

TRABAJO FINAL DE MÁSTER
JULIO-2018

CURSO: Segundo / Segundo Semestre

***RENTAS VITALICIAS INMEDIATAS EN EL
IRPF: ALTERNATIVAS ACTUARIALES
PARA EL CÁLCULO DE LOS
RENDIMIENTOS DEL CAPITAL
MOBILIARIO***

Presentado por: **Santiago Parra Barbero**

sanpabar@alumni.uv.es

Dirigido por: **Dr. Carlos Vidal-Meliá**

<http://cvidal.blogs.uv.es/>

RENTAS VITALICIAS INMEDIATAS EN EL IRPF: ALTERNATIVAS ACTUARIALES DE CÁLCULO DE LOS RENDIMIENTOS DEL CAPITAL MOBILIARIO

Resumen:

Este TFM cuestiona el sistema de coeficientes fijos que se aplica en el IRPF español para cuantificar la parte de las anualidades de las rentas vitalicias inmediatas que se debe integrar en la base imponible del ahorro como rendimiento del capital mobiliario (RCM). Se proponen tres métodos alternativos con base actuarial, denominados: Método del Préstamo Francés, Método del Retiro Programado y Método del Ratio de Exclusión. La aplicación de las dos primeras propuestas supondría unos coeficientes variables que estarían en relación con el género y la edad alcanzada por el rentista. Los tres métodos tienen en cuenta de manera explícita el tipo de interés técnico, la esperanza de vida, las tablas de mortalidad, la edad del rentista a la fecha contratación de la renta y el género del rentista.

Las alternativas se han confrontado con el Método del IRPF para una variedad de contratantes bajo una serie de hipótesis razonables. Después de un análisis exhaustivo de un conjunto elevado y representativo de casos tipo, se puede concluir que el sistema que actualmente se utiliza en el IRPF español debería ser modificado para adaptarlo a realidad financiera y actuarial existente. Asimismo, sería muy recomendable establecer un procedimiento de tributación que se autoajustara a los cambios de los tipos de interés y tablas de mortalidad que se utilizan para el cálculo de las anualidades de las rentas.

Palabras clave: seguros de rentas vitalicias inmediatas, tributación, rendimientos del capital mobiliario (RCM), Método del Préstamo Francés, Método del Retiro Programado, Método del Ratio de Exclusión.

INCOME TAX ON IMMEDIATE LIFETIME ANNUITIES: OTHER WAYS OF CALCULATING INVESTMENT INCOME USING ACTUARIAL METHODS

Abstract:

This paper questions the system of fixed coefficients applied in Spanish IRPF (Personal Income Tax) to quantify how much of the annual payments of immediate lifetime annuities needs to be included in the savings tax base as investment income. Three alternatives based on actuarial methods are proposed: The French loan method, the scheduled withdrawal method and the exclusion ratio method. Applying the first two would involve variable coefficients depending on the gender and age of the annuitant. All three explicitly take into account the technical interest rate, life expectancy, mortality tables, the annuitant's sex and their age when they bought the annuity.

The three alternative methods are compared against the IRPF method for a variety of annuitants using a number of reasonable assumptions. After a thorough analysis of a large set of representative cases, it is concluded that the system currently used by the tax authorities in Spain should be adapted to bring it more in line with today's financial and actuarial reality. It would also be advisable to set up a tax procedure that would automatically adjust to changes in the interest rates and mortality tables used to calculate the annuity payments.

Key words: immediate life annuity insurance, taxation, investment income, French loan method, scheduled withdrawal method, exclusion ratio method.

ÍNDICE

1.- INTRODUCCIÓN.....	pág. 1
2.- RÁPIDA UBICACIÓN DE LOS CONTRATOS DE RENTAS VITALICIAS EN EL IRPF.....	pág. 1
3.- METODOLOGÍA DE ESTUDIO, GENERALIDADES Y SUPUESTOS ADOPTADOS.....	pág. 2
4.- MÉTODO DEL IRPF.....	pág. 4
5.- MÉTODOS ALTERNATIVOS.....	pág. 6
5.1.- TABLAS DE MORTALIDAD. SUPUESTOS A Y B.....	pág. 6
5.1.1.- Supuesto B. Tablas de mortalidad a partir de los datos de INE.....	pág. 7
5.2. MÉTODOS ALTERNATIVOS.....	pág. 11
5.3.- MÉTODO I O “MÉTODO DEL PRÉSTAMO FRANCÉS”.....	pág. 12
5.4.- MÉTODO II O “MÉTODO DEL RETIRO PROGRAMADO”.....	pág. 13
5.5.- MÉTODO III O DEL “RATIO DE EXCLUSIÓN”.....	pág. 15
6.- CASOS DE ESTUDIO.....	pág. 16
6.1.- SERIE BASE: SERIE DE EDAD INICIAL 65 AÑOS O C65 PARA HOMBRES (SUPUESTO A).....	pág. 17
6.2.-SERIE C65 PARA MUJERES (SUPUESTO A).....	pág. 33
6.3.- SERIE C65. SUPUESTO B.....	pág. 37
7.- CONSIDERACIONES GENELES PARA LAS SERIES C49 A C72.....	pág. 39
8.-CONCLUSIONES (y propuestas).....	pág. 43
9.- REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA.....	pág. 46
APÉNDICE I. MÉTODOS DE CÁLCULO DE LOS “coeficientesGravamen”: FÓRMULAS Y SÍMBOLOS.....	pág. 47
• CONSIDERACIONES GENERALES.....	pág. 47
• A.1.-METODO DEL IRPF PARA EL CÁLCULO DE LOS “coeficientesGravamen”.....	pág. 48
• A.2.- MÉTODO I O DEL PRÉSTAMO FRANCÉS.....	pág. 48
• A.3.- MÉTODO II O DEL RETIRO PROGRAMADO.....	pág. 52
• A.4.- MÉTODO III O DEL RATIO DE EXCLUSIÓN.....	pág. 55
APÉNDICE II. EJEMPLO DE LOS CÁLCULOS DEL CASO C65-1.25 (A).....	pág. 57
APÉNDICE III: DIFERENCIAS ANUALES SIN ACTUALIZAR (a partir del disparo del coeficiente teórico al valor máximo del 100%).....	pág. 59
APÉNDICE IV. GRÁFICOS COMPLEMENTARIOS.....	pág. 59

ÍNDICE DE GRÁFICOS, IMÁGENES Y TABLAS

CONTENIDO	página
Conjunto de gráficos 1. Logaritmo de las tasas de mortalidad para los años 2018, 2028 y 2038	10
Gráfico 1.1. Hombres 2018 INE vs PERM	10
Gráfico 1.2. Hombres 2028 INE vs PERM	10
Gráfico 1.3. Hombres 2038 INE vs PERM	10
Gráfico 1.4. Mujeres 2018 INE vs PERF	10
Gráfico 1.5. Mujeres 2028 INE vs PERF	10
Gráfico 1.6. Mujeres 2038 INE vs PERF	10
Conjunto de gráficos 2. Esperanzas de vida (completa) proyectadas a partir de una edad inicial de contratación de 65 años para hombres y mujeres con tablas de mortalidad PERM/F y con tablas de mortalidad estimadas mediante serie de datos del INE	11
Gráfico 2.1. e'_x proyectadas hombres, edad inicial 65 años	11
Gráfico 2.2. e'_y proyectadas mujeres, edad inicial 65 años	11
Conjunto de gráficos 3. Comparación del coeficiente fijo del IRPF con el coeficiente teórico por aplicación del Método I y supuestos A y B, para el caso de un rentista que contrata a la edad de 65 años, al 1'25% y mediante una prima única de 100.000 €	13
Gráfico 3.1. Coeficientes M1 supuesto A	13
Gráfico 3.2. Coeficientes M1 supuesto B	13
Conjunto de gráficos 4. Comparación coeficientes teóricos del Método del Ratio de Exclusión (supuestos A y B) con el coeficiente fijo del IRPF. Caso: edad de contratación 65 años, al 1'25% y prima única de 100.000 €	15
Gráfico 4.1. coeficientes M3 supuesto A	15
Gráfico 4.2. coeficientes M3 supuesto B	15
Conjunto de gráficos 5. C65-1.00 para hombres: coeficientes teóricos y diferencias actualizadas (supuesto A)	18
Gráfico 5.1. Coeficientes para hombres para edad de contratación 65 años	18
Gráfico 5.2. Diferencias en euros por anualidad (actualizadas actuarialmente a 01-01-2018) para hombres. C65-1.25	18
Gráfico 5.3. Diferencias acumuladas actualizadas para hombres. Edad de contratación 65 años	18
Conjunto de gráficos 6. Diferencias acumuladas actualizadas (DAA) y curvas de regresión para los intervalos I_1 y I_2. Caso C65-1.00 hombres y supuesto A	21
Gráfico 6.1. Diferencias acumuladas y actualizadas (DAA) y curvas de regresión polinómica para el intervalo I_1 . C65-1.00 hombres	20
Gráfico 6.2. Diferencias acumuladas y actualizadas (DAA) y rectas de curvas de regresión lineal para el I_1 . C65-1.00 hombres	21
Gráfico 6.3. Diferencias acumuladas actualizadas (DAA) y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-1.00 hombres	21
Conjunto de gráficos 7. C65-1.25: coeficientes teóricos y diferencias para hombres (supuesto A)	23
Gráfico 7.1. Coeficientes para hombres caso C65-1.25	22
Gráficos 7.2. Diferencias en euros por anualidad (actualizadas actuarialmente a 01-01-2018) para hombres. C65-1.25	23
Gráfico 7.3. Diferencias acumuladas actualizadas para hombres. C65-1.25	23
Conjunto de gráficos 8. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión para los intervalos I_1 y I_2. C65-1.25 hombres (A)	24
Gráfico 8.1. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 . C65-1.25 hombres	24
Gráfico 8.2. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-1.25 hombres	24
Conjunto de gráficos 9. C65-1.50: coeficientes teóricos y diferencias para hombres (supuesto A)	26
Gráfico 9.1. Coeficientes .C65-1.50 hombres	25
Gráfico 9.2. Diferencias en euros por anualidad (actualizadas actuarialmente a 01-01-2018) para hombres. C65-1.50	25
Gráfico 9.3. Diferencias acumuladas actualizadas. C65-1.25 hombres	26
Conjunto de gráficos 10. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión para los intervalos I_1 y I_2. Caso C65-1.50 hombres (supuesto A)	27
Gráfico 10.1. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 . C65-1.50	26
Gráfico 10.2. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-1.50	27
Conjunto de gráficos 11. C65-1.75: coeficientes teóricos y diferencias actualizadas para hombres (A)	28
Gráfico 11.1. Coeficientes .C65-1.75 hombres	28
Gráfico 11.2. Diferencias en euros por anualidad (actualizadas actuarialmente a 01-01-2018) para hombres. C65-1.75	28
Gráfico 11.3. Diferencia acumuladas actualizadas. C65-1.75 hombres	28
Conjunto de gráficos 12. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión para los intervalos I_1 y I_2. Caso C65-1.75 hombres (supuesto A)	29
12.1. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 . C65-1.75 hombres	29
12.2.-Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-1.75	29

Conjunto de gráficos 13. C65-2.00: coeficientes teóricos y diferencias actualizadas para hombres (supuesto A)	30
Gráfico 13.1. Coeficientes .C65-2.00 hombres	30
Gráfico 13.2. Diferencias en euros por anualidad (actualizadas actuarialmente a 01-01-2018) para hombres. Caso C65-2.00 hombres	30
Gráfico 13.3. Diferencia acumuladas actualizadas. C65-2.00 hombres	30
Conjunto de gráficos 14. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión para los intervalos I_1 y I_2. Caso C65-2.00 hombres (supuesto A)	31
Gráfico 14.1. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 . C65-2.00	31
Gráfico 14.2. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-2.00	31
Conjunto de gráficos 15. C65-2.50: coeficientes teóricos y diferencias actualizadas para hombres	32
Gráfico 15.1. Coeficientes .C65-2.50 hombres	32
Gráfico 15.2. Diferencias en euros por anualidad (actualizadas actuarialmente a 01-01-2018) para hombres. C65-2.50	32
Gráfico 15.3. Diferencias acumuladas actualizadas. C65-2.50 hombres	32
Conjunto de gráficos 16. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión para los intervalos I_1 y I_2. Caso C65-2.50 hombres (supuesto A)	33
Gráfico 16.1. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 . C65-2.50	33
Gráfico 16.2. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-2.50	33
Conjunto de gráficos 17. C65-1.25: coeficientes teóricos y diferencias actualizadas con curvas de regresión para mujeres (supuesto A)	35
Gráfico 17.1. Coeficientes .C65-1.25 mujeres	34
Gráfico 17.2. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 . C65-1.25 mujeres	34
Gráfico 17.3 Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-1.25 mujeres	35
Conjunto de gráficos 18. DAA: Métodos alternativos, C65-1.25 hombres vs mujeres (supuesto A)	36
Gráfico 18.1. DAA: M1 y M3, C65-1.25 hombres vs mujeres	36
Gráfico 18.2. DAA: M2, C65-1.25 hombres vs mujeres	36
Conjunto de gráficos 19. C65-2.00: coeficientes teóricos y diferencias actualizadas con curvas de regresión para mujeres	59
Gráfico 19.1. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 de las mujeres. C65-2.00 mujeres	59
Gráfico 19.2. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 .de los hombres C65-2.00 mujeres	59
Conjunto de gráficos 20. Comparación de coeficientes para el caso C65 bajo los supuesto A y B	38
Gráfico 20.1. Coeficientes M1 hombres C65 (A vs B)	37
Gráfico 20.2. Coeficientes M2 hombres C65 (A vs B)	37
Gráfico 20.3. Coeficientes M3 hombres C65 (A vs B)	38
Conjunto de gráficos 21. Comparación de DAA para el caso C65 hombres, bajo los supuesto A y B (supuesto A con líneas discontinuas de color negro; supuesto B con líneas continuas de color negro)	38
Gráfico 21.1. DAA M1 hombres C65 (A vs B)	38
Gráfico 21.2. DAA M2 hombres C65 (A vs B)	38
Gráfico 21.3. DAA M3 hombres C65 (A vs B)	38
Conjunto de gráficos 22. Curvas de DAA para hombres, caso C65-3.00. Comparación supuestos A y B	60
Gráfico 22.1. DAA y rectas de regresión lineal en I_1 (supuesto A)	60
Gráfico 22.2. DAA y curvas de regresión polinómica I_2 (supuesto A)	60
Gráfico 22.3. DAA y rectas de regresión lineal en I_1 (supuesto B)	60
Gráfico 22.4. DAA y curvas de regresión polinómica I_2 (supuesto B)	60
Conjunto de gráficos 23. DAA: M1 hombres, comparación de series para el 1'25% y el 2'00% (supuesto A)	40
Gráfico 23.1. DAA: M1 hombres 1'25% de C49 a C65 Gráfico 25.1. DAA: M1 hombres 1'25% de C49 a C65	40
Gráfico 23.2. DAA: M1 hombres 1'25% de C65 a C72	40
Gráfico 23.3. DAA: M1 hombres 2'00% de C49 a C65	40
Gráfico 23.4. DAA: M1 hombres 2'00% de C65 a C72	40
Conjunto de gráficos 24. DAA: M2 hombres, comparación de series para el 1'25% y el 2'00% (supuesto A)	41
Gráfico 24.1. DAA: M2 hombres 1'25% de C49 a C65	41
Gráfico 24.2. DAA: M2 hombres 1'25% de C65 a C72	41
Gráfico 24.3. DAA: M2 hombres 2'00% de C49 a C65	41
Gráfico 24.4. DAA: M2 hombres 2'00% de C65 a C72	41
Conjunto de gráficos 25. DAA: M3 hombres, comparación de series para el 1'25% y el 2'00% (supuesto A)	42
Gráfico 25.1. DAA: M3 hombres 1'25% de C49 a C65	42
Gráfico 25.2. DAA: M3 hombres 1'25% de C65 a C72	42
Gráfico 25.3. DAA: M3 hombres 2'00% de C49 a C65	42
Gráfico 25.4. DAA: M3 hombres 2'00% de C65 a C72	42
Gráfico 1. Comparación coeficientes teóricos del Método del Retiro Programado con el coeficiente fijo del IRPF. Supuesto A. Caso: edad de contratación 65 años, al 1'25% y prima única de 100.000 €	14
Gráfico 2. Coeficientes Gravamen teóricos derivados del Método del Retiro programado bajo los supuestos A y B para hombres que contratan la renta vitalicia a los 65 años	14
Imagen 1. Modelo ajustado para el logaritmo de la tasa de mortalidad para los datos de 1991 a 2016 de hombres en España. Medida de localización (Main) y funciones base y coeficientes asociados	7

Imagen 2. Modelo ajustado. Representación de los logaritmos de las tasas de mortalidad para hombres y para los años 1991, 2003 y 2016	8
Imagen 3. Estimación de los coeficientes que multiplican a las funciones base para 70 años a partir del año 2017 incluido (hombres)	8
Imagen 4. Predicción de los logaritmos de las tasas de mortalidad para el período 2017 a 2086 (hombres)	9
Imagen 5. Estimación puntual para el año 2018 e intervalos de confianza hombres	9
Imagen 6. Método I, cálculo del caso C65-1.25 (supuesto A)	57
Imagen 7. Método II, cálculo del caso C65-1.25 (supuesto A)	58
Imagen 8. Método III, cálculo del caso C65-1.25 (supuesto A)	58
Tabla 1. Evolución de los “coeficientesGravamen” en el IRPF	5
Tabla 2. Casos de estudio	16
Tabla 3. Intervalos para el estudio de las DAA	17
Tabla 4. Extremo superior del intervalo I_2	17
Tabla 5. Diferencias anuales sin actualizar tras “el disparo”, todos los métodos (A y B)	59

1.- INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene por objeto el análisis desde un punto de vista actuarial de la tributación de los contratos de renta vitalicia inmediata en España, más concretamente de la consideración de la parte de la anualidad de la renta vitalicia que se considera rendimiento sometido a gravamen.

El contrato de renta vitalicia se regula en el artículo 1.802 del Código Civil (C.C.), [Ref. 1], el cual lo define como “aquel contrato aleatorio por virtud del cual queda obligada una persona a pagar una pensión o rédito anual durante la vida de una o más personas determinadas, a cambio de un capital en bienes muebles o inmuebles, cuyo dominio se le transfiere, desde luego, con la carga de la pensión”. A su vez, el artículo 1.807 del Código Civil contempla la posibilidad de que el contrato sea oneroso o gratuito. Este trabajo se centra en los contratos de renta vitalicia onerosos, que son los que están sujetos al Impuesto de la Renta de la Persona Físicas (IRPF).

Los elementos personales contemplados en el art. 1.802 del C.C. son los típicos de la teoría del contrato de seguro, es decir: tomador, asegurado, beneficiario y asegurador. Si bien el artículo citado contempla la no coincidencia de las figuras de tomador, asegurado y beneficiario, en el TFM se adopta el supuesto de coincidencia, así las referencias al tomador, asegurado o beneficiario deberán entenderse realizadas sobre el mismo individuo al que también se denomina rentista. En el art. 1.802 del C.C. también se hace alusión a rentas para más de una cabeza, las cuales no se consideran en este TFM.

Hay que destacar en la regulación de los elementos formales del contrato (art. 1.278 a 1.280 del C.C.), que se exige la entrega de la cosa. Es decir, que la propiedad del capital mediante el que se contrata la renta se transfiere al asegurador -persona obligada al pago de la renta- quedando en poder de éste. El pensionista -beneficiario- adquiere el derecho de cobrar la renta.

El objeto de estudio del TFM es la tributación de los contratos de rentas vitalicias mensuales inmediatas, sobre una cabeza, sin reversión, a un tipo de interés técnico fijo y sin contraseguro de prima. Son rentas que se contratan o adquieren mediante la entrega de **una prima única**, a cambio de la cual el rentista percibirá de por vida un ingreso mensual fijo hasta su fallecimiento, momento en el cual quedará completamente extinguido el contrato.

En la definición del contrato de renta vitalicia del art. 1.802 del C.C. se emplea la expresión “contrato aleatorio” en clara alusión a la duración indeterminada del contrato por la incertidumbre sobre la vida del asegurado. Sin embargo, resulta chocante que esta aleatoriedad no se explique en el IRPF a la hora de elegir los coeficientes que se aplican a las anualidades derivadas de los contratos de renta vitalicia para calcular el rendimiento del capital mobiliario que se someterá a gravamen.

2.- RÁPIDA UBICACIÓN DE LOS CONTRATOS DE RENTAS VITALICIAS EN EL IRPF

En primer lugar, procede ubicar los contratos de rentas vitalicias en el marco del IRPF. Para ello, se ha recurrido a consultar algunos de los Manuales Prácticos de Renta. En estos manuales se pueden encontrar varios cuadros de gran ayuda para una rápida visión del esquema subyacente en la integración y compensación de las distintas partidas que componen el IRPF. Probablemente el lector con una mínima base de fiscalidad ya los conozca, no obstante, es posible consultar [Ref. 8] (p. 56) y [Ref. 131] (p. 131).

Los artículos 44 y 46 de la Ley del RPF, [Ref. 7], regulan los rendimientos que constituirán la renta del ahorro. En concreto, formarán parte de la renta del ahorro los rendimientos del capital mobiliario (RCM) previstos en los apartados 1,2 y 3 del artículo 25 de la Ley del IRPF. Es decir, los derivados de la participación de fondos propios de cualquier tipo de entidad, los

obtenidos por la cesión a terceros de capitales propios, los procedentes de operaciones de capitalización y de contratos de seguros de vida o invalidez, así como las rentas derivadas de la imposición de capitales.

El artículo 25.3 de la Ley del IRPF regula los rendimientos procedentes de operaciones de capitalización y de contratos de seguro de vida o invalidez. Así, los rendimientos dinerarios o en especie, procedentes de operaciones de capitalización y de contratos de seguro de vida o invalidez generan RCM sujeto al IRPF, siempre que coincida contratante (tomador) y beneficiario¹. En el gravamen de estos rendimientos la Ley del IRPF establece distinciones en función de la forma de cobro de las prestaciones (renta o capital), el plazo de las operaciones y la cobertura de las contingencias (i.e.: jubilación o invalidez). Así se distingue básicamente entre:

- Seguros de capital diferido:
 - Seguros mixtos que combinan las contingencias de supervivencia y de fallecimiento.
 - Seguros Anuales Renovables.No son objeto de análisis en este TFM.
- **Seguros de Rentas:**
 - **Seguros de rentas vitalicias inmediatas** (art. 25.3 a)2º Ley del IRPF). Este tipo de rentas son el objeto principal del TFM, en concreto las rentas vitalicias inmediatas, mensuales, pospagables, sin reversión, sin contraseguro de prima y adquiridas mediante la entrega de una prima única a la entidad aseguradora.
 - Seguros de rentas temporales inmediatas (art. 25.3 a)3º Ley del IRPF).
No son objeto de análisis en este TFM.
 - Seguros de rentas diferidas, vitalicias o temporales (art. 25.3 a) 4º Ley del IRPF).
No son objeto de análisis en este TFM.

El art. 25.3 b) de la Ley del IRPF que regula las rentas vitalicias o temporales derivadas de la **imposición de capitales**, hace una remisión a la forma de tributar de las rentas derivadas de los contratos de seguros de vida.

En los contratos de renta vitalicia que no se hayan adquirido por herencia, legado o cualquier otro título sucesorio, se considera RCM el resultado de aplicar a cada anualidad de la renta determinados porcentajes, los cuales dependen exclusivamente de la edad del rentista en el momento de contratación de la renta.

En este estudio se propone y acuña la expresión **“coeficienteGravamen”** -en plural “coeficientesGravamen”- para hacer referencia **al porcentaje** que aplicado sobre la anualidad derivada del contrato de renta vitalicia proporciona la cuantía que se considera rendimiento de capital mobiliario (RCM), y que por lo tanto resultará sujeta por el tributo correspondiente, que en el caso español es el Impuesto de la Renta a de las Persona Físicas (IRPF). La cuantía que se considera RCM es la que se integra en la Base Imponible (BI) del Ahorro.

3.- METODOLOGÍA DE ESTUDIO, GENERALIDADES Y SUPUESTOS ADOPTADOS

El coeficiente que utiliza el IRPF para determinar la parte de la anualidad de la renta vitalicia que se considerará RCM depende exclusivamente de la edad del rentista en el momento de la contratación de la renta. El coeficiente permanece fijo hasta la extinción del contrato.

La pregunta que surge es si estos coeficientes que utiliza el IRPF tienen algún fundamento actuarial. En principio no se ha podido comprobar el proceso seguido por parte

¹ Se exceptúan los seguros de invalidez cuyo beneficiario es el acreedor hipotecario. También se exceptúan este tipo de seguros cuando deban tributar como rendimiento del trabajo, es decir las prestaciones derivadas de contratos de seguro concertados en el marco de la previsión social (art. 17.2 a) Ley del IRPF).

del Legislador español para llegar a tales coeficientes. Resulta llamativo que, al menos, de manera explícita y pública, para la determinación de los coeficientes del IRPF no se tenga en cuenta:

- La **esperanza de vida** del rentista en el momento de contratación de la renta.
- La consideración del **género** del rentista, ya que es notoria la diferente esperanza de vida entre hombres y mujeres.
- La conveniencia de aplicar coeficientes diferentes a diferentes anualidades, es decir la posibilidad de aplicar **coeficientes no estáticos**.
- El **tipo de interés técnico** que el mercado asegurador esté utilizando en cada momento para la contratación de las rentas vitalicias.

Debido a estas dudas que plantean los coeficientes Gravamen del IRPF se desarrollan en este TFM **tres métodos alternativos fundamentados actuarialmente** que se compararán con el método del IRPF. Los métodos alternativos que se desarrollarán serán:

- *Método I o “Método del Préstamo Francés”,*
- *Método II o “Método del Retiro Programado” y*
- *Método III o “Método del Ratio de Exclusión”.*

Para cada uno de estos métodos se calcularán los “*coeficientes Gravamen teóricos*”, es decir el porcentaje que aplicado sobre la anualidad del contrato de renta vitalicia proporciona la cuantía que debería someterse a gravamen como rendimiento del capital mobiliario por aplicación de cada método alternativo. Para cada método, se compararán los “*coeficientes Gravamen teóricos*” con los “*coeficientes Gravamen del IRPF*”, lo cual permitirá enunciar algunas conclusiones relevantes para el diseño de la futura tributación de estos instrumentos en el ámbito del IRPF.

Para el desarrollo de la metodología y los cálculos que implica, se adoptarán las hipótesis y *supuestos simplificadores* siguientes:

- Rentista y renta vitalicia. En todos los métodos de determinación de los coeficientes Gravamen teóricos se supone que el rentista es un individuo de edad x años en el momento de contratación de la renta. Este individuo contrata una renta vitalicia inmediata, mensual, pospagable (sin reversión y sin contraseguro de prima) a un tipo de interés técnico anual $i\%$ y mediante la entrega de una prima única de 100.000 euros (prima pura o de riesgo). El tipo de interés técnico que se considera, $i\%$, es neto de gastos por lo que es el que se utilizará para el cálculo de la prima pura y de la anualidad del contrato de renta vitalicia.

El tipo de interés técnico (efectivo) anual se mantiene constante hasta la extinción del contrato. La renta una vez contratada sólo se extingue por el fallecimiento del rentista.

- Anualidades de la renta y RCM. Se supone que la renta se contrata a principio del año natural y que coincide con el aniversario del rentista (i.e.: un rentista que contrata una renta vitalicia en el año 2018 lo hace a fecha 01-01-2018 y además ha cumplido en ese momento la edad x años). De esta manera la anualidad de la renta vitalicia de cada año estará compuesta por doce cuantías mensuales iguales, y sobre esta anualidad se aplicarán los coeficientes Gravamen para obtener el RCM de cada año o ejercicio fiscal.
- Ejercicio fiscal. Como sucede en el caso español, el ejercicio fiscal comprende un año natural entero. Los impuestos resultan exigibles al comienzo del año siguiente. Así los impuestos correspondientes al ejercicio 2018 se exigen al 01-01-2019, la cual implica que el capital financiero-actuarial correspondiente a los impuestos del 2018 tendrá su vencimiento el 01-01-2019, por lo que para valorarlo a 01-01-2018 se le deberá **aplicar el factor de descuento financiero-actuarial** correspondiente a la edad de contratación de la renta y a un período de un año. El capital financiero-actuarial correspondiente a los impuestos de 2019 deberá multiplicarse por el factor de descuento financiero-actuarial

correspondiente a la edad de contratación de la renta y a un período de dos años para valorarlo a 01-01-2018. Y así, sucesivamente.

- **Tablas de mortalidad.** Es este trabajo se adoptarán dos supuestos a los que se hará referencia como *supuesto A* y *supuesto B*. Tanto en el supuesto A como en el supuesto B, para el cálculo de la renta actuarial se utilizan las tablas de mortalidad **PERM/F-2000 del año 2018 de nueva producción**: las tablas PERM-2000 del año 2018 de nueva producción para el caso de que el rentista sea “hombre” y las tablas PERF-2000 del año 2018 de nueva producción para el caso de que el rentista sea “mujer”. Para el caso unisex se confeccionan tablas mixtas a partir de las tablas de hombre y mujeres mediante una ponderación del 0.65 para las probabilidades anuales de fallecimiento de las tablas de **hombres** y una ponderación del 0.35 para las probabilidades de fallecimiento de las tablas de mujeres.

Los **supuestos A y B se utilizan para calcular las esperanzas de vida** mediante tablas de mortalidad diferentes. Bajo el supuesto A se emplean las tablas PERM/F tanto para calcular la esperanza de vida a la edad de contratación de la renta como para obtener las esperanzas de vida proyectadas para años sucesivos. Bajo el supuesto B se emplean unas tablas de mortalidad proyectadas obtenidas a partir de los datos de INE de los años 1991 a 2016.

Para obtener los factores de descuento financiero-actuariales se aplican siempre, para ambos supuestos A y B, las probabilidades de supervivencia de las tablas PERM/F del año 2018. Estos factores de descuento utilizan el mismo tipo de interés que el tipo de interés técnico que se haya utilizado, en cada caso, para el cálculo de la renta financiero-actuarial.

- Se supone distribución uniforme de los fallecimientos y se adopta la “esperanza de vida completa” como medida discreta de la vida residual del individuo. Normalmente se expresará la esperanza de vida en meses enteros completos.
- Los cálculos basados en fórmulas financieras, como los cuadros de amortización de los préstamos utilizan como unidad temporal el mes -por lo tanto, sin distinción de días naturales entre los diferentes meses que conforman el año-. Esto supone que los cuadros de amortización se elaboran con términos amortizativos mensuales y mediante el rédito efectivo mensual equivalente al interés técnico (efectivo) anual utilizado para el cálculo de la renta vitalicia actuarial.

4.- MÉTODO DEL IRPF

El sistema tributario se adapta a los cambios que van surgiendo en la sociedad, de esta manera no se concibe como un sistema estático, sino que se intenta adaptar a la realidad económica que pretende gravar. El IRPF es un claro ejemplo de esta dinámica. Los cambios producidos podrán estudiarse desde cualquier perspectiva académica con intención de concluir sobre si son acertados o no, si son justos o no, si benefician a determinadas colectivos, ..., etc. Dado el objetivo de este TFM, resultan de interés los cambios producidos en el gravamen de las rentas vitalicias inmediatas dentro del IRPF, es decir de la evolución de lo que se ha denominado *coeficientes Gravamen del IRPF*.

Se analiza la evolución de los coeficientes Gravamen del IRPF desde el ejercicio fiscal 1992, y se resume en una tabla. Se considera como rendimiento un parte de la anualidad de la renta vitalicia que se determina mediante la aplicación de un porcentaje fijo a la anualidad que depende exclusivamente de la edad del rentista en el momento de la contratación. En el año 2006, se realizó una profunda reforma del sistema tributario español que tuvo su reflejo en el IRPF en el esquema de integración y compensación del impuesto, no obstante, la forma de determinar los rendimientos procedentes de los contratos de rentas vitalicias no

varió en esencia. Se enumera a continuación la evolución sufrida por los coeficientes Gravamen en el IRPF:

1. A partir del **ejercicio fiscal 1992**. La Ley del IRPF vigente era la Ley 18/1991, [Ref. 2], según la cual se consideraban como RCM derivados de una renta vitalicia los porcentajes fijos de la columna tercera de la Tabla 1 siguiente, aplicados sobre cada anualidad en función de la edad del rentista en el momento de contratación de la renta
2. A partir del ejercicio fiscal 1999. Se realizó la modificación de la anterior Ley 18/1991 del IRPF, dando lugar al Texto Refundido de la Ley del IRPF, Ley 40/1998, [Ref. 3]. Los porcentajes pasaron a ser los de que figuran en la columna sexta de la Tabla 1.
3. Desde el ejercicio fiscal 2007. En el año 2006 se produjo una importante reforma del sistema tributario español, que supuso la promulgación de la Ley del IRPF vigente en la actualidad: Ley 35/2006², [Ref. 6]. Esta ley supuso significativas modificaciones en el esquema de integración, compensación y liquidación del impuesto, así mismo se redujeron los coeficientes a aplicar sobre la anualidad de las rentas vitalicias para el cálculo de los RCM. A partir del ejercicio fiscal 2007 los coeficientes Gravamen quedaron fijados en los **porcentajes de la columna novena de la Tabla 1, aún vigentes en la actualidad**. Se puede sintetizar la evolución de los coeficientes Gravamen en el IRPF mediante la Tabla 1.

RCM a integrar en la B.I. AHORRO de cada anualidad de Renta Vitalicia		Desde el ejercicio 1992	RCM a integrar en la B.I. AHORRO de cada anualidad de Renta Vitalicia		Desde el ejercicio 1999	RCM a integrar en la B.I. AHORRO de cada anualidad de Renta Vitalicia		Desde el ejercicio 2007
Edad a la fecha de contratación		coeficiente IRPF	Edad a la fecha de contratación		coeficiente IRPF	Edad a la fecha de contratación		coeficiente IRPF
años desde	años hasta	porcentaje	años desde	años hasta	porcentaje	años desde	años hasta	porcentaje
**	**	**	0	39	45%	0	39	40%
0	49	70%	40	49	40%	40	49	35%
50	59	50%	50	59	35%	50	59	28%
60	65	40%	60	65	25%	60	65	24%
66	69	40%	66	69	25%	66	69	20%
70	w	30%	70	w	20%	70	w	8%

Tabla 1. Evolución de los “coeficientes Gravamen” en el IRPF

La tabla 1 muestra los coeficientes fijos que se debían aplicar sobre la anualidad de la renta vitalicia para calcular el RCM desde ejercicio fiscal señalado y los siguientes en tanto no se produjera la modificación de los coeficientes por vía legislativa. Por ejemplo, las tres primeras columnas hacen referencia a los coeficientes que correspondía aplicar a partir de ejercicio fiscal 1992 y siguientes hasta el ejercicio fiscal 1998 ya que se modificaron a partir del ejercicio 1999.

A partir del ejercicio fiscal 1999, [Ref. 3], se introdujo un nuevo tramo inferior de edades para los rentistas que contrataran con edad inferior a 40 año. Hay que destacar también la drástica reducción de los porcentajes: para el tramo de edad de 40 a 49 años pasó a

² Una de las principales novedades del IRPF fue la introducción de los conceptos de “Renta general” y de “Renta del ahorro” a efectos de la clasificación de las rentas del contribuyente.

Pasaron a constituir la renta del ahorro los RCM previstos en el artículo 25.1 2 y 3 de la Ley del IRPF y las ganancias y pérdidas patrimoniales derivadas de la transmisión de elementos patrimoniales. Como resultado de la integración y compensación de cada uno de estos grupos, se obtiene la base imponible (BI) del Ahorro.

Desde entonces los RCM derivados de los contratos de rentas vitalicias forman parte de la Renta del Ahorro y quedarán integrados, tras las compensaciones que proceda aplicar, en la BI del Ahorro.

En sí, la consideración de los rendimientos derivados de los contratos de rentas vitalicias no ha cambiado en el sentido de que tanto a partir del ejercicio fiscal 2007 como anteriormente los rendimientos derivados de los contratos de rentas vitalicias eran igualmente considerados como un RCM mediante la aplicación de un coeficiente fijo, en función de la edad del rentista en el momento de la contratación, sobre la anualidad de la renta vitalicia. Lo que sí cambió con la Ley 35/2006 fue el esquema de integración, compensación y liquidación del impuesto.

considerase RCM un porcentaje de la anualidad de la renta del 40% frente al 70% anterior con una rebaja de 30 puntos porcentuales; para el tramo de edad de 50 a 59 años y de 60 a 69 años la rebaja fue de 15 puntos porcentuales; y para los mayores de 69 años la rebaja fue de 10 puntos porcentuales. Parece colegirse una voluntad de fomento de este tipo de productos por parte del Legislador porque la mejora del tratamiento impositivo de las rentas vitalicias fue muy generosa con relación a la situación anterior.

En la misma línea, y parece ser que con la misma intención de promover la contratación de las rentas vitalicias, para el ejercicio fiscal 2007 y posteriores, [Ref. 6], se produjo una rebaja de 5 puntos porcentuales para las edades hasta 49 años, de 7 puntos porcentuales para las edades entre 50 y 59 años, de un punto porcentual par las edades de 60 a 65 años, de 5 puntos porcentuales para las edades de 60 a 69 años y una nada desdeñable rebaja de 12 puntos porcentuales para las edades de 70 y más años.

Esta última rebaja podría ser contextualizada dentro del debate sobre el sistema de pensiones español, en el cual parece que adquiere cada vez más importancia el llamado tercer pilar para paliar *“los problemas derivados del envejecimiento y la dependencia”*. Así la Ley 35/2006, en el *“preámbulo II-Objetivos y aspectos relevantes de la reforma”*, menciona *“como objeto de atención prioritaria”*, cita textualmente, en el número *“5) Con el objeto de mejorar la cohesión social y de atender los problemas derivados del envejecimiento y la dependencia se incentivan aquellos instrumentos destinados a proporcionar unos ingresos complementarios de las pensiones públicas o a la cobertura de determinados riesgos”*. Así, junto con los planes de pensiones privados, los seguros de rentas vitalicias se ven como un recurso para completar dicho tercer pilar. Además, en los últimos años está produciéndose un énfasis considerable en la promoción de los seguros de rentas por parte de la Administración y de la patronal del seguro³.

Los coeficientes en el IRPF no varían de un año para otro, sino que permanecen invariables durante muchos años, por ejemplo, los coeficientes actuales se aplican a los últimos 11 ejercicios fiscales, lo que lleva a considerar que una de las preocupaciones del legislador no ha sido la evolución de los tipos de interés a la hora de determinarlos. Tampoco ha tenido cuenta ni el sexo ni la esperanza de vida del rentista en el momento de contratación de la renta. Esto lleva a preguntarse cómo ha llegado el legislador a los coeficientes Gravamen en el IRPF, pero no se encuentra respuesta alguna. Esta incógnita obliga a cotejar los coeficientes Gravamen del IRPF vigentes en la actualidad con los que se obtienen mediante otros tres métodos alternativos que sí es posible explicar y fundamentar.

5.- MÉTODOS ALTERNATIVOS

5.1.- TABLAS DE MORTALIDAD. SUPUESTOS A Y B

Para calcular la renta vitalicia actuarial a la edad de contratación se emplearán siempre las tablas de mortalidad PERM/F-2000 del año 2018. El sentido de hacerlo así es reflejar la decisión técnica que adoptaría el asegurador a la hora de calcular las primas y rentas vitalicias. Sin embargo, para reflejar la posición del Legislador en materia impositiva, se adoptan dos supuestos llamados A y B en cuanto a los cálculos de las esperanzas de vida para desarrollar los métodos alternativos de cálculo de los coeficientes Gravamen teóricos.

El **supuesto A** consiste en suponer que el Legislador utiliza las mismas tablas que los aseguradores para el cálculo de las esperanzas de vida -tanto a la edad inicial de

³ UNESPA e ICEA elaboraron un documento [Ref. 15] en el que desde la perspectiva de **complementar los ingresos de la jubilación se dirige al colectivo de más de 65 años** exponiendo las ventajas fiscales de transformar elementos de patrimonio en una renta vitalicia. Se tratan las ventajas fiscales para las personas mayores de 65 años que transmitan un elemento patrimonial y que destinen el importe obtenido a la contratación de un seguro de renta vitalicia. Básicamente obtendrán importantes exenciones en la ganancia patrimonial sujeta al IRPF.

contratación como proyectadas para años sucesivos-, es decir las **tablas PERM/F del año** (siendo 2018 el año inicial). Sobre las tablas PERM/F se puede consultar [Ref. 11]

El **supuesto B** implica que el Legislador utiliza los datos disponibles en la Administración para desarrollar sus propias tablas de mortalidad para la determinación de los coeficientes Gravamen. Así pues, se han utilizado **los datos del INE** (Instituto Nacional de Estadística), se proporcionan los enlaces en [Ref. 19], para confeccionar unas tablas de mortalidad **proyectadas** para años futuros a partir de las series de datos desde 1991 hasta 2016 de la población residente y del riesgo de muerte.

5.1.1.- Supuesto B. Tablas de mortalidad a partir de los datos de INE

Para su cálculo se utiliza la metodología expuesta en [Ref. 18] y el software R, [Ref. 17]. Se basa en la descomposición en componentes principales de las tasas de mortalidad observadas y en el uso de suavizado no paramétrico para reducir la aleatoriedad de los datos observados.

En primer lugar, con las series temporales de las observaciones (riesgo de muerte y población residente), correspondientes al período de 1991 a 2016, se ajusta un modelo funcional: se utiliza un suavizado no paramétrico para los datos de cada año para estimar una función para el logaritmo de las tasas de mortalidad de cada año -26 funciones-. A continuación, se descomponen las curvas ajustadas (del logaritmo de las tasas de mortalidad) para cada año mediante un modelo que es la suma de un conjunto de funciones base ortonormales y una medida de localización del logaritmo de la tasa de mortalidad. La expresión del modelo se puede consultar en [Ref. 18]. Gráficamente.

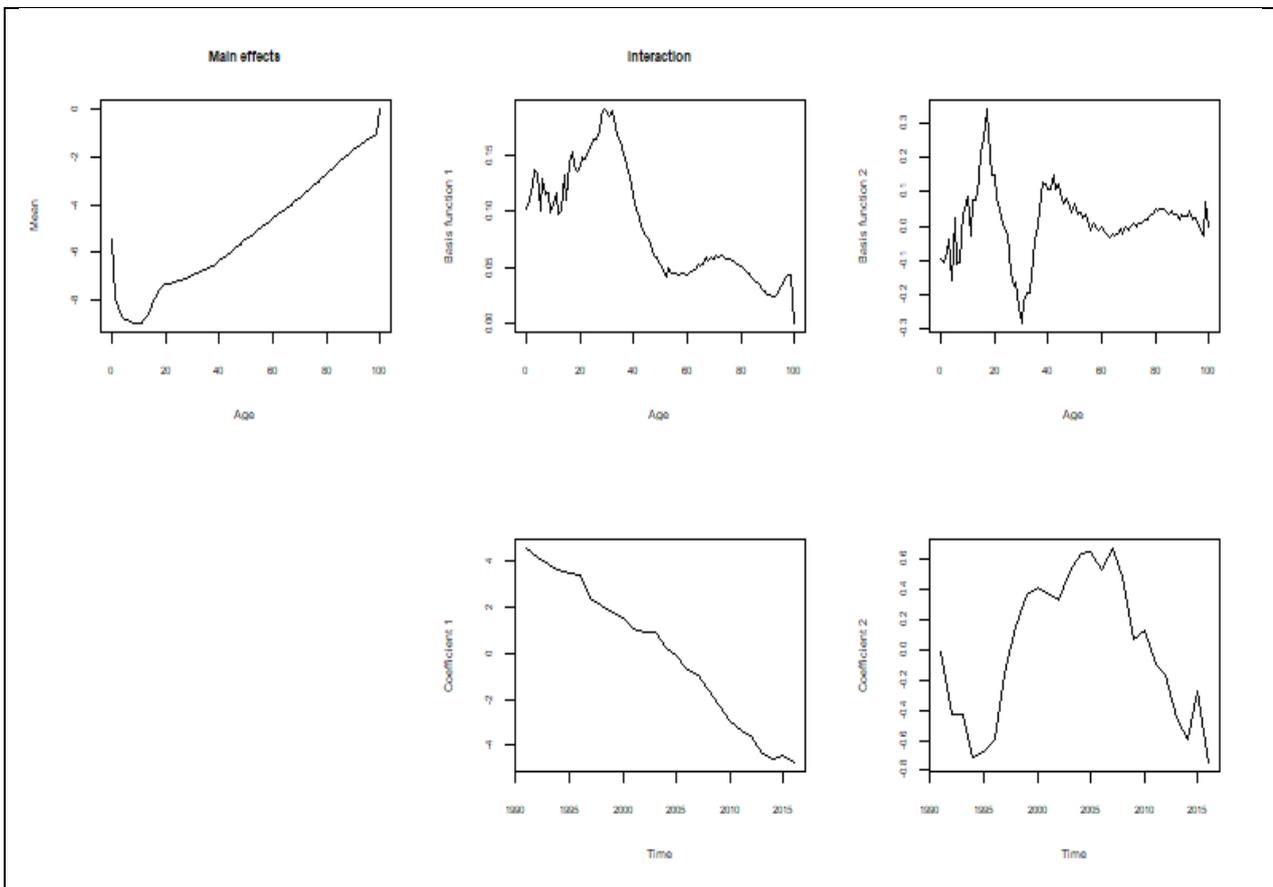


Imagen 1. Modelo ajustado para el logaritmo de la tasa de mortalidad para los datos de 1991 a 2016 de hombres en España. Medida de localización (Main) y funciones base y coeficientes asociados

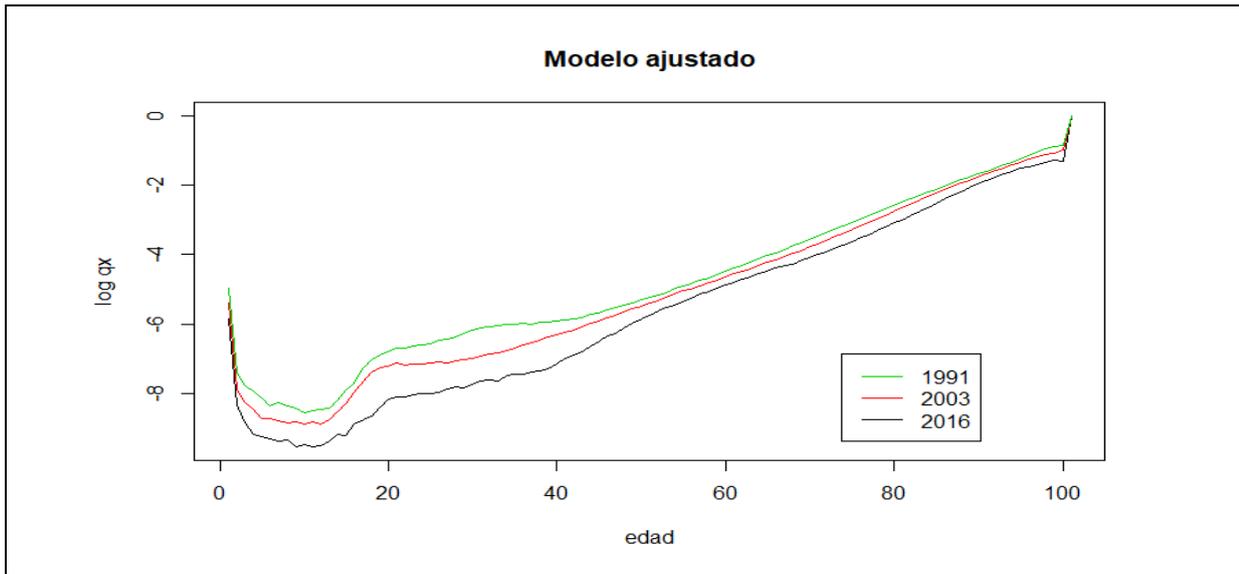


Imagen 2. Modelo ajustado. Representación de los logaritmos de las tasas de mortalidad para hombres y para los años 1991, 2003 y 2016

El modelo obtenido se utiliza para realizar predicciones para los logaritmos de las tasas de mortalidad de años futuros, lo cual permite obtener una predicción para cada año futuro de las tasas de mortalidad para todas las edades. La predicción para los logaritmos de las tasas de mortalidad para cada año se basa en estimar los coeficientes que multiplican a cada función base ortonormal del modelo para cada año futuro. Debido a que los coeficientes están incorrelacionados, los métodos univariantes resultan adecuados para predecir los coeficientes. Se obtienen unas predicciones puntuales para los logaritmos de las tasas de mortalidad de cada año futuro (y todo el rango de edades de 0 a 100 años) y además se puede construir el intervalo de confianza para dichas predicciones. En [Ref. 18] se puede consultar la metodología de predicción. Gráficamente.

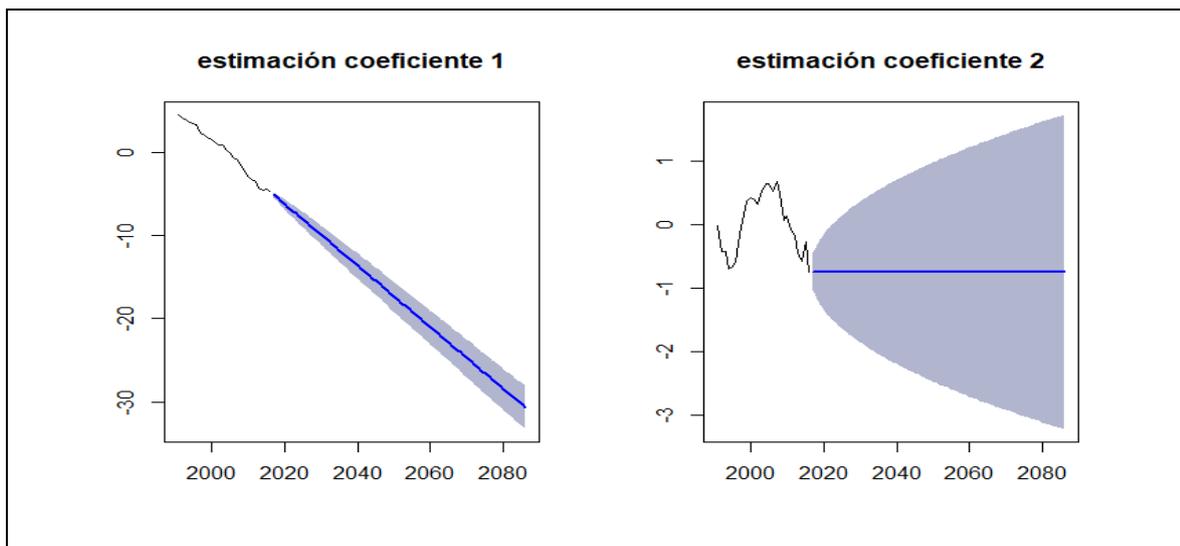


Imagen 3. Estimación de los coeficientes que multiplican a las funciones base para 70 años a partir del año 2017 incluido (hombres)

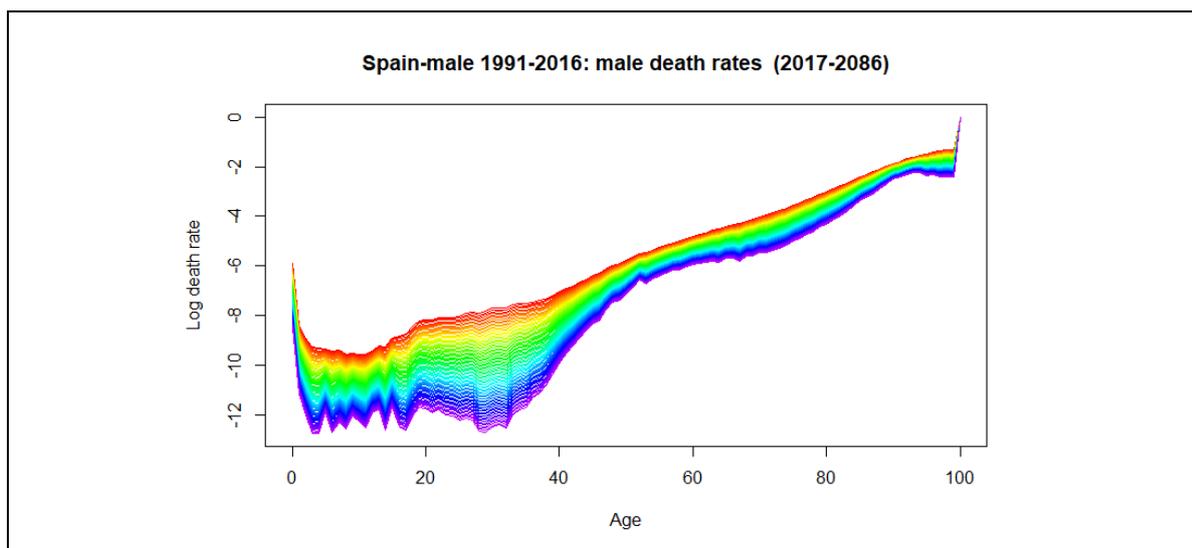


Imagen 4. Predicción de los logaritmos de las tasas de mortalidad para el período 2017 a 2086 (hombres)

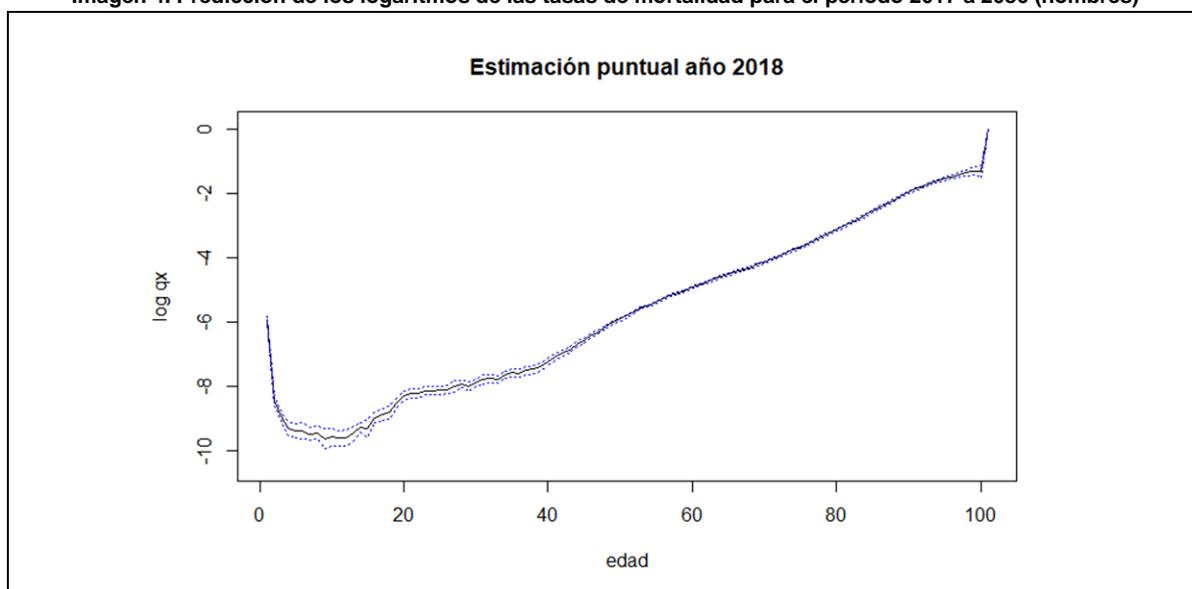


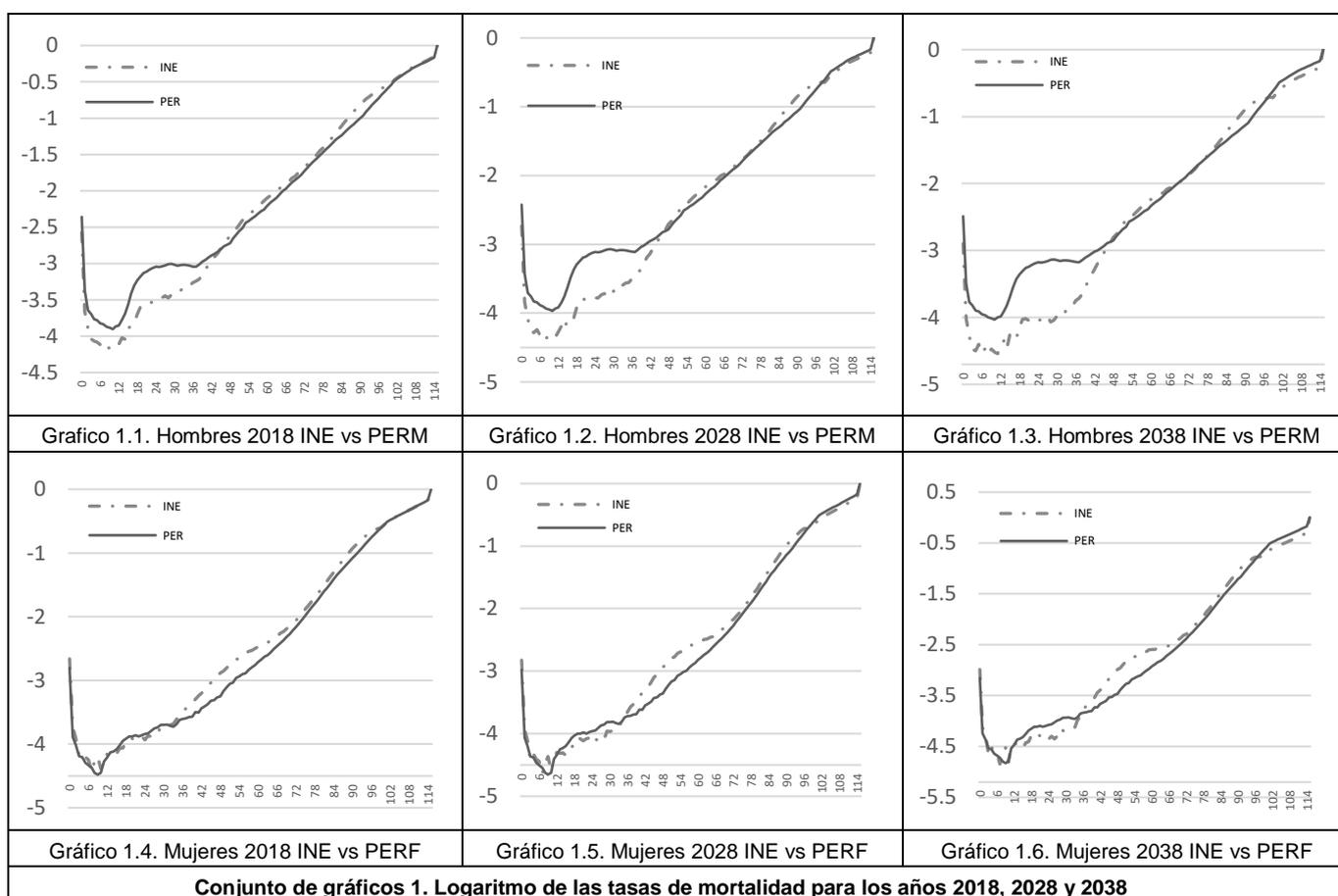
Imagen 5. Estimación puntual para el año 2018 e intervalos de confianza hombres

Las predicciones puntuales permiten, bajo el supuesto B, obtener las tasas de mortalidad estimadas (proyectadas) para cada ejercicio futuro. A partir de estas tasas se han confeccionado las tablas de mortalidad correspondientes a cada ejercicio futuro. Estas tablas de mortalidad se utilizan para calcular las esperanzas de vida a cada edad de contratación de la renta y para obtener las esperanzas de vida proyectada en el Método del Retiro Programado (Método II).

Hay que advertir que estas tablas estimadas sólo calculan las estimaciones puntuales de las tasas de mortalidad para el rango de edades de los datos observados, el cual va de 0 años hasta “100 ó más años”. Es debido a que los datos observados, para estimar el modelo, procedentes del INE acumulan las observaciones correspondientes a las edades “100 y más años”. Sin embargo, las tablas PERM/F calculan las tasas de mortalidad para las edades desde 0 hasta 115 años. Dado que para el supuesto B no se ha dispuesto de los microdatos desglosados para las edades de 100 y más años, se ha adoptado el supuesto de que a partir de la edad 100 años y hasta la edad 115 años, cada una de las tablas estimadas futuras bajo el supuesto B siguen el mismo patrón de mortalidad que la respectiva tabla del año PERM/F, es decir, se ha supuesto que la probabilidades de fallecimiento aumentan para cada edad adicional en el mismo porcentaje que en la correspondiente tabla PERM/F del año en cuestión. Este supuesto se ha introducido para poder construir las tablas de

mortalidad hasta la misma edad final que utilizan las tablas PERM/F y hacer comparables los supuesto A y B. Hay que reconocer que se mejorarían las tablas estimadas si se dispusiera de los microdatos aludidos previamente. También se advierte que para estimar las tablas de mortalidad a partir de los datos del INE se ha elegido un determinado método de ajuste y predicción fijando la semilla aleatoria. La elección de cualquier otro método y/o semilla aleatoria conducirá a estimaciones de las tasas de mortalidad para años futuros diferentes y consecuentemente a tablas de mortalidad y esperanzas de vida ligeramente diferentes. Por ejemplo, se podría haber elegido un modelo de Lee-Carter como se hace en [Ref. 12].

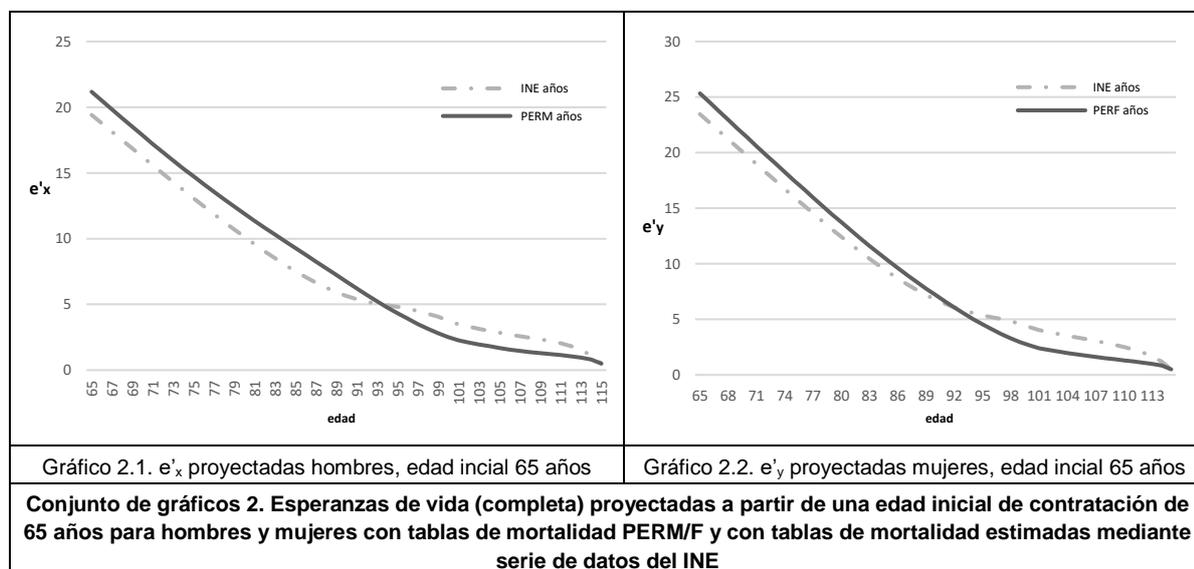
La utilización de tablas de mortalidad proyectadas diferentes en el supuesto A (PERM/F) y supuesto B (estimadas mediante datos del INE), produce diferentes tasas de mortalidad para el mismo año. A continuación, se muestran gráficamente los logaritmos de las tasas de mortalidad para los años 2018, 2028 y 2038 para hombres y mujeres para ambos supuestos A (PERM/F) y B(INE).



Este conjunto de gráficos 1 muestra que el supuesto adoptado (A o B) influye en el cálculo de la esperanza de vida a la edad de contratación y en las esperanzas de vida proyectadas para los siguientes años. Se adopta el supuesto de que el rentista contrata la renta vitalicia al inicio del año 2018, así la esperanza de vida que se tendrá en cuenta para los Métodos del Préstamo Francés y del Ratio de Exclusión será la derivada de la tabla de mortalidad del año 2018 a la edad de contratación de la renta, si bien bajo el supuesto A se utilizan las tablas PERM/F del año 2018, para el supuesto B se utilizan las tablas estimadas para el año 2018 (hombre, mujer, unisex) a partir de los datos del INE de la serie 1991 a 2016.

Por su parte, para el Método del Retiro Programado se utilizan además las tablas proyectadas para años posteriores al de contratación para calcular la esperanza de vida a

cada edad sucesiva. Es decir, se utilizan las tablas de mortalidad del 2018 para calcular la esperanza de vida a la edad de contratación y para la anualidad siguiente se calcula la esperanza de vida mediante la tabla de mortalidad del año siguiente, el 2019, para una edad un año mayor a la de contratación. En la anualidad siguiente, se utilizará la tabla del año 2020 y para una edad dos años superior a la de contratación. Se sigue proyectando de forma sucesiva hasta la tabla y edad necesarias. Evidentemente, la consideración del supuesto A o del supuesto B llevará a proyecciones diferentes de las sucesivas esperanzas de vida.



5.2.- MÉTODOS ALTERNATIVOS

Se plantean tres métodos alternativos al del IRPF para la obtención de los “**coeficientes Gravamen teóricos**”. En cada método se realiza una breve exposición⁴ y posteriormente se compara con el método del IRPF.

Para realizar las comparaciones se tendrá en cuenta el género, la edad y esperanza de vida en el momento de constitución de la renta vitalicia y el tipo de interés técnico. En este trabajo se tienen en cuenta los cálculos para las combinaciones -*casos de estudio*- de los siguientes valores de las variables:

- Edad x años en el momento de contratación de la renta, para $x=49, 59, 65, 67$ y 72 años. Se ha elegido una edad dentro de cada tramo de edad de los contemplados en el IRPF, excepto el primer tramo correspondientes a los menores de 40 años.
- Tipo de interés técnico (efectivo) anual (nominal), $i\%= 1\%, 1'25\%, 1'50\%, 1'75\%, 2'00\%, 2'50\%$ y $3'00\%$.
- Género: hombre, mujer y unisex.

Las tablas de mortalidad son las correspondientes al año 2018 en comunión con los actuales coeficientes Gravamen del IRPF (los vigentes desde el ejercicio fiscal 2007).

En primer, lugar operando con las tablas de mortalidad PERM/F, tanto para el supuesto A como para el B, se obtienen las rentas actuariales vitalicias mensuales unitarias y la cuantía mensual de las mismas para una prima inicial de 100.000 €. En este TFM se utilizará continuamente como ejemplo de los cálculos realizados el caso de un rentista, hombre, que contrata a la edad de 65 años una renta vitalicia mediante una prima única de 100.000 € y al tipo de interés técnico efectivo anual del 1'25%, lo cual le reporta una renta mensual de 459'17 €.

⁴ En el **APÉNDICE I. MÉTODOS DE CÁLCULO DE LOS “coeficientes Gravamen”** se explican con más detalle los procesos de cálculo empleados en cada método.

Otro dato de entrada de varias ecuaciones de los métodos alternativos es la esperanza de vida completa. Para calcular la esperanza de vida, para cada género (hombre, mujer y unisex) se utilizan para el supuesto A las tablas de mortalidad PERM/F y para el supuesto B las tablas de mortalidad estimadas a partir de los datos del INE. Continuando con el ejemplo, la esperanza de vida completa para un varón con 65 años en el momento de contratación de la renta es 21'175 años con las tablas PERM/F y de 19'416 años con las tablas estimadas a partir de datos del INE. Con este ejemplo ya se aprecia que las tablas a considerar tendrán un impacto no despreciable en los cálculos.

Será necesario calcular esperanzas de vida proyectas, las cuales se utilizarán en el Método del Retiro Programado (en [Ref. 12] se trata también la necesidad de proyectar las esperanzas de vida a las sucesivas edades). Los Métodos del Préstamo Francés y del Ratio de Exclusión serán mucho más sencillos puesto que sólo tienen en consideración la esperanza de vida a la edad inicial de contratación de la renta vitalicia.

Los métodos alternativos se describen brevemente en los apartados siguientes, si bien, en el **Apéndice I** se desarrollan en profundidad los **procedimientos de cálculo de cada método**.

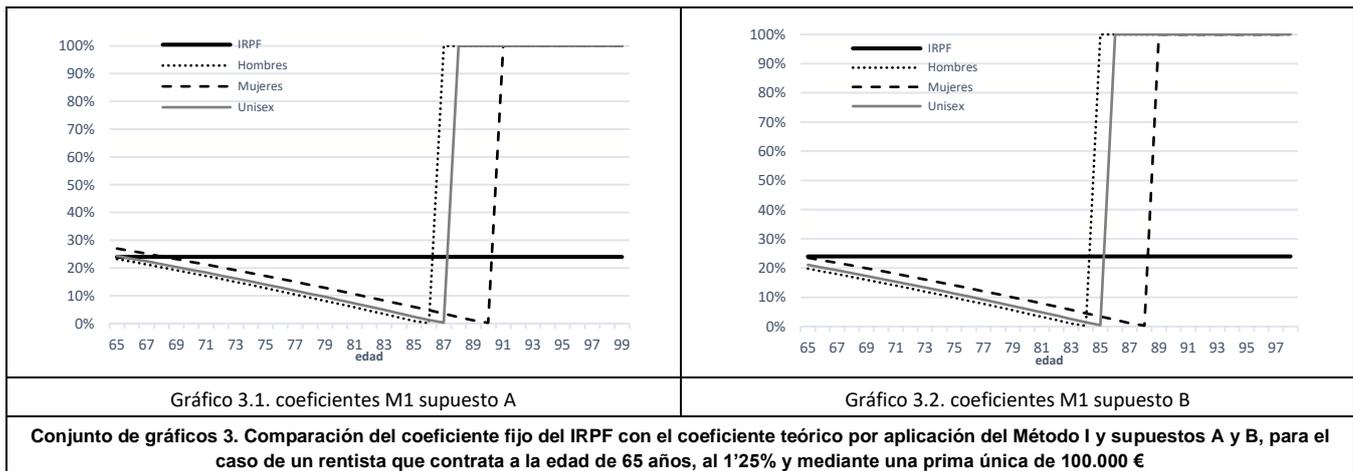
5.3.- MÉTODO I O “MÉTODO DEL PRÉSTAMO FRANCÉS”

Este método calcula unos *coeficientes Gravamen teóricos* basados en asimilar la renta vitalicia con un préstamo francés. Cuando el rentista contrata una renta está transfiriendo la propiedad de la prima única al asegurador y a cambio adquiere un derecho de cobro de una mensualidad vitalicia. Es decir, es como si el rentista concediera un préstamo al asegurador, el cual se lo devolverá mediante unos pagos mensuales consistentes en la cuantía mensual de la renta, la cual a su vez se asimila al término amortizativo del préstamo.

Se construye un préstamo francés cuyo nominal se hace coincidir con la prima única que paga el rentista para adquirir la renta vitalicia y cuya duración (en meses) se hace coincidir con la esperanza de vida del rentista a la edad de contratación de la renta. La construcción del cuadro de amortización permite obtener además del término amortizativo constante la cuota de interés de cada mensualidad. En [Ref. 13] se puede consultar la construcción del cuadro de amortización.

Serán los *coeficientes Gravamen teóricos* el porcentaje que los intereses de cada anualidad representan sobre los términos amortizativos de esa misma anualidad. Se obtienen unos *coeficientes Gravamen teóricos* que irán variando en cada anualidad, pero una vez superada la esperanza de vida (a la edad de contratación de la renta), debido a que el préstamo francés estará completamente amortizado, procede considerar que el *coeficiente Gravamen teórico* toma el valor 100% a partir de dicho momento, es decir se dispara a su valor máximo. Es decir, una vez superada la esperanza de vida completa a la edad de contratación de la renta, este método interpreta que el asegurador ya ha devuelto el préstamo por completo al asegurado, por lo que el resto de los pagos derivados de la renta vitalicia se considerarán en su totalidad como RCM. Las ecuaciones del Apéndice I que desarrollan este método van de la [a-3] hasta la [a-6.3].

A continuación, se muestra el Conjunto de gráficos 3, que contiene la evolución de los *coeficientes Gravamen* para el caso de una renta vitalicia contratada a la edad de 65 años, para un interés técnico del 1'25% y una prima única de 100.000 €.



Se aprecia en el Conjunto de gráficos 3 que los coeficientes Gravamen teóricos resultan inferiores bajo el supuesto B, es decir que si se calculan las esperanzas de vida con las tablas estimadas a partir de la serie de datos del INE los coeficientes son menores y además se alcanza el coeficiente máximo del 100% para anualidades correspondientes a edades anteriores.

El principal inconveniente de este método es que una vez superada la esperanza de vida a la edad de contratación de la renta, el coeficiente teórico toma el valor 100% con lo que somete a gravamen toda la anualidad a partir de ese momento. Además, el salto es muy brusco ya los coeficientes teóricos decrecen hasta llegar a su valor mínimo, próximo al 0%, y de repente saltan de manera abrupta al valor máximo. En el ejemplo expuesto, bajo el supuesto A (tablas PERM) el valor mínimo se alcanza en la anualidad 22 cuando el rentista cuenta con 86 años, pero en la anualidad 23 cuando el rentista tiene 87 años el coeficiente teórico salta al 100% sometiendo a gravamen toda la anualidad de la renta vitalicia⁵. Para soslayar este inconveniente se propone el Método del Retiro Programado.

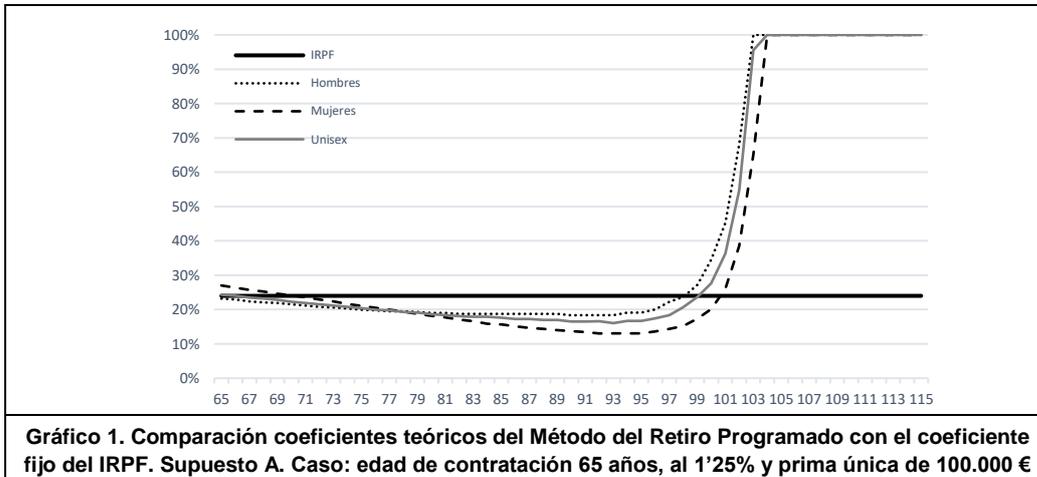
5.4.- MÉTODO II O “MÉTODO DEL RETIRO PROGRAMADO”

El retiro programado calcula la pensión anual según la fórmula [a-7] del Apéndice I, la cual se adaptaba convenientemente para llegar a la fórmula [a-1] del anexo utilizada en el Método I y con $C_0 = C_0^1 = \pi_x$

El detalle de los cálculos se explica en profundidad en el Anexo I, siendo las fórmulas que caracterizan este método las [a-7], [a-8] y [a-9]. Este procedimiento permite construir el cuadro de amortización completo de un préstamo que utiliza el método francés, pero con **recálculo de la cuota de amortización** al inicio de cada anualidad teniendo en cuenta el capital vivo y la esperanza de vida del rentista en dicho momento. Este método conlleva una duración mayor que la del Método del Préstamo Francés anterior. En el ejemplo del rentista hombre que contrata la renta vitalicia a la edad de 65 años y bajo el supuesto A, la duración final máxima supuesta la supervivencia es de 532 meses lo que supone un incremento del plazo de amortización máxima teórica de 278 meses respecto al método anterior. Este alargamiento hace que los coeficientes Gravamen teóricos alcancen el valor del 100% mucho más tarde que con el Método I superando así el mayor de sus inconvenientes. El coeficiente teórico alcanza el valor del 100% a la edad de 103 años para el caso de los hombres. Este método produce unos coeficientes teóricos mucho más estables que los del Método I, se produce un decrecimiento más suavizado hasta llegar a un valor mínimo a una edad bastante avanzada, 90 años en el ejemplo base, y a partir de ahí empieza a aumentar disparándose en los dos o tres últimas anualidades previas a tomar el valor 100%, en el ejemplo edades de 91 a 103 años. Lo más probable sería que el rentista falleciera antes de alcanzar la edad

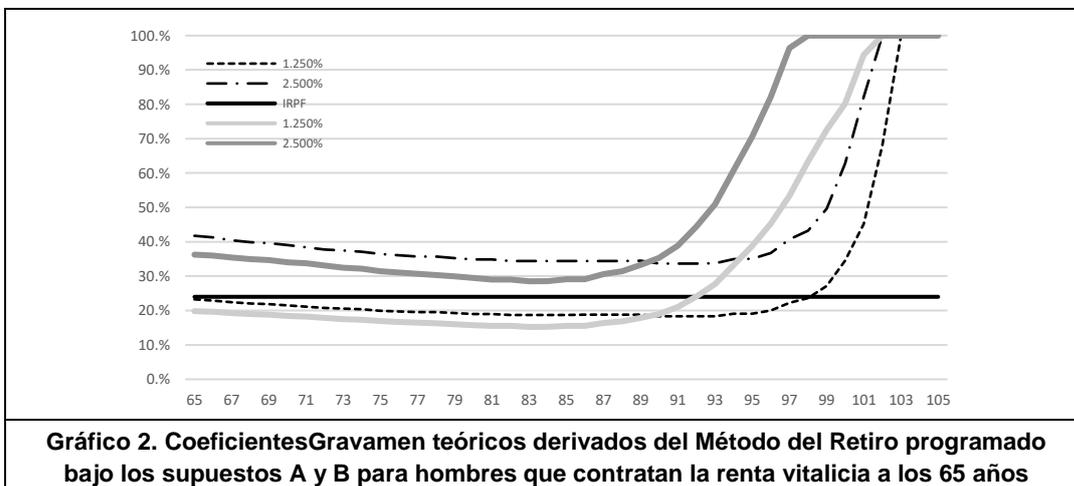
⁵ En el Apéndice II se encuentran las imágenes de los cálculos realizados en Excel para el caso C65-1.25.

en la que el coeficiente teórico alcanza el 100%. Se muestra a continuación el Gráfico 1, que contiene la evolución de los coeficientes teóricos para el caso de estudio habitual bajo el supuesto A.



La ventaja de este método es que consigue unos coeficientes gravamen teóricos más estables y logra que no se disparen al 100% una vez superada la esperanza de vida (a la edad de contratación de la renta), es decir, proporciona unos cuantos años de margen adicional, siendo habitual que el rentista fallezca antes de llegar a ser gravado con un coeficiente teórico del 100%. No obstante, no previene el síndrome de Matusalén, esto es una supervivencia anormalmente elevada.

Este método es el que más se ve influido por los supuestos sobre las tablas de mortalidad. A continuación, se muestra el Gráfico 2 para reflejar esta idea.



En el gráfico 2 se han dibujado con líneas negras discontinuas los coeficientes que se obtienen con el Método II bajo el supuesto A (tablas PERM) y con líneas grises continuas los coeficientes obtenidos bajo el supuesto B (tablas estimadas a partir de la serie de datos del INE) para el caso de los hombres que contratan la renta vitalicia a los 65 años. Se han graficado además los coeficientes para dos tipos de interés técnico, del 1'25% y del 2'50% respectivamente. Los coeficientes teóricos son inferiores bajo el supuesto B desde la edad de contratación hasta una edad avanzada de 89 años, a partir de los 90 años las curvas se cruzan y la curva de coeficientes teóricos del supuesto B pasaría a ser mayor que la del supuesto A, además la curva de coeficientes del supuesto B será menos inclinada y se producirá el disparo del coeficiente al 100% varias anualidades antes.

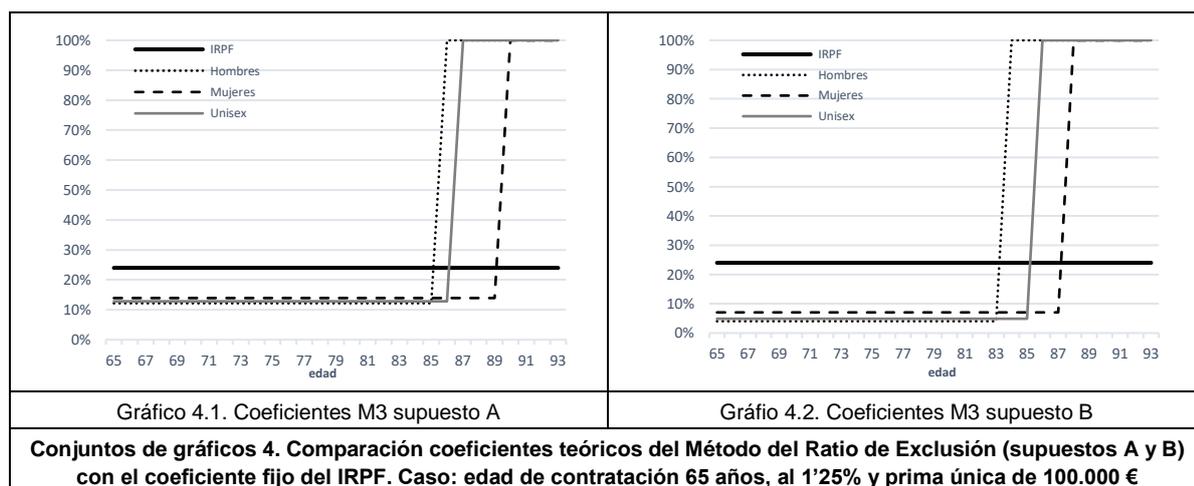
En cualquier caso, hay que destacar que **los coeficientes son más importantes en tanto en cuanto estén más próximos al punto de valoración elegido**, que es el 01-01-2018, debido a la utilización del factor de descuento actuarial para comparar cantidades con distintos vencimientos. Esto querrá decir que el tramo de la curva más relevante será el primero, en el que la curva de coeficientes de supuesto A es superior a la del supuesto B.

5.5.- MÉTODO III O DEL “RATIO DE EXCLUSIÓN”

Este método está basado en la tributación de las “nonqualified income annuities”. En [Ref. 14] se encuentra una breve y clarificadora explicación. Este método es el que emplea la administración tributaria norteamericana para gravar las rentas vitalicias bajo la modalidad “nonqualified”. Este tipo de rentas pueden ser diferidas o inmediatas. Como ya se mencionó, este TFM solo analiza las rentas inmediatas, en las cuales el rentista (=tomador=asegurado=beneficiario) compra una renta vitalicia mediante una prima única dando comienzo en ese momento el contrato de renta vitalicia.

El detalle de cálculo puede verse en el Apéndice I. Básicamente, consiste en calcular la esperanza de vida del rentista en el momento de contratación de la renta y multiplicarla por la cuantía anual de la renta actuarial vitalicia, el resultado se utiliza como denominador de un cociente cuyo numerador es la prima única, fórmula [a-10] del Anexo I. Este cociente se llama “**exclusion ratio**” o “**ratio de exclusión**” y es el porcentaje de cada anualidad de la renta vitalicia que no se somete a gravamen. El coeficiente gravamen teórico fijo de este método es el α_x que aparece en la fórmula [a-10]

Este método proporciona unos coeficientes teóricos fijos hasta el momento en que se alcanza la esperanza de vida a la edad de contratación, es decir hasta la anualidad en la que se alcanza la edad esperada de fallecimiento. Una vez superada el coeficiente se dispara al 100%, con lo que pasa a considerar RCM toda la anualidad de la renta vitalicia. Este método adolece del mismo inconveniente que el Método I, e incluso ambos disparan el coeficiente teórico al 100% una vez superada la edad esperada de fallecimiento (a la edad de contratación de la renta). La diferencia con el Método I es que aquel no proporciona unos coeficientes teóricos constantes. Como en los métodos anteriores se incluye el gráfico de la evolución de los coeficientes para el ejemplo base.



En el conjunto de gráficos 4 se aprecia que los coeficientes teóricos son superiores bajo el supuesto A que bajo el supuesto B. Además, el coeficiente máximo del 100% se alcanza para anualidades correspondientes a edades menores bajo el supuesto B. Estos efectos son atribuibles a las menores esperanzas de vida obtenidas con las tablas de mortalidad estimadas bajo el supuesto B.

El otro gran inconveniente de este método es su **asimetría** entre los casos de rentistas que fallezcan tras superar la esperanza de vida y de los que fallezcan antes de alcanzarla. Los rentistas que fallecen antes están sometidos a un porcentaje fijo que está calculado bajo el supuesto de que el rentista vivirá el número de años correspondientes a su esperanza de vida a la edad de contratación de la renta, de forma que no tiene en cuenta el caso de un fallecimiento prematuro anterior. Por el contrario, sí que contempla una longevidad superior a la esperanza de vida (a la edad de contratación), gravando al rentista con el máximo porcentaje del 100%. Sería tributariamente más justo que el método contemplara el caso del fallecimiento anterior a haber alcanzado la edad esperada de fallecimiento, recalculando el coeficiente fijo en función del tiempo efectivamente vivido entre la contratación de la renta y el fallecimiento. De esta forma se obtendría un coeficiente Gravamen a posteriori (calculado tras el fallecimiento) inferior al coeficiente Gravamen teórico calculado inicialmente, lo que motivaría el derecho a la devolución de las cantidades pagadas en exceso a la administración tributaria del país. Se reconoce, no obstante, que desde el punto de vista operativo no sería sencillo implementar un sistema de devoluciones.

6.- CASOS DE ESTUDIO

Se han analizado para cada supuesto (A y B) 35 casos de estudio, observándose unos determinados patrones. En todos los casos la prima única ha sido de 100.000 €, se utiliza las tablas del año 2018, la ponderación de los hombres en las tablas unisex es del 0'65. Se pueden esquematizar los casos de estudio en la Tabla 2 que contiene la denominación asignada a cada caso.

CASOS DE ESTUDIO		i%						
		1.00%	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	2.50%	3.00%
edad de contratación x	49	C49-1.00	C49-1.25	C49-1.50	C49-1.75	C49-2.00	C49-2.50	C49-3.00
	59	C59-1.00	C59-1.25	C59-1.50	C59-1.75	C59-2.00	C59-2.50	C59-3.00
	65	C65-1.00	C65-1.25	C65-1.50	C65-1.75	C65-2.00	C65-2.50	C65-3.00
	67	C67-1.00	C67-1.25	C67-1.50	C67-1.75	C67-2.00	C67-2.50	C67-3.00
	72	C72-1.00	C72-1.25	C72-1.50	C72-1.75	C72-2.00	C72-2.50	C72-3.00

Tabla 2. Casos de estudio

El detalle de los 70 casos de estudio contemplados alargaría considerablemente la extensión del TFM. Por ello, se analizan en detalle solo algunos casos, pero que permiten exponer los efectos encontrados que se repiten en cada serie de edad. **La exposición se basa en la serie de edad de contratación 65 años para los hombres.** Esta serie, C65, para el caso de los hombres bajo el supuesto A, se analizará en detalle a partir del tipo de interés del 1'00% y de la consideración subsiguiente de tipos de interés técnicos cada vez más altos. Esto permitirá encontrar una serie de “**efectos o fenómenos**” que se repiten en cada serie de edad de contratación, si bien la consideración del género, de la edad de contratación y del supuesto A o del supuesto B afectan a la “prontitud” con la que van apareciendo estos “efectos o fenómenos” y en su intensidad.

Lo casos de estudio se clasifican en cinco edades iniciales de contratación. Cada una de las cuales se corresponde a un tramo de edades del IRPF -excepto el tramo de edad inicial hasta 39 años, que no se contempla. Para una edad inicial de contratación se analizan los efectos de considerar de un tipo de interés técnico del 1% e ir incrementándolo hasta el 3% pasando por los distintos tipos de interés que figuran en tabla 2.

Los efectos se observarán, sobre todo, a través de las **cuantías actualizadas** actuarialmente, a fecha 01-01-2018, de las diferencias de la tributación (RCM) entre el método del IRPF y del método alternativo (dentro de los tres métodos alternativos que se plantean). Es decir, **se valoran a priori las diferencias** entre las cuantías que el Método del IRPF y el método alternativo consideran RCM en cada anualidad suponiendo que el rentista sobrevive para cobrar la renta en las futuras anualidades. Para actualizar las diferencias se recurre a factor de descuento actuarial para la edad de contratación y para para distintos periodos según la anualidad: el período será de un año para la primera anualidad, dos años para la segunda anualidad, tres años para la tercera anualidad, ...etc. Estos periodos del factor de descuento actuarial derivan de haber supuesto que los impuestos se exigen a principio del año siguiente.

El factor de descuento actuarial utiliza, tanto para el supuesto A como para el supuesto B, las probabilidades de supervivencia de las tablas PERM/F de año 2018. El tipo de interés utilizado en cada uno de los casos es el mismo que el utilizado para el cálculo de la renta vitalicia: si se utilizó el 1% para el cálculo de la renta vitalicia, se utilizará el 1% para el cálculo del factor; si se utilizó el 1'25% para el cálculo de la renta vitalicia, se utilizará el 1'25% para el cálculo del factor, ..., etc.

Para el estudio de las **diferencias acumuladas actualizadas (DAA)**, se recurre a dividir las anualidades⁶ en tres intervalos genéricos, expresados en función de la edad en años correspondiente a cada anualidad. Los intervalos se representan por I_1, I_2 e I_3 y quedan definidos como:

$I_1 = [x; ENT(x + e'_x) - 1]$
$I_2 =]ENT(x + e'_x) - 1; L_G^S]$
$I_3 =]L_G^S; w = 115]$

Tabla 3. Intervalos para el estudio de las DAA

siendo x la edad de contratación de la renta y L_G^S , donde el superíndice S representa el supuesto A o B y el subíndice G representa el género, puede tomar los valores de la siguiente tabla.

L_G^S		G		
		H	M	U
S	A	102	102	102
	B	100	100	100

Tabla 4. Extremo superior del intervalo I_2

6.1- SERIE BASE: SERIE DE EDAD INICIAL 65 AÑOS O C65 PARA HOMBRES (SUPUESTO A)

Se mostrarán los efectos genéricos que se producen en la serie de edad de contratación de la renta con 65 años, partiendo de un tipo de interés técnico del 1'00% conforme se aumenta el tipo de interés según los considerados en la Tabla 2. El análisis se realizará para el caso de los hombres y bajo el supuesto A.

⁶ Las anualidades se pueden expresar mediante una secuencia de números naturales empezando en 1 para la primera anualidad o bien mediante las edades del rentista correspondientes con dichas anualidades, en cuyo caso la secuencia de números naturales empezaría en la edad x de contratación de la renta. Por lo tanto, la anualidad 1 se corresponde con la anualidad a la edad x . Si se utilizan índices, la anualidad i -ésima se corresponde con la anualidad a la edad $x + (i - 1)$, es decir para una edad de contratación $x = 65$ años, la anualidad i -ésima se corresponderá con la anualidad $65 + (i - 1)$, de forma que para $i = 1$ la anualidad en función de la edad será la correspondiente a la edad 65 años, para $i = 2$ la anualidad en función de la edad será la anualidad correspondiente a la edad 66 años, para $i = 3$ la anualidad en función de la edad será la correspondiente a la edad 67 años.

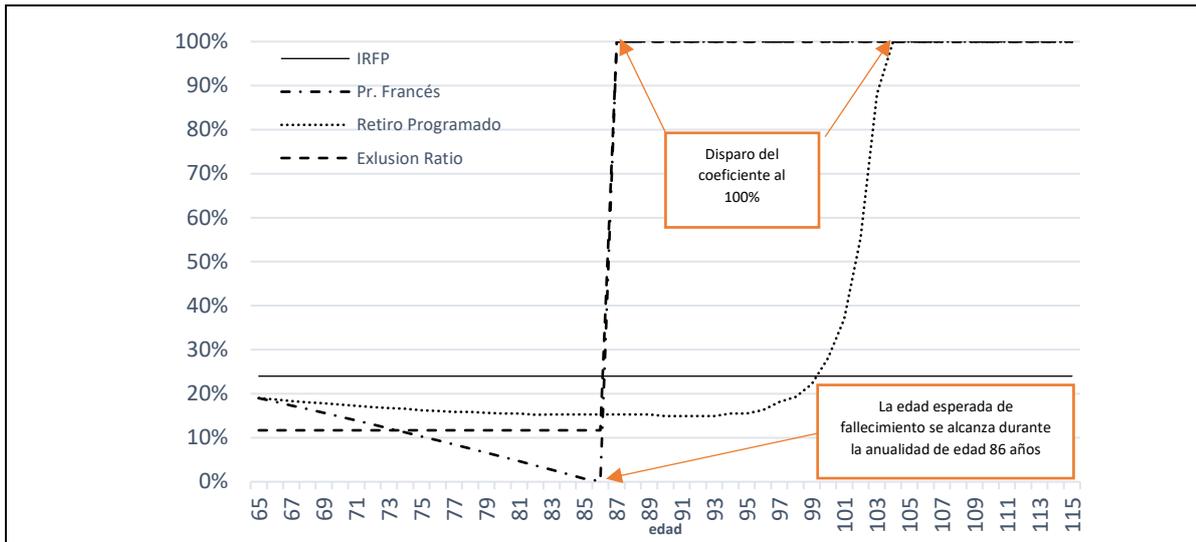


Gráfico 5.1. Coeficientes para hombres para edad de contratación 65 años

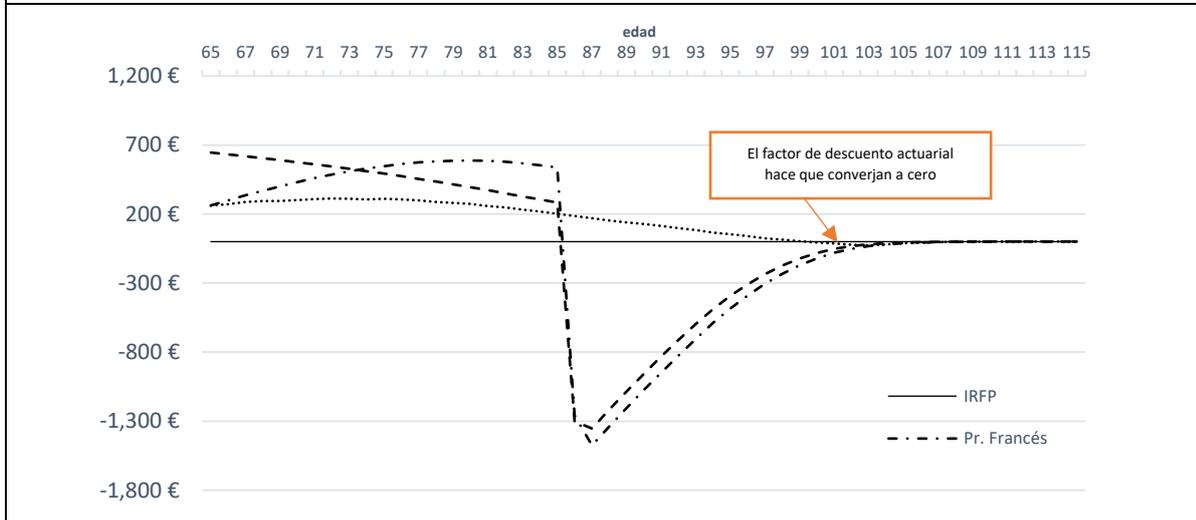


Gráfico 5.2. Diferencias en euros por anualidad (actualizadas actuarialmente a 01-01-2018) para hombres. C65-1.25

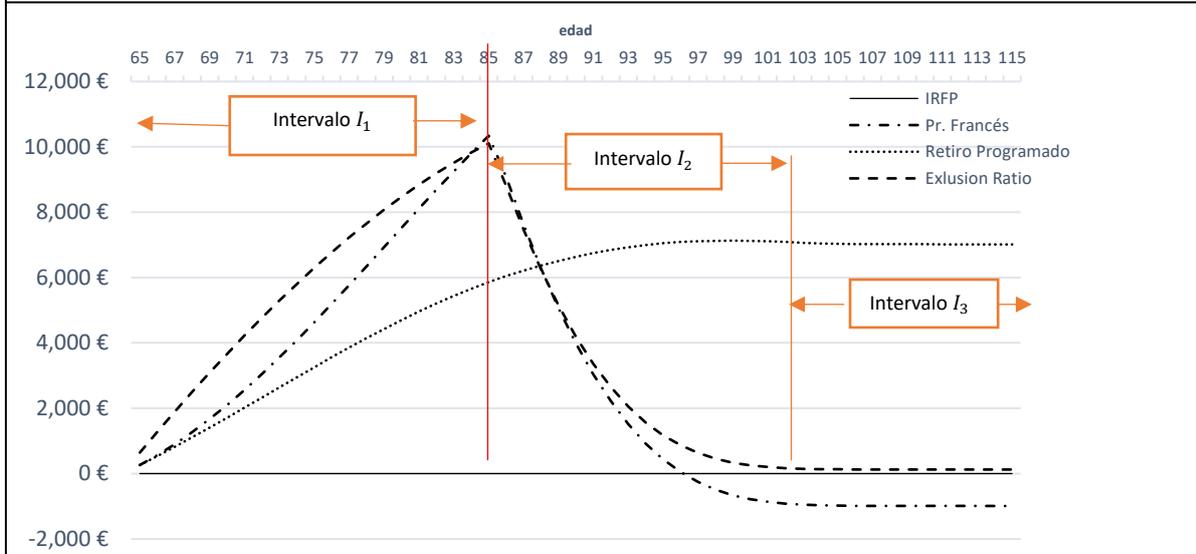


Gráfico 5.3. Diferencias acumuladas actualizadas para hombres. Edad de contratación 65 años.

Conjunto de gráficos 5. C65-1.00 para hombres: coeficientes teóricos y diferencias actualizadas (supuesto A)

La edad 65 años es muy significativa puesto que se ha considerado hasta muy recientemente como la edad ordinaria de jubilación. Esta edad forma parte del tramo de edades que se corresponde con el coeficiente fijo del 24% del IRPF. Las curvas de coeficientes teóricos (Gráfico 5.1) se sitúan por debajo de la recta horizontal del coeficiente fijo del IRPF hasta el momento del disparo al 100% del correspondiente coeficiente teórico de cada método alternativo. En el Método I los coeficientes teóricos decrecen desde el 19'01% a la edad de contratación hasta un valor cercano a cero, 0'13%, para la anualidad correspondiente a la edad esperada de fallecimiento. Con el Método II, se parte del mismo coeficiente teórico del 19'01% para la anualidad inicial, pero el descenso de los coeficientes es mucho menor a lo largo de las siguientes anualidades, y además el decrecimiento de los coeficientes Gravamen teóricos se alarga hasta la anualidad correspondiente a la edad 92 años, creciendo a partir de ahí hasta llegar al valor máximo en la anualidad correspondientes a los 104 años. Mientras los coeficientes teóricos de un método alternativo permanezcan por debajo del coeficiente fijo del IRPF al rentista le perjudica la aplicación del Método del IRPF frente al método alternativo en cada anualidad.

Se puede apreciar que los coeficientes teóricos obtenidos con los Métodos I y III son inferiores al coeficiente fijo del IRPF hasta alcanzar anualidad correspondiente a la edad esperada de fallecimiento (a la edad de contratación de 65 años), pero a partir de ahí se disparan al valor máximo del 100% y por tanto superan al coeficiente fijo del IRPF. Con el Método II (Retiro Programado) se consigue que el coeficiente teórico se mantenga por debajo del coeficiente fijo del IRPF durante más tiempo: el salto brusco o discontinuidad se produce a los 104 años para los hombres (y los 105 para las mujeres).

Para el análisis de este perjuicio se recurre a la cuantificación de las diferencias en euros entre la cuantía que el Método del IRPF considera RCM y la considerada por cada uno de los métodos alternativos. A estas diferencias que se producen en cada anualidad se les aplica el correspondiente factor de descuento actuarial para valorarlas a priori en la fecha 01-01-2018. Por lo tanto, las diferencias valoradas a 01-01-2018 dependerán de lo distintos que sean los coeficientes Gravamen teóricos del coeficiente fijo del IRPF y de su lejanía con relación al punto de valoración. A coeficientes más distintos y a anualidades más cercanas al inicio (01-01-2018) corresponderán mayores diferencias valoradas a 01-01-2018. El efecto del factor de descuento actuarial es muy potente a medida que se aplica sobre anualidades cada vez más alejadas del punto de valoración, llegando a anular el efecto de unos coeficientes Gravamen teóricos muy elevados o muy reducidos. Por ejemplo, si se observa la curva de las diferencias en euros por anualidad (actualizadas) del Método II (Retiro Programado), se aprecia que a pesar de crecer lo coeficientes teóricos desde la edad 93 hasta los 103 años, alcanzando valores elevados como el 88'09% para la anualidad correspondiente la edad 103 años, la curva de diferencias en euros por anualidad (actualizadas) toma valores muy cercanos a cero euros (Gráfico 5.2). En el Método del Retiro Programado a partir de los 104 años las diferencias sin actualizar entre el coeficiente fijo del IRPF y el coeficiente teórico se mantienen constantes puesto que los coeficientes teóricos toman el valor máximo del 100% a partir de esta anualidad. Así la diferencia en euros por anualidad sin actualizar a partir de ahí será idéntica, pero al llevarlas al punto de valoración 01-01-2018 mediante el correspondiente factor de descuento actuarial, se transforman en cantidades menores en valor absoluto, lo que provoca la convergencia de la curva de diferencias en euros por anualidad (actualizadas) al valor de cero euros (Gráfico 5.2). Lo mismo sucede con los Métodos I y II, a partir de que el coeficiente teórico tome el valor máximo del 100%, las diferencias en euros por anualidad sin actualizar serán constantes en cada año, pero al aplicarles el factor de descuento actuarial se convierten en cantidades decrecientes en valor absoluto, de ahí la convergencia a cero de la curva de diferencias en euros por anualidad actualizadas (a 01-01-2018).

La mejor forma de analizar los “efectos de interés” es mediante la observación de las **diferencias acumuladas y actualizadas** (a 01-01-2018). Estas diferencias cuantifican a priori (suponiendo la supervivencia del rentista), en valores actualizados actuarialmente la diferencia entre la cantidad que el IRPF y el método alternativo consideran RCM desde el

inicio del contrato de renta vitalicia hasta la anualidad i -ésima. Para ello, considerando que se tiene un conjunto de datos resultado de calcular las diferencias acumuladas y actualizadas correspondientes a cada anualidad, se puede definir una función cuyo campo de existencia es el intervalo que va desde la edad inicial de contratación hasta el infinito actuarial (115 años). El campo de existencia de la función se divide en los intervalos I_1, I_2 e I_3 anteriormente explicados (tabla 3). En cada intervalo se puede realizar una regresión polinómica y obtener una parábola que para dicho intervalo presenta un elevado valor del R^2 . Esta metodología permite estudiar la función de diferencias acumuladas actualizadas (función DAA) a 01-01-2018 por el signo de la función y sus puntos de intersección con el eje de abscisas.

Cuando la función toma valores positivos significa que el rentista, en caso de supervivencia, verá sometida a tributación como RCM una cantidad mayor con el IRPF que con el método alternativo, es decir que desde la primera anualidad hasta la anualidad i -ésima la aplicación del IRPF consideraría como RCM una cuantía actualizada actuarialmente (a 01-01-2018) superior a la que consideraría el método alternativo. O lo que es lo mismo, la aplicación del Método de IRPF perjudicaría al rentista frente a la aplicación del método alternativo. Cuando la diferencia acumulada es negativa, el rentista, en caso de supervivencia, verá sometida a gravamen una cantidad menor con el IRPF que con el método alternativo, por lo que la aplicación del IRPF le resultaría más beneficiosa que la aplicación del método alternativo. En los puntos de corte de la función de diferencias acumuladas actualizadas (DAA) con el eje de abscisas, en caso de supervivencia, el rentista tributaría lo mismo con el IRPF y con el método alternativo desde la primera anualidad hasta dichos puntos de intersección. Se muestra a continuación el Conjunto de gráficos 6 en el que se representa la curva de la regresión polinómica para los dos primeros intervalos, así como sus ecuaciones y coeficientes R^2 . Estos gráficos se han realizado con Excel seleccionando los datos de interés en cada uno de los intervalos, se advierte que el programa Excel muestra la ecuación de la curva de regresión realizando un cambio de origen en el eje de abscisas (si se desea obtener los coeficientes de la curva de regresión en función de la edad correspondiente a cada anualidad, debería emplearse la función “ESTIMACIÓN LINEAL” adecuadamente planteada para obtener la regresión polinómica de segundo grado). En cualquier caso, para conocer si hay intersección con el eje de abscisas, el signo de la función y la convexidad o concavidad de la curva basta con el análisis gráfico y la curva de regresión proporcionada por Excel.

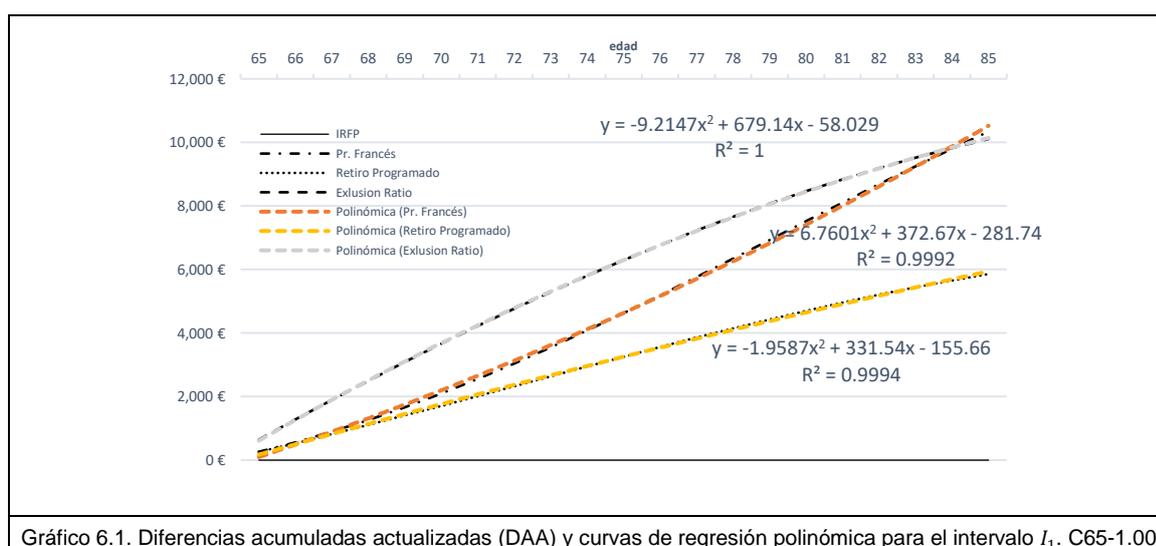


Gráfico 6.1. Diferencias acumuladas actualizadas (DAA) y curvas de regresión polinómica para el intervalo I_1 . C65-1.00

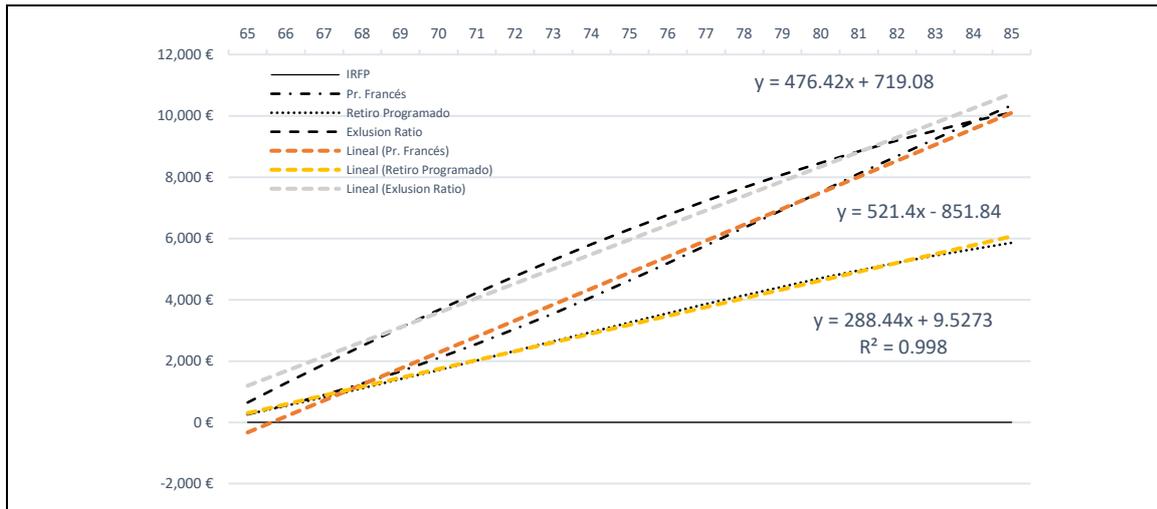


Gráfico 6.2. Diferencias acumuladas y actualizadas (DAA) y rectas de curvas de regresión lineal para el I_1 . C65-1.00

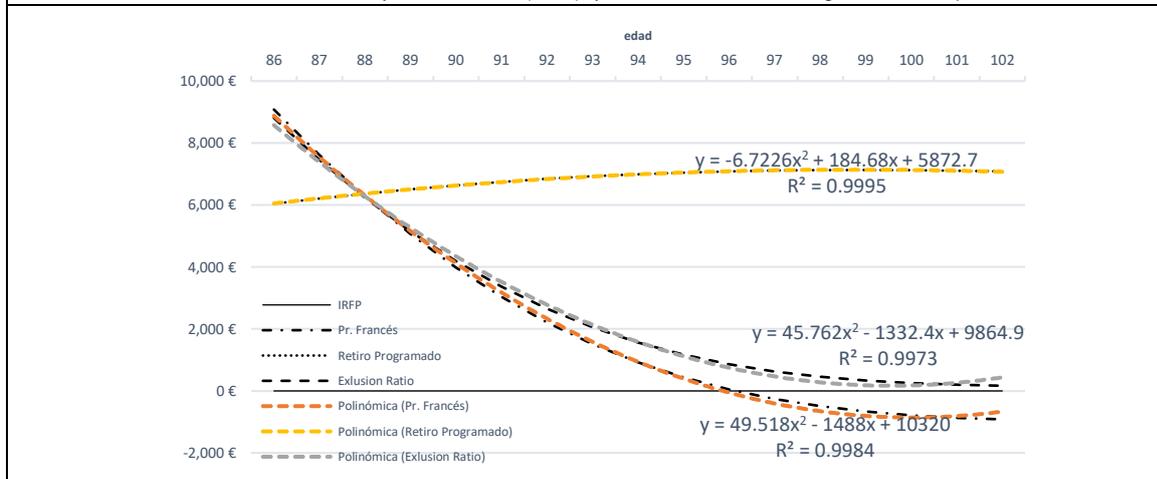


Gráfico 6.3. Diferencias acumuladas actualizadas (DAA) y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-1.00

Conjunto de gráficos 6. Diferencias acumuladas actualizadas (DAA) y curvas de regresión para los intervalos I_1 y I_2 . Caso C65-1.00 hombres y supuesto A

El intervalo I_3 reviste muy poco interés porque se corresponde con edades raramente alcanzables y porque la función presenta en dicho intervalo un comportamiento asintótico paralelo al eje de abscisas. Al observar el Conjunto de gráficos 6 anterior se aprecian unos elevados coeficientes R^2 , que la función de diferencias acumuladas actualizadas (función DAA) es positiva en todo su dominio para los Métodos II (Retiro Programado) y III (Ratio Exclusión), y que es positiva para el Método I hasta la anualidad correspondiente a la edad 96 años. La función DAA presenta un máximo absoluto en el extremo superior del primer intervalo para los Métodos I y III, el máximo absoluto tiene lugar en el segundo intervalo para el Método II. La función DAA en el Método del Préstamo Francés es convexa en ambos intervalos. La función DAA en el Método del Retiro Programado es cóncava en ambos intervalos. La función DAA del Método del Ratio Exclusión es cóncava el primer Intervalo y convexa en el segundo.

El **intervalo más importante** para estudiar el comportamiento de la función de diferencias acumuladas actualizadas (DAA) es el I_1 , y sin necesidad de recurrir a mayor precisión que **la regresión lineal en dicho intervalo** y la observación gráfica se pueden apreciar una serie de efectos que se resumen en los fenómenos de **“aplanamiento”** y de **“inclinación negativa”** de la curva de DAA. Los fenómenos de aplanamientos y de inclinación negativa son secuenciales en el sentido de que se va produciendo un aplanamiento gradual que da paso a la inclinación negativa, la cual se va agudizando también conforme en una serie de edad inicial se aumenta el tipo de interés técnico. Se

puede definir el “**fenómeno de aplanamiento**” como la disminución de la pendiente positiva de la recta de regresión del intervalo I_1 conforme se aumenta el tipo de interés. El efecto del fenómeno de aplanamiento se traduce en que la curva de DAA estará más cerca del eje de abscisas en todos sus puntos conforme se aumenta el tipo de interés. El “**fenómeno de inclinación negativa**” se define, a su vez, como el paso de una pendiente positiva a una negativa en la recta de regresión del intervalo I_1 y su disminución (cada vez más negativa) conforme se sigue aumentando el tipo de interés.

En general, para el tipo de interés inicial habrá poco aplanamiento, esto es las pendientes de las rectas de regresión del primer intervalo, I_1 , serán positivas y pronunciadas. A medida que se vaya aumentado el tipo de interés el fenómeno de aplanamiento se irá “intensificando”: la curva de DAA tendrá un aspecto menos apuntado indicando que la diferencia (actualizada) entre el RCM con el coeficiente fijo del IRPF y con el método alternativo es más pequeña (en valor absoluto) en todas las anualidades. Una pendiente positiva de la recta de regresión implica que habrá tramos de la función de DAA que se situarán por encima del eje de abscisas, y por tanto que durante dichos tramos el RCM sometido a tributación (desde el inicio del contrato) con el Método del IRPF será mayor, perjudicando por lo tanto al rentista frente al método alternativo. Conforme disminuye la pendiente positiva, los tramos en los que la función de DAA es positiva se van estrechando cada vez más.

La inclinación negativa supondrá que el método del IRPF es más beneficioso (desde el inicio del contrato hasta la anualidad i -ésima) que el método alternativo, y tanto más cuanto mayor sea el fenómeno de inclinación.

C65-1.25: EDAD DE CONTRATACIÓN 65 AÑOS Y TIPO DE INTERÉS TÉCNICO 1'25%

Para los Métodos I y II aún no se produce la intersección de las curvas de coeficientes con la recta horizontal a nivel del coeficiente fijo del IRPF (Gráfico 7.1). Para el Método del Ratio de Exclusión las curvas de coeficiente teóricos continúan por debajo de la recta horizontal al nivel del coeficiente fijo del IRPF (para anualidades anteriores al disparo del coeficiente al 100%).

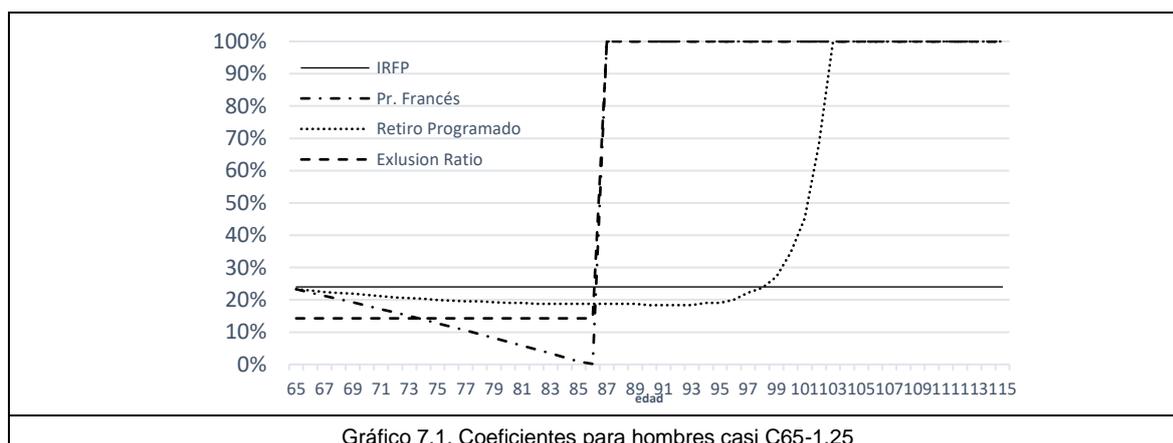
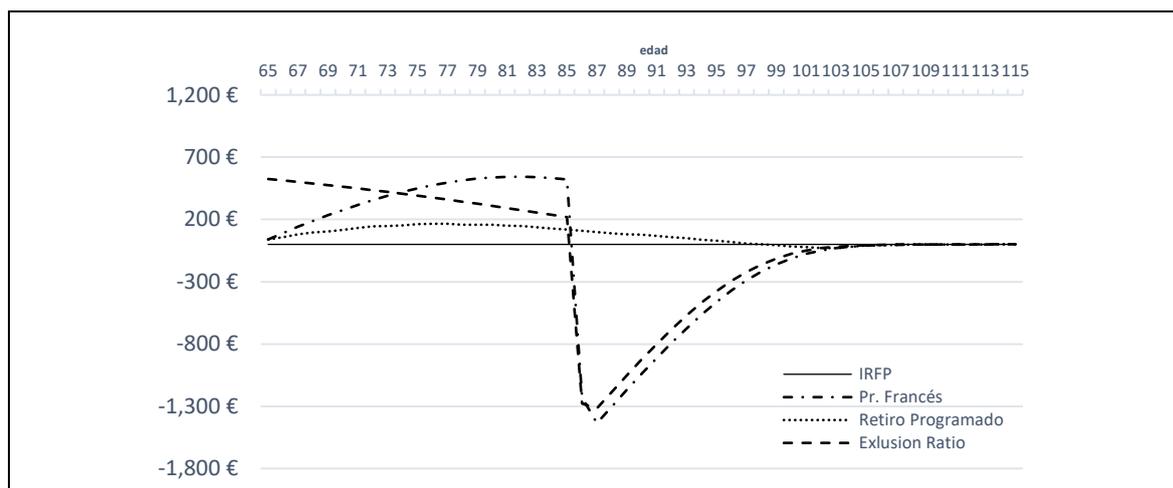


Gráfico 7.1. Coeficientes para hombres casi C65-1.25



Gráficos 7.2. Diferencias en euros por anualidad (actualizadas actuarialmente a 01-01-2018) para hombres. C65-1.25

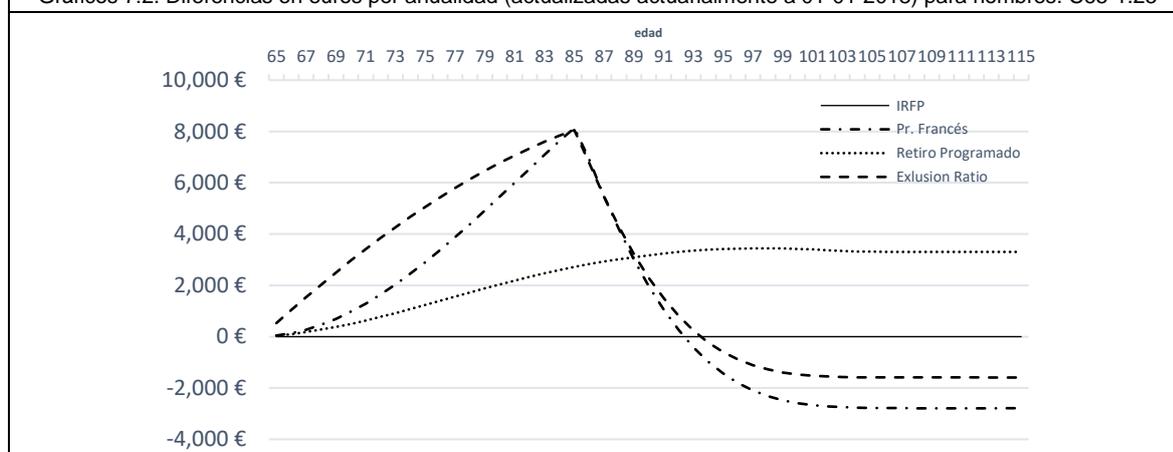


Gráfico 7.3. Diferencias acumuladas actualizadas para hombres. C65-1.25

Conjunto de gráficos 7. C65-1.25: coeficientes teóricos y diferencias para hombres (supuesto A)

En comparación con el caso anterior C65-1.00 los coeficientes teóricos de todos los métodos alternativos aumentan desde el inicio hasta la anualidad anterior al disparo del coeficiente a su valor máximo, que es la anualidad en la que se alcanza la edad esperada de fallecimiento para los métodos I y III y la anualidad correspondiente a los 103 años para el Método II (Retiro Programado). Consecuentemente, las diferencias en euros por anualidad actualizadas disminuyen en el tramo de edades anteriores al disparo del coeficiente teórico con respecto al caso de estudio anterior C65-1.00, y por lo tanto también lo hacen las diferencias en cuantía acumulada. Para este tramo, tanto la curva de diferencias en euros por anualidad actualizadas como la curva DAA en el presente caso C65-1.25 son inferiores a las del caso anterior C65-1.00

A partir de estos tramos de edades, es decir a partir de que el coeficiente teórico toma el valor máximo del 100%, la aplicación del IRPF resultará más beneficiosa que la aplicación del método alternativo en cada anualidad considerada aisladamente. Cada año el rentista verá sometida a gravamen una cantidad inferior de -4.187'60 €, que es la diferencia en euros por anualidad sin actualizar (cantidad que en el caso anterior C65-1.00 era de -4.066'22 €) (ver Apéndice III). Al aplicar el factor de descuento actuarial sobre dicha cuantía constante se obtienen cuantías actualizadas cada vez menores en valor absoluto (provocando la convergencia a cero). Además, estas cuantías son menores en valor absoluto para el caso C65-1.25 que para el caso anterior C65-1.00 fundamentalmente porque el factor de descuento utiliza un tipo de interés mayor. Debido a esto, la curva diferencias en euros por anualidad actualizadas del C65-1.25 se sitúa por encima de la del caso C65-1.00 para el tramo de anualidades en las que el coeficiente teórico toma el valor máximo. La curva de

DAA para este tramo del caso C65-1.25 se sitúa por debajo de la curva de DAA del caso C65-1.00.

Los intervalos de estudio son comunes en una misma serie de edad, es decir para esta serie C65 de edad de contratación de la renta con 65 años, los intervalos I_1, I_2 e I_3 son los mismos para todos los tipos de interés que se consideren. Si en el Conjunto de gráficos 8 se observa la curva de DAA de cada método se aprecia que están más cerca en todos sus puntos del eje de abscisas, es decir que tienen un aspecto más “aplanado” que en el caso previo C65-1.00. Se puede recurrir a analizar la pendiente de la curva de la regresión lineal para el intervalo I_1 para constatar que las pendientes son positivas pero inferiores a las obtenidas en el caso anterior C65-1.00.

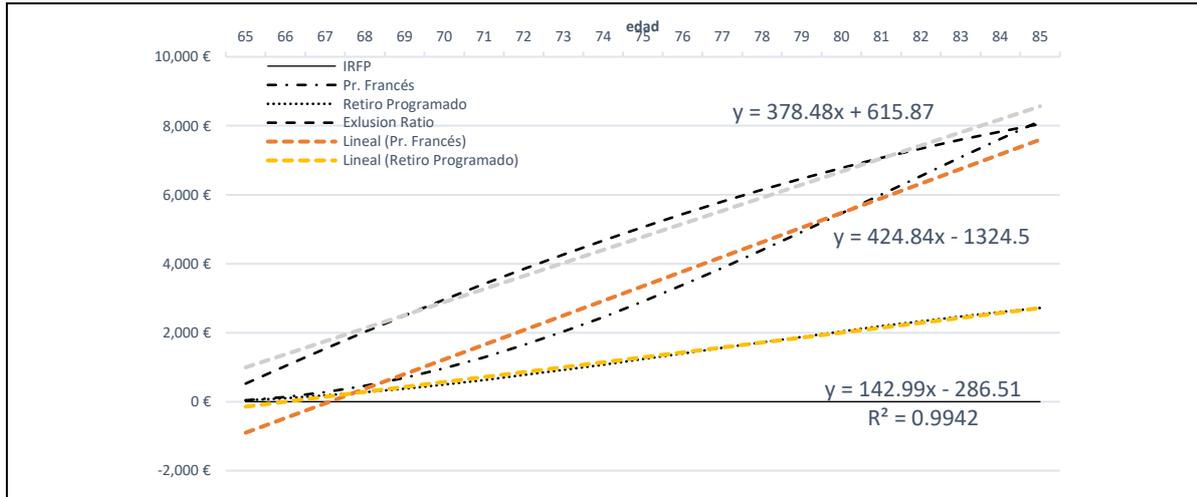


Gráfico 8.1. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 . C65-1.25 hombres.

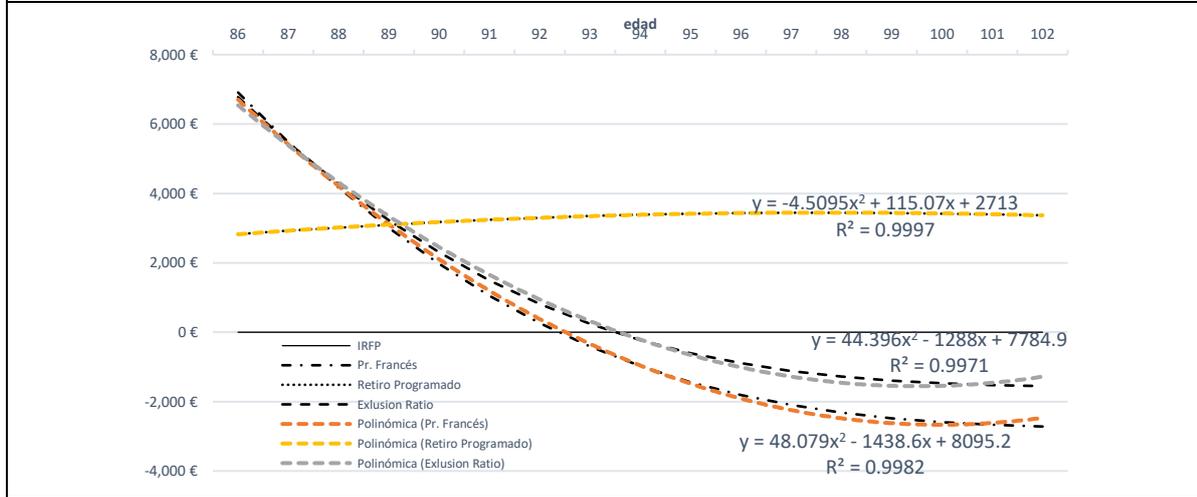


Gráfico 8.2. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-1.25 hombres

Conjunto de gráficos 8. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión para los intervalos I_1 y I_2 . C65-1.25 hombres (A)

Este fenómeno de aplanamiento hace que el máximo de la curva de DAA de cada método sea inferior al del caso anterior C65-1.00 y que en el intervalo I_2 se produzca la intersección de la curva de DAA del Método del Ratio de Exclusión, cosa que en el caso C65-1.00 no sucedía. La intersección de la curva DAA del Método del Préstamo Francés se produce, a su vez, unas anualidades antes. Es decir, los métodos I y III someterán la misma cantidad actualizada a tributación (como RCM) que el método del IRPF, desde el inicio hasta las anualidades correspondientes a los 93 y 95 años respectivamente. Desde la edad inicial de contratación hasta dicha edad el método del IRPF calcula mayores RCM que los métodos I y III. A partir de tales edades la aplicación del coeficiente fijo del IRPF resultará más

beneficiosa que los métodos alternativos I y III. El Método II resultará beneficioso al rentista que el Método del IRPF desde, casi el inicio del contrato hasta cualquiera las anualidades consideradas.

Hay que interpretar correctamente la curva de DAA. Son diferencias entre el RCM considerado por el IRPF y el considerado por un método alternativo. El signo positivo indica que a priori el método alternativo es más beneficioso para el rentista que el Método del IRPF, lo que es equivalente a decir que la aplicación del Método del IRPF frente a la aplicación del método alternativo perjudica al rentista. El signo negativo de la curva DAA indica que el Método IRPF es más beneficioso para el rentista que el Método alternativo, lo que es equivalente a decir que la aplicación del Método del IRPF frente a la aplicación del método alternativo beneficia al rentista. Así pues, para comparar entre sí los tres métodos alternativos, se puede decir que desde el inicio del contrato hasta la anualidad *i*-ésima, el método que a priori más beneficia al rentista será el que tenga un valor de su curva de DAA positivo y mayor para dicha anualidad. El método alternativo que más perjudica al rentista desde el inicio del contrato hasta la anualidad *i*-ésima, será el que tenga un valor de su curva de DAA negativo y mayor en valor absoluto para dicha anualidad.

C65-1.50: EDAD DE CONTRATACIÓN 65 AÑOS Y TIPO DE INTERÉS TÉCNICO 1'50%

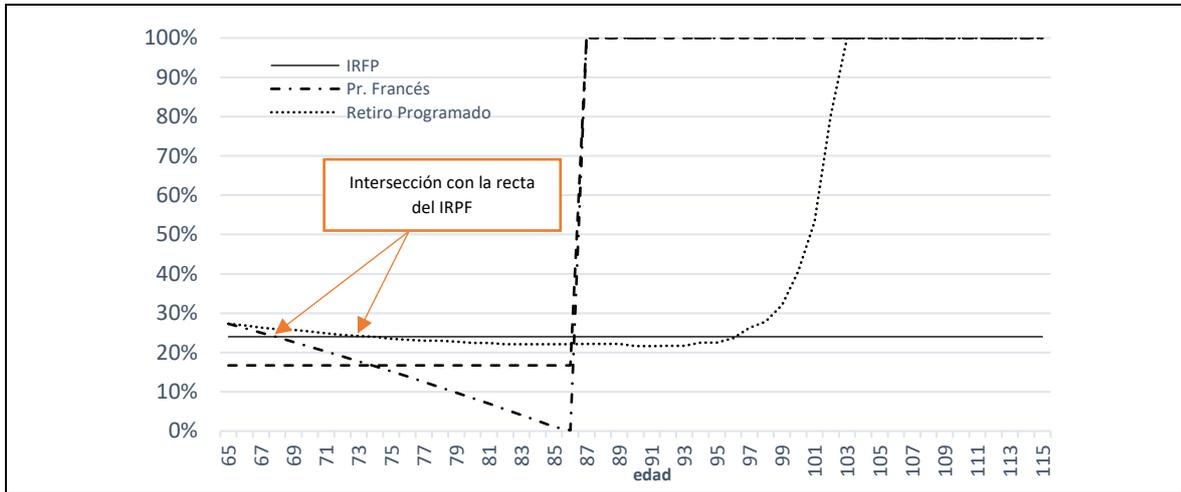


Gráfico 9.1. Coeficientes .C65-1.50 hombres

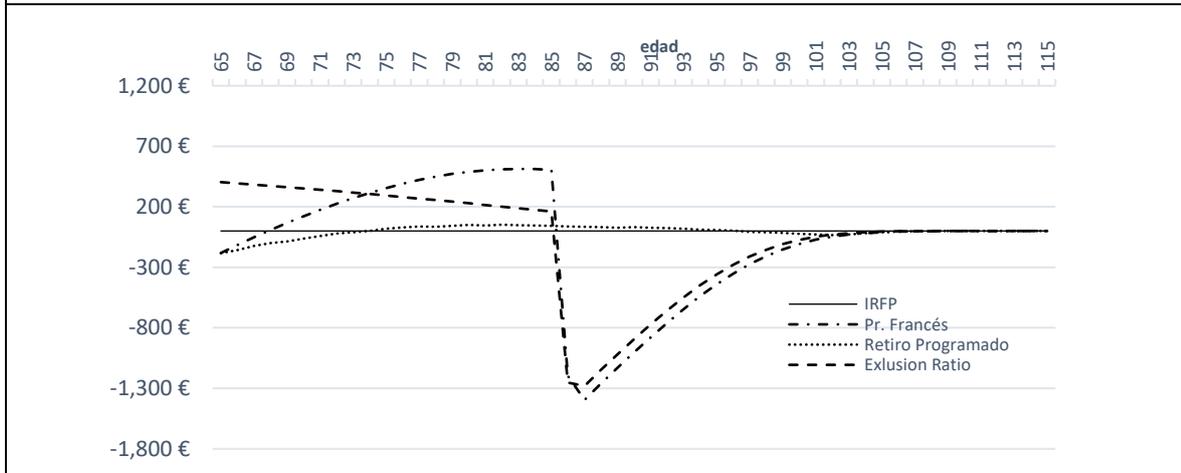
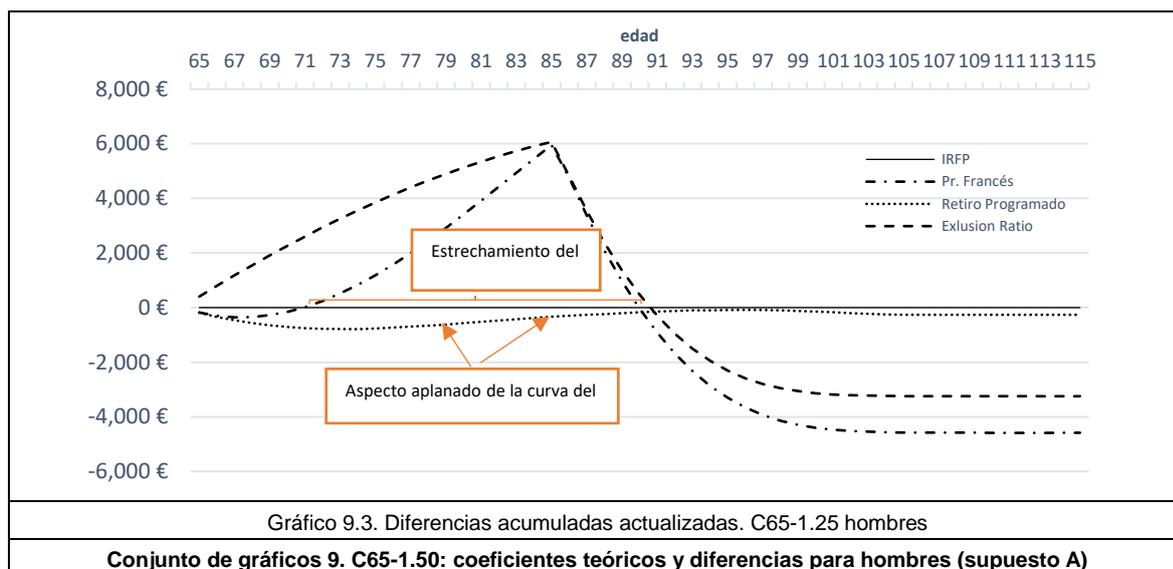
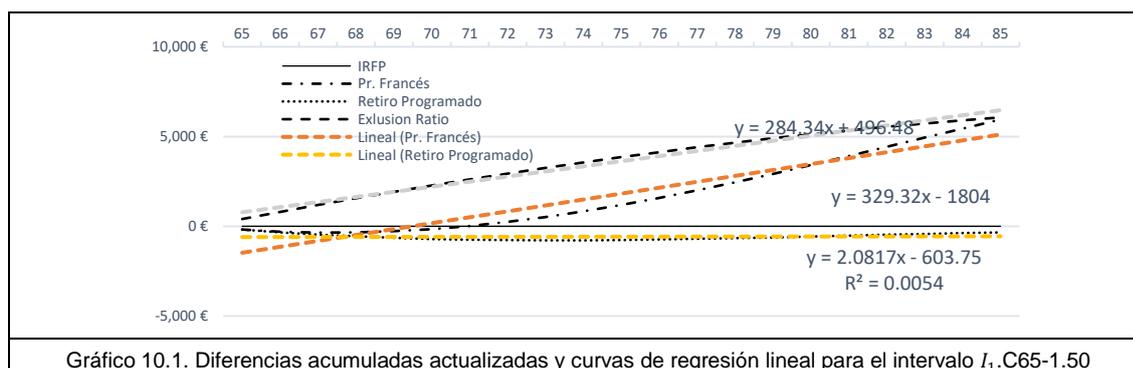


Gráfico 9.2. Diferencias en euros por anualidad (actualizadas actuarialmente a 01-01-2018) para hombres. C65-1.50



Prosigue el desplazamiento de las curvas de coeficientes para las anualidades anteriores al disparo del coeficiente teórico al 100%, es decir que los coeficientes teóricos aumentan respecto al caso anterior. Al desplazarse las curvas de coeficientes, las correspondientes a los Métodos I y II **cortan** a la recta horizontal del coeficiente fijo del IRPF en el intervalo I_1 , a su vez la recta de coeficientes del Método III para este tramo de edades anteriores al disparo se va acercando a dicha recta. Se recuerda que las anualidades en las que el coeficiente teórico es superior al del IRPF, el método del IRPF somete a gravamen como RCM una cantidad inferior que el método alternativo en dichas anualidades. Estos **fenómenos de desplazamiento e intersección** en las curvas de coeficientes teóricos son genéricos en una serie de edad de contratación: conforme se aumenta el tipo de interés las curvas de coeficientes teóricos se irán desplazando, cortando por primera vez a la recta horizontal del IRPF en anualidades correspondientes a edades mayores en los Métodos I y II, a su vez la curva de coeficientes teóricos del Método III se irá acercando llegando a superar, cada vez más, a la recta horizontal del coeficiente fijo del IRPF. Estos efectos de desplazamiento e intersección se reflejan en la mayor intensidad del fenómeno de aplanamiento observable en las curvas de DAA.

Destaca el aspecto que adquiere la curva de coeficientes del Método del Retiro Programado, la cual se acerca mucho en todos sus puntos a la recta horizontal $y=24\%$ hasta la edad de 98 años, esto supondrá que las diferencias en euros por anualidad sin actualizar serán muy pequeñas y más aún las actualizadas, lo cual se va a reflejar en un gran aplanamiento de la curva DAA del Método II. Se puede analizar, la recta de regresión lineal en el intervalo I_1 para comprobar el fenómeno de aplanamiento. Se aprecia la pequeña pendiente de la recta de regresión para el Método del Retiro Programado, siendo sólo del 2'08. A su vez, las pendientes de las rectas de regresión de los Métodos I y III siguen disminuyendo. Las curvas de DAA son mucho menos apuntadas que el caso C65-1.25



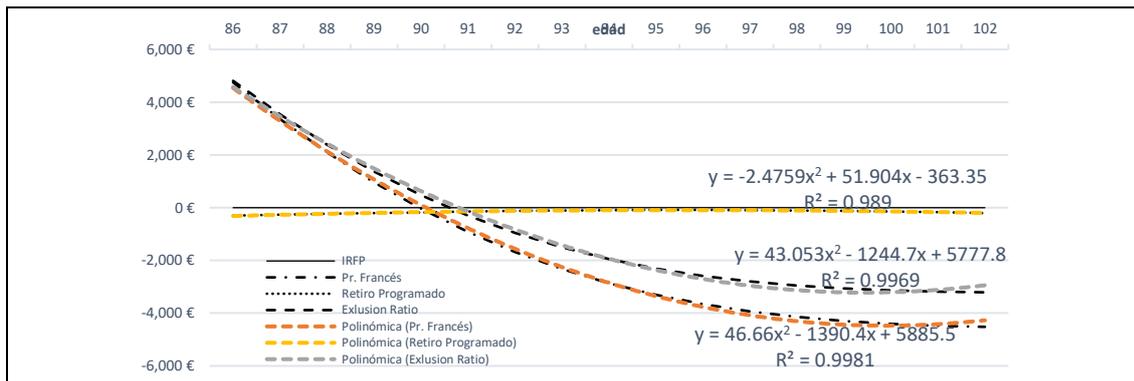


Gráfico 10. 2. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-1.50

Conjunto de gráficos 10. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión para los intervalos I_1 y I_2 .

Caso C65-1.50 hombres (supuesto A)

Ya se puede ver que la aplicación de cada uno de los métodos alternativos tiene distinta intensidad. Se comprueba que **el Método del Retiro Programado se aplanaba mucho antes (para tipos de interés inferiores) que los Métodos I y III**. Se comprobará posteriormente que los fenómenos de (desplazamiento) en intersección de la curva de coeficientes y de aplanamiento y posterior inclinación negativa de la curva de DAA aparecen antes en el Método del Retiro Programado.

Es este caso de estudio se sigue comprobando que, en el segundo intervalo, I_2 , las curvas de DAA de los métodos I y III son convexas y la del Método II es cóncava. El valor máximo de la curva de DAA tiene lugar en el extremo superior del primer intervalo para los Métodos I y III y en el segundo intervalo para el Método del Retiro Programado. La curva de DAA es positiva desde la anualidad inicial hasta la anualidad correspondiente a la edad de 90 años para el Método del Ratio de Exclusión. Es positiva entre las anualidades correspondientes a la edad 72 y 89 años para el método del Préstamo Francés, es decir **el intervalo en que la función es positiva se ha estrechado respecto al caso anterior**. Es negativa para todas las anualidades en el Método del Retiro Programado, pero las cuantías son muy pequeñas de manera que aplicar este método resulta bastante próximo a aplicar el del IRPF. En fin, al aplicar el método del IRPF frente al método alternativo, se favorecería más al contribuyente que aplica el Método del Retiro Programado, desde la anualidad inicial hasta la edad correspondiente a los 90 años. A partir de la anualidad correspondiente a la edad 91 años, el hecho de aplicar el método del IRPF frente al Método del Préstamo Francés será el que produzca una DAA negativas mayores en valor absoluto. Hay que recordar que cuando las DAA son negativas los RCM desde el inicio del contrato hasta la anualidad i -ésima considerados por el método alternativo son mayores a los considerados por el IRPF, de ahí que cuanto más negativas sean, más le beneficie al rentista la aplicación del IRPF frente a la aplicación del método alternativo. Vamos, que cuando las DAA son negativas el rentista, al aplicar el IRPF, pagaría menos impuestos que con el método alternativo. Cuando las DAA son positivas, el rentista pagaría más impuestos con el IRPF que con el método alternativo.

Las diferencias en euros por anualidad actualizadas siguen disminuyendo en valor absoluto respecto al caso C65-1.25, consecuentemente también lo hace las diferencias en cuantía acumuladas actualizadas como ya se ha visto. Las diferencias en euros por anualidad sin actualizar a partir del disparo del coeficiente teórico se mantendrán constantes e iguales en todos los métodos alternativos (como se aprecia en el Apéndice III) y será ligeramente superiores a las del caso C65-1.25, pero al aplicarles el correspondiente factor de descuento se obtienen las diferencias en euros por anualidad actualizadas, la cuantía de las cuales es decreciente en valor absoluto y convergente a cero.

El fenómeno de aplanamiento provoca que el Método del Retiro Programado presente poca diferencia con respecto a la aplicación del Método del IRPF en los intervalos I_2 e I_3 .

C65-1.75: EDAD DE CONTRATACIÓN 65 AÑOS Y TIPO DE INTERÉS TÉCNICO 1'75%

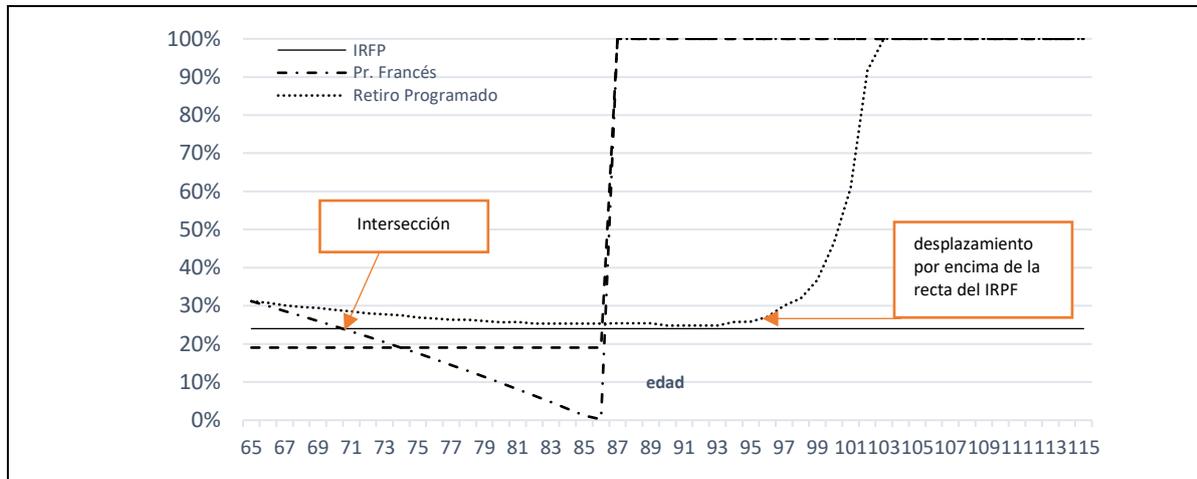


Gráfico 11.1. Coeficientes .C65-1.75 hombres

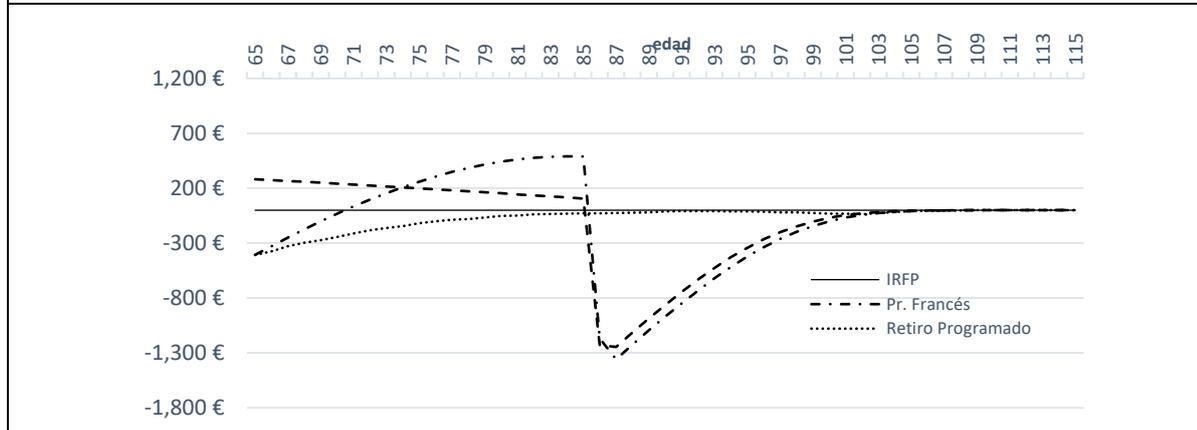


Gráfico 11.2. Diferencias en euros por anualidad (actualizadas actuarialmente a 01-01-2018) para hombres. C65-1.75

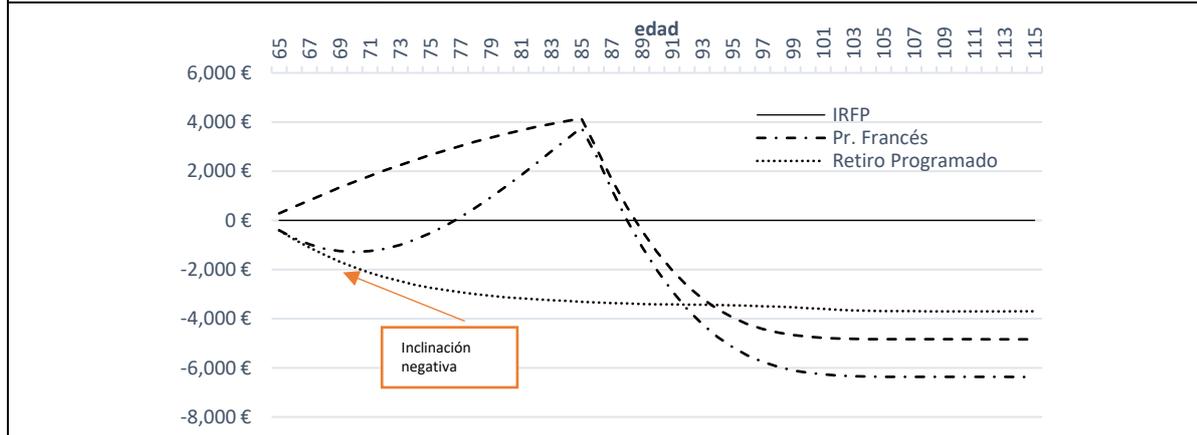
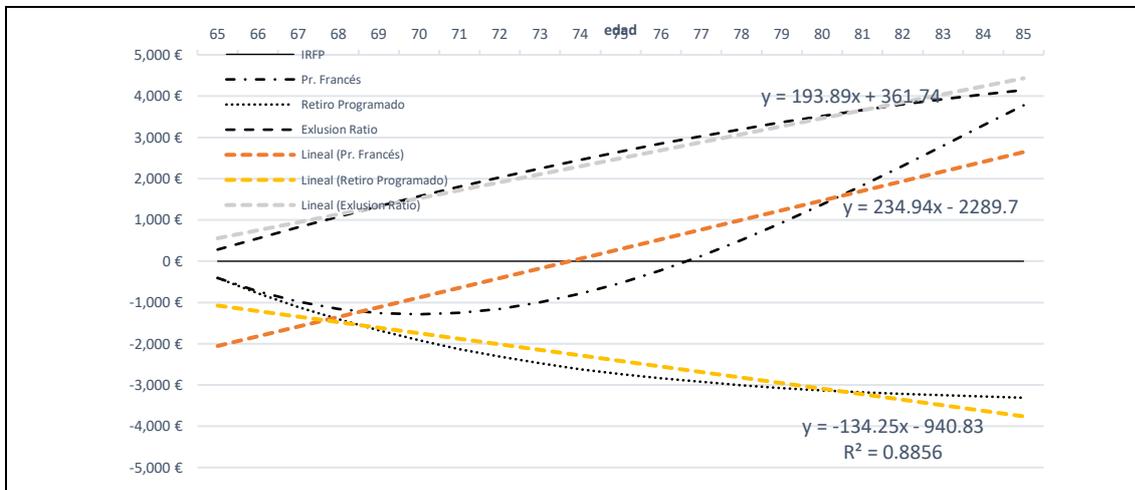


Gráfico 11.3. Diferencias acumuladas actualizadas. C65-1.75 hombres

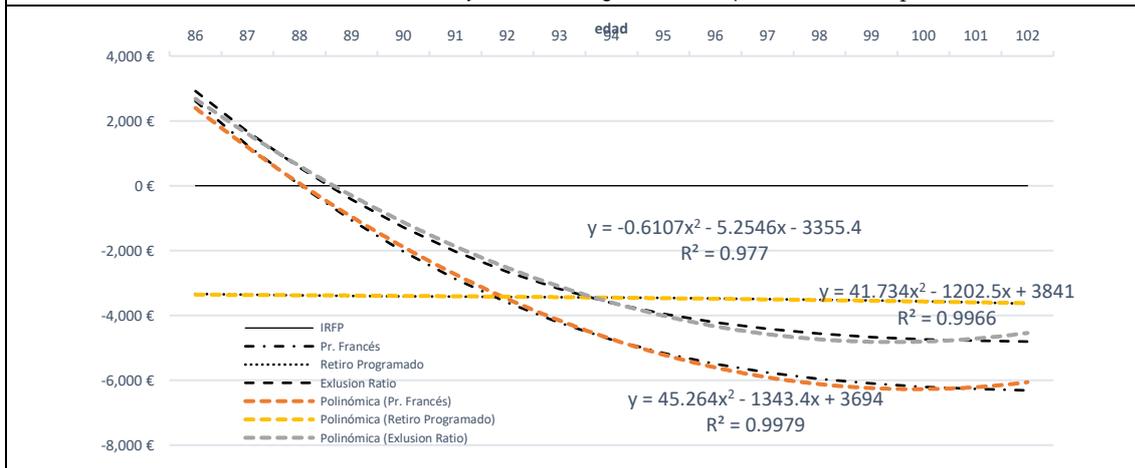
Conjunto de gráficos 11. C65-1.75: coeficientes teóricos y diferencias actualizadas para hombres (A)

Con el tipo de interés técnico del 1'75% se siguen observando los mismos fenómenos anteriormente referidos de desplazamiento e intersección de las curvas de coeficientes teóricos. Los coeficientes teóricos siguen aumentando respecto al caso C65-1.50, desplazándose las curvas, de manera que la curva del Método I corta a la recta horizontal del IRPF en anualidades correspondientes a mayores edades, la curva de coeficientes de Método II se sitúa por encima y la del Método III se aproxima cada vez más en el tramo que

va desde la anualidad inicial hasta la anualidad anterior al disparo del coeficiente en la que se alcanza la edad esperada de fallecimiento. Aquí ya se ve que el Método II (Retiro Programado) presenta unos coeficientes mayores que el coeficiente fijo del IRPF para todas las anualidades, por lo que al rentista le beneficiará la aplicación del Método del IRPF frente al Método del Retiro Programado, así como que tanto la curva de diferencias en euros por anualidad actualizadas y de DAA son negativas para todas las anualidades. Estas diferencias negativas son indicativas de la aparición del fenómeno de inclinación negativa en este Método II. Se observa una pendiente negativa en la recta de regresión correspondiente al intervalo I_1 en el Método del Retiro Programado, corroborando la aparición del fenómeno de inclinación negativa. El este fenómeno se irá intensificando a medida que en una serie de edad se aumente el tipo de interés. El fenómeno de inclinación negativa significa que la aplicación del Método alternativo, en este caso del Retiro Programado, considera RCM una cantidad acumulada actualizada significativamente mayor que el coeficiente fijo del IRPF para todas las anualidades, es decir que el Método del IRPF resultará más beneficioso al rentista que el método alternativo.



12.1. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 . C65-1.75 hombres



12.2.-Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-1.75

Conjunto de gráficos 12. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión para los intervalos I_1 y I_2 . Caso C65-1.75 hombres (supuesto A)

En los Métodos I y III continúa la intensificación del fenómeno de aplanamiento, disminuyendo las pendientes de las rectas de regresión de las curvas de DAA en el intervalo I_1 con relación al caso anterior C65-1.50. Este fenómeno, como ya se ha comentado, se va agudizando en cada método con el aumento del tipo de interés hasta dar lugar al fenómeno de inclinación negativa, si bien, este fenómeno aparece antes el Método II. El aplanamiento

produce unas curvas DAA cada vez menos apuntadas, siendo positivas desde la edad inicial hasta la anualidad correspondiente a los 88 años para el método del Ratio de Exclusión y desde la anualidad correspondiente a la edad 77 años para el Método del Préstamo Francés. Por lo tanto, el menor coeficiente teórico que proporciona el Método III hace que este método sea el más beneficioso de los métodos alternativos hasta la anualidad correspondiente a la edad 94 años. La curva de DAA del Método del Préstamo Francés se sitúa por debajo del eje de abscisas hasta la anualidad correspondiente a la edad 77 años y se mantiene por encima hasta la anualidad correspondiente a la edad 88 años, como se aprecia el aplanamiento hace que el intervalo en el que la curva de DAA del Método II es positiva se vaya estrechando. Este estrechamiento también se produce en la curva de DAA del Método del Ratio de Exclusión.

C65-2.00: EDAD DE CONTRATACIÓN 65 AÑOS Y TIPO DE INTERÉS TÉCNICO 2'00%

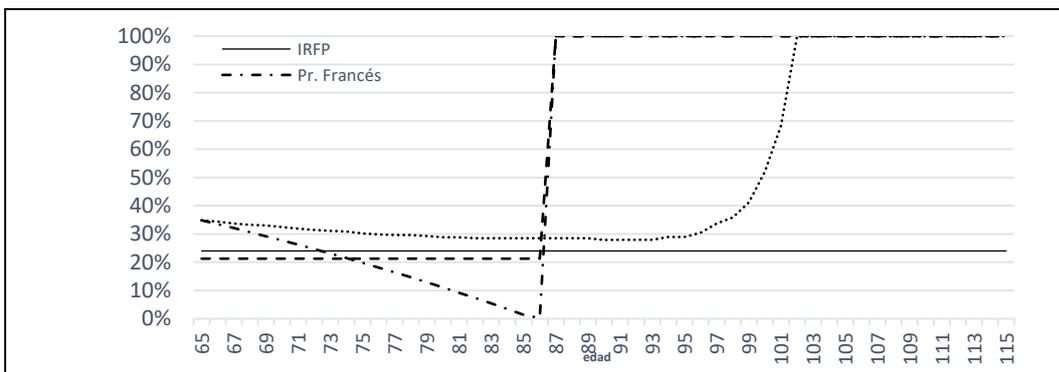


Gráfico 13.1. Coeficientes .C65-2.00 hombres

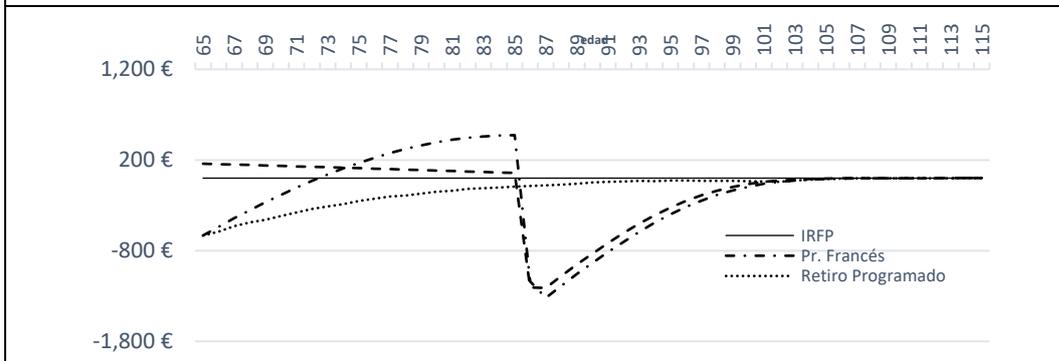


Gráfico 13.2. Diferencias en euros por anualidad (actualizadas actuarialmente a 01-01-2018) para hombres. Caso C65-2.00 hombres.

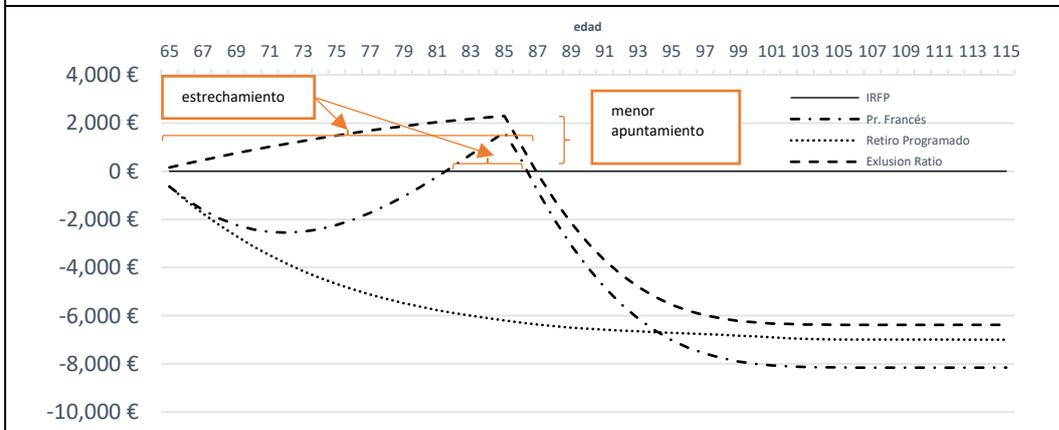


Gráfico 13.3. Diferencias acumuladas actualizadas. C65-2.00 hombres

Conjunto de gráficos 13. C65-2.00: coeficientes teóricos y diferencias actualizadas para hombres (supuesto A)

Con un interés técnico mayor se siguen desplazando de las curvas de coeficientes teóricos y la intersección se da anualidades correspondientes a edades más avanzadas. La curva de coeficientes del Retiro Programado se sitúa aún más por encima de la recta horizontal del coeficiente fijo del IRPF que en el caso previo C65-1.75. La curva del Ratio de Exclusión aún no supera a dicha recta horizontal, pero empieza a acercarse mucho a ella.

Las diferencias en euros por anualidad actualizadas hasta el disparo del coeficiente teórico (a su valor máximo) siguen disminuyendo con relación al C65-1.75. A partir del disparo disminuyen en valor absoluto con relación al caso anterior C65-1.75

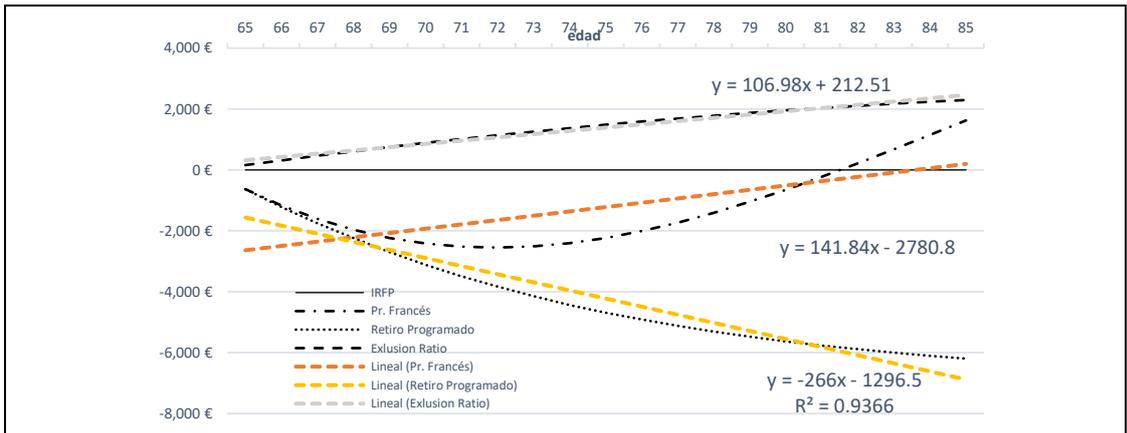


Gráfico 14.1. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 . C65-2.00

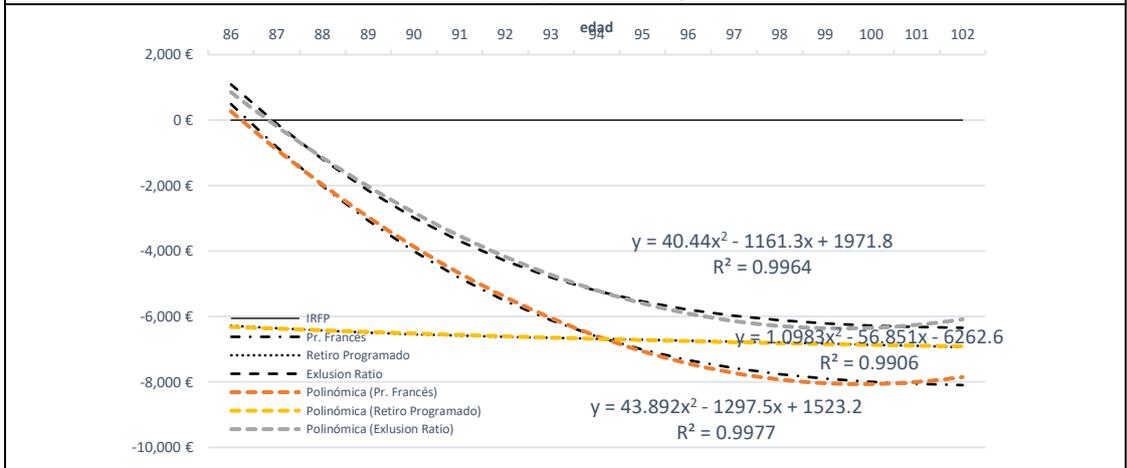


Gráfico 14.2. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-2.00

Conjunto de gráficos 14. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión para los intervalos I_1 y I_2 . Caso C65-2.00 hombres (supuesto A)

Se hace más evidente el fenómeno del aplanamiento para los Métodos I y III medido por las menores pendientes de la recta de regresión en el primer intervalo, I_1 . Se traduce en el menor apuntamiento y estrechamiento del intervalo de anualidades en las que las curvas de DAA de los Métodos del Préstamo Francés y del Ratio de Exclusión toman valores positivos. Así mismo, también se intensifica el fenómeno de inclinación negativa en el Método II, es decir conforme se aumenta el tipo de interés en presencia del fenómeno de inclinación negativa, el método del IRPF es cada vez más beneficioso frente a la aplicación del método alternativo. Las diferencias euros por anualidad sin actualizar (Apéndice III) tras el disparo siguen aumentando en valor absoluto respecto al caso anterior. Las diferencias en euros por anualidad actualizadas disminuyen en valor absoluto.

C65-2.50: EDAD DE CONTRATACIÓN 65 AÑOS Y TIPO DE INTERÉS TÉCNICO 2'50%

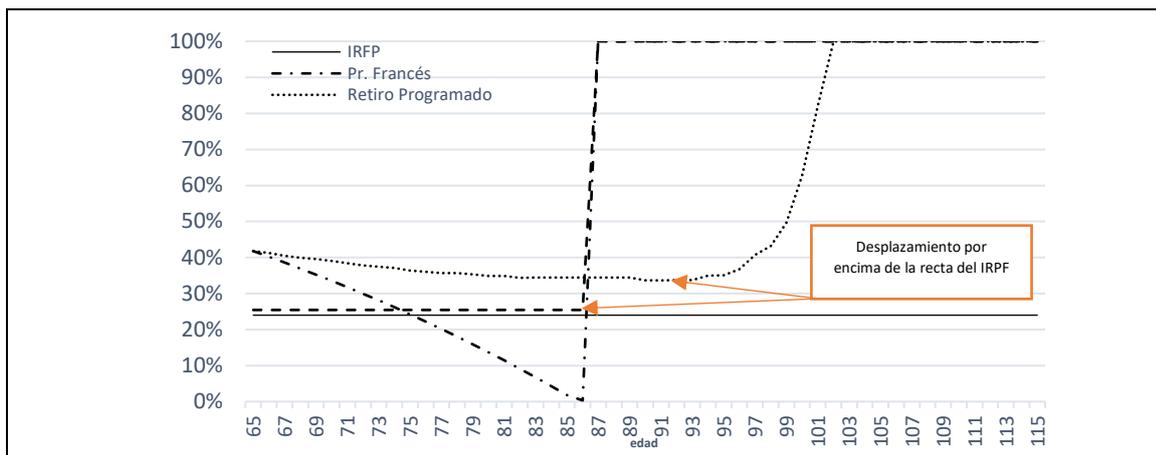


Gráfico 15.1. Coeficientes .C65-2.50 hombres

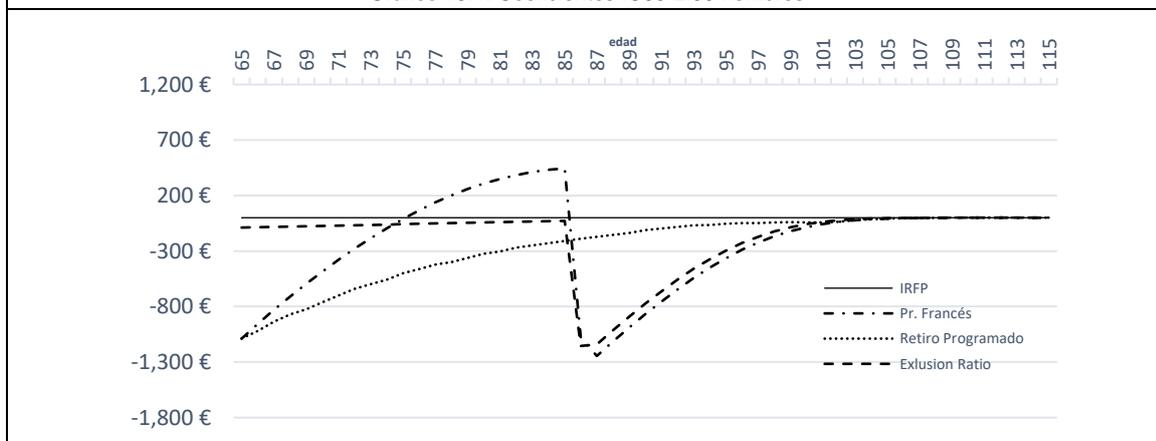


Gráfico 15.2. Diferencias en euros por anualidad (actualizadas actuarialmente a 01-01-2018) para hombres. C65-2.50

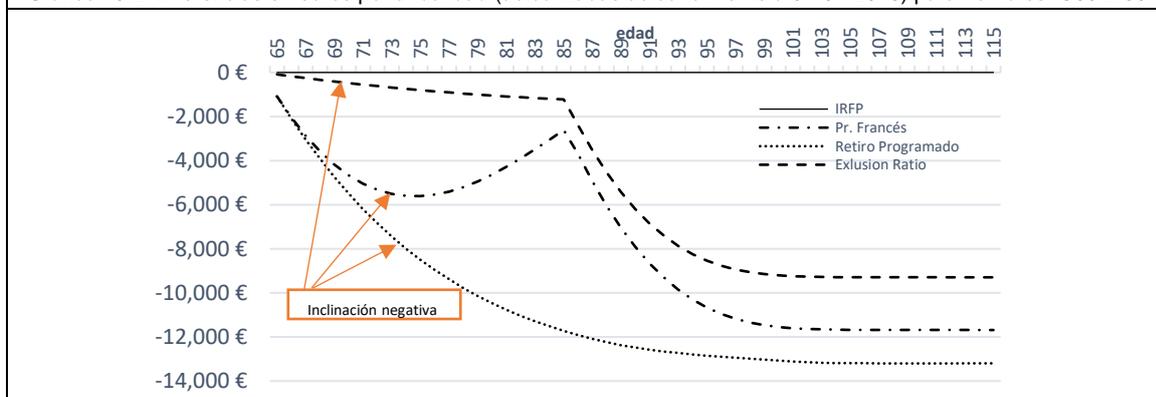


Gráfico 15.3. Diferencias acumuladas actualizadas. C65-2.50 hombres

Conjunto de gráficos 15. C65-2.50: coeficientes teóricos y diferencias actualizadas para hombres

Al 2'50% de tipo de interés técnico, destaca que la curva de coeficiente teóricos del Método del Ratio de Exclusión es sitúa por encima de la recta del coeficiente fijo del IRPF (24%) para las anualidades anteriores al disparo del coeficiente teórico al valor máximo. El coeficiente teórico del Método III toma el valor 25'44%. El aspecto de la curva de coeficientes del Método del Ratio de Exclusión alerta de la aparición del fenómeno de inclinación negativa en este método. La curva de coeficientes del Método del Préstamo Francés corta a la recta del coeficiente fijo del IRPF a edades más avanzadas que en el caso C65-2.00.

Se puede verificar la aparición del fenómeno de inclinación negativa mediante las rectas de regresión lineal de las curvas de DAA en el intervalo I_1 . Se comprueba que la pendiente es negativa para todos los métodos alternativos. Todos los métodos alternativos

proporcionan unas curvas de DAA negativas para todas las anualidades, esto significa que la aplicación del método del IRPF es más beneficiosa que cualquiera de los métodos alternativos, si bien el menos perjudicial es el del Ratio de Exclusión.

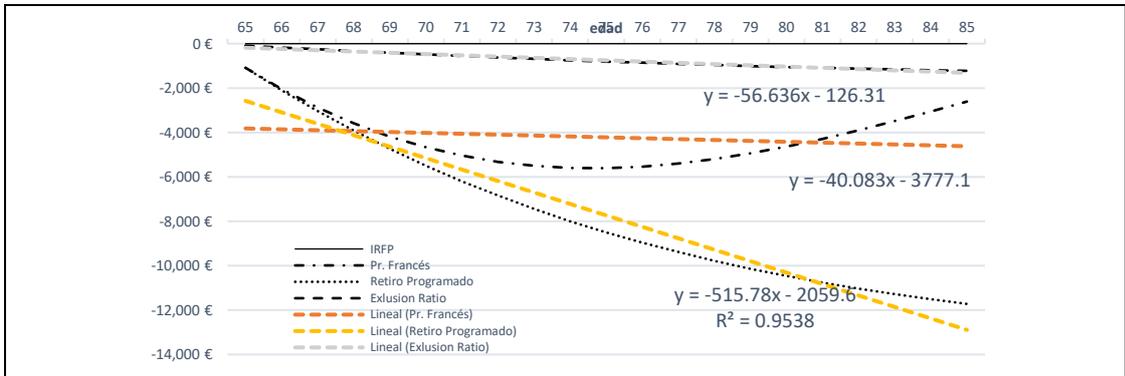


Gráfico 16.1. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 . C65-2.50

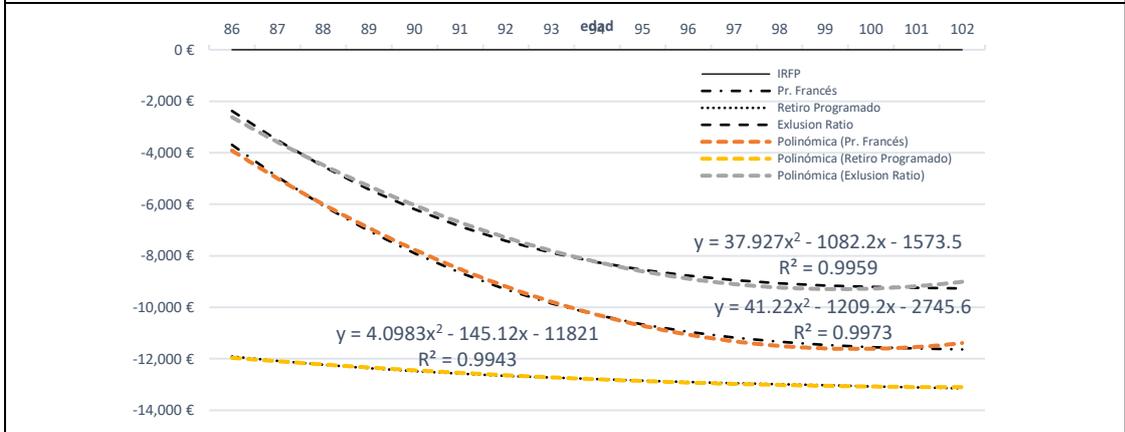


Gráfico 16.2. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión polinómica para el Intervalo I_2 . C65-2.50

Conjunto de gráficos 16. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión para los intervalos I_1 y I_2 . Caso C65-2.50 hombres (supuesto A)

C65-3.00: EDAD DE CONTRATACIÓN 65 AÑOS Y TIPO DE INTERÉS TÉCNICO 3'00%

Para este tipo de interés siguen intensificándose los efectos vistos en el caso anterior. La aplicación de un tipo de interés mayor en los métodos alternativos sería aún más perjudicial para el rentista que en el caso anterior y se hace patente por la intensificación del fenómeno de inclinación negativa.

Además, se ha visto en la serie de edad C65 que la curva de DAA del Método del Ratio de Exclusión siempre se sitúa por encima de la del Préstamo Francés, y esta a su vez por encima de la del Método del Retiro Programado, lo cual significa que **los efectos de aplanamiento e inclinación aparecen antes en el Método del Retiro Programado y tardan más en aparecer en el Método del Ratio de Exclusión.**

6.2.-SERIE C65 PARA MUJERES (SUPUESTO A)

Las mujeres tienen una esperanza de vida superior a los hombres, lo cual significa que los coeficientes Gravamen teóricos, en general, serán mayores para las mujeres. Además, los intervalos I_1, I_2 e I_3 serán ligeramente diferentes, pasando a ser los siguientes: $I_1 = [65,89]$, $I_2 =]89,102]$ e $I_3 =]102,115]$.

Recordando el Conjunto de Gráficos 3 y el Conjunto de Gráficos 4 se comprueba que para los Métodos I y III que los coeficientes Gravamen de las mujeres son superiores a los de los hombres durante el intervalo I_1 de los hombres, es decir de [65,87] años, además el

mínimo coeficiente teórico se alcanza posteriormente, en la anualidad correspondiente a la edad 90 año durante la cual las mujeres alcanzan su edad esperada de fallecimiento (a los 65 años, bajo el supuesto A).

Para el Método II del Retiro Programado, recordando el Gráfico 1, se constata que los coeficientes teóricos son algo menos estables para las mujeres que para los hombres: la diferencia entre el coeficiente inicial y el coeficiente mínimo es mayor para las mujeres. Además, la curva de coeficiente de las mujeres es superior a la de los hombres desde la anualidad inicial hasta la correspondiente a la edad 77 años, posteriormente sucede lo contrario, siendo menor la curva de coeficientes de las mujeres que la de los hombres. En cualquier caso, conviene recordar que los coeficientes más importantes son aquellos situados más cerca del punto de valoración elegido, es decir del 01-01-2018.

Se pueden extraer las siguientes conclusiones genéricas: para mayores esperanzas de vida (i.e.: para las mujeres frente a los hombres) los coeficientes teóricos de los métodos alternativos son mayores; para mayores coeficientes teóricos, los “efectos o fenómenos” “habituales” aparecen antes, es decir para menores tipos de interés.

Se analiza ahora para las mujeres, bajo el supuesto A, la serie de edad de contratación 65 años, C65. A continuación, se muestra el Conjunto de gráficos 17 para el tipo de interés del 1'25%.

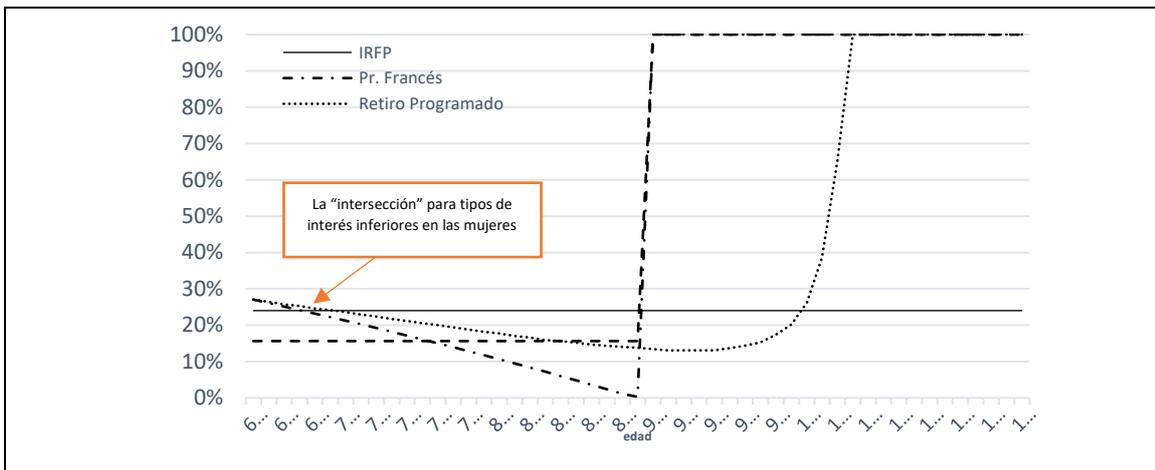


Gráfico 17.1. Coeficientes .C65-1.25 mujeres

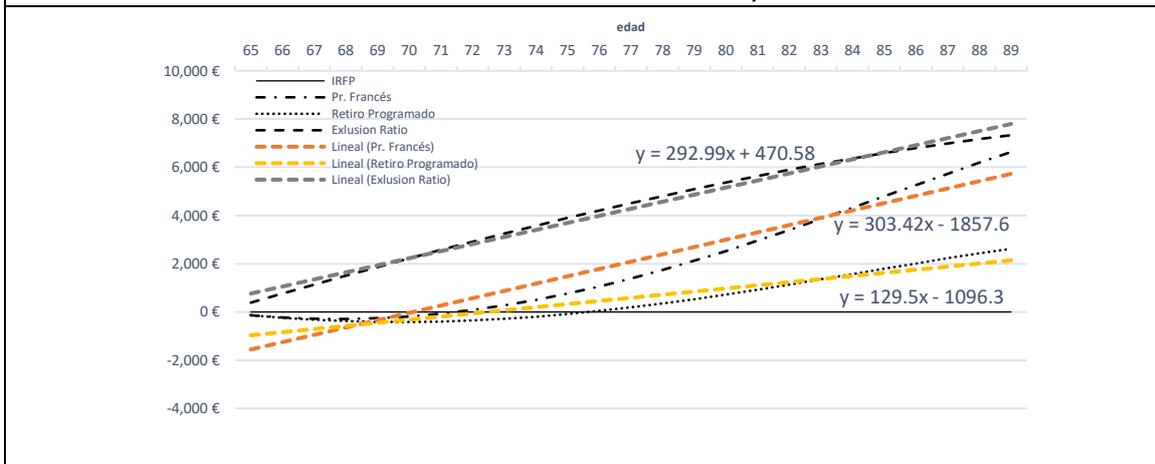
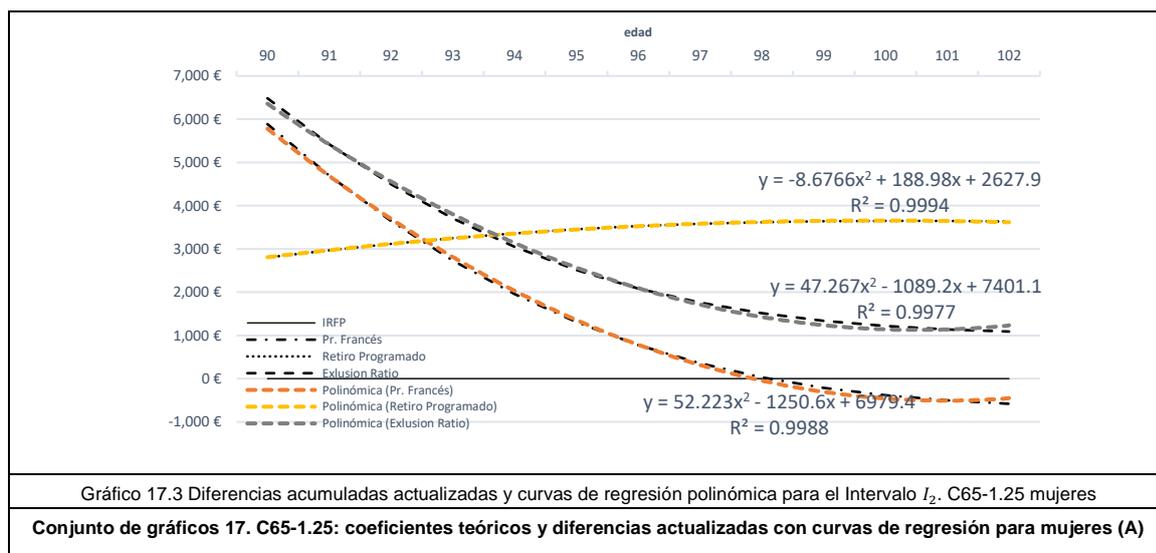


Gráfico 17.2. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 .C65-1.25 mujeres



La edad esperada de fallecimiento a la edad de contratación de 65 años es superior para las mujeres, siendo de 90'33 años frente a los 86'17 años para los hombres. Esto supone que los intervalos I_1 e I_2 serán diferentes para las mujeres, siendo el primer intervalo, I_1 , el [65;89] y el segundo, I_2 , el [89;102] años. Esta diferencia entre los intervalos no debe perderse de vista a la hora de comparar los casos de hombres y mujeres.

La mayor edad esperada de fallecimiento de las mujeres va a suponer unos coeficientes teóricos mayores en los Métodos I y III para las mujeres durante el intervalo I_1 de los hombres, es decir desde la anualidad inicial hasta la anualidad correspondiente a la edad 85 años). Para el Método del Préstamo Francés, tanto para hombres como para mujeres, los coeficientes son estrictamente decrecientes desde la anualidad inicial hasta la anualidad durante la cual se alcanza la edad esperada de fallecimiento (a la edad de contratación), anualidad correspondiente a la edad 86 para los hombres y 90 para las mujeres. A partir de ahí el coeficiente teórico se dispara al máximo, tanto en el Método del Préstamo Francés como en el del Ratio de Exclusión.

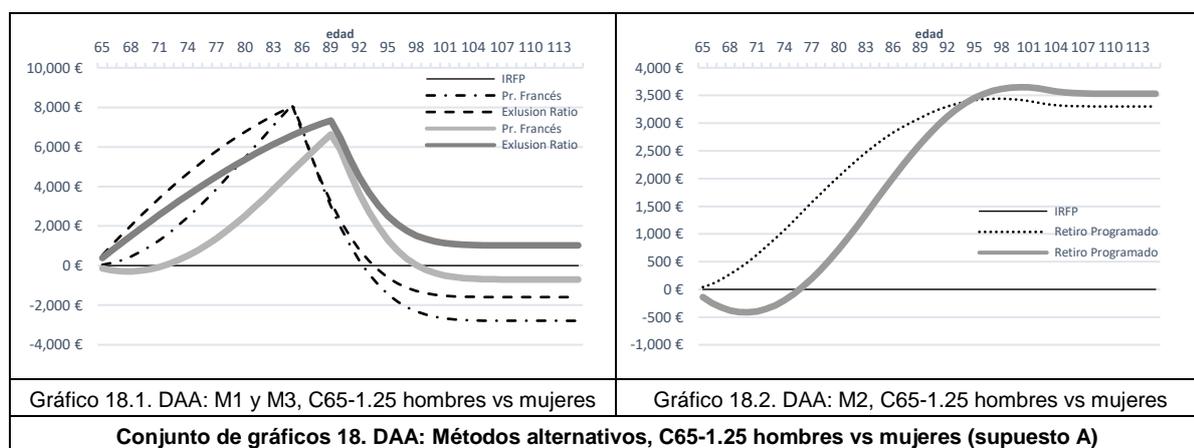
Los coeficientes del Método del Retiro Programado son menos estables para las mujeres. Para los hombres parten de un coeficiente del 23'25% que va decreciendo hasta la anualidad correspondiente a la edad 82 años con un valor del 18'742%. Para las mujeres se parte de un coeficiente inicial de 27'01% que decrece hasta la anualidad de la edad 92 años tomando el valor 13'04%.

Se aprecia en el Conjunto de gráficos 17 que los fenómenos de desplazamiento e intersección en las curvas de coeficientes teóricos aparecen "antes" (para tipos de interés más bajos) para las mujeres. Las curvas de coeficientes de los Métodos I y II cortan a la recta horizontal del coeficiente fijo del IRPF, cosa que para los hombres no sucedía hasta el tipo de interés del 1'50%. La curva de coeficientes del Ratio de Exclusión para las anualidades anteriores al disparo del coeficiente se sitúa más cerca de la recta horizontal del IRPF que para el caso de los hombres. Esto es indicativo de que el fenómeno de aplanamiento es más intenso para el caso de las mujeres: se observan unas curvas de DAA menos apuntadas para las mujeres, con unos valores máximos inferiores para las curvas de DAA de los Métodos I y III, y con una curva de DAA que es inferior para el Método II para las mujeres hasta la anualidad correspondiente a la edad 94 años (a partir de ahí la curva de los hombres es ligeramente superior). También es destacable que el nivel asintótico del intervalo I_3 es, en general, superior para las mujeres (salvo para el Método del préstamo francés a partir del interés técnico del 2'50% y superiores)

Se puede recurrir a analizar las pendientes de las rectas de regresión en intervalo I_1 y se comprueba que son menores para las mujeres que las pendientes para el caso de los hombres, verificando la mayor intensidad del fenómeno de aplanamiento para el caso de las

mujeres. El mayor aplanamiento para las mujeres significa que los hombres al aplicar el Método del IRPF en lugar de un método de los alternativos resultarán más perjudicados que las mujeres, desde la anualidad inicial hasta la correspondientes a los 86 años para los Métodos I y III y hasta los 94 años para el Método II. Hay que observar, no obstante, que el intervalo en que las curvas de DAA de hombres y mujeres es positiva difiere para hombres y mujeres (Conjunto de gráficos 18), esto es debido a que el efecto de aplanamiento es más intenso para las mujeres que para los hombres. En el Conjunto de gráficos 18 se representan con líneas de trazo discontinuo de color negro las DAA de los hombres y con líneas trazo continuo de color gris las DAA de las mujeres.

El efecto de aplanamiento es más prematuro para las mujeres y también lo es el efecto secuencial siguiente al considerar tipos de interés superiores: el efecto de “inclinación negativa”. Esto se aprecia en el Conjunto de gráficos 19 para las mujeres para el caso C65-2.00, el cual se ha incluido en el Apéndice IV de gráficos complementarios.



Detectar correctamente el efecto de la inclinación negativa al comparar el caso de hombres y mujeres requiere introducir la cautela de considerar la pendiente de la recta de regresión para las DAA de las mujeres en el mismo intervalo I_1 que se ha considerado para los hombres, es decir de [65:85] años. Esta cautela se introduce cuando la curva de DAA es definida negativa para comparar las curvas por género (Apéndice IV, Gráfico 19.2. del Conjunto de gráficos 19). Si no se hace así la pendiente de la recta de regresión considerada en el intervalo I_1 de las mujeres puede ser positiva, sin embargo, si se utiliza el I_1 de los hombres la pendiente resulta negativa cuando la curva de DAA es definida negativa y con valores de la función alejados de eje $y=0$ en la mayoría de sus puntos. Con el efecto de inclinación negativa interesa reflejar que la curva de DAA es negativa en todos sus puntos y con valores alejados de cero, reflejando así que, bajo este efecto, el método del IRPF será más beneficioso que el método alternativo.

En el Conjunto de gráficos 19 (Apéndice IV) se aprecia que las curvas de DAA son definidas negativas para los Métodos I y II, pero sólo introduciendo la cautela de considerar la regresión lineal en el intervalo I_1 de los hombres se detecta por las correspondientes pendientes negativas de las rectas de regresión.

De esta manera se puede apreciar que el fenómeno de la inclinación negativa aparece antes para las mujeres. Para los hombres el fenómeno de inclinación negativa para el interés del 2'00% sólo se daba en el Método II, sin embargo, para las mujeres aparece para los Métodos I y II. Para el Método III, es más intenso el fenómeno del aplanamiento para las mujeres que para los hombres.

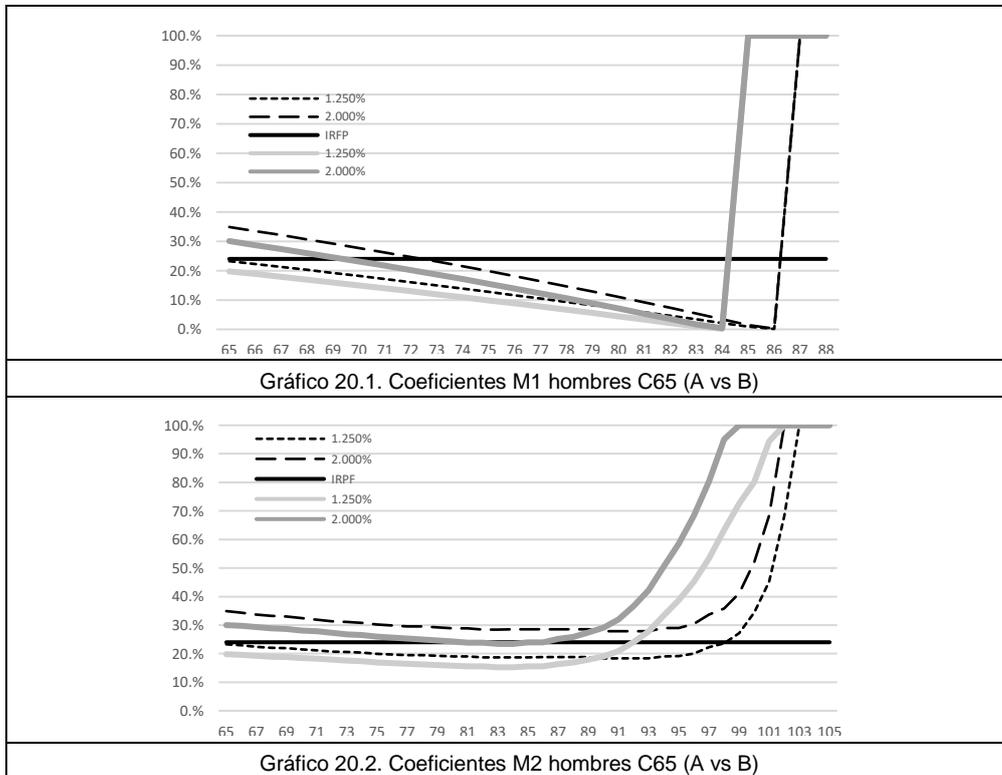
Se comprueba que **los efectos de aplanamiento e inclinación negativa aparecen “antes”, esto es, para tipos de interés inferiores para las mujeres.** La traducción en la práctica es que aplicar el Método del IRPF frente a los métodos alternativos tiene un efecto menor en las mujeres en caso de aplanamiento. Cuando el Método del IRPF es perjudicial

frente a un método alternativo (DAA positiva), perjudica menos a las mujeres que a los hombres. Cuando el Método del IRPF es beneficioso frente al método alternativo (DAA con inclinación negativa), es más beneficioso para las mujeres (en este caso C65-2.00 es más beneficioso para las mujeres para el Método del Préstamo Francés hasta la edad de 86 años y para el Método del Retiro Programado hasta la edad de 94 años).

Para los siguientes tipos de interés (2'50% y 3'00%) se agudiza el fenómeno de la inclinación negativa. Las curvas de DAA de las mujeres se sitúan por debajo de la de los hombres en el Método Francés hasta los 88 años, hasta los 92 años para el Método del Retiro Programado y hasta los 86 años para el Método del Ratio de Exclusión. En general, por lo tanto, cuando el Método del IRPF resulta más beneficioso que los alternativos (curvas DAA con fenómeno de inclinación negativa), se puede decir que las mujeres lo aprovechan más que los hombres.

6.3.- SERIE C65. SUPUESTO B

El supuesto B, es decir la utilización de las tablas proyectadas a partir de la serie de datos de INE, implica que las esperanzas de vida serán menores. Así, menores esperanzas de vidas implicarán coeficientes Gravamen teóricos más bajos, y en general, coeficientes más bajos suponen que los “efectos o fenómenos habituales” tardan más en aparecer. Hay que matizar que las curvas de coeficientes teóricos son menores en los Métodos I y III desde la anualidad inicial hasta la correspondiente a la edad en la que se alcanza la edad esperada de fallecimiento (a la edad de contratación) del supuesto B. Para el Método II (Retiro Programado) las curvas de coeficientes bajo el supuesto B son inferiores desde la edad inicial hasta la correspondiente a la edad 89 años. No obstante, los coeficientes son tanto más importantes cuanto más cerca se sitúen del punto de valoración del 01-01-2018. A continuación, se presenta el Conjunto de gráficos 20 de los coeficientes para los hombres que contratan a los 65 años comparando los supuesto A y B. Para el supuesto A se utilizan líneas discontinuas de color negro y para el B líneas continuas de color gris.



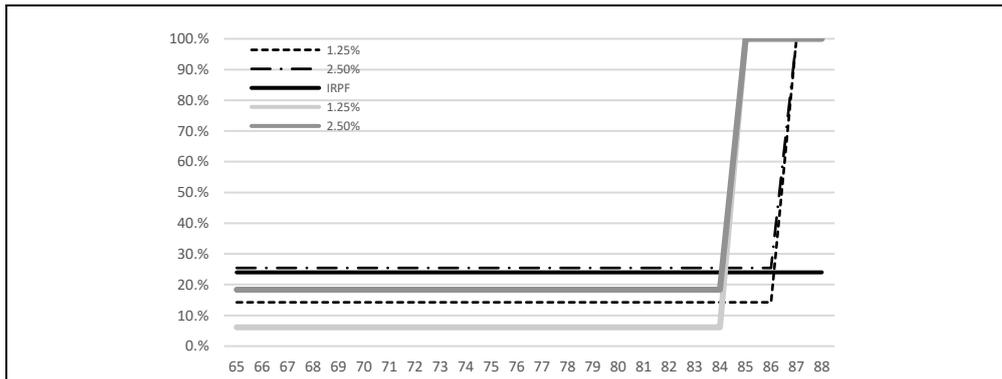


Gráfico 20.3. Coeficientes M3 hombres C65 (A vs B)

Conjunto de gráficos 20. Comparación de coeficientes para el caso C65 bajo los supuesto A y B

Como ya se ha comentado, los “fenómenos o efectos habituales” aparecerán más tarde bajo el supuesto B. Para corroborarlo basta con echar un vistazo al Conjunto gráficos 21, que compara las curvas DAA bajo ambos supuestos: las líneas negras de trazo discontinuo representan el supuesto A y las líneas continuas de tonos grises representan al B.

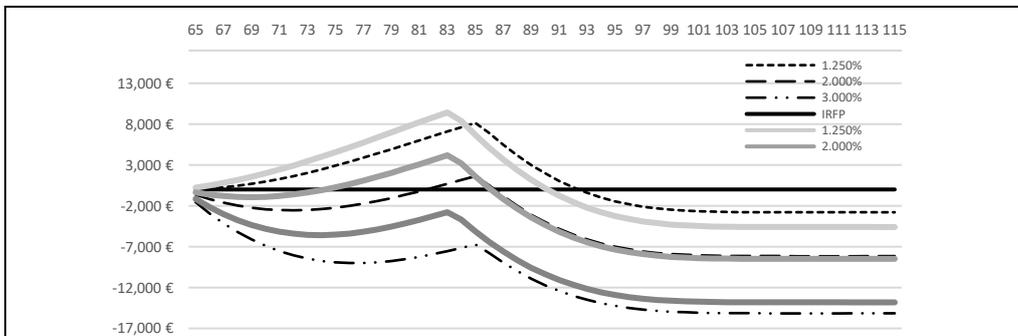


Gráfico 21.1. DAA M1 hombres C65 (A vs B)

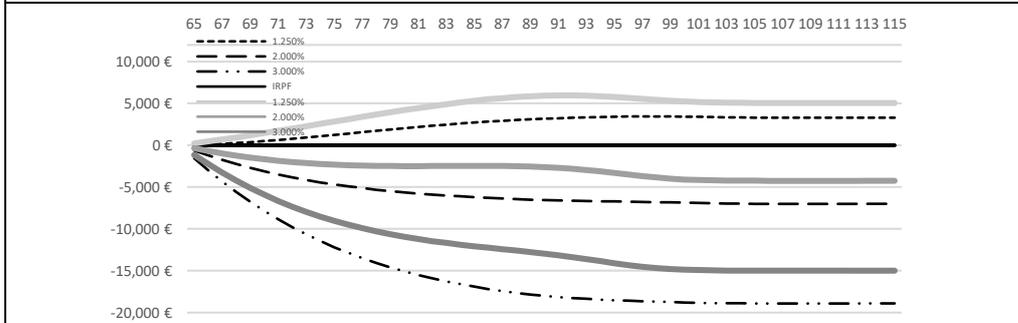


Gráfico 21.2. DAA M2 hombres C65 (A vs B)

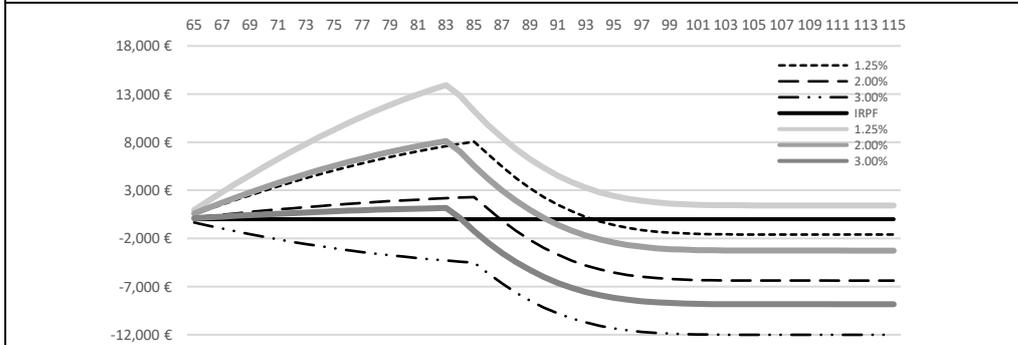


Gráfico 21.3. DAA M3 hombres C65 (A vs B)

Conjunto de gráficos 21. Comparación de DAA para el caso C65 hombres, bajo los supuesto A y B

En este último conjunto de gráficos se aprecian visualmente que los “efectos habituales” son menos intensos bajo el supuesto B: cuando hay “aplanamiento” las pendientes de las rectas de regresión lineal son mayores, traduciéndose en unas curvas de DAA más apuntadas bajo el supuesto B con lo que el aplanamiento es menor. Cuando hay “inclinación negativa”, pendientes negativas de las curvas de regresión lineal (en el primer intervalo), éstas son menores en valor absoluto bajo el supuesto B. En general las curvas de DAA del supuesto B suelen situarse por encima de las curvas de DAA del supuesto A (excepto para el Método I para los tipos iniciales, en los que las curvas de DAA de los supuesto A y B se cruzan en una anualidad correspondiente con una edad avanzada, pasando partir de dicha anualidad a ser ligeramente superior la curva de DAA del supuesto A). En general se puede decir que el bajo el supuesto B, las curvas se sitúan por encima de las del supuesto A, por lo que cuando son positivas el hecho de utilizar el Método del IRPF frente al método alternativo es más perjudicial bajo el supuesto B. Y cuando las curvas son negativas, el hecho de utilizar el Método del IRPF frente a un método alternativo beneficia menos bajo el supuesto B que bajo el supuesto A.

Para recalcar que los “efectos habituales” se producen más tarde bajo el supuesto B, se incluye en el Apéndice IV el Conjunto de gráficos 22 de las DAA con las curvas de regresión en los intervalos I_1 correspondiente al caso C65-3.00. Hay que señalar que el respectivo intervalo I_1 bajo el supuesto A es más amplio que bajo el supuesto B. En este último conjunto de gráficos, se hace evidente que los efectos son menos intensos para el supuesto B. Por ejemplo, bajo el supuesto A el fenómeno de inclinación negativa se da en los tres métodos alternativos, sin embargo, para el supuesto B sólo se da para los Métodos I y II. La inclinación negativa es “menos intensa” para el supuesto B, la pendiente negativa es menor en valor absoluto, es decir la inclinación negativa es menor para el supuesto B.

7.- CONSIDERACIONES GENERALES PARA LAS SERIES C49 A C72

Las series de edades que se consideran en el TFM (C49, C59, C65, C67 y C72) se han elegido así porque la edad de contratación de la renta de cada serie se sitúa en uno de los distintos tramos de edades que emplea el IRPF para asignar los coeficientes fijos. Es decir, para la edad de contratación de la renta con 49 años el IRPF utiliza un coeficiente fijo del 35%, para la edad de 59 años el coeficiente fijo del 28%, para la edad de 65 años el coeficiente fijo del 24%, para la edad de 67 años el coeficiente fijo del 20% y para la edad de 72 años el coeficiente fijo del 8%.

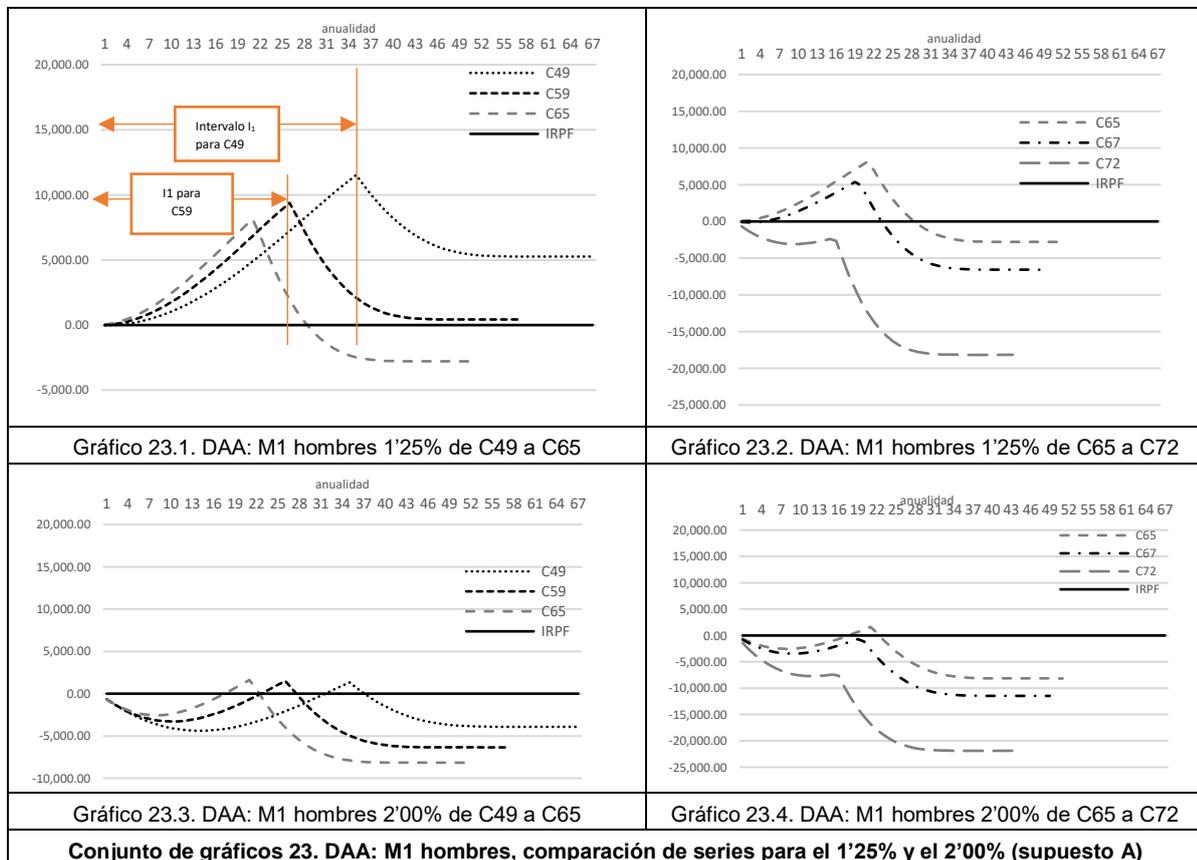
El estudio de los coeficientes teóricos obtenidos en cada método alternativo no puede perder de vista el coeficiente fijo del IRPF que se utiliza en cada serie de edad de contratación. Es decir, en cada serie los coeficientes teóricos se confrontan con un coeficiente fijo del IRPF diferente. Por ello, para comparar las distintas series de edad de contratación, no se puede decir sin más si los coeficientes teóricos son mayores o menores, hay que comparar en cada serie dónde se sitúan las curvas de coeficientes teóricos con relación a la recta horizontal del coeficiente fijo del IRPF correspondiente. Lo que se pretende es ver cómo evolucionan los “fenómenos de desplazamiento e intersección” de cada serie, es decir, si las curvas de coeficientes teóricos, al ir incrementado el tipo de interés dentro de una serie de edad, se sitúan por debajo o por encima de la recta del coeficiente fijo del IRPF, y ver a qué edades (anualidades correspondientes con dichas edades) se produce la intersección de la curva de coeficientes teóricos con la recta horizontal.

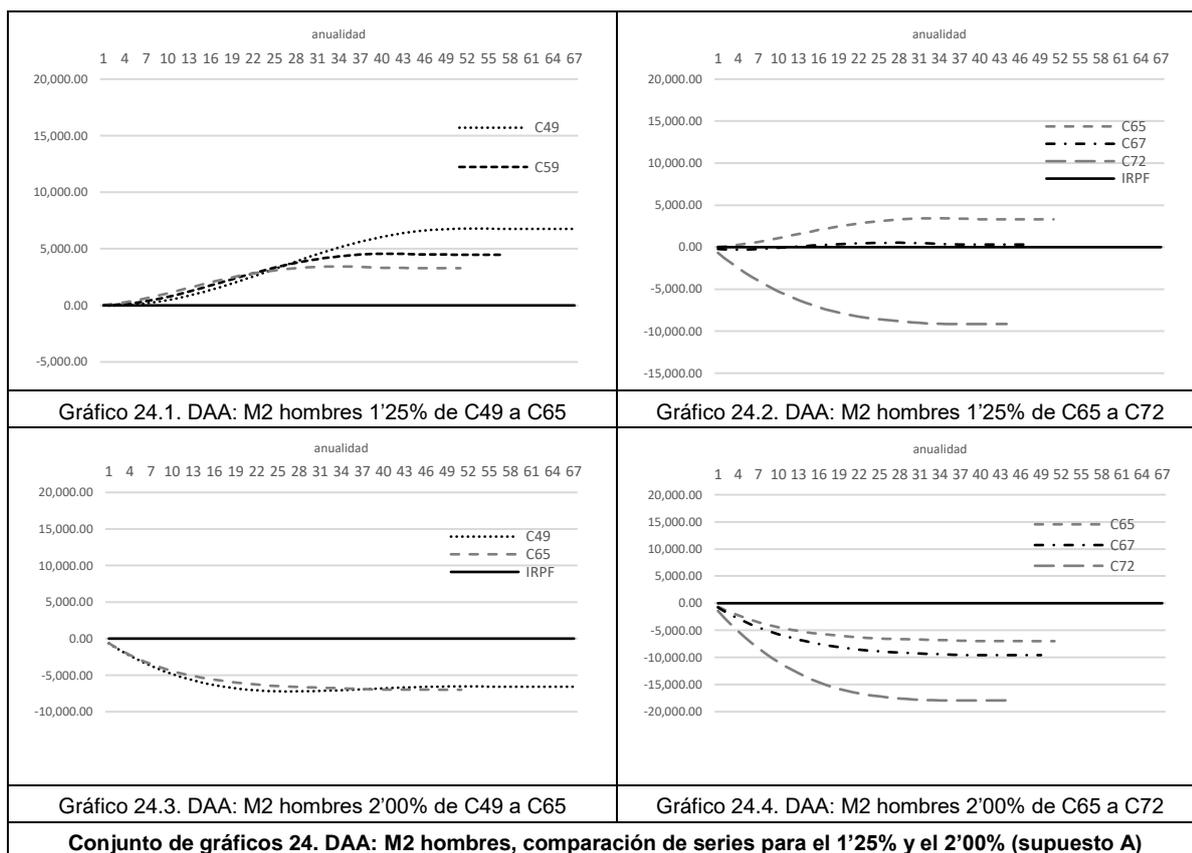
Adicionalmente, no hay que olvidar, que las esperanzas de vida en cada serie, es decir en a cada edad de contratación son diferentes. Al ir sobreviviendo a edades más avanzadas la edad esperada de fallecimiento (a la fecha de contratación) habrá incrementado en cada edad superior de contratación, por lo que la edad esperada de fallecimiento de las series de

mayor edad de contratación será superior. El efecto de la esperanza de vida afecta, también, al cálculo de las rentas vitalicias, así las rentas vitalicias serán superiores a mayores edades de contratación. Pues, por ejemplo, para los hombres la cuantía de la renta vitalicia mensual si se contrata mediante una prima única de 100.000€ al interés técnico del 1'25%, será de 299'63€ si la edad de contratación es 49 años, 389'29€ si la edad de contratación es 59 años, 459'17€ si la edad de contratación es 65 años, 491'60€ si la edad de contratación es de 67 años y de 594'47 si la edad de contratación es 72 años.

Tal y como se ha explicado en el párrafo anterior, en cada serie de edad la base a la que se aplica el coeficiente teórico variará en cada serie de edad de contratación, puesto que el coeficiente teórico se aplica sobre la cuantía anual de la renta vitalicia. Por ello, para hacer comparables las distintas series consideradas en el TFM se debe recurrir a las diferencias actualizadas (actuarialmente), sobre todo a las diferencias acumuladas actualizadas (DAA), que cuantifican a priori el efecto de la diferente cantidad (actualizada a 01-01.2018) que desde la anualidad inicial hasta cada anualidad futura (en caso de supervivencia del rentista), será considerada RCM por la aplicación el Método del IRPF frente a la aplicación de uno de los alternativos.

En análisis de las DAA de cada serie debe centrarse en la detección de los “efectos habituales” de “aplanamiento” e “inclinación negativa”. En la consideración de series de edad de contratación superior, para un mismo tipo de interés técnico se debe distinguir entre los efectos desde la serie C49 hasta la serie C65, por un lado, y los de la serie C65 a la C72 por otro. Para ilustrarlo, se recurre a los Conjuntos de gráficos 23, 24 y 25 en los que para los tipos de interés del 1'25% y del 2'00% se dibujan las curva de DAA para cada uno de los métodos alternativos. **En estos gráficos, se ha representado en el eje de abscisas la anualidad i-ésima en lugar de la edad correspondiente a cada anualidad i-ésima, se hace así porque al tratarse de series de edad diferentes la edad correspondiente a las anualidades es diferente, así para la serie C49 la primera a anualidad es la correspondientes a la edad 49 años, para la serie C59 la primera anualidad será la correspondiente a la edad 59 años, lo mismo se puede decir del resto de series.**



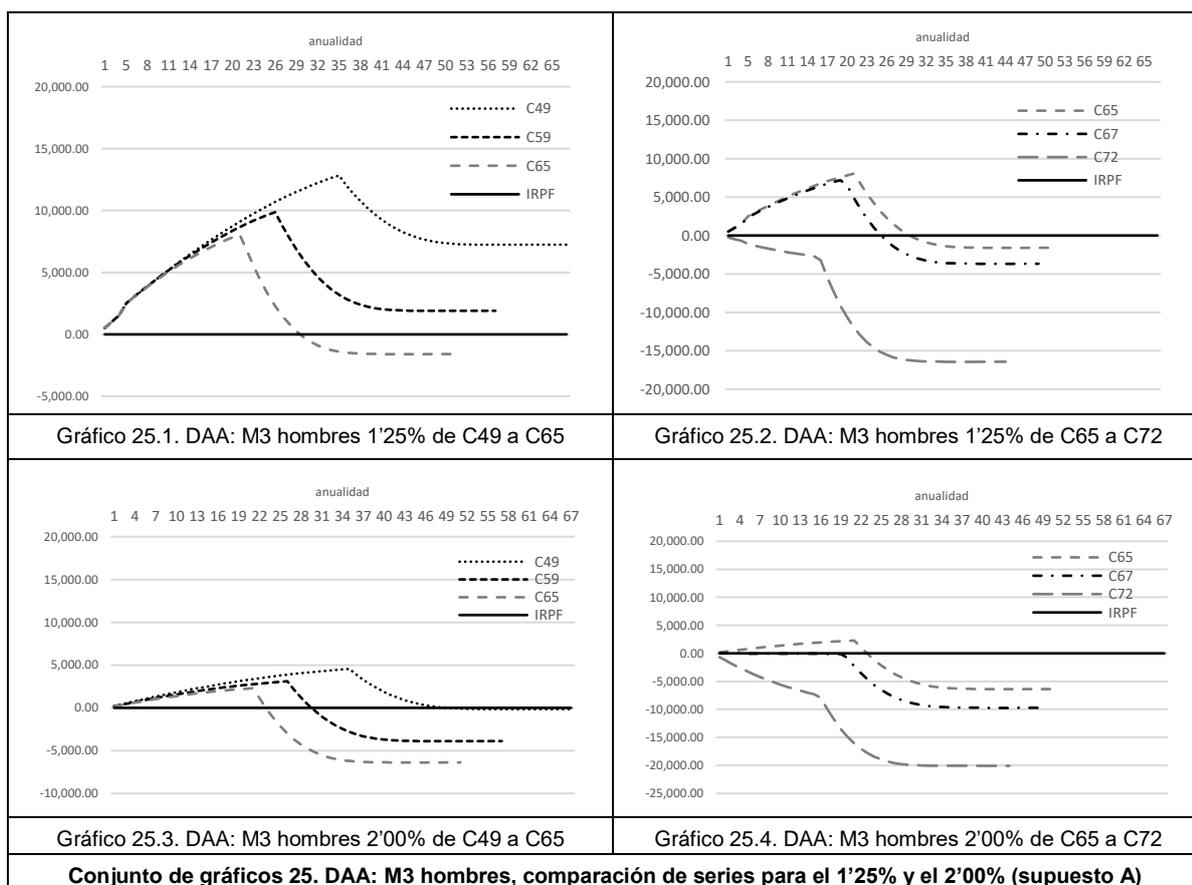


De los dos conjuntos de gráficos se constata que, para un mismo tipo de interés, si se avanza del caso C49 hasta el C65, de forma que la edad de contratación de la renta aumenta, las curvas de DAA de los casos de mayor edad se sitúan por encima de las de menor edad desde la anualidad inicial hasta unas anualidades después de haber rebasado el extremo del intervalo I_1 de la serie de mayor edad. Este hecho se debe a que la pendiente de la curva de DAA ha ido aumentando.

Si se avanza del caso C65 al C72 para un mismo tipo de interés las pendientes de las rectas de regresión de los respectivos intervalos I_1 de cada caso van disminuyendo y las curvas de DAA de mayor edad se sitúan por debajo de las de menor edad.

Las observaciones anteriores se cumplen tanto para el Método I como para el Método II, si bien son más acusadas para el Método del Préstamo Francés. De hecho, en el conjunto de gráficos 24 para los casos C49 a C65 no se ha dibujado la curva correspondiente al caso C59 porque las curvas se sitúan tan próximas que se dificulta mucho la visualización del gráfico.

Por lo tanto, para los Métodos del Préstamo Francés y del Retiro Programado, contratar a edades superiores (si el tipo de interés se mantiene constante) desde el caso C49 hasta el C65, provoca que utilizar el Método del IRPF frente a uno de los Métodos I o II sea más perjudicial (con pendiente positiva, aplanamiento) o menos beneficioso (pendiente negativa, inclinación negativa) desde la anualidad inicial hasta unas anualidades después de superar la edad esperada de fallecimiento del caso de mayor edad de contratación de entro los dos casos que se estén comparando. Al comparar los casos C65 al C72 (manteniendo el tipo de interés) las curvas de DAA de los casos de edad mayor de contratación se sitúan por debajo de las de menor edad, por lo que al utilizar el Método del IRPF frente al método alternativo se perjudicará menos (pendiente positiva, aplanamiento) y/o se beneficiará más (pendiente negativa, inclinación negativa) al rentista que contrata con mayor edad. Este resultado concordaría con el hecho de que las rentas vitalicias se contratan en el mercado sobre todo a partir de la edad de 65 años.



Para el Método del Ratio de Exclusión al pasar de los casos C49 al C72, manteniendo el tipo de interés, se observa que la pendiente de las curvas de DAA del correspondiente intervalo I_1 es cada vez menor (el aplanamiento y/o la inclinación negativa son mayores para los casos de edad de contratación mayor). Las curvas de DAA de casos de edad de contratación mayor se sitúan por debajo de las de los casos de edad de contratación menor. Para el Método III, la contratación a edades mayores (si el tipo de interés se mantiene constante) hace que el utilizar el Método del IRPF frente al Método del Ratio de Exclusión sea menos perjudicial (pendiente positiva) o más beneficioso (pendiente negativa y curva de DAA negativa en todos los puntos).

Si se elaboran los mismos gráficos para el supuesto B se obtiene resultados similares, solo que las curvas de DAA presentan fenómenos de aplanamiento e inclinación negativa menos intensos (ya se ha visto que los fenómenos habituales aparecen más tarde para el supuesto B)

Hay que hacer una mención especial a la serie de edad inicial 72 años. Esta edad está **dentro del tramo de edades más generoso del IRPF** puesto que sólo considera RCM el **8%** de la anualidad de la renta vitalicia. Debido al bajo valor del coeficiente fijo del IRPF los efectos que se han bautizados como "*habituales*" se van a producir de inmediato bajo el supuesto A. Para el caso C70-1.00, la curva de coeficientes teóricos de Retiro Programado se sitúa de partida por encima de la recta horizontal del IRPF. La intersección de la curva del Préstamo Francés se produce para una anualidad correspondiente a una edad elevada. La curva de coeficiente del Ratio de Exclusión se aproxima mucho a la recta del coeficiente fijo del IRPF: los coeficientes teóricos son del 6'43%, 7'87% y 6'86% para hombres, mujeres y unisex respectivamente. Las curvas de DAA presentan fenómeno de inclinación negativa desde el tipo de interés inicial de la serie bajo el supuesto A, tanto para hombres como para mujeres. Para el supuesto B, la inclinación negativa aparece para el tipo de interés del 1'00% en el Método II (Retiro Programado), para el 1'50% está presente en los Métodos I y II, para

el 2'00% está presente en los tres métodos alternativos para las mujeres. La observación de este párrafo pretende ilustrar que el supuesto sobre las tablas de mortalidad tiene mucha importancia, pues con las tablas PERM/F, en esta serie C72, desde el tipo de interés inicial la aplicación del Método del IRPF frente a cualquier método alternativo resulta beneficiosa para el rentista. Sin embargo, con las tablas proyectadas con los datos del INE, el rentista sólo se beneficia de aplicar el Método del IRPF frente a los métodos alternativos conforme se aumenta el tipo de interés considerado.

8.- CONCLUSIONES (y propuestas)

Para calcular el RCM derivado de los contratos de rentas vitalicias inmediatas se han desarrollado tres métodos alternativos al sistema de coeficientes fijos del IRPF: se determinan los “coeficientesGravamen” teóricos que correspondería aplicar a cada anualidad de una renta vitalicia, inmediata, pospagable, mensual, con tipo de interés técnico anual fijo y que se adquiere a cambio de una prima única de 100.000 €.

A diferencia del Método del IRPF, los métodos alternativos se basan en criterios actuariales puesto que tienen en consideración la edad y esperanza de vida (en función de las tablas de mortalidad del supuesto adoptado A o B) del rentista a la fecha de contratación, el tipo de interés técnico y el género.

Tras exponerse los métodos alternativos, se ha procedido a analizar 35 casos de estudio bajo dos supuestos (A y B). Estos casos consisten en desarrollar cinco series de edades iniciales de contratación (49, 59, 65, 67 y 72 años), cada una de las cuales contempla el mismo vector de siete tipos de interés técnicos (1'00%, 1'25%, 1'50%, 1'75%, 2'00%, 2'50%, 3'00%). Las series de edades se corresponde con cada uno de los tramos de edades (salvo el tramo inferior) que se encuentran en el IRPF, así pues, cada edad se corresponde con un coeficiente fijo del IRPF (35%, 28%, 24%, 20%, 8%). Si bien, a lo largo del TFM la exposición se ha basado en la serie C65 para los hombres bajo el supuesto A, extendiendo los efectos encontrados al resto de los casos.

Los métodos alternativos se han bautizado como “Método I o del Préstamo Francés”, “Método II o del Retiro Programado” y “Método III o del Ratio de Exclusión”. Estos métodos no están exentos de críticas y procede tenerlas en cuenta. El Método del Préstamo Francés presenta unos coeficientesGravamen teóricos decrecientes al aumentar la edad alcanzada por el contratante hasta llegar casi al 0% y de manera abrupta, si el rentista supera la edad correspondiente a la edad de contratación más la esperanza de vida determinada en el momento de la contratación, el coeficiente de tributación se dispara al valor máximo del 100% sometiendo la totalidad de la anualidad de la renta vitalicia a gravamen. Este inconveniente se supera mediante el Método del Retiro Programado que proporciona unos coeficientesGravamen teóricos más estables y que además se disparan al valor máximo para edades mucho más avanzadas, dando un margen que en la práctica supondría que el coeficiente máximo no llegaría aplicarse. Por su parte, el Método del Ratio de Exclusión tiene la ventaja proporcionar un coeficienteGravamen teórico fijo, pero si el rentista supera la edad correspondiente a la edad de contratación más la esperanza de vida determinada en el momento de la contratación, el coeficiente teórico de la anualidad se dispara al 100% como en el Método I. Además, el Método III presenta un problema de asimetría fiscal puesto que penaliza la longevidad, pero no bonifica la mortalidad prematura.

Se ha optado por analizar con cierto detalle la serie de edad de contratación 65 años (C65) para los hombres bajo el supuesto A. Se han detectado una serie de “**efectos o fenómenos habituales**”, que aparecen en todas las series de cada una de las edades de contratación consideradas. Si bien, la edad de contratación de la renta, el género y el supuesto adoptado sobre las tablas de mortalidad (supuesto A o supuesto B) afecta al “momento” (para tipos de interés mayores o menores) en que van apareciendo los “efectos habituales”:

- El **desplazamiento e intersección de las curvas de coeficientes teóricos**. En una serie correspondiente a una edad de contratación de la renta vitalicia al aumentar el tipo de interés técnico (partiendo del 1'00%) las curvas de coeficientes teóricos desde la anualidad inicial hasta la anualidad anterior al disparo del coeficiente a su valor máximo, 100%, se desplazan hacia arriba de forma que, para los Métodos I y II cortan (por primera vez) a la curva horizontal del coeficiente fijo del IRPF en anualidades correspondientes a edades cada vez mayores. Además, para el Método II llega un momento en que la curva de coeficientes teóricos estará por encima de la recta horizontal del coeficiente fijo del IRPF. Para el Método III, y para dichas anualidades anteriores al disparo del coeficiente teórico, la curva de coeficiente teóricos se va desplazando hacia arriba de forma que llega a supera a la recta horizontal del coeficiente fijo del IRPF.
- El **“aplanamiento” y “la inclinación negativa”** de las curvas de diferencias acumuladas actualizadas (DAA) actuarialmente a fecha 01-01-2018. Se ha justificado que para comparar los casos de estudio es conveniente recurrir a las diferencias en euros actualizadas actuarialmente, que se analizan sobre todo por las diferencias acumuladas actualizadas (DAA). El “aplanamiento” e “inclinación negativa” **son dos efectos que se producen de manera secuencial** sobre la curva de diferencias acumuladas actualizadas a medida que en una serie de edad de contratación consideramos tipos de interés técnicos superiores. El **aplanamiento** es la disminución, conforme se va aumentado el tipo de interés técnico, de la pendiente positiva de la recta de regresión de las DAA en el intervalo I_1 . Conforme el aplanamiento es mayor, la curva de DAA es menos apuntada y el intervalo en que es positiva se va estrechando. Si se sigue aumentado el tipo de interés aparecerá el fenómeno de **la inclinación negativa** en la curva de DAA, que se refiere a que la pendiente de la recta de regresión en el intervalo I_1 pasará a ser negativa y la curva DAA a ser definida negativa. Conforme se sigue aumentado el tipo de interés el fenómeno de inclinación negativa se hará más intenso (el valor absoluto de la pendiente de la recta de regresión irá aumentando), con lo que la curva de DAA es cada vez más negativa e “inclinada” para tipos de interés mayores.

Interpretación de la curva de DAA. Esta curva refleja a priori la diferencia en cuantía, actualizada actuarialmente a 01-01-2018, entre la cantidad que el IRPF considerará RCM y la que considerará el método alternativo desde la anualidad inicial hasta la anualidad i -ésima considerando que se produce la supervivencia del rentista. Así pues, los puntos en los que esta curva es positiva indican que el Método del IRPF considerará como RCM una cantidad actualizada superior a la del Método Alternativo, por lo que para estas anualidades, la cantidad de RCM acumulada desde el inicio del contrato será mayor aplicando el IRPF que aplicando el método alternativo. Es decir, en los puntos en que la curva de DAA es positiva al rentista le está perjudicando la aplicación del coeficiente fijo del IRPF frente a la aplicación del Método Alternativo. Cuando la curva de DAA es negativa sucede lo contrario: desde el inicio del contrato hasta la anualidad i -ésima, la cantidad que el Método del IRPF considerará como RCM será inferior a la que considerará el método alternativo, por lo que la aplicación del IRPF beneficiará al rentista. Durante la anualidad en la que tiene lugar la intersección de la curva de DAA con el eje de abscisas, el IRPF y el método alternativo habrán considerado como RCM (desde el inicio del contrato) la misma cantidad (actualizada).

Se pueden extraer las siguientes **conclusiones genéricas** al analizar los “fenómenos habituales” desde distintos puntos de vista:

- **Desde el punto de vista del método alternativo** que se confronta con el IRPF. Los fenómenos habituales aparecen antes, es decir para tipos de interés menores, en el Método del Retiro Programado (Método II). Le sigue el Método del Préstamo Francés (Método I), y a éste el Método del Ratio de Exclusión.

- **Desde el punto de vista del género (hombre, mujer, unisex).** Las esperanzas de vida son mayores para las mujeres, lo cual implica que los coeficientes Gravamen teóricos para las mujeres serán mayores. A su vez, mayores coeficientes teóricos provocan que los “fenómenos habituales” aparezcan antes (desplazamiento e intersección en las curvas de coeficientes y aplanamiento e inclinación negativa en las curvas de DAA). Esto significa que los hombres al aplicar el Método del IRPF en lugar de un método de los alternativos resultan más perjudicados (en caso de fenómeno de aplanamiento) o menos beneficiados (en caso de fenómeno de inclinación negativa) que las mujeres, desde la anualidad inicial hasta la correspondiente a una edad algo posterior a la edad esperada de fallecimiento de los hombres.
- **Desde el punto de vista de la edad de contratación** o serie de edad de contratación. Para los Métodos del Préstamo Francés y del Retiro Programado, contratar a edades superiores (si el tipo de interés se mantiene constante) desde el caso C49 hasta el C65, provoca que utilizar el Método del IRPF frente a uno de los Métodos I o II sea más perjudicial (con pendiente positiva, aplanamiento) o menos beneficioso (pendiente negativa, inclinación negativa) desde la anualidad inicial hasta unas anualidades después de superar la edad esperada de fallecimiento del caso de mayor edad de contratación de entro los dos casos que se estén comparando. Al comparar los casos C65 al C72 (manteniendo el tipo de interés) las curvas de DAA de los casos de edad mayor de contratación se sitúan por debajo de las de menor edad, por lo que al utiliza el Método del IRPF frente al método alternativo se perjudicará menos (pendiente positiva, aplanamiento) y/o se beneficiará más (pendiente negativa, inclinación negativa) al rentista que contrata con mayor edad.

Para el Método III, la contratación a edades mayores (si el tipo de interés se mantiene constante) hace que el utilizar el Método del IRPF frente al Método de Ratio de Exclusión sea menos perjudicial (pendiente positiva) o más beneficioso (pendiente negativa y curva de DAA negativa en todos los puntos). Estas conclusiones concuerdan con el hecho de que en el mercado las rentas vitalicias se contratan sobre todo a partir de los 65 años.

- **Desde el punto de vista de las tablas de mortalidad** consideradas (supuesto A o B) **para calcular las esperanzas de vida.** Las esperanzas de vida bajo el supuesto B serán menores. Así, menores esperanzas de vidas implicarán coeficientes Gravamen teóricos más bajos, y en general, coeficientes más bajos suponen que los “efectos o fenómenos habituales” tardan más en aparecer.

De acuerdo con todo lo que se acaba de exponer, se considera conveniente y se propone el cambio de los actuales coeficientes del IRPF puesto que su efecto en comparación con los métodos alternativos es arbitrario. Para tipos de interés técnicos iniciales y para las series de edades más bajas perjudica al rentista. Conforme aumentan los tipos el uso del Método del IRPF frente al método alternativo va disminuyendo el perjuicio llegando a ser un método más beneficioso que los alternativos. El Método del IRPF se convierte en beneficioso antes para series de mayor edad inicial. Este efecto tarda más en producirse bajo el supuesto B que bajo el supuesto A.

Un instrumento tan importante como pueden llegar a ser las rentas vitalicias para complementar de por vida los ingresos de un contribuyente, debería ser acreedor de una legislación impositiva que introdujera elementos de justicia actuarial en su gravamen. Dentro de estos elementos devienen **esenciales la esperanza de vida del rentista, el tipo de interés y el género para diseñar un nuevo sistema de cálculo de los coeficientes. A tal efecto, este documento proporciona el diseño de tres métodos para el cálculo de tales coeficientes.**

Por último, la metodología desarrollada en este trabajo podría tener continuación para analizar la tributación aplicada en España en el caso de las rentas vitalicias diferidas, las rentas vitalicias conjuntas , [Ref. 20], o incluso las rentas vitalicias de dependencia conocidas como Life Care Annuities , [Ref. 21] y [Ref. 22].

9.- REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- [Ref. 1] Real Decreto de 24 de julio de 1889 por el que se publica el Código Civil (Ref. BOE-A-1889-4763)
- [Ref. 2] Ley 18/1991, de 6 de junio, del Impuesto sobre la Renta de las Personas Física. (Ref. BOE-A-1991-14391)
- [Ref. 3] Texto Refundido de la Ley del IRPF de la Ley 40/1998, de 9 de diciembre, del Impuesto sobre la Renta de las Persona Física y otra Normas Tributarias (Ref. BOE-A-1998-28472)
- [Ref. 4] Ley 46/2002, de 18 de diciembre, de reforma parcial del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas y por la que se modifican las Leyes de los Impuestos sobre Sociedades y sobre la Renta de no Residente (Ref. BOE-A-2002-24711)
- [Ref. 5] Real Decreto Legislativo 3/2004, de 5 de marzo, por el que se aprueba el texto refundido de la Ley del Impuesto sobre la Renta de la Personal Físicas (Ref. BOE-A-2004-4347)
- [Ref. 6] Ley 35/2006, de 28 de noviembre, del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas y de modificación parcial de las leyes de los Impuestos sobre Sociedades, sobre la Renta de no Residentes y sobre el Patrimonio (Ref. BOE-A-2006-20764)
- [Ref. 7] Ley 26/2014 de 27 de noviembre por la que se modifican la Ley 35/2006, de 28 de noviembre, del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas, el texto refundido de la Ley del Impuesto sobre la Renta de no Residentes, aprobado por el Real Decreto Legislativo 5/2004, de 5 de marzo, y otras normas tributarias. (Ref. BOE-A-2014-12327)
- [Ref. 8] Manual Práctico Renta 2007. Agencia Tributaria (Ministerio de Economía Hacienda). http://www.agenciatributaria.es/static_files/AEAT/Contenidos_Comunes/La_Agencia_Tributaria/Informacion_institucional/Campanias/Campania_Renta_2007/Informacion/FolletosPDF/manualRenta2007_va_es.pdf
- [Ref. 9] Manual práctico renta y Patrimonio 2014, Agencia Tributaria (Ministerio de Hacienda y Función Pública). https://www.agenciatributaria.es/.../Renta/2014/Manual_Renta_2014_es_es.pdf
- [Ref. 10] Memento Práctico Fiscal (1998). Madrid: Ediciones Francis y Taylor.
- [Ref. 11] Resolución de 3 de octubre de 2000 de la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones por la que se da cumplimiento a lo previsto en el número 5 de la disposición transitoria segunda del Reglamento de Ordenación y supervisión de los seguros privados, aprobado por Real Decreto 2486/1998, de 20 de noviembre, en relación con las tablas de mortalidad y supervivencia a utilizar por las entidades aseguradoras. <http://www.boe.es/boe/dias/2000/10/11/pdfs/A34882-34895.pdf>
- [Ref. 12] Debón, A., Montes, F. y Sala, R. (2009). Tablas dinámicas de mortalidad: Una aplicación a la hipoteca inversa en España. Valencia: Publicaciones de la Universitat de València.
- [Ref. 13] Meneu, V., Jordá, M.P. y Barreira, M.T. (1994). Operaciones financieras en el mercado español. (1ª Ed.) (pp. 48-50 y 61-67). Barcelona.
- [Ref. 14] Doble, J. (2013). Tax Treatment of income from an annuity: Factors to consider when selecting a product to support a retirement Income Plan. <https://www.cannex.com/wp-content/uploads/2016/09/Tax-Treatment-of-Income-Dec-2013.pdf>
- [Ref. 15] Transformación de Patrimonio en Renta Vitalicia Asegurada. UNESPA. http://unespa-web.s3.amazonaws.com/main-files/uploads/2017/06/08-Ventaj-fiscales-seg-de-renta-vitalicia_V4.pdf

- [Ref. 16] Lazén, V. y Clarke, A. Modalidades de Pensión: Trayectoria histórica y perspectivas. Asociación de Aseguradores de Chile A.G. https://aach.cl/Contenido/RRVV/AACH_RV_ESP2.pdf
- [Ref. 17] R Core Team (2017). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <https://www.R-project.org/>
- [Ref. 18] Hyndman, R. J. & Shahid Ullah, Md. (2005). Robust forecasting of mortality and fertility rates: a functional data approach. <https://robjhyndman.com/papers/isi2005.pdf>
- [Ref. 19] www.ine.es . <http://www.ine.es/jaxiT3/Tabla.htm?t=27153> y <http://www.ine.es/jaxiT3/Tabla.htm?t=10256>
- [Ref. 20] Pla-Porcel, J., M. Ventura-Marco and C. Vidal-Meliá, (2017), “Converting retirement benefit into a life care annuity with graded benefits”, *Scandinavian Actuarial Journal*, 2017(10), 829-853.
- [Ref. 21] Pla-Porcel, J., M. Ventura-Marco and C. Vidal-Meliá, (2016), “Life Care Annuities (LCA) Embedded in a Notional Defined Contribution (NDC) Framework”, *ASTIN Bulletin*, 46 (02) 331-363.
- [Ref. 22] Vidal-Meliá, C. and A. Lejárraga-García, (2006), “Demand for life annuities from married couples with a bequest motive” *Journal of Pensions Economics and Finance*, 5 (2), 197-229.

APÉNDICE I. MÉTODOS DE CÁLCULO DE LOS “coeficientesGravamen”: FÓRMULAS Y SÍMBOLOS

El presente anexo profundiza en la metodología empleada en cada método alternativo para calcular los “coeficientesGravamen”, detallando y explicando la fórmulas y símbolos utilizados.

CONSIDERACIONES GENERALES

Se contemplan dos supuestos:

- **El supuesto A:** tanto para el cálculo de la renta vitalicia como para el cálculo de las esperanzas de vida se utilizan las tablas de mortalidad PERM/F del año 2018 y tabla Unisex a partir de las anteriores.
- **El supuesto B:** para el cálculo de la renta vitalicia se utilizan las tablas PERM/F del año 2018 al igual que en supuesto A, pero para el cálculo de las esperanzas de vida se utilizan unas tablas de mortalidad estimadas a partir de datos procedentes del INE.

Se elige el año 2018 para la realización de los cálculos, es decir se utilizan las tablas del año 2018⁷. Se considera que la renta vitalicia se contrata de manera inmediata al principio del año, en el cual el individuo tiene la edad x años recién cumplidos. Se parte de una renta inmediata vitalicia pospagable fraccionaria mensual a la edad x años que se adquiere a cambio de una prima única de 100.000 €. El tipo de interés técnico anual es fijo hasta la extinción de la renta y se expresa como $i\%$. y la prima única $\pi_x = C_0$ unidades monetarias, Siendo C_1 la cuantía anual de la renta actuarial vitalicia mensual pospagable y C_{12} la cuantía mensual de la renta actuarial. Esto es, el valor de la cuantía mensual de la renta actuarial se calcula según la fórmula [a-1].

⁷ Se indicará expresamente cuando se utilicen proyecciones de las tablas para años sucesivos. Como se verá posteriormente en el Método del Retiro Programado se utilizarán las tablas de años sucesivos, es decir la esperanza de vida en este método se calcula inicialmente para la edad x con la tabla de mortalidad del año 2018, para la anualidad siguiente se calculará la esperanza de vida para la edad $x + 1$ utilizando la tabla de 2019 y así sucesivamente.

$$C_{12} = \frac{C_1}{12} = \frac{\frac{C_o}{a_x^{(12)}}}{12} = \frac{C_o}{12 \cdot a_x^{(12)}} \quad [a-1]$$

Se acuña la expresión “*coeficientesGravamen*” para hacer referencia al porcentaje de la de la cuantía de la renta vitalicia cobrada durante cada anualidad que debe considerarse como rendimiento del capital mobiliario (RCM) y que por lo tanto debe someterse a gravamen impositivo. Estos coeficientes se representan mediante la letra griega α . En función del método de cálculo estos coeficientes serán fijos o variables en cada anualidad. En general, se representarán los coeficienteGravamen por:

$$\alpha_x^i$$

donde el superíndice i hace referencia a la anualidad i -ésima (no confundir el superíndice o subíndice i con el tipo de interés técnico, en general cuando i actúa como subíndice o superíndice hace referencia a la anualidad i -ésima). El subíndice “ x ” en ocasiones se sustituirá por el subíndice “ y ” o el subíndice “ z ” para significar que se está haciendo referencia a la edad de “hombres”, “mujeres” o “unisex”. Por *anualidad* debe entenderse cada año completo a partir del inicio del contrato de renta vitalicia -se recuerda que se ha supuesto que el contrato de renta vitalicia se inicia a principio de año-. Se precisa que en cada anualidad i -ésima el individuo tendrá la edad $x + (i - 1)$ años.

Se supone que las obligaciones tributarias a la imposición personal son las devengadas durante el ejercicio natural -como sucede en IRPF-, por lo que los RCM que someterán a tributación serán los devengados en el año natural. Por lo tanto, se someterá a gravamen la parte de cada anualidad de la renta actuarial vitalicia que se considere RCM, es decir el producto de la correspondiente cuantía anual derivada de la renta vitalicia por el coeficienteGravamen. Esto es:

$$C_1 \cdot \alpha_x^i = 12 \cdot C_{12} \cdot \alpha_x^i \quad [a-2]$$

Se consideran cuatro métodos de cálculo:

1. Método del IRPF
2. *Método I o del Préstamo Francés*
3. *Método II o del Retiro Programado*
4. *Método III o del Ratio de Exclusión*

Los métodos I, II y III utilizan números romanos para expresar que son los tres métodos que se proponen como alternativos al uso del Método del IRPF. Estos métodos alternativos contemplan la esperanza de vida y el género del rentista, así como el tipo de interés al que se contrata la renta vitalicia.

A.1.-MÉTODO DEL IRPF PARA EL CÁLCULO DE LOS “coeficientesGravamen”

El método del IRPF es el método que se cuestiona y el que sirve de base para comparar los restantes métodos alternativos con fundamento actuarial. El método del IRPF considera como RCM anual el producto de un porcentaje fijo por la anualidad de la renta desde la formalización del contrato hasta su extinción por fallecimiento del rentista (tomador=asegurado=beneficiario). Este porcentaje depende de la edad del rentista en el único momento de la contratación de la renta vitalicia, permaneciendo constante y sin variación. Los porcentajes en función de la edad vienen dados en la Ley del IRPF. En este método, el RCM derivado del contrato de renta vitalicia de cada año permanece constante y para su cálculo se utiliza la ecuación [a-2] con un coeficienteGravamen constante, sin variación en cada anualidad e independiente del sexo del rentista.

A.2.- MÉTODO I O DEL PRÉSTAMO FRANCÉS

Es el primer método que se propone como alternativo al Método del IRPF. Asimila la renta vitalicia a un préstamo francés. Consideraciones:

- Se equipara el nominal del préstamo a la prima única del seguro de renta vitalicia para una persona que la contrata a la edad x años. Se tratará como una operación financiera cierta y predeterminada, de crédito unilateral en la que el individuo de edad x años inicia el contrato de préstamo y se mantiene durante la duración del mismo como parte acreedora frente a la aseguradora que lo hará como parte deudora o prestataria. Es decir, que el capital del préstamo, el tipo de interés y la duración se considerarán conocidos. Se enfatiza en que **el elemento de cálculo actuarial** que se introduce en este método es **la esperanza de vida (completa) a la edad x años al contratar la renta vitalicia**. Esta esperanza de vida se hará coincidir con la teórica duración de un préstamo francés, es decir, $n = e'_x$.
Se supone que coinciden π_x , la prima única de un seguro de renta vitalicia, inmediata, pospagable, contratado a la edad x años y C_0 el capital o nominal del préstamo francés que el individuo de edad x años presta a la entidad aseguradora.
- Préstamo con términos amortizativos mensuales y rédito (efectivo) mensual constante. Se considerará la renta vitalicia constante, fraccionaria mensual y pospagable.
- Cálculo del término amortizativo constante mensual del préstamo francés

$$a = \frac{C_0}{a_{n\overline{i}(12)}} \quad [a-3]$$

El término amortizativo “ a ” es igual al cociente entre el nominal del préstamo y **una renta financiera con una duración igual a la esperanza de vida completa** a la edad de contratación de la renta vitalicia y rédito (efectivo) mensual igual al derivado del correspondiente interés técnico (efectivo) anual, “ $i\%$ ”, utilizado para el cálculo de la renta vitalicia actuarial.

- Se asimila el interés del préstamo al interés técnico (efectivo) anual del seguro de renta vitalicia. Si bien, el préstamo francés utilizará el rédito (efectivo) mensual $i^{(12)}$ de forma que pueda construirse el correspondiente cuadro de amortización mensual del préstamo.
- En este método se consideran como “**coeficientes Gravamen teóricos**” de cada año el porcentaje que los intereses anuales representan sobre los términos amortizativos de dicha anualidad, entiendo por tal anualidad la suma de los doce términos amortizativos del préstamo francés de dicho año natural. Es decir, el tanto por ciento que representa la suma de las cuotas de interés del año sobre la suma de los términos amortizativos del mismo año. Este proceder se realiza con la intención de clarificar qué parte se debe considerar como RCM en cada ejercicio fiscal.

$$\alpha_x^i = \frac{\sum_{h=[(i-1)\cdot 12]+1}^{i\cdot 12} I_h}{a \cdot 12} \cdot \beta_x \quad [a-4]$$

con $i = 1, 2, \dots, e'_x$ y sujeto a que $i \cdot 12 \leq n$

midiendo para esta fórmula e'_x en años enteros redondeados por exceso. Se considera como límite para el índice superior del sumatorio el valor n , es decir, con la restricción $i \cdot 12 \leq n$, es decir, el sumatorio no puede “correr” más allá de la duración en meses del préstamo francés.

Esta fórmula implica calcular un **coeficiente Gravamen teórico** diferente para cada uno de los años de la duración del contrato de renta vitalicia, desde el momento de la edad x hasta la edad $x + (e'_x - 1)$, que se representarán por $\alpha_x^1, \alpha_x^2, \alpha_x^3, \dots, \alpha_x^{e'_x}$. La edad del

rentista durante cada anualidad es $x + (i - 1)$. Ver matización en las observaciones siguientes.

En la fórmula se ha introducido un coeficiente llamado β_x con la finalidad de corregir el error que se comete al equiparar la cuantía del término amortizativo mensual del préstamo francés con la cuantía de la renta mensual vitalicia.

Teniendo en cuenta las observaciones siguientes se llega a las ecuaciones [a-4.1], [a-4.2] y [a-4.3] para los coeficientes Gravamen del Método I.

$$\alpha_x^i = \frac{\sum_{h=[(i-1)\cdot 12]+1}^{i\cdot 12} I_h \cdot \widetilde{C}_{12}}{12 \cdot a} \cdot \frac{\beta_x}{a} \quad [a-4.1]$$

$$\text{con } i = 1, 2, \dots, e'_x - 1$$

Observaciones:

- El coeficiente beta permanece constante en este método
- Se adopta la hipótesis de que a partir del mes siguiente al mes n (mes de vencimiento del préstamo) todo lo que se recibe del contrato de renta vitalicia es RCM sujeto a gravamen. Es decir que los coeficientes $\alpha_x^{e'_x+1}$ y posteriores serán del 100%. Este supuesto indica que una vez finalizado el préstamo francés, toda la cantidad percibida durante el siguiente año de la renta vitalicia es RCM, considerando e'_x en años redondeado por exceso. Será habitual que la última anualidad del préstamo francés no incluya un año natural completo, sino una fracción del mismo expresada en meses enteros con lo cual el coeficiente de la última anualidad deberá expresarse así

$$\alpha_x^{e'_x} = \frac{\sum_{h=[(e'_x-1)\cdot 12]+1}^{n-(e'_x-1)\cdot 12} I_h \cdot \widetilde{C}_{12}}{a \cdot (n - (e'_x - 1) \cdot 12)} \cdot \frac{\beta_x}{a} \quad [a-4.2]$$

donde el tope del sumatorio, es decir la expresión $n - (e'_x - 1) \cdot 12$ indica el número de meses correspondientes a la última anualidad del préstamo francés en los que hay devengo de término amortizativo.

Por ejemplo, para un varón que contrata la renta vitalicia a la edad de 65 años, aplicando las tablas PERM, la duración máxima en meses sería de $n=254$, ello quiere decir que podría haber 12 términos amortizativos mensuales durante 21 años y que en el año 22, solo 2 términos amortizativos mensuales, con el último de ellos se daría por amortizado terminado el préstamo.

Hay que realizar la observación de que para para el caso de una última anualidad, como la del ejemplo, en la que los términos amortizativos sólo se producen durante una fracción de año, es decir menos de 12 meses, habrá estrictamente dos coeficientes α en dicho año, uno correspondiente a la anterior fórmula [4.2], es decir $\alpha_x^{e'_x}$, y otro a partir del mes $n+1$ que será del 100% puesto que el préstamo se considerará amortizado y por hipótesis todo el importe derivado de la renta vitalicia se considerará RCM gravado al 100%⁸.

Así pues, para las anualidades siguientes, se tendrá que

$$\alpha_x^i = 100\% \quad [a-4.3]$$

⁸ En los gráficos realizados en este trabajo se representa sólo el primero de los coeficientes correspondientes a la última anualidad. No obstante, cuando se realiza la representación gráfica de las diferencias actualizadas entre el método del IRPF y el método alternativo sí que se tiene en cuenta que a unos meses de la última anualidad les corresponde un coeficiente Gravamen teórico y al resto el coeficiente máximo 100% por haber finalizado el préstamo o haber superado la esperanza de vida (Método III).

para $i = e'_x + 1, e'_x + 2, \dots$

Una vez obtenidos los coeficientes Gravamen teóricos que proporciona este método, α_x^i , procede compararlos con los coeficiente Gravamen del IRPF, la forma de hacerlo es mediante las diferencias entre el coeficiente fijo del IRPF y cada uno de los coeficientes de cada año α_x^i , así obtenemos la diferencia expresada en términos relativos (porcentaje).

$$\text{Diferencia } i\text{-ésima (en\%)} = \alpha - \alpha_x^i \quad [\text{a-5}]$$

donde α es el coeficiente Gravamen del IRPF, el cual permanece constante una vez contratada la renta vitalicia.

Cuando esta diferencia tiene signo positivo indica que el coeficiente teórico de la anualidad i -ésima es inferior al coeficiente del IRPF y que por lo tanto aplicando el Método del Préstamo Francés (Método I) la cantidad sujeta a gravamen como RCM debería ser inferior a la del IRPF, o lo que es lo mismo, cuando esta diferencia es positiva el método del IRPF perjudica al rentista frente al método del Préstamo Francés. El signo negativo indica el caso opuesto, es decir el método del IRPF sujeta a gravamen una cantidad inferior para la anualidad i -ésima. Hay que destacar que los coeficientes Gravamen del Método Francés varían con cada anualidad, por lo tanto, también lo harán las diferencias.

Las diferencias se deben expresar en unidades monetarias por año, básicamente multiplicando el importe de la renta vitalicia actuarial mensual por 12 y por la diferencia en tanto por uno.

$$\text{Diferencia } i\text{-ésima (en u. m.)} = (\alpha - \alpha_x^i) \cdot C_{12} \cdot 12 \quad [\text{a-6.1}]$$

para $i = 1, 2, \dots, e'_x - 1$

$$\begin{aligned} \text{Diferencia}_{e'_x}(\text{en u. m.}) &= C_{12} \quad [\text{a-6.2}]^9 \\ &\cdot [(\alpha - \alpha_x^{e'_x}) \cdot (n - (e'_x - 1) \cdot 12) + (\alpha - 1) \\ &\cdot (12 - (n - (e'_x - 1) \cdot 12))] \end{aligned}$$

para $i = e'_x$

⁹ Para la anualidad e'_x , la última del préstamo francés, se debe introducir un pequeño ajuste, ya que, como en el ejemplo comentado, no coincidirá con un año natural completo el tiempo durante el cual se produce devengo de términos amortizativo del préstamo francés: la parte en la que hay devengo de términos amortizativos se gravará al coeficiente Gravamen teórico $\alpha_x^{e'_x}$ y a partir del mes $n+1$ -siguiente al del vencimiento del préstamo- se gravará al coeficiente teórico del 100%. Por lo tanto, la diferencia en unidades monetarias para la anualidad e'_x viene dada por [6.2]:

Para aclarar la expresión [6.2] se retoma el ejemplo anterior, de un individuo de 65 años (varón) en el momento de contratación de la renta, la cual asciende a una cuantía mensual fija de $C_{12} = 459.17$ u.m. Para este caso, la duración del préstamo francés, que se hace coincidir con la esperanza de vida a la edad 65 años expresada en meses enteros, toma el valor $n=254$ meses (enteros). La esperanza de vida en años es 21'175 años, que si se expresa en años enteros por exceso se obtiene 22 años. Esto quiere decir que la última anualidad es la que se acompaña del superíndice $e'_x = 22$ años, y que dentro de esta anualidad 22, hay $n - (e'_x - 1) \cdot 12 = 254 - (21) \cdot 12 = 254 - 252 = 2$ meses durante los cuales se produce devengo de cuota de amortización del préstamo francés, por lo que procedería gravar la cuantía mensual de la renta vitalicia al coeficiente Gravamen $\alpha_x^{e'_x}$. Para el resto de los meses de este año, es decir, $(12 - (n - (e'_x - 1) \cdot 12)) = 12 - 2 = 10$ meses el préstamo francés estará cancelado y por lo tanto todo lo que se perciba de la renta vitalicia deberá ser gravado al coeficiente Gravamen teórico del 100%. Dado que el coeficiente Gravamen del IRPF toma el valor 24%, es decir $\alpha = 24\%$, y el coeficiente Gravamente teórico según el Método del Préstamo francés es $\alpha_x^{e'_x} = 0.1591\%$, la diferencia en u.m. para la anualidad e'_x -ésima será:

$$\begin{aligned} \text{Diferencia}_{e'_x}(\text{en u. m.}) &= C_{12} \cdot [(\alpha - \alpha_x^{e'_x}) \cdot (n - (e'_x - 1) \cdot 12) + (\alpha - 1) \cdot (12 - (n - (e'_x - 1) \cdot 12))] \\ &= 459.17 \cdot [(0.24 - 0.001591) \cdot (254 - (22 - 1) \cdot 12) + (0.24 - 1) \cdot (12 - (254 - (22 - 1) \cdot 12))] \\ &= 459.17 \cdot [(0.24 - 0.001591) \cdot 2 + (0.24 - 1) \cdot 10] = -3270'73 \text{ u. m.} \end{aligned}$$

$$\text{Diferencia}_{i\text{-ésima}} (\text{en u. m.}) = (\alpha - 1) \cdot C_{12} \cdot 12 \quad [\text{a-6.3}]$$

$$i = e'_x + 1, \quad e'_x + 2, \dots$$

Las diferencias así obtenidas están expresadas en unidades monetarias corrientes de cada año. Para poder compararlas se valoran financiero-actuarialmente, y a priori, en un mismo momento aplicando a cada diferencia en euros el correspondiente factor de descuento financiero-actuarial, ${}_iE_x$, a la edad de contratación de la renta y para un periodo de “i” años. **El punto de valoración elegido es el 01-01-2018** y se supone que los impuestos se devengan y pagan transcurrido el año natural, con lo cual a la diferencia anual del año 2018 hay multiplicarla por ${}_1E_x$ para llevarla al punto temporal de valoración a priori elegido. La diferencia anual del año 2019 habrá de multiplicarse por ${}_2E_x$, y así sucesivamente para cada diferencia i-ésima.

A.3.- MÉTODO II O DEL RETIRO PROGRAMADO

El retiro programado es una modalidad de cobro de la pensión que se da en determinados países de América Latina. Consiste en el cobro del saldo acumulado en la llamada “*cuenta de capitalización individual*” (CCI) del pensionista de manera que cada año se recalcula la pensión anual que cobrará el pensionista dependiendo principalmente de su esperanza de vida en dicho año, del tipo de interés que devengue el saldo no reembolsado (rescatado) de su cuenta de capitalización individual y de la tasa de descuento aplicable. El lector se puede hacer una idea sobre el sistema del Retiro Programado que se emplea en Chile consultando [Ref. 16].

Se utiliza la sistemática del retiro programado para reflejar la incidencia en la fiscalidad de una adaptación de este sistema para el cálculo de los coeficientes Gravamen teóricos de las rentas vitalicias inmediatas.

La principal idea es la del **recálculo** del importe de la anualidad que recibirá el pensionista, en este caso el rentista, en cada ejercicio. Esta idea se emplea para construir un préstamo, cuyo nominal, al igual que en el Método I, se asimila a la prima única π_x que entrega el rentista a la aseguradora para constituir la renta vitalicia, pero que en este método considera indexado en el sentido de que se recalcula el término amortizativo para cada anualidad dependiendo de su esperanza de vida al inicio de cada año y del capital vivo.

El retiro programado calcula la pensión anual según la siguiente fórmula,

$$\text{Pensión Anual} = \frac{\text{Saldo en la CCI}}{\ddot{a}_x^{(12)}} \quad [\text{a-7}]$$

es decir, el cociente entre el saldo de la cuenta de capitalización individual y el valor de una renta actuarial vitalicia mensual prepagable. Para llegar a una fórmula que utilice una notación acorde a la que se viene utilizando en este TFM se recurre a las analogía entre el saldo en la CCI con C_0^i , siendo C_0^i el capital vivo del préstamo al inicio de cada anualidad i-ésima. Así C_0^1 será el capital inicial del préstamo que coincide con el importe de la prima única que el rentista entrega a la compañía aseguradora para constituir una renta vitalicia, es decir que $C_0^1 = \pi_x$. Por otro lado, en lugar de considerar rentas prepagables como realiza la fórmula anterior [a-7], se consideran rentas pospagables. Así pues, el rentista constituye una renta vitalicia mensual pospagable mediante la entrega de una prima única, C_0^1 , que le reportarán unos ingresos mensuales fijos que en términos anuales ascenderán a C_1 , y que en términos mensuales será de cuantía C_{12} .

Con estas consideraciones, la fórmula [a-7] se adapta para llegar a la expresión [a-1]: El rentista constituye una renta vitalicia mensual pospagable mediante la entrega de una prima

única, C_0^1 , que le reportará unos pagos mensuales fijos que en términos anuales ascenderán a C_1 , y que en términos mensuales será de cuantía C_{12} ,

$$C_1 = \frac{C_0^1}{a_x^{(12)}} \quad [a-1]$$

teniendo en cuenta que $C_0^1 = C_0 = \pi_x$, sólo que ahora se representa el nominal del préstamo mediante C_0^1 utilizando el superíndice 1. Se hace así porque la cantidad pendiente de amortizar el inicio de cada anualidad es fundamental en este método y se representará mediante C_0^i , indicando el subíndice cero que se trata del capital que se tiene en cuenta para el recalcu- lo del término amortizativo mensual para cada anualidad i -ésima.

Hay que tener en cuenta que en un sistema de retiro programado el capital disponible en la cuenta individual del asegurado irá reduciéndose anualmente por el importe de la parte de cuantía que se considere reembolso de participaciones (terminología análoga fondos de inversión). Si se considera que el tipo de interés técnico permanece constante y que es el mismo, tanto para calcular las rentas actuariales como los rendimientos de los fondos acumulado en la cuenta de capitalización, se puede asemejar la operación de seguro a la de un préstamo, en el que al igual que en el Método I anterior, el prestamista es el rentista (=tomador=asegurado=beneficiario) y la parte prestataria la entidad aseguradora, si bien ahora, con la finalidad asemejar un préstamo a la dinámica del Retiro Programado se tiene en cuenta que:

- La obtención de los coeficientes Gravamen teóricos se basa en la idea de un préstamo *indexado*, en el sentido de que en cada año se recalcula el término amortizativo del préstamo, el cual seguirá un sistema de amortización francés con términos amortizativos constantes durante doce meses, coincidentes con el año natural. Al principio de cada **año se recalculan** los términos teniendo en cuenta la esperanza de vida del rentista al principio de dicho año, así como el capital pendiente del préstamo: al inicio de cada anualidad se replantea el préstamo con un principal que se hace coincidir con el capital pendiente de la mensualidad anterior y la duración con la esperanza de vida del rentista al inicio de esta anualidad (de ahí la necesidad de proyectar las esperanzas de vida). Esto permite calcular el cuadro de amortización de las siguientes doce mensualidades. Este proceso se va repitiendo hasta conseguir la completa amortización del nominal inicial del préstamo, con ello se puede construir el cuadro de amortización completo de este préstamo *indexado*.
- El capital vivo del préstamo, magnitud análoga al saldo de la cuenta de capitalización individual, se tiene en cuenta cada año para obtener la cantidad que se pagará cada año al prestamista (tomador=asegurado=beneficiario=rentista) en forma de término amortizativo, siendo la expresión general para cada anualidad i -ésima:

$$a_i \cdot a_{n_i}^{(12)} = C_0^i \quad [a-8]$$

Se resalta que la expresión anterior **tiene en cuenta la esperanza de vida del individuo en la fórmula de la renta financiera**, ya que su duración n_i es la esperanza de vida completa, en meses completos, del rentista a la edad $x + (i - 1)$. El valor de la esperanza de vida se recalcula cada año mediante la proyección de las tablas de mortalidad del año (para el supuesto A las PERM/F y para el supuesto B las proyectadas con los datos del INE), es decir, si para un individuo que contrata la renta vitalicia a la edad de $x=65$ años se utiliza la tabla de mortalidad del año 2018, para calcular la esperanza de vida para el año siguiente se utilizará la tabla de mortalidad del año 2019 y para la edad del individuo 66 años.

Para cada año se irá obteniendo el término amortizativo a_i depejándolo de la ecuación [a-8]. Se aprecia por tanto la diferencia con respecto al Método I, en el cual el término

amortizativo del préstamo permanecía constante, lo cual ahora no sucede. Se desarrollará el cuadro de amortización de las primeras doce mensualidades de un préstamo francés. Una vez alcanzada la mensualidad 12, se repetirá de nuevo el proceso considerando como nuevo nominal inicial del préstamo el capital pendiente de amortizar del préstamo correspondiente a la mensualidad inmediatamente anterior. Con esto, se desarrolla el cuadro de amortización de las siguientes 12 mensualidades

Para la primera anualidad, es decir para el inicio de la operación el subíndice i correspondiente a la primera anualidad del contrato tomaría el valor $i = 1$

$$a_1 \cdot a_{n_1 \uparrow i(12)} = C_0^1$$

Se insiste en que n_1 es la esperanza de vida -en meses enteros completos- para un individuo de edad x años que contrata la renta vitalicia a principios de año. De la fórmula anterior se obtendría el término amortizativo para la primera anualidad (12 mensualidades), a_1 . Desarrollando el cuadro de amortización por el sistema del préstamo francés para estas doce mensualidades se obtendría el capital pendiente de amortizar al final de esto doce meses, el cual se representa por C_0^2 y que será el capital inicial para una operación de préstamo que comienza en el año $i = 2$, así se plantea la ecuación siguiente

$$a_2 \cdot a_{n_2 \uparrow i(12)} = C_0^2$$

ahora n_2 es la esperanza de vida -en meses enteros o completos redondeados por defecto- para un individuo de edad $x + 1$ años calculada mediante la tabla de mortalidad del año siguiente al de la contratación de la renta vitalicia. Esta ecuación precedente permitirá obtener el término amortizativo de la segunda anualidad, es decir para doce meses más que en el cómputo global de meses se corresponden con los meses del 13 al 24.

El proceso se va repitiendo hasta conseguir la completa amortización de préstamo y obtener el cuadro de amortización completo.

- Coeficientes de ajuste. Procede, al igual que en el método anterior, calcular los coeficientes debidos a la diferencia entre el término amortizativo y la cuantía mensual de la renta vitalicia. Estos coeficientes servirán al igual que en el Método I, para ajustar los rendimientos que se consideran sujetos a gravamen. La justificación de este ajuste es la misma que en el método anterior.
- Los coeficientes Gravamen teóricos. Se obtienen de forma similar a la del Método I, pero ahora se tendrán unos coeficientes de ajuste β_x^i diferentes para cada anualidad i -ésima.

$$\alpha_x^i = \frac{\sum_{h=[(i-1) \cdot 12] + 1}^{i \cdot 12} I_h}{12 \cdot a_i} \cdot \frac{\beta_x^i}{\widetilde{C}_{12}^i} \quad [a-9]$$

Estos coeficientes Gravamen teóricos de cada año serán los que se comparen con el coeficiente de IRPF a la edad inicial de contratación. Es decir, los coeficientes Gravamen teóricos variarán cada año, pero el coeficiente del IRPF permanecerá constante. En el cálculo de estos coeficientes Gravamen teóricos se imponen restricciones para impedir que tomen valores superiores al 100%, ya que no tendría sentido someter a gravamen un importe superior a la cuantía total percibida de la renta vitalicia durante la anualidad. Por ejemplo, para el caso del varón (supuesto A) que contrata la renta vitalicia con la edad de 65 años cumplidos (mismo ejemplo que en el método anterior), el coeficiente Gravamen teórico α_x^{39} , si no se impone ninguna restricción, ascendería al 107.51 %, lo cual carece de sentido, por lo que en este caso se limita al valor máximo del 100%. En este ejemplo, los coeficientes Gravamen teóricos a partir del α_x^{39} , incluido, se ven limitados por la restricción, tomando por lo tanto el valor 100%. En este método, en general se produce un alargamiento de la duración del préstamo teórico respecto al Método I debido al recálculo anual del término

amortizativo considerando la esperanza de vida de rentistas al inicio de cada edad sucesiva, de forma que, siguiendo con el ejemplo, para una duración del préstamo francés bajo el Método I de 254 meses, se pasa en el Método II a una duración máxima de 532 meses, es decir la duración del préstamo podría ser de hasta 278 meses adicionales. No obstante, hay que precisar que el coeficiente Gravamen teórico bajo el Método II, debido a la restricción de no poder superar el valor del 100%, alcanza dicho valor del 100% antes de la duración final -en el ejemplo la duración final es 532 meses-, de forma que en nuestro ejemplo el valor del coeficiente Gravamen igual al 100% se alcanza para la anualidad 39 cuyo mes final es el mes $39 \cdot 12$, es decir, el mes 468. El efecto es que la anualidad en la que se llega al coeficiente Gravamen del 100% incluye los doce meses completos, y además esta anualidad se alcanza con antelación al vencimiento del préstamo indexado que sirve para emular el sistema del Retiro Programado.

Una vez obtenidos los coeficientes Gravamen teóricos que proporciona este método, α_x^i , procede compararlos con el coeficiente Gravamen del IRPF. El procedimiento es el mismo que en el caso anterior, se aplican las fórmulas [a-5] y [a-6.1], pero para todo valor del subíndice i . La interpretación es la misma.

A.4.- MÉTODO III O DEL RATIO DE EXCLUSIÓN

Este Método III se caracteriza por:

- Al inicio del contrato de renta vitalicia se calcula la esperanza de vida a la edad de contratación, es decir, se calcula e'_x
- Tener en cuenta la cuantía anual que suponen los pagos de la renta vitalicia.
- El siguiente paso es el cálculo de lo que en el sistema fiscal norteamericano acuña como **“exclusion ratio”, en castellano “ratio de exclusión”**. Esta expresión se utiliza para calificar a la parte de los pagos de la renta vitalicia que se consideran exentos de gravamen por asemejarse a la devolución del capital prestado. Expresándolo con la terminología que se viene utilizando el “exclusion ratio” o “ratio de exclusión” sería:

$$\text{Ratio de exclusión} = 1 - \alpha_x = \frac{C_0}{C_1 \cdot e'_x} = \frac{C_0}{C_{12} \cdot n} \quad [\text{a-10}]$$

donde $C_0 = \pi_x$ es la prima única pagada por el rentista para adquirir la renta vitalicia y n es la esperanza de vida expresada en meses completos. El denominador, $C_1 \cdot e'_x$, expresa la cantidad total que se recibiría de la renta vitalicia hasta alcanzar la esperanza de vida a la edad de contratación de la renta. El coeficiente teórico, α_x , obtenido se mantiene constante hasta alcanzar la esperanza de vida, pero cuando se supera la esperanza de vida se considera que todo el importe recibido por el contrato de renta vitalicia es RCM sujeto a gravamen porque el rentista ya ha recuperado el principal de su “inversión”. A partir de este momento el coeficiente Gravamen teórico derivado de este método pasa a ser del 100%, por lo que se expresará como $\alpha_{100\%}$

En los métodos anteriores se ha utilizado la unidad temporal mes para el desarrollo de los cuadros de amortización de los préstamos. Con la finalidad de hacer más comparable el *Método de Ratio de Exclusión* con los Métodos I y II, la esperanza de vida de la fórmula [a-10] es el resultado de dividir por 12 la esperanza de vida expresada en meses completos, así el denominador se puede expresar como $C_{12} \cdot n$.

Una vez obtenidos los coeficientes Gravamen teóricos derivado de este Método III procede calcular las diferencias con respecto al coeficiente Gravamen del Método del IRPF al igual que en los dos métodos anteriores. Se aplica la fórmula [a-5], [a-6.1], [a-6.2] y [a-6.3] teniendo en cuenta que:

- para $i = 1, 2, \dots, e'_x$ expresados en años y siendo

$$\alpha_x^1 = \alpha_x^2 = \dots = \alpha_x^{e'_x} = \alpha_x$$

con e'_x redondeado por exceso

- para $i \geq e'_x + 1$ se tendrá $\alpha_x^i = \alpha_{100\%} = 100\%$

Hay que destacar que los coeficientes Gravamen de Método del Ratio de Exclusión permanecen constantes para cada año, por lo tanto, también lo harán las diferencias en euros de cada año (sin actualizar). Hay que matizar que el coeficiente Gravamen teórico sólo cambia una vez se supera la esperanza de vida -en ejemplo que venimos utilizando es el mes 255 al que se durante el año 22 de duración de la renta.

π_x	prima única de un seguro de renta vitalicia, inmediata, pospagable, contratado a la edad x años
C_o	Capital o nominal del préstamo francés que el individuo de edad x años presta a la entidad aseguradora. Por hipótesis coincide con la prima única que se paga por el seguro de renta vitalicia a la edad x . Es decir $\pi_x = C_o$
C_0^1	el capital inicial del préstamo en el Método del Retiro Programado que coincide con el importe de la prima única que el rentista entrega a la compañía aseguradora para constituir una renta vitalicia. Es decir $\pi_x = C_0^1$
C_0^i	nominal inicial del préstamo considerado para el cálculo de la cuota de amortización de la anualidad i -ésima en el préstamo indexado del Método del Retiro Programado. Coincide con el capital pendiente de amortizar de la mensualidad inmediatamente anterior
C_1	Cuantía anual correspondiente la suma de doce cuantías mensuales (pagos mensuales) de la renta vitalicia
C_{12}	Cuantía mensual de la renta vitalicia
n	duración del préstamo en meses enteros redondeados por defecto. También se utiliza la letra n para indicar la esperanza de vida meses enteros en el Método del Ratio de Exclusión.
n_i	esperanza de vida que para la anualidad i -ésima. Se recalcula para cada anualidad en el Método del Retiro Programado y que se hace coincidir con la duración del préstamo indexado
$i\%$	interés técnico (efectivo) anual del seguro de renta vitalicia
$i^{(12)}$	rédito efectivo mensual utilizado para el cálculo del cuadro de amortización del préstamo.
$a_{n i^{(12)}}$	renta financiera unitaria con una duración igual a la esperanza de vida expresada en meses enteros completos, " n ".
a	término amortizativo constante mensual de un préstamo francés
I_h	cuota de interés correspondiente al mes h del préstamo francés
α	coeficiente Gravamen del IRPF que permanece constante una vez contratada la renta vitalicia.
α_x	coeficiente Gravamen constante para el Método del Ratio de Exclusión
α_x^i	coeficiente Gravamen teórico i -ésimo para un individuo que contrata la renta vitalicia a los x años. Los coeficientes Gravamen teóricos son los que se derivan de la aplicación de un método alternativo al Método del IRPF.
$\alpha_{100\%}$	coeficiente Gravamen teórico una vez superado el tiempo con exención en el Método del Ratio de Exclusión
β_x	coeficiente corrector de la diferencia entre el término amortizativo mensual del préstamo francés y la cuantía de la renta vitalicia mensual.
β_x^i	coeficiente corrector de la diferencia entre el término amortizativo mensual del préstamo del Método del Retiro Programado y la cuantía de la renta vitalicia mensual.
e'_x	esperanza de vida completa a la edad x años.

APÉNDICE II. EJEMPLO DE LOS CÁLCULOS DEL CASO C65-1.25 (A)

MÉTODO I	Edad contratación			Tabla del año 2018			Signos			Con las p. de la PERM al 2018				
	65 años			Prima única			s ₁			vs 0,98765				
	nr	254	304	259	100.000.001	1.250%	65,00%	Hombres	Mujeres	UNISEX	Hombres	Mujeres	UNISEX	
		22	26	23				493,17	399,86	434,53				
		Hombres	Mujeres	UNISEX	Diferencias	coeficiente PP	2%	Diferencias	en euros de cada año	Diferencias	descontado actuarial	Diferencias Acumuladas	en euros	
					Hombres	Mujeres	UNISEX	Hombres	Mujeres	UNISEX	Hombres	Mujeres	UNISEX	
65	a ₁ ¹	1	23.2495%	27.0147%	24.3442%	0.7505%	-3.0147%	-0.3442%	41,35	-11,04	-17,95	40,44	-138,86	-17,59
66	a ₁ ²	2	22.2589%	26.082%	23.3738%	1.7410%	-2.082%	0.6262%	95,94	-97,41	32,65	91,66	-94,39	31,35
67	a ₁ ³	3	21.2598%	25.1378%	22.3910%	2.7442%	-1.1378%	1.6087%	151,20	-53,23	83,88	140,99	-50,75	78,83
68	a ₁ ⁴	4	20.2402%	24.1816%	21.3964%	3.7598%	-0.1816%	2.6044%	207,86	-8,50	105,75	189,31	-7,97	124,75
69	a ₁ ⁵	5	19.210%	23.2186%	20.3944%	4.7800%	0.7864%	3.6106%	263,82	36,79	188,27	233,51	33,91	169,02
70	a ₁ ⁶	6	18.1708%	22.234%	19.3896%	5.8292%	1.7666%	4.6304%	321,9	82,65	241,45	276,49	74,83	215,66
71	a ₁ ⁷	7	17.167%	21.2410%	18.377%	6.8933%	2.7590%	5.6629%	379,27	129,07	295,29	317,06	114,72	252,22
72	a ₁ ⁸	8	16.0494%	20.2362%	17.298%	7.9506%	3.7638%	6.7084%	438,08	176,08	349,80	354,95	153,50	290,80
73	a ₁ ⁹	9	14.9687%	19.2188%	16.233%	9.033%	4.7812%	7.7669%	497,62	223,68	404,99	389,96	191,06	327,12
74	a ₁ ¹⁰	10	13.8746%	18.1887%	15.1614%	10.1254%	5.8113%	8.8386%	557,91	271,87	460,88	421,84	227,26	360,98
75	a ₁ ¹¹	11	12.7667%	17.1457%	14.0762%	11.2333%	6.8543%	9.9208%	618,95	320,66	517,46	450,42	261,98	382,19
76	a ₁ ¹²	12	11.6450%	16.0897%	12.977%	12.3550%	7.9103%	11.0225%	680,76	370,07	574,75	475,56	295,01	420,58
77	a ₁ ¹³	13	10.5093%	15.0205%	11.885%	13.4907%	8.9795%	12.1349%	743,34	420,09	632,76	497,11	326,15	445,95
78	a ₁ ¹⁴	14	9.3594%	13.9379%	10.788%	14.6406%	10.062%	13.2612%	806,70	470,74	691,49	548,85	355,21	468,08
79	a ₁ ¹⁵	15	8.195%	12.8410%	9.593%	15.8049%	11.1562%	14.4017%	870,85	522,02	750,96	620,48	381,91	486,68
80	a ₁ ¹⁶	16	7.0162%	11.7320%	8.4437%	16.9837%	12.2680%	15.5563%	935,80	573,94	811,17	637,96	405,81	501,52
81	a ₁ ¹⁷	17	5.8227%	10.6083%	7.2746%	18.1773%	13.3917%	16.7254%	1.001,57	626,51	872,13	642,94	426,54	512,22
82	a ₁ ¹⁸	18	4.6142%	9.4705%	6.0908%	19.3859%	14.5295%	17.9092%	1.068,16	679,73	933,85	643,38	444,03	518,74
83	a ₁ ¹⁹	19	3.3908%	8.3186%	4.8923%	20.6094%	15.6814%	19.1077%	1.135,58	733,62	996,25	639,70	457,68	521,09
84	a ₁ ²⁰	20	2.157%	7.1522%	3.6788%	21.8483%	16.8478%	20.3012%	1.203,84	788,19	1.059,62	632,33	466,85	518,31
85	a ₁ ²¹	21	0.8974%	5.9713%	2.4502%	23.1028%	18.0287%	21.5490%	1.272,96	843,44	1.123,69	620,59	471,41	512,94
86	a ₁ ²²	22	0.159%	4.776%	1.2061%	23.8409%	19.2244%	22.7939%	-3.270,73	899,38	1.188,56	-1.228,36	471,44	501,95
87	a ₁ ²³	23	100.000%	3.5649%	0.316%	-76.0000%	20.435%	23.6839%	-4.187,60	956,01	-1.797,14	-1.435,55	466,46	-697,57
88	a ₁ ²⁴	24	100.000%	2.3382%	100.0000%	-76.0000%	21.6808%	-76.0000%	-4.187,60	1.013,36	-3.962,93	-1.300,56	456,68	-1.403,09
89	a ₁ ²⁵	25	100.000%	1.0981%	100.0000%	-76.0000%	22.9019%	-76.0000%	-4.187,60	1.071,42	-3.962,93	-1.187,70	441,83	-1.268,26
90	a ₁ ²⁶	26	100.000%	0.2825%	100.0000%	-76.0000%	23.7374%	-76.0000%	-4.187,60	-2.000,17	-3.962,93	-1.038,38	-746,65	-1.194,84
91	a ₁ ²⁷	27	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-913,91	-1.893,19	-1.005,11
92	a ₁ ²⁸	28	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-791,93	-1.050,42	-876,86
93	a ₁ ²⁹	29	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-674,79	-913,26	-752,48
94	a ₁ ³⁰	30	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-564,90	-778,96	-633,52
95	a ₁ ³¹	31	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-462,34	-650,30	-522,61
96	a ₁ ³²	32	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-370,55	-530,00	-421,33
97	a ₁ ³³	33	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-289,85	-420,50	-331,00
98	a ₁ ³⁴	34	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-219,82	-323,74	-252,53
99	a ₁ ³⁵	35	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-161,35	-240,83	-186,23
100	a ₁ ³⁶	36	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-113,92	-173,02	-132,30
101	a ₁ ³⁷	37	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-75,96	-118,24	-88,98
102	a ₁ ³⁸	38	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-48,95	-78,34	-57,90
103	a ₁ ³⁹	39	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-30,37	-50,23	-36,35
104	a ₁ ⁴⁰	40	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-18,06	-31,12	-21,93
105	a ₁ ⁴¹	41	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-10,25	-18,58	-12,67
106	a ₁ ⁴²	42	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-5,51	-10,68	-6,98
107	a ₁ ⁴³	43	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-2,79	-5,89	-3,85
108	a ₁ ⁴⁴	44	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-1,95	-3,09	-1,81
109	a ₁ ⁴⁵	45	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-0,62	-1,53	-0,86
110	a ₁ ⁴⁶	46	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-0,27	-0,71	-0,38
111	a ₁ ⁴⁷	47	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-0,11	-0,31	-0,16
112	a ₁ ⁴⁸	48	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-0,04	-0,12	-0,06
113	a ₁ ⁴⁹	49	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	-0,01	-0,04	-0,02
114	a ₁ ⁵⁰	50	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	0,00	-0,01	-0,01
115	a ₁ ⁵¹	51	100.000%	100.0000%	100.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-76.0000%	-4.187,60	-3.955,51	-3.962,93	0,00	0,00	0,00
Cuenta de la "diferencia" TOTAL acumulada hasta alcanzar la esperanza de vida (años por exceso)											6.961,19	5.885,85	6.932,73	

Imagen 6. Método I, cálculo del caso C65-1.25 (supuesto A)

Tabla del año 2018										Signos			Diferencias			Con las p. de la PERM año 2018																																																																								
Prima Única 100.000.000										**máx RCM rublos			102502 106227 101972			Con las p. de la PERM año 2018																																																																								
Diferencia 65.000										Cm			453.17 389.86 434.53			Diferencia (a, b, c)																																																																								
Diferencias										20c			Diferencias			Diferencias																																																																								
Diferencias (en %)										coeficiente RPI			en euros			Diferencias																																																																								
Hombres Mujeres UNISEX										Hombres Mujeres UNISEX			Hombres Mujeres UNISEX			Hombres Mujeres UNISEX																																																																								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89

Imagen 7. Método II, cálculo del caso C65-1.25 (supuesto A)

x+(i-1) edad	coeficiente RPF= 24.00%			ACTUALIZADAS Y PROBABILIZADAS			último mes con exención		
	Hombres	Mujeres	UNISEX	Diferencias euros por anualidad			Diferencias Acumuladas		
				Hombres	Mujeres	UNISEX	Hombres	Mujeres	UNISEX
65	14.2576%	15.6239%	14.4488%	524.90	385.81	488.17	524.90	385.81	488.17
66	14.2576%	15.6239%	14.4488%	512.86	379.73	478.20	1.037.76	765.55	966.37
67	14.2576%	15.6239%	14.4488%	500.56	373.61	468.04	1.538.32	1.139.15	1.434.41
68	14.2576%	15.6239%	14.4488%	487.96	367.43	457.67	2.026.27	1.506.58	1.892.08
69	14.2576%	15.6239%	14.4488%	475.12	361.15	447.11	2.501.40	1.867.73	2.339.20
70	14.2576%	15.6239%	14.4488%	462.10	354.79	436.39	2.963.50	2.222.52	2.775.59
71	14.2576%	15.6239%	14.4488%	448.76	348.26	425.39	3.412.26	2.570.78	3.200.98
72	14.2576%	15.6239%	14.4488%	434.95	341.60	414.03	3.847.21	2.912.38	3.615.02
73	14.2576%	15.6239%	14.4488%	420.66	334.70	402.27	4.267.87	3.247.09	4.017.29
74	14.2576%	15.6239%	14.4488%	405.89	327.56	390.08	4.673.76	3.574.65	4.407.37
75	14.2576%	15.6239%	14.4488%	390.64	320.14	377.46	5.064.40	3.894.80	4.784.83
76	14.2576%	15.6239%	14.4488%	375.00	312.38	364.44	5.439.40	4.207.18	5.149.27
77	14.2576%	15.6239%	14.4488%	358.99	304.23	351.00	5.798.39	4.511.41	5.500.27
78	14.2576%	15.6239%	14.4488%	342.60	295.69	337.13	6.140.99	4.807.10	5.837.40
79	14.2576%	15.6239%	14.4488%	325.76	286.68	322.77	6.466.75	5.093.78	6.160.17
80	14.2576%	15.6239%	14.4488%	308.59	277.07	307.92	6.775.34	5.370.85	6.468.09
81	14.2576%	15.6239%	14.4488%	290.99	266.79	292.51	7.066.34	5.637.64	6.760.60
82	14.2576%	15.6239%	14.4488%	273.08	255.98	276.65	7.339.42	5.893.62	7.037.26
83	14.2576%	15.6239%	14.4488%	255.12	244.47	260.48	7.594.54	6.138.09	7.297.73
84	14.2576%	15.6239%	14.4488%	237.37	232.10	244.08	7.831.91	6.370.19	7.541.82
85	14.2576%	15.6239%	14.4488%	219.53	219.01	227.34	8.051.45	6.589.20	7.769.16
86	14.2576%	15.6239%	14.4488%	-1.276.98	205.41	210.33	6.774.46	6.794.61	7.979.49
87	100.0000%	15.6239%	14.4488%	-1.316.82	192.98	-824.39	5.457.64	6.987.59	7.155.10
88	100.0000%	15.6239%	100.0000%	-1.182.38	178.80	-1.284.12	4.275.27	7.166.39	5.870.98
89	100.0000%	15.6239%	100.0000%	-1.051.36	163.61	-1.149.03	3.223.91	7.330.01	4.721.95
90	100.0000%	15.6239%	100.0000%	-925.33	-846.52	-1.017.67	2.298.58	6.483.49	3.704.28
91	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-801.83	-1.063.55	-887.82	1.496.75	5.419.93	2.816.46
92	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-683.23	-924.68	-761.89	813.52	4.495.25	2.054.57
93	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-571.15	-788.70	-641.44	242.37	3.706.56	1.413.13
94	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-468.12	-658.43	-529.14	-225.75	3.048.13	883.99
95	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-375.18	-536.63	-426.60	-600.93	2.511.50	457.39
96	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-293.17	-425.76	-335.14	-894.10	2.085.74	122.25
97	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-222.57	-327.79	-255.68	-1.116.67	1.757.96	-133.43
98	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-163.36	-243.84	-188.56	-1.280.03	1.514.11	-321.99
99	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-115.35	-175.18	-133.95	-1.395.37	1.338.93	-455.94
100	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-76.91	-119.72	-90.09	-1.472.28	1.219.21	-546.03
101	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-49.56	-79.32	-58.63	-1.521.84	1.139.89	-604.66
102	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-30.75	-50.86	-36.80	-1.552.59	1.089.03	-641.46
103	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-18.29	-31.50	-22.21	-1.570.88	1.057.53	-663.67
104	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-10.38	-18.81	-12.83	-1.581.25	1.038.71	-676.50
105	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-5.58	-10.81	-7.07	-1.586.83	1.027.90	-683.56
106	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-2.83	-5.96	-3.69	-1.589.66	1.021.95	-687.25
107	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-1.37	-3.13	-1.84	-1.591.03	1.018.82	-689.09
108	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-0.63	-1.55	-0.87	-1.591.65	1.017.27	-689.96
109	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-0.27	-0.72	-0.38	-1.591.93	1.016.55	-690.34
110	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-0.11	-0.31	-0.16	-1.592.04	1.016.23	-690.50
111	100.0000%	100.0000%	100.0000%	-0.04	-0.12	-0.06	-1.592.08	1.016.11	-690.56
112	100.0000%	100.0000%	100.0000%	0.01	-0.05	-0.02	-1.592.09	1.016.06	-690.58
113	100.0000%	100.0000%	100.0000%	0.00	-0.01	-0.01	-1.592.10	1.016.05	-690.59
114	100.0000%	100.0000%	100.0000%	0.00	0.00	0.00	-1.592.10	1.016.05	-690.59
115	100.0000%	100.0000%	100.0000%	0.00	0.00	0.00	-1.592.10	1.016.05	-690.59
Nota de la "Diferencia" TOTAL acumulada mientras el coeficiente = 100%				6.774.46	6.483.49	7.155.10			

Imagen 8. Método III, cálculo del caso C65-1.25 (supuesto A)

APÉNDICE III. DIFERENCIAS ANUALES SIN ACTUALIZAR (a partir del disparo del coeficiente teórico al valor máximo del 100%)

M1;M2;M3	A y B	1.00%	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	2.50%	3.00%
HOMBRE	C49	-2,236.53	-2,337.14	-2,439.82	-2,544.52	-2,651.17	-2,870.04	-3,095.88
	C59	-3,190.04	-3,302.99	-3,417.66	-3,534.01	-3,651.99	-3,892.64	-4,139.19
	C65	-4,066.22	-4,187.60	-4,310.459	-4,434.74	-4,560.41	-4,815.76	-5,076.16
	C67	-4,590.61	-4,719.38	-4,849.57	-4,981.15	-5,114.07	-5,383.80	-5,658.44
	C72	-6,412.16	-6,564.02	-6,717.18	-6,871.61	-7,027.26	-7,342.12	-7,661.47
MUJER	C49	-1,968.22	-2,065.55	-2,165.27	-2,267.31	-2,371.59	-2,586.63	-2,809.77
	C59	-2,736.60	-2,843.79	-2,952.99	-3,064.16	-3,177.24	-3,408.94	-3,647.66
	C65	-3,441.79	-3,555.51	-3,670.958	-3,788.09	-3,906.87	-4,149.20	-4,397.62
	C67	-3,874.38	-3,994.57	-4,116.44	-4,239.95	-4,365.06	-4,619.92	-4,880.72
	C72	-5,397.56	-5,538.24	-5,680.45	-5,824.17	-5,969.35	-6,263.99	-6,564.08
UNISEX	C49	-2,143.58	-2,243.18	-2,344.96	-2,448.86	-2,554.80	-2,772.56	-2,997.65
	C59	-3,030.39	-3,141.50	-3,254.45	-3,369.16	-3,485.61	-3,723.46	-3,967.59
	C65	-3,844.03	-3,962.93	-4,083.384	-4,205.36	-4,328.81	-4,579.97	-4,836.55
	C67	-4,334.94	-4,460.90	-4,588.38	-4,717.33	-4,847.71	-5,112.63	-5,382.81
	C72	-6,047.31	-6,195.44	-6,344.95	-6,495.82	-6,648.00	-6,956.16	-7,269.15

Tabla 5. Diferencias anuales sin actualizar tras “el disparo”, todos los métodos (A y B)

APÉNDICE IV. GRÁFICOS COMPLEMENTARIOS

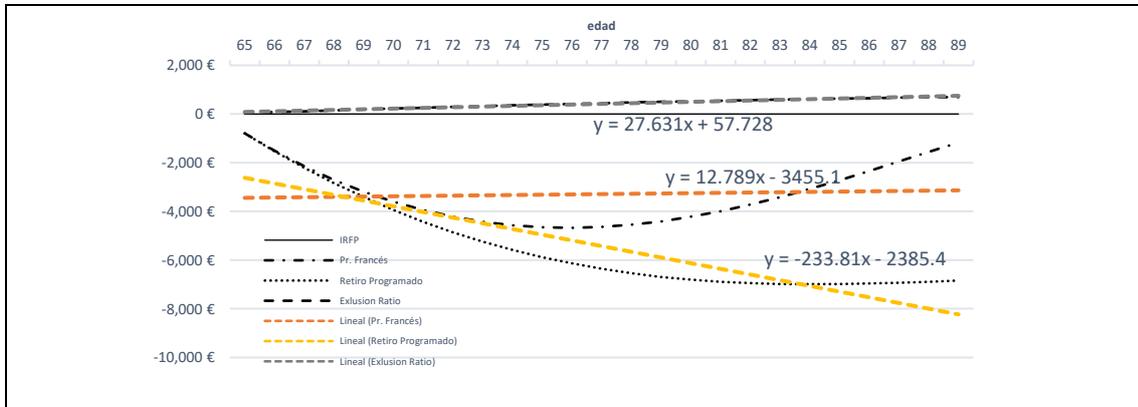


Gráfico 19.1. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 de las mujeres. C65-2.00 mujeres

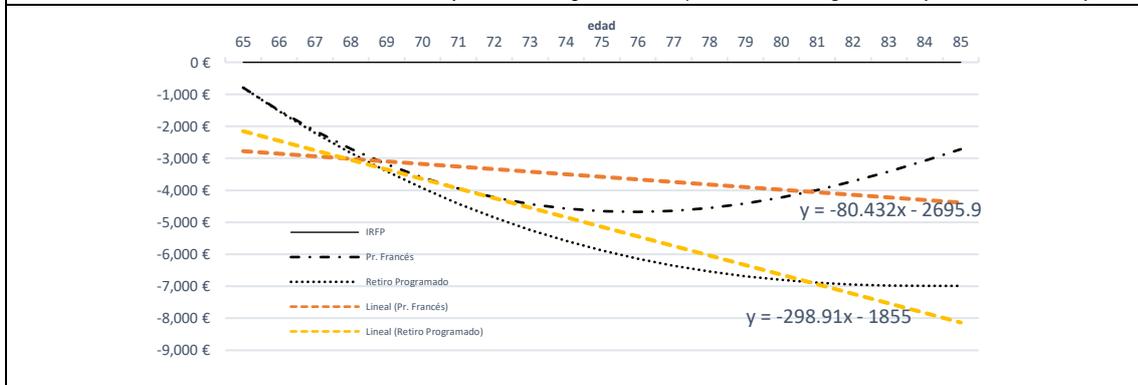


Gráfico 19.2. Diferencias acumuladas actualizadas y curvas de regresión lineal para el intervalo I_1 de los hombres. C65-2.00 mujeres

Conjunto de gráficos 19. C65-2.00: coeficientes teóricos y diferencias actualizadas con curvas de regresión, mujeres (A)

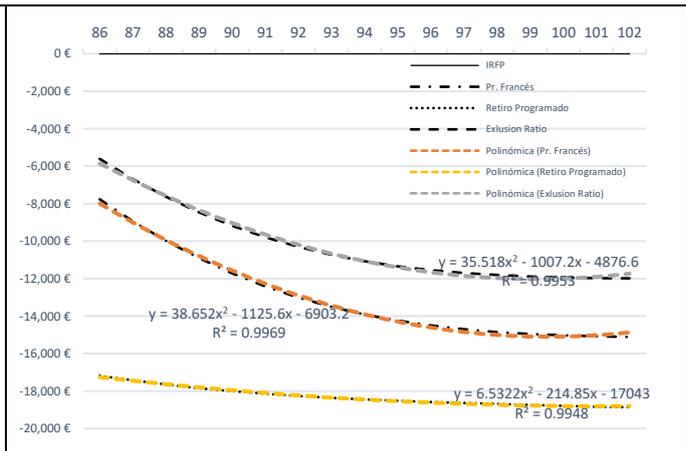
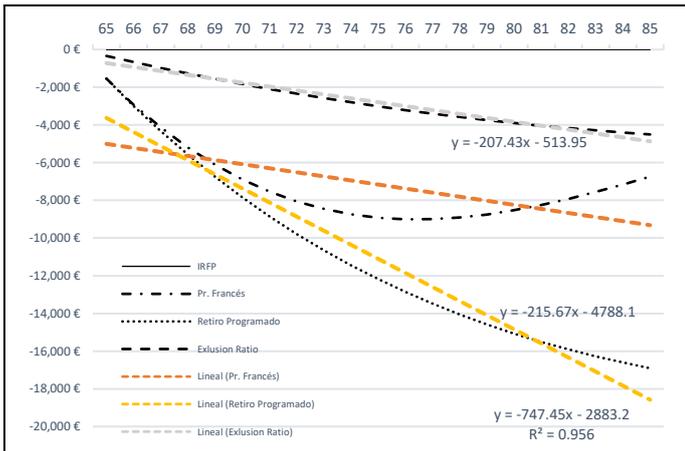


Gráfico 22.1. DAA y rectas de regresión lineal en I_1 (supuesto A)

Gráfico 22.2. DAA y curvas de regresión polinómica I_2 (supuesto A)

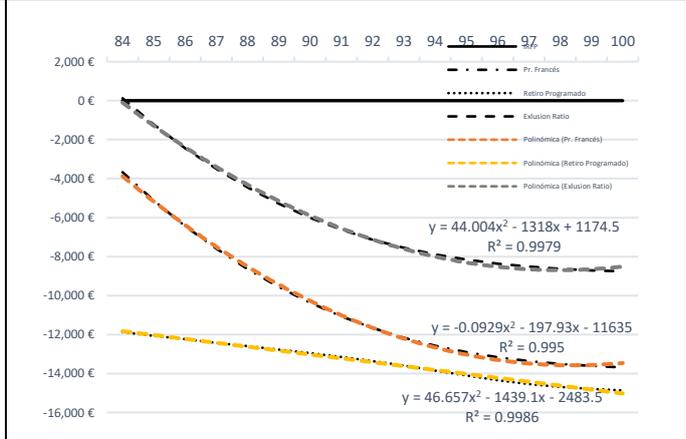
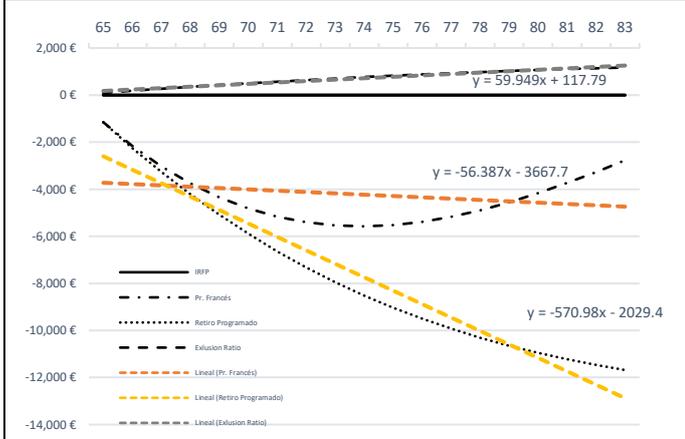


Gráfico 22.3. DAA y rectas de regresión lineal en I_1 (supuesto B)

Gráfico 22.4. DAA y curvas de regresión polinómica I_2 (supuesto B)

Conjunto de gráficos 22. Curvas de DAA para hombres, caso C65-3.00. Comparación supuestos A y B