

vo de esta Comisión fue el estudiar un método abreviado para el cálculo de las Reservas Matemáticas, de acuerdo con lo dispuesto en el punto 6.º de la Orden ministerial de 8 de febrero de 1961, que se reproduce a continuación.

Cálculo abreviado de Reservas Globales

El proceso operativo que se propone para el cálculo abreviado de las Reservas Matemáticas, se debe al miembro de esta Comisión de Seguros Variables, D. Florencio Martínez, que con las debidas colaboraciones, realizó los cálculos sobre la base de los datos reales que se le facilitaron.

1. La idea fundamental de nuestro trabajo, es la de estimar la reserva de un colectivo de pólizas (Cartera) a través de una muestra.

2. Hemos ensayado distintos parámetros que permitieran estimar, dentro de unos límites razonables de variación, la reserva global de una cartera, basándonos únicamente en una pequeña muestra.

3. De todas las pruebas llevadas a cabo, hemos seleccionado dos parámetros.

$n - t =$ Primas pendientes de pago.

$t/n =$ Relación entre primas cobradas y primas contratadas.

Los coeficientes de correlación obtenidos para las muestras que nos han servido de base han sido 0,91 y 0,99 respectivamente (ver anexo 1).

4. A partir de dos muestras de 50 pólizas, tomadas al azar de una cartera de 2.500 de la modalidad del Seguro Mixto simple, hemos calculado la regresión lineal y parabólica de tV sobre $(n - t)$, y sobre t/n .

Hemos considerado únicamente el ajuste lineal (anexos 2 y 3) por adaptarse mejor, con la ventaja también de la mayor simplicidad de los cálculos.

5. Las ecuaciones de ajuste lineal obtenidas son:

PRIMERA MUESTRA:

$$N_1 = 50$$

$$a) \quad {}_tV = 793,74 - 33,13 (n - t)$$

$$S_r = 84$$

$$b) \quad {}_tV = -66,08 + 0,975 (t/n)$$

$$S_r = 42$$

SEGUNDA MUESTRA:

$$N_2 = 50$$

$$a) \quad {}_tV = 770,36 - 32,21 (n - t)$$

$$S_r = 88$$

$$b) \quad {}_tV = -50 + 0,927 (t/n)$$

$$S_r = 32$$

CONJUNTO DE LAS DOS MUESTRAS:

$$N = 100$$

$$a) \quad {}_tV = 783,13 - 32,74 (n - t)$$

$$S_r = 95$$

$$b) \quad {}_tV = -57,64 + 0,951 (t/n)$$

$$S_r = 35$$

Estas ecuaciones nos permiten estimar la reserva con una desviación máxima de:

$$\text{Ecuación del tipo } a): \pm 7 \%$$

$$\text{Ecuación del tipo } b): \pm 3 \%$$

6. *Procedimiento de cálculo de las reservas globales.*— Tomando únicamente en consideración la ecuación del tipo b), por su mayor grado de ajuste, la fórmula del cálculo global de reservas será:

$$\Sigma C \quad {}_tV = a_0 \Sigma C + a_1 \Sigma C \quad t/n$$

bastará calcular para cada póliza el valor $C. t/n$ en el momento de calcular las reservas. La suma de estos productos se multiplicará por el coeficiente de regresión a_1 , y se le resta el resultado de multiplicar la suma de capitales por el coeficiente a_0 .

7. Aplicando este procedimiento de cálculo a las muestras que han servido de base para nuestro estudio, hemos obtenido los siguientes resultados:

	PRIMERA MUESTRA	SEGUNDA MUESTRA	TOTAL
Reserva real calculada póliza a póliza.....	789.840	676.750	1.466.590
Aplicando la ecuación de ajuste de la primera muestra	782.944	680.295	1.463.239
Aplicando la ecuación de ajuste de la segunda muestra	774.299	680.538	1.454.837
Aplicando la ecuación de ajuste de la muestra total	779.577	681.495	1.461.072

Estos resultados, los damos en el cuadro siguiente, expresados en números índices, cuya base son las reservas reales:

	PRIMERA MUESTRA	SEGUNDA MUESTRA	TOTAL
Reserva real calculada póliza a póliza.....	100	100	100
Aplicando la ecuación de ajuste de la primera muestra	99,1	100,5	99,8
Aplicando la ecuación de ajuste de la segunda muestra	98	100,6	99,2
Aplicando la ecuación de ajuste de la muestra total	98,7	100,7	99,6

8. *Tamaño de la muestra.*—El tamaño de la muestra vendrá determinado por el intervalo de confianza de los coeficientes de regresión

$$a_0 \quad \text{y} \quad a_1$$

8.1. Estos intervalos para muestras de más de 50 pólizas, vienen dados por las expresiones:

Para a_0

$$a_0 \pm 2 \frac{S_r}{\sqrt{N}}$$

Para a_1

$$a_1 \pm 2 \frac{S_r}{S_x \sqrt{N}}$$

donde

S_r = Desviación típica respecto a la recta de regresión.

N = Número de pólizas que han servido de base para la estimación de la regresión.

S_x = Desviación típica de la variante t/n .

Conforme a las necesidades de ajuste a los límites de variación que se fijen oficialmente y los valores S_r y S_x , se elegirá el tamaño de la muestra total "N", suma de las muestras parciales " N_i " que se hayan ido obteniendo.

ANEXO 1

	PRIMERA MUESTRA	SEGUNDA MUESTRA	TOTAL
x_1	19.113	17.033	36.146
x_2	621	667	1.288
x_3	22.995	21.068	44.063
x_1^2	9.921.613	8.282.089	18.203.702
x_2^2	9.775	10.935	20.710
x_3^2	13.254.303	11.723.490	24.977.793
$x_1 x_2$	169.063	161.598	330.661
$x_1 x_3$	11.401.642	9.815.952	21.217.594
	34.799.125	30.032.832	64.831.957

$$\begin{aligned}
 \bar{x}_1 &= 361,46 & 1_{11} &= 51.383,69 & S_1 &= 227 \\
 \bar{x}_2 &= 12,88 & 1_{22} &= 41,20 & S_2 &= 6,40 \\
 \bar{x}_3 &= 440,63 & 1_{33} &= 55.623,13 & S_3 &= 236 \\
 x_1^2 &= 182.037,02 & 1_{12} &= 1.318,99 & r_{12} &= 0,908 \\
 x_2^2 &= 207,10 & 1_{13} &= 52.905,82 & r_{13} &= 0,988 \\
 x_3^2 &= 249.777,93 & \Sigma \frac{t}{n} C_1 &= 1.836.987 \\
 x_1 x_2 &= 3.306,61 & \Sigma (n_i - t_i) C_1 &= 73.392 \\
 x_1 x_3 &= 212.175,94 & \Sigma C_1 &= 4.961
 \end{aligned}$$

Para $n - t$

$$\begin{aligned}
 \Sigma x_1 &= b_0 + b_1 \Sigma x_2 & b_0 &= 783,13 \\
 \Sigma x_1 x_2 &= b_0 \Sigma x_2 + b_1 \Sigma x_2^2 & b_1 &= 32,74 \\
 {}_t V &= 783,13 - 32,74 (n - t) & S_r &= 95 \\
 \Sigma C_i \cdot {}_t V_i &= \Sigma C_i 783,13 - 32,74 \Sigma C_i (n_i - t_i)
 \end{aligned}$$

Para $\frac{t}{n}$

$$\begin{aligned}
 \Sigma x_1 &= a_0 + a_1 \Sigma x_3 & a_0 &= 57,64 \\
 \Sigma x_1 x_3 &= a_0 \Sigma x_3 + a_1 \Sigma x_3^2 & a_1 &= 0,951 \\
 {}_t V &= 57,64 + 0,951 \left(\frac{t}{n} \right) & S_r^2 &= 1,225 \\
 & & S_r &= 35 \\
 \Sigma C_i \cdot {}_t V_i &= 57,63 \Sigma C_i + 0,951 \Sigma C_i \frac{t_i}{n_i} \\
 & \pm 10 \% & & \pm 3 \%
 \end{aligned}$$

ANEXO 2

PRIMERA MUESTRA

$\frac{x_1}{tV}$	$\frac{x_2}{n-t}$	$\frac{x_3}{t}$	$\frac{x_4}{n}$
51	23	80	25
92	19	136	100
102	25	167	100
102	25	167	100
105	17	150	100
125	24	200	15
132	20	200	100
133	20	200	75
134	16	200	30
144	16	200	100
162	19	240	50
163	19	240	100
190	21	300	30
195	18	280	30
225	20	333	50
259	10	333	25
262	16	360	100
264	13	350	15
264	13	350	25
264	13	350	25
264	13	350	10
292	20	200	50
306	12	400	25
308	12	400	50
324	14	440	10
327	14	440	30
345	11	450	50
351	11	450	25
351	11	450	50
395	10	500	100
426	13	567	30
439	11	560	20
441	9	550	50
469	11	450	25
479	10	600	50
497	8	600	10
542	7	650	100
549	7	650	10
552	7	650	25
555	7	650	30
607	6	700	15
665	5	750	50
732	4	810	25
742	4	818	15
790	4	800	25
790	3	850	50
790	3	850	25
791	3	850	10
805	2	857	121
821	2	867	50
19.113	621	22.995	2.331

$$\bar{x}_1 = 382,26 \quad \frac{1}{50} \sum x_1^2 = 198.432,26$$

$$\bar{x}_2 = 12,42 \quad \frac{1}{50} \sum x_2^2 = 195,50$$

$$\bar{x}_3 = 459,90 \quad \frac{1}{50} \sum x_3^2 = 265.086,06$$

$$\frac{1}{50} \sum x_1 x_2 = 3.381,26$$

$$\frac{1}{50} \sum x_1 x_3 = 228.032,84$$

$$l_{11} = 198.432,26 - (382,26)^2 = 52.309,55$$

$$l_{22} = 195,50 - (12,42)^2 = 41,24$$

$$l_{33} = 265.086,06 - (459,90)^2 = 53.578,05$$

$$l_{12} = 3.381,26 - (382,26 \times 12,42) = -1.366,41$$

$$l_{13} = 228.032,84 - (382,26 \times 459,90) = 52.231,47$$

$$S_1 = 229$$

$$S_2 = 6,42$$

$$S_3 = 232$$

$$r_{12} = -0,929$$

$$r_{13} = 0,983$$

Para $(n - t)$

$$\sum x_1 = b_0 + b_1 \sum x_2 \quad b_0 = 793,74$$

$$\sum x_1 x_2 = b_0 \sum x_2 + b_1 \sum x_2^2 \quad b_1 = -33,13$$

$$x_1 = 793,74 - 33,13 x_2 \quad S_r = 84$$

$$V^* = 793,74 - 33,13 (n - t)$$

Para $\left(\frac{t}{n}\right)$

$$\sum x_1 = a_0 + a_1 \sum x_3 \quad a_0 = -66,08$$

$$\sum x_1 x_3 = a_0 \sum x_3 + a_1 \sum x_3^2 \quad a_1 = +0,975$$

$$x_1 = -66,08 + 0,975 x_3 \quad S_r = 42$$

$$V^* = -66,08 + 0,975 \left(\frac{t}{n}\right)$$

ANEXO 3
SEGUNDA MUESTRA

$\frac{x_1}{\sqrt{t}}$	$\frac{x_2}{n-t}$	$\frac{x_3}{\frac{t}{n}}$	C
26	23	42	50
34	20	48	100
34	19	50	25
40	28	67	25
60	23	80	100
69	18	100	200
79	26	134	50
98	25	167	100
100	21	160	100
136	22	214	100
144	16	200	20
144	16	200	100
165	13	235	50
182	15	250	25
182	15	250	25
182	15	250	75
200	18	280	100
210	11	267	50
222	17	320	25
222	14	300	20
232	17	320	100
264	13	350	25
264	13	350	25
276	18	396	100
291	15	400	15
295	17	414	100
302	17	414	100
307	12	400	150
325	14	440	150
332	16	468	50
396	14	534	10
400	10	500	20
414	10	524	10
464	9	524	25
479	10	600	20
495	8	600	30
509	9	625	10
521	9	640	20
522	9	640	15
550	7	650	25
608	6	700	50
654	4	733	50
658	5	750	15
662	5	750	25
667	5	750	15
666	5	750	10
668	5	750	50
725	4	800	30
726	4	800	30
832	2	882	15
17.033	667	21.068	2.630

$$\bar{x}_1 = 340,66 \quad \frac{1}{50} x_1^2 = 165.641,78$$

$$\bar{x}_2 = 13,34 \quad \frac{1}{50} x_2^2 = 218,70$$

$$\bar{x}_3 = 421,36 \quad \frac{1}{50} x_3^2 = 234.469,80$$

$$\frac{1}{50} x_1 x_2 = 3.231,96$$

$$\frac{1}{50} x_1 x_3 = 196.319,04$$

$$l_{11} = 165.641,78 - (340,66)^2 = 49.592,54$$

$$l_{22} = 218,70 - (13,34)^2 = 40,74$$

$$l_{33} = 234.469,80 - (421,36)^2 = 56.925,55$$

$$l_{12} = 3.231,96 - (340,66 \times 13,34) = 1.312,44$$

$$l_{13} = 196.319,04 - (340,66 \times 421,36) = 52.778,54$$

$$S_1 = 223$$

$$S_2 = 6,40$$

$$S_3 = 239$$

$$r_{12} = 0,919$$

$$r_{13} = 0,990$$

Para $(n - t)$

$$\Sigma x_1 = b_0 + b_1 \Sigma x_2 \quad b_0 = 770,36$$

$$\Sigma x_1 x_2 = b_0 \Sigma x_2 + b_1 \Sigma x_2^2 \quad b_1 = 32,21$$

$$x_1 = 770,36 + 32,21 x_2 \quad S_r = 88$$

$$tV^* = 770,36 + 32,21 (n - t)$$

Para $\left(\frac{t}{n}\right)$

$$\Sigma x_1 = a_0 + a_1 \Sigma x_3 \quad a_0 = -50$$

$$\Sigma x_1 x_3 = a_0 \Sigma x_3 + a_1 \Sigma x_3^2 \quad a_1 = 0,927$$

$$x_1 = -50 + 0,927 x_3 \quad S_r = 32$$

$$tV^* = -50 + 0,927 \left(\frac{t}{n}\right)$$

RESUMEN

Cuando se cierra un ejercicio económico, el actuario se encuentra, entre otros, con el problema de tener que hacer un recuento de los efectivos de la cartera que tiene a su cargo y hacer su valoración efectuando lo que vulgarmente se denomina el cálculo de las reservas. Dado el volumen tan grande de pólizas que hay que revisar y calcular su valor, no es extraño que se haya tratado de simplificar estas valoraciones por las formas más diversas.

Pero es que este problema no es privativo de los actuarios encargados de su cálculo, sino que afecta también a cualquier persona o Entidad con acceso a los efectivos de la Compañía, que deseen verificar la exactitud de las cifras dadas como expresión de las reservas matemáticas, y de manera muy especial puede resultar de interés para las autoridades de control, a cuya supervisión y vigilancia están sometidas las Compañías para garantía de los asegurados.

En virtud de los medios mecánicos de que se dispone actualmente, casi podría decirse que el problema es sólo para toda otra persona que no sea el propio actuario y el equipo que con él colabora para el cálculo de las expresadas reservas, ya que so pena de realizar un cotejo laborioso, nadie puede saber si todas las pólizas consignadas en el cuaderno son las que tiene la Compañía en vigor, ni tan siquiera si su antigüedad y plazo marginal de vigencia son los ciertos.

En nuestro trabajo, encaminado a hallar un procedimiento abreviado, hemos procurado que sirviera tanto para simplificar la labor del cálculo en aquellos casos que fuera necesario, cuanto para reducir al mínimo la tarea de cualquier persona que desee averiguar si la cifra dada como expresión de las reservas, puede considerarse como aceptable. Nos hemos esforzado por liberarnos de la influencia que sobre nosotros hubieran podido ejercer otros procedimientos más o menos en uso. Como es natural, en nuestros tan-

teos originales hemos llegado a veces a resultados absurdos, decidiendo, finalmente, aplicar a nuestros trabajos los recursos que nos brinda la Estadística Matemática. Por ahora, sólo podemos ofrecer unos resultados aceptables para la modalidad del Seguro Mixto simple. Una vez centrados en el problema, será fácil aplicar el procedimiento para los demás tipos de Seguros, con las variaciones que cada caso requiera.

Creemos que el procedimiento propuesto es sencillo y práctico, y, por lo tanto, puede resultar de utilidad. A cualquier actuario o inspector le bastará tomar una muestra totalmente al azar de la cartera y estimar el valor global de las reservas de cada modalidad de Seguro a través de los resultados obtenidos con la muestra. Queda entonces sólo fijar el tamaño necesario de la muestra, para que el grado de oscilación quede comprendido dentro de los márgenes deseados.

Seguros sobre riesgos estacionarios

Lamentan en su informe no haber podido conseguir la recopilación de datos que han estado persiguiendo con el propósito de efectuar un trabajo que no ha podido ser terminado y continúan en su labor para poder darle fin en la próxima anualidad.

Estadística y probabilidades

Durante una primera parte del curso se dedicaron sus sesiones a conferencias y estudios teóricos, sobre todo en cuestiones que por haberse desarrollado no hace muchos años, eran poco conocidas.

Finalizada esta parte previa, se dedicaron las sesiones al estudio teórico y práctico de la "Investigación Operacional" por considerarla del máximo interés, tanto actualmente como en el futuro. Siguiendo principalmente el libro de A. Kauffman, "Investigación de las operaciones", se ha fina-