Máster Universitario en Ciencias Actuariales y Financieras.
2018-2019

Trabajo Fin de Máster

Implicaciones teóricas y optimización del binomio rentabilidad-riesgo por ALM

Pablo Lorente Eguilior
Tutor/es
José Miguel Rodríguez Pardo
Jesús Ramón Simón del Potro

Madrid, 27 julio 2019.

En caso de obtener una calificación igual o superior a 9.0 (Sobresaliente), autorizo la publicación de este trabajo en el centro de Documentación de la Fundación Mapfre.

■ Sí, autorizo a su publicación.
□ No, desestimo su publicación.

Firmado:

RESUMEN

El principal riesgo al que se enfrenta el sector asegurador, más en concreto el ramo de vida, es poder hacer frente a sus obligaciones futuras sin que éstas supongan una amenaza en su solvencia en el largo plazo. A raíz de la crisis, los requerimientos regulatorios se endurecieron, aflorando nuevas normativas para el sector financiero como Solvencia II y Basilea III. Estas nuevas regulaciones, incorporan la obligación de una gestión eficiente del balance activo pasivo si se pretende reducir los requerimientos de capital exigidos, aunque en ocasiones, su aplicación es insuficiente si se quiere minimizar riesgos a la vez que se lleva una gestión óptima de la cartera de inversión.

El objetivo de esta tesis es la de resumir las distintas implicaciones de la gestión de inversiones en una compañía aseguradora ligada a carteras del ramo vida-ahorro, conocido comúnmente como ALM (Asset and Liability Management). Se explicarán los distintos riesgos a los que se exponen estos productos y las técnicas de las que dispone la aseguradora a la hora de inmunizarse frente a ellos. Además, se expondrán los efectos de esta gestión en distintos ámbitos: control de riesgos (estructural, crédito y de tipo de interés), consumo de capital (SCR) bajo regulación de Solvencia II, diversificación de las inversiones (Asset Allocation), reporting contable (IFRS).

Una vez expuestas las implicaciones teóricas, se desarrollará una herramienta de optimización basada en programación lineal, con el fin de encontrar la cartera óptima dentro de nuestra base de activos de renta fija disponibles, dado un riesgo, duración y selección de activos objetivo, maximizando el rendimiento obtenido por la cartera.
Con el fin de que cada usuario de esta herramienta se sitúe en el punto óptimo entre rentabilidad y apetito al riesgo deseado, se expondrá la distribución de pérdidas esperada de la cartera óptima a través del desarrollo de un modelo de crédito basado en Cadenas de Markov. Este modelo echará mano de la simulación estocástica para así obtener los posibles estados futuros de nuestra cartera hasta vencimiento, obteniendo la distribución de probabilidad de las pérdidas esperadas por impagos o defaults.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

1. Gestión ALM (Asset and Liability Management)

1.1 Intoducción

Asset and Liability Management (ALM) es un concepto ampliamente extendido en el sector financiero, tanto bancario como asegurador, teniendo un auge a mediados de los años 70, y produciéndose su completa aplicación desde finales de los 80, momento en el que el sector asegurador y de fondos de pensiones comenzó a tomar el ALM como una técnica fundamental a la hora de gestionar sus productos de vida-ahorro (Bragta, Steehouwerb, & Waalwijka, 2010). El ALM se basa en la gestión del balance económico de la entidad, desligándose de la imagen estática que éste nos da, y proyectando sus flujos a futuro con el fin de obtener una estimación de cobros y pagos en cada uno de los años, tratando de corregir sus asimetrías para así aminorar los riesgos asumidos, principalmente por tipo de interés y liquidez. La definición que nos presenta SOA (Society of Actuaries) sobre el ALM es la siguiente:

"Se entiende por ALM la práctica de gestión de un negocio de manera tal que las decisiones relativas a los Activos y Pasivos estén coordinadas. Puede definirse como el proceso continuo de formular, poner en práctica, supervisar y revisar las estrategias relacionadas con los Activos y Pasivos, con el fin de alcanzar los objetivos financieros fijados para un conjunto dado de tolerancias y restricciones de riesgo. ALM es de importancia vital para la sólida gestión financiera de toda institución que realiza inversiones para hacer frente a sus compromisos"

Si comparamos la gestión del ALM en compañías aseguradoras y entidades bancarias, encontramos grandes diferencias. Aunque el fundamento de fondo es el mismo, la diferencia entre los productos que comercializan cada compañía, hace que la modelización de los pasivos diste mucho entre una y otra, por lo general, con productos más complejos y con más garantías en el sector asegurador. Por otro lado, el sector bancario se caracteriza por realizar inversiones de carácter más arriesgado, sobre una gran variedad de instrumentos financieros y, por lo tanto, también más difíciles de modelizar.

Como hemos comentado, a finales de los 80, las aseguradoras de vida y planes de pensiones comenzaron a condicionar su política de inversiones en base a los flujos de pasivos estimados, tratando así de maximizar el rendimiento futuro. Este auge se extendió al mundo académico, donde surgiendo multitud de técnicas y enfoques para la gestión del balance económico de la compañía y que resumiremos más adelante. Aunque su ámbito de aplicación se ha acotado a empresas financieras por su abultado balance y la incertidumbre y longevidad de sus pasivos, puede ser aplicable a cualquiera entidad cuyo activo y pasivo sufran un desfase temporal. (González, Sandias, & Rodriguez).

Focalizándonos en el sector asegurador, la gestión del ALM ha tenido históricamente una mayor presencia en el ramo de vida debido a la longevidad de sus pasivos y la política de inversiones a más largo plazo que el ramo de no vida. A pesar de esto, las grandes aseguradoras llevan tiempo impulsando el ALM para este ramo, ya que, aunque su obligación contractual suela ser de un año, los gastos ocasionados por los siniestros acontecidos, pero no reportados (IBNR) provocan que la temporalidad de los pasivos asociados a estas pólizas pueda alargarse hasta los 4 o 5 años después de dicha obligación. A pesar de esto, de aquí en adelante nos focalizaremos en el ramo vida ahorro donde, una correcta gestión del ALM determinará en gran medida la rentabilidad de cualquier producto.

1.2 Riesgos de carteras de vida

Alineándonos con el concepto de Solvencia II, entendemos por "riesgo" a la variación inesperada en los fondos propios de la empresa que pueda poner en peligro su solvencia a futuro. Como ya sabemos, la actividad aseguradora está basada en la transferencia de riesgos por parte del cliente, siendo necesaria una capacidad de gestión, diversificación y de selección de estos. Estos riesgos pueden venir por variaciones inesperadas tanto por la parte de activo/inversiones, como del pasivo. A continuación, explicaremos los distintos riesgos a los que se enfrenta una cartera de vida ahorro:

1.2.1 Riesgo de crédito:

Hace referencia a la posibilidad de sufrir un impago por parte del emisor de cualquier tipo de instrumento de renta fija y es por ello, una parte fundamental a la hora de valorar este tipo de instrumentos. Cuanto mayor riesgo asuma una inversión, mayor tasa de retorno (TIR) se le exigirá. Una correcta selección y diversificación de activos (Asset Allocation) será fundamental, tratando de maximizar la rentabilidad de la cartera, sin por ello asumir un mayor riesgo del deseado.

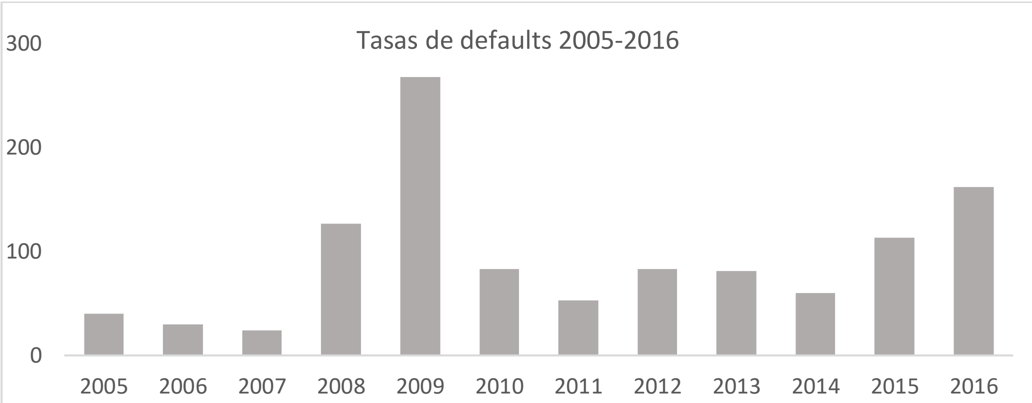

Figura 1 - Tasas históricas de impagos o defaults. Fuente: Moodys

1.2.2 Riesgo de tipo de interés:

El mayor riesgo al que se enfrentan las aseguradoras es la variación en los tipos de interés. Esta variación, afectará tanto a nuestro tipo de reinversión de los activos como al tipo de valoración de nuestros activos y pasivos. Dado que los productos comúnmente comercializados en el ramo de vida ahorro poseen un tipo de interés garantizado, y muchos otros un tipo de interés mínimo con un componente variable como la participación en beneficios o "profit sharing", una variación en los tipos de interés puede producir un descuadre en el balance de la compañía. Este es el principal riesgo que enfrenta el ALM, siendo una gestión conjunta de nuestros activos y pasivos la única forma de inmunizar nuestro balance ante estos cambios. (Abad & Benito)

- Subida de tipos: a pesar de que nuestro tipo de reinversión subirá, la valoración de nuestros activos de renta fija caerá, por lo que, puede generar una caída de cartera en productos con posibilidad de rescate y fuertes pérdidas si este rescate se realiza a provisión matemática.

- Bajada de tipos: el valor de mercado de nuestra cartera incrementará, aunque si el tipo de reinversión cae por debajo de nuestro tipo garantizado y nuestros activos en cartera no son suficientes para compensar esta diferencia, la cartera será deficitaria.

Hay dos medidas clave en la cuantificación del riesgo de tipo de interés de un bono o instrumento de renta fija: la duración modificada y la convexidad.

La duración modificada representa la primera derivada del precio del bono en función del tipo de interés, es decir, la variación del precio ante cambios en los tipos de interés. Esta relación es inversa, ante subida en los tipos de interés bajará el precio del bono y viceversa.

$$\text{Duración Modificada} = -\frac{1}{(1+r)} \times \frac{\sum_{t=1}^{T} \frac{Cf(t)}{(1+r)^{t}}}{P}$$

Donde:

- t: tiempo entre cobro y momento actual en años
- Cf: cupón en el momento t.
- r: TIR de mercado del bono.
- P: Precio del bono

Es la medida de riesgo más importante y representativa de un bono, y uno de los conceptos clave del ALM tanto a nivel regulatorio como a la hora de minimizar riesgos.

Igualando la duración del activo con la del pasivo, conseguiremos inmunizar parcialmente nuestra cartera ante cambios en los tipos de interés, y decimos parcialmente, ya que los cambios en los tipos de interés también generan variación en la duración. Para calcular esta variación, introducimos el concepto de convexidad.

La convexidad es la segunda derivada del precio de un bono en función del tipo de interés, es decir, mide la variación de la duración modificada ante cambios en los tipos de interés. Dado que la función que representa el cambio del precio frente a cambios en los tipos de interés no es lineal, la convexidad recoge las variaciones de la duración modificada cuando los cambios en los tipos de interés sean significativos.

$$\text{Convexidad} = \frac{1}{P\,(1+r)^{\,2}} \sum_{t=1}^{T} \frac{Cf(t)}{(1+r)^{t}} (t^2 + t)$$

Graficar la duración y convexidad del bono respecto a su precio nos da una visión muy clara de ambos conceptos y cómo afectan a dicho precio. La línea naranja representa la variación del bono explicada únicamente por la duración modificada y la línea azul, representa la variación real del precio del bono.

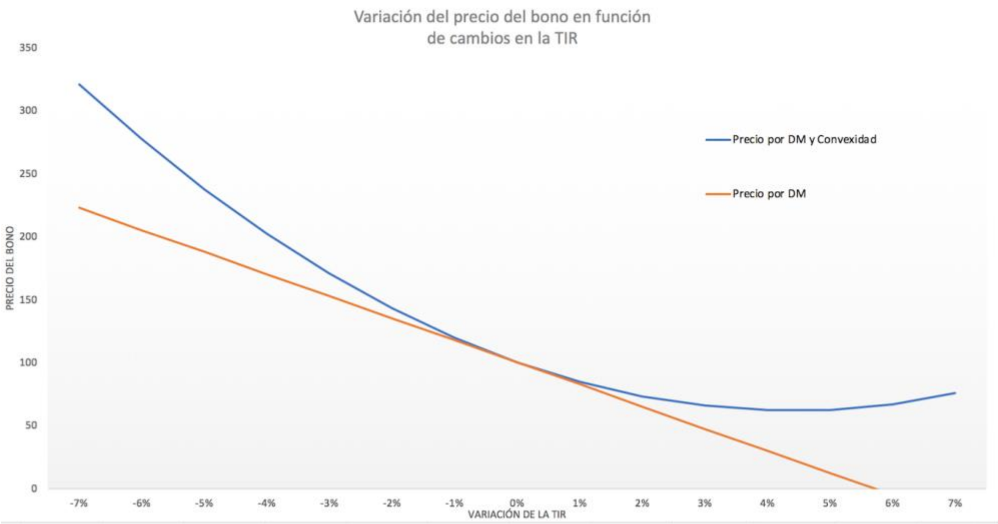

Figura 2 - Precio del bono según Duración y Convexidad

Como hemos comentado, igualando la duración de activos y pasivos conseguimos mitigar una gran proporción del riesgo por tipo de interés, aunque únicamente podremos inmunizarnos completamente igualando tanto duración como convexidad, siendo muy complejo este hecho, teniendo en cuenta que son datos dinámicos y que las variaciones en las estimaciones de flujos de pasivos generaran cambios tanto en su duración y convexidad.

1.2.3 Riesgo de liquidez

Desde el un enfoque de finanzas corporativas, el riesgo de liquidez supone la falta de tesorería para hacer frente a nuestras obligaciones a corto plazo. Una mala previsión de los flujos futuros puede provocar que, a pesar de que tener un balance solvente y nuestras carteras presenten rentabilidad positiva, nuestra liquidez sea insuficiente para realizar los pagos previstos. Respecto a las finanzas de mercado, el riesgo de liquidez supone la imposibilidad de vender un activo por la falta de compradores de este en el mercado, esto puede provocar que, bien tengamos que esperar un plazo determinado para dar salida a este de nuestra cartera, bien estemos dispuestos a rebajar su valor de venta. Al rendimiento extra que un inversor requiere por la falta de liquidez de su inversión se le denomina prima de iliquidez.

1.2.4 Riesgo de mercado:

Variación en los precios de mercado que supongan una variación negativa en el valor de nuestra cartera. Las inversiones en activos de renta variable son especialmente sensibles a este riesgo, mientras que el riesgo de mercado de los activos de renta fija vendrá ligado bien a variaciones en los tipos de interés o bien a mayores probabilidades de impago de un emisor o sector en conjunto.

1.2.5 Riesgos actuariales

Además de los riesgos financieros, las carteras de vida ahorro y fondos de pensiones están muy afectados por la correcta predicción de los pasivos, es decir, las estimaciones actuariales de la mortalidad o longevidad de sus asegurados. Los riesgos actuariales hacen referencia a la mala tarificación o estimación del valor actuarial y de flujos de los productos. Sin una correcta estimación de nuestros flujos de pasivos será imposible una correcta gestión ALM.

1.3 Cash Flow Matching (CFM)

Cash Flow Matching (CFM) es la técnica más común en la implementación del ALM. Su fundamento es muy sencillo, consiste en el casamiento de los flujos futuros de cobro y pago para así evitar asimetrías en la tesorería que puedan generar riesgos de solvencia, liquidez y sobretodo de tipo de interés. (Yan & Rodríguez-Pardo, 2015)

La complejidad entra cuando asumimos que los flujos futuros son variables inciertas, resultado de la combinación de muchas variables aleatorias. El ALM echa mano de modelos financiero-actuariales basados comúnmente en modelos estocásticos que tienen en cuenta las posibles variaciones de estas variables aleatorias para dar su mejor estimación sobre estos flujos futuros.

Incluso para los casos en los que los flujos de activo futuros sean “ciertos”, dada la inversión de la provisión matemática en activos de renta fija, la probabilidad de impago de estos activos deberá ser igualmente modelado, aplicando modelos de riesgo de crédito que descuente la pérdida esperada de estos flujos. Por otro lado, para carteras de vida-ahorro con flujos de pasivo con vencimientos mayores de los que nos ofrece el mercado de renta fija, será necesario implementar modelos de estimación de tipos de interés futuros (por ejemplo el modelo Hull-White), para estimar el tipo de reinversión medio y su función de distribución. (Iyengar & Ma)

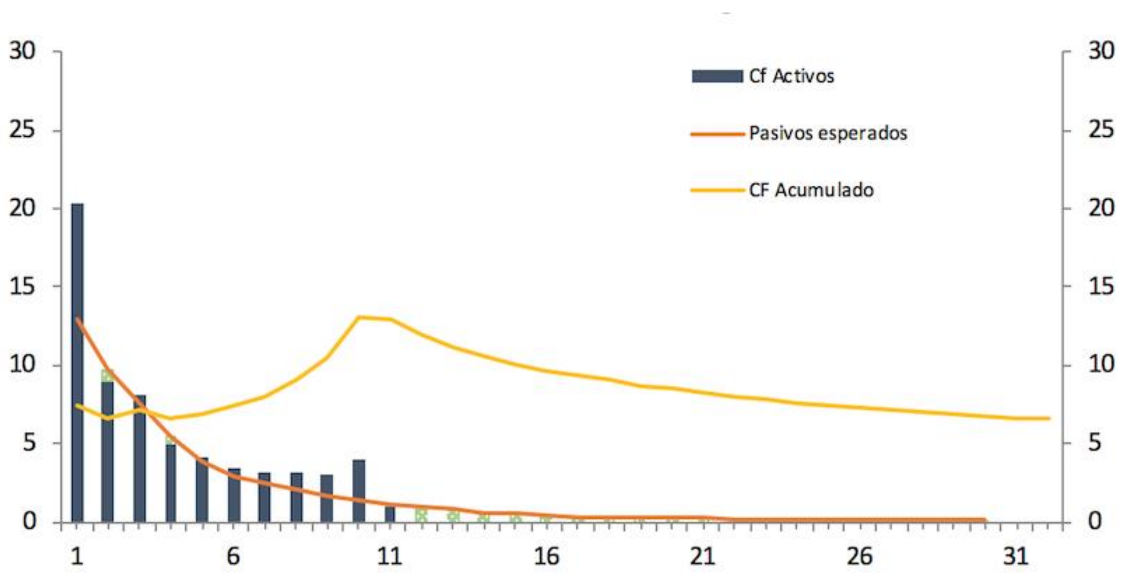

Figura 3 - Cash flow Matching de cartera de rentas vitalicias

Respecto al lado del pasivo, la dificultad se presupone aún mayor, no solo por la ya compleja estimación de la mortalidad futura propia de los productos de vida, sino por las garantías y asimetrías que incorporan la mayoría de planes de pensiones y seguros de vida-ahorro.

Las condiciones cambiantes tanto del mercado como de las hipótesis que tomemos a la hora de modelizar nuestros pasivos con mayor precisión hacen que el CFM requiera de una gestión activa de la cartera, debiendo chequear recurrentemente el estado de nuestro casamiento para confirmar que no haya sufrido variaciones que pongan en riesgo nuestra rentabilidad.

1.4 Inmunización por Duraciones (ID)

La inmunización por duraciones (ID) es la otra técnica dentro de ALM que nos permite inmunizarnos ante el riesgo de tipo de interés. Aunque su implementación pueda parecer más sencilla que en el Cash Flow Matching, nos enfrentaremos a la misma complejidad a la hora de modelizar los pasivos y obtener su duración y convexidad estimadas. A pesar de ello, supone la aproximación más sencilla para realizar un ALM, pudiendo mitigar una buena parte de riesgo por variaciones en los tipos de interés sin necesidad de implementar complejos modelos basados en flujos.

El objetivo de la ID es el de casar la duración de los activos con la de los pasivos, consiguiendo de esta forma que las variaciones paralelas en la curva de tipos afecten de igual manera a la valoración de ambos.

Una de las desventajas de este método es su falta de inmunización ante cambios no paralelos en la curva de tipos (ETTI), como el aplanamiento o empinamiento de la curva (steepening y flattening). Por lo general, la convexidad de los pasivos es mayor que la de los activos, haciendo necesario una gestión constante de la cartera de activos para ajustar las diferencias en duraciones que se producen a lo largo del tiempo

1.5 Modelización ALM

Como se ha comentado anteriormente, la modelización de forma separada de los activos y pasivos de una entidad aseguradora o fondo de pensiones continúa siendo a día de hoy una labor muy compleja, especialmente en productos garantizados o cuando las inversiones se realizan en activos complejos o alternativos (como consecuencia del entorno de tipos de interés casi nulos), con escasa información histórica y flujos de futuro difícilmente predecibles.

A pesar de ello, la verdadera complejidad del ALM radica en modelizar las interacciones entre nuestros activos y nuestros pasivos. La cantidad de variables aleatorias a tener en cuenta y especialmente la interdependencia entre ellas produce que la generación de nuestros flujos futuros esperados y de su distribución de probabilidad sea de gran dificultad.

La forma de modelizar esta interacción es mediante simulación estocástica. El objetivo de la simulación estocástica, es la predicción de la distribución de probabilidades de un problema mediante la proyección de posibles escenarios futuros. Estos posibles escenarios estarán determinados por las variables aleatorias que contenga nuestro modelo, y para las cuales, será fundamental estudiar sus interrelaciones pasadas con el fin de encontrar parámetros fiables y así poder simular los posibles escenarios futuros. Para optimizar estos problemas de simulación estocástica se recurre a la llamada programación estocástica.

Nuestro resultado dependerá de la precisión con la que consigamos definir las variables relevantes para nuestro modelo, la correlación existente entre ellas y la correcta forma de generar cada escenario.

Para la gestión de activos y pasivos, la variable a optimizar será la rentabilidad final obtenida por una cartera, sujeto por un lado a todas las variables financieras que afectan a nuestros activos: tipos de interés, inflación, crecimiento económico, tipos de cambio, etcétera; mientras que, por el lado de pasivos, estaremos sujetos a los cambios en las tasas de mortalidad y longevidad, eventos catastróficos, etcétera.

Existen multitud de modelos aplicables a la generación de escenarios para la gestión del ALM, algunos de los más famosos son:

- Modelo de Mulvey (1995): toma una gran cantidad de variables de mercado, estableciendo una relación unidireccional entre ellas de forma que, las variables más relevantes afectan directa y unidireccionalmente a otras variables que a su vez, afectan a unas terceras, creando así una pirámide de generación. La distribución de estas variables sigue un proceso browniano.

- Modelo de Wilkie (1984, 1992): la relación entre las variables se produce de igual forma que en el modelo de Mulvey, con la diferencia de que el número de variables es significativamente menor y que la generación de escenarios se produce a través de un proceso AR (1) (autorregresivo de orden 1), en la que cada variable está relacionada con su estado anterior y a su vez con el estado anterior de otras variables.

- Cariño (1994): es el modelo en principio más básico de los tres, ya que asume que todas las variaciones en los activos de nuestra cartera están explicadas únicamente por tres factores: los tipos de interés, la rentabilidad de los índices de referencia de la renta variable y los tipos de cambio entre divisas. La forma de generar aleatoriedad es simular los distintos estados de estas variables, las cuáles siguen una distribución discreta.

2. Regulación del ALM en el sector asegurador español

Uno de las consecuencias más visibles en el mundo financiero tras la crisis mundial vivida en 2007 son las nuevas normativas que han surgido y a la que las entidades financieras están expuestas. Tanto los reguladores bancarios como aseguradores han endurecido sus requerimientos, demandando un mayor control de su gestión en conjunto, medición de riesgos a los que se enfrentan y en especial de requerimientos de capital exigidos a las compañías. El fin de estas regulaciones no es más que la de asegurar el correcto funcionamiento del sistema financiero, proporcionando protección tanto a clientes como trabajadores y accionistas. (Sánchez, Agosto 2014)

Solvencia II supone un avance en la medición real de los riesgos a los que se enfrentan las aseguradoras, estableciendo una relación mucho más justa entre el riesgo asumido y el requerimiento de capital que su antecesora Solvencia I. El requerimiento de capital requerido por Solvencia II, llamado SCR, se calcula con el fin de ser suficiente para cubrir las pérdidas no esperadas por la compañía en 199 de cada 200 casos (99,5% de probabilidad). Esta regulación, consta de diferentes módulos, los cuales abarcan las distintas tipologías de riesgos a los que se enfrentan las aseguradoras, diferenciando por ramo de negocio y tipología de riesgo: vida, no vida, salud, mercado.

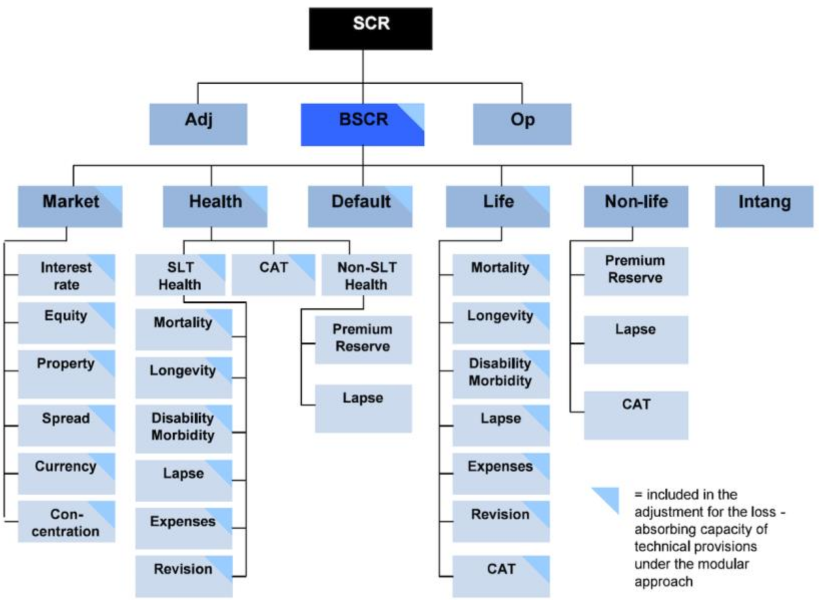

Figura 4 - Submódulos de SCR

En esta tesis podré el foco en los riesgos contemplados en el SCR relacionados con la política de inversión de la aseguradora y recogidos en el módulo de mercado.

2.1 Cálculos del requerimiento de Capital (SCR)

En primer lugar, el riesgo por tipo de interés será calculado como la exposición de nuestra cartera ante cambios en los tipos de interés, aunque estos serán compensados con la variación de los pasivos, como hemos comentado anteriormente, si poseemos un macheo perfecto ya sea por Cash Flow Matching o por Inmunización por Duraciones, la exposición a esta variación en los tipos de interés será nula ya que, los incrementos o diminuciones en el valor de nuestros activos se producirán con la misma magnitud en los pasivos. Por ello no tendremos en cuenta la carga de capital por este submódulo en la optimización que realizaremos más adelante, dado que la finalidad de nuestra cartera es inmunizarnos ante él.

El resto de riesgos vendrá marcado por la tipología de inversiones que realicemos y su selección de activos o Asset Allocation. A modo de resumen, las inversiones inmobiliarias cargarán un 20 % de capital, mientras que el equity o renta variable cargará un 39 %. A este porcentaje se le podrá aplicar un factor correctivo en caso de que nuestra inversión haya sufrido ya una depreciación significativa, asumiendo que la rentabilidad de la renta variable revertirá a la media histórica. La alta carga de capital que supone, es uno de los motivos por lo que el sector asegurador evita en gran medida las inversiones en renta variable.

La concentración de las inversiones del sector seguros en renta fija, y el riesgo de crédito que esta conlleva, hace que la partida que suele tener mayor peso sobre el total de SCR sea el submódulo de riesgo de diferencial o spread. Esta carga, graba las inversiones en instrumentos de deuda, interpretando como riesgo la duración del bono y su rating proporcionado por las agencias de calificación. La normativa se modificó en 2012 para no cargar capital por riesgo de spread a bonos soberanos emitidos por países de la Unión Europea. Esta medida se llevo a cabo por la oleada de ventas de bonos soberanos europeos con baja calificación crediticia a raíz de la crisis vivida en Europa la cuál mantuvo a España y otras potencias europeas al borde de la quiebra y provocó el default de Grecia.

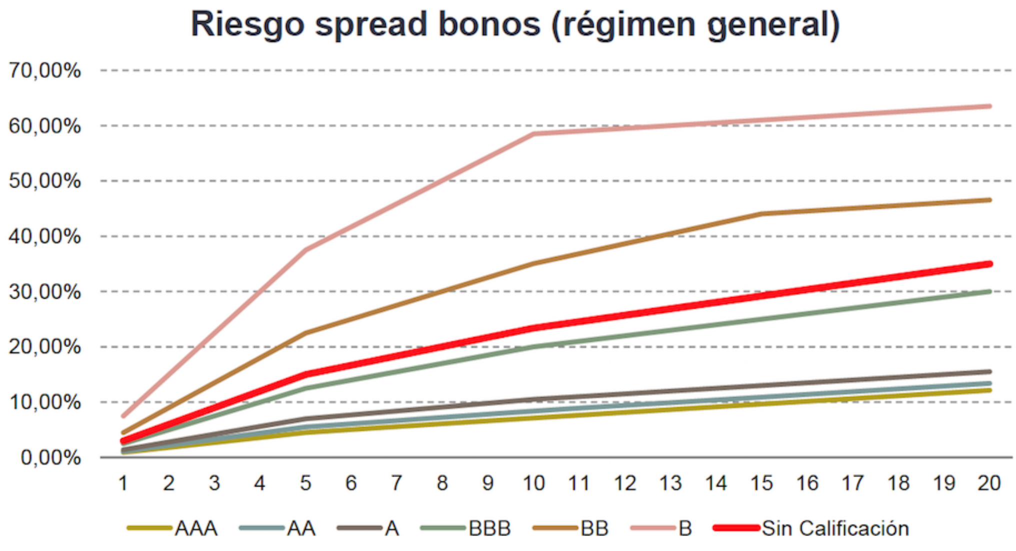

Figura 5 - Carga de capital según rating por submódulo de spread

Por último, el Asset Allocation y diversificación de nuestra cartera tendrá igualmente impacto en el SCR a través del submódulo de concentración, el cuál penaliza la exposición de nuestra cartera sobre un mismo emisor. Este submódulo penaliza a inversiones que entren dentro de la clasificación de renta fija, inmuebles y renta variable.

El umbral de concentración partirá del 3 % para títulos con rating menor de A y del 1,5 % para bono por debajo de él. Igualmente, según su calidad crediticia se establecerá una carga de capital que irá desde el 12 % para bonos AAA o AA, del 21 % para bonos A y de 27 % y 73 % para bonos BBB e inferiores respectivamente. Para inversiones inmobiliarias penaliza a partir de un 10 % de exposición sobre el mismo inmueble con un 12 % de carga de capital.

El submódulo de divisa cargará capital por nuestra exposición a riesgos de variaciones en los tipos de cambio desfavorables en la valoración de nuestro activo. Bajo fórmula estándar, se cargará la pérdida generada por un incremento o disminución de un 25 % en los tipos de cambio a los cuáles estemos expuestos.

Por último, todos estos submódulos se integran dentro del riesgo de mercado a través de una matriz de correlaciones, disminuyendo su carga de capital total debido a la relación inversa entre alguna de las variables. Como ejemplo, si los tipos de interés suben, la renta variable e inmuebles tienden a caer.

2.2 Tipo de descuento de la provisión matemática

Independientemente de los beneficios que tiene la gestión ALM en los requerimientos de capital exigidos por Solvencia II, también tiene beneficios contables en cuanto al tipo de interés técnico usado para descontar los flujos de pasivos a valor presente, aminorando nuestros pasivos e incrementando el valor de nuestros fondos propios.

El tipo técnico general que establece el reglamento (antiguo ROSSP y actualmente el ROSSEAR) es el resultado de multiplicar la media de la rentabilidad del bono español en el último trimestre por 60 %. La DGS publica trimestralmente este dato de referencia. Para aumentar este tipo, la compañía aseguradora deberá implementar macheo por flujos (CFM) o inmunización por duraciones (ID), según las condiciones establecidas en la norma (artículo 33).

Las restricciones generales para poder aumentar el tipo técnico de nuestra póliza son que:

- Los pasivos estén correctamente definidos y englobados en una póliza con iguales condiciones.
- Los activos deben estar categorizados en esta cartera, sin posibilidad de que haya solidaridad entre pólizas. Además, estos activos deberán haber sido comprados con un rating mínimo de BBB- (investment grade) y no podrán caer por debajo de B-.
- Se deberán realizar controles trimestrales sobre el cumplimiento de los requisitos.
- La tasa de retorno interna (TIR) de la cartera, deberá ser mayor o igual al tipo técnico. Posteriormente, se le aplicará un factor de corrección según su calidad crediticia (al igual que para el consumo de capital de Solvencia II, los bonos soberanos europeas computarán como calidad crediticia nivel 1 según la Orden Ministerial del 22/02/2012).

Grupo de riesgo	*Rating*	*CFM*	*ID*
1	AAA/AA	95%	93%
2	A	92%	90%
3	BBB	89%	87%
4	BB	80%	78%
5	B	63%	61%

Tabla 1 - Factores de corrección ROSSEAR

Particularmente, tendremos restricciones según la clase de inmunización por la que optemos, CFM o ID. Las regulaciones particulares para el sistema CFM son que:

- El balance total entre flujos de activos y pasivos debe ser positivo
- En caso de que en algún momento el saldo acumulado sea negativo, éste no podrá exceder los pagos por pasivos de los últimos 3 meses
- Si un año termina con balance negativo, no podrá ser mayor del 12,5% de los pagos totales del año.

Para el cálculo del tipo técnico máximo permitido por la norma por CFM, primero se multiplicará la TIR contable de cada activo por su factor corrector y se descontarán los flujos de cada activo al tipo de interés resultante. Por último, se enfrentará el valor actual de activos obtenido frente al flujo de pasivos, obteniendo el tipo técnico máximo al que podremos descontar nuestros flujos de pasivo.

La única restricción particular al aplicar inmunización por duraciones (ID) será que la duración de activos y pasivos este comprendida en una diferencia porcentual máxima de un 20 %.

[0,8 < (Duración Modificada Activos / Duración Modificada Pasivo) < 1,2]

El cálculo del tipo de interés máximo es ligeramente distinto al de CFM. Se corregirá la TIR contable de los activos por su factor corrector, descontando los flujos de activo a esta TIR (igual que en CFM), aunque en este caso, enfrentaremos el valor actual de los activos contra sus propios flujos de activo, obteniendo un tipo de interés ponderado y corregido de los activos en cartera. Hay que destacar, que el factor de corrección penaliza más la técnica de ID dado que su exposición al riesgo de tipo de interés es mayor que aplicando CFM, como ya hemos visto antes.

Por último, puntualizar que la norma permite aplicar CFM o ID a carteras conjuntas siempre que los compromisos por pasivos sean de igual naturaleza y que pueda haber solidaridad en cuanto al flujo de activos entre ellas.

3. Asset Allocation

3.1 Asset Allocation del sector asegurador español

El sector asegurador es el mayor inversor de renta fija a nivel mundial. Con un nivel de activos bajo gestión de más de 40 trillones (americanos) de euros, principalmente en activos de renta fija, se puede afirmar que las aseguradoras y fondos de pensiones son una de las piedras angulares de la financiación tanto soberana como corporativa, jugando un papel clave en la estabilidad económica mundial.

Si ponemos el foco en Europa, estas compañías poseen más del 20 % del total de deuda soberana emitida. Este hecho, es aún más remarcable en España, donde las aseguradoras invierten un 73,95 % de sus activos en deuda, tanto pública como privada según datos de UNESPA. Si nos comparamos con nuestros vecinos europeos, este dato se sitúa muy por encima de la media, alocando éstos únicamente un 63,3 % de su cartera en bonos de renta fija.

Si nos fijamos en las inversiones en renta variable, la diferencia es igualmente significativa, dedicando de media un 32 % de su cartera en los países europeos frente al 12 % que se dedica en España.

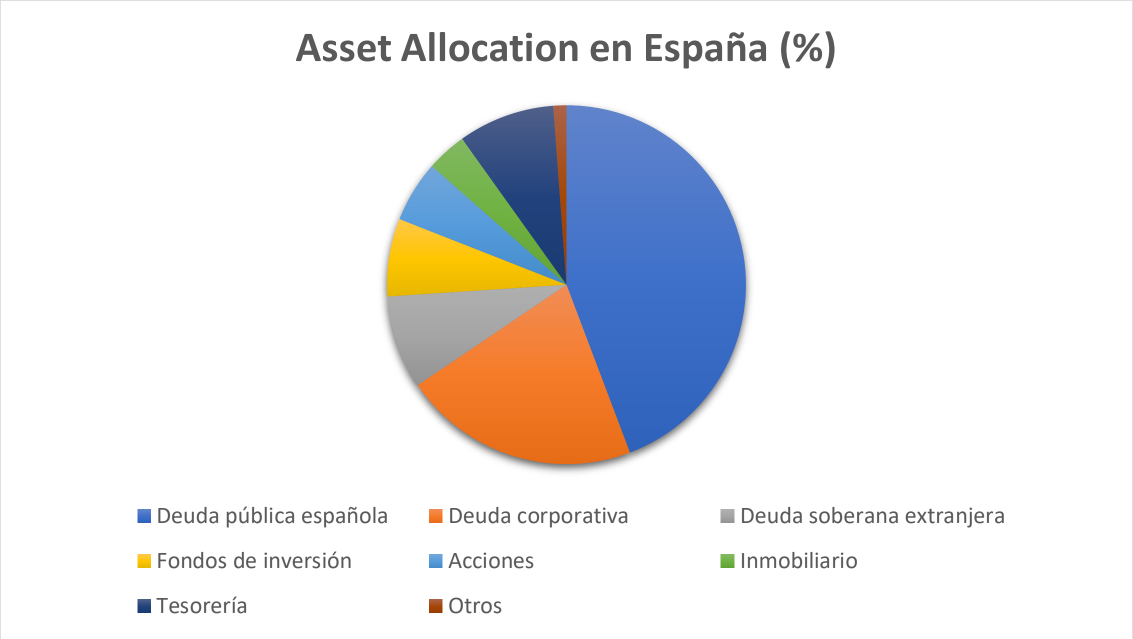

Figura 6 - Asset allocation del sector asegurador español. Fuente: UNESPA datos de 2017

La tipología de activos en los que invierten los planes de pensiones está muy determinada por las diferentes legislaciones y modelos de previsión social que poseen cada país dentro de la Unión Europea y como consecuencia, el peso que tienen los planes de pensiones privados en el sistema. Mientras países como España y Francia, el sistema de pensiones público supone el sustento principal de los jubilados y a excepción de acuerdos conseguidos por los sindicatos reflejados en los convenios colectivos, las empresas no están obligadas a dotar una aportación para sus trabajadores, en otros países vecinos como Reino Unido, Suecia u Holanda, las reformas realizadas en materias de pensiones han provocado modelos basados en tres pilares. Una pensión pública relativamente "baja", una pensión privada colectiva y obligatoria generada por las aportaciones de las empresas y una pensión privada individual, generada por aportaciones voluntarias del particular, pero dotadas de ventajas fiscales. (Barros)

Este hecho impacta directamente en el volumen de activos bajo gestión y políticas de inversión por parte de aseguradoras y fondos de pensiones. Mientas España cuenta con un volumen de activos invertido en planes privados de 107.000 millones, lo que supone cerca del 9 % del PIB, una cifra muy escasa en comparación a países nombrados anteriormente con modelos mixtos como Holanda y Reino Unido, cuyos planes privados suponen un 171 % y 121 % de su PIB respectivamente, según datos de la OCDE.

3.2 Investment Strategy para carteras de renta fija

Una correcta estrategia de inversiones definirá una optima relación entre nuestra rentabilidad esperada y riesgo asumido, ningún gestor de activos está exento de sufrir fuertes pérdidas en su cartera, lo que se espera de él es que consiga posicionarse ante los riesgos de forma estratégica, asumiendo el riesgo esperado, y batiendo a los índices de referencia o "benchmarks" que se haya marcado en consonancia con estos riesgos. (Blake, Lehmann, & Timmermann)

El primer punto que hay que destacar es la diferencia entre una gestión activa o pasiva de una cartera. El debate sobre la mejor estrategia de gestión es continuo, con adeptos y detractores en ambos bandos. La ventaja de una gestión activa, es permitir al a la cartera adaptarse a los distintos movimientos y noticias de mercado, como desventaja, esto tiene unos costes operativos por parte de los gestores. Por otro lado, la gestión pasiva confía en la reversión a la media del mercado, siendo óptima para aquellos que opinan que, a largo plazo, la evolución del mercado en conjunto dictará las rentabilidades y no una gestión eficiente. Cada vez hay un mayor número de fondos y gestores de activos que funcionan a través de algoritmos, una fórmula intermedia para ahorrar parte de los costes de la gestión activa y evitar la falta de adaptabilidad de la gestión pasiva.

La renta fija, es uno de los mercados más complejos de predecir, debido al gran número de variables que entran en juego para determinar su precio de mercado y posible evolución. Dos son las formas utilizadas por los gestores de activos para analizar cada inversión:

- Análisis "Top down": consiste en la evaluación, en primer lugar, de los riesgos sistemáticos para todo el mercado. Estos serían las variables macro de economía internacional y nacional como la inflación, expectativas de crecimiento del país del emisor, tipos de interés de los bancos centrales… A continuación, se bajará de nivel, hasta llegar al análisis fundamental del emisor, a través de sus ratios, balance y cuentas de resultados.
- Análsis "bottom up": por el contrario, prima el análisis del emisor en particular, relegando al último lugar el análisis macro.

En el caso de las aseguradoras y fondos de pensiones, la gestión activa de la cartera se hace fundamental debido a la necesidad de llevar un criterio ALM, siendo determinante la evolución de los pasivos a la hora de determinar nuestras inversiones. Una de las bases de la gestión de carteras de renta fija, está en establecer un correcto benchmark para nuestra cartera. Un benchmark, es un índice de referencia el cuál estableceremos de forma previa que reflejará una cartera similar a la nuestra, compuesta por activos de la misma clase, similar exposición a riesgo de crédito, iliquidez, duración, convexidad y tipo de cambio. Un benchmark debe ser medible en cuanto a rendimiento y con capacidad de ser replicado. La aportación del gestor de activos llamado alfa (rentabilidad ajustada al riesgo), residirá en batir este benchmark a través de una gestión activa y una ponderación estratégica ante los distintos riesgos a los que se enfrenta la cartera.

A modo de ejemplo, un gestor de activos cuyo fondo vaya a invertir en renta variable europea, tendrá como benchmark más fiable la cotización del Euro Stoxx 50 (índice de capitalización las 50 empresas más grandes de europa). Para carteras de renta fija es más complejo de establecer, dado que no existen índices de referencia tan claros, aunque será labor de gestor de inversiones asignar un correcto índice a su gestor de activos.

Dentro de las inversiones de renta fija, podemos encontrar tres tipos estrategias de inversión:

- Total return approach (TRR): esta es la principal estrategia llevada a cabo por fondos de inversión, consiste en maximizar el rendimiento de la cartera sin limitaciones en la gestión. Conlleva posicionarse ante distintos aspectos de forma estratégica, primando el retorno obtenido a la diversificación y aprovechando los momentos de mercado.

- Liability funding strategy: la principal estrategia usada por aseguradoras y fondos de pensiones, primando el criterio ALM al retorno total de la cartera. Como hemos visto, se podrá implementar bien inmunización por duraciones o por macheo de activos, teniendo un mayor coste en cuanto a rentabilidad el Cash Flow Matching debido a las limitaciones de inversión que supone para casar cada flujo de pasivo. Será primordial su diversificación a nivel de países, sectores y tipos de activos dado que su rentabilidad está ligada al riesgo de crédito e iliquidez asumidos. (Dardis, 1996)

- Unified approach: un punto intermedio entre los anteriores métodos de gestión, requiere desagregar los factores de riesgo y rentabilidad obtenidos por cada uno de ellos. Por un lado, la rentabilidad obtenida por una empresa dado el spread entre su coste de financiación y las inversiones obtenidas, en segundo lugar, por la rentabilidad obtenida dado el riesgo de mercado (tipos de interés) asumido, para el caso de las carteras de renta fija, estaríamos hablando de la duración y por último lugar, el retorno obtenido por los factores de riesgo asumidos más allá de la duración, para el caso de la renta fija estos serían el riesgo de crédito, liquidez principalmente.

3.3 ESG

La responsabilidad social corporativa es, a día de hoy, una de las mayores prioridades para las grandes empresas. Debido al acceso a la información y la cada vez mayor concienciación de los consumidores y todos los stakeholders relacionados con la empresa (proveedores, acreedores, clientes, accionistas y trabajadores), es de vital importancia llevar una gobernanza responsable tanto con estos como con el medio ambiente. Las empresas deben llevar una gestión global, integrando en sus decisiones de negocio y estratégicas la evaluación de su impacto a nivel social y medioambiental.

El concepto de ESG (acrónimo de "environmental, social and governance"), nace a partir de esta concienciación empresarial creciente y la cada vez mayor adopción de medidas de responsabilidad social corporativa, extendiendo la responsabilidad a los inversores, haciéndolos participes de una financiación coherente y responsable a las empresas y proyectos. Dentro del mercado de capitales, es cada vez mayor la exigencia de los inversores respecto a la publicación de datos de gestión responsable, penalizando los costes de financiación de empresas que se muestren opacas.

Desde hace unos años, se ha popularizado el concepto de bono verde. Esta inversión no es más que un bono cuyo capital se utiliza para financiar o refinanciar proyectos relacionados con el desarrollo sostenible como puedan ser: energías renovables, control de emisiones, proyectos de impulso o adaptación social.

A pesar de que estas inversiones son "caras" para el inversor ya que devuelven un retorno menor que otras que no sean "verdes", algunos gestores de activos establecen este menor retorno como un menor riesgo por invertir en una empresa o proyecto con orientación al futuro.

A pesar de que el propio mercado ya penaliza a los inversores que no tienen en cuenta el criterio ESG en su gestión de activos, se espera que en el futuro los organismos de supervisión y reguladores tanto bancarios como de seguros establezcan criterios de total transparencia sobre la sostenibilidad de las inversiones realizadas por fondos, bancos y aseguradoras e incluso penalizando a nivel de consumo de capital para aquellos que no los sigan.

4. Modelización del Riesgo de Crédito

Dado que las decisiones de inversión de una entidad aseguradora están condicionadas en mayor medida por minimizar el riesgo que en maximizar la rentabilidad, es fundamental ser conscientes de la exposición de nuestra cartera, analizando el punto en el que deseamos posicionarnos frente al binomio rentabilidad-riesgo. (Carrascal)

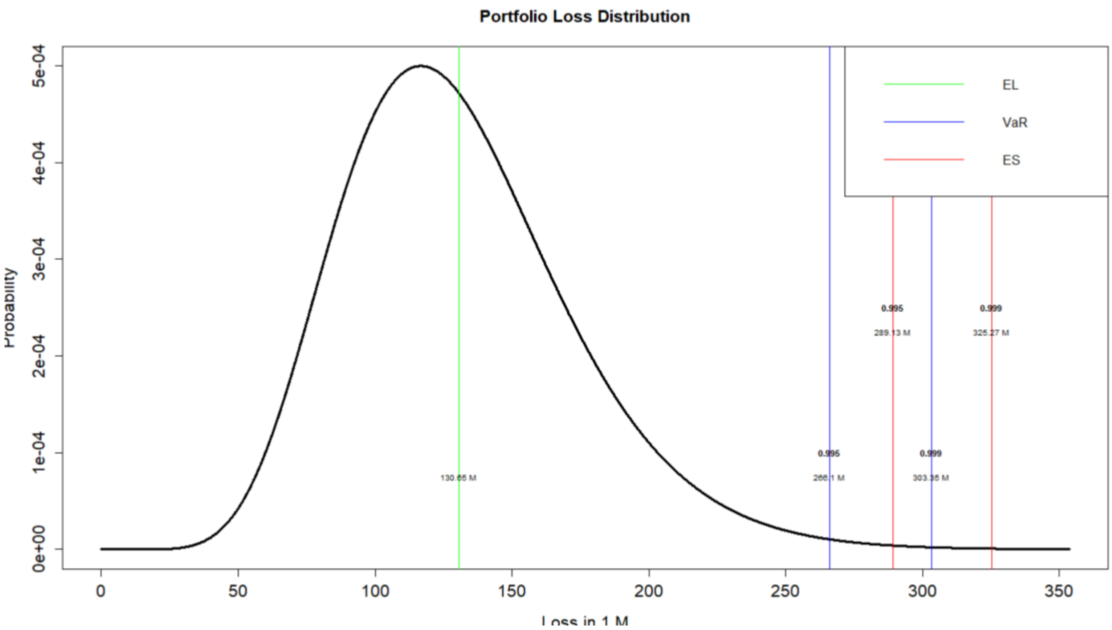

Figura 7 - Distribución de pérdidas esperadas (ECL)

Los modelos de riesgo de crédito utilizan información tanto histórica como de mercado para, mediante técnicas estadísticas, estimar la probabilidad de impago o default de un bono. Merece la pena recalcar varios puntos antes de explicar las distintas tipologías de modelos que existen:

- Los modelos de riesgo de crédito tratan de calcular la distribución de las posibles pérdidas de la inversión, enfrentándose a dos variables aleatorias. En primer lugar, la probabilidad de default (PD) y, en segundo lugar, la pérdida dado el default (LGD), además se incluirá el valor determinístico de la exposición que tengamos en el momento del default (EAD). Su media, será la esperanza de las pérdidas (ECL por sus siglas en inglés). La aproximación más típica para el cálculo del ECL es:

ECL = PD * LGD * EAD

Donde, la LGD representa la proporción inversa del ratio de recuperación:

Ratio de recuperación = 1 – LGD

A pesar de que los modelos clásicos centran el foco en la probabilidad de que suframos un impago tomando comúnmente la LGD como un dato determinístico, modelos más desarrollados incluyen un extenso desarrollo de esta variable. Dado que, una vez producido el impago, la cantidad que perderemos de nuestra inversión dependerá del concurso de acreedores, costes legales y administrativos asumidos por dicho impago, la modelización de esta variable puede ser compleja. La LGD dependerá en gran medida de la "seniority" o clase de bono, es decir, su orden de prelación de pagos una vez este haya caído en default. (Pagnoncelli)

La seniority de un bono se engloba en los siguientes niveles:

- Deuda senior garantizada (Senior secured): esta deuda es la de mayor calidad crediticia, llegando a ser comparada con activos considerados "libres de riesgo" dado que su probabilidad de default está desligada del emisor. Esta calidad se debe a que la deuda está cubierta por activos que permanecen "aislados" del balance y que responderán ante la inversión en caso de quebrar la entidad. Estos activos colaterales pueden ser hipotecas (MBS), préstamos bancarios o activos reales (ABS).
- Deuda senior no garantizada (Senior unsecured): representa el grupo con mayor volumen de todos, emisiones de deuda cuyo cobro no está respaldado bajo ningún activo, pero cuyo orden de cobro estará la primera por detrás de la deuda garantizada.
- Subordinada: recibe este nombre dado su condicionamiento a que los acreedores de los anteriores niveles de deuda cobren sus inversiones. Como es de esperar, el mercado reclama un mayor rendimiento a esta deuda por la alta pérdida que conlleva dado el default.

- Deuda hibrida: los famosos cocos emitidos comúnmente por entidades bancarias dada sus ventajas en la reducción del consumo de capital. Son emisiones a muy largo plazo o perpetuas cuyo vencimiento puede ser amortizado por el emisor según unos plazos preestablecidos. El cobro de la deuda no tiene garantías y únicamente tendrían prioridad frente a los poseedores de acciones. Devengan un cupón muy elevado incluso en los entornos actuales dado su gran riesgo asociado y la capacidad de decisión de la que goza el emisor.

A continuación, vemos las tasas de recuperación históricas según tipología de bono basadas en datos de la agencia de calificación Moodys. Estos mismos datos serán utilizados a la hora de modelizar la LGD en el modelo de crédito desarrollado en esta tesis.

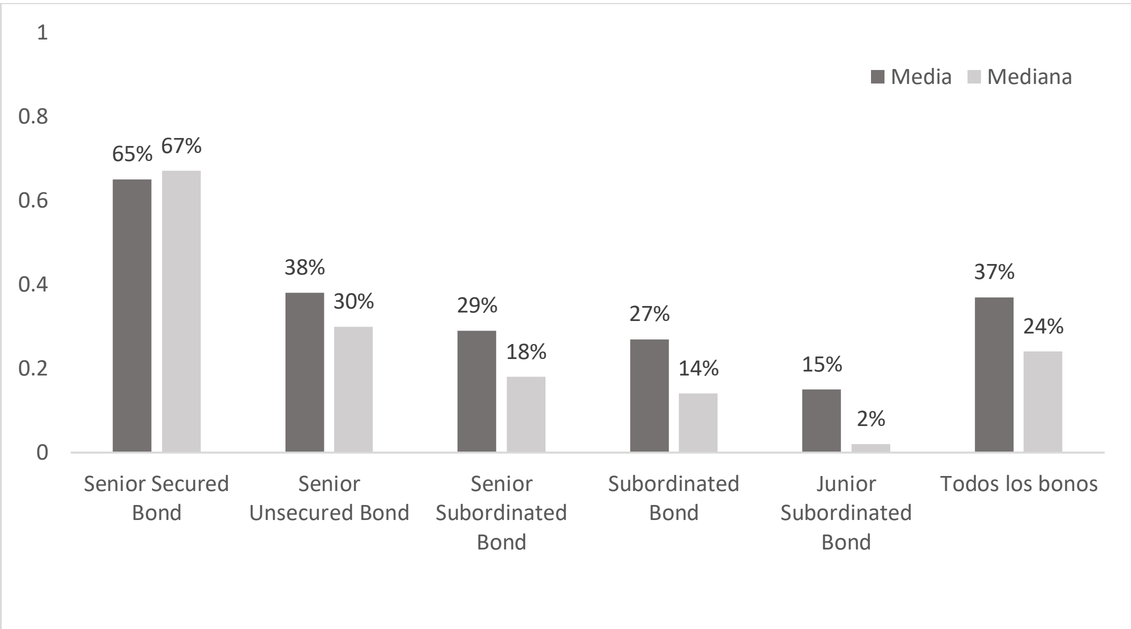

Figura 8 - Ratios de recuperación históricas. Fuente: Moodys

- Los modelos basados en datos históricos estiman probabilidades de riesgo real mientras que los basados en el valor de mercado de los activos se basan en valoración de riesgo neutro.

- La probabilidad de default puede ser estimada tanto a un año vista (generalmente para modelos relacionados con el cálculo del VaR o CVaR, utilizados para la estimación del capital económico requerido por la entidad), o bien la probabilidad de default acumulada para toda la vida del bono, la cual gana complejidad dada su naturaleza estocástica.

- La mayoría de los modelos asumen ausencia de correlación entre los defaults, dada la dificultad de su modelización. A pesar de esto, los datos históricos contradicen esta hipótesis, habiendo una gran correlación especialmente en periodos de crisis. Cabe comentar que este hecho, es especialmente significativo en Estados Unidos, donde las empresas presentan un apalancamiento elevado, financiado en su mayoría por empresas o inversores de su mismo país. Estos altos niveles de deuda y concentración pueden provocar los conocidos como efecto domino, en el que el default de una empresa arrastra al impago de muchos otros emisores. (Shah, Singh, & Aggarwal)

4.1 Modelos basados en parámetros de mercado

4.1.1 Modelos de spreads

Este método se basa en el diferencial entre, la valoración del bono descontando sus flujos al tipo de interés libre de riesgo y el valor de mercado de dicho bono. Es el modelo más básico de todos y, aunque puede ganar complejidad si tratamos de distinguir las distintas variables que afectan al spread, como son el riesgo de downgrade (rebaja del rating del bono por un aumento del riesgo de impago) y sobretodo el spread por iliquidez.

$$P(default) = \frac{Preciobono_{libreriesgo} - Preciomercado}{Preciobono_{libreriesgo}}$$

Simplificando al máximo el modelo, partimos de un bono cupón cero cuyo pago de principal se realiza dentro de un año con un cupón de un 3 %, y asumimos que no existe ratio de recuperación en caso de default. Con el modelo basado en spreads, descontaríamos el flujo futuro a la curva libre de riesgo, para obtener su valor presenta “libre de riesgo”.

- Principal = 100
- Cupón = 20
- Tipo libre de riesgo = 1 %

Su precio libre de riesgo será igual a:

(100 / (1+1%)) + (20 / (1+1%)) = 118,81 euros

Sin embargo, este bono cotiza en el mercado a 115 euros, por lo tanto, el valor de la pérdida esperada que el mercado descuenta para este bono es de:

118,81 – 115 = 3,81 euros

Si ponemos en valor este diferencial, con el valor de un bono similar libre de riesgo, obtendremos la probabilidad que descuenta el mercado de que se produzca un impago del principal y su cupón:

3,81 / 118,81 = 3,21 %

Estos cálculos se complican una vez introducimos flujos con distinta temporalidad. En caso de añadir un ratio de recuperación al cálculo:

$$P(default \mid LGD < 1) = \frac{P(default \mid LGD=1)}{LGD}$$

Para un ratio de recuperación del 40 %, dato medio para un bono senior unsecured (sin garantía), la probabilidad de default pasaría a ser:

$$P(default) = \frac{3{,}21\%}{(1-40\%)} = 5{,}35\%$$

La gran ventaja de este modelo reside en su simplicidad de implementación, sin ser necesario un modelo estadísticamente complejo ni un gran poder computacional. Por el contrario, su ventaja es a la vez inconveniente, ya que, suponer que la totalidad del spread está explicada por el riesgo de crédito, lo cual supone una afirmación difícil de sostener actualmente.

4.1.2 Modelos basados en cotizaciones de CDS

Los CDS son contratos de derivados en los que este cubre la posibilidad de impago por parte del emisor o emisión subyacente. Suponen la fuente de mayor fiabilidad a la hora de estimar probabilidades riesgo neutro de default, ya que, no se basan en un único modelo sino en un consenso de mercado, usualmente grandes inversores institucionales o bancos, a través del estudio de multitud de variables no solo cuantitativas sino también cualitativas del emisor.

El modelo de estimación de riesgo de crédito a través de la cotización del CDS es igual al explicado anteriormente basado en spreads de mercado, en este caso, el CDS aislará los puntos básicos del spread que se basan únicamente en la probabilidad de default. Tomando la curva CDS (basada en puntos básicos sobre el nominal del bono), podremos estimar las probabilidades de impago para cada uno de los años y la acumulada.

Continuando con el ejemplo visto anteriormente, ahora basado en la cotización del CDS:

- Principal = 100
- Cupón = 20
- Cotización CDS: 272 pb

El valor del CDS se interpreta como el rendimiento requerido por el inversor de ese bono dado el riesgo de impago asumido, en este caso un 2,72% de rentabilidad. Para calcular la probabilidad de default, dividimos este valor entre el precio de un bono con mismos flujos, libre de riesgo:

$$2,72 / 118,81 = 2,29 \%$$

Según la cotización del CDS, la probabilidad de impago del bono es de un 2,29 %, lo que comparado con la probabilidad estimada anteriormente supone un 0,92 % menos. Esta diferencia se explica por las variables nombradas anteriormente, por un lado, el riesgo de aumento de riesgo de crédito y por tanto bajada del precio, y por otro, el riesgo de iliquidez requerido por el mercado.

Pero la cotización del CDS no refleja perfectamente la probabilidad de default del bono, aún suponiendo que este precio es completamente líquido. ¿Por qué?, porque los compradores de CDS requerirán una "rebaja" en su precio por el riesgo de que, dado el impago cubierto por el CDS, el emisor de este no sea capaz de hacerse cargo por la pérdida generada. A pesar de que este tipo de instrumentos suelen ser emitidos por grandes bancos de inversión con activos por valor de trillones de euros, hay posiciones imposibles de cubrir incluso para ellos como puede ser el riesgo de default del bono italiano.

Los inconvenientes a los que nos enfrentamos al utilizar las cotizaciones de CDS en nuestros modelos son la falta de liquidez que normalmente presentan, en especial, en momentos de mercado con bajas tasas de default como la actual y la ausencia de mercado de CDS para empresas que no sean de muy gran tamaño. A continuación, podemos ver como el volumen de mercado de CDS disminuye paulatinamente en épocas expansivas de la economía, dificultando la observación de sus cotizaciones.

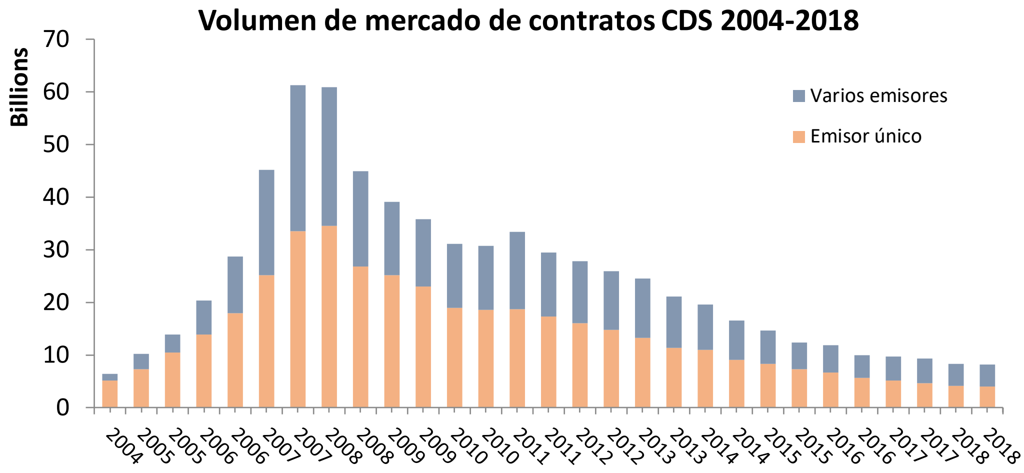

Figura 9 - Volumen de mercado de CDS. Fuente: BIS derivation

4.2 Modelo de Merton

El modelo de Merton se engloba dentro de los modelos estructurales, es decir, que toman en consideración el balance de la compañía para estimar las probabilidades de default. Supone uno de los modelos de más renombre dado que es una variación del modelo de valoración de opciones y derivados Black-Scholes.

El modelo se fundamenta en la similitud del valor entre:

- Los recursos propios de una compañía (equity) y la compra de una opción Call.

$$\mathrm{E_t} = máx\{Vt - D; 0\}$$

Donde:

Et = valor de la empresa en el momento t.

Vt = valor de los activos de la empresa en el mometo t.

D = valor de la deuda emitida por la empresa.

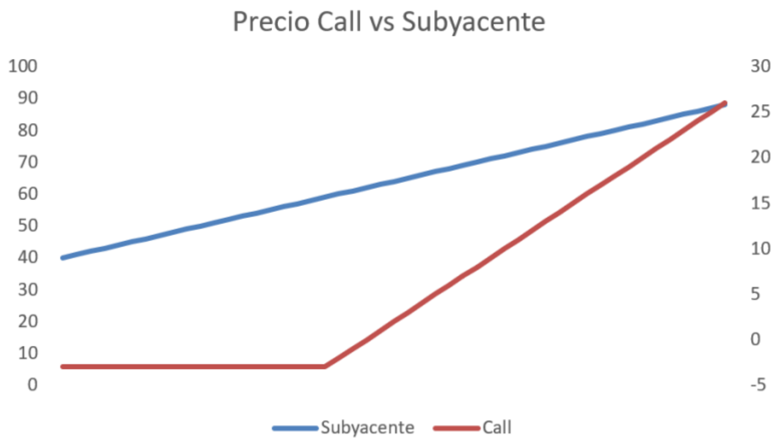

Figura 10 - Valoración del precio de una Call en largo vs precio del subyacente

Merton, supone que los activos de la empresa con valor *Vt* siguen un proceso estocástico basado en un proceso browniano. Lo que supone que su valor en *t* se explica por:

$$dV_t = \mu_v V_t + \sigma_v V_t \, dW_t$$

- La deuda de una compañía (emisión de bonos) y la venta de una opción Put. En este caso, la opción valdrá lo obtenido por la prima de la opción (TIR contable a la que compramos el bono) en el caso de que los activos sean mayores a los pasivos (no caiga en default), y tendrá un valor lineal decreciente a medida que los activos sean menores a los pasivos y la empresa tenga que entrar en concurso de acreedores.

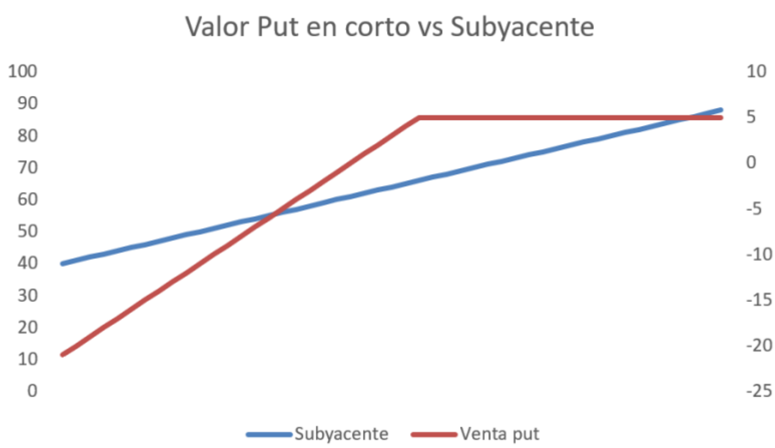

Figura 11 - Valoración del precio de una Put en corto vs valor del subyacente

Por tanto, asumiendo que el valor de los activos de una empresa se distribuye como una variable normal, podremos estimar la probabilidad de default de un bono emitido por esta empresa como la probabilidad de que los fondos propios o equity de la compañía valga igual o menor a cero. Extrapolando la fórmula de Black-Scholes para la valoración de opciones, donde μ representa la media del rendimiento de los activos, σ su volatilidad, θ la probabilidad acumulada de una distribución normal estándar y T el tiempo hasta el vencimiento del bono o temporalidad para la que se quiera estimar su probabilidad de default:

$$P(impago) = \frac{\theta\ [\ln\left(\frac{D}{V_t}\right) - \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T]}{\sigma\sqrt{T}}$$

El primer problema que presenta este modelo es la dificultad que tiene obtener la información que requiere. Mientras que el valor de los fondos propios de la empresa es fácilmente observable por su capitalización bursátil, el valor de mercado de sus pasivos y activos es mucho más complejo. Una aproximación será asumir el valor de sus activos como la suma entre su capitalización bursátil y sus pasivos en libros. De igual forma, será muy complejo estimar el rendimiento y volatilidad de los activos.

La ventaja del modelo está la implementación de Black-Scholes para la valoración del riesgo de crédito, siendo este uno de los modelos de más renombre en la valoración de activos.

4.3 Modelos actuariales

Los modelos actuariales utilizan información histórica de defaults para obtener la matriz de transición (probabilidades “riesgo real”) y a partir de la aplicación de la teoría de cadenas de Markov, estimar la probabilidad de default de un bono. (Rodríguez)

La teoría de cadenas de Markov es un proceso estocástico, basado en la hipótesis de los estados de la naturaleza. Esta teoría, establece que la probabilidad de hallarse en el estado *j* en el periodo *t*, únicamente depende de el estado en *t – 1*, siendo independiente del estado de *t-1*, *t-2*, *t-3*…

$$P\ (X_n = j \mid X_{n-1} = i \mid X_{n-2} = z \mid X_{n-3} = u) = \ P\ (X_n = j\ \mid X_{n-1} = i\ )$$

Si establecemos un número *h* de estados finitos y estimamos las probabilidades de transición de un estado a otro, obtendremos la matriz de transición de un estado a otro en el tiempo *t* de tamaño *h* * *h*. Para una Cadena de Markov homogénea, en tiempo discreto *t* y 3 posibles estados, tendríamos una matriz de transición.

$$T = \ Pij = \begin{pmatrix} P_{11} & \cdots & P_{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{31} & \cdots & P_{33} \end{pmatrix}$$

Una de las propiedades más importantes de las cadenas de Markov, es la facilidad de cálculo de las probabilidades de transición de *i* a *j* en un número *x* de periodos *t*. Dada la matriz de transición *T* para un periodo, podremos calcular la probabilidad de transición para *x* periodos.

$$P(1) = T * P(0) = T$$

$$P\ (2) = T^2 = T * P(1)$$

$$P(3) = T^3 = T^2 * P(1) = T * P(2)$$

.

.

.

De esta forma obtendremos la probabilidad de transición en un número de periodos *x*, multiplicando la matriz de transición *T* por si misma un número de veces *x*.

Los ratings de las agencias de calificación permiten establecer un número *m* de estados de riesgo de crédito para los bonos, en el que el último estado representaría el default de éste. A este tipo de estado se le llama estado absorbente:

$$P\ (Xn = \ default\ \ | Xn - 1 = default) = 1$$

La simulación MonteCarlo a través de probabilidades de transición estimadas según la teoría de cadenas de Markov, y obtenidas de las agencias de calificación, nos permite generar un proceso estocástico que estime la distribución de probabilidad de los posibles estados en los que se encuentre un bono *z*, partiendo de un estado inicial *q* (rating del bono) en un periodo *T*. Más adelante, se explicará en detalle la implementación en R Studio de esta teoría aplicada a una cartera de bonos y la obtención de la distribución de pérdidas esperadas asociada a ella.

A continuación, se ilustra el proceso estocástico de un bono, para 10 simulaciones y 23 pasos (años hasta vencimiento), partiendo de un estado inicial 5, el cual representa el rating BB.

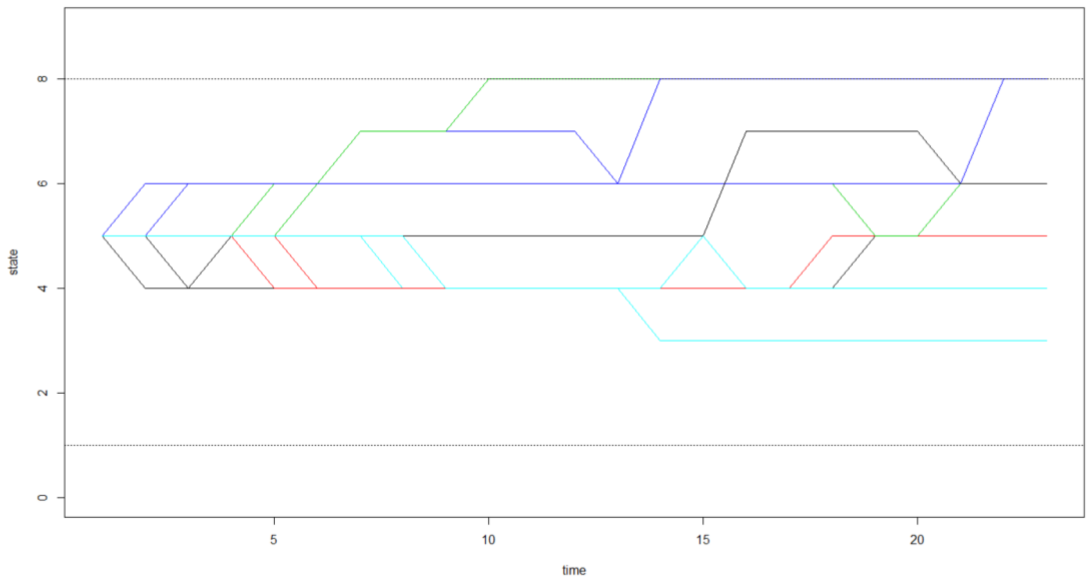

Figura 12 - Camino aleatorio de un bono BB por Cadenas de Markov

5. Nueva normativa contable: IFRS 9

Durante todos estos años, las entidades financieras se han visto obligadas a llevar contabilidades y balances paralelas para poder adaptarse a las exigencias fiscales, regulatorias y de contabilidad internacional. Para el caso de las compañías aseguradoras, Solvencia II provocó la generación de un balance paralelo, con una visión económica de este, alejándose de la imagen estática y contable que reflejaban los estándares de contabilidad internacionales (IFRS).

IFRS 9 y 17 nacen con el fin de dejar atrás esta falta de representatividad proporcionada por los balances de las compañías, para tratar de aproximarse a la imagen fiel que buscan las normas contables. Centrándonos en la parte dedicada a la contabilidad de los instrumentos financieros, IFRS 9, se producen cambios sustanciales en la valoración de estos, especialmente para los activos de renta fija.

5.1 Categorías de valoración

Con la nueva norma, los bonos o instrumentos financieros de renta fija pasarán a clasificarse dentro de tres categorías de valoración, dependiendo del modelo de negocio que la entidad tenga sobre dichos activos:

1. En caso de que la entidad tenga el fin de mantener el bono hasta su vencimiento (una visión muy próxima al mercado asegurador que aplique un ALM estático), este se contabilizará a su coste amortizado (valor actual descontando los flujos futuros a su TIR contable o de compra).
2. Si la entidad pretende cobrar los flujos futuros del bono, aunque este pueda estar sujeto a venderse en el futuro, su contabilización se realizará a valor razonable o valor de mercado. Las variaciones en el tiempo sobre este valor generarán plusvalías y minusvalías que se acumularán en el patrimonio de la entidad hasta el momento de su posible venta, cuando pasarán por la cuenta de pérdidas y ganancias (FVOCI recycling)
3. Si la finalidad de los activos es la de realizar trading o distinta a las descritas anteriormente, estos se contabilizarán a su valor razonable o valor de mercado y

los cambios en su valor serán imputados directamente a la cuenta de pérdidas y ganancias.

Dada la naturaleza de las entidades aseguradoras, el segundo modelo será dónde se posicionarán la gran mayoría de ellas. El motivo es que sus activos suelen estar ligados a sus pasivos, y las variaciones constantes de éstos, y la gestión ALM que esto conlleva, provocan restructuraciones constantes en sus carteras de bonos. Por otro lado, con este método de valoración evitan que las variaciones de mercado puedan añadir volatilidad a sus resultados anuales, afectando únicamente al patrimonio neto y sin pasar por cuenta de resultados hasta que no se vendan y realicen plusvalías o minusvalías.

La normativa es más laxa en cuanto a la contabilización de los títulos de renta variable, para los cuales se podrá elegir si imputar su variación de precio a cuenta de pérdidas y ganancias (FVPL) o directamente contra sus fondos propios sin pasar en ningún momento por la cuenta de resultados (FVOCI no recycling)

Otro concepto novedoso de IFRS 9 es el requerimiento de la prueba SPPI ("Solely payments of principal and interests"). Para que los instrumentos financieros puedan ser contabilizados a través de las categorías de valoración descritas en los puntos 1 y 2 (AC o FVOCI recycling), deben de tener unos flujos de cobro ciertos. Este hecho se verifica a través de la prueba SPPI. Esto implica que desde el momento de su aplicación, cualquier instrumento derivado o bono cuyo pago de flujos o cupones sea variable deberá ser contabilizado a valor de mercado, imputando sus variaciones a la cuenta de pérdidas y ganancias.

Como consecuencia, se produce un desincentivo a la inversión en instrumentos de renta fija con flujos variables o referenciados por parte de entidades financieras, ya que esto podría provocar grandes variaciones en sus resultados.

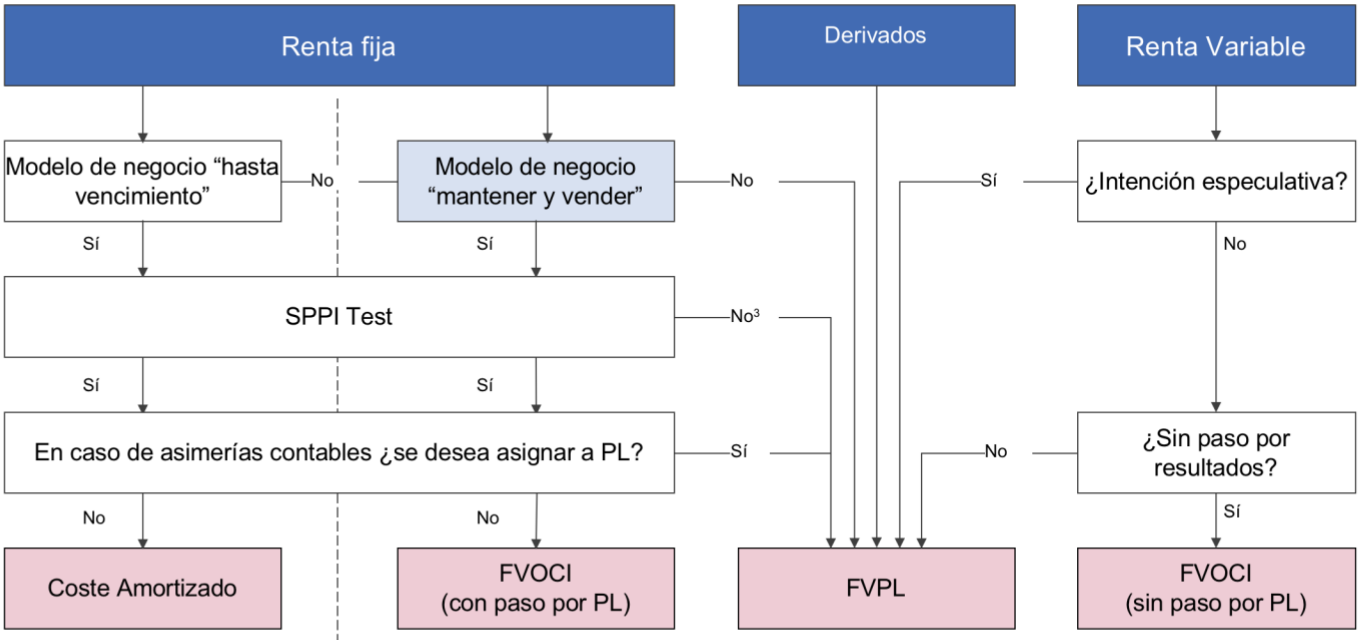

Figura 13 - Contabilización de inversiones con IFRS 9; Fuente: Elaboración Propia

5.2 Dotación de deterioros (impairment)

Pero sin duda, el cambio más significativo que trae IFRS9 es la obligación de dotar un deterioro para cada instrumento financiero en cartera, sustituyendo el modelo de IAS 39, en el que el deterioro únicamente se reconocía una vez se había incurrido en la pérdida. Este cambio genera una revolución, al ligar la contabilidad de la entidad con los riesgos reales asumidos en las inversiones. La metodología usada para calcular el deterioro que la entidad debe reconocer son modelos de crédito basados en el concepto de pérdida esperada del instrumento (ECL), visto anteriormente. Para este cálculo, IFRS 9 entiende por ECL la diferencia entre los flujos contractuales del activo y los flujos esperados descontados a la tasa interna de retorno (TIR) del bono.

$$ECL = \sum_{t} \frac{CF_{contract,t} - E(CF_t)}{(1+i)^t}$$

En el momento de compra del bono, se deberá dotar deterioros por la perdida esperada en el primer año, es decir, flujos del bono por la probabilidad de default únicamente del primer año.

Según el modelo basado en ratings, si nuestro bono permanece con un rating constante durante los siguientes años, consideraremos que su riesgo de crédito no ha aumentado, manteniéndose en lo que IFRS 9 llama “Estado 1” y, por lo tanto, seguiremos dotando el deterioro por la pérdida esperada únicamente a un año.

En el caso en el que el bono sufra una reclasificación a la baja en su rating, si esta es suficientemente significativa como para asumir que nuestro riesgo de crédito ha aumentado, el instrumento pasará a situarse en el “Estado 2”, debiendo dotar deterioros por la pérdida esperada durante toda la vida del bono hasta su vencimiento. Este cambio generará que la probabilidad de default aumente enormemente, no solo por la bajada de rating sino también porque la probabilidad acumulada de impago será mucho mayor que la probabilidad a un año que calculábamos para el “Estado 1”. IFRS 9 no dicta una norma estricta para el cambio al “Estado 2”, siendo la entidad responsable de decidir en qué punto hay un “aumento de riesgo significativo”.

En el “Estado 3” seguiremos dotando un deterioro por toda la vida del bono, con la única diferencia de que éste se reconocerá en cuenta de resultados sin ser esta pérdida revertible.

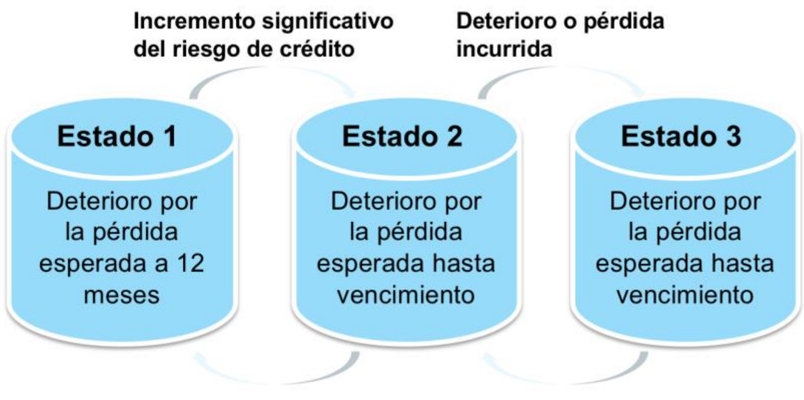

Figura 14 - Modelo de estados de crédito bajo IFRS 9. Fuente: Elaboración Propia

Para identificar si los bonos han sufrido un aumento de riesgo de impago significativo, podremos tomar como referencia los ratings de las agencias de calificación, estableciendo agrupaciones de ratings entre los cuales, el bono se mantendrá en un mismo “Estado”, en caso de sufrir una calificación negativa por debajo de esta agrupación será el momento en donde pasará al “Estado 2”.

Como ejemplo, tomamos un bono corporativo emitido por un banco francés comprado en 2019 con un rating de A+. Suponemos que hemos establecido, según las probabilidades de defaults históricas, que nuestro bono no sufrirá un aumento de riesgo significativo a no ser que caiga por debajo del rating BBB+. Para 2019, dotaremos un deterioro por la ECL a un año. Para 2020, nuestro bono sufre una reclasificación negativa hasta BBB-, por lo que dotaremos un deterioro por el ECL de toda la vida del bono. En caso de que, al año siguiente, el bono se reclasificará a BBB+, revertiríamos la dotación por deterioro realizado, dotando únicamente nuestro ECL a un año como en el momento de compra.

6. Optimización de la cartera

La finalidad de esta tesis es la de generar una herramienta que sirva de optimizador de carteras ALM, dada una base de datos de 5455 bonos disponibles en el mercado y cuyos datos se han obtenidos de Bloomberg a fecha 31/03/2019. Se optimizará el retorno esperado de la cartera (TIR contable) macheando a su vez la duración de los activos con los pasivos para inmunizarla ante cambios en los tipos de interés.
Esta herramienta, servirá de apoyo para gestores de carteras que pretendan encontrar activos con retornos y duraciones atractivas dado su nivel de riesgo, medido este a partir de su rating.

6.1 Descripción de la muestra e Hipótesis de partida.

En nuestra hipótesis inicial partiremos de una cartera de vida-ahorro en run-off, es decir, sin nueva producción ni asegurados nuevos en la póliza, con un valor de mercado de 300 millones de los cuales 250 millones son bonos de renta fija y 50 millones se encuentran en tesorería. Esta cartera se encontraba macheada por flujos, pero debido a cambios en las hipótesis de modelización de los pasivos, se ha producido un descuadre entre los flujos futuros de activos y los flujos esperados de pasivos. Dado que los activos en cartera han sido comprados en años pasados, con tasas de retorno muy altas, se ha optado por aplicar inmunización por duraciones (ID) en vez de casamiento por flujos (CFM) para no tener que vender activos de la cartera, deteriorando así el rendimiento esperado de esta. Los 50 millones en tesorería se emplearán para ajustar la duración de los activos a la nueva duración de los pasivos, optimizando las compras según las restricciones contempladas por el modelo.

Nuestra base de datos de mercado cuenta con un total de 5455 bonos, de los cuales se posee información sobre: emisor, TIR de mercado, rating, vencimiento, cupón, clase de activo según distintas clasificaciones y tipo de garantía (orden de pago en caso de default).

El número de bonos según su categoría de activo y rating es la siguiente:

AC lv 1	AC lv 2	n	AAA	AA+	AA	AA-	A+	A	A-	BBB+	BBB	BBB-	BB+	BB	BB-
Corporate	Industrial	732		4	1	43	88	69	87	193	110	69	42	10	16
Corporate	Financial Instituti	1466	2		8	276	420	242	178	124	132	59	21	4	
Corporate	Utility	142							25	46	50	14	7		
Government-Related	Local Authority	491	14	159	216	9	8	1	8	33	24	6	6		7
Government-Related	Supranational	209	104	50	40	1	12			2					
Government-Related	Agency	965	203	19	201	42	43	126	151	43	83	47	1	2	4
Treasury	Treasury	202	4	44		6	14	40	72			14	8		
Securitized	ABS	2	2												
Securitized	Covered	1120	839	164	34	35	21	15	5			6	1		

Tabla 2 - Número de bonos en la base de datos objetivo por tipo de activo y rating

La media del rendimiento de los bonos según la clase de activo y rating:

AC lv 1	AC lv 2	n	AAA	AA+	AA	AA-	A+	A	A-	BBB+	BBB	BBB-	BB+	BB	BB-
Corporate	Industrial	732		0,17%	0,67%	0,20%	0,29%	0,33%	0,42%	0,69%	0,63%	0,67%	1,73%	2,44%	2,08%
Corporate	Financial Instituti	1466	1,88%		0,18%	0,28%	0,34%	0,57%	0,65%	1,00%	1,20%	1,30%	2,25%	3,23%	
Corporate	Utility	142							0,80%	0,49%	0,44%	0,42%	2,24%		
Government-Related	Local Authority	491	0,00%	0,04%	0,14%	0,51%	0,24%	0,46%	0,48%	0,96%	1,50%	2,37%	1,35%		2,42%
Government-Related	Supranational	209	0,10%	0,05%	0,15%	1,40%	0,85%			0,70%					
Government-Related	Agency	965	0,06%	0,12%	0,45%	0,17%	0,27%	0,39%	0,43%	0,94%	1,58%	2,01%	3,52%	2,08%	1,28%
Treasury	Treasury	202	0,10%	0,03%		0,09%	0,58%	0,35%	0,43%			0,64%	0,98%		
Securitized	ABS	2	-0,28%												
Securitized	Covered	1120	0,23%	0,19%	0,14%	0,26%	0,47%	0,10%	-0,01%			1,15%	1,15%		

Tabla 3 - TIR de bonos en la base de datos objetivos según tipo de bono y rating

La duración media por clase de activo y rating:

AC lv 1	AC lv 2	n	AAA	AA+	AA	AA-	A+	A	A-	BBB+	BBB	BBB-	BB+	BB	BB-
Corporate	Industrial	732		5,66	8,47	5,55	5,68	5,64	4,84	5,39	4,75	3,92	3,98	3,61	3,97
Corporate	Financial Instituti	1466	9,18		4,58	5,47	5,03	5,20	5,09	5,19	4,62	4,32	3,95	5,17	
Corporate	Utility	142							8,19	5,13	4,49	3,96	6,65		
Government-Related	Local Authority	491	6,90	6,71	7,71	10,33	6,59	1,37	6,29	9,24	3,74	7,70	5,82		6,52
Government-Related	Supranational	209	8,12	7,66	9,03	10,73	7,12			1,83					
Government-Related	Agency	965	6,61	6,54	10,64	4,94	4,42	4,24	5,18	5,72	5,20	4,31	1,99	3,67	3,28
Treasury	Treasury	202	9,29	9,81		7,02	6,54	10,49	8,17			7,44	7,92		
Securitized	ABS	2	2,09												
Securitized	Covered	1120	7,36	7,34	5,29	5,33	4,23	3,65	3,76			3,57	3,53		

Tabla 4 - Duración media de bonos en la base de datos objetivos según tipo de bono y rating

La herramienta cuenta con una serie de restricciones aplicables a la optimización, en donde el usuario podrá seleccionar la clase de activos donde desea invertir, la proporción de ratings del total de la cartera y por clase de activo, el SCR por riesgo de crédito máximo que se desea asumir y la exposición máxima que marcar por título y por emisor.

Con el fin de que el usuario pueda evaluar el punto óptimo en el binomio rentabilidad riesgo en el que desea posicionarse, una vez la herramienta ha encontrado una solución de compras óptima, se simularán por MonteCarlo los estados futuros de nuestra cartera a través de un modelo de crédito basado en Cadenas de Markov. Mediante simulación estocástica, se obtendrá la distribución de pérdidas por default de nuestra cartera hasta el vencimiento de los pasivos.

6.2 Clases de optimización, método Simplex

Llamamos optimizar a la solución de un problema matemático sujeto al hallazgo de mínimos o máximos de una función acotada por una serie de restricciones. La optimización lineal o programación lineal es ampliamente utilizada en distintos ámbitos de la ciencia, específicamente en las ciencias económicas se aplica con el fin de encontrar soluciones de eficiencia en recursos, producción o inversión.

Los problemas de optimización lineal constan de una función objetivo, cuyo resultado es objeto de minimizar o maximizar, una matriz de restricciones lineales de igualdad o desigualdad, y una única o conjunto de soluciones para nuestro problema.

Existen multitud de clases de optimización, entre los más conocidos se encuentran:

- Optimización por cálculo, la cual se basa en el cálculo de las derivadas de la función objetivo con el fin de encontrar los puntos óptimos.

- Optimización por método Simplex. Este método es uno de los más desarrollados en la actualidad a pesar de que su origen se remonta al año 1947, será el método de optimización utilizado en esta tesis para hallar el punto óptimo de nuestra cartera. Se basa en la realización de un número *n* de interacciones en cada una de las cuales el método encontrará una solución actual, esta solución será un vértice o punto extremo de la función objetivo dadas las restricciones lineales. En cada interacción se hará un test de optimalidad, el cual determinará si continuar al siguiente vértice o si ya se ha encontrado la solución óptima.

- Optimización por fuerza bruta, se basa en la exploración de todas las posibles soluciones para un problema a fin de encontrar la solución óptima dada nuestra función objetivo y restricciones. Requiere de un gran poder computacional y como es de esperar, es el método menos eficiente.

Profundizando un poco más en el método Simplex, este introduce el concepto de variables de holgura para el cálculo de la función óptima. Una variable de holgura es una variable ficticia que se genera en cada restricción lineal para igualar la ecuación de la restricción.
Dado un problema de optimización lineal con variables $x \equiv (x_{1,} x_{2,} x_3)$:

$$\begin{array}{ll} \text{max} & z = 10x_1 + 20x_2 \\ \text{s.a} & 4x_1 + 2x_2 <= 20 \\ & 8x_1 + 8x_2 <= 20 \\ & 2x_2 <= 10 \end{array}$$

Estructurando cada restricción e introduciendo sus variables de holgura $S \equiv (S_{1,} S_{2,} S_3)$

$$\begin{array}{lccccccc} (0) & z & - & 10x_1 & - & 20x_2 & & & = 0 \\ (1) & & & 4x_1 & + & 2x_2 & + & S_1 & = 20 \\ (2) & & & 8x_1 & + & 8x_2 & + & S_2 & = 20 \\ (3) & & & & & 2x_2 & + & S_3 & = 10 \end{array}$$

Una vez tenemos las variables básicas $S \equiv (S_{1,} S_{2,} S_3)$ y no básicas $x \equiv (x_{1,} x_2)$ estructuradas, construimos nuestra matriz Simplex. De ella obtendremos nuestra columna pivote, la cual será la variable con mayor peso en la función objetivo, para nuestro caso será x_2 (excluyendo x_1 de la solución óptima) , y nuestra fila pivote, que será la variable básica que mayor impacto tenga sobre las restricciones de x_2, dividimos nuestro coeficiente de restricción (CR) entre las constantes de la columna pivote y encontramos que S_2 es la variable básica con mayor impacto (20/8 = 2,5).

	z	x_1	x_2	x_3	S_2	S_3	CR
(S_1)	0	4	2	1	0	0	20
(S_2)	0	8	8	0	1	0	20
(S_3)	0	0	2	0	0	1	10
(z)	1	-10	-20	0	0	0	0

La intersección de S_2 y x_2 representará el elemento pivote y los valores de x_2 de cada fila sus coeficientes pivotes. Con el fin de transformar nuestra tabla, al formato inicial, con una variable básica $S \equiv (S_{1,} S_{2,} S_3)$ por cada fila, con coeficiente igual a 1, se calcularán los nuevos valores para la fila pivote, dividiendo cada valor de la fila por el elemento pivote:

(S_2)	0	1	1	0	1/8	0	2,5

A partir de la nueva fila pivote, se transformarán las demás filas, multiplicando el coeficiente pivote de la fila correspondiente por el valor correspondiente de la nueva fila pivote, y restando este valor al valor fila correspondiente de la tabla anterior. Como resultado:

	z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	CR
(S_1)	0	2	0	1	-1/4	0	15
(x_2)	0	1	1	0	1/8	0	5/2
(S_3)	0	-2	0	0	-1/4	1	5
(z)	1	10	0	0	5/2	0	50

Las variables básicas $S_{1,}$ $S_{2,}$ S_3 no se incluyen en la solución óptima ya que, como hemos comentado, son variables ficticias. Por tanto, dado que hemos excluido x_1 , nuestra solución óptima sería:

$$z = 10x_1 + 20x_2 = 10(0) + 20\left(\frac{5}{2}\right) = 50$$

Para realizar el test de optimalidad y ver si la solución hallada es óptima, trasladamos los valores obtenidos a la función objetivo inicial:

$$z = 50 - 10x_1 - \frac{5}{2}S_2$$

Dado que todas las variables no básicas $x_{1,}\ x_2$, son valores negativos en esta ecuación, podemos concluir que la solución es óptima. En caso de que alguna de las variables básicas fuese positiva, comenzaríamos el proceso de nuevo incluyendo x_1 en la transformación a la segunda tabla, obteniendo un nuevo valor extremo o vértice.

6.3 Metodología del modelo de optimización.

La optimización realizada en esta tesis ha sido implementada en *R Studio* a través del paquete *"lpsolve"* el cual utiliza el método de optimización Simplex visto anteriormente.

El primer paso para optimizar nuestra cartera, será definir nuestra función objetivo, así como todas las restricciones que deseamos que cumpla nuestro modelo.

Nuestro modelo, tendrá tantas variables como bonos tengamos en nuestra base de datos de compras a optimizar, para este caso 5455. La optimización, seleccionará las compras a realizar, es decir, el valor de mercado que debe tener cada activo de la base de datos.

Las restricciones son modificables por el usuario en función de la selección de activos (strategic asset allocation), el riesgo de crédito que desee asumir en función de la distribución porcentual de la cartera por ratings y el SCR máximo por submódulo de riesgo de spread que desee dotar.

max

$$tir = \sum yield_i * exp_i$$

s.a

$$\sum d_i * exp_i = mv_{cartera} * d_p$$

$$\sum exp_i = mv_{cartera}$$

$$exp_1, exp_2 \dots exp_n \leq 2\ \% * mv_{cartera}$$

$$expis_1, expis_2 \dots expis_{ne} \leq 5\ \% * mv_{cartera}$$

$$\sum scr_i * exp_i \leq\ scr\_max$$

$$\sum rating^{BBB}{}_i * \exp_i \geq 30\ \% * mv_{cartera}$$

$$\sum rating^{high\ yield}{}_i * \exp_i \leq\ 10\ \% * mv_{cartera}$$

$$\sum asset_{allocation}{}^{domestic}{}_i * \exp_i \geq 25\ \% * mv_{cartera}$$

$$\sum asset_{allocation}{}^{treasuries}{}_i * \exp_i \geq 20\ \% * mv_{cartera}$$

$$\sum asset_{allocation}{}^{gov\_related}{}_i * \exp_i \geq 10\ \% * mv_{cartera}$$

$$\sum asset_{allocation}{}^{corporates}{}_i * \exp_i \leq 45\ \% * mv_{cartera}$$

$$\sum asset_{allocation}{}^{corp\_financ}{}_i * \exp_i \leq 25\ \% * mv_{cartera}$$

$$\sum asset_{allocation}{}^{covered}{}_i * \exp_i \geq 15\ \% * mv_{cartera}$$

donde:

exp_i: exposición o valor de mercado de cada bono.

tir : es el rendimiento de la cartera por su valor de mercado o exposición total, para calcular la tasa interna de retorno ponderada de la cartera habría que dividir este danto entre el valor de mercado total.

$yield_i$: tasa interna de retorno de cada bono.

d_i: duración modificada de los bonos en cartera.

$mv_{cartera}$: valor de mercado total de la cartera.

d_p: duración modificada de los pasivos.

$expis$: matriz de bonos emitidos por un mismo emisor $expis = \sum \exp_i * issuer_i$. Cada emisor tendrá una matriz de bonos (se generan tantas matrices como emisores distintos).

scr: matriz de porcentajes de consumo de capital por riesgo de spread de cada bono.

scr_max: consumo de capital máximo asumido por la cartera en el submódulo de riesgo de spread.

$rating^{BBB}$: matriz de bonos con rating desde BBB+ hasta BBB-

$rating^{high\ yield}$: matriz de bonos con rating por debajo de BBB-.

$asset_{allocation}{}^{treasuries}$: matriz de bonos soberanos.

$asset_{allocation}{}^{gov\_related}$: matriz de bonos emitidos por organismos oficiales distintos de gobiernos.
$asset_{allocation}{}^{corporates}$: matriz de bonos emitidos por empresas.
$asset_{allocation}{}^{corp\_financ}$: matriz de bonos emitidos por empresas del sector financiero.
$asset_{allocation}{}^{securitized}$: matriz de bonos cubiertos por un colateral, bien sea hipotecario o activos de carácter general.

Una vez encontrada la cartera óptima según las restricciones marcadas al modelo, pasaremos a cuantificar la distribución de pérdidas hasta el vencimiento de la totalidad de los bonos, cuya media será la pérdida esperada de la cartera (ECL).

La aplicación de la teoría de Cadenas de Markov se ha implementado de la siguiente forma. Cada bono en la cartera óptima parte de un estado inicial *z*, marcado por su rating de compra. Cada estado, tiene una probabilidad *x* de pasar a otro estado (rating) o mantenerse en el mismo. Estas probabilidades son anuales, por lo que el número de pasos a simular para cada bono dependerá de los años hasta el vencimiento, en este aspecto se ha realizado una aproximación, redondeando al alza el número de pasos para cada bono.

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
AAA	90.81%	8.33%	0.68%	0.06%	0.12%	0.00%	0.00%	0.00%
AA	0.70%	90.65%	7.79%	0.64%	0.06%	0.14%	0.02%	0.00%
A	0.09%	2.27%	91.05%	5.52%	0.74%	0.26%	0.01%	0.06%
BBB	0.02%	0.33%	5.95%	86.93%	5.30%	1.17%	0.12%	0.18%
BB	0.03%	0.14%	0.67%	7.73%	80.53%	8.84%	1.00%	1.06%
B	0.00%	0.11%	0.24%	0.43%	6.48%	83.46%	4.07%	5.20%
CCC	0.22%	0.00%	0.22%	1.30%	2.38%	11.24%	64.86%	19.79%
Default	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%

Tabla 5 - Probabilidades de transición de los bonos por Cadenas de Markov

Posteriormente, se simulará un número de veces *n* la trayectoria de cada bono hasta su vencimiento, en caso de que el bono alcance el estado de *default*, y basándonos en la teoría central del límite, se simulará la pérdida dado el default (LGD) a través de una normal inversa, con media y desviación típica variables en función de la garantía del bono.

Media	Desv. Típica

Covered / Securitized	65%	10%
Sr Unsecured	38%	6%
Subordinated	27%	4%
Jr Subordinated	15%	2%

Tabla 6 - LGD media y desviación típica por clase de emisión

La estructura de la simulación es la siguiente:

```
For i in 1:número de activos
    Número de simulaciones = x
    Num_pasos = años hasta vencimiento (i)
    Estado_inicial = rating(i)
        For j in 1:número de simulaciones
            Estado_cadena [1, j] = simulación multivariante
                If Estado_cadena[1,j] == default
                    ECL_sim [i,j] = exposure[i] * normal_inversa(μ, σ)
                End if
        Next j
Next i
```

ECL_portfolio[,j] = $\sum ECL_{sim}[,j]$

6.4 Resultados

A continuación, vamos a ver distintos resultados según las restricciones que el usuario desee marcar al modelo, posteriormente, analizaremos los distintos resultados de la distribución de pérdidas esperada, con el fin de localizar la opción deseada en el binomio rentabilidad riesgo.

Para que la comparativa sea más coherente, partiremos de una cartera sin ningún activo, en el que el modelo deberá seleccionar la totalidad de estos, contando con una tesorería de 300 millones de euros para invertir.

6.4.1 Cartera 1

En esta opción, planteamos el macheo de una duración de pasivos igual a 8.00, con una cartera diversificada y riesgo moderado, 60 % de la cartera en bonos entre A- y AAA. Las restricciones marcadas al modelo en esta opción serán las siguientes:

- Tesorería: 300 MM
- Duración de pasivos a machear: 8,00
- % VM Ratings High Yield (< BBB-) <= 5 %
- % Ratings entre BBB+ y BBB- <= 35 %
- % cartera con riesgo España (bonos domésticos) >= 20 %
- % VM máximo de exposición por bono: 5 MM
- % VM máximo de exposición por emisor: 10 MM

Selección de Activos (Strategic Asset Allocation):

Treasury and Gov.Related >= 40 %
  Treasuries >= 20 %
  Goverment Related >= 20 %
Corporates <= 50 %
  Financieros <= 25 %
  No financiero <= 50 %
Covered bonds >= 20 %

El modelo encuentra inversiones óptimas:

- Número de bonos en cartera: 66
- Tasa interna de retorno (TIR): 2.466 %
- Pérdida esperada (ECL): 5,64 MM
- VaR95% (ECL): 11,329 MM
- VaR99% (ECL): 14,308 MM

Las pérdidas por riesgo de crédito presentan la siguiente distribución:

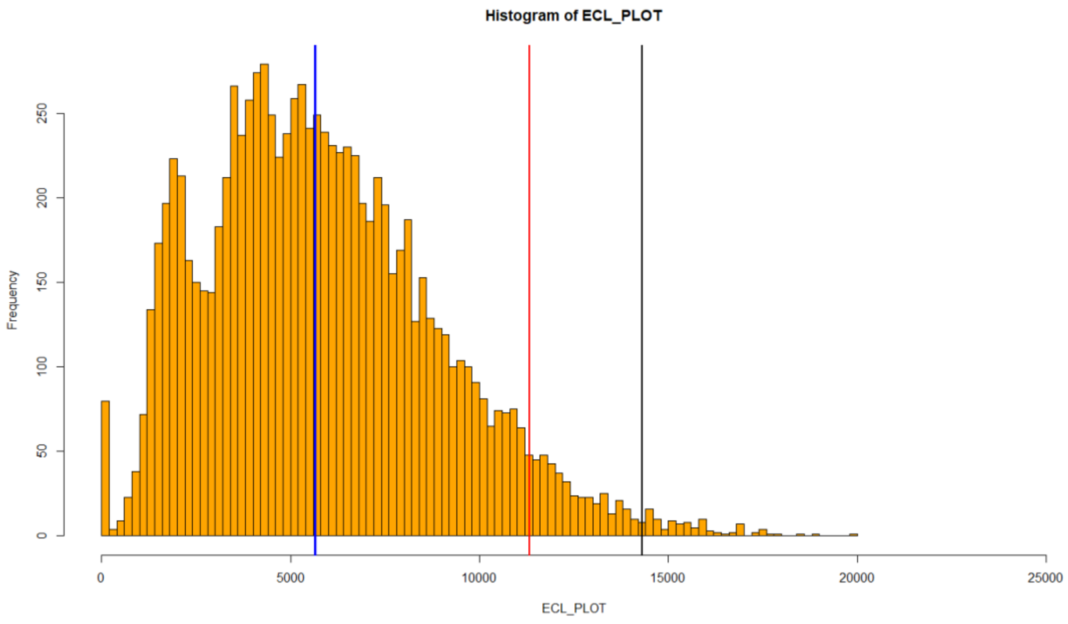

Figura 15 - ECL de la Cartera 1

6.4.2 Cartera 2

En este caso, mantendremos la mayoría de parámetro, aunque optaremos por una cartera más arriesgada, buscando llegar a tasas de retorno por encima del 3 % a través de mayor exposición a bonos por debajo del rating A-. Permitiremos al modelo posicionarse en bonos entre BBB+ y BBB- por hasta un 70 % del valor de la cartera. Mantenemos la distribución por tipología de activos (asset allocation)

Diferencias frente a las restricciones de la opción 1:

- % Ratings entre BBB+ y BBB- <= 70 %

El modelo encuentra inversiones óptimas:

- Número de bonos: 66
- Tasa interna de retorno (TIR): 2.66 %
- Pérdida esperada (ECL): 6,94 MM
- VaR95% (ECL): 13,406 MM
- VaR99% (ECL): 16,602 MM

Las pérdidas por riesgo de crédito presentan la siguiente distribución:

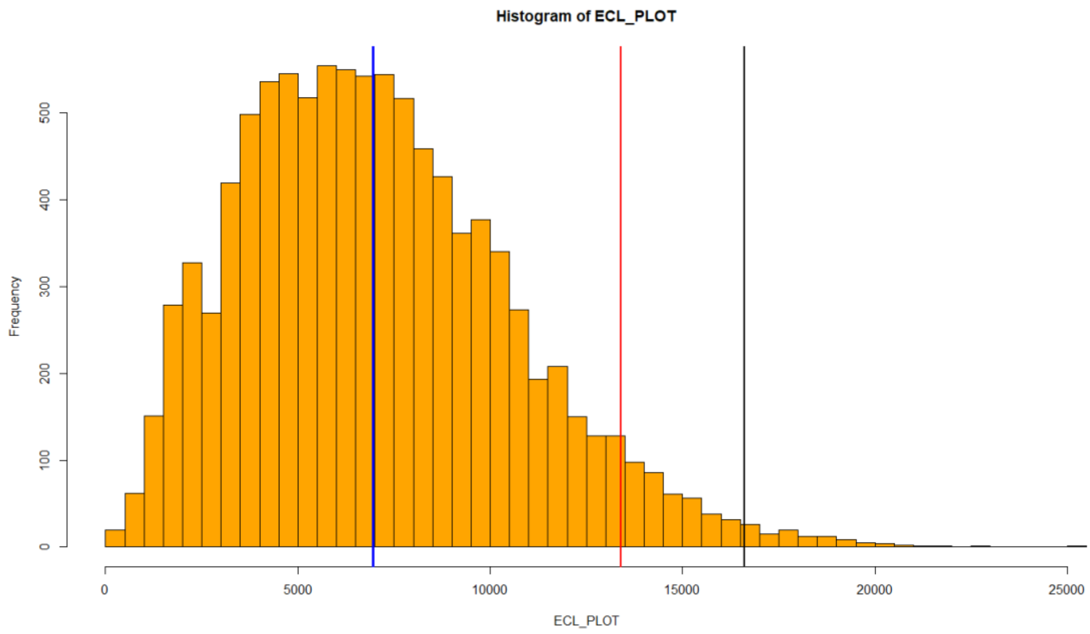

Figura 16 - ECL de la Cartera 2

Pese a que la TIR de la cartera únicamente a aumentado en 20 puntos básicos, vemos un aumento más significativo en la pérdida esperada (ECL) y un mayor riesgo de cola en la distribución de pérdidas. Esta opción no parece más eficiente que la anterior en términos de rentabilidad-riesgo.

6.4.3 Cartera 3

Probaremos con aumentar la exposición a bonos corporativos (corporates), dado que estos suelen ser los bonos con mayores retornos, tratando de comprobar si la falta de aumento significativo en la rentabilidad en la opción 2 se debía al mantenimiento del asset allocation.

Diferencias frente a las restricciones de la opción 1:

Selección de Activos (Strategic Asset Allocation):

Treasury and Gov.Related >= 20 %

Treasuries >= 20 %

Goverment Related >= 20 %

Corporates <= 80 %

Financieros <= 40 %

No financiero <= 80 %

Covered bonds >= 10 %

El modelo encuentra inversiones óptimas:

- Número de bonos: 66
- Tasa interna de retorno (TIR): 2.76 %
- Pérdida esperada (ECL): 6,802 MM
- VaR95% (ECL): 12,913 MM
- VaR99% (ECL): 15,810 MM

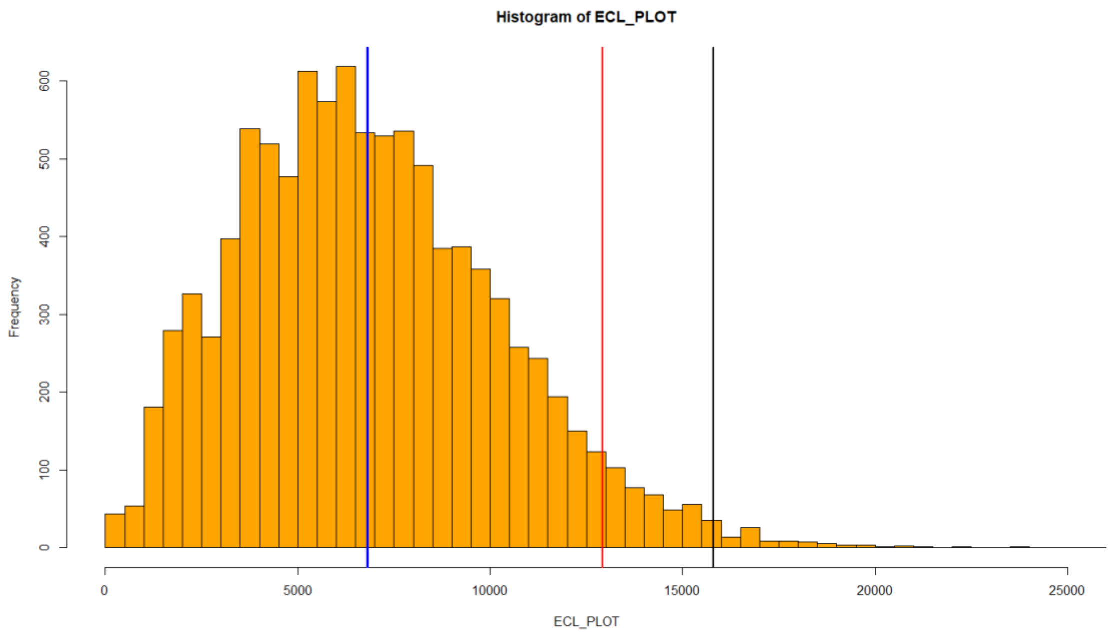

Figura 17 - ECL de la Cartera 3

La distribución se presenta muy similar a la vista en la opción 2, con la diferencia de que hemos ganado 10 puntos básicos de rentabilidad al invertir en una mayor proporción de cartera en corporates, a la vez que disminuimos el riesgo de cola.

6.4.4 Cartera 4

Para este caso, analizaremos una cartera muy conservadora en términos de rentabilidad-riesgo, disminuyendo a 0 nuestra exposición a bonos con rating por debajo de A- y dando prioridad a bonos soberanos o de agencias gubernamentales (Treasury and gov.related) y bonos garantizados (covered).

Diferencias frente a las restricciones de la opción 1:

- % VM Ratings High Yield (< BBB-) <= 0 %
- % Ratings entre BBB+ y BBB- <= 0 %
- Selección de Activos (Strategic Asset Allocation):

Treasury and Gov.Related >= 70 %

- Treasuries >= 20 %
- Goverment Related >= 20 %

Corporates <= 20 %

- Financieros <= 10 %
- No financiero <= 20 %

Covered bonds >= 30 %

El modelo encuentra inversiones óptimas:

- Número de bonos: 66
- Tasa interna de retorno (TIR): 1.29 %
- Pérdida esperada (ECL): 3,049 MM
- VaR95% (ECL): 7,614 MM
- VaR99% (ECL): 9,97 MM

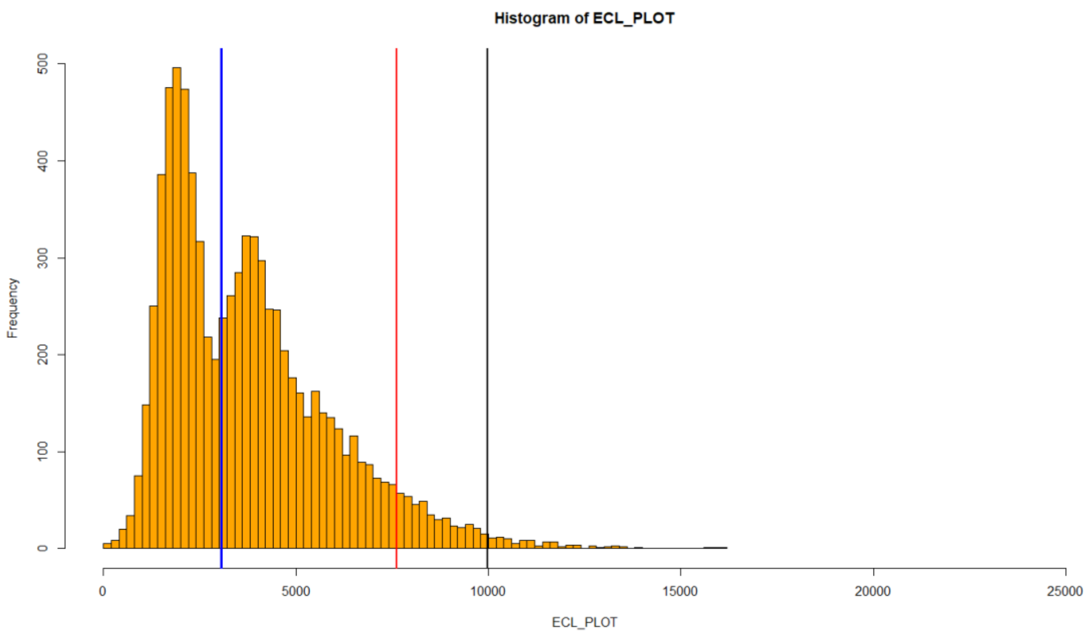

Figura 18 - ECL de la Cartera 1

Vemos una disminución muy importante en la TIR de la cartera, suponiendo un retorno entorno a 130 puntos básicos menor que a la opción 1. Como ventaja, reducimos significativamente nuestra pérdida esperada en más de 2 millones. A pesar de ello, seguimos manteniendo un riesgo de cola elevado, por lo que los VaR al 95 y 99% disminuyen en mucha menor medida que la media.

6.4.5 Cartera 5

Por último, con el fin de analizar el impacto de la duración de la cartera en la TIR optimizada y la pérdida esperada, partiremos de las mismas restricciones de la cartera equilibrada de la opción 1, modificando la duración a machear de los pasivos desde 8,0 a 6,0.

Diferencias frente a las restricciones de la opción 1:

- Duración de pasivos a machear: 6,00

El modelo encuentra inversiones óptimas:

- Número de bonos: 66
- Tasa interna de retorno (TIR): 2,14 %
- Pérdida esperada (ECL): 3,866 MM
- VaR95% (ECL): 8,790 MM
- VaR99% (ECL): 11,405 MM

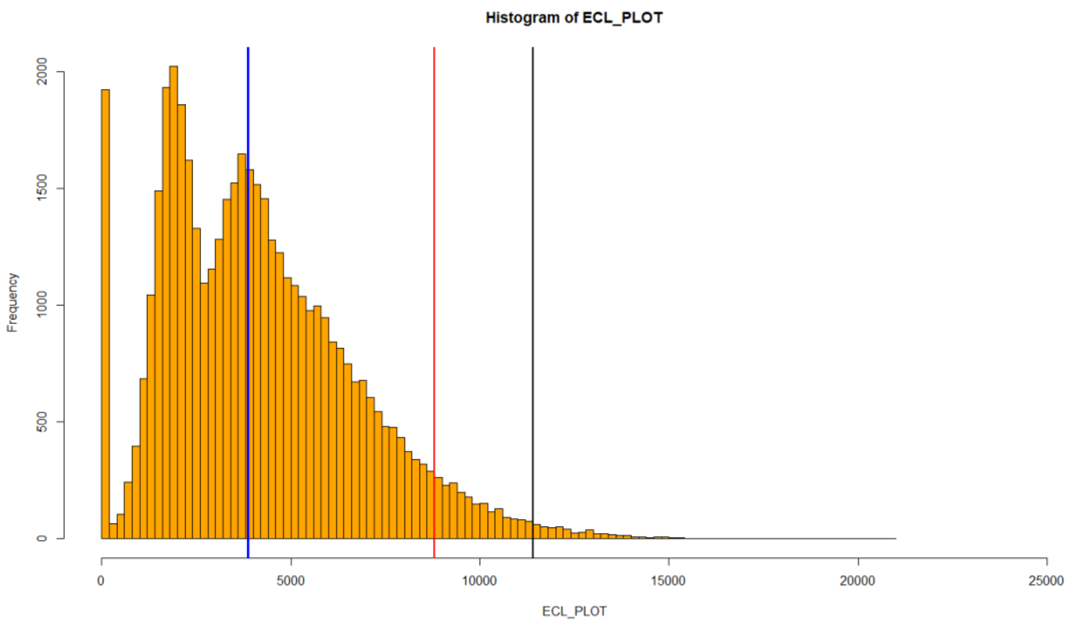

Figura 19 - ECL de la Cartera 5

La TIR de la cartera disminuye menos de lo que cabría esperar, perdiendo únicamente 30 puntos básicos respecto a la cartera con duración de 8. Curiosamente, la diferencia más significativa se ve en la distribución de pérdidas, debido a la menor duraciones de los bonos en cartera, disminuye en 1,8 millones de media.

El usuario deberá probar distintas estrategias y elegir en función de sus preferencias de riesgo la opción que más se ajuste.

7. Conclusiones y siguientes líneas a desarrollar

A pesar de que el “algo trading” o inversiones basadas en algoritmos están paulatinamente tomando un mayor peso en la industria, tanto la optimización desarrollada en esta tesis como cualquier decisión transaccional realizada a través un algoritmo tiene unas fuertes limitaciones, incluso si este ha sido desarrollado utilizando técnicas avanzadas como el maching learning.

Estas limitaciones tienen su explicación en que, a pesar de la ingente cantidad de datos de mercado a los que los inversores tienen acceso, las cotizaciones de los instrumentos financieros no siempre siguen su valor justo teniendo en cuenta los datos fundamentales de la inversión como pueden ser: ratios financieros, exposición al riesgo, perspectivas de crecimiento, datos macro, datos sectoriales, etc. El mercado financiero, supone el mayor exponente de la ley de la oferta y la demanda, incluyendo las posibles decisiones irracionales que los inversores puedan tomar sobre él.

Una de las líneas de investigación más alternativas de los últimos años en cuanto al mundo de las inversiones son las finanzas conductivas. Esta teoría echa mano de la psicología y sociología para trata de aprovechar el comportamiento irracional de los inversores y así maximizar la rentabilidad de sus carteras. Su conclusión es muy simple, el mercado se ve muy afectado por las decisiones irracionales de las personas, mientras en momentos de alza de mercado, la confianza de los inversores hará que infra estimen los riesgos a los que se enfrentan, en momentos bajistas o con altas tasas de default, su naturaleza adversa al riesgo hará, por el contrario, que los instrumentos financieros estén “baratos” respecto a su “fair value”. Distintos análisis han plasmado igualmente que, dependiendo del momento del ciclo en el que se encuentre la economía, los mercados exigirán distintas exigencias de rentabilidad para riesgos similares, curiosamente, en un periodo de ciclo más temprano con menores probabilidades de default el mercado exigirá un rendimiento mayor que en las épocas finales de éste.

Como opinión personal, el mayor reto al que se enfrentan los algoritmos de trading si aspiran a remplazar a los gestores o analistas de activos, es el de modelizar el comportamiento humano y sus distintos tipos de aversión o apetito de riesgo según el contexto de mercado.

Focalizándonos en la optimización desarrollada en esta tesis, la principal limitación supone basar el riesgo de crédito de un bono únicamente en el rating proporcionado por las agencias de calificación. A pesar de que existe un consenso en cuanto a la representatividad que suponen los ratings de las empresas y emisiones, siendo incluso utilizados, como ya hemos visto, por organismos oficiales para el cálculo de sus requerimientos de capital (Solvencia II y Basilea III), su alcance es limitado. En primer lugar, porque estos ratings se actualizan trimestralmente, pudiendo en muchos casos quedarse obsoletos entre un periodo de revisión y el siguiente. Y en segundo lugar porque, como ya se ha demostrado en el pasado, existe un gran conflicto de intereses en que las agencias de calificación, entidades privadas, facturen a las empresas por clasificar su deuda y, cuyos costes de financiación, dependerán en gran medida de su veredicto.

A pesar de estas limitaciones, la herramienta de optimización desarrollada supone una herramienta muy útil para realizar un “research” de mercado de forma automatizada, localizando los valores con mayor rendimiento dado su rating y pudiendo aprovechar posibles oportunidades en las cotizaciones de mercado. Además, nos da la posibilidad de focalizar este “research” de una forma muy selectiva, filtrando por clase de emisión, duración, rating y demás restricciones a las que está sujeto el modelo.

Las siguientes líneas que desarrollar para mejorar la herramienta serían incluir parámetros de liquidez para cada uno de los activos, de esta forma, podríamos estimar la rentabilidad que exige el mercado por esta falta de liquidez y diferenciar que parte de rendimiento obtenemos por asumir un mayor riesgo de crédito y cuanto por riesgo de liquidez.

Por otro lado, analizando los emisores de la cartera optimizada bajo distintas restricciones, solían ser pertenecer a industrias poco sostenibles o respetuosas con la política ESG como puedan ser petroleras o tabacaleras. El mercado ya exige un mayor retorno a empresas poco responsables con la salud y el medio ambiente, por lo que, otra restricción que añadir al modelo sería la calificación de cada emisor por parámetros

ESG, y así determinar que nivel de exposición queremos tener en nuestra cartera de este tipo de emisores.

8. Bibliografía

Abad, P., & Benito, S. (s.f.). *Valor en Riesgo en carteras de renta fija. Una comparación entre modelos empíricos de la estructura temporal.*

Barros, R. H. (s.f.). *Políticas de inversión del sector seguros en la Unión Europea.*

Blake, D., Lehmann, B. N., & Timmermann, A. (s.f.). *Asset Allocation Dynamics and Pension Fund Performance.*

Bragta, D. V., Steehouwerb, H., & Waalwijka, B. (2010). *Market Consistent ALM for Life Insurers - Steps toward Solvency II .*

Carrascal, J. M. (s.f.). *Modelos de medición del riesgo de crédito.*

Dardis, A. (1996). *Asset Allocation in Investing to Meet Liabilities.*

González, L. O., Sandias, A. R., & Rodriguez, S. X. (s.f.). *La gestión integral de activos y pasivos en el negocio asegurador de vida: aproximación al caso español.*

Iyengar, G., & Ma, A. K. (s.f.). *Cash flow matching: a risk management approach.*

Pagnoncelli, B. K. (s.f.). *Credit risk assessment of fixed income portfolios: an analytical approach.*

Rodríguez, H. B. (s.f.). *El Modelo CreditRisk+ .*

Sánchez, D. L. (Agosto 2014). *Nuevas necesidades de capital y sus impactos en los mercados financieros. Especial mención al sector asegurador español.*

Shah, A., Singh, M., & Aggarwal, N. (s.f.). *Distance to default: Implementation in R.*

Yan, F., & Rodríguez-Pardo, J. M. (2015). *Asset Liability Management –ALM in Life Insurance Risk Management.* Madrid.

9. Anexos

9.1 Código en R studio:

```
install.packages("dplyr")
install.packages("lpSolve")
library(lpSolve)
library(openxlsx)
library(dplyr)
setwd("C:/Users/Pablo Lorente/Desktop/tfm/R")

########IMPORTAMOS LOS DATOS DE LA CARTERA QUE QUEREMOS
OPTIMIZAR#####################

CARTERA <- read.xlsx("BONOS TFM_1_1.xlsx")
EMISORES_V <- read.xlsx("EMISORES_CORPORATES.xlsx")
EMISORES <- EMISORES_V[,1]

#Definimos las distintas características de los bonos en variables vector

n_emisores_corp = nrow(EMISORES_V)
n_datos = nrow(CARTERA)
Rating <- CARTERA[,5]
Country <- CARTERA[,8]
Asset_Class_1 <- CARTERA[,12]
Asset_Class_2 <- CARTERA[,13]
Emisores_cartera <- CARTERA[,1]
SCR_cartera <- CARTERA[,21]

duracion_activos = t(CARTERA[,3])
tir_activos = CARTERA[,4]

### Calculamos los datos apriori de duración y tir de la cartera
duracion_cartera = sum(DUR)/sum(VM)
Tir_c_cartera = sum(TIR)/sum(VM)

vm_cartera = matrix(1,nrow=1,ncol=n_datos)
vm_min_bucle = matrix(1, nrow=1, ncol=n_datos)
rating_min_non_ivgrade = matrix(0, ncol=n_datos)
rating_min_ivgrade = matrix(0, ncol=n_datos)
domestic = matrix(0, ncol=n_datos)
treasury = matrix(0, ncol=n_datos)
covered = matrix(0, ncol=n_datos)
gov_related = matrix(0, ncol=n_datos)
corporate = matrix(0, ncol=n_datos)
corp_financial = matrix(0, ncol=n_datos)
vm_min_2 = matrix(0, ncol = n_datos)
```

```
vm_max_2 = matrix(10000, ncol = n_datos)
vm_min_3 = matrix(">=", ncol = n_datos)
vm_max_3 = matrix("<=", ncol = n_datos)

vm_max = matrix(0, ncol = n_datos)
vm_max[1] = 1

for(x in 2:n_datos){

  vm_max_bucle = matrix(0, nrow=1, ncol=n_datos)
  vm_max_bucle[1,x] = 1
  vm_max = c(vm_max, vm_max_bucle)
}

for(x in 1:n_datos){
  if (Rating[x] == "BB+" ||  Rating[x] == "BB"||  Rating[x] == "BB-"){

    rating_min_non_ivgrade[x] = 1

  } else if(Rating[x] == "BBB+" || Rating[x] == "BBB" || Rating[x] == "BBB-"){

    rating_min_ivgrade[x] = 1

  }}

for(x in 1:n_datos){
  if (Country[x] == "ES"){

    domestic[x] = 1

  }}

for(x in 1:n_datos){
  if (Asset_Class_1[x] == "Treasury"){

    treasury[x] = 1

  }else if(Asset_Class_1[x] == "Government-Related"){

    gov_related[x] = 1

  }else if(Asset_Class_1[x] == "Corporate"){

    corporate[x] = 1

  }else if(Asset_Class_1[x] == "Securitized"){
```

```
    covered[x] = 1

  }}

for(x in 1:n_datos){
  if (Asset_Class_2[x] == "Financial Institutions"){

    corp_financial[x] = 1

  }}

emisor <- matrix(0, ncol=n_datos)
vm_max_emisor = matrix("<=", ncol = n_emisores_corp)

for (x in 1:n_emisores_corp){
  emisor_transitoria = matrix(0, ncol = n_datos)
  for (j in 1:n_datos){
    if (Emisores_cartera[j] == EMISORES[x]){
      if(x == 1){
        emisor[1,j] = 1
      }else if(x > 1){
        emisor_transitoria[1,j] = 1
      }}}
  if(x>1){emisor = c(emisor, emisor_transitoria)}
  }

#################################    OPTIMIZACIÓN CARTERA
######################################

objetive.in = tir_activos
const.mat = matrix(c(vm_cartera, vm_max, duracion_activos, duracion_activos,
rating_min_non_ivgrade, rating_min_ivgrade, domestic, treasury, gov_related,
covered, corporate, corp_financial, emisor, SCR_cartera), ncol = n_datos, byrow =
TRUE)

vm_constraint = 300000
duracion_constraint = 8 * vm_constraint
duracion_constraint_2 = 7 * vm_constraint
rating_constraint_non_invgrade = 0.05 * vm_constraint
rating_constraint_invgrade_BBB = 0.9 * vm_constraint
domestic_constraint = 0.2 * vm_constraint
treasury_constraint = 0.2 * vm_constraint
gov_related_constraint = 0.2 * vm_constraint
covered_constraint = 0.2 * vm_constraint
corporate_constraint = 0.5 * vm_constraint
corp_financial_constraint = 0.5 * corporate_constraint
vm_max_emisor_constraint = matrix(6000, ncol = n_emisores_corp)
```

```
SCR_spread_constraint = 0.01 * vm_constraint

const.rhs = c(vm_constraint, vm_max_2 ,duracion_constraint, duracion_constraint_2,
rating_constraint_non_invgrade, rating_constraint_invgrade_BBB,
domestic_constraint, treasury_constraint, gov_related_constraint, covered_constraint,
corporate_constraint, corp_financial_constraint, vm_max_emisor_constraint,
SCR_spread_constraint)
const.dir = c("=", vm_max_3 ,"<=",">=", "<=", "<=", ">=", ">=", ">=", "<=", "<=", "<=",
vm_max_emisor, "<=")

optimum = lp(direction="max", objetive.in, const.mat, const.dir, const.rhs)
vm_optimo = data.frame(optimum$solution)
CARTERA_EXPORT = data.frame(CARTERA, vm_optimo)
CARTERA_EXPORT = CARTERA_EXPORT[CARTERA_EXPORT$optimum.solution!=0, ]

write.table(CARTERA_EXPORT, file="Valor_Mercado_óptimo.csv", sep = ";")
CARTERA_EXPORT
duracion_cartera_optima = (optimum$solution %*%
t(duracion_activos))/sum(optimum$solution)
duracion_cartera_optima
tir_cartera_optima = (optimum$solution %*% tir_activos)/sum(optimum$solution)
tir_cartera_optima

##########################################################################
##################################
#------------------------------------------- FUNCTION -------------------------------------------------

run.mc.sim <- function(P, initial, num.iters = num.iterations ) {

 # number of possible states
 num.states <- nrow(P)

 # stores the states X_t through time
 states     <- numeric(num.iters)

 # initialize variable for first state
 states[1]    <- initial

 for(t in 2:num.iters) {

  # probability vector to simulate next state X_{t+1}
  p  <- P[states[t-1], ]

  ## draw from multinomial and determine state
  states[t] <-  which(rmultinom(1, 1, p) == 1)
 }
 return(states)
```

```
}

#----------------------------------------------------------------------------------------------------

Importación_R <- read.xlsx("credit_calc.xlsx", rowNames = TRUE)
matriz_trans = data.matrix(Importación_R)
matrix_int = matriz_trans %*% matriz_trans

vectorz <- vector(mode="list", length=30)
vectorz[[1]] <- matriz_trans
vectorz[[2]] <- matrix_int

for (x in 3:30){

  matrix_int = matrix_int %*% matriz_trans
  vectorz[[x]] <- matrix_int

}

#matriz_prueba = data.frame(vectorz[20])
#matriz_prueba = data.matrix(matriz_prueba)

n_activos = nrow(CARTERA_EXPORT)
time_to_mat <- CARTERA_EXPORT[17]
exposure <- CARTERA_EXPORT[22]
inicial_stage_portfolio <- CARTERA_EXPORT[20]
LGD_mean <- CARTERA_EXPORT[18]
LGD_sd <- CARTERA_EXPORT[19]

#------------------------------------ MARKOV CHAIN SIMULATION ------------------------------------
-------

num.chains <- 10000
ECL_sim <- matrix(0, ncol = num.chains, nrow = n_activos)

for (j in 1:n_activos){
  num.years <- time_to_mat[j,]
  num.iterations <- num.years + 1
  #num.iterations <- min(5, num.years)
  initial_state <- inicial_stage_portfolio[j,]
  chain.states <- matrix(NA, ncol=num.chains, nrow=num.iterations)
  for(c in seq_len(num.chains)){
    chain.states[,c] <- run.mc.sim(matriz_trans, initial_state)
    if (chain.states[num.iterations,c] == 8){
      ECL_sim[j, c] = exposure[j,] *  (1 - min(1, max(rnorm(1, LGD_mean[j,],
LGD_sd[j,]),0)))
    }
```

```r
  }
}

ECL_portfolio = matrix(NA, ncol = 1, nrow = num.chains)

for(c in seq_len(num.chains)){
  ECL_portfolio[c] = sum(ECL_sim[,c])
}

ECL = mean(ECL_portfolio)
ECL_VaR_99 = quantile(ECL_portfolio, 0.99)
ECL_VaR_95 = quantile(ECL_portfolio, 0.95)
ECL_PLOT = ECL_portfolio[ECL_portfolio!=0, ]
d <- density(ECL_PLOT)
hist(ECL_PLOT, xlim = c(0,50000), breaks = 80, col = "orange")
#lines(density(ECL_portfolio), col="green", lwd=2)
abline(v = ECL, col = "blue", lwd = 3)
abline(v = ECL_VaR_95, col = "red", lwd = 2)
abline(v = ECL_VaR_99, col = "black", lwd = 2)


##########################        GRÁFICOS
##############################################
#matplot(chain.states, type='l', lty=1, col=1:5, ylim=c(0,9), ylab='state', xlab='time')
#abline(h=1, lty=3)
#abline(h=8, lty=3)
#hist(chain.states[num.iterations,], xlim = c(1,8))
```