UNA APROXIMACION OPERATIVA PARA LA FUNCION DE SUPERVIVENCIA CUANDO LA SINIESTRALIDAD SIGUE LA DISTRIBUCION DE PARETO

Miguel Usábel

Departamento de Economía Financiera y Actuarial.

Universidad Complutense de Madrid

Abstract

Uno de los problemas más frecuentemente abordados por la literatura actuarial es el cálculo de la probabilidad de supervivencia para horizonte infinito ($\Phi(U)$), modelizado mediante la siguiente ecuación de Volterra de segunda clase:

$$\Phi(U) = \frac{\theta}{1+\theta} + \frac{1}{(1+\theta)\, p_1} \int_0^U \Phi(U - x)\,(1 - F(x))\, d$$

donde U son las reservas iniciales, θ el recargo de seguridad, *F (x)* la función de distribución de la cuantía de un siniestro y p_1 la esperanza de dicha variable aleatoria. Entre los modelos de mayor interés para el actuario aplicados a las cuantías individuales de los siniestros destacan los de funciones de cola larga, debido a dos razones: la capacidad de

reflejar siniestralidades catastróficas y, como consecuencia de ésta, la preocupación por controlar una eventual ruina. La solución de la anterior ecuación integral cuando la distribución de la cuantía de un siniestro es una función de cola larga—el acercamiento a la unidad de la función de distribución es muy lento para valores crecientes de su argumento x—presenta complicaciones. Los métodos numéricos de cuadratura basados en las llamadas "Newton-cotes" se muestran muy poco operativos cuando el valor de las reservas iniciales no es pequeño—caso interesante para funciones de cola no exponencial—debido a la aparición de pseudo-singularidades. La literatura actuarial ha aportado soluciones generales a este problema. En el presente trabajo nos centramos en encontrar una expresión algebraica que nos permita aproximar la probabilidad de ruina cuando la siniestralidad individual esta distribuida Pareto, modelizada mediante la siguiente familia:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{x+\lambda}\right)^{\lambda+1} \qquad x \geq 0 \qquad \lambda \geq 1 \, entero$$

Utilizando fransformadas de Laplace y ajustes mínimo-cuadráticos hemos encontrado una aproximación para la probabilidad de ruina muy sencilla y con un grado de precisión muy aceptable (3-6 dígitos significativos):

$$\Psi(U)=1-\Phi(U) \simeq \sum_{i=1}^{9} a_i \left(\frac{1}{1+\theta+\dfrac{U}{k_i}} \right)$$

Recordemos que la distribución de Pareto representa el caso de "mayor riesgo" debido a que el comportamiento asintótico de la cola de la función de distribución es el de tendencia más lenta al 1.

1. [12] INTRODUCCION

La Teoría del Riesgo Clásica modeliza la cuantía de las reservas de una entidad aseguradora en los distintos instantes temporales (R_t) mediante el siguiente proceso estocástico:

$$R_t = R_0 + ct - \sum_{i=1}^{N(t)} X_i$$

donde:

-R_o Reservas iniciales.

-$N(t)$ Proceso estocástico discreto que modeliza el número de siniestros acaecidos en el intervalo temporal $(0,t]$. La Teoría del

[12] Este estudio fue realizado mientras que el autor disfrutaba una Ayuda Postdoctoral en el Extranjero de la Universidad Complutense de Madrid. El autor agradece expresamente al profesor Colin Ramsay y a todo el departamento de Finance and Actuarial Science de la Universidad de Nebraska (EEUU) por su apoyo y ayuda.

Riesgo Clásica modeliza dicho proceso estocástico mediante un proceso de Poisson homogéneo:

$$P\{N(t)=n\}=\frac{e^{-\lambda t}(\lambda\, t)^n}{n!} \qquad n=0,1\ldots$$

donde λ es el número medio de siniestros en la unidad temporal considerada (normalmente el año o ejercicio fiscal).

-X_i Variable aleatoria cuantía de i-ésimo siniestro $i=1,2,\ldots,N(t)$; se asume que estas variables aleatorias son independientes e igualmente distribuidas cuya función de distribución común será $F(x)$, es decir:

$$P\{X_i \le x\}=F(x) \qquad i=1,2,\ldots,N(t)$$

y la esperanza matemática o cuantía media de cada siniestro:

$$E_F[X]=\int_{-\infty}^{+\infty} x\,dF(x)=\mu$$

Entre los modelos de mayor interés para el actuario aplicados a las cuantías individuales de los siniestros destacan los de funciones de cola larga, debido a su capacidad de reflejar siniestralidades catastróficas. La distribución de Pareto representa el caso de "mayor riesgo" debido a que el comportamiento asintótico de la cola de la función de distribución es el de tendencia más lenta al 1; así, en el presente trabajo utilizaremos la siguiente familia de distribuciones de Pareto para modelizar la cuantía individual de cada siniestro o siniestralidad individual:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{x+\lambda}\right)^{\lambda+1} \qquad x \geq 0 \qquad \lambda \geq 1 \ \mathit{entero} \qquad (1.1)$$

y $E_F\,[X]=\mu=1$.

-c representa la prima recargada correspondiente a la unidad temporal considerada (un año normalmente):

$$c=(1+\theta)\ \lambda\mu$$

de manera que ct sería la cuantía total en concepto de primas recaudadas por la empresa en el intervalo temporal $(0,t]$. Siendo θ el recargo de seguridad.

Un problema de considerable importancia para el actuario es conocer la probabilidad de que las reservas de la entidad sean siempre positivas a lo largo del tiempo, partiendo de unas reservas iniciales R_0:

$$\Phi(R_0) = P\{R_t \geq 0\} \qquad t \geq 0$$

conociéndose $\Phi(R_0)$ como probabilidad de supervivencia.

La probabilidad de supervivencia en la Teoría del Riesgo Clásica puede expresarse utilizando la siguiente ecuación integral de Volterra de segunda clase:

$$\Phi(U)=\frac{\theta}{1+\theta}+\frac{1}{(1+\theta)\mu}\int_{0}^{U}\Phi(U-x)(1-F(x))dx \qquad (1.2)$$

La búsqueda de una solución para 1.2 es un tema ampliamente abordado por la literatura actuarial (véanse las referencias bibliográficas).

Sin embargo, la solución de la anterior ecuación integral cuando la distribución de la cuantía de un siniestro es una función de cola larga—el acercamiento a la unidad de la función de distribución es muy lento para valores crecientes de su argumento x—presenta complicaciones. Los métodos numéricos de cuadratura basados en las llamadas "Newton-cotes"—regla trapezoidal o Simpson—se muestran muy poco operativos cuando el valor de las reservas iniciales no es pequeño—caso interesante para funciones de cola no exponencial—debido a la aparición de pseudo-singularidades.

En el presente estudio encontraremos una aproximación para la ecuación integral 1.2 tomando como distribución de la cuantía de un siniestro la distribución de Pareto de la expresión 1.1.

2. Transformada de Laplace de la función ruina.

Obtendremos a continuación la transformada de Laplace de la probabilidad de supervivencia:

$$\Phi^*(s)=\int_0^{+\infty} e^{-sx}\Phi(x)dx=\frac{\theta}{1+\theta}\left(\frac{1}{s}\right)+\frac{1}{(1+\theta)\mu}\Phi^*(s)\left(\frac{1}{s}-F^*(s)\right)$$

de manera:

$$\Phi^*(s)=\frac{\frac{\theta}{1+\theta}\left(\frac{1}{s}\right)}{1-\frac{1}{(1+\theta)\mu}\left(\frac{1}{s}-F^*(s)\right)} \qquad (2.1)$$

en nuestro caso, utilizando 1.1 como distribución de la siniestralidad individual:

$$F^*(s)=\int_0^{+\infty} e^{-sx}F(x)dx=\left(\frac{1}{s}\right)-\int_0^{+\infty} e^{-sx}\left(\frac{\lambda}{x+\lambda}\right)^{\lambda+1}dx \qquad s\geq 0 \qquad (2.2)$$

la integral de la expresión anterior puede desarrollarse usando la integral exponencial (Table of integrals, series and products. L.S. Gradshteyn. Pg. 359. Expresión 3.353.2.):

$$\int_0^{+\infty} e^{-sx}\left(\frac{\lambda}{x+\lambda}\right)^{\lambda+1} dx = \left(\frac{1}{s}\right) - \frac{\lambda^{\lambda+1}}{\lambda!}\ \Big(\sum_{k=1}^{\lambda}(k-1)\,!(-s)^{\lambda-k}\lambda^{-k} -$$

$$- \ \frac{(-s)^{\lambda}}{\lambda\,!}\ e^{\lambda s} E_i(-\lambda\, s)\Big)$$

$$s \geq 0 \qquad (2.3)$$

definiendo la integral exponencial para valores negativos de su argumento (pg. 933. Expresión 8.211.1):

$$E_i(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{e^t}{t} dt \qquad\qquad x<0$$

recordemos que $(-\lambda s)<0$.

Usaremos la expansión en serie de la integral exponencial (recogida en "Handbook of mathematical functions". Abramovitz and Stegun. Pgs. 228/9. Exp. 5.1.7. y 5.1.10.):

$$E_i(-x) = -E_1(x) = \gamma + Ln(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{nn!} \qquad x>0 \qquad (2.4)$$

donde γ es la constante de Euler. La suma infinita de la expresión 2.4 puede truncarse cuando obtengamos un nivel de precisión adecuado para los cálculos posteriores.

Finalmente, sustituyendo 2.4 en 2.3, podemos escribir:

$$F^*(s)=\left(\frac{1}{s}\right)-\frac{\lambda^{\lambda+1}}{\lambda!}\left(\sum_{k=1}^{\lambda}(k-1)!(-s)^{\lambda-k}\lambda^{-k}-\left(\gamma+Ln(\lambda s)+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(\lambda s)^n}{nn!}\right)\right) \tag{2.5}$$

Si recordamos la relación:

$$\psi(U)=1-\Phi(U)$$

la transformada de Laplace de la probabilidad de ruina puede expresarse, utilizando 2.1 y 2.5:

$$\Psi^*(s)=\frac{1}{s}-\Phi^*(s)=$$

$$=\frac{1}{s}\left[1-\frac{\dfrac{\theta}{1+\theta}}{1-\dfrac{1}{(1+\theta)}\left(\dfrac{\lambda^{\lambda+1}}{\lambda!}\left(\displaystyle\sum_{k=1}^{\lambda}(k-1)!(-s)^{\lambda-k}\lambda^{-k}-\left(\gamma+Ln(\lambda s)+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(\lambda s)^n}{nn!}\right)\right)\right)}\right] \tag{2.6}$$

Truncando el sumatorio de la expresión anterior obtendremos aproximaciones tan precisas como deseemos de la transformada de Laplace de la función de ruina.

3. Aproximación mínimo-cuadrático de la transformada de Laplace de la función de ruina.

En este epígrafe nos centraremos en encontrar una aproximación de la transformada de Laplace de la función de ruina que sea directamente antitransformable, de manera que aproximando la transformada de Laplace, cuyos valores conocemos a través de 2.6, obtengamos aproximaciones para la función de ruina y finalmente para la función de supervivencia.

Una forma posible de encontrar esta expresión es utilizar un ajuste mínimo cuadrático partiendo de una familia de funciones de anti-transformada directa: $C_i^*(s) \qquad i=1,2,\ldots,n$

$$\Psi^*(s) = 1 - \Phi^*(s) \approx \sum_{i=1}^{n} a_i C_i^*(s) \qquad s > 0 \qquad (3.1)$$

de manera que basándose en la linealidad de la transformada de Laplace:

$$\Psi(U) = 1 - \Phi(U) \approx \sum_{i=1}^{n} a_i C_i(U) \qquad U > 0 \qquad (3.2)$$

y la anti-transformada:

$$C_i(U) = \frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} C_i^*(s)e^{sU}\,ds \qquad i = 1,2,\ldots,n$$

donde c es una constante real que excede la parte real de todas las singularidades de $C_i^*(s)$.

Minimizar la diferencia cuadrática entre la transformada de Laplace y su aproximación:

$$MIN\left(\Psi^*(s) - \sum_{i=1}^{n} a_i C_i^*(s)\right)^2$$

nos lleva al siguiente sistema de n ecuaciones con n incógnitas, a_i:

$$2\left[\Psi^*(s) - \sum_{i=1}^{n} a_i C_i^*(s)ds\right]C_j^*(s) = 0 \qquad j = 1,2,\ldots,n$$

El conocimiento de las funciones $\Psi^*(s)$ y $C_i^*(s)$ $i = 1, 2, \ldots, n$ $s>0$ nos permite escribir el sistema anterior:

$$\left(\int_0^\infty \Psi^*(s)C_j^*(s)ds\right) = \sum_{i=1}^{n}\left(\int_0^\infty C_i^*(s)C_j^*(s)ds\right)a_i \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad (3.3)$$

donde las integrales anteriores pueden aproximarse mediante métodos numéricos (véase Abramowitz and Stegun).

De esta manera, si encontráramos la familia de funciones apropiada C_i^* (s) i = 1, 2, ..., n estamos en condiciones de calcular los parámetros a_i, i = 1, 2, ..., n que nos garantizan la aproximación mínimo cuadrática para Ψ^* (s) y Ψ (U), utilizando las expresiones 3.1 y 3.2.

4. Familia de funciones $C_i^*(s)$ $\quad i = 1, 2, ..., n$

Nos centraremos en encontrar ahora una familia de funciones que sea apropiada para nuestro propósito de aproximar inicialmente la transformada de Laplace de la probabilidad de ruina y finalmente la misma función de ruina.

Si observamos las expresiones de la probabilidad de ruina para distribuciones de la cuantía de un siniestro que permiten obtener una fórmula cerrada, podemos ver que la expresión para la probabilidad de supervivencia se parece en forma a la función de distribución de la cuantía de un siniestro. (Véase Panjer y Willmot). Este hecho nos llevará a considerar como una posible candidata para aproximar la probabilidad ruina, la siguiente familia de funciones de lento decrecimiento:

$$C_i(U) = \left(\frac{1}{1+\theta+\dfrac{U}{k_i}} \right) \quad k_i>0 \qquad i=1,2,\ldots,n \qquad (4.1)$$

la transformada de Laplace podrá escribirse en función de la integral exponencial (Table of integrals, series and products. I.S. Gradshteyn, pg. 358. Expresión 3.352.4)

$$C_i^*(s) = \int_0^{+\infty} e^{-sx} \frac{1}{1+\theta+\frac{x}{k_i}} dx = -k_i e^{(1+\theta)k_i s} E_i\left(-(1+\theta)k_i s\right)$$

$$s > 0 \qquad\qquad i=1,2,\dots,n$$

si usamos la expresión en forma de serie de la integral exponencial recogida en 2.4 podemos escribir finalmente:

$$C_i^*(s) = -k_i e^{(1+\theta)k_i s}\left(\gamma + Ln\left((1+\theta)k_i s\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\left((1+\theta)k_i s\right)^n}{n n!}\right) \qquad s>0$$

$$i = 1,2,\dots,n \tag{4.2}$$

donde el sumatorio anterior puede truncarse cuando alcancemos una precisión adecuada para nuestros cálculos.

Una vez obtenidas las aproximaciones para la funciones $C_i^*(s)$ i = 1, 2, ..., n y $\Psi^*(s)$ podemos aproximar las integrales del sistema de ecuaciones 2.4 mediante métodos de cuadratura gaussiana quedando por resolver un sistema de n ecuaciones con n incógnitas, a_i i = 1, 2, ..., n.

El problema que se nos plantea a continuación es la elección del número de términos que tendrá nuestra aproximación y el valor de los parámetros k_i $i = 1, 2, ..., n$.

Un número mayor de términos (n) de la aproximación mejorará, en teoría, la precisión de la misma, sin embargo, al tener que resolver un sistema de ecuaciones con n incógnitas, hemos podido observar inestabilidades en los programas usados para resolver estos sistemas lineales al considerar el número n mayor de 9 o 10; por esta razón tomaremos n=9.

Para la elección de los parámetros k_i $i = 1, 2, ..., n$. debemos recordar que queremos aproximar la transformada de Laplace de la función ruina, $\Psi^*(U)$, función de la cual conocemos su valor a través de 2.6.

Se puede comprobar que las aproximaciones obtenidas no son sensibles a los valores concretos asignados a los parámetros k_i $i = 1, 2, ..., n$. sino a su magnitud medida en potencias de 10, por esta razón creemos conveniente descartar una minimización matemática del problema, que sería muy complicada y quedaría fuera de las pretensiones de este artículo. Por la razón apuntada anteriormente, hemos optado por probar con diferentes conjuntos de valores para los parámetros k_i y observado la calidad de la aproximación para la transformada de Laplace de la función de ruina usando 3.1. (recuérdese que se conoce el valor exacto de la transformada de Laplace).

5. Resultados Numéricos

La familia de distribuciones 4.1. es un ejemplo de funciones de decrecimiento lento que, como veremos a continuación, mediante un ajuste mínimo-cuadrático puedan aproximar mediante una combinación lineal la probabilidad de ruina cuando la cuantía de un siniestro se distribuye mediante la función de Pareto.

Como ilustración de este hecho, tomaremos la distribución de la cuantía de un siniestro siguiendo la expresión 1.1 siendo $\lambda = 1$ (caso de función de distribución de máxima cola), calcularemos aproximaciones de la transformada de Laplace de la probabilidad de ruina usando 3.1., calculando los parámetros a_i $i = 1, 2, ..., n$. mediante el sistema de ecuaciones 3.3, donde las integrales del mismo se aproximan usando el método de cuadratura Gaussiano. Por último, usaremos estos mismos parámetros para aproximar la probabilidad de supervivencia mediante 3.2.:

$$\Phi(U) \simeq 1 - \sum_{i=1}^{n} a_i \left(\frac{1}{1+\theta+\frac{U}{k_i}} \right) \qquad U>0 \qquad (5.1)$$

Como ya se comentó en el último párrafo del epígrafe anterior, los parámetros k_i $i = 1, 2, ..., n$ utilizados fueron escogidos tras probar con distintos valores de los mismos.

Tomaremos por comodidad el mismo conjunto, independiente del valor del recargo de seguridad θ:

$$K_1 = 1 \quad K_2 = 5 \quad K_3 = 10 \quad K_4 = 15 \quad K_5 = 20$$
$$K_6 = 25 \quad K_7 = 30 \quad K_8 = 50 \quad K_9 = 75 \qquad (5.2)$$

Compararemos el resultado de la aproximación obtenida mediante la expresión 3.1. con el valor de la transformada de Laplace de la probabilidad de ruina 2.6. Donde los parámetros a_i $i = 1, 2, ..., 9$ fueron obtenidos resolviendo el sistema de la expresión 3.3 mediante métodos numéricos (Véase Press et al.). Los dígitos de precisión de la aproximación se obtendrán utilizando la fórmula contenidas en Burden y Faires pg. 12, de manera que la aproximación encontrada posee t dígitos significativos de precisión cuando t es el mayor número entero no negativo que satisface la expresión:

$$\frac{\left|\Psi^*(s) - Aproximación\right|}{\left|\Psi^*(s)\right|} < 5 \text{ x } 10^{-t}$$

La siguiente tabla recoge esta comparación para distintos valores para el recargo de seguridad θ y del argumento de la función $\Psi^*(s)$:

s	$\theta = 0.10$	$\theta = 0.25$	$\theta = 0.50$	$\theta = 0.75$	$\theta = 1.00$
10^{-5}	4	4	5	4	4
10^{-4}	5	4	5	5	4
10^{-3}	4	5	5	5	6
10^{-2}	4	5	6	5	4
1	4	5	4	4	4
10	4	5	5	4	4
50	3	4	5	3	3
100	3	4	3	3	3
200	3	4	3	3	3
300	3	4	3	3	3

Las siguientes tablas recogen a su vez las aproximaciones usando la expresión 5.1 y los dígitos de precisión para la probabilidad de supervivencia junto con los valores exactos.

$\theta = 0.10$

U	$\Phi(U)$	Aproximación	Dígitos de precisión
20	0.5018577	0.5039102	3
50	0.7008450	0.6995625	3
100	0.8351408	0.8351264	5
500	0.9748724	0.9747696	4
1000	0.9886556	0.9886216	5

$\theta = 0.25$

U	$\Phi(U)$	Aproximación	Dígitos de precisión
20	0.7547396	0.7546671	4
50	0.8894809	0.8894917	5
100	0.9477734	0.9478212	4
500	0.9912913	0.9912868	6
1000	0.9958051	0.9958075	6

$\theta = 0.50$

U	$\Phi(U)$	Aproximación	Dígitos de precisión
20	0.8807259	0.8808275	4
50	0.9518365	0.9517643	4
100	0.9771610	0.9771861	5
500	0.9958348	0.9958309	6
1000	0.9979536	0.9979530	6

$\theta = 0.75$

U	$\Phi(U)$	Aproximación	Dígitos de precisión
20	0.9240916	0.9244597	4
50	0.9698581	0.9696631	4
100	0.9854834	0.9855351	4
500	0.9972628	0.9972565	5
1000	0.9986467	0.9986448	6

$\theta = 1.00$

U	$\Phi(U)$	Aproximación	Dígitos de precisión
20	0.9449505	0.9457165	3
50	0.9781529	0.9777902	4
100	0.9893701	0.9894137	5
500	0.9979616	0.9979516	5
1000	0.9989890	0.9989850	6

6. Conclusiones.

Suponiendo que la cuantía de un siniestro sigue la distribución de Pareto recogida en 1.1, los valores de la transformada de Laplace de la función de ruina o supervivencia pueden obtenerse mediante 2.6, nuestro objetivo será buscar una aproximación para dicha transformada que sea directamente invertible, para encontrar finalmente $\Phi(U)$.

La función de ruina $\psi(U)$ es una función de decrecimiento muy lento por ello introduciremos en el estudio la familia de distribuciones 4.1 que posee dos propiedades interesantes:

a) Su lento decrecimiento.

b) Podemos obtener su transformada de Laplace usando 4.2.

Utilizando las transformadas de Laplace de 9 funciones de la familia reseñada anteriormente y tomando los parámetros recogidos en 5.2, hemos calculado mediante mínimos cuadráticos, usando el sistema de ecuaciones a_i $i = 1, 2, ..., 9$ para cada valor del recargo de seguridad θ. Dichos valores han sido sustituidos en la expresión 5.1 para encontrar las aproximaciones para la probabilidad de supervivencia buscada.

El hecho más relevante de la aproximación encontrada:

$$\Phi(U) \simeq 1 - \sum_{i=1}^{n} a_i \left(\frac{1}{1+\theta+\frac{U}{k_i}} \right) \quad U>0$$

es que, una vez calculados los coeficientes a_i, la probabilidad de supervivencia surge de manera inmediata usando operaciones algebraicas, independientemente del valor de las reservas iniciales (U) siendo la precisión de la aproximación entre 3 y 6 dígitos de precisión.

Resaltamos que en los métodos usados en la literatura actuarial, basados en las llamadas Newton-Cotes, para resolver le ecuación integral 1.2, el cálculo de la probabilidad de supervivencia requería un número de iteraciones muy elevadas cuando las reservas iban aumentando; además para cada valor de las reservas iniciales, el proceso de cálculo debía inicializarse.

Por lo apuntado anteriormente, este sencillo método supera en operatividad a los métodos normalmente empleados para la resolución de ecuaciones integrales cuando los niveles de precisión requeridos no son excesivamente exigentes. Recordamos que 3-6 dígitos de precisión suelen ser normalmente suficientes en la práctica actuarial.

7. Aplicaciones a la práctica actuarial

El sumatorio de la expresión 5.1, con los parámetros especificados en 5.2, constituye una aproximación de la probabilidad de ruina con horizonte temporal infinito y consideración continua, es decir, suponiendo que la ruina o insolvencia puede acontecer en cualquier instante temporal, no sólo al final de cada unidad temporal.

El actuario de la industria aseguradora que tenga que tratar habitualmente con riesgos catastróficos (modelizados mediante funciones de cola larga para la variable cuantía de un siniestro) puede utilizar el valor $\psi\ (U)$ para el caso considerado (Pareto) como una cota superior de la probabilidad de ruina o insolvencia que encontrará en la práctica, donde variables como el tipo de interés, inflación, etc. se deberían incluir en el modelo. No obstante, la función de ruina $\psi\ (U)$ recogerá la probabilidad de insolvencia cuando solamente se tiene en cuenta el riesgo actuarial propiamente dicho, esto supone que (sin considerar variables exógenas al riesgo actuarial puro como el tipo de interés) **la citada probabilidad de ruina pueda ser considerada como un buen indicador de la viabilidad técnica de los seguros que soportan siniestralidades catastróficas**, siendo las variables de solvencia consideradas el recargo de seguridad θ y las reservas iniciales U, apuntamos que el reaseguro también podría introducirse en el modelo expuesto.

References

[1] Abramowitz, M. and Stegun, I.A. (1964). *Handbook of Mathematical Functions. New York*, N.Y.: Dover Publications.

[2] Press W. Et al (1987). *Numerical Recipes*. New York. Cambridge University Press.

[3] Burden, R.L. and Faires, J.D. (1985). *Numerical Analysis*, P.W.S., Boston.

[4] Bowers, N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C. Jones, D.A. and Nerbitt, C.J. (1986) *Actuarial Mathematics*. Itasca, III.: Society of Actuaries.

[5] Dickson, D.C.M. (1989). Recursive Calculation of the Probabiity and Severity of Ruin. *Insurance: Mathematics and Economics*, 8, pp. 145-148.

[6] Dickson, D.C.M., Egido dos Reis, and Waters, H.R. (1995) “Some Stable Agorithms in Ruin Theory and Their Application.” *Astin Bulletin* 25, 153-175.