32
	3 diagonales	313,20	100,2%	0,73	20,44	206,4%	20,46
Modelo Chain Ladder	Todas las diagonales	312,58	100,0%	0,11	13,27	134,0%	13,27
	15 diagonales	312,66	100,1%	0,20	13,97	141,1%	13,98
	10 diagonales	312,79	100,1%	0,32	15,33	154,8%	15,33
	5 diagonales	312,77	100,1%	0,30	18,34	185,2%	18,34
	3 diagonales	312,84	100,1%	0,37	20,47	206,7%	20,47
Modelo Link Ratio - Regresión	Todas las diagonales	313,39	100,3%	0,92	22,79	230,1%	22,81
	15 diagonales	313,48	100,3%	1,01	24,05	242,8%	24,07
	10 diagonales	313,27	100,3%	0,81	25,69	259,4%	25,70
	5 diagonales	313,50	100,3%	1,03	29,90	301,9%	29,92

Tabla 5.5. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas.

## 6 Resultados de simulación con escenarios cambiantes

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos mediante simulación, en relación a la sensibilidad de la *Mejor Estimación* para cada uno de los métodos de cálculo de las provisiones técnicas, bajo modelos que presentan variaciones a lo largo del tiempo en el número de siniestros, en la duración de los expedientes y en la relación el coste siniestral y la duración de los expedientes. El objetivo es analizar y cuantificar cómo se ve afectado el valor de la *Mejor Estimación* cuando las hipótesis básicas de siniestralidad no son estables en el tiempo, sino que presentan variaciones mantenidas a lo largo del tiempo.

### 6.1 Definición de los cambios estructurales en la siniestralidad

En primer lugar se introduce la forma funcional propuesta para los distintos cambios en el *modelo base* para cada una de las variables mencionadas anteriormente. Sería conveniente analizar más alternativas de formas funcionales distintas para analizar con más detalle la sensibilidad de los métodos de cálculo, sin embargo, dicho desarrollo queda fuera del alcance de este trabajo.

#### 6.1.1 Cambio estructural en el número de siniestros

Para la modificación de la variable aleatoria *número de siniestros por año de ocurrencia*, se ha optado por dos posibles cambios a lo largo del tiempo. El primero, recoge una tendencia suave de crecimiento en el número de expedientes, la cual equivaldría bien a un crecimiento constante de la cartera de la entidad aseguradora o bien a un deterioro por cambios, por ejemplo, legislativos, que pudiera afectar a la línea de negocio correspondiente. El segundo patrón de cambio del modelo propuesto añade a la tendencia anterior un ciclo sinusoidal multiplicativo. A continuación se describen ambos escenarios de forma más precisa.

##### 6.1.1.1 Escenario 1: Tendencia lineal

Según la definición del *modelo base*, para el número de siniestros se fijó como función de distribución la distribución  $BN(20.000, 10/11)$  (sección 4.1). De acuerdo a la fórmula de la esperanza de dicha distribución (4.2), ésta es función lineal del primer parámetro ( $r = 20000$ ). De ahí que, para incrementar de forma lineal la esperanza del número de expedientes, se modifique de forma lineal dicho parámetro. En este trabajo se opta por elegir un valor para la tendencia de forma que el aumento en el número de siniestros tras el primer año sea de un 2%, es decir, en el primer escenario se supondrá que el número de siniestros para el año cronológico de ocurrencia  $i$  siga una distribución

$BN(r_i, \theta = 10/11)$ , donde  $r_i = 20.000 + 400(i - 1981)$ . El Gráfico 6.1, muestra la evolución en el tiempo así definida para el parámetro  $r_i$  y para el número esperado de siniestros (en 1981 es igual a 2.000, mientras que en 2016 es igual a 3.400).

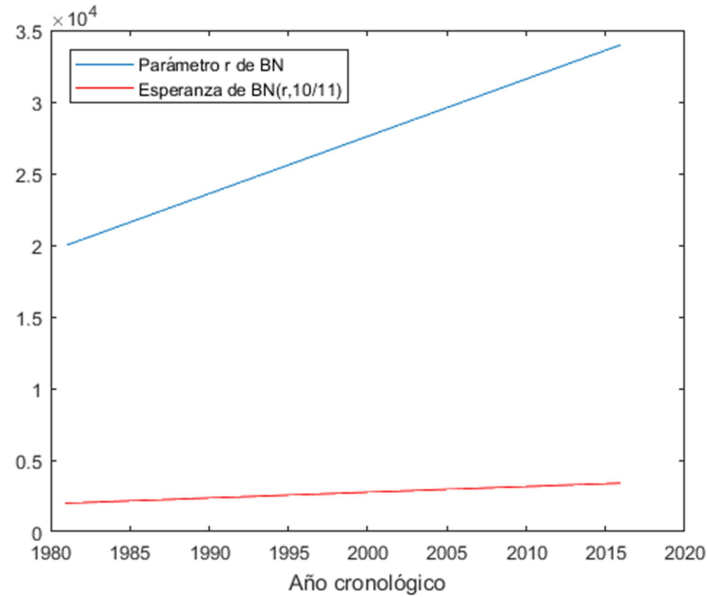


Gráfico 6.1. Parámetro con tendencia y evolución de la esperanza del número de siniestros

### 6.1.1.2 Escenario 2: Tendencia lineal más ciclo de amplitud dependiente del nivel

Se propone un segundo escenario para la evolución del número de siniestros, con el fin de recoger el impacto de los ciclos económicos que, en ocasiones, pueden afectar a la cantidad de trabajo a realizar para determinadas profesiones, lo que impactará de forma negativa en la siniestralidad en períodos de contracción económica y viceversa.

Este segundo escenario, conserva la tendencia lineal anterior, tomándola como una tendencia de muy largo plazo. Sobre esta tendencia se aplica una función cíclica cuya amplitud dependerá tanto de un parámetro de amplitud, como del nivel de dicha tendencia en cada momento temporal. Es decir, se incluirá de forma multiplicativa sobre la tendencia. La siguiente fórmula recoge la función para el cálculo del parámetro  $r_i$ .

$$r_i = (20.000 + 400(i - 1981)) \left( 1 + 0.15 \cdot \text{seno} \left( \frac{i - 1981}{\pi} \right) \right) \quad (6.1)$$

En Gráfico 6.2 se muestra, como en el gráfico anterior, la evolución a lo largo del tiempo tanto del parámetro  $r_i$ , como de la esperanza del número de siniestros. Debido a la diferente escala entre ambas magnitudes, no se observa claramente la variación

en relación a la esperanza. Sin embargo, tiene la misma forma que la curva del parámetro. El valor esperado más pequeño según esta propuesta es de 2.000 siniestros, mientras que el más elevado (año 2007) es igual a 3.456 siniestros.

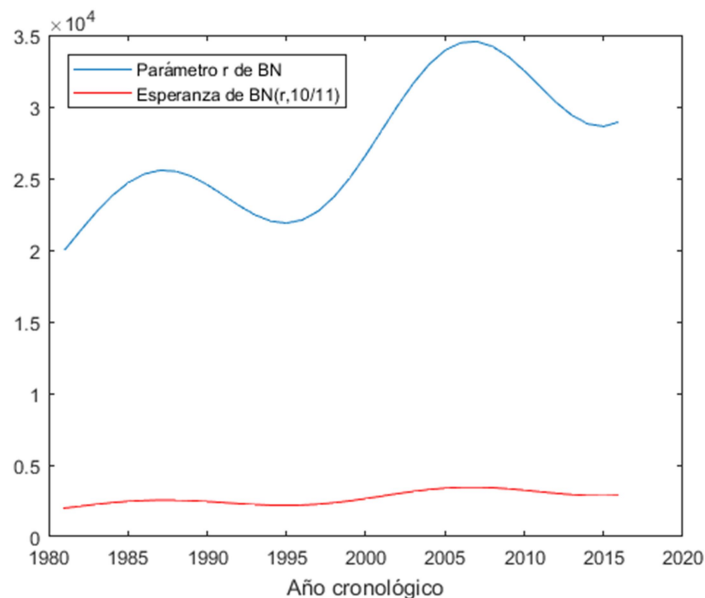


Gráfico 6.2. Parámetro con tendencia y ciclo y evolución de la esperanza del número de siniestros

### 6.1.2 Cambio estructural en la duración de los expedientes

La siguiente variable sobre la que se modelizan los cambios estructurales de siniestralidad es la duración de los expedientes. Como ya se ha comentado anteriormente, la duración no sólo está relacionada con el coste final de un siniestro, sino con el momento de pago, a la hora de hacer el descuento de los flujos futuros. A mayor duración se espera un mayor coste, sin embargo, también se espera que los flujos futuros se descuenten a tipos mayores (al menos, en situaciones de tipos de interés positivos).

Como se vio en la sección 4.2, la distribución elegida para la simulación es la distribución gamma. Ésta depende de dos parámetros, uno de forma ( $a$ ) y otro de escala ( $b$ ) (ver ecuación (4.4)). Para el cambio estructural, se propone una tendencia lineal sobre el parámetro de escala. El signo de dicha pendiente determinará la tendencia en la media de la distribución gamma: si es positivo aumentará la duración media, mientras que si es negativa disminuirá. La fórmula que determina el parámetro de escala será la siguiente:

$$b = 3 + \beta(i - 1981), \quad (6.2)$$

donde el parámetro  $\beta$  se corresponde con la pendiente de cambio anual.



Con el objeto de considerar ambos movimientos de la duración se ha tomado para las simulaciones un valor de  $\beta$  igual a  $-0,01$  y a  $0,01$  (cambios de  $-0,025$  y  $+0,025$  años de duración por cada año natural transcurrido). Ambas evoluciones están completamente justificadas debido, entre otras posibles causas, a los procesos de tramitación de los expedientes y a cambios legislativos. En relación a los procesos de tramitación es posible dirigir los esfuerzos para conseguir acuerdos con los demandantes y evitar así entrar en largos procesos judiciales. Por el lado legislativo, cabe la posibilidad de que haya cambios que puedan incidir en los tiempos empleados en los procesos judiciales.

A continuación, se muestran dos gráficas de evolución del parámetro  $b$  en ambos casos junto con la esperanza de la duración para dichos valores (Gráfico 6.3. Evolución parámetro  $b$  y duración esperada ante aumento (izquierda) y disminución (derecha) del parámetro).

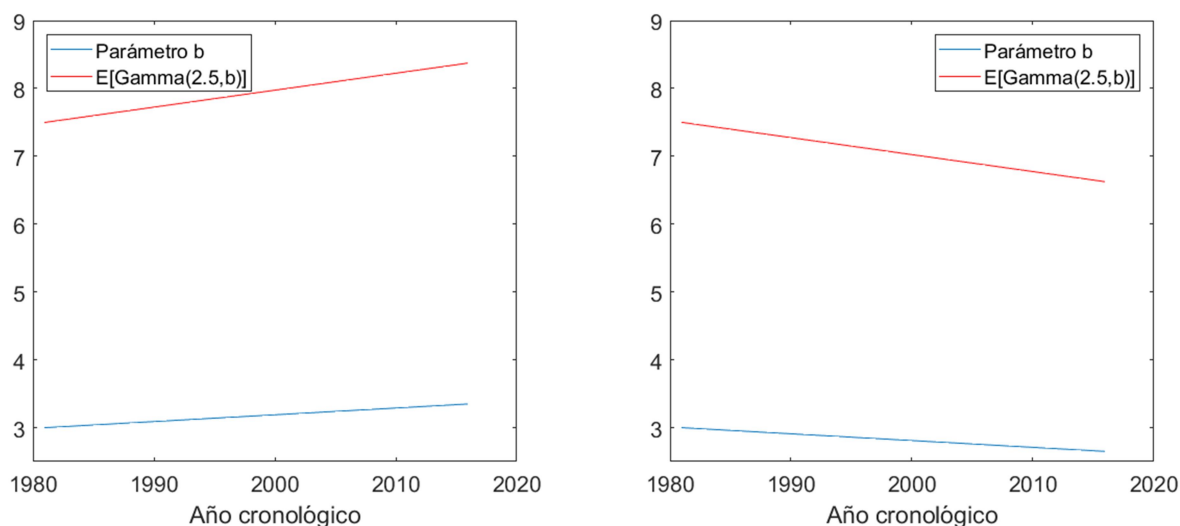


Gráfico 6.3. Evolución parámetro  $b$  y duración esperada ante aumento (izquierda) y disminución (derecha) del parámetro

Para ilustrar mejor los cambios en la distribución generadora de las duraciones de los expedientes, el Gráfico 6.4. Comparación de funciones de densidad extremas con la densidad de modelo base. Variable duración muestra la función de densidad de la variable en el *modelo base*, y las funciones de densidad para el año 2016 para ambos escenarios. Como es natural, la moda de las densidades queda ordenada de igual forma que la esperanza. Se aprecia, además, el aumento de la probabilidad de obtener duraciones extremadamente altas en el caso de la tendencia creciente. Del mismo modo, esta probabilidad disminuye notablemente cuando se trata de la tendencia decreciente.

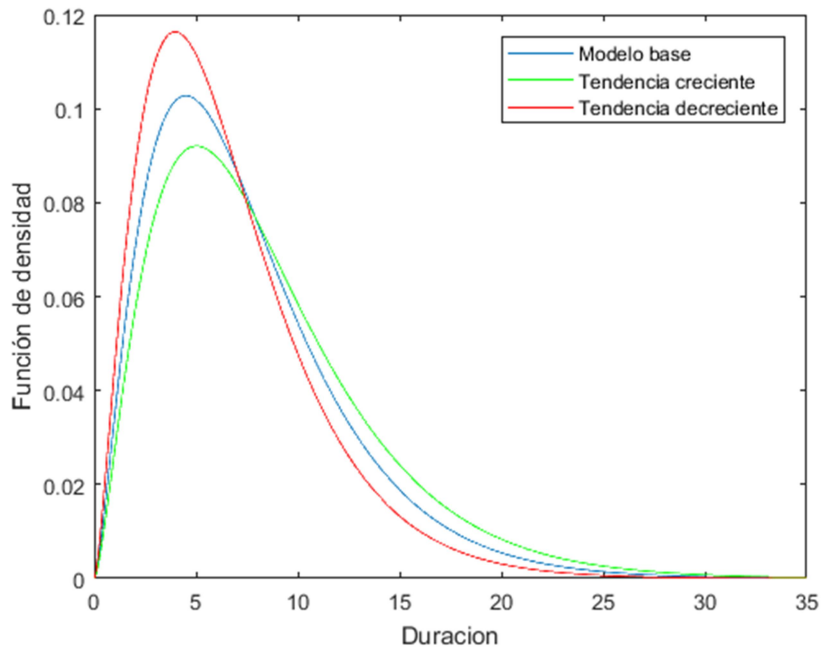


Gráfico 6.4. Comparación de funciones de densidad extremas con la densidad de modelo base. Variable duración

### 6.1.3 Cambio estructural en la relación entre coste siniestral y duración

La última variable sobre la que se aplicará un cambio estructural será la del coste de los siniestros. Según se definió la variable en la sección 4.3, el coste se simula a partir de una distribución gamma de parámetro de forma igual a 1.5 y de parámetro de escala en función de la duración de cada siniestro.

Es sobre esta relación duración – parámetro sobre la que se propone el cambio estructural. Según la ecuación (4.7), el parámetro de escala se relaciona con la duración a partir de la siguiente función:  $b = s \cdot e^{t \cdot D}$ ; donde los parámetros  $s$  y  $t$  son los fijados en la sección 4.3. El cambio de estructura que se propone dependerá del nivel del parámetro calculado según la fórmula anterior, es decir, afectará de forma proporcional a la relación entre duración y parámetro. Más concretamente, se introduce de forma multiplicativa una tendencia lineal, cuyo parámetro represente la variación porcentual del parámetro cada año adicional.

$$b_i = (1 + k \cdot (i - 1981)) \cdot s \cdot e^{t \cdot D}, \quad (6.3)$$

donde  $k$  es la pendiente de la tendencia.

Como para la variable *duración*, se considerarán dos escenarios simétricos, uno en que se incremente la función original y otro en el que se disminuya. A continuación, en

el Gráfico 6.5 se muestran las curvas que determinan el parámetro para los casos extremos de ambos escenarios (año 2016) para un parámetro  $k = 0.01$  y  $k = -0.01$ .

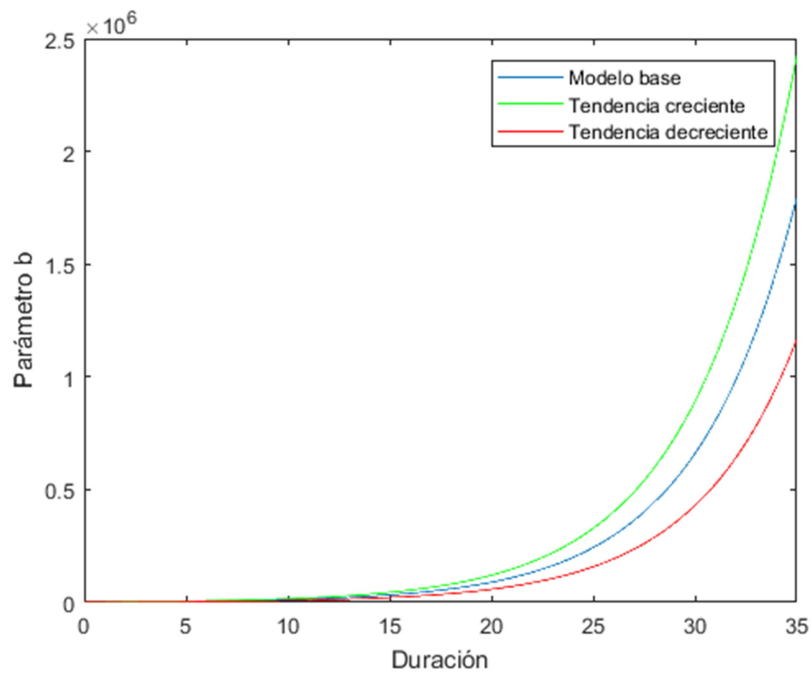


Gráfico 6.5. Curvas para el parámetro en función de la duración para el modelo base y los cambios estructurales de aumento y disminución aplicados sobre 2016

En el Gráfico 6.6 se recogen las funciones de densidad de los costes para expedientes de 5 y 10 años de duración para el modelo base y los dos escenarios para el año 2016. Se observa cómo afectan los cambios en la función de densidad con respecto al *modelo base*.

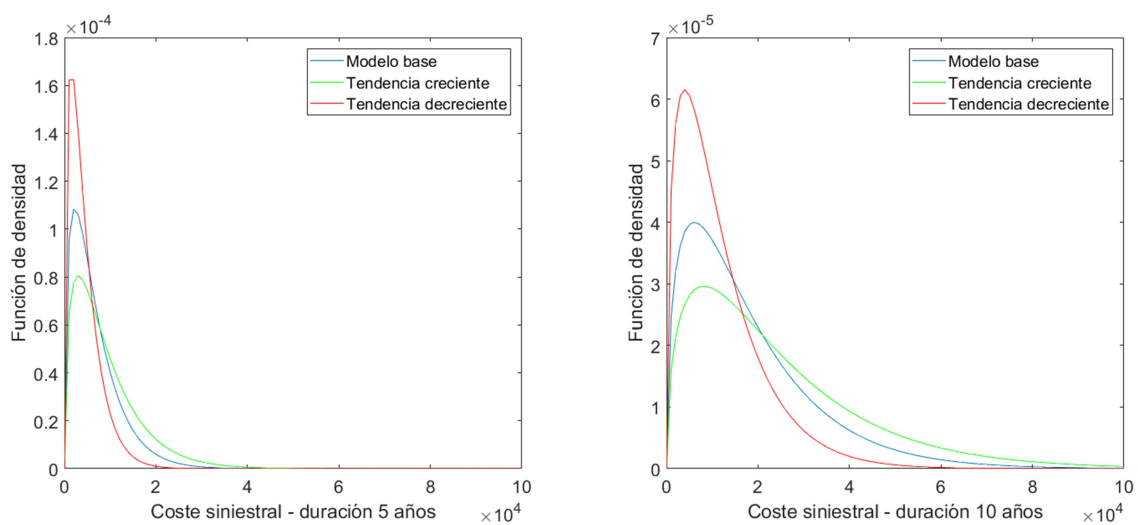


Gráfico 6.6. Funciones de densidad del coste para duraciones de 5 (izquierda) y 10 (años) suponiendo el modelo base y los cambios estructurales aplicados sobre 2016

## 6.2 Resultados en cambios en el número de siniestros

Una vez introducidos todos los cambios estructurales en la siniestralidad, se procede a analizar los resultados obtenidos por simulación. El algoritmo de la simulación es el mismo que se definió en la sección 5.2, salvo que para generar las carteras estresadas se da valor para cada vector de inputs a los parámetros de escenarios comentados en el apartado anterior. Como en el capítulo 5, el número de simulaciones es igual a 5.000.

### 6.2.1 Escenario 1: Aumento de forma lineal

Siguiendo el esquema de los resultados del capítulo 5, se mostrarán tres gráficos, uno por cada método, con las funciones de densidad estimadas y una tabla resumen con las principales estadísticas de las muestras de la *Mejor Estimación*.

Como se observa en el Gráfico 6.7 y el Gráfico 6.8, los resultados tanto para el método de *Link Ratio Aritmético* como para el método *Chain Ladder* son muy próximos en cuanto a la forma de las funciones de densidad. La moda de todas las funciones está muy próxima. Si se compara con los resultados del *modelo base*, lo más llamativo a la par que esperado es el aumento del valor medio de la *Mejor Estimación* ya que ha pasado de poco más de 300 millones de euros a en torno a 500 millones. El cambio estructural del aumento lineal del número de siniestros afecta fundamentalmente a dicha cantidad y no al comportamiento relativo de cada método.

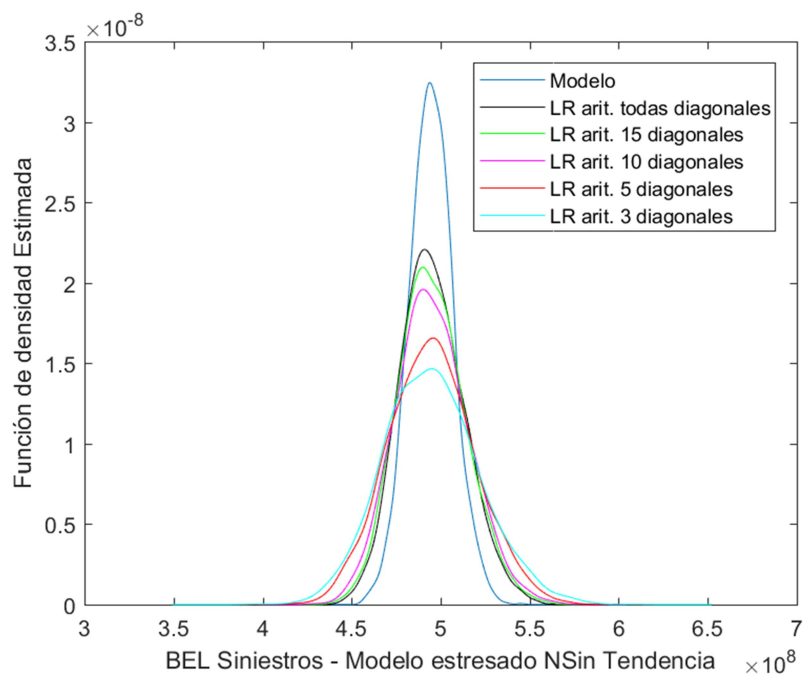


Gráfico 6.7. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado número siniestros con tendencia lineal

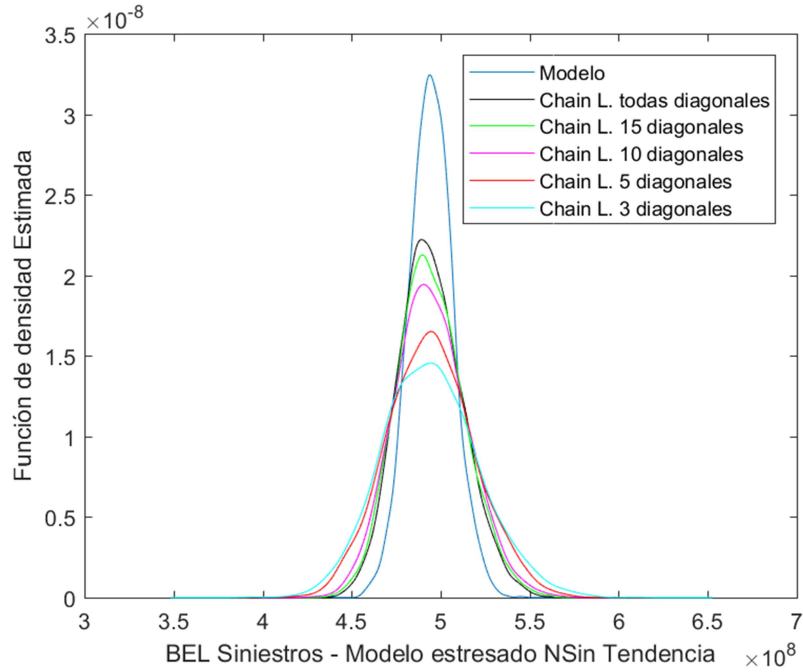


Gráfico 6.8. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado número siniestros con tendencia lineal

Lo mismo sucede para el método de *Chain Ladder* por regresión simple. La variabilidad sigue estando muy por encima del resto de métodos, tal y como ocurría en el *modelo base*. El valor medio está en línea con el del modelo.

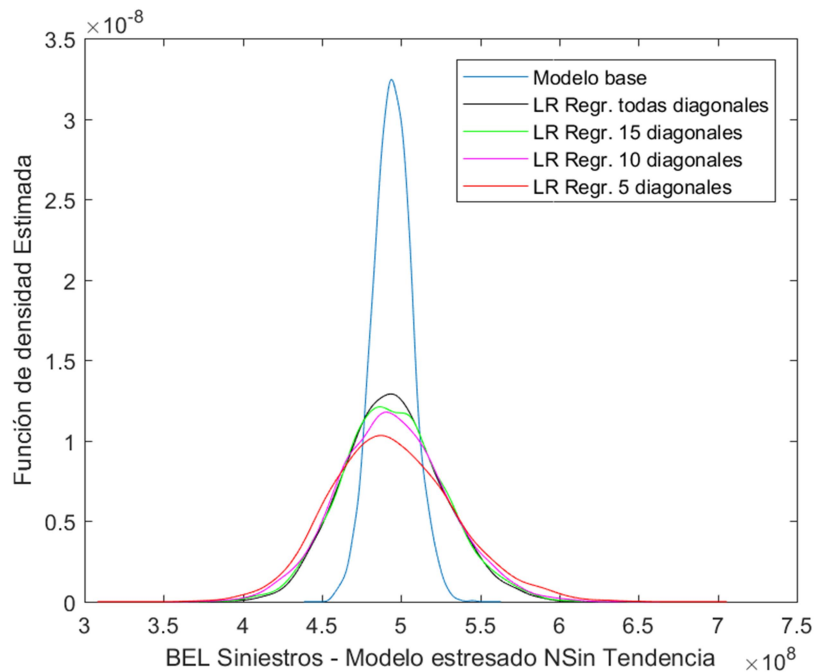


Gráfico 6.9. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado número siniestros con tendencia lineal

En la Tabla 6.1 se recogen los estadísticos principales de todos los modelos. En primer lugar, se observa la insesgadez de cada método (tomando como referencia la moda de los gráficos anteriores, se apreciaba mayor diferencia), ya que el sesgo en el peor de los casos es ligeramente superior al 0,1%. En este escenario la *Mejor Estimación* media estimada asciende a casi 495 millones de euros. Por otro lado, debido a la menor información empleada y, tal y como se ha observado en los gráficos, tanto la desviación típica, como el Error Cuadrático Medio, aumentan conforme el número de diagonales empleadas disminuye. Como resumen, de este cambio estructural, el método que mejor comportamiento presenta es, de nuevo, el método de *Chain Ladder* con todas las diagonales.

(\*) Datos en millones de €

Modelo		Valor Medio (*)	Ratio frente a Modelo	Sesgo (*)	Desv. Típica (*)	Ratio frente a Modelo	Raíz de ECM (*)
Modelo		494,63	100,0%		12,21	100,0%	
Modelo Link Ratio - Aritmético	Todas las diagonales	495,17	100,1%	0,54	18,02	147,5%	18,03
	15 diagonales	495,08	100,1%	0,45	18,93	155,0%	18,94
	10 diagonales	495,13	100,1%	0,50	20,42	167,2%	20,43
	5 diagonales	494,87	100,0%	0,24	24,25	198,6%	24,25
	3 diagonales	494,72	100,0%	0,08	26,83	219,7%	26,83
Modelo Chain Ladder	Todas las diagonales	494,44	100,0%	-0,19	17,98	147,2%	17,98
	15 diagonales	494,48	100,0%	-0,15	18,92	155,0%	18,93
	10 diagonales	494,58	100,0%	-0,05	20,45	167,5%	20,45
	5 diagonales	494,40	100,0%	-0,23	24,31	199,1%	24,31
	3 diagonales	494,33	99,9%	-0,30	26,87	220,0%	26,87
Modelo Link Ratio - Regresión	Todas las diagonales	494,82	100,0%	0,19	31,09	254,6%	31,10
	15 diagonales	494,83	100,0%	0,20	32,37	265,0%	32,37
	10 diagonales	494,64	100,0%	0,01	34,29	280,8%	34,29
	5 diagonales	494,64	100,0%	0,01	38,92	318,7%	38,92

Tabla 6.1. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado número de siniestros con tendencia lineal

### 6.2.2 Escenario 2: Aumento de forma lineal más ciclo estacional

En este escenario, además de la tendencia lineal creciente, se introduce una parte cíclica que pretende tener en cuenta los movimientos de contracción y expansión de la Economía. A pesar de introducir esta oscilación, y como puede verse en los gráficos de las densidades estimadas que se muestran a continuación, el comportamiento en líneas generales no ha variado respecto de la inclusión de únicamente la tendencia e incluso respecto del *modelo base*, salvo, claro está, los posibles valores de la *Mejor Estimación* que tiene en cuenta un número de siniestros distintos de los anteriores.

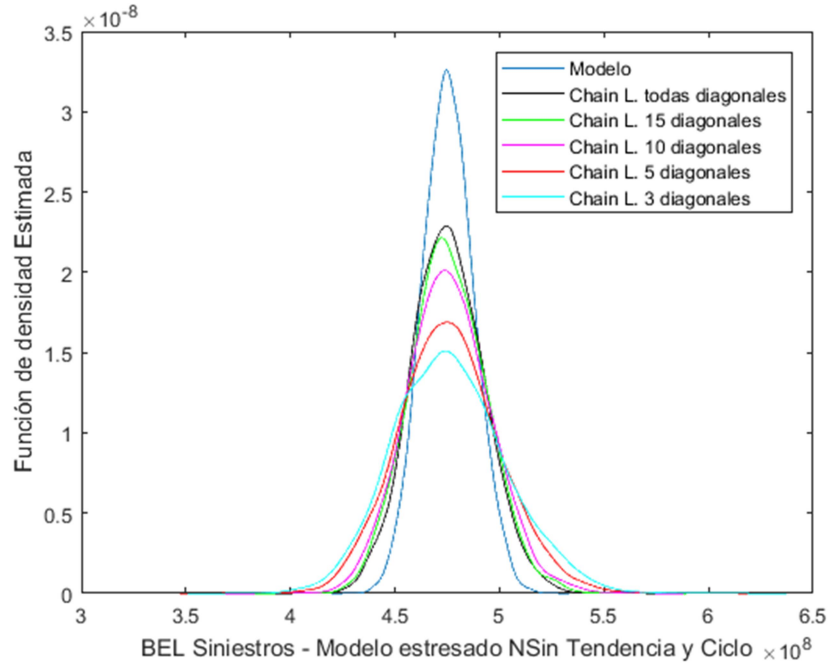


Gráfico 6.10. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado número siniestros con tendencia lineal y ciclo

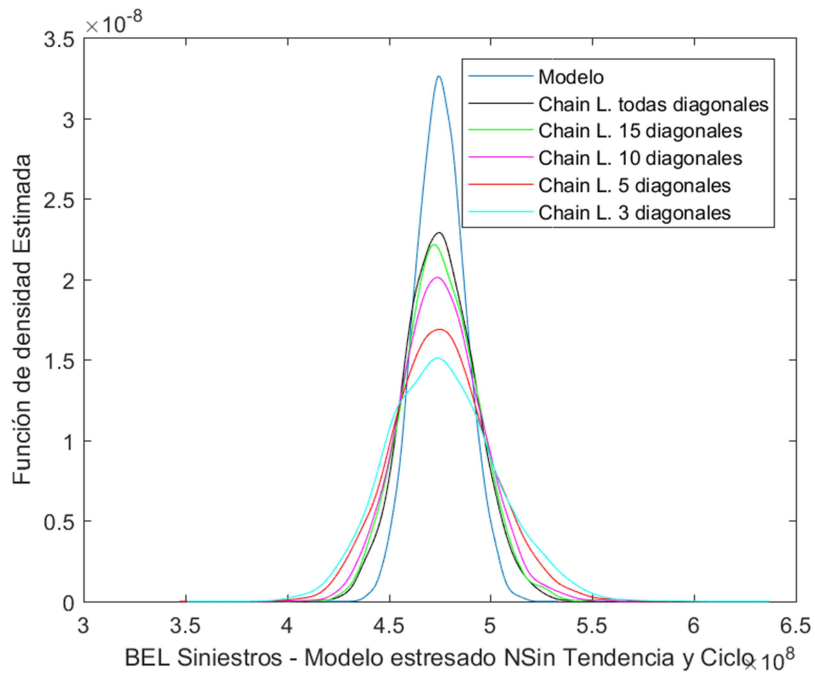


Gráfico 6.11. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado número siniestros con tendencia lineal y ciclo

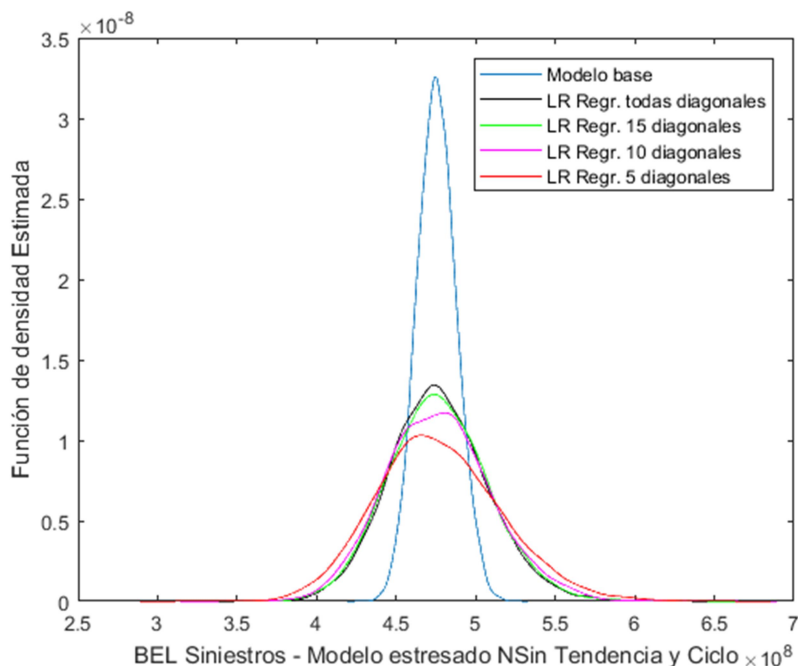


Gráfico 6.12. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado número siniestros con tendencia lineal y ciclo

En la Tabla 6.2, se observa como el valor medio de la *Mejor Estimación* se sitúa en casi 475,5 millones de euros (muy por encima, de nuevo, respecto al *modelo base*). En cuanto al sesgo estimado, ha resultado ser en términos de valor absoluto, ligeramente mayor que en el escenario 1. Esto puede estar motivado por el hecho de que, debido al ciclo introducido, años próximos pueden llegar a tener números de siniestros relativamente distintos, lo que hace que la precisión de la estimación de sus factores de paso (factores individuales como los empleados en *Link Ratio Aritmético* y por regresión) sea peor, presentando una mayor variabilidad. De todos modos, los valores de sesgo en términos porcentuales podrían considerarse casi nulos. El método para el que se incurre en menores sesgos es el de *Chain Ladder*, ya que se pondera por el coste de cada fila y éste está ligado al número de siniestros (si no hay otros factores que afecten al coste medio). En cuanto a la variabilidad, se mantiene el esquema de mayor variabilidad cuanto menor es la información que se utilice para el cálculo. Los ECM están en línea con el escenario 1. Para analizar si los pequeños sesgos obtenidos son realmente distintos de cero, sería conveniente aumentar el número de simulaciones y observar si el valor de éste se va reduciendo conforme se aumentan las simulaciones.



(\*) Datos en millones de €

Modelo		Valor Medio (*)	Ratio frente a Modelo	Sesgo (*)	Desv. Típica (*)	Ratio frente a Modelo	Raíz de ECM (*)
Modelo		475,45	100,0%		12,22	100,0%	
Modelo Link Ratio - Aritmético	Todas las diagonales	476,01	100,1%	0,56	17,34	141,9%	17,35
	15 diagonales	475,93	100,1%	0,48	18,33	150,0%	18,34
	10 diagonales	476,11	100,1%	0,66	19,97	163,4%	19,98
	5 diagonales	476,30	100,2%	0,86	23,97	196,1%	23,98
	3 diagonales	476,36	100,2%	0,92	26,62	217,9%	26,64
Modelo Chain Ladder	Todas las diagonales	475,39	100,0%	-0,06	17,33	141,8%	17,33
	15 diagonales	475,43	100,0%	-0,01	18,30	149,8%	18,30
	10 diagonales	475,68	100,0%	0,23	19,95	163,3%	19,95
	5 diagonales	475,92	100,1%	0,48	23,95	196,0%	23,96
	3 diagonales	476,04	100,1%	0,59	26,60	217,7%	26,61
Modelo Link Ratio - Regresión	Todas las diagonales	476,65	100,3%	1,20	30,73	251,5%	30,75
	15 diagonales	476,78	100,3%	1,34	31,66	259,1%	31,69
	10 diagonales	476,65	100,3%	1,21	33,43	273,6%	33,45
	5 diagonales	476,63	100,2%	1,18	38,90	318,4%	38,92

Tabla 6.2. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado número de siniestros con tendencia lineal

### 6.3 Resultados en cambios en la duración de los expedientes

En este apartado se presentan los resultados obtenidos por la simulación de 5.000 carteras cuando la variable número de siniestros por año y la relación entre el coste medio y la duración son constantes. Es decir, se busca la determinación del efecto *ceteris paribus* de la variable duración.

#### 6.3.1 Escenario 1: Aumento en la duración de los expedientes

El primer escenario analizado es el del aumento en la duración de los expedientes. Como ya se ha comentado anteriormente, en los seguros de responsabilidad civil profesional, es frecuente que los siniestros se judicialicen y, consecuentemente, la duración de los expedientes aumente. Este hecho lleva implícito el hecho de que los costes totales del siniestro aumenten (por la relación entre el coste y la duración del siniestro), ya que la judicialización de los expedientes trae consigo el aumento de los costes.

En el Gráfico 6.13 se muestran las funciones de densidad estimadas para la muestra de la *Mejor Estimación* obtenida a partir de la simulación para el método del *Link Ratio Aritmético*. En éste se aprecia, en relación a la variabilidad, lo que se ha venido observando hasta ahora: mayor variabilidad según se disminuye el número de diagonales. Sin embargo, lo más notorio de este gráfico es la aparición de un claro sesgo en la moda de cada distribución. Este sesgo se va haciendo más pequeño según el método se torna más *adaptativo*, es decir, conforme se usan menos diagonales para el cálculo. Este resultado es debido a que en este escenario, la

duración media se ha hecho aumentar de forma constante y, por consiguiente, las últimas diagonales serán las más próximas al comportamiento presente y, cuantas menos diagonales se seleccionen, su media más próxima lo será también. Además, como la tendencia en la duración es creciente, la estimación de los factores para los pagos ya realizados tenderá a ir por debajo de los que realmente se tendrán en el futuro, de ahí que se infraestime el valor de la *Mejor Estimación* medio bajo el modelo.

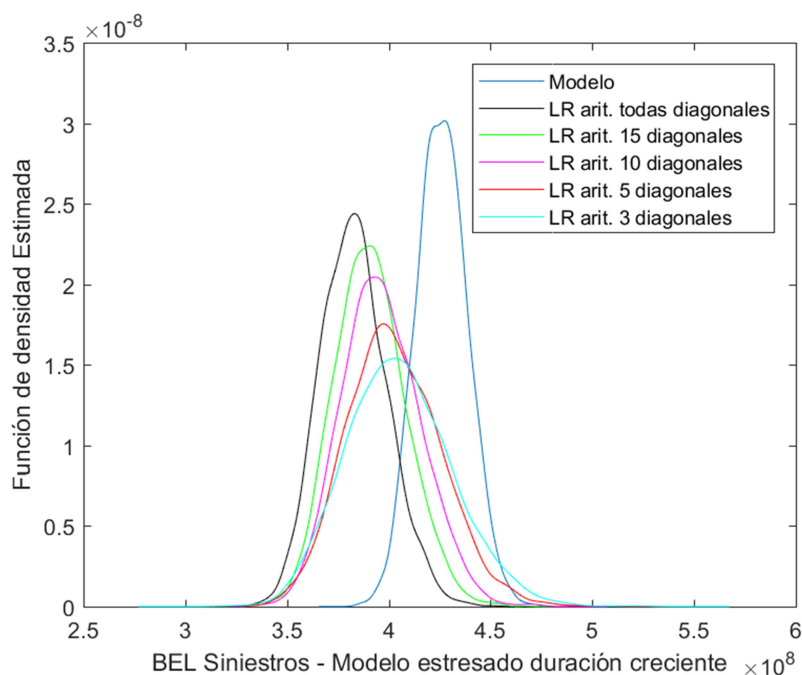


Gráfico 6.13. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado incremento duración de expedientes

De forma análoga al método *Link Ratio Aritmético*, por su semejanza, le ocurre al método *Chain Ladder*. Esto se observa en el Gráfico 6.14, donde de nuevo se infraestima el valor esperado por el modelo simulado, teniéndose que el sesgo, en valor absoluto, va haciéndose menor en función de la selección de un menor número de diagonales. La variabilidad en las muestras simuladas cumple también lo comentado hasta ahora: mayor variabilidad cuanto menor información se emplea.

Por último, en lo que a la parte gráfica se refiere, se encuentra en el Gráfico 6.15 (página 73), el resultado de la simulación para el modelo *Link Ratio* por regresión simple. En este gráfico se cumple de nuevo el comportamiento de la variabilidad frente a la cantidad de información (aunque en menor medida que para los otros dos métodos). Sin embargo, lo más interesante es el hecho de que para este método el sesgo permanece constante con independencia de la cantidad de información utilizada para la proyección del triángulo. Esto, por un lado, implica la idoneidad de usar esta técnica ante este escenario de variación lineal de la duración media (aunque implique

variaciones medias en los costes no lineal) pero, por otro lado, muestra la insuficiencia de tomar los factores estimados como los de la *diagonal siguiente* únicamente y proyectar todo el triángulo con los mismos factores. Si se proyectara a partir de las regresiones todo el triángulo de factores y se proyectara con ese triángulo completado, posiblemente el sesgo sería menor o, incluso, inexistente. Sin embargo, realizar tales proyecciones en los factores implica suponer que, con la información disponible para el cálculo de la regresión, se obtiene un resultado muy robusto y consistente con el futuro, ya que, de no ser así, se podría estar cometiendo un error muy elevado al suponer cierta una tendencia en la evolución de los factores que no lo sea.

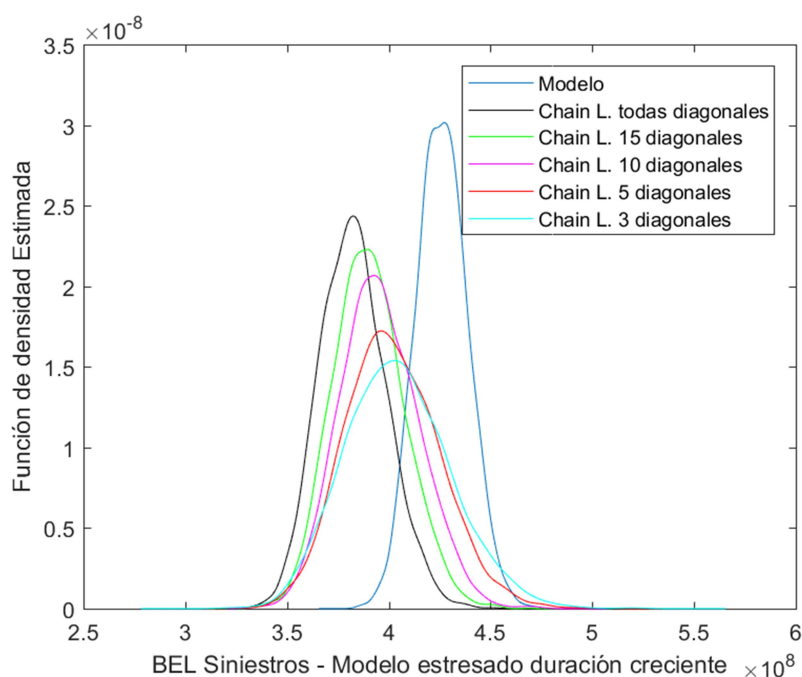


Gráfico 6.14. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado número incremento duración de expedientes

Finalmente, en relación al resumen numérico de este escenario, el cual se encuentra en la Tabla 6.3 (página 74), se obtiene que el valor esperado de la *Mejor Estimación* en el escenario de aumento de la duración de los expedientes, ha supuesto incrementar el coste en casi 114 millones de euros, pasando de los 312,47 a 426,16. Según lo ya comentado en el análisis gráfico, en esta ocasión existe un sesgo importante en el valor medio de las simulaciones. Su mayor valor, en términos de valor absoluto se da para el método *Chain Ladder* con todas las diagonales (con un valor prácticamente idéntico al del *Link Ratio Aritmético* de igual número de diagonales), superando los 43 millones de euros, lo que supone más del 10% del valor esperado. El hecho de la existencia de este sesgo para el *Link Ratio Aritmético* y para el *Chain Ladder* que disminuye en función del número de diagonales empleadas, hace que el

*Error Cuadrático Medio* decrezca en la misma dirección, ya que, para el parámetro de perturbación de la variable escogido, el sesgo es más influyente que la pérdida de eficiencia en la estimación por el hecho de obtener factores con menor información. Así pues, se ha tenido un resultado inverso para el *ECM* al obtenido en los modelos estresados por el número de siniestros. Para el método de *Link Ratio* por regresión, el sesgo permanece, para todos los números de diagonales, estable en torno al 3,7% del valor esperado. Gracias a esta estabilidad en el valor medio de la *Mejor Estimación*, el *ECM* para este método, sigue presentando el mismo comportamiento que en simulaciones anteriores, es decir, a menor información empleada, mayor *Error Cuadrático Medio*. En términos de *ECM* y a pesar de la elevada variabilidad de las estimaciones de este método, resultó ser el más adecuado en combinación con el uso de toda la información del triángulo.

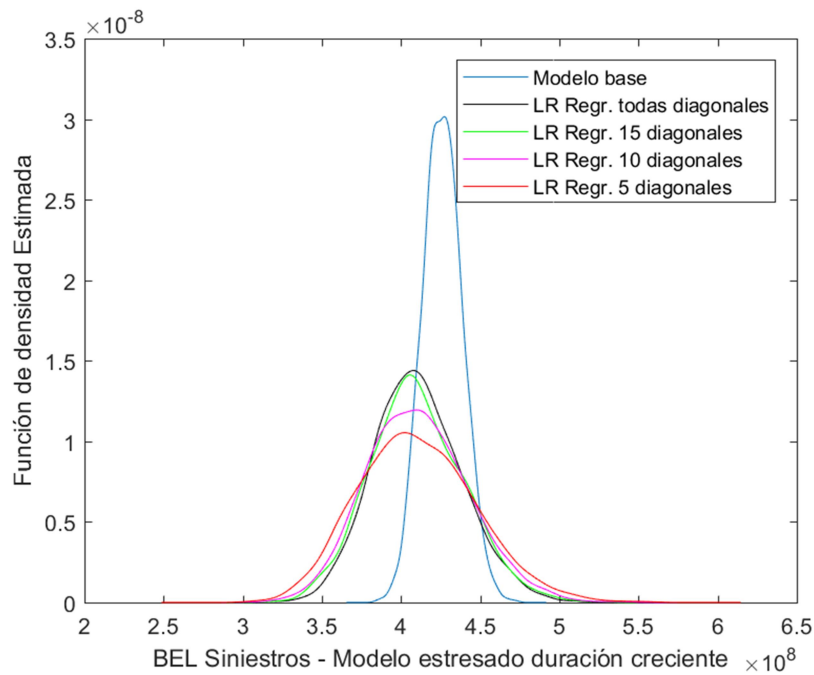


Gráfico 6.15. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado incremento duración de expedientes

(\*) Datos en millones de €

Modelo		Valor Medio (*)	Ratio frente a Modelo	Sesgo (*)	Desv. Típica (*)	Ratio frente a Modelo	Raíz de ECM (*)
Modelo		426,16	100,0%		12,60	100,0%	
Modelo Link Ratio - Aritmético	Todas las diagonales	382,91	89,9%	-43,25	16,46	130,7%	46,28
	15 diagonales	390,86	91,7%	-35,31	17,63	139,9%	39,46
	10 diagonales	396,32	93,0%	-29,84	19,37	153,7%	35,58
	5 diagonales	402,59	94,5%	-23,57	23,08	183,2%	32,99
	3 diagonales	405,09	95,1%	-21,07	25,76	204,5%	33,28
Modelo Chain Ladder	Todas las diagonales	382,61	89,8%	-43,56	16,49	130,9%	46,57
	15 diagonales	390,19	91,6%	-35,97	17,64	140,0%	40,06
	10 diagonales	395,51	92,8%	-30,65	19,37	153,7%	36,26
	5 diagonales	401,78	94,3%	-24,38	23,08	183,2%	33,57
	3 diagonales	404,40	94,9%	-21,76	25,75	204,4%	33,71
Modelo Link Ratio - Regresión	Todas las diagonales	410,73	96,4%	-15,43	28,19	223,8%	32,14
	15 diagonales	410,14	96,2%	-16,02	30,04	238,4%	34,05
	10 diagonales	410,31	96,3%	-15,85	32,34	256,6%	36,02
	5 diagonales	410,18	96,2%	-15,98	37,01	293,7%	40,31

Tabla 6.3. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado incremento duración expedientes

### 6.3.2 Escenario 2: Disminución en la duración de los expedientes

En este escenario se persigue la modelización de los cambios en la tramitación de los expedientes orientados a la disminución de su duración, como puede ser el fomento de los acuerdos entre aseguradora y asegurados antes de llegar a la judicialización de los siniestros.

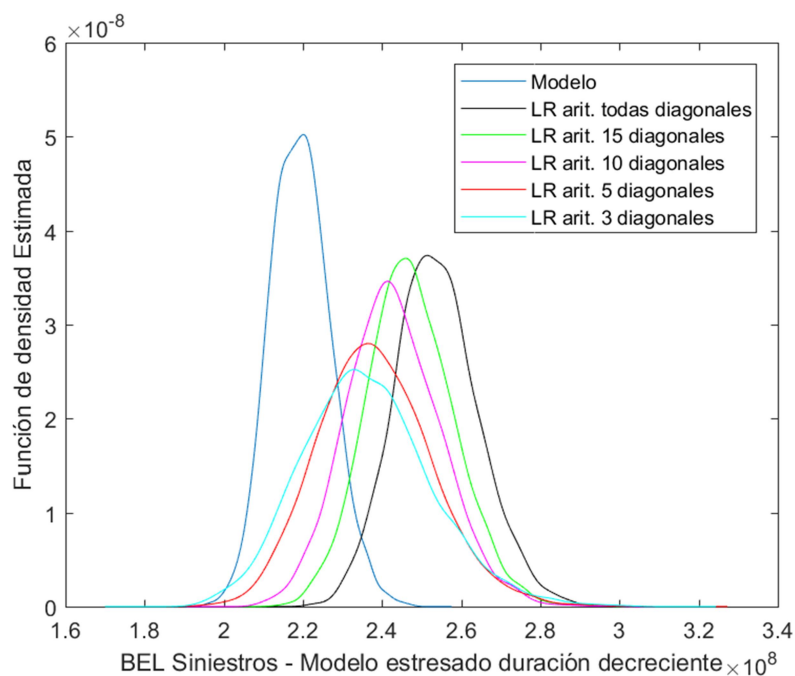


Gráfico 6.16. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado disminución duración de expediente

Como se puede observar en el Gráfico 6.16, el Gráfico 6.17 y el Gráfico 6.18 (páginas 74, 75 y 76, respectivamente), las funciones de densidad se comportan de igual modo que para el escenario anterior, pero invertidas, ya que ahora se sobreestima el valor de *Mejor Estimación* medio. Resulta llamativo, en el caso del método *Link Ratio Aritmético* y *Chain Ladder*, la forma de la función de densidad estimada para todas las diagonales y para 15 diagonales, ya que su valor en la moda alcanza aproximadamente la misma altura, siendo prácticamente la misma función de densidad pero trasladada, algo que no había ocurrido en ninguno de los gráficos presentados hasta ahora y que viene motivado porque en ambos casos la desviación típica de los valores simulados es muy próxima.

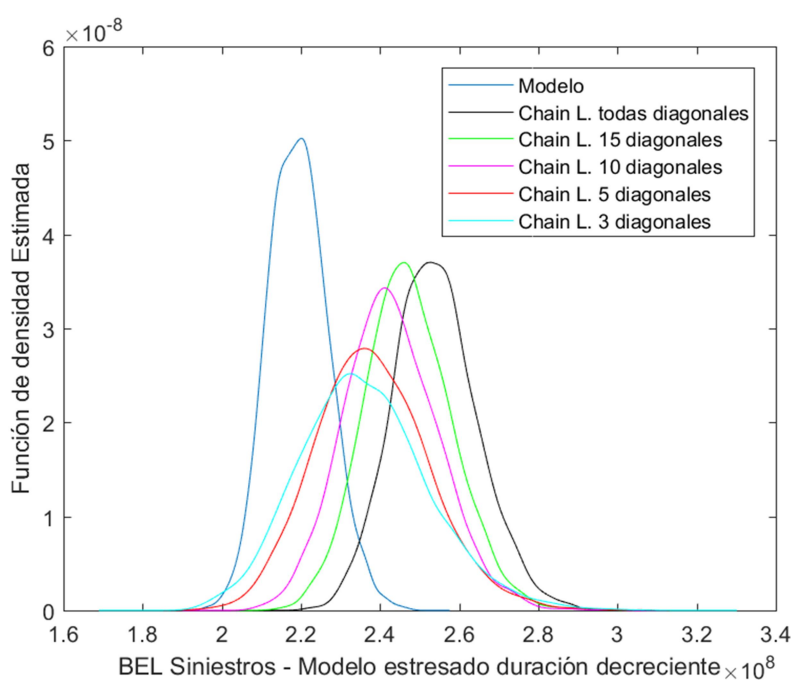


Gráfico 6.17. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado duración de expediente

En la Tabla 6.4 (página 76) se muestran los valores numéricos asociados a este escenario. En primer lugar, se observa la disminución en el valor esperado de la *Mejor Estimación* del modelo estresado respecto del modelo base, ya que pasa de 312,5 millones de € a 219,5. Por tanto, el impacto de recorte de la duración de apenas 9 días de media al año, desde 1981, ha supuesto una disminución del 30% de la *Mejor Estimación* esperada. El sesgo más elevado en valor absoluto se ha obtenido de nuevo para el método de *Chain Ladder* con todas las diagonales y, aunque en términos absolutos es menor que el alcanzado para el escenario de aumento de la duración (43 millones frente a 34,6), en términos porcentuales es mucho mayor, alcanzando el 15,8%. Porcentualmente hablando, todos los métodos han empeorado

su sesgo. De nuevo, debido a su pequeño sesgo y a pesar de su elevada varianza, el método *Link Ratio* de regresión simple con todas las diagonales, ha resultado ser el más adecuado atendiendo al criterio el *ECM*.

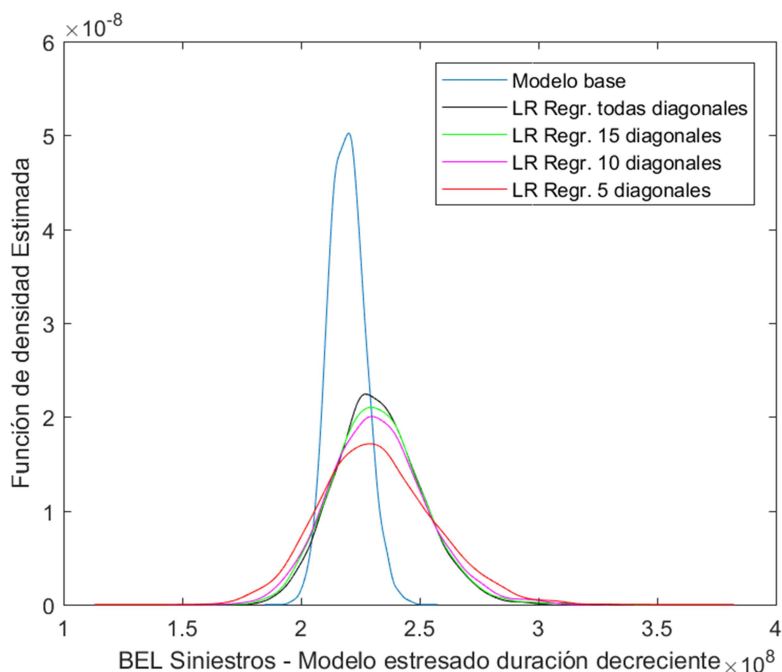


Gráfico 6.18. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión simple – modelo estresado incremento duración de expediente

(\*) Datos en millones de €

Modelo		Valor Medio (*)	Ratio frente a Modelo	Sesgo (*)	Desv. Típica (*)	Ratio frente a Modelo	Raíz de ECM (*)
Modelo		219,41	100,0%		7,57	100,0%	
Modelo Link Ratio - Aritmético	Todas las diagonales	253,90	115,7%	34,48	10,63	140,6%	36,09
	15 diagonales	247,34	112,7%	27,92	11,02	145,7%	30,02
	10 diagonales	242,93	110,7%	23,52	11,91	157,5%	26,36
	5 diagonales	238,16	108,5%	18,75	14,34	189,6%	23,61
	3 diagonales	236,10	107,6%	16,68	16,11	213,0%	23,19
Modelo Chain Ladder	Todas las diagonales	254,01	115,8%	34,60	10,68	141,2%	36,21
	15 diagonales	247,30	112,7%	27,89	11,06	146,2%	30,00
	10 diagonales	242,81	110,7%	23,40	11,95	157,9%	26,27
	5 diagonales	238,02	108,5%	18,61	14,40	190,3%	23,52
	3 diagonales	235,98	107,6%	16,57	16,16	213,6%	23,14
Modelo Link Ratio - Regresión	Todas las diagonales	232,61	106,0%	13,20	18,22	240,8%	22,50
	15 diagonales	232,42	105,9%	13,01	18,97	250,8%	23,01
	10 diagonales	232,51	106,0%	13,09	20,34	268,8%	24,19
	5 diagonales	232,16	105,8%	12,75	23,80	314,6%	27,00

Tabla 6.4. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado incremento duración expedientes

#### 6.4 Resultados en cambios en la relación coste siniestral – duración

En este apartado se analiza el efecto individual que sobre la *Mejor Estimación* tiene el cambio en la función que relaciona la duración de los expedientes y el coste de los

mismos, a través del parámetro de escala de la distribución asociada. Como en el caso anterior, se analizarán dos escenarios. El primero, tendrá en cuenta un aumento en dicha función, mientras que el segundo modelizará una disminución.

#### 6.4.1 Escenario 1: Aumento en la relación coste siniestral – duración

En este escenario de aumento en la relación entre el coste siniestral y la duración, se estresa el modelo incrementando la curva que marca dicha relación un 1% por cada año transcurrido desde 1981. De esta forma, tal y como se ilustró en la sección 6.1.3, para 2016 la curva se habrá incrementado un 35% respecto a la de 1981. Este incremento podría modelizar la variación paulatina y constante del coste de los siniestros, como podría ser la aplicación de un IPC constante.

En el Gráfico 6.19 se muestran las funciones de densidad estimadas para las simulaciones del modelo *Link Ratio Aritmético*. Se observa cómo, a pesar del aumento paulatino en el coste, esto no ha implicado que se pierda la insesgadez original de la estimación respecto del modelo base. Esto es debido a que se ha aplicado un incremento porcentual, el cual se ha traducido en incrementos porcentuales de cada fila respecto a la anterior y, por tanto, dicho incremento ya está contenido en la última diagonal que es la que proyectan estos métodos. El hecho de que los factores individuales se obtengan como cociente de elementos de la misma fila y columnas contiguas hace que se difumine el efecto del incremento dentro del mismo año.

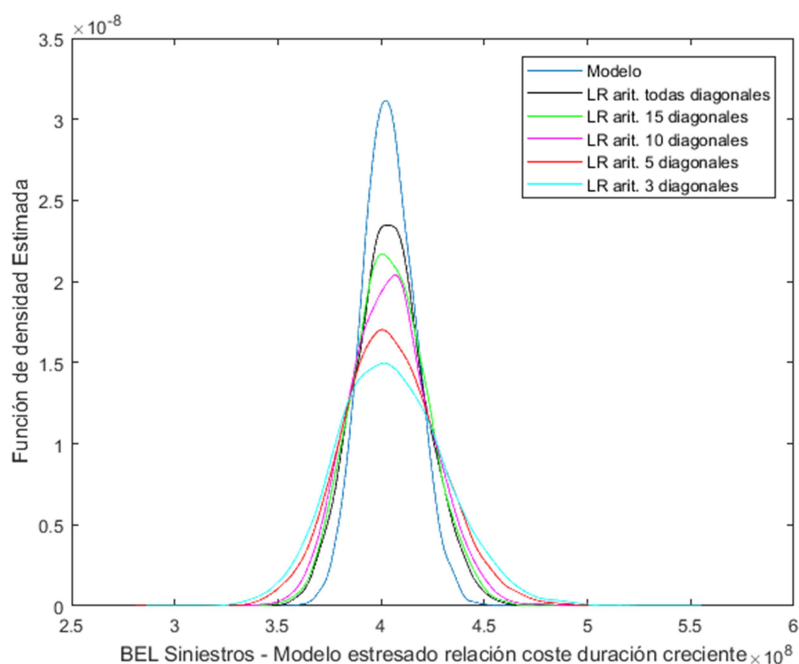


Gráfico 6.19. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado incremento relación coste/duración



En el Gráfico 6.20 y el Gráfico 6.21 (página 79), se muestran, respectivamente, las densidades estimadas para *Chain Ladder* y para *Link Ratio* de regresión lineal simple. En ambos gráficos se observa la insesgadez del método y la evolución de la variabilidad en función del número de diagonales: más diagonales, más precisión y menos variabilidad en la estimación.

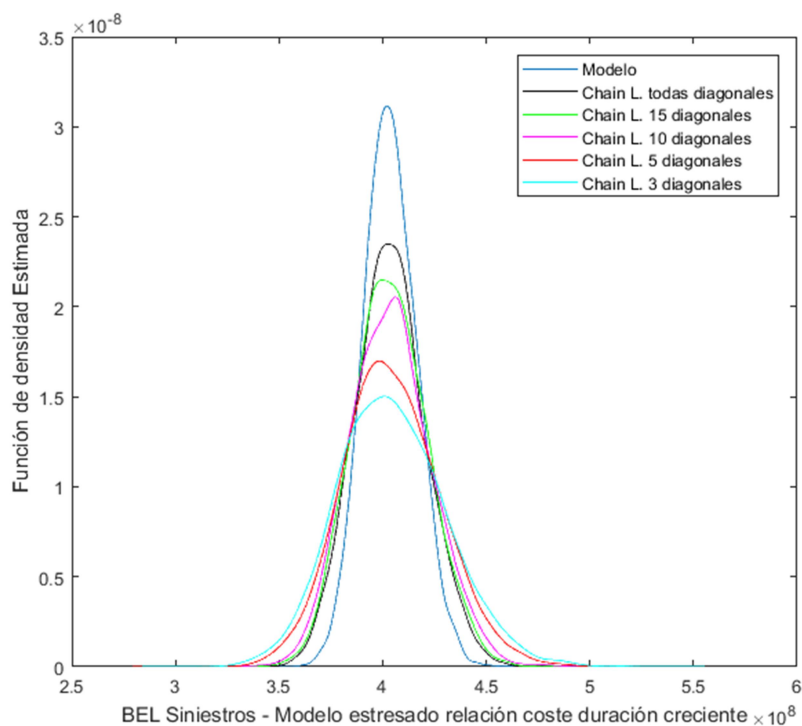


Gráfico 6.20. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado incremento relación coste/duración

En relación a la parte numérica, la Tabla 6.5. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado incremento relación coste/duración (página 79) recoge las estadísticas principales de la muestra simulada. En ella se observa el incremento en la *Mejor Estimación* del modelo estresado frente al base. Se pasa de 312,5 millones de € a 403,6 (+91,1 millones), lo que implica un incremento del 29%. El método con menor sesgo y menor ECM general es el *Chain Ladder*. Muy próximo a él se sitúa el *Link Ratio Aritmético*. De nuevo, debido a su elevada variabilidad en comparación con los otros dos métodos, en último lugar con ECM sensiblemente mayores que los otros dos, se encuentra el *Link Ratio* de regresión lineal simple, que además presenta un sesgo entre 1 y 2 millones de €.

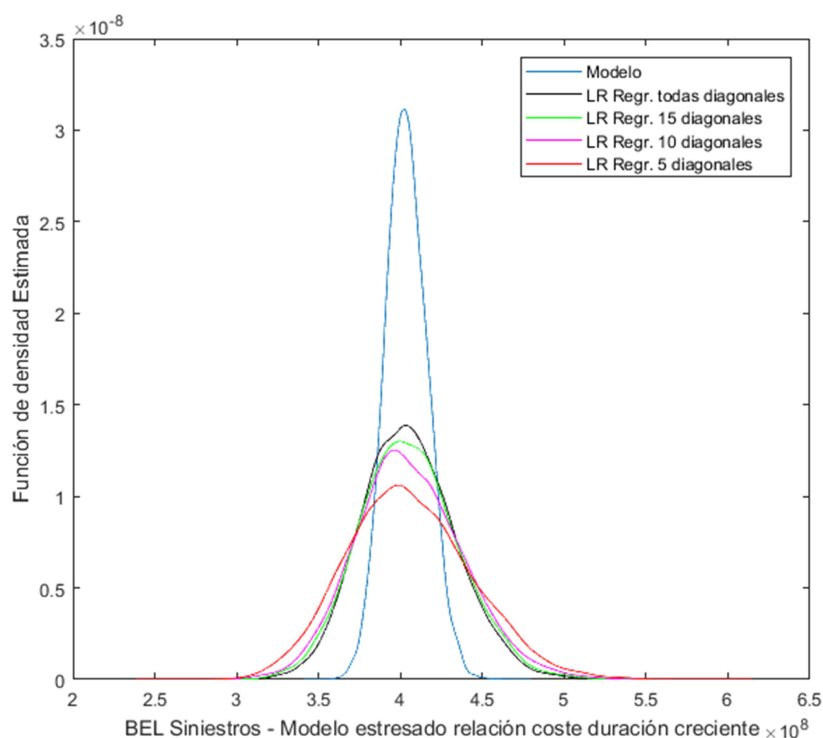


Gráfico 6.21. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado incremento relación coste/duración

(\*) Datos en millones de €

		Valor Medio (*)	Ratio frente a Modelo	Sesgo (*)	Desv. Típica (*)	Ratio frente a Modelo	Raíz de ECM (*)
<b>Modelo</b>		403,60	100,0%		12,72	100,0%	
<b>Modelo Link Ratio - Aritmético</b>	Todas las diagonales	404,36	100,2%	0,77	17,04	134,0%	17,06
	15 diagonales	404,38	100,2%	0,78	17,99	141,4%	18,01
	10 diagonales	404,47	100,2%	0,87	19,64	154,3%	19,66
	5 diagonales	404,91	100,3%	1,32	23,56	185,1%	23,59
	3 diagonales	404,97	100,3%	1,37	26,13	205,4%	26,17
<b>Modelo Chain Ladder</b>	Todas las diagonales	403,61	100,0%	0,01	17,06	134,1%	17,06
	15 diagonales	403,67	100,0%	0,07	18,02	141,7%	18,02
	10 diagonales	403,79	100,0%	0,19	19,66	154,5%	19,66
	5 diagonales	404,31	100,2%	0,72	23,55	185,1%	23,56
	3 diagonales	404,47	100,2%	0,87	26,14	205,4%	26,15
<b>Modelo Link Ratio - Regresión</b>	Todas las diagonales	405,03	100,4%	1,43	28,70	225,6%	28,74
	15 diagonales	405,22	100,4%	1,62	30,40	239,0%	30,45
	10 diagonales	405,47	100,5%	1,87	32,76	257,5%	32,81
	5 diagonales	405,16	100,4%	1,56	37,84	297,4%	37,87

Tabla 6.5. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado incremento relación coste/duración

#### 6.4.2 Escenario 2: Disminución en la relación coste siniestral – duración

En este escenario se analiza el impacto de una variación negativa en los costes. Esta variación, podría ser el resultado de una política de reducción de costes sostenida en el tiempo.

El movimiento es de la misma magnitud que en el escenario 1 pero de signo contrario, por lo que, en el año 2016 se espera que la relación entre la duración y el coste haya descendido un 35%.

Los resultados obtenidos son análogos a los descritos para el incremento, es decir, que al ser proporcional a cada fila, se mantiene la insesgadez de todos los métodos para el valor esperado de la *Mejor Estimación* bajo el modelo estresado. Como en anteriores simulaciones se muestran los gráficos correspondientes a los tres métodos. Las similitudes entre el *Link Ratio Aritmético* y el *Chain Ladder* (Gráfico 6.22 y Gráfico 6.23, respectivamente) son muy elevadas, con modas y variabilidades muy próximas.

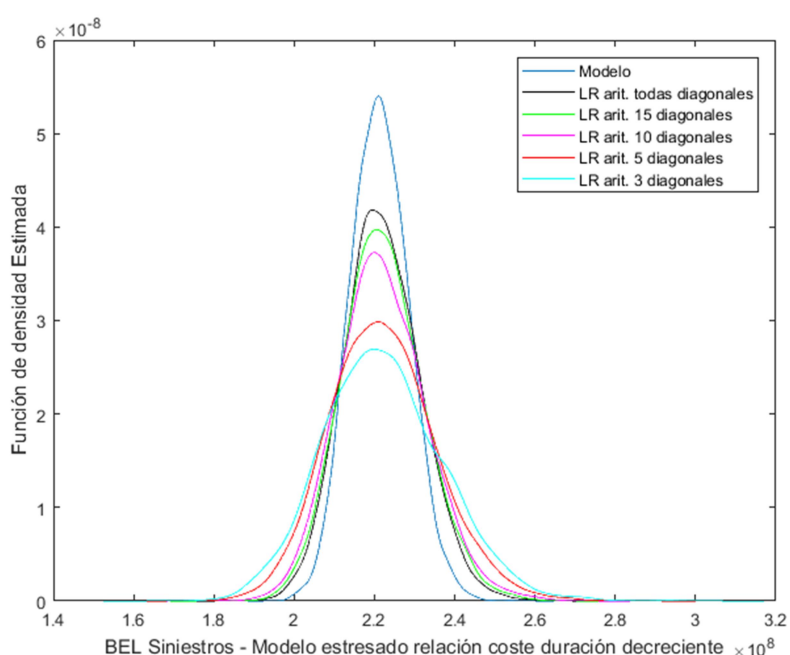


Gráfico 6.22. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado disminución relación coste/duración

Para el método de *Link Ratio* de regresión lineal simple (Gráfico 6.24, página 81) se ha obtenido, como durante todo el análisis realizado hasta el momento, una mayor variabilidad que para los otros dos métodos. También, resulta insesgado respecto del valor que se desea estimar.

Por último, en relación a los aspectos numéricos que se recogen en la Tabla 6.6, en primer lugar se observa que el descenso para el modelo estresado respecto del base ha sido de 91,2 millones de €. Una cifra casi idéntica a la obtenida en el escenario de aumento de costes, lo cual concuerda con el movimiento experimentado, ya que en ambos casos el movimiento fue de la misma magnitud.

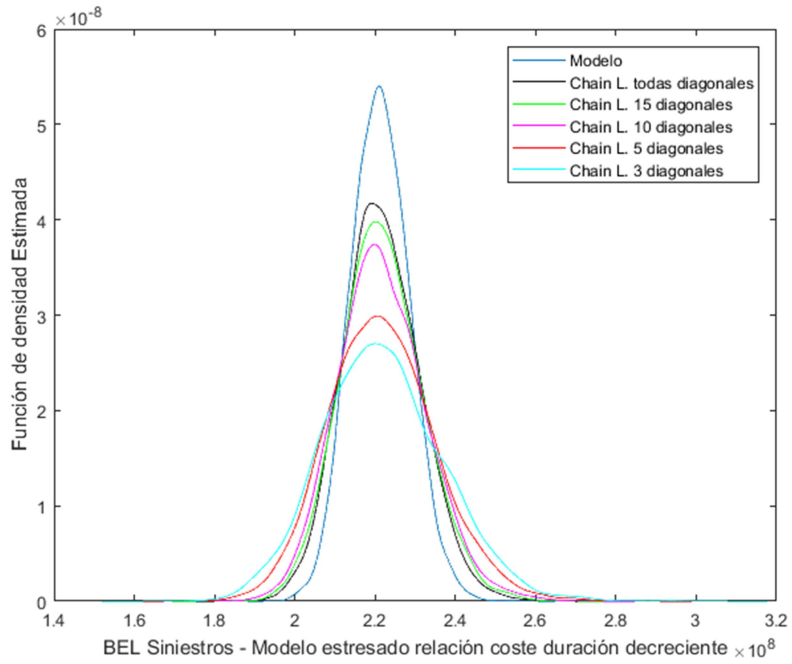


Gráfico 6.23. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado disminución relación coste/duración

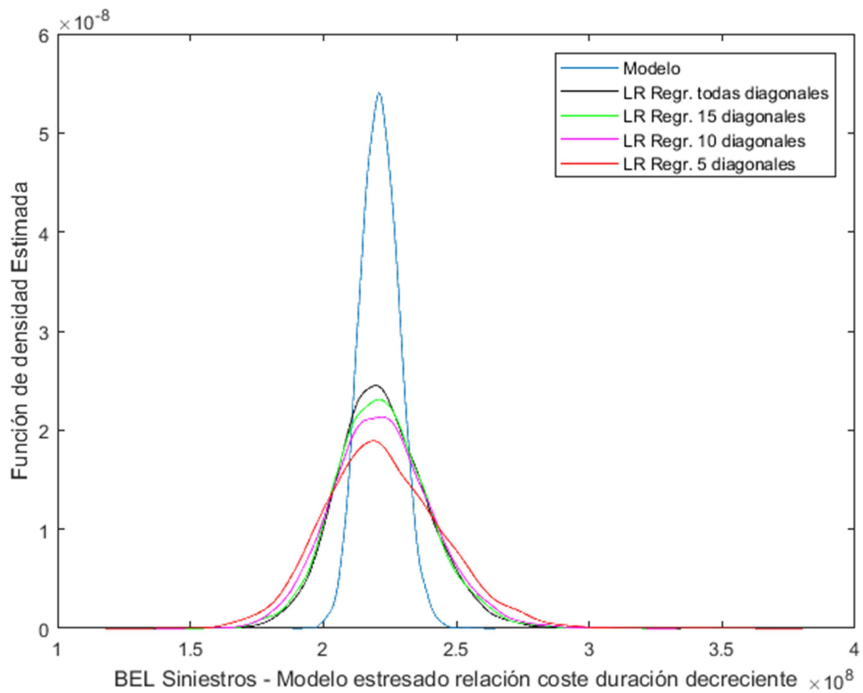


Gráfico 6.24. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado disminución relación coste/duración

El método para el que menor sesgo en valor absoluto se ha producido es el método *Chain Ladder*, ya que en su peor combinación apenas superó el medio millón de euros y que apenas representa 0,3% de la *Mejor Estimación* esperada (Tabla 6.6). Sin embargo, atendiendo al *ECM*, el que menor valor tiene en esta ocasión es el *Link*

*Ratio Aritmético* con todas las diagonales (y prácticamente igual el *Chain Ladder* con el mismo número de diagonales).

(\*) Datos en millones de €

Modelo		Valor Medio (*)	Ratio frente a Modelo	Sesgo (*)	Desv. Típica (*)	Ratio frente a Modelo	Raíz de ECM (*)
Modelo		221,31	100,0%		7,23	100,0%	
Modelo Link Ratio - Aritmético	Todas las diagonales	221,94	100,3%	0,63	9,54	131,9%	9,56
	15 diagonales	222,01	100,3%	0,69	10,12	139,9%	10,15
	10 diagonales	221,95	100,3%	0,64	10,99	151,9%	11,01
	5 diagonales	222,00	100,3%	0,68	13,23	182,8%	13,24
	3 diagonales	222,15	100,4%	0,84	14,87	205,6%	14,90
Modelo Chain Ladder	Todas las diagonales	221,59	100,1%	0,27	9,59	132,5%	9,59
	15 diagonales	221,68	100,2%	0,37	10,17	140,5%	10,17
	10 diagonales	221,64	100,1%	0,32	11,03	152,4%	11,03
	5 diagonales	221,72	100,2%	0,41	13,27	183,4%	13,28
	3 diagonales	221,93	100,3%	0,61	14,92	206,2%	14,93
Modelo Link Ratio - Regresión	Todas las diagonales	222,20	100,4%	0,88	16,83	232,6%	16,85
	15 diagonales	222,11	100,4%	0,80	17,54	242,5%	17,56
	10 diagonales	222,14	100,4%	0,83	18,73	258,9%	18,75
	5 diagonales	222,42	100,5%	1,11	22,07	305,1%	22,10

Tabla 6.6. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado disminución relación coste/duración

## 6.5 Resultados ante cambios en todas las variables simultáneamente

Para finalizar el estudio del impacto de estos cambios estructurales de la siniestralidad en el *Best Estimate*, y tras haber analizado para determinadas formas funcionales el efecto *ceteris paribus* de algunas variables del modelo, se procede a analizar el impacto de cambio de todas las variables a la vez.

Se proponen dos escenarios. En ambos, se tomará el escenario 2 del número de siniestros, el que tiene una tendencia creciente y un ciclo sobre ésta. Para el escenario 1 se tomarán simultáneamente los dos movimientos negativos en la duración y en la relación de coste duración (crecimiento de ambas variables con los mismos parámetros que en sus correspondientes simulaciones), mientras que el escenario 2 estará compuesto por los dos movimientos positivos en términos de siniestralidad de esas dos variables (decrece la duración y la relación coste/duración) manteniendo el valor de los parámetros con los que se hicieron las simulaciones previas.

### 6.5.1 Escenario 1: Tendencia lineal + Ciclo en número y crecimiento en duración y en relación coste siniestral – duración

El primer escenario con cambios estructurales en todas las variables es el más negativo en el sentido de que requerirá más provisiones técnicas que ninguno de los

anteriores: aumenta el número de siniestros (más coste), aumenta la duración (más coste) y se incrementa la relación coste/duración (más coste).

En escenarios anteriores ya se ha visto como el único que sí afectaba a la insesgadez de las estimaciones era el relacionado con la duración de los expedientes, por tanto, se espera que en este escenario, de nuevo se vuelva a incurrir en sesgos. Como puede verse en el Gráfico 6.25 y el Gráfico 6.26, tanto el *Link Ratio Aritmético* como el *Chain Ladder* cometen los sesgos mencionados. Al igual que en los escenarios de la variable duración, estos sesgos decrecen según se reduce la información para el cálculo de los factores de desarrollo del triángulo. La variabilidad aumenta de igual forma según la información empleada es menor.

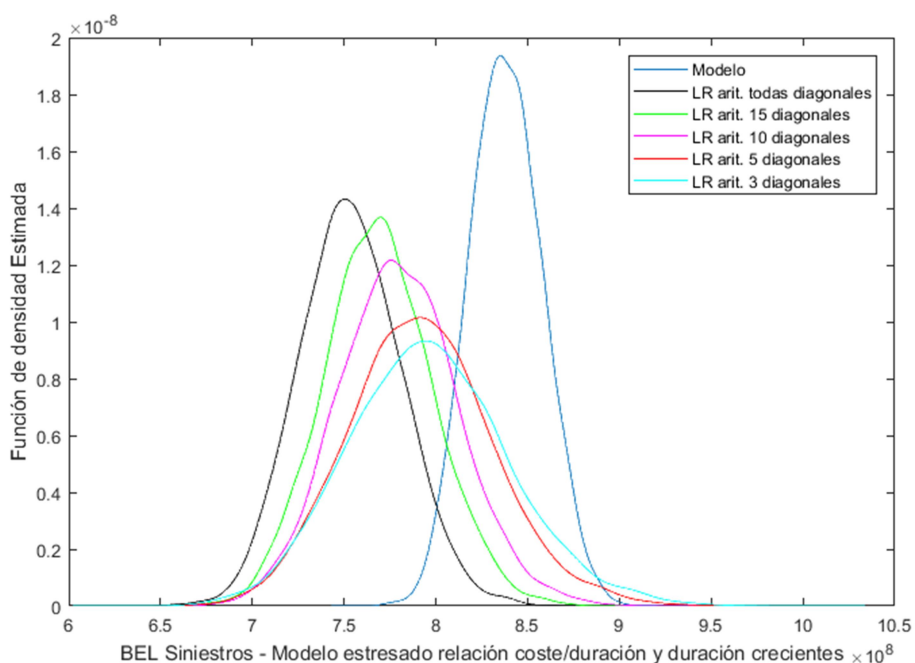


Gráfico 6.25. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado con tendencia y ciclo para número y aumento de duración y relación coste/duración

En el Gráfico 6.27, se observa como de nuevo el método *Link Ratio* de regresión lineal simple es el que menos se ve afectado por los cambios en las variables del modelo en relación al sesgo. Sin embargo, presenta una variabilidad mucho mayor que el resto.

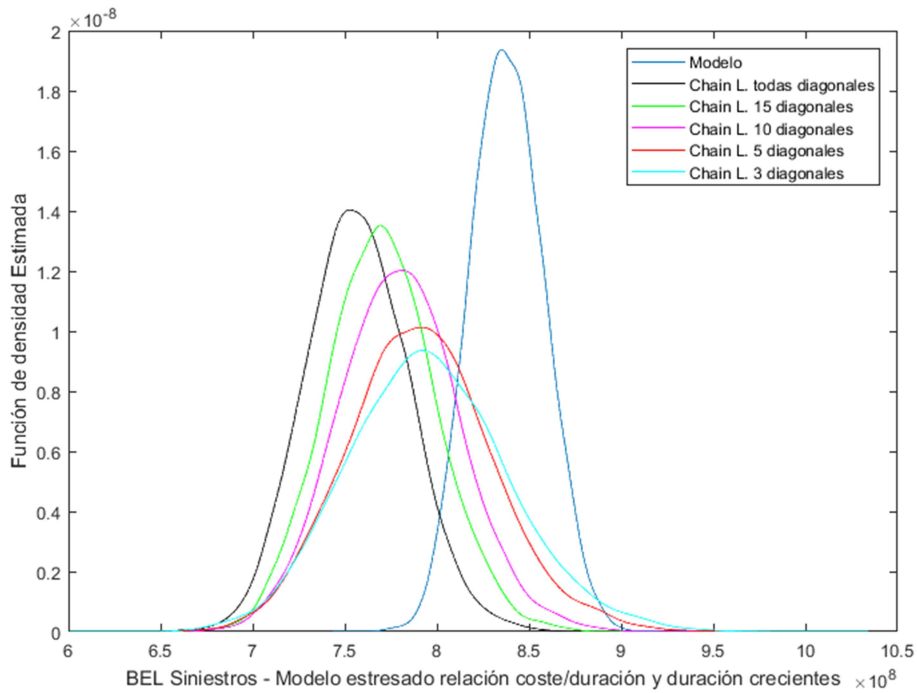


Gráfico 6.26. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado con tendencia y ciclo para número y aumento de duración y relación coste/duración

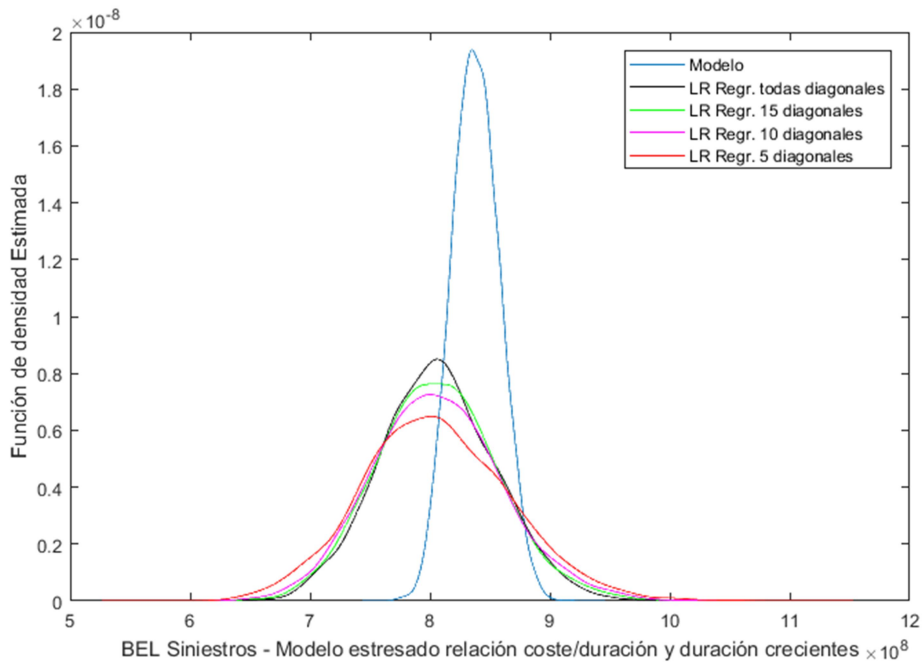


Gráfico 6.27. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado con tendencia y ciclo para número y aumento de duración y relación coste/duración

En la Tabla 6.7, se muestran los resúmenes de sesgo y variabilidad. En primer lugar resulta llamativo el salto en el valor de la *Mejor Estimación* para el modelo que pasó de 312,5 millones de euros para el modelo base a 838 millones en este escenario. Esos

pequeños cambios anuales mantenidos en el tiempo han incrementado las provisiones necesarias en más de 500 millones de euros. En relación al sesgo, tal y como ya se ha comentado, el método *Link Ratio* de regresión lineal simple es el que menor desviación comete. Su valor, independientemente de la cantidad de información usada para la estimación, se sitúa en torno a 32 millones, lo que supone una desviación inferior al 4% de la *Mejor Estimación* obtenida por el modelo. La peor combinación se alcanza con el método de *Link Ratio Aritmético* y todas las diagonales llegando el sesgo a casi 85 millones (más del 10%). En cuanto a la desviación típica de los modelos, de nuevo el de *Link Ratio* de regresión lineal es el que mayor valor presenta. Sin embargo, atendiendo al *Error Cuadrático Medio*, éste método para todas las diagonales sería el seleccionado por su menor error global, seguido muy de cerca de las versiones de 3 diagonales de los otros dos métodos.

(\*) Datos en millones de €

		Valor Medio (*)	Ratio frente a Modelo	Sesgo (*)	Desv. Típica (*)	Ratio frente a Modelo	Raíz de ECM (*)
<b>Modelo</b>		838,23	100,0%		19,63	100,0%	
<b>Modelo Link Ratio - Aritmético</b>	Todas las diagonales	753,52	89,9%	-84,71	27,81	141,7%	89,16
	15 diagonales	768,70	91,7%	-69,53	29,62	150,9%	75,57
	10 diagonales	779,58	93,0%	-58,65	32,45	165,3%	67,03
	5 diagonales	791,60	94,4%	-46,64	39,06	199,0%	60,83
	3 diagonales	796,12	95,0%	-42,11	43,28	220,5%	60,39
<b>Modelo Chain Ladder</b>	Todas las diagonales	756,90	90,3%	-81,34	27,88	142,0%	85,98
	15 diagonales	769,85	91,8%	-68,38	29,63	150,9%	74,53
	10 diagonales	779,68	93,0%	-58,56	32,45	165,3%	66,95
	5 diagonales	790,89	94,4%	-47,35	39,04	198,8%	61,36
	3 diagonales	795,36	94,9%	-42,88	43,28	220,4%	60,92
<b>Modelo Link Ratio - Regresión</b>	Todas las diagonales	806,74	96,2%	-31,49	48,35	246,3%	57,71
	15 diagonales	806,28	96,2%	-31,95	50,88	259,2%	60,08
	10 diagonales	806,11	96,2%	-32,12	54,41	277,2%	63,19
	5 diagonales	805,21	96,1%	-33,02	61,84	315,0%	70,11

Tabla 6.7. Estadísticas principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado con tendencia y ciclo para número y aumento de duración y relación coste/duración

### 6.5.2 Escenario 2: Tendencia lineal + Ciclo en número y decrecimiento en duración y en relación coste siniestral – duración

En el lado contrario al escenario anterior, se define el escenario 2, en el que, salvo el movimiento de tendencia y ciclo en el número de siniestros que hace que el coste global aumente, las otras dos variables se modifican de forma que reduzca el valor total de los siniestros.

A continuación, se muestra el desempeño para este escenario de los métodos de *Link Ratio Aritmético* (Gráfico 6.28) y de *Chain Ladder* (Gráfico 6.29). Para ambos los resultados son muy similares: se sobreestiman los valores teóricos, pero el sesgo



disminuye según se emplea menos información para el cálculo de los factores de paso. La varianza aumenta con el uso de menor información.

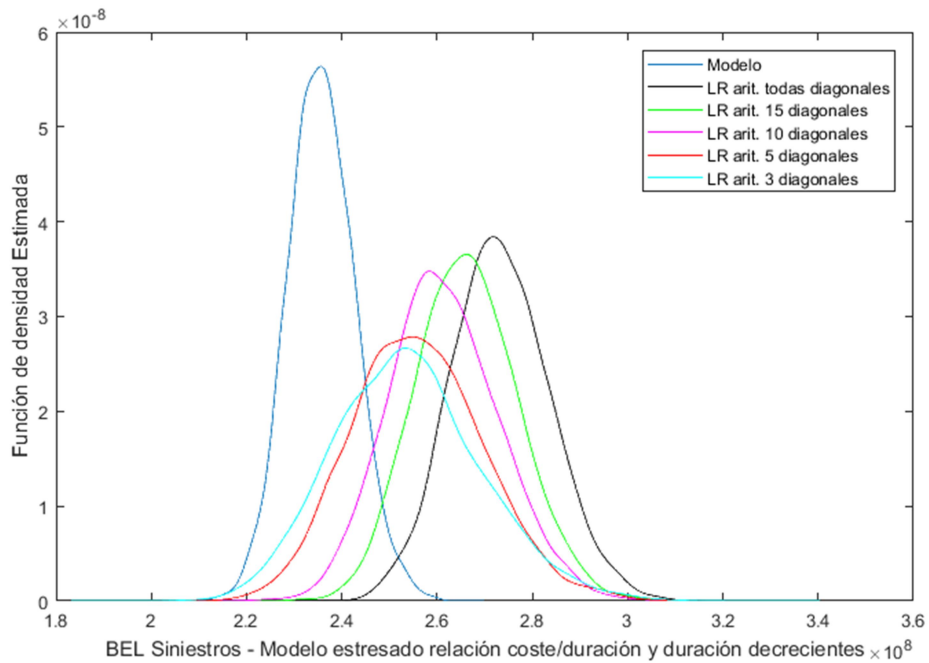


Gráfico 6.28. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio Aritmético – modelo estresado con tendencia y ciclo para número y disminución de duración y relación coste/duración

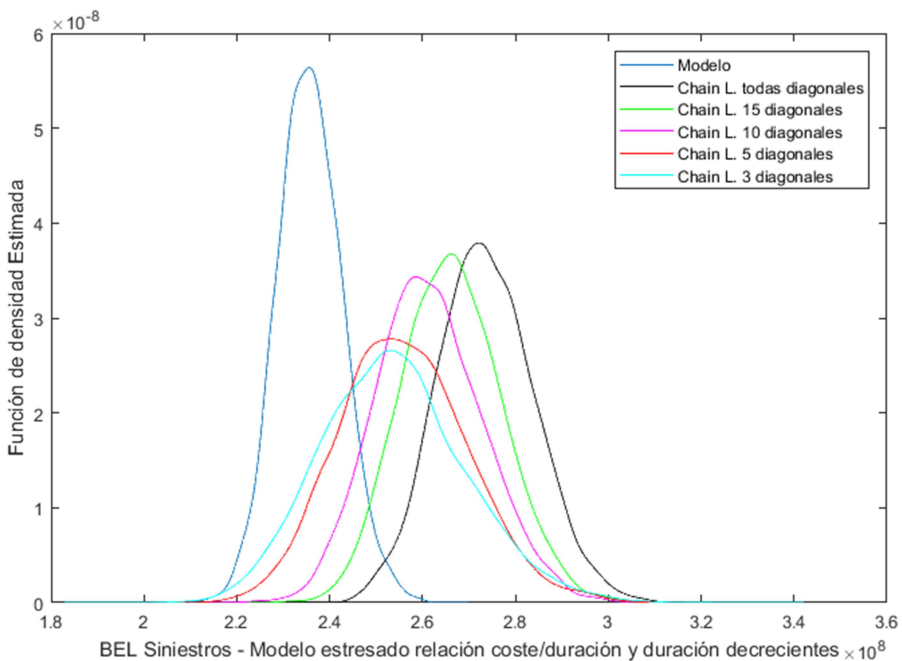


Gráfico 6.29. Funciones de densidad estimadas del BE con Chain Ladder – modelo estresado con tendencia y ciclo para número y disminución de duración y relación coste/duración

Para el caso del *Link Ratio* de regresión simple, también se produce una sobreestimación del valor esperado de la *Mejor Estimación* esperada y, de nuevo, todas las opciones de información empleada dan lugar aproximadamente a los mismos

valores medios. Como característica negativa vista en todos los escenarios está su variabilidad que es muy superior a la de los otros dos métodos.

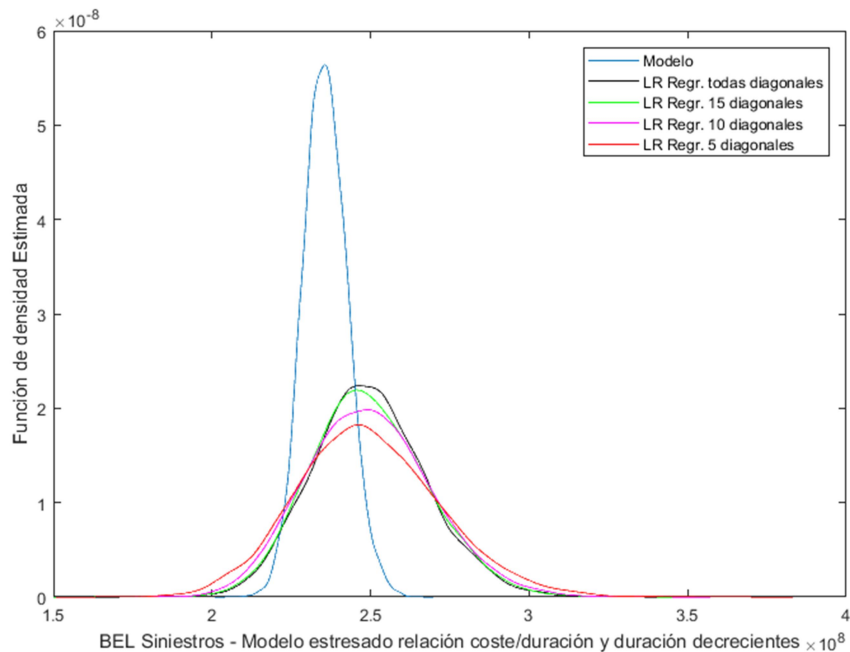


Gráfico 6.30. Funciones de densidad estimadas del BE con Link Ratio de regresión lineal simple – modelo estresado con tendencia y ciclo para número y disminución de duración y relación coste/duración

En la Tabla 6.8. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado con tendencia y ciclo para número y disminución de duración y relación coste/duración se muestran los estadísticos principales de la última simulación de este trabajo. El valor esperado bajo el modelo estresado de la *Mejor Estimación* asciende a 235,7 millones de euros, casi 77 millones menos que el del modelo base. El sesgo del modelo *Link Ratio* de regresión lineal simple es muy estable independientemente de la cantidad de diagonales empleada para el cálculo y se sitúa en casi 14 millones. Valor éste muy inferior a los peores casos de los otros dos modelos (con todas las diagonales) en los que se ha llegado casi a los 38 millones (6% en el primer caso, frente a casi 16% en los otros dos). La desviación típica de cada método es consistente con el resto del trabajo, aumenta conforme se disminuye la información empleada en el cálculo de los factores de desarrollo. Atendiendo al *Error Cuadrático Medio*, se tomará como modelo más preciso, el *Link Ratio* de regresión lineal simple, para todas las diagonales y para las 15 más recientes, ya que ofrecen valores muy similares. Muy próximos a éstos se encuentran las versiones de tres diagonales de los otros dos métodos.

En el siguiente capítulo se ofrecerán unas conclusiones más genéricas haciendo uso de todas las simulaciones realizadas a partir del modelo base y de los modelos estresados definidos en este capítulo.

(\*) Datos en millones de €

Modelo		Valor Medio (*)	Ratio frente a Modelo	Sesgo (*)	Desv. Típica (*)	Ratio frente a Modelo	Raíz de ECM (*)
Modelo		235,73	100,0%		6,93	100,0%	
Modelo Link Ratio - Aritmético	Todas las diagonales	273,30	115,9%	37,57	10,32	149,0%	38,97
	15 diagonales	266,27	113,0%	30,54	10,71	154,6%	32,36
	10 diagonales	261,41	110,9%	25,68	11,55	166,7%	28,16
	5 diagonales	255,93	108,6%	20,20	13,75	198,4%	24,44
	3 diagonales	253,74	107,6%	18,01	15,31	220,9%	23,63
Modelo Chain Ladder	Todas las diagonales	273,64	116,1%	37,91	10,36	149,6%	39,30
	15 diagonales	266,29	113,0%	30,56	10,71	154,6%	32,38
	10 diagonales	261,35	110,9%	25,62	11,55	166,7%	28,10
	5 diagonales	255,88	108,5%	20,14	13,76	198,6%	24,40
	3 diagonales	253,68	107,6%	17,95	15,33	221,2%	23,60
Modelo Link Ratio - Regresión	Todas las diagonales	249,71	105,9%	13,98	17,89	258,2%	22,70
	15 diagonales	249,51	105,8%	13,78	18,36	265,0%	22,95
	10 diagonales	249,39	105,8%	13,66	19,53	281,8%	23,83
	5 diagonales	249,47	105,8%	13,74	22,44	323,9%	26,32

Tabla 6.8. Estadísticos principales de las muestras de BE simuladas. Modelo estresado con tendencia y ciclo para número y disminución de duración y relación coste/duración

## 7 Conclusiones y futuras líneas de investigación

En este capítulo se presentan las principales conclusiones respecto a la selección del mejor método de estimación del *Best Estimate* de siniestros, para el modelo propuesto en el capítulo 4 y ante los cambios estructurales en la siniestralidad definidos en el capítulo 6.

### 7.1 Resumen global del Sesgo

En primer lugar, se analiza el Sesgo cometido de forma global para todos los métodos y todos los escenarios propuestos. En la Tabla 7.1, se recogen los valores de los sesgos cometidos expresados como porcentaje respecto de la *Mejor Estimación* media de cada uno de los modelos estresados (y base). En ésta, se ha incluido una escala de color rojo para ilustrar de forma más rápida dónde se ha producido un porcentaje de desviación mayor (color blanco sesgo próximo a cero y color rojo intenso valores con sesgo elevado). Esta representación de la magnitud de los valores se incluye en el resto de las tablas de este capítulo (siempre el valor rojo más intenso representa peores situaciones). Como se fue viendo a lo largo del capítulo 6, tanto para el modelo base como para los modelos en que se estresó bien la variable *número de siniestros* o bien la variable *relación entre el coste siniestral y la duración de los expedientes*, todos los métodos (independientemente de la información empleada para la estimación de los factores de desarrollo) presentaron un sesgo que podría considerarse nulo. Para aquellas perturbaciones del modelo base donde se veía afectada la variable duración de los expedientes, todos los métodos presentaron sesgos resultando como método destacado el de *Link Ratio* de regresión lineal simple para el que se obtuvieron los sesgos más pequeños en valor absoluto y para el que dicho sesgo no dependió en ninguna situación de la cantidad de información empleada para el cálculo. Para los otros dos métodos, *Link Ratio Aritmético* y *Chain Ladder*, la diferencia del sesgo entre cuando se seleccionaba mucha información y cuando se seleccionaba poca, fue muy elevada. Para estos dos métodos, lo óptimo en relación al sesgo será siempre seleccionar la menor información posible, ya que de este modo se consigue que el método sea adapte más fácil y rápidamente a los posibles cambios en la siniestralidad.

En la Tabla 7.2, se recoge la media y la desviación típica por combinación de método/cantidad de información para todos los modelos analizados (incluido el base) de los valores de la Tabla 7.1. Además, se presenta el ratio entre ambos valores (coeficiente de variación de Pearson) para ilustrar la homogeneidad de los porcentajes.

	Número de diagonales	Modelo base	Número de Sinistros		Duración de expedientes		Relación entre Coste siniestral y Duración de expedientes		Todas las variables estresadas simultáneamente	
			Esc. 1	Esc. 2	Esc. 1	Esc. 2	Esc. 1	Esc. 2	Esc. 1	Esc. 2
Modelo Link Ratio - Aritmético	Todas	0,22%	0,11%	0,12%	-10,15%	15,72%	0,19%	0,28%	-10,11%	15,94%
	15	0,23%	0,09%	0,10%	-8,28%	12,73%	0,19%	0,31%	-8,29%	12,95%
	10	0,27%	0,10%	0,14%	-7,00%	10,72%	0,22%	0,29%	-7,00%	10,89%
	5	0,24%	0,05%	0,18%	-5,53%	8,55%	0,33%	0,31%	-5,56%	8,57%
	3	0,24%	0,02%	0,19%	-4,94%	7,60%	0,34%	0,38%	-5,02%	7,64%
Modelo Chain Ladder	Todas	0,04%	-0,04%	-0,01%	-10,22%	15,77%	0,00%	0,12%	-9,70%	16,08%
	15	0,06%	-0,03%	0,00%	-8,44%	12,71%	0,02%	0,17%	-8,16%	12,96%
	10	0,10%	-0,01%	0,05%	-7,19%	10,66%	0,05%	0,15%	-6,99%	10,87%
	5	0,10%	-0,05%	0,10%	-5,72%	8,48%	0,18%	0,18%	-5,65%	8,55%
	3	0,12%	-0,06%	0,12%	-5,11%	7,55%	0,22%	0,28%	-5,12%	7,62%
Modelo Link Ratio - Regresión	Todas	0,30%	0,04%	0,25%	-3,62%	6,02%	0,36%	0,40%	-3,76%	5,93%
	15	0,32%	0,04%	0,28%	-3,76%	5,93%	0,40%	0,36%	-3,81%	5,84%
	10	0,26%	0,00%	0,25%	-3,72%	5,97%	0,46%	0,37%	-3,83%	5,79%
	5	0,33%	0,00%	0,25%	-3,75%	5,81%	0,39%	0,50%	-3,94%	5,83%

Tabla 7.1. Resumen de Sesgo en todos los escenarios como porcentaje sobre el valor medio de la Mejor Estimación bajo cada uno de los modelos.

Según la Tabla 7.2, el mejor método en cuanto a sesgo será el de *Link Ratio* de regresión lineal, ya que, no sólo es el que, en media, presenta menor sesgo (apenas un 2,3%), sino que además es el que se comporta de forma más homogénea entre los distintos escenarios, siendo por tanto el más estable y robusto en términos de sesgo. Las mejores opciones, debido a su capacidad adaptativa, para los otros dos métodos serán las que emplean para el cálculo de los factores de desarrollo, las últimas 3 diagonales.

	Número de diagonales	Promedio	Desviación Típica	Ratio D.T. / Promedio
Modelo Link Ratio - Aritmético	Todas	5,87%	7,04%	119,91%
	15	4,80%	5,70%	118,82%
	10	4,07%	4,78%	117,46%
	5	3,26%	3,76%	115,34%
	3	2,93%	3,33%	113,76%
Modelo Chain Ladder	Todas	5,78%	7,12%	123,27%
	15	4,73%	5,77%	122,02%
	10	4,01%	4,85%	120,93%
	5	3,22%	3,81%	118,30%
	3	2,91%	3,38%	116,07%
Modelo Link Ratio - Regresión	Todas	2,30%	2,54%	110,58%
	15	2,31%	2,51%	109,05%
	10	2,30%	2,52%	109,69%
	5	2,31%	2,50%	107,99%

Tabla 7.2. Estadísticos de los Sesgos como porcentajes

## 7.2 Resumen global del Incremento del error

En este apartado se realiza la valoración de los resultados atendiendo al criterio del *Error Cuadrático Medio*, que es más general, ya que tiene en cuenta no sólo el sesgo cometido en la estimación, sino también la variabilidad de la misma.

Como cada variación de las variables involucradas en el modelo ha supuesto una variación (“teórica”, bajo el modelo estresado) de la *Mejor Estimación* respecto del modelo base, parece necesario el enlazar de algún modo el *ECM* al valor medio de la *Mejor Estimación* “teórica”. En este sentido, partiendo de la definición del *ECM* del estimador  $\hat{\theta}$  de  $\theta$ :

$$ECM(\hat{\theta}) = Sesgo(\hat{\theta})^2 + Var(\hat{\theta}). \quad (7.1)$$

Y, suponiendo que la varianza del estimador pudiese descomponerse en una varianza inherente a los datos más una varianza inherente al modelo,  $Var(\hat{\theta}) = Var(Modelo) + Var(Datos)$ , podría definirse el incremento del error (del *ECM*) como:

$$\Delta Error(\hat{\theta}) = \sqrt{Sesgo(\hat{\theta})^2 + Var(\hat{\theta}) - Var(Datos)}. \quad (7.2)$$

En todas las tablas presentadas a lo largo de los capítulos 5 y 6, se ha mostrado la desviación típica bajo el modelo, la cual será considerada como la desviación típica de los datos y sustraído su cuadrado del *ECM* para el cálculo del incremento. Con el fin de dotar a dicho incremento de un sentido monetario se define como la raíz cuadrada y, en las tablas resumen, aparecerá como en la sección anterior referenciado como porcentaje del valor de la media de la *Mejor Estimación* bajo cada uno de los modelos.

La Tabla 7.3, contiene los porcentajes de incremento del error para todos los modelos y escenarios. Lo primero que puede observarse es que para el método *Link Ratio* de regresión lineal simple, las celdas para todos los escenarios están coloreadas, si bien su intensidad no es demasiado elevada. Esto es debido a que la variabilidad de este método es sustancialmente mayor que la de los otros dos métodos, lo que incluso en los escenarios en los que el sesgo es sustancialmente mejor, hace que el *ECM* se equipare a los otros métodos e incluso llegue a ser peor. Sin embargo, sí presenta un orden consistente en su valor respecto a la información utilizada para la estimación sobre todos los escenarios: más información conlleva menor incremento de error. Para los otros dos métodos, el *Link Ratio Aritmético* y el *Chain Ladder*, no siempre se produce este hecho debido al sesgo de los escenarios que incluyen variación en la

variable del modelo *duración de los expedientes*. En dichos escenarios pesa más el sesgo incurrido que la variabilidad del modelo y, por tanto, a menor número de diagonales empleadas, más pequeño será el incremento del error. Para los escenarios considerados insesgados el comportamiento es el inverso.

	Número de diagonales	Modelo base	Número de Sinistros		Duración de expedientes		Relación entre Coste siniestral y Duración de expedientes		Todas las variables estresadas simultáneamente	
			Esc. 1	Esc. 2	Esc. 1	Esc. 2	Esc. 1	Esc. 2	Esc. 1	Esc. 2
Modelo Link Ratio - Aritmético	Todas	2,82%	2,68%	2,59%	10,45%	16,08%	2,82%	2,82%	10,38%	16,27%
	15	3,15%	2,93%	2,88%	8,78%	13,24%	3,16%	3,21%	8,71%	13,41%
	10	3,74%	3,31%	3,32%	7,81%	11,51%	3,71%	3,75%	7,65%	11,58%
	5	4,93%	4,24%	4,34%	7,15%	10,19%	4,92%	5,01%	6,87%	9,94%
Modelo Chain Ladder	Todas	2,83%	2,67%	2,58%	10,52%	16,14%	2,82%	2,85%	9,99%	16,41%
	15	3,16%	2,92%	2,86%	8,92%	13,23%	3,16%	3,23%	8,58%	13,42%
	10	3,75%	3,32%	3,32%	7,98%	11,47%	3,71%	3,76%	7,64%	11,55%
	5	4,94%	4,25%	4,33%	7,30%	10,15%	4,91%	5,03%	6,94%	9,92%
Modelo Link Ratio - Regresión	Todas	6,58%	5,78%	5,94%	6,94%	9,66%	6,38%	6,88%	6,47%	9,17%
	15	7,02%	6,06%	6,15%	7,42%	9,90%	6,85%	7,23%	6,77%	9,28%
	10	7,59%	6,48%	6,55%	7,92%	10,47%	7,49%	7,81%	7,17%	9,67%
	5	9,03%	7,47%	7,77%	8,99%	11,81%	8,84%	9,44%	8,03%	10,77%

Tabla 7.3. Resumen del Incremento de Error en todos los escenarios como porcentaje sobre el valor medio de la Mejor Estimación bajo cada uno de los modelos.

Como resumen de los porcentajes de la tabla anterior, se presentan en la Tabla 7.4, el valor medio, la desviación típica y el coeficiente de variación de Pearson. El método *Link Ratio* de regresión lineal simple es el que presenta de nuevo una mayor homogeneidad en los resultados, estando siempre su coeficiente de variación por debajo del 20%. En el lado negativo se encuentran sus valores medios que son mayores que la mayoría de las combinaciones de los otros métodos, aunque la opción que emplea todas las diagonales se encuentra muy próxima en media a la que menor promedio ha obtenido (Modelo *Link Ratio* con 10 diagonales). Para el *Link Ratio Aritmético* y el *Chain Ladder*, el promedio en función del número de diagonales presenta sus valores mínimos sobre los valores de número de diagonales intermedio (10 diagonales). Su desviación típica desciende según disminuye el número de diagonales (lo que implicaría una mayor robustez). Para seleccionar el mejor método atendiendo al incremento del error hay que buscar, por tanto, un compromiso entre porcentaje promedio y desviación típica. Así se tendría que los métodos *Link Ratio Aritmético* y *Chain Ladder* con 5 diagonales producen unos promedios muy próximos al mínimo de cada método, mientras que su desviación típica está cerca de ser la menor de cada método. Para el de *Link Ratio* de regresión lineal simple, la opción de

uso de todas las diagonales es la más adecuada ya que minimiza tanto su promedio como su desviación típica.

	Número de diagonales	Promedio	Desviación Típica	Ratio D.T. / Promedio
Modelo Link Ratio - Aritmético	Todas	7,43%	5,92%	79,63%
	15	6,61%	4,50%	68,16%
	10	6,26%	3,48%	55,48%
	5	6,40%	2,32%	36,18%
Modelo Chain Ladder	Todas	7,42%	5,94%	80,03%
	15	6,61%	4,50%	68,14%
	10	6,28%	3,47%	55,28%
	5	6,42%	2,31%	35,98%
Modelo Link Ratio - Regresión	Todas	7,09%	1,38%	19,43%
	15	7,41%	1,32%	17,87%
	10	7,91%	1,34%	16,97%
	5	9,13%	1,41%	15,45%

Tabla 7.4. Estadísticos de los Incrementos de Error como porcentajes

### 7.3 Conclusiones finales

En este apartado se enumeran las principales conclusiones para la determinación de la mejor metodología determinista basada en el triángulo de pagos en relación al cálculo de la *Mejor Estimación* de la siniestralidad en el entorno de Solvencia II.

En relación a los métodos *Link Ratio Aritmético* y *Chain Ladder* se ha determinado que:

- ambos ofrecen estimaciones prácticamente iguales a igual número de diagonales para el cálculo de la provisión. Sin embargo, tanto los sesgos como las desviaciones típicas tienden a ser menores para *Chain Ladder*.
- ambos presentan una elevada sensibilidad para la estimación puntual ante cambios en la duración de los siniestros (bajo el esquema de modelo propuesto, por supuesto).
- a menor información empleada para el cálculo de los factores de paso, ambos métodos se vuelven más adaptativos a los cambios en la duración en relación a su insesgadez. Como contrapartida aumenta sustancialmente su variabilidad en la medida que se toman menos diagonales para el cálculo.
- atendiendo a la variabilidad de su *Error Cuadrático Medio*, la mayor robustez se alcanzaría para números de diagonales pequeños (desviación típica de Tabla 7.2 y Tabla 7.4).



- como resumen, la elección de la mejor combinación en términos de robustez e insesgadez sería el uso de estos métodos con la estimación de factores de paso a partir de 5 diagonales

En relación al método *Link Ratio* de regresión lineal simple, se ha determinado que:

- en términos de insesgadez, es el más adecuado de todos ya que comete menos error que los métodos anteriores.
- además, el sesgo ha resultado (para los escenarios analizados) independiente del número de diagonales empleadas en el cálculo.
- su variabilidad es sustancialmente mayor a la de los otros dos métodos, lo que empeora el buen desempeño en términos de sesgo.
- es el método más robusto tanto en cuanto a sesgo como en cuanto a *ECM*, ya que la desviación de sus ratios es, con diferencia, la menor de todas
- su variabilidad y *ECM* disminuye conforme se aumenta el número de diagonales para la estimación de los factores de paso
- como resumen, la elección de la mejor versión del método será la que emplea para el cálculo de los factores todas las diagonales del triángulo, ya que, en promedio comete errores menores y es igualmente robusta en los términos analizados. Además, si los cambios estructurales son mantenidos en el tiempo y constantes, el hecho de tomar más diagonales producirá unas estimaciones de los parámetros de la regresión más robustos y precisos

En relación al cálculo de la *Mejor Estimación* bajo Solvencia II, se ha determinado que:

- Como estos métodos se basan en proyectar el triángulo de pagos, es posible, de forma muy sencilla, obtener los pagos futuros por año de pago (flujos futuros probabilizados) sobre los que aplicar el descuento con las curvas libres de riesgo correspondientes

Finalmente, la elección del método más adecuado para los cambios estructurales propuestos en este trabajo dependerá del perfil de riesgo de cada compañía. Si el perfil de riesgo es bajo, debería optarse por la elección del *Link Ratio* de regresión lineal simple con todas las diagonales ya que para éste están más limitados los errores excesivos, mientras que si el perfil de riesgo es más elevado, debería optarse por la selección del método *Chain Ladder* con 5 diagonales.

#### 7.4 Futuras líneas de investigación

Durante la elaboración del trabajo, se han encontrado tanto puntos fuertes como puntos débiles que sugieren la revisión y el avance de la metodología propuesta con el objetivo de complementar el trabajo realizado y obtener unas conclusiones lo más generales posible. A continuación, se enumeran una serie de ideas para continuar con el trabajo aquí iniciado:

- Sería conveniente incluir más metodologías, sobre todo estocásticas, con el objetivo de ampliar las posibilidades sobre las que realizar la selección, en especial aquellas que permitan una variación de los parámetros estimados para realizar las proyecciones. Un ejemplo podría ser el método propuesto en (Verrall, 1994), en el que se permite la evolución en el triángulo de *run-off*. También los métodos bayesianos podrían jugar un papel interesante en este aspecto, así como los GLM.
- El hecho de elegir *ad hoc* tanto las distribuciones del modelo como sus parámetros resulta negativo para la toma de decisiones en relación a la elección del método más adecuado. En este sentido, lo más lógico es trabajar en la dirección de ajuste de los datos propios y valorar la idoneidad del esquema base de comportamiento de la siniestralidad. En caso de que este ajuste no sea posible realizarlo, bien por no disponer de información suficiente (suficientemente antigua para seguros de cola larga) o bien por que la evolución de la siniestralidad no permita obtener resultados satisfactorios, sería necesario realizar los análisis hechos en este trabajo para distintas distribuciones y distintas combinaciones de valores de los parámetros para así ganar en amplitud de modelos base. Computacionalmente esta opción es muy intensiva (en este trabajo, con un portátil de 4Gb de RAM y procesador Intel i5, la simulación de cada cartera supuso entre 40 y 60 segundos). Requeriría un tiempo de cómputo muy elevado, por lo que habría que hacer un análisis previo para inferir de algún modo formas aproximadas de las variables involucradas y rangos de valores para los parámetros y acotar de este modo el tiempo de simulación.
- Si se consigue el ajuste de los datos, puede emplearse el mismo modelo para la obtención de los triángulos de reaseguro, incluso para esquemas de *Excess of Loss* cuyas características hayan ido cambiando a lo largo del tiempo.
- Los patrones de los cambios estructurales analizados se ha considerado que se mantenían en el tiempo. Sería conveniente introducir escenarios de no

linealidad o de patrones no constantes que puedan ajustarse más a una realidad que cambia continuamente.

- En relación a la metodología *Link Ratio* de regresión lineal simple, debido a su gran desempeño en relación al sesgo cometido, resultaría interesante el uso de otras formas de estimación de los parámetros de la regresión que puedan ser más robustos y den por tanto estimaciones con menor variabilidad. Si eso se consigue, posiblemente sería, sin duda, sustancialmente mejor que los otros dos métodos para el cálculo de las provisiones.

## Bibliografía

- Aguilar Jurado, M. Á. (2015). Métodos para la Estimación de Provisiones Técnicas de Seguros de No Vida. *Universidad de Granada, TFM Máster Oficial en Estadística Aplicada*.
- Albarrán Lozano, I., & Alonso González, P. (2010). *Métodos Estocásticos de Estimación de las Provisiones Técnicas en el Marco de Solvencia II*. Instituto de Ciencias del Seguro. Fundación Mapfre.
- Alonso González, P., & Albarrán Lozano, I. (2008). Análisis del riesgo en seguros en el marco de Solvencia II: Técnicas estadísticas avanzadas. Montecarlo y Bootstrapping. MAPFRE.
- Boor, J. (2006). Estimating Tail Development Factors: What to do When the Triangle Runs Out. *Casualty Actuarial Society Forum, Winter 2006*, (págs. 345-390).
- Directiva 2009/138/CE. (s.f.). DIRECTIVA 2009/138/CE DEL PARLAMENTO EUROPEO Y DEL CONSEJO, de 25 de noviembre de 2009, sobre el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II) (versión refundida).
- Eeghen, J. (1981). Loss Reserving Methods. *Surveys of Actuarial Studies. Nationale Nederlanden N.V., Rotterdam*.
- Efron, B. (1979). Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife. *Annals of Statistics* 7, no. 1, 1--26.
- England, P., & Verrall, R. (1999). Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving. *Insurance: Mathematics and Economics*, 25, 281-293.
- England, P., & Verrall, R. (2002). Stochastic claims reserving in general insurance. *British Actuarial Journal*, 8(03), 443-518.
- Evans, M. a. (2000). *Statistical distributions*. Wiley-Interscience.
- Hachemeister, & Stanard. (1975). IBNR Claims Count Estimation with Static Lag Functions. *Spring Meeting of the Casualty Actuarial Society*.
- Institute of Actuaries. (1989). *Claims Reserving Manual: Volume I. Simple Reserving Methods*.

- Institute of Actuaries. (1989). *Claims Reserving Manual: Volume II. More Advanced Methods*.
- Ley 20/2015. (s.f.). Ley 20/2015, de 14 de julio, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras. «BOE» núm. 168, de 15 de julio de 2015, páginas 58455 a 58611 (157 págs.).
- Lorenz, H., & Schmidt, K. (1999). Grossing-up, chain-ladder and marginal-sum estimation. *Blätter DGVM*, 195-200.
- Mack, T. (1993). Distribution-free calculation of the standard error of Chain Ladder reserve estimates. *Astin Bulletin*, 23, 2.
- Mack, T. (1994). Which Stochastic Model is Underlying the Chain Ladder Method? *IME* 15, 133-138.
- Mochon Morcillo, F., Isidro Aparicio, R., & Fernández Isla, G. (2004). *Diccionario de Términos de Seguros, Reaseguros y Financieros*. McGraw-Hill Interamericana.
- Nelder, J., & Wedderburn, R. (1972). Generalized Linear Models. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*. Blackwell Publishing. 135 (3), 370–384.
- Party, C. T. F. W. (2013). The Estimation of Loss Development Tail Factors: A Summary Report. *Casualty Actuarial Society Forum*.
- Parzen, E. (1962). On Estimation of a Probability Density Function and Mode. *The Annals of Mathematical Statistics*. 33 (3).
- Peña Sánchez de Rivera, J. I. (2002). La gestión de riesgos financieros de mercado y crédito. Pearson Educación.
- Real Decreto 1060/2015. (s.f.). Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras. «BOE» núm. 288, de 2 de diciembre de 2015, páginas 113617 a 113816 (200 págs.).
- Real Decreto 2486/1998. (s.f.). Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, del Reglamento de Ordenación y Supervisión de los Seguros Privados. «BOE» núm. 282, de 25/11/1998.

- Real Decreto Legislativo 6/2004. (s.f.). Real Decreto Legislativo 6/2004, de 29 de octubre, por el que se aprueba el texto refundido de la Ley de ordenación y supervisión de los seguros privados. «BOE» núm. 267, de 05/11/2004.
- Reglamento Delegado 2015/35. (s.f.). REGLAMENTO DELEGADO (UE) 2015/35 DE LA COMISIÓN de 10 de octubre de 2014 por el que se completa la Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo sobre el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II).
- Renshaw, & Verral. (1994). A Stochastic Model Underlying the Chain-Ladder Technique. *Proceedings of the ASTIN Colloquium in Cannes*, (págs. 45-69).
- Rosenblatt, M. (1956). Remarks on Some Nonparametric Estimates of a Density Function. *The Annals of Mathematical Statistics*. 27 (3).
- Silverman, B. (1986). *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. London: Chapman & Hall.
- Tse, Y. K. (2009). *Nonlife Actuarial Models*. Cambridge University Press - M.U.A.
- Vegas Montaner, Á. (s.f.). Apuntes de Métodos Estadísticos de Estimación de la Provisión para Prestaciones Pendientes. *Universidad de Alcalá. Curso de la Escuela de Práctica Actuarial y Financiera*.
- Verrall, R. (1994). A method for modelling varying run-off evolutions in claims reserving. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 24(2), 325-332.

## Anexo

En este anexo se muestra el código de las funciones programadas en MATLAB y empleadas para las simulaciones y para la estimación de las funciones de densidad muestrales.

Función *mod\_simulation\_estress.m*: Simulación de la cartera de siniestros de modelo base y estresados

```
function X=mod_simulation_estress(year_origin,year_end,parameters_NSin,...
    parameters_Dur,parameters_Loss)

%Esta función nos permitirá simular una muestra de siniestros para los que
%se dispondrá del año del siniestro y los pagos anuales desde la ocurrencia
%del siniestro hasta su cancelación
%
%Los parámetros de entrada de la función son los siguientes:
% - year_origin : se corresponderá con el año de ocurrencia más antiguo
% - year_end : se corresponderá con el año de ocurrencia más reciente
% - parameters_NSin : se corresponderá con los parámetros asociados a la
% distribución a partir de la cual se generará el número de siniestros
% deseado para cada año de ocurrencia de los mismos. Los dos primeros
% valores del vector son los parámetros y los dos siguientes se
% corresponden con la tendencia lineal y la amplitud (en tanto por uno)
% del ciclo, para elaborar los escenarios estresados)
% - parameters_Dur : se corresponderá a los parámetros de la distribución
% de la duración en años de cada uno de los siniestros y a la duración
% máxima permitida para todos los siniestros. El cuarto elemento del
% vector es la pendiente que se introduce en el modelo estresado para
% variar el parámetro de escala de la distribución con cada año adicional
% - parameters_Loss : se corresponderá a los parámetros relacionados con
% la simulación del coste de los siniestros. Constará los siguientes
% elementos introducidos en este orden: parámetro de forma de la
% distribución gamma, parámetro s de la relación entre duración,
% parámetro de escala de la gamma, parámetro t de la relación entre
% duración y el parámetro de escala de la gamma y el parámetro de
% estres del coste en tanto por uno (se pondera la curva que relaciona la
% duración y el parámetro por (1+parametro)
% - parameters_Payment_Pattern : se corresponderá con los valores de los
% parámetros de la distribución de los factores de paso a partir de los
% cuales se generará la cadencia de pago de cada siniestro a lo largo del
% tiempo
%
%La salida de esta función será una matriz para la que las filas
%representarán cada uno de los siniestros y las columnas representarán el
%año del siniestro y los pagos para ese siniestro desde el año
%"year_origin" hasta el año "year_end + límite duración"

%En primer lugar generamos un vector de los posibles años de ocurrencia de
```

```

%los siniestros

if (year_end < year_origin) %Si el año más reciente es menor que el más
    %antiguo se corta el programa
    disp(['El año de ocurrencia más antiguo debe ser menor o igual',...
        'que el año de ocurrencia más reciente'])
    X=[];
    return
else
    Year_NSin=[year_origin:year_end]'; %En esta variable guardamos todos
    %los posibles años de siniestro desde el origen hasta el final
end

%A continuación, para cada año de origen se generará el número de
% siniestros para los que simular su coste y evolución
Year_NSin=[Year_NSin,Year_NSin]; %Duplicamos la columna y la segunda
%columna la rellenaremos con el número de siniestros

for i=1:size(Year_NSin,1)
    Year_NSin(i,2)=nbinrnd((parameters_NSin(1)+parameters_NSin(3)*(i-1))...
        *(1+parameters_NSin(4)*sin((i-1)/pi)),parameters_NSin(2),1,1);
end

%Ahora generamos la matriz de datos: tantas filas como suma de los
%elementos de la columna dos de la matriz Year_NSin y tantas columnas como
%Year_end+limiteduracion- year_origin + 1 + 1 (para el año del siniestro)
%+1 (para la duración del expediente) + 1 (para el coste final)
X=zeros(sum(Year_NSin(:,2)),year_end-year_origin+1+parameters_Dur(3) + 3);

contador=1;
for i= 1:size(Year_NSin,1)
    for j=1:Year_NSin(i,2)
        %En primer lugar en la columna 1 se guarda el año del siniestro
        X(contador,1)=Year_NSin(i,1);
        %En segundo lugar se introduce la duración
        valido=0;
        while valido==0
            aleatorio=gamrnd(parameters_Dur(1),parameters_Dur(2)+...
                parameters_Dur(4)*(i-1),1,1);
            if aleatorio <= parameters_Dur(3)
                X(contador,2)=floor(aleatorio)+1;
                valido=1;
            end
        end
        %Ahora se calcula el coste para la duración dada
        %Para simular el coste, se emplea una distribución gamma cuyo
        %primer parámetro, el de forma, se introduce en los inputs y cuyo
        %segundo parámetro, el de escala, es función de la duración a
        %partir de una relación exponencial en la que intervienen los otros
        %dos parámetros de entrada de la función
    end
end

```



```

X(contador,3)=gamrnd(parameters_Loss(1),parameters_Loss(2)*...
    exp(parameters_Loss(3)*X(contador,2))*(1+parameters_Loss(4)...
    *(i-1)),1,1);

%Ahora se calcula el patrón de pagos
years=[1:X(contador,2)];
probs=betacdf(years/years(end),-log(rand)*X(contador,2),...
    -log(rand)*X(contador,2));
vector_pesos=zeros(1,length(years));
vector_pesos(1)=probs(1);
vector_pesos(2:end)=probs(2:end)-probs(1:end-1);
vector_pesos=vector_pesos/sum(vector_pesos);
%Una vez tenemos el año, la duración, el coste y el patrón de
%pagos, cumplimentamos los pagos de cada año
%Buscamos la posición del primer pago
posicolini=X(contador,1)-year_origin+1+3;
%guardamos todos los pagos
X(contador,posicolini:(posicolini+X(contador,2)-1))=...
    vector_pesos*X(contador,3);

%Ahora se aumenta el contador para grabar el siguiente dato si lo
%hubiera en la fila siguiente
contador=contador+1;

end
end

```

### Función *triangle\_full.m*: Obtención del triángulo incremental completo

```

function [T,ultimate]=triangle_full(X)

%Esta función obtiene un triángulo de pagos para la matriz de datos X,
%que se obtiene mediante simulación con los códigos correspondientes
%La salida de esta función es una matriz de pagos por año de siniestro
%(filas) y por columnas año de desarrollo

anyo_origen=min(X(:,1));
anyo_fin=max(X(:,1));
nfilas=anyo_fin-anyo_origen+1;
[n,ncol]=size(X);

%Con estas dimensiones obtenemos el triángulo de pagos
T=zeros(nfilas,nfilas+1);
for i=0:(nfilas-1)
    indi=find(X(:,1)==anyo_origen+i);
    T(i+1,1)=anyo_origen+i;
    ultimate(i+1)=sum(sum(X(indi,4:ncol)));
    for j=2:(nfilas+1)

```

```

        if 2+j+i<=ncol
            T(i+1,j)=sum(X(indi,2+j+i));
        else
            T(i+1,j)=0;
        end
    end
end
end

```

Función *triangle\_acum.m*: Obtención del triángulo acumulado completo

```

function Tacum=triangle_acum(T)

%Esta función obtiene a partir de un triángulo de pagos por año de
%desarrollo incremental (T), su correspondiente triángulo de pagos
%acumulado (Tacum)

%Se obtiene la dimensión de la matriz
[n,m]=size(T);

%Se genera la matriz de salida con igual dimensión que la de entrada
Tacum=T;

%Ahora se van acumulando las columnas de izquierda a derecha
for i=2:m
    Tacum(:,i)=Tacum(:,i-1)+T(:,i);
end

```

Función *chainladder.m*: Obtención del triángulo completado según modelo seleccionado

```

function [T,ultimate]=chainladder(T,Tipo,ndiag)

%Esta función devuelve el triángulo completado y el coste a ultimate para
%un triángulo de siniestralidad de pagos acumulado.
%Los inputs de la función son los siguientes:
% - T: Es una matriz cuadrada por año de desarrollo que contiene los
% pagos acumulados
% - Tipo: Es una variable que puede tomar los siguientes valores:
% (1) Link Ratio Aritmético: Se obtienen los factores de paso de
% forma individual, los cuales se promedian
% (2) Chain Ladder: Se obtienen los factores de paso ponderando por
% los pagos actuales de siniestros
% (3) L.R. Regresion: Se realiza una regresión si se dispone de al
% menos 5 diagonales. Se calculan los factores individuales (Link

```

```

%      Ratio) y se hace su regresión frente al tiempo. Si no hay 5
%      diagonales, los factores de paso se calculan según Chain Ladder
%      - ndiag: Es una variable que representa el número de diagonales máximo
%      a tener en cuenta para el cálculo de los factores de paso. Para el tipo
%      (3) deberá ser un número mayor que 5, en caso contrario se tomará igual
%      a 5.

%En primer lugar verificamos la condición del número de diagonales si el
%tipo es (3)
if Tipo==3
    ndiag=max(5,ndiag);
end

%Se obtiene la dimensión del triángulo
[n,m]=size(T);

%A continuación se procede al cálculo de los factores de paso dependiendo
%de la variable Tipo

if Tipo==1 %Se calculan los factores de paso individuales
    %Se genera una matriz de igual tamaño que la matriz T
    Factores=zeros(n,m);

    %Se anula la primera columna que no tendrá factor de paso
    Factores(:,1)=0;
    for i=1:n-1
        for j=2:m+1-i
            Factores(i,j)=T(i,j)/T(i,j-1);
        end
    end

    %Se genera otra matriz donde se guardarán los factores estimados según
    %el número de diagonales (primera fila) y los mismos factores
    %acumulados (segunda fila)
    Fact.est=zeros(2,m);
    for i=2:m
        Fact.est(1,i)=mean(Factores(max(m+2-i-ndiag,1):m+1-i,i));
        mean(Factores(max(m+2-i-ndiag,1):m+1-i,i));
    end
    Fact.est(2,m)=Fact.est(1,m);
    for i=m-1:-1:2
        Fact.est(2,i)=Fact.est(2,i+1)*Fact.est(1,i);
    end
    Fact.est;

elseif Tipo==2 %Se calculan los factores de paso ponderando (Chain Ladder)
    %Se genera una matriz donde se guardarán los factores estimados según
    %el número de diagonales (primera fila) y los mismos factores
    %acumulados mediante su producto (segunda fila)
    Fact.est=zeros(2,m);
    for i=2:m

```

```

        Fact.est(1,i)=sum(T(max(m+2-i-ndiag,1):m+1-i,i))/sum(...
            T(max(m+2-i-ndiag,1):m+1-i,i-1));
    end
    Fact.est(2,m)=Fact.est(1,m);
    for i=m-1:-1:2
        Fact.est(2,i)=Fact.est(2,i+1)*Fact.est(1,i);
    end
    Fact.est;

elseif Tipo==3 %Se calculan los factores a través de modelos de regresión
    %simple. Se calculan los factores de paso individuales (Link Ratio).
    %Se genera una matriz de igual tamaño que la matriz T
    Factores=zeros(n,m);

    %Se anula la primera columna que no tendrá factor de paso
    Factores(:,1)=0;
    for i=1:n-1
        for j=2:m+1-i
            Factores(i,j)=T(i,j)/T(i,j-1);
        end
    end
    %Se genera otra matriz donde se guardarán los factores estimados según
    %el número de diagonales (primera fila) y los mismos factores
    %acumulados (segunda fila)
    Fact.est=zeros(2,m);
    for i=2:m
        if length([max(m+2-i-ndiag,1):m+1-i])>=5 %Si tenemos 5 o más
            %elementos se calcula la regresión
            Fact.est(1,i)=mean(Factores(max(m+2-i-ndiag,1):m+1-i,i));
            y=(Factores(max(m+2-i-ndiag,1):m+1-i,i));
            x=[max(m+2-i-ndiag,1):m+1-i];
            mean_y=mean(y);
            mean_x=mean(x);
            covarianza=cov(x,y);
            varianza_x=covarianza(1,1);
            beta=covarianza(1,2)/varianza_x;
            alpha=mean_y-mean_x*beta;
            proyeccion=alpha+beta*(m+1-i+1);
            Fact.est(1,i)=proyeccion;
        else %Si hay 4 o menos elementos se calcula el ponderado
            %disp('Ponderado')
            Fact.est(1,i)=sum(T(max(m+2-i-ndiag,1):m+1-i,i))/sum(...
                T(max(m+2-i-ndiag,1):m+1-i,i-1));
        end
    end
    Fact.est(2,m)=Fact.est(1,m);
    for i=m-1:-1:2
        Fact.est(2,i)=Fact.est(2,i+1)*Fact.est(1,i);
    end
    Fact.est;
end

```

```

%Ahora que se tienen los factores de paso, se rellena el triángulo original
%con los factores de paso acumulados
for j=2:m
    for i=n-j+2:n
        T(i,j)=T(i,j-1)*Fact.est(1,j);
    end
end
ultimate=T(:,m);

```

### Función *extractor.m*: Extracción de los pagos futuros por año de pago

```

function pagosfuturos=extractor(T)

%Esta función extrae la parte triangular inferior de la matriz en la que
%aparece el desarrollo de los pagos futuros. Además, lo hace de forma
%incremental, para que cada diagonal contenga los pagos de un año
%determinado y finalmente reordena la matriz de forma que la columna 1 se
%corresponda con los pagos del próximo año, la segunda con los del año 2 y
%así sucesivamente.
%El input de la función es una matriz cuadrada de pagos desarrollados
%hasta el ultimate

%En primer lugar se obtiene la dimensión de la matriz (que será cuadrada)
[n,m]=size(T);

%En segundo lugar se obtienen los pagos incrementales, es decir, la primera
%columna se queda igual y las siguientes columnas se obtienen como la resta
%entre la columna en cuestión y la de su izquierda

T2=T; %Generamos una matriz de iguales valores que la de entrada que con-
%tendrá los pagos incrementales por año de origen y año de desarrollo

for i=2:m %Para cada columna salvo la primera
    T2(:,i)=T(:,i)-T(:,i-1); %Se restan columnas contiguas para pagos incr.
end

%Finalmente se reordena la matriz para eliminar los pagos reales y
%proyectar hacia la izquierda los pagos futuros. Se procede fila a fila.
%Los valores a la derecha del pago a ultimate se hacen cero.
for i=1:n
    T2(i,:)= [T2(i,m-i+2:m), zeros(1,m-i+1)];
end

%Se guarda la salida en la variable correspondiente
pagosfuturos=T2;

```

Función **BestEstimate.m**: para el cálculo de la *Mejor Estimación* a partir de triángulo de pagos futuros

```
function BELSin=BestEstimate(T, Curvas_desc, Ajuste_vol)

%Esta función calcula el Best Estimate de siniestros a partir de los
%siguientes inputs
% - T: Matriz de pagos futuros ordeanados por año de siniestro y año de
% pago
% - Curvas_desc: Matriz con tres columnas que contienen las curvas de
% descuento de EIOPA. La primera columna es el período de pago, la
% siguiente es la curva de descuento sin ajuste de volatilidad y la
% tercera la curva de descuento con ajuste de volatilidad
% - Ajuste_vol: es un indicador que muestra si el descuento se hace
% con(valor igual a 1) o sin (valor igual a 0) ajuste de volatilidad

%En primer lugar se obtiene la dimensión de la matriz cuadrada T
[n,m]=size(T);

%En segundo lugar se obtiene el vector de pagos futuros como total de las
%columnas de la matriz T

%Se define el vector
pagos=zeros(1,m);

%Se rellenan los pagos del vector
for i=1:m
    pagos(i)=sum(T(:,i));
end

%Ahora se realiza el cálculo y se guarda en la variable
BELSin=0;
for i=1:m
    BELSin=BELSin+pagos(i)/(1+Curvas_desc(i,2+Ajuste_vol))^i;
end
```

Función **kernel\_density\_estimation.m**: Estimación de las funciones de densidad tipo kernel

```
function f=kernel_density_estimation(x,par_suavizado,par_extension)

%En esta función se obtiene a partir de una muestra aleatoria una
%estimación suave de la función de densidad empírica basada en el kernel
%Gaussiano
```

```

%En primer lugar se obtienen los máximos, mínimos y rangos para obtener el
%vector sobre el que se calculará la densidad.
minimo=min(x);
maximo=max(x);

%Se obtiene el rango de valores para extenderlo y tomar más información que
%la contenida entre mínimo y máximo
rango=maximo-minimo;
%Se calcula la cantidad a extender a izquierda y derecha
extension=par_extension*rango;
%Se fijan los valores mínimos y máximos extendidos para la obtención de la
%densidad
min_xplot=floor((minimo-extension)*100)/100;
max_xplot=floor((maximo+extension)*100)/100;
%Se obtiene el factor de paso entre puntos del mallado y el número total de
%puntos de cálculo
paso=(max_xplot-min_xplot)/1000;
npuntos=length([min_xplot:paso:max_xplot]);
f=zeros(npuntos,2);
f(:,1)=[min_xplot:paso:max_xplot];

%Ahora para esos valores de x se obtiene la estimación de la densidad
%empírica
if par_suavizado==0 %Si se introduce igual a cero se usa la regla
    %de la gaussiana
    par_suavizado=(4*var(x)^2.5/(3*length(x)))^0.2;
end

%A continuación se realiza la estimación. En la segunda columna de la
%matriz f se guardará la densidad
for i=1:npuntos
    for j=1:length(x)
        u=(f(i,1)-x(j))/par_suavizado;
        f(i,2)=f(i,2)+exp(-0.5*u^2)/sqrt(2*pi);
    end
end
f(:,2)=f(:,2)/(length(x)*par_suavizado);

```