

# La medida de la mortalidad en un colectivo de activos ocupados

Amancio Betzuen

Actuario

## INTRODUCCION

El objetivo de este dossier es doble. Por una parte, el de mostrar que las tablas de mortalidad que se utilizan actualmente en el mercado, no se adecuan al colectivo para el que se aplica y por otra, la de presentar una medida de la mortalidad de un tipo de colectivo muy extendido en la práctica como es el colectivo de activos y más concretamente el de la población ocupada. Tal es el caso de los colectivos para los que se aplican planes de pensiones, de previsión, algunas mutualidades, en concreto aquellas que contemplan productos similares a los planes de pensiones.

Inicialmente quisiéramos hacer un poco de historia, de como nació nuestra preocupación por la medida de la mortalidad para este tipo de colectivos. A principios de los años 90, existía cierta preocupación entre los actuarios por la magnitud asignada al tipo de interés de cálculo del valor actual actuarial de las prestaciones futuras, del coste normal (o cuota de aportación), de las provisiones matemáticas (o en su caso de los derechos consolidados), etc. Pero no estaban tan preocupados por la medida de la mortalidad.<sup>1</sup>

Sin embargo, por esta época algunos actuarios, muy pocos por cierto, estábamos observando que el número de fallecidos a cada edad alcanzada, que estimábamos hacia el futuro, para el cálculo del coste de las pensiones, no se ajustaba a lo que la experiencia mostraba. Es evidente que cuando esta diferencia es pequeña, la desviación, a menudo, no se percibe. Pero nos llamó poderosamente la atención la importante desviación que se producía entre lo que se obtenía a modo de estimación de aplicar unas tablas de mortalidad de uso frecuente en la práctica como son las GRM/F y la mortalidad que realmente se iba produciendo.

Como es sabido una desviación importante en esta estimación, en este caso una sobreestimación del número de fallecidos, conlleva que estamos aceptando que un menor número de activos alcanza la jubilación y por consiguiente un menor coste estimado por pago de pensiones de jubilación. Con las estimaciones realizadas de aplicar una tabla de mortalidad con tantos de mortalidad superiores a las reales construiremos un fondo (provisiones) insuficiente para poder garantizar el pago de dichas pensiones. Con lo cual no se podría hacer frente al pago de todos los que realmente alcancen la edad normal de jubilación.

Como decimos, este contraste ya fue realizado, por nosotros, a primeros de los años 90. Por esta razón nos comprometimos a realizar, digamos, un avance de una tabla de mortalidad de una población activa concreta. De los resultados de nuestra investigación, al principio mas bien incompleta, se dedujo una más que importante desviación en la medida de los tantos de mortalidad a cada edad alcanzada.

Ya por aquella época el colectivo utilizado para el contraste era importante, pues contenía más de 72.500 partícipes hombres y casi 16.000 partícipes mujeres. Estos tamaños del colectivo distribuidos en el intervalo de edades [20,65] nos proporciona un número de elementos para cada edad bastante significativo. Como se puede comprender para la mayoría del tramo de edades el tamaño era suficiente para tomar la frecuencia de fallecimiento como representativa.

Después de haber obtenido las frecuencias brutas de fallecimiento a partir de estos colectivos (hemos analizado por separado el colectivo de hombres y mujeres), de una manera elemental, esto es, por simple cociente entre el número de fallecidos y el número de partícipes existente para cada misma edad alcanzada, en la fecha de observación (Año 1991), se elabora, a modo de avance, una tabla provisional de mortalidad del colectivo objeto de observación. Dicha tabla fue utilizada, de forma paralela, a las tablas que habitualmente se venían aplicando en la práctica

<sup>1</sup> Me referiré aquí a la mortalidad por ser objeto de estudio en este dossier, pero igualmente podemos hablar de la invalidez, rotación, etc.

actuarial, en muchos casos las GRM/F-80. La experiencia que fuimos obteniendo no tiene desperdicio.

— Los resultados que para cada año futuro fuimos obteniendo, del colectivo bajo observación no presentaba duda alguna. Las tablas provisionales por nosotros construidas pronosticaron un número total de fallecidos, para el colectivo de activos en su conjunto (pero separado por sexos), que al compararlos con los reales, que medido en términos de desviación relativa daba un resultado inferior al 4%, mientras que las estimaciones realizadas con la tabla GRM/F-80 superaba el 20%.

— Se ensaya una aplicación de estas tablas provisionales para otros colectivos de partícipes que en aquellas épocas eran objeto de cálculos actuariales relacionados con planes de previsión. La respuesta no nos ofreció duda alguna, pues a pesar de tratarse de otros colectivos diferentes del que hemos extraído la información para la elaboración de la citada tabla, las desviaciones se encontraron en casi todos ellos, ligeramente por encima de los márgenes que hemos apuntado anteriormente.

No conformes con lo anterior, este tipo de ensayo lo fuimos aplicando en los años venideros, obteniéndose análogos resultados y esta fue la razón que impulsa nuestra intención de construir unas tablas de mortalidad propias para este tipo de colectivos.

## MARCO DE LAS OBSERVACIONES

En primer lugar se trata de establecer en qué fechas se va a proceder a la observación. A la vista de la experiencia que íbamos obteniendo de nuestros colectivos pensamos que un periodo de observaciones que transcurriera desde el 1-I-1991 al 31-XII-1995 representaba un espacio amplio de tiempo como para utilizar datos suficientes a cada edad alcanzada. Esto se cumplía en el colectivo de hombres pues el número de fallecimientos fue en todas las edades superior a 3 salvo en los primeros años. (véase tabla N° 3).

No así en el colectivo de mujeres en el que fue necesario recurrir a grupos de partícipes reunidos de cinco en cinco años.

En segundo lugar se trata de establecer la amplitud del periodo de observaciones es una decisión que la toma el actuario en base a su experiencia pero normalmente oscila entre 3 y 5 años y en este caso nos decidimos, como ya quedó indicado por un periodo de observación de 5 años. Pensamos que no es aconsejable reducir la amplitud del periodo de observación pues se reducirá notablemente el suavizado natural que se producirá en caso contrario, pero tampoco es conveniente aumentar la amplitud del mismo, pues nos encontraríamos agrupando comportamientos del colectivo de fechas bastante distantes.

Establecido la amplitud del periodo de observación y las fechas entre las cuales situáramos dicho periodo, el siguiente paso fue el de elegir el rango de edades que incluiríamos en la observación. Por razones obvias este fue el comprendido entre los 20 y los 65 años. En principio se incluyó los 65 años dado que disponíamos de individuos con 65 años en activo. Disponíamos también de trabajadores entre los 17 y 20 años, pero el número de partícipes era claramente insuficiente (salvo que los agrupáramos en grupos de edades de 3 \ 5 años).

## CENSO POBLACIONAL

Inicialmente la base de datos del colectivo objeto de estudio no estaba pensado para llevar a cabo la elaboración de una tabla de mortalidad sino más bien para la realización de cálculos actuariales relacionados con planes de pensiones.

No obstante se trataba de una base de datos bastante amplia en la que ya se incluía cierta información que debidamente tratada se podía aprovechar como censo. Posteriormente las bases de datos que se solicitaban a las entidades con planes de pensiones ya llevaban incorporado un censo para el seguimiento de la mortalidad y otros decrementos por otras causas como invalidez, rotación, etc.

Básicamente el censo de la población que se requirió a efectos de este trabajo contenía datos referidos a:

**FN:** fecha de nacimiento del partícipe

**FA:** fecha de alta del partícipe

Se controla si el alta se produce más de una vez.

**FB:** fecha de baja del partícipe

Obviamente este registro permanece vacío si no se ha producido la baja para el periodo de referencia.

**S:** sexo

**CB:** causa de baja

Se especifica la causa de baja: fallecimiento, invalidez, jubilación, rotación, excedencia, etc.

**EC:** estado civil

## MATERIAL DE OBSERVACION

El material de seguimiento inicial que fue citado en el primer epígrafe para justificar nuestra iniciativa, obviamente fue incluido como un colectivo bajo observación para el citado periodo, con el rango de edades establecido y para las fechas de calendario fijadas.

Se acudió a la observación de otros colectivos que por nuestra experiencia consideramos eran homogéneos. En este trabajo se consideran colectivos homogéneos aquellos cuya actividad (la de los trabajadores afectos al plan) es

similar y cuya proporción de fallecimientos a nivel global es también similar<sup>2</sup>.

El tamaño del colectivo como un todo (agrupados los diferentes colectivos) representa el número de partícipes totales que se aportan a la observación durante el periodo de observación. Este tamaño para cada año de calendario se muestra en la Tabla N° 1. En dicha tabla se presentan de forma separada por año de calendario con el objeto de poder apreciar la evolución del tamaño de los colectivos con el transcurso de los años. En una última columna se muestra el tamaño total del colectivo (número de años=individuos en observación a lo largo de todo el periodo de observación).

TABLA N° 1					
COLECTIVO DE HOMBRES TAMAÑO DEL COLECTIVO DE PARTICIPES AGREGADOS POR AÑO DE CALENDARIO (1-I-X)					
1991	1992	1993	1994	1995	91-95
110.681	112.006	109.876	107.867	104.188	544.618

En la Tabla N° 2 se muestra el tamaño, en este caso, de cada colectivo C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>,..., etc. (número de individuos bajo observación). Como se puede apreciar hemos elegido colectivos de tamaños claramente diferentes. En esta elección se dio más importancia a la validez de los datos aportados y a la homogeneidad de los mismos que al tamaño del colectivo. Por esta razón se dejaron algunos colectivos de partícipes al margen de este estudio. En la última columna se muestra el tamaño total del colectivo.

TABLA N° 2							
COLECTIVO HOMBRES TAMAÑO DE CADA COLECTIVO PARA EL PERIODO COMPLETO DE OBSERVACION (91-95)							
C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>	TODOS
271.722	121.433	81.941	15.389	19.351	30.397	4.385	544.618

Por otra parte hemos anotado el número real de fallecidos en el transcurso del periodo de observación. Agrupados por colectivos C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>,..., etc. los resultados se presentan en la tabla N° 3.

TABLA N° 3							
COLECTIVO HOMBRES NUMERO DE FALLECIDOS REALES EN CADA COLECTIVO PERIODO COMPLETO DE OBSERVACION (91-95)							
C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>	TODOS
465	311	217	19	78	58	7	1.155

Estos mismos datos, tanto del número de partícipes en observación como del número de fallecidos, fueron preparados de forma desagregada, esto es, por edades individuales tal y como se muestran en la tabla siguiente:

TABLA N° 4			
NUMERO DE FALLECIDOS A CADA EDAD A LO LARGO DEL PERIODO DE OBSERVACION (91-95)			
Edad	N.º fallecidos	Edad	N.º fallecidos
20	1	43	27
21	2	44	33
22	3	45	37
23	4	46	56
24	5	47	46
25	5	48	42
26	7	49	36
27	3	50	51
28	9	51	53
29	8	52	32
30	7	53	49
31	3	54	56
32	11	55	38
33	10	56	47
34	8	57	50
35	21	58	46
36	16	59	41
37	9	60	39
38	12	61	47
39	19	62	26
40	20	63	34
41	15	64	21
42	31	65	19

Una primera aproximación nos permite obtener las frecuencias relativas brutas, por cociente entre el número de fallecidos reales a cada edad alcanzada entre el número de partícipes en observación a la misma edad alcanzada.

<sup>2</sup> Por razones de discreción y de reserva profesional dichos colectivos no son mencionados aquí, pero para distinguirlos y con el objeto de que se les pueda hacer un seguimiento a través de este dossier son denotados por C1, C2, ..., etc. para referirnos al colectivo 1, colectivo 2, etc. respectivamente asociados a una empresa-plan diferente.

## TIEMPO DE EXPOSICION AL RIESGO

Con el objeto de obtener una mayor precisión se ha trabajado con unidades de riesgo más bien que con el número de partícipes en riesgo. Esto significa que no se consideró el número de partícipes existentes en una cierta fecha sino el tiempo con el que se contribuye al riesgo de fallecimiento. Esto es, el tiempo de exposición real al riesgo de fallecimiento.

Para ello se considera, en cada caso, el colectivo abierto, en el que se producen altas y bajas. Con este planteamiento el colectivo total aparece constituido por varios subcolectivos, a saber:

— *El colectivo de «iniciantes»:* Es el conjunto de partícipes que en el momento de comenzar el periodo de observación, esto es, el 1-I-1991 ya estaban de alta como partícipes.

— *El colectivo de «finalizantes»:* Es el conjunto de partícipes que en el momento de terminar el periodo de observación, esto es, el 31-XII-1995 permanecían de alta como partícipes.

— *El colectivo de altas:* Lo constituyen los partícipes que entran en observación una vez que el periodo de observación ha comenzado.

— *El colectivo de bajas:* Lo constituyen los partícipes que salen del periodo de observación antes de que finalice dicho periodo. Este colectivo se subdivide, a su vez, en subcolectivos.

— *El colectivo de fallecidos:* Lo destacamos aquí por cuanto que constituye el numerador de la frecuencia relativa bruta que se busca.

La baja se puede producir tanto por alcanzar la edad de jubilación, (en principio de jubilación normal), por invalidar, por salir del colectivo, como por fallecer.

Por supuesto el alta se produce entre el 1-I-91 y el 31-XII-95. Al igual que la baja. En los demás casos no entran en consideración (observación).

Dado que esta forma de proceder da lugar a periodos no enteros (un periodo entero coincide en este trabajo con el periodo anual) obliga a incorporar un criterio válido para atribuir fracciones de año (o de unidad de riesgo). Para ello se eligió un criterio para fijar la edad alcanzada y otro para la asignación fraccionada de la exposición al riesgo.

## CRITERIO DE ASIGNACION DEL PERIODO DE RIESGO INTERANUAL

Básicamente se utilizan tres criterios, desde el punto de vista práctico, para averiguar fracciones de periodo de riesgo anual, estos son:

- Fallecimiento uniforme
- Balducci
- tanto instantáneo uniforme

En este trabajo hemos tomado el criterio de Balducci<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Se debe al actuario italiano Gaetano Balducci.

por su sencillez aunque racionalmente no parece fácil de comprender. Básicamente el criterio de distribución de Balducci consiste en lo siguiente:

Se trata de considerar como criterio de distribución la siguiente función:

$$f(t) = {}_{1-t}q_{x+t} = a + bt \quad t \in [0,1]$$

Con el objeto de averiguar el valor de  ${}_{1-t}q_{x+t}$  en sus valores extremos procedemos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{para } t=0 &\rightarrow q_x = a \\ \text{para } t=1 &\rightarrow {}_0q_{x+1} = 0 = a + b \end{aligned}$$

de donde

$$a = q_x \quad \text{y} \quad b = -q_x$$

y por lo tanto

$${}_{1-t}q_{x+t} = (1-t)q_x \quad t \in [0,1]$$

A partir de la condición anterior se obtiene que:

$$l_{x+t} = \frac{l_x \cdot l_{x+t}}{l_{x+t} + t \cdot d_x} \quad (1)$$

Balducci no dio ninguna explicación convincente a este comportamiento de la función  $l_{x+t}$ , pues se puede llegar a comprobar que el tanto instantáneo de fallecimiento es, decreciente.

Esta «anomalía» de comportamiento no es, en principio, aceptable desde el punto de vista actuarial, pues como se sabe la intensidad de la mortalidad, en condiciones normales, va creciendo conforme aumenta la edad de la persona, salvo en casos extremos como sucede en los primeros meses de la niñez.

Pero este no es nuestro caso dado que tratamos un colectivo de trabajadores activos y por consiguiente con edades, normalmente, comprendidas entre los 20 y los 65 años.

Un caso más general que el tanto  ${}_{1-t}q_{x+t}$  lo constituye la probabilidad  ${}_{1-h}q_{x+t}$  que tiene por expresión:

$${}_{1-h}q_{x+t} = \frac{(1-h)q_x}{1 - (h-t)q_x}$$

el cual tiene sentido cuando  $1-h+t \leq 1$

También se observa que la expresión (1) se corresponde al inverso de una línea recta (ya que ésta se encuentra en el denominador de la expresión). Este comportamiento hiperbólico<sup>4</sup> es cuanto menos chocante y como decimos no

<sup>4</sup> Se puede comprobar que derivando respecto de  $t$ , la derivada primera resulta negativa y la derivada segunda positiva. Este comportamiento de la función corresponde a una hipérbola decreciente y cóncava hacia arriba.

## NORMA TECNICA

### Sobre normas y criterios de valoración de indemnizaciones y rentas vitalicias en caso de muerte o invalidez absoluta y permanente en caso de accidente de circulación o por causa distinta a éste

En la circular nº 430, de fecha 12 de mayo de 1998, se adjuntó a los Miembros del Instituto el contenido del Proyecto de la Norma Técnica de referencia, elaborada por la Comisión de Normas y Criterios del Instituto, abriéndose un período de tres meses contados a partir del 1º de junio de 1998, para recoger las enmiendas y observaciones que se pudieran formular a tal fin. En el período indicado, solamente se recibió una observación recogida al final del apartado 2.3.3.b). Esta Norma fue aprobada por la Junta de Gobierno del Instituto de Actuarios Españoles que, a su vez, la someterá a la aprobación de la próxima Asamblea General.

#### 1. VALORACION DE LOS DAÑOS Y PERJUICIOS EN CASO DE MUERTE DE ACCIDENTES DE CIRCULACION

##### 1.1. Sistema Indemnizatorio

###### 1.1.1. Pago de Capital

El Anexo a la Disposición Adicional Octava de la Ley de Ordenación y Supervisión del Seguro Privado incorpora un sistema para la valoración de los daños y perjuicios causados a las personas en accidentes de circulación, que por lo que se refiere a las indemnizaciones por Muerte se recoge en las Tablas I y II que a continuación se describen.

Tabla I. Comprende la cuantificación de los daños morales, de los daños patrimoniales básicos y la determinación legal de los perjudicados, fijando los criterios de exclusión y concurrencia entre los mismos.

Para la determinación de los daños se tienen en cuenta el número de los perjudicados y su relación con la víctima, de una parte, y la edad de la víctima de otra.

Las indemnizaciones están expresadas en miles de pesetas.

Tabla II. Describe los criterios a ponderar para

fijar los restantes daños y perjuicios ocasionados, así como los elementos correctores de los mismos. A estos efectos, debe tenerse en cuenta que tales daños y perjuicios son fijados mediante porcentajes de aumento o disminución sobre las cuantías fijadas en la Tabla I y que son satisfechos separadamente y, además de los gastos correspondientes al daño emergente, esto es, los de asistencia médica y hospitalaria y los de entierro y funeral.

Los factores de corrección fijados en esta Tabla, no son excluyentes entre sí, sino que pueden concurrir conjuntamente en un mismo siniestro.

###### 1.1.2. Constitución de Renta Vitalicia

La Regla número 8 del Apartado Primero del Anexo a la Ley, establece que «en cualquier momento podrá convenirse o acordarse judicialmente la sustitución total o parcial de la indemnización fijada por la constitución de una Renta Vitalicia en favor del perjudicado».

A su vez, la Regla nº 4 del Apartado Primero, establece que «tienen la condición de perjudicados, en caso de fallecimiento de la víctima, las personas enumeradas en la Tabla I y, en los restantes supuestos, la víctima del accidente».