

Activos financieros a corto plazo: Un modelo de selección con riesgo

Por

MANUEL MOCHOLI ARCE

INTRODUCCION

En este trabajo se va a plantear un modelo de selección de activos financieros a corto plazo, con el que se pretende abordar el problema de los excedentes temporales de liquidez. Se considera sobre todo el caso particular de aquellas empresas en que, debido al tipo de artículos producidos, concentran sus ingresos en una determinada época o fecha del año, mientras que, por el contrario, su actividad productiva se desarrolla regularmente durante todo el año y de este modo, deben hacer frente, con los ingresos producidos en un período de tiempo muy breve, a toda una serie de gastos que se distribuyen semanal, mensualmente, etc. Se ven obligados, por tanto, a mantener ocioso este exceso de recursos, o bien únicamente pueden realizar inversiones a plazos muy cortos (una semana, un mes, etc.) para poder hacer frente a estos gastos.

Así pues, el objetivo que se persigue es que la empresa pueda disponer de unas determinadas cantidades en unas fechas previamente previstas, a conseguir mediante la menor inversión posible, de modo que puedan destinarse parte de los ingresos a otras inversiones o actividades productivas.

El presente trabajo se ha creído oportuno dividirlo en dos partes.

En la primera de ellas se aborda el problema planteado, considerando al igual que un elevado número de autores hacen con las obligaciones considerándolas «riskless assets», es decir, títulos libres de riesgo.

En la segunda parte se replantea de nuevo el problema, pero teniendo en cuenta el riesgo inherente a las inversiones en títulos de renta fija.

PLANTEAMIENTO DEL MODELO

Bajo la hipótesis de que las obligaciones son títulos sin riesgo, S. D. Hodges y S. M. Schaefer (1), plantean un modelo sencillo, basado en la programación lineal (2), donde la función objetivo pretende minimizar el coste de la cartera y las restricciones hacen que se mantengan los flujos proporcionados por la cartera inicialmente planteada.

Este modelo se ajusta en cierto modo al planteamiento inicialmente previsto del objetivo a conseguir por el modelo que se pretende plantear y puede recoger las pretensiones de los inversores en activos financieros a corto plazo. Dado que permite colocar los excedentes temporales de liquidez, asegurando la disponibilidad de la cantidad necesaria en cada momento y al mismo tiempo minimizando el coste de la inversión. Siendo por lo tanto el objetivo principal del modelo la obtención de las cantidades periódicas y el secundario el minimizar la función objetivo, al contrario que en el modelo original.

Para la selección de la cartera óptima, vamos a basarnos en el modelo planteado por estos autores, modificándolo y adaptándolo en lo posible para conseguir los objetivos previstos.

El problema se plantea para un número de períodos $r = 1, \dots, m$, en cada uno de los cuales el inversor precisa obtener una determinada cantidad de dinero b_r . La cartera debe estar formada por un número n de activos financieros a corto plazo, cuyos precios son C_j^h ($j = 1, \dots, n$) y ($h = 1, \dots, m$) (3). Cada uno de los títulos proporciona unos rendimientos en cada periodo que representamos por a_{rj}^h (4). Todo lo anterior forma el conjunto de restricciones del problema que es lo que se pretende conseguir, pero evidentemente se tra-

(1) HODGES, S. D., y SCHAEFER, S. M.: «A model for bond portfolio improvement». *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Junio, 1977, págs. 243-259.

(2) La cual nos permite poder realizar el oportuno análisis de sensibilidad y parametrización, mientras trabajemos con el problema continuo, y aunque el planteamiento posterior se realiza para enteros, no obstante, para cantidades lo suficientemente elevadas, podría simplificarse sin temor a cometer grandes errores y trabajar con el problema continuo.

(3) El utilizar dos índices para cada título es para identificar más rápidamente el título que representa y su vencimiento, de forma que, por ejemplo, un pagaré del tesoro de 500.000 ptas. de nominal, con vencimiento a tres meses, podría ser representado por $X_1^{(3)}$, y si fuera de un millón, con vencimiento a ocho meses, por $X_2^{(8)}$, suponiendo que las necesidades fuesen mensuales, de modo que el subíndice representa la clase de título, incluido nominal y el superíndice al vencimiento. Si la operación se realiza con pacto de recompra, el índice h no representará el vencimiento del título sino el vencimiento del pacto de recompra.

(4) Evidentemente, salvo para el caso de los CD's, que producen intereses periódicos, los rendimientos periódicos de los títulos a_{rj}^h serán cero, excepto para $r = h$, en cuyo caso coincidirá con el nominal o con el precio pactado en la recompra.

tará de obtener los flujos de caja necesarios al mínimo coste, por lo que el problema consistirá en minimizar la función objetivo que representa el coste de la cartera, sujeta a un conjunto de restricciones, cuyos términos independientes son las cantidades necesarias en cada periodo.

En forma matemática el problema puede ser planteado del siguiente modo:

Modelo 1:

$$\text{Minimizar: } \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^m C_j^h X_j^h$$

$$\text{Sujeto a: } \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^m a_{rj}^h X_j^h \geq b_r \quad r = 1, \dots, m$$

$$X_j^h \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad h = 1, \dots, m$$

Donde X_j^h es la cantidad comprada del título j-ésimo con vencimiento en h (5).

La diferencia fundamental entre el modelo de Hodges y Schaefer y nuestro planteamiento es que mientras ellos únicamente exigen la condición de no negatividad de las variables, en nuestro caso han de ser necesariamente números enteros positivos, motivo por lo cual hemos de utilizar la programación lineal entera.

También hay que tener en cuenta que los flujos de caja obtenidos en cada uno de los periodos no tienen porqué coincidir exactamente con las necesidades de dicho periodo b_r , por estar planteadas las restricciones como desigualdades. Los excedentes que se producen en cada uno de los periodos deberán ser trasladados al periodo siguiente, capitalizados a un determinado tipo de interés, motivo por el cual se añaden nuevas variables (6).

(5) Por las características del problema las cantidades compradas de cada título necesariamente han de ser positivas o nulas, dado que no pueden ser vendidos títulos que no se posean.

Por otra parte, las características de los títulos tratados obligan a realizar un planteamiento de la programación en números enteros ($X_j^h \in \mathbb{Z}^+$), dado que no se pueden adquirir fracciones de pagarés, sino un número entero de ellos. Los certificados de depósito, que en teoría permitirían adquirir cualquier cantidad, por disposición legal en España deben realizarse por cantidades mínimas de un millón o múltiplo de esta cantidad, por lo que es aplicable el caso anterior.

(6) Al estar las restricciones planteadas como desigualdades mayor o igual, los flujos de caja de cada periodo serán como mínimo la cantidad exigida, pero pueden ser superiores; estos excedentes, tal como esta planteado el problema original, serían medidos por las variables de holgura introducidas para la resolución del problema, pero no serán trasladados al periodo siguiente si no se modifica el problema original, con la introducción de nuevas variables.

Los excedentes se colocarán a un tipo de interés i , para ser utilizados en el período siguiente.

El problema puede ser replanteado de nuevo de la siguiente forma:

Modelo 2:

$$\text{Minimizar: } \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^m C_j^h X_j^h + Z_0$$

$$\text{Sujeto a: } \sum_{j=1}^n \sum_{h=r}^m a_{rj}^h X_j^h + Z_{r-1} (1 + i) - Z_r = b_r \quad r = 1, \dots, m$$

$$X_j^h \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad h = 1, \dots, m$$

$$Z_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, m - 1 \quad \text{y} \quad Z_m = 0$$

Donde Z_r representa los excedentes de liquidez del período r , que son destinados al período siguiente $r + 1$ y Z_0 la cantidad no invertida en activos y transferida al período 1.

DETERMINACION DEL COSTE DE LAS DISPONIBILIDADES

El problema dual se suele utilizar entre otros motivos para obtener los llamados precios sombra que vienen dados por los valores de las variables de dicho problema dual. En nuestro caso, esto es muy interesante (7), dado que al resolver el problema dual los valores de las variables nos proporcionan el coste de obtener una unidad monetaria de la liquidez necesaria en cada período.

Si existen variables principales del problema dual, cuyo valor es cero, esto indica que en el período representado por dicha variable existe un exceso de liquidez desaprovechada, mientras que el coste de obtener liquidez en otros períodos puede ser muy elevado. Cuando esto ocurra, el inversor deberá plantearse, siempre que le sea posible, el trasladar parte de los pagos de aquellos períodos en que el coste sea más elevado a aquellos otros en que la variable dual sea nula.

De este modo, con el planteamiento del problema dual se consigue, además de saber el coste de cada unidad monetaria que se va a utilizar en cada

(7) Por este motivo se ha elegido un modelo basado en la programación lineal, por la facilidad de trabajar indistintamente con el dual y primal, aunque obviamente la dualidad no es exclusiva de la programación lineal.

uno de los periodos, reducir el coste total de la cartera siempre que el inversor pueda modificar la estructura de las previsiones de liquidez, intercambiándolos entre periodos.

El problema dual correspondiente al primer modelo planteado, sin tener en cuenta los excedentes de liquidez, es el siguiente:

$$\text{Maximizar: } \sum_{r=1}^m b_r Y_r$$

$$\text{Sujeto a: } \sum_{r=1}^m a_{rj}^h Y_r \leq C_j^h \quad \begin{array}{l} r = 1, \dots, m \\ h = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \end{array}$$

$$Y_r \geq 0$$

Donde cada una de las variables Y_r representa el coste de disponer de una unidad monetaria en el período r .

Como dicen Hodges y Schaefer (8), el valor Y_r puede ser contemplado como el valor presente de una unidad de cash flow, la cual será recibida en el periodo r . Por lo tanto, el valor presente de un titulo puede ser calculado mediante la suma del producto de cada uno de los flujos proporcionados por un determinado titulo, por los correspondientes valores de cada una de las variables.

Solamente interesará adquirir nuevos activos cuando su precio de mercado sea inferior al de los activos en cartera y proporcionen una cantidad mayor o igual de flujos.

El problema dual del modelo ampliado con las variables que recogen los excedentes de caja, queda como sigue:

$$\text{Maximizar: } \sum_{r=1}^m b_r Y_r$$

$$\text{Sujeto a: } a_{rj}^h Y_r \leq C_j^h$$

$$Y_1 (1 + i) \leq 1 \quad \begin{array}{l} r = 1, \dots, m \\ r = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \end{array}$$

$$Y_r \geq Y_{r-1} (1 + i)$$

$$-Y_m \leq 0$$

$$Y_r \leq 0$$

(8) HODGES, S. D., y SCHAEFER, S. M.: *Op. cit.*, pág. 247.

Las variables Y_r son no restringidas en signo, debido a que en el modelo original se han utilizado restricciones de igualdad.

Los valores positivos hemos dicho que indicaban el coste de obtención de una unidad monetaria de flujo y cuando eran cero que el coste era nulo, pero, además, pueden tomar valores negativos, y en este caso la interpretación es que en un determinado periodo existen unos excedentes de liquidez que no sólo hacen que el coste en dicho periodo sea nulo, sino que, además, al ser trasladados al periodo o periodos siguientes, hacen disminuir el coste de éstos.

La variable Y_m , en cambio, es no negativa debido a la variable del primal Z_m en la última restricción.

Las restricciones:

$$\begin{aligned} Y_1 (1 + i) &\leq 1 \\ Y_r - Y_{r-1} (1 + i) &\geq Y_r \end{aligned}$$

Proviene de las variables del modelo que reflejan los excedentes de liquidez (Z_r). La primera restricción lo que nos indica es que el coste (Y_1) de obtener una unidad monetaria en el periodo uno ha de ser inferior al valor actualizado al tipo de interés i de una unidad monetaria, es decir:

$$Y_1 \leq \frac{1}{1 + i}$$

En caso contrario, lógicamente significaría que no se debe invertir en activos financieros sino colocar el importe a un determinado tipo de interés i en una entidad financiera. Lo mismo cabe decir para las siguientes restricciones del tipo:

$$Y_r \geq Y_{r-1} (1 + i)$$

Si esto no se cumple significa que sería más rentable invertir en un activo cuyos rendimientos se producen en el periodo $r - 1$ y capitalizar el resultado al periodo r que invertir en un activo cuyos rendimientos se producen en el periodo r .

INTRODUCCION DEL RIESGO

El modelo inicialmente desarrollado sólo es asumible bajo la hipótesis de que los activos financieros a corto plazo, por ser títulos de renta fija son «riskless-assets», es decir, títulos sin riesgo. Pero esto no es cierto, sino que

los activos financieros a corto plazo, al igual que las obligaciones, están sometidos a diversos tipos de riesgo, entre los que cabe destacar:

- Inflación.
- Cambios en los tipos de interés.
- Suspensión de pagos o quiebra del emisor.

a) *Inflación*.—La inflación, evidentemente, es un riesgo que afecta a los rendimientos de los títulos de renta fija, dado que de existir ésta, los rendimientos futuros tendrán un menor valor real y por lo tanto se incurrirá en una pérdida. Ahora bien, si se tiene en cuenta que los plazos a los que se emiten los activos estudiados son plazos muy cortos, normalmente inferiores al año y que dada la existencia de las operaciones con pacto de recompra con plazos mínimos de ocho días, la repercusión de la inflación sobre los rendimientos de estos activos es mínima.

Por otra parte, si lo que se pretende es obtener unas cantidades mínimas en ciertas fechas previamente establecidas, como esas cantidades habrán sido fijadas en unidades monetarias, los objetivos se verán cumplidos aunque los rendimientos en valor real sean inferiores a los previstos, pero no en unidades monetarias.

b) *Cambios en los tipos de interés*.—El riesgo de cambio en los tipos de interés, es un riesgo que se hace mayor cuanto mayor es el plazo de la inversión, puesto que si los tipos aumentan, si se mantiene la inversión, se pierde rentabilidad respecto a otros activos emitidos posteriormente, y si se trata de hacer efectivo el importe de la inversión se incurrirá también en una pérdida al ser el valor de mercado inferior al nominal. Por los mismos motivos enunciados para la inflación, al tratarse de activos emitidos a muy corto plazo, los cambios que pueden producirse en los tipos de interés serán relativamente pequeños. Además, las inversiones pueden adaptarse a los plazos deseados, bien comprando en el secundario o mediante operaciones report, obteniendo la liquidez deseada por vencimiento de operaciones sin recurrir a la venta, con el riesgo que ello conlleva.

El riesgo de quiebra

De todos los posibles riesgos en los que puede incurrir al realizar una inversión en títulos de renta fija, el más importante, bajo nuestro punto de vista, es el riesgo de quiebra. Mientras la incidencia de la variación de los tipos de interés y la depreciación monetaria enunciados anteriormente sobre los rendimientos de los activos estudiados se veía que era mínima, no ocurre lo mismo con el riesgo de quiebra.

La quiebra de un emisor de títulos de renta fija obliga a los titulares de dichos títulos a tener que recurrir a la vía ejecutiva para poder recuperar el im-

porte de su emisión, en el mejor de los casos, y en el peor a la pérdida total de la inversión. Por tanto, este es el mayor riesgo que debe afrontar todo inversor.

Por otra parte, cabe aclarar que en el concepto de quiebra que se va a emplear se incluye tanto la quiebra propiamente dicha como la suspensión de pagos, pues si bien pueden ser consideradas distintas, para el inversor ambas se traducen en pérdidas, que en el caso de la suspensión de pagos vendrán ocasionadas por el retraso en el cobro que en determinadas circunstancias puede ser tan perjudicial para el inversor como la falta de pago.

Este razonamiento induce a estudiar detenidamente el riesgo de quiebra analizando todas las tendencias existentes al respecto. Los estudios realizados para valorar el riesgo de quiebra, aunque todos ellos están basados en el uso de ratios financieros, distintos según los autores, se pueden desglosar en cuatro apartados:

- a) Agencias de rating.
- b) Modelos de predicción de rating.
- c) Modelos de predicción de la quiebra.
- d) Sistemas europeos.

Agencias de rating

En primer lugar, y antes de comenzar a hablar de las agencias, empezaremos diciendo lo que es un rating.

John Childs (9) lo define como:

«Estos no son una simple vía, para decir por el uso de unos pocos ratios, como será clasificado un bono. Los ratings son resultado de juicios basados sobre un cuidadoso estudio de todos los factores que tienen efectos directos e indirectos sobre la calidad de la seguridad de una compañía. No son una guía exacta de la calidad, porque no pueden ser determinados sobre una base matemática, pero la larga experiencia de las agencias, hace minimizar la posibilidad de error».

Por su parte Pogue y Soldofsky (10) afirma, en respuesta a la pregunta por ellos formulada, «What's in a bond Rating?», que las personas que contestan a esta cuestión, admiten que los rating dependen, en parte, de estadísticas fácilmente obtenibles sobre las operaciones y condiciones financieras de una empresa. Pero un importante, sino el más importante determinante del conjunto de bond rating, es el juicio de los clasificadores acerca de la ha-

(9) CHILDS, J. F.: «Long-Term Financing». Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1961, págs. 10-11. Citado en T. F. Pogue and R. Soldofsky. What's in a Bond Rating: Journal of Financial and Quantitative Analysis. Junio 69, pág. 202.

(10) POGUE, T. F., and SOLDOSKY, R.: *Op. cit.*, pág. 201.

bilidad de la firma para hacer frente al pago de interés y principal en los vencimientos señalados.

Podemos resumir, pues, que un rating es una clasificación que trata de medir el grado de seguridad de una emisión, respecto al pago de intereses y principal en los vencimientos fijados.

Las agencias de rating son, pues, empresas cuya única finalidad es asignar a unas determinadas categorías (ratings) las emisiones que se colocan en el mercado. En la actualidad existen tres empresas o agencias de rating, Moody's, que fue la primera agencia existente, Standard y Poor's y Fitch.

Cada una de estas agencias tiene su propio sistema de calificación y categorías o ratings, distinguiendo además si la calificación es de obligaciones o es de comercial paper. Para la calificación de obligaciones Moody's utiliza nueve categorías, mientras Standar y Poor's, junto con Fitch, utilizan diez, que son las siguientes:

Moody's	Standard y Poor's	Fitch
Aaa	AAA	AAA
Aa	AA	AA
A	A	A
Baa	BBB	BBB
Ba	BB	BB
B	B	B
Caa	CCC	CCC
Ca	CC	CC
C	C	C
	D	D

Según las definiciones dadas por Moody's (11) de las distintas categorías, todas las obligaciones calificadas en las cuatro primeras (Aaaa, Aa, A, Baa) tienen suficientemente garantizado el pago y solamente en la Baa podrían surgir dificultades para el cobro a muy largo plazo.

El resto de las categorías son consideradas como emisiones de carácter especulativo, reservando la última categoría para las emisiones de aquellas empresas en situación de suspensión de pagos.

Para hacernos una idea de la experiencia adquirida por estas agencias al clasificar las emisiones, se pueden analizar los datos publicados por el National Bureau of Economic Research sobre los impagados habidos en las diferentes categorías en el periodo 1900-1943.

(11) Moody's Public Utility Manual. 1967. New York. Moody's Investors Service, 1967; págs. V y VI. Citado en Pogue y Soldofsky. *Op. cit.*, pag. 227.

Emisiones impagadas (12)

Calificación	% s/nominal
Aaa	5,9
Aa	6,0
A	13,4
Baa	19,1
Ba-C	42,4

En las emisiones realizadas a partir de la Segunda Guerra Mundial, ha habido muy pocos impagados, siendo de destacar el que no se haya dado ninguno en las emisiones clasificadas en las cuatro primeras categorías.

Hasta tal punto llega la influencia de las clasificaciones sobre los inversores, que la diferencia en cuanto a tipos de interés de una categoría a otra suele ser de medio punto o incluso superior, para que la emisión tenga aceptación entre el público. Es más, la regulación para bancos comerciales y otras entidades financieras sólo les permite invertir en emisiones clasificadas en alguna de las cuatro primeras categorías (Aaa, Aa, A, Baa).

El sistema desarrollado por las agencias para calificar las emisiones de commercial paper, es menos sofisticado que el de las obligaciones. Así, Moody's sólo utiliza tres categorías, mientras Standard y Poor's y Fitch utilizan cuatro y éstas son las siguientes:

Moody's	Standard y Poor's	Fitch
P-1	A	F-1
P-2	B	F-2
P-3	C	F-3
	D	F-4

Además de estos cuatro ratings, Standard y Poor's subdividen la categoría A en otras tres que representa por A-1, A-2 y A-3, por lo que en realidad esta agencia utiliza 6 categorías distintas para calificar las emisiones de commercial paper.

La relación existente entre los ratings de commercial paper y los rating asignados a las obligaciones aparecen reflejadas en la siguiente tabla (13):

Ratings de Commercial Paper

Ratings de bonos	Moody's	Standard y Poor's
Aaa	P-1	A-1
Aa o A	P-1	A-1
A	P-2	A-2
Baa	P-2	A-2
...	P-3	A-3

(12) PALACIOS, J. A.: «Hacia un sistema de calificación de obligaciones en España». Análisis Financiero. *Boletín del Instituto de Analistas Financieros*, n.º 23, pág. 9, 1980.

(13) PEAVY, J. W., y EDGAR, S. M.: «A Multiple Discriminant Analysis of BHC Commercial Paper Ratings». *Journal of Banking and Finance*, n.º 7, 1983, pág. 163.

Por otra parte hay que señalar que la calificación de commercial paper es mucho más reciente que la de obligaciones y era tenida en cuenta en menor medida por los inversores al elegir sus inversiones. En 1970 se produjo el mayor impago de la historia del commercial paper, por parte de la compañía de ferrocarriles Penn Central, que dejó un impagado de 82 millones de dólares, éste provocó la alarma entre los inversores y a partir de ese momento los ratings de este tipo de activos toman mayor importancia, siendo reacios los inversores a comprar emisiones calificadas A-3 o P-3

Modelos matemáticos de predicción de ratings

Como se ha visto en el apartado anterior las calificaciones otorgadas por las agencias de rating a las emisiones, son consecuencia del estudio de los datos contables y estadísticos de la empresa emisora, así como de las opiniones que tienen los clasificadores sobre la marcha actual y el futuro de la misma.

Dada la aceptación por parte del público y la fiabilidad alcanzada por estas calificaciones, no pocos han sido los que se han planteado la posibilidad de obtener dichas calificaciones de un modo totalmente objetivo, eliminando los juicios de valor particulares sobre la empresa, mediante la utilización de *modelos matemáticos y estadísticos* que utilizan los datos proporcionados por la contabilidad de la empresa.

Los modelos desarrollados para tal efecto han estado casi todos basados en el análisis multivariante (discriminante). Para no hacer excesivamente extenso este apartado se comentarán los resultados obtenidos por los seis modelos que se han considerado más importantes, como son:

a) *Modelo de James O. Horrigan (14)*

Con la aplicación de su modelo James Horrigan consigue predecir el 58 por 100 de las nuevas clasificaciones hechas por Moody's y el 52 por 100 de las realizadas por Standard y Poor's y la mayor parte de los errores cometidos fueron de una categoría. Al mismo tiempo consiguió predecir el 54 por 100 de los cambios de clasificación realizados por Moody's y el 57 por 100 de Standard y Poor's.

b) *Modelo de Richard R. West (15)*

El modelo desarrollado por West es parecido al de Horrigan, y con él West obtuvo los siguientes resultados: de una muestra de 77 emisiones, 48

(14) HARRIGAN, J. O.: «The Determination of Long-Term Credit Standing With Financial Ratios». Suplemento al volumen 4, *Journal of Accounting Research*, págs. 44-62, 1966.

(15) WEST, R. R.: «An Alternative Approach to Predicting Corporate Bond Ratings». *Journal of Accounting Research*. Vol. 8, n.º 1, págs 118-127, 1970.

fueron correctamente clasificadas, es decir, el 62,3 por 100. En sólo 2 emisiones hubo un error de 2 categorías y el resto únicamente errores de una categoría.

c) *Modelo de Pogue y Soldofsky (16)*

Con el método desarrollado Pogue y Soldofsky predijeron el 80 por 100 de una muestra elegida entre bonos emitidos entre 1961 y 1966. Lo que ocurre es que este 80 por 100 no puede ser considerado tan representativo como los anteriores modelos dado que la muestra elegida fue de sólo 10 emisiones.

d) *Modelo de Pinches y Mingo*

George Pinches y Kent Mingo han desarrollado tres modelos sucesivos de predicción de ratings.

Con el primero, denominado MDA (17) por sus autores, predijeron correctamente, de las muestras propuestas para el 67-68 y 69, el 64,58 por 100 y el 56,25 por 100, respectivamente, y el 70 por 100 para la muestra utilizada en el desarrollo del modelo. El problema planteado por este modelo, es que ninguna obligación clasificada en la categoría Baa lo fue correctamente.

Los resultados obtenidos con el segundo modelo (18) en cierto modo son peores que en el modelo I, dado que con el segundo se predijeron correctamente 84 bonos, frente a los 93 del modelo I, es decir, el 64,6 por 100 frente al 70 por 100, pero se consiguen clasificar correctamente 5 emisiones de la categoría Baa, mientras que con el modelo I no se conseguía clasificar correctamente ninguna emisión del tipo Baa.

Con el tercer modelo se parte del reconocimiento de la existencia de dos clases de bonos, los non-subordinated bonds y los subordinated bonds, dado que la clasificación o rating asignado a cada emisión depende de ello (19).

Con este tercer modelo se consiguió incrementar el número total de predicciones correctas, alcanzándose el 75,40 por 100, que es el resultado más alto obtenido. Además se consigue también incrementar el número de predicciones correctas de la categoría Baa, situándose en 12, lo que supone el 48 por 100 de dicha categoría, que también es el mejor resultado obtenido por los tres modelos.

(16) POGUE y SOLDOSKY: *Op. cit.*

(17) PINCHES y MINGO: «A Multivariate. Analysis of Industrial Bond Ratings». *Journal of Finance*. Vol. 28, n.º 1, págs. 1-18, 1973.

(18) PINCHES, G., y MINGO, K.: «The Role of subordination and Industrial Bond Ratings». *Journal of Finance*. Vol. 30, n.º 1, págs. 201-208, 1975.

(19) Esto es debido a que en caso de dificultades financieras de la empresa emisora, los poseedores de bonos subordinados solo podrán cobrar después que la empresa haya hecho frente a las deudas no subordinadas.

e) *John Peavy y Michael Edgar (20)*

Estos autores, a diferencia de los otros que plantean sus modelos para la determinación de los ratings de obligaciones, lo hacen para obtener los ratings de commercial paper.

Para la determinación de la predicción, tomaron inicialmente 18 variables, de las cuales se escogieran las cinco más significativas. La muestra elegida para desarrollar el modelo fueron 83 emisiones de commercial paper, calificadas por Moody's en 1980, de los cuales 45 fueron P-1 y 38 P-2, no habiendo ninguna emisión en dicho periodo calificada como P-3.

Usando las cinco variables seleccionadas para generar una función discriminante lineal que maximizara la separación entre los dos grupos de ratings (P-1 y P-2), los resultados obtenidos para la muestra de las 83 emisiones calificadas por Moody en 1980 aparecen en la siguiente tabla (21):

Clasificación actual	Clasificación predicha			% Correcto
	P-1	P-2	Total	
P-1	40	5	45	88,9
P-2	2	36	38	94,7
Total	42	41	83	91,6

Dado que la calificación de Moody's no está considerada por el público como suficientemente explicativa, por incluir en la categoría P-1 a emisores que si lo fueran de bonos estarían clasificados desde Aaa hasta A y en el P-2 lo serían A o Baa, estos mismos autores se replantean el obtener de nuevo las calificaciones, pero dividiendo cada uno de los grupos anteriores en dos subgrupos. De este modo la calificación P-1 estaría dividida en A y B que corresponderían a las calificaciones de bonos Aaa y Aa-A respectivamente, mientras que la P-2 está dividida en B y C que corresponde a A y Baa respectivamente.

De este modo la muestra por ellos elegida quedaba reducida a 43 emisiones de los cuales 11 pertenecen a A, 24 a B, 6 a C y 2 a D. Debido al escaso número de emisiones del grupo D, éste no fue tenido en cuenta.

De las 18 variables inicialmente elegidas, resultaron ser más significativas para este caso también cinco variables y mediante la aplicación del modelo de análisis multi-discriminante (MDA) se obtuvo los siguientes resultados (22):

(20) PEAVY, J. W., y EDGAR, S. M.: «A Multiple Discriminant Analysis of BHC Commercial Paper Ratings». *Journal of Banking and Finance*. Vol. 7, págs. 161-173, 1983.

(21) PEAVY, J. W., y EDGAR, S. M.: *Op. cit.*, pág. 165.

(22) PEAVY, J. W., y EDGAR, S. M.: *Op. cit.*, pág. 169.

Grupo actual	Predicción			Total	%
	A	B	C		
A	10	1	0	11	90,9
B	1	20	3	24	83,3
C	0	0	6	6	100
Total	11	21	9	41	87,8

Como se puede apreciar, en ambos casos el porcentaje de predicciones correctas es bastante más elevado que el obtenido por los mejores modelos de predicción de ratings de bonos analizados. Esto puede ser debido principalmente a que al ser las emisiones de commercial paper a corto plazo (raramente exceden de 270 días) (23), el valor de los datos contables y estadísticos influyen en mayor medida en las calificaciones que en los bonos y por el contrario las opiniones, sobre las expectativas de futuro de la empresa, de los calificadores al ser a tan corto plazo tienen menos importancia en la asignación del rating. Por esto las calificaciones pueden ser acertadas más fácilmente por los modelos basados únicamente en datos contables y estadísticos.

Modelos matemáticos de predicción de la quiebra

El primer problema que se plantea al elegir los modelos de predicción de quiebra, es el averiguar qué es lo que en realidad pretende predecir cada uno de ellos, o dicho de otro modo, qué entiende el autor del modelo por quiebra, dado que las interpretaciones son muy distintas. Así, mientras unos entienden que la quiebra se produce cuando los recursos totales son inferiores a sus deudas, es decir, la quiebra propiamente dicha, otros autores, abarcan conceptos más amplios, tales como puedan ser la imposibilidad temporal para hacer frente a las deudas, que corresponde con la suspensión de pagos.

La definición que da William H. Beaver (24) es muy amplia y abarca desde la quiebra propiamente dicha, pasando por la falta de pago de los intereses de las obligaciones, descubiertos en cuentas bancarias y hasta la falta de pago de dividendos.

Los modelos de predicción de quiebra al igual que los de ratings, que en definitiva persiguen lo mismo, están basados en el análisis de los ratios financieros.

Según afirma James Scott (25) los pioneros de la teoría moderna del uso

(23) Para plazos superiores deben ser registradas en la Securities and Exchange Commission.

(24) BEAVER, W. H.: «Financial Ratios As Predictors of Failure». *Suplemento de Journal of Accounting Research*. Págs. 71-111, 1966.

(25) SCOTT, J.: «The Probability of Bankruptcy». A Comparison of Empirical Predictions and Theoretical Models. *Journal of Banking and Finance*, n.º 5, págs. 317-343, 1981.

de ratios financieros para predecir la quiebra fueron William H. Beaver (26, 27) y Edward I. Altman (28). Siendo Altman el primero en desarrollar un modelo multivariante de este tipo (29). Según Scott los modelos pueden ser clasificados en dos tipos:

Modelos empíricos de predicción de quiebra.

Modelos teóricos de quiebra.

A) Los primeros son modelos sin fundamentos teóricos que utilizan una muestra de empresas que han quebrado y de empresas que no han quebrado. Posteriormente analizan los ratios financieros de cada una de las empresas y se elige aquél o aquellos ratios que discriminan mejor entre las empresas que quebraron y las que no quebraron. Por último, se aplican los resultados a una nueva muestra para comparar su efectividad o habilidad de predicción.

Dentro de este mismo grupo se realizan tres subdivisiones:

- a) Modelos de un único ratio o unidimensionales.
- b) Modelos multidimensionales.
- c) Modelos basados en la teoría de la ruina del jugador.

B) Modelos teóricos de quiebra.

Este tipo, a su vez, puede ser subdividido en tres clases de modelos:

- a) Modelos para un periodo.
- b) Modelos de ruina de un jugador.
- c) Modelos con acceso perfecto al mercado de capitales.

De todo este tipo de modelos centraremos nuestra atención en los de Beaver y Altman.

a) *William H. Beaver*

El primer modelo desarrollado por Beaver (30) es un modelo empírico unidimensional. Para el desarrollo del modelo, Beaver escogió 158 empresas que durante el periodo 1954-64, 79 de ellas quebraron y 79 de ellas no quebraron, analizando 31 ratios financieros distintos de cada una de ellas. Busca el valor de cada uno de los ratios que diferencia a las empresas que quebraron y a las que no, de modo que pueda establecerse que toda empresa con un ratio superior, probablemente no quiebre y toda empresa con un ratio inferior es una quiebra potencial.

(26) BEAVER, W. H.: «Financial...», *Op. cit.*

(27) BEAVER, W. H.: «Market Prices, Financial Ratios, and the Prediction of Failure», *Journal of Accounting Research*. Págs. 179-192, 1968.

(28) ALTMAN, E. I.: «Financial Ratios Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy», *Journal of Finance*. Vol. XXIII, n.º 4, págs. 589-609, 1968.

(29) DAMBOLENA, I. G.: «The Prediction of Corporate Failures», *Omega*. Vol. II, n.º 4, págs. 355-364.

(30) BEAVER, W. H.: «Financial...», *Op. cit.*

La conclusión a la que llega Beaver es que los ratios pueden ser utilizados para predecir la quiebra, dado que el porcentaje de error, con el mejor de los ratios, un año antes de producirse, es del 13 por 100, mientras que para cinco años antes es de solamente el 22 por 100.

Beaver en un artículo posterior (31) realiza de nuevo el análisis, pero esta vez teniendo en cuenta el precio de mercado de las acciones como reflejo de la marcha de la empresa. Obtuvo resultados similares al primer modelo, logrando predecir con mayor antelación la quiebra, pero de un número inferior de empresas.

b) *Edward I. Altman*

El modelo de Altman (32), según la clasificación de Scott, estaría comprendido dentro de los modelos empíricos multidimensionales. Para el desarrollo del modelo partió de una muestra de 66 empresas, de las cuales 33 fueron a la quiebra y el resto no quebraron durante el periodo estudiado.

Con su modelo Altman obtuvo para la muestra original los siguientes resultados:

Años antes de la quiebra	% clasificado correctamente
1	95
2	72
3	48
4	29
5	36

En cualquier caso, tanto los valores de los ratios que marcan la separación entre empresas que pueden quebrar o no, como la función discriminante obtenida a partir de los ratios, solamente pueden ser aplicados con cierta confianza a situaciones similares a las que la generaron. Esto es debido a que no existen unos valores de los ratios financieros óptimos para todas las empresas, sino que éstos varían de unos sectores a otros y los valores de los ratios normalmente aceptados en un sector pueden no ser considerados aceptables en otro.

Sistemas europeos

Los sistemas europeos de calificación de obligaciones, surgen ante la necesidad de disponer de un sistema de calificación al estilo americano, que permita a los inversores seleccionar sus inversiones con un mínimo de seguridad.

(31) BEAVER, W. H.: «Market prices...». *Op. cit.*, pág. 189.

(32) ALTMAN, E. I.: *Op. cit.*

El primer problema planteado es que el sistema empleado por las agencias de rating americanas incluye tanto el estudio de los ratios financieros de la empresa, como las opiniones de un grupo de analistas acerca del futuro de la misma. Por este motivo, y ante la falta de implantación de estas agencias en Europa, que pueden aportar su experiencia en este campo, había que plantear un modelo que permitiese la obtención de un sistema de calificación, que pudiera ser empleado por cualquier analista o inversor. Dicho método debía de ser un método objetivo, exento de opiniones del analista, para que la calificación asignada a una determinada emisión fuera la misma, independientemente del analista que la obtuviera y al mismo tiempo que fuera un método relativamente fácil de aplicar.

Los sistemas europeos que existen en la actualidad son el sueco y el inglés, y ambos están basados en el estudio de determinados ratios financieros, eligiendo los ratios considerados más representativos y asignando una calificación de acuerdo con los valores obtenidos para cada uno de ellos

a) *Sistema sueco*

Las variables o ratios financieros utilizados para la obtención de las clasificaciones en este sistema son (33):

- a) Cobertura de los intereses.
- b) Relación cash-flow/deuda.
- c) Relación activos netos/deuda a largo plazo.
- d) Cuantía de los recursos permanentes como una medida del tamaño de la sociedad.

Los valores promedio de los cinco últimos años de cada uno de estos índices se ponderan de acuerdo con una fórmula que permite obtener un determinado valor medio, del cual depende la calificación que será asignada.

Por imposición del Banco Central sueco el sistema de calificación consta únicamente de tres categorías. Para que sea asignada una categoría determinada es necesario que tanto el valor medio obtenido por la ponderación de las cuatro variables, así como el valor obtenido para cada una de ellas, superen unos mínimos preestablecidos.

Este sistema fue implantado en Suecia en 1974, y los encargados de realizar las calificaciones suelen ser los mismos bancos que dirigen las emisiones.

b) *Sistema inglés*

El sistema inglés fue desarrollado por una comisión mixta de analistas financieros y actuarios y fue publicado en 1978.

(33) PALACIOS, J. A.: *Op. cit.*, pág. 9-10.

A diferencia del sistema americano y sueco, el sistema inglés utiliza dos calificaciones distintas, una para la empresa emisora y la otra para la emisión. Cada una de ellas consta de cinco categorías ordenadas por orden alfabético de la A hasta la E, representando la A los de mayor seguridad y la E las de mayor riesgo. Por lo tanto, la calificación de toda emisión vendrá representada por dos letras, la primera de ellas calificando a la entidad emisora y la segunda la seguridad de la emisión.

Para la determinación de la calificación de la empresa se utilizan tres variables:

- a) Tamaño de la empresa, medido por su capitalización bursátil.
- b) Endeudamiento, medido por la relación: endeudamiento total/pasivo total menos proveedores.
- c) Cargas financieras totales/beneficio antes de intereses e impuestos.

A cada uno de estos ratios se les atribuye una puntuación, según sea su valor, y a la suma de puntos obtenidos por la empresa con los tres ratios, se le asigna una determinada calificación.

A continuación (Tabla A) se reproduce el sistema de puntuación y calificación, obtenido de la traducción de J. Palacios, del informe de la comisión que elaboró el sistema.

Tabla A
CALIFICACION DE LA SOCIEDAD

Tamaño de la sociedad		Límite superior del ratio de endeudamiento		Límite superior del ratio de cargas financieras	
Capitalización bursátil (1)	Puntos	Ratio %	Puntos	Ratio %	Puntos
Indice de FTA 500					
Superior a 2,00. . .	8	0-20 %	6	0-15,0.	6
1,34-1,99. . .	7	20,1-27,0.	5	15,1-20,0.	5
0,84-1,33. . .	6	27,1-27,0.	4	20,1-25,0.	4
0,50-0,83. . .	5	34,1-44,0.	3	25,1-30,0.	3
0,33-0,49. . .	4	41,1-48,0.	2	30,1-35,0.	2
0,17-0,32. . .	3	48,1-55,0.	1	35,0-40,0.	1
0,10-0,16. . .	2	55,1-	Cero	40,1-	Cero
0,07-0,09. . .	1				
0,60. . .	Cero				

(1) En millones de libras esterlinas y en la fecha de la calificación: es decir, al día siguiente de la publicación de las cuentas.

El total de puntos es la suma de los puntos atribuidos por cada uno de los conceptos de: tamaño de la sociedad, ratio de endeudamiento y ratio de cargas financieras.

Puntuación máxima: 20 Calificaciones: 20-17 A
 16-13 B
 12- 9 C
 8- 5 D
 4- E

Las variables utilizadas para la calificación de la emisión son las siguientes:

- a) Seguridad de la emisión (valorando si tiene garantía flotante o sin garantía).
- b) Porcentaje de preferencia de la emisión.
- c) Límites de endeudamiento que rigen la emisión.

El método, en este caso, es análogo al utilizado para calificar a la empresa.

Actualmente este sistema de calificación es utilizado por la agencia Simón y Coates para calificar las emisiones que se realizan en el Reino Unido.

REPLANTEAMIENTO DEL MODELO

Como consideración previa a la introducción de estos planteamientos en el modelo original, hay que tener en cuenta una observación muy importante, como es que el estudio se haya realizado para obligaciones, que generalmente son emitidas a medio y largo plazo, mientras que los activos analizados en este trabajo son emitidos todos ellos a corto plazo, un año o inferiores.

Esta observación plantea el problema de que los ratios que se utilizan para valorar la solvencia a medio-largo plazo, son distintos de los ratios que se suelen utilizar en contabilidad para medir la solvencia a corto plazo o liquidez financiera de la empresa, con lo cual podía quedar invalidado todo planteamiento posterior. No obstante, no solamente no ocurre esto, sino todo lo contrario, por dos razones:

En primer lugar, para que una determinada empresa pueda negociar un pagaré en bolsa, ésta exige que dicha empresa tenga concertada una línea de crédito con el banco que dirige la colocación de dicho pagaré, línea de crédito con un vencimiento posterior al vencimiento del pagaré. Si la empresa al vencimiento no dispone de la suficiente liquidez, se hace efectivo el pagaré con cargo a dicha cuenta, que sólo será cancelada por el banco, si éste observa que las garantías ofrecidas por la empresa ya no son suficientes.

Por este motivo, no deben ser los problemas de liquidez a corto plazo los que deben de preocupar al inversor, sino la insolvencia de la empresa, por lo que los modelos de predicción de quiebra son aplicables, máxime teniendo en cuenta que en la mayor parte de ellos las situaciones de insolvencia o falta de liquidez temporal de la empresa, también son tenidos en cuenta (34).

En segundo lugar, si las previsiones de la marcha de la empresa a medio-largo plazo, obtenidas por los distintos métodos, son buenas y por lo tanto la

(34) Véanse por citar algún ejemplo de los vistos a lo largo de esta exposición, las definiciones de cada rating de moody's, la definición de quiebra de William Beaver, etc.

posibilidad de quiebra se ve muy remota, en buena lógica, la probabilidad de que la empresa quiebre a corto plazo deberá ser mucho menor.

Hecha esta aclaración, se puede pasar a analizar la repercusión de cada uno de los sistemas de calificación o métodos de predicción sobre el planteamiento del modelo.

AGENCIAS Y MODELOS DE PREDICCIÓN DE RATINGS

Estos dos apartados se consideran conjuntamente puesto que en ambos casos se llega a los mismos resultados, la clasificación en distintas categorías de las emisiones correspondientes.

Dado que el objetivo principal del modelo planteado es la consecución de unos determinados flujos monetarios en cada uno de los periodos y el objetivo secundario minimizar el coste de la cartera, obviamente lo que se debe buscar es que los activos que componen dicha cartera sean absolutamente seguros, independientemente de que esto pueda llevar aparejado un mayor coste de la misma.

Por lo tanto, si las categorías que son normalmente aceptadas como seguras son las cuatro primeras, lo que habría que hacer es limitar la elección de activos únicamente a aquellos que hayan sido calificados por las agencias o por los modelos de predicción de ratings en alguna de éstas.

Si se adopta este criterio, lógicamente el modelo a aplicar sería el desarrollado originalmente (Modelo 2), puesto que la hipótesis de ausencia de riesgo en este caso podría ser mantenida y el modelo ser aplicable. En este caso, el conjunto de oportunidades formado por todo el conjunto de activos financieros a corto plazo, queda reducido al subconjunto de dichos activos que alcancen una de las cuatro primeras categorías. Esto normalmente se traducirá en un mayor coste de la cartera, debido precisamente a que los activos considerados más seguros son los que suelen pagar menores tipos de interés. Esta es una cuestión inevitable, si se pretende obtener mayor seguridad es a cambio de una menor rentabilidad.

MODELOS DE PREDICCIÓN DE QUIEBRA

Con el uso de estos modelos se puede llegar a dos conclusiones, por una parte, los que únicamente distinguen entre empresas que van a quebrar o no y otros que calculan la probabilidad de quiebra.

Con los primeros, si se ha determinado que una serie de empresas van a quebrar, lógicamente se evitará por todos los medios comprar activos por ellas emitidos.

El modelo a aplicar sería el Modelo 2 y el conjunto de oportunidades estará entonces formado por los activos emitidos por aquellas empresas que se hayan determinado que no van a quebrar, es decir, sería un subconjunto del total de activos financieros existentes.

Si se utilizan los modelos que determinan la probabilidad de quiebra de una determinada empresa, cada uno de los activos financieros tendrá asociada la misma probabilidad de impago, que la de la empresa emisora tenga de quiebra. Así se puede obtener el rendimiento esperado de cada uno de los activos que vendrá dado por la siguiente expresión:

$$R_j^h = (1 - P_j^h) N_j^h X_j^h$$

Donde R_j^h representa el rendimiento esperado del título j -ésimo con vencimiento en h , P_j^h la probabilidad de quiebra de la empresa emisora de dicho título y N_j^h la cantidad que se percibirá por él en caso de ausencia de riesgo (35).

Por lo tanto, el rendimiento esperado de la totalidad de la inversión (R), será la suma de los rendimientos esperados de cada uno de los títulos que componen la cartera, es decir:

$$R = \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^m (1 - P_j^h) N_j^h X_j^h$$

Por su parte el inversor estará dispuesto a realizar dicha inversión, siempre que el rendimiento esperado supere unos valores mínimos. Los valores mínimos que el inversor pretende obtener son los términos independientes o cantidades de las que necesita disponer en cada periodo, por lo que en realidad, lo que se necesita calcular es el rendimiento esperado en cada periodo.

Si la cartera esta compuesta únicamente por activos que no pagan intereses periódicos (letras y pagarés), el rendimiento esperado por periodo es:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^m a_{rj}^h X_j^h (1 - P_j^h) + Z_{r-1} (1 + i) - Z_r = b_r$$

En este caso el rendimiento a_{rj} proporcionado por el j -ésimo título en el periodo r será:

$$\begin{aligned} a_{rj} &= 0 && \text{si } r \neq h \\ a_{rj} &= N_j^h && \text{si } r = h \end{aligned}$$

Donde N_j^h representa el valor nominal del título.

Al introducir los certificados de depósito, como estos abonan intereses periódicos, normalmente trimestrales, el cálculo del rendimiento esperado es distinto, pues en este caso hay que calcular las probabilidades compuestas.

(35) En el caso de letras y pagarés N_j^h representan el nominal y para los CD's, el nominal más los intereses.

Si la probabilidad de que la empresa emisora del título j quiebre en el período uno, la representamos por P_{j1}^h , la de que quiebre en el período i , supuesto que no lo ha hecho en ninguno de los anteriores, es P_{ji}^h , para sucesivos valores de i . Entonces, la probabilidad de cobrar la cantidad a_{rj}^h en el período r , será:

$$Q_{jr}^h = \prod_{i=1}^r (1 - P_{ji}^h)$$

Por lo tanto, el rendimiento esperado del título j -ésimo, con vencimiento en h , en el período r , vendrá dado por la expresión:

$$R_{jr}^h = Q_{jr}^h a_{rj}^h$$

En el caso de los títulos sin pago periódicos de intereses (letras, pagarés) al devolverse únicamente el nominal al vencimiento, el valor esperado de dicho título, en el período r , será:

$$R_{jr}^h = a_{rj}^h (1 - P_j^h) \quad a_{rj}^h = 0 \quad \forall r \neq h$$

Dado que al ser de pago único la probabilidad de que dicho pago se produzca es $(1 - P_j^h)$. Que coincide con Q_{jr}^h .

Sustituyendo R_{jr}^h en la ecuación del rendimiento esperado en cada período, éste es:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{h=r}^m R_{jr}^h X_j^h + Z_{r-1} (1 + i) - Z_r = b_r$$

Si se utilizan modelos de predicción que determinan la probabilidad de quiebra de una empresa, el modelo a aplicar será el Modelo 4, que consiste en sustituir la restricción original del Modelo 2 por la del rendimiento esperado por período:

Modelo 4:

Minimizar:
$$\sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^m C_j^h X_j^h + Z_m$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{h=r}^m R_{jr}^h X_j^h + Z_{r-1} (1 + i) - Z_r = b_r$$

$$r = 1, \dots, m$$

$$X_j^h \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad h = 1, \dots, m$$

$$X_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, m - 1 \quad Z_m = 0$$

Con este modelo el inversor obtendrá como valor esperado de cada período las cantidades que inicialmente precisaba en cada uno de ellos.

SISTEMA INGLES

Si el sistema para calificar los títulos empleado es el inglés, el planteamiento que cabría hacer es el mismo que el utilizado con las agencias y modelos de predicción de ratings.