

La determinación óptima de CAPITALES mediante TÉCNICAS de SIMULACIÓN

«Sólo después de una larga cadena de experiencias uniformes de un tipo, alcanzamos seguridad y confianza firme con respecto a un acontecimiento particular»

David Hume (1711-1776). Investigación sobre el entendimiento humano.

La situación actual, en la que tanto se cuestiona la fortaleza financiera de las entidades, exige la determinación adecuada de los recursos propios que permitan hacer frente a los compromisos asumidos con las mayores garantías. Éste es uno de los objetivos del proyecto conocido como Solvencia II. Una manera de poder estimar la cifra adecuada de capital es mediante la utilización de técnicas de simulación. En este trabajo se presentan las posibilidades de dos de ellas, Monte Carlo y Bootstrapping, las cuales se han demostrado particularmente útiles en la determinación del capital asociado al riesgo de mercado y a los riesgos técnicos.

IRENE ALBARRÁN LOZANO

Universidad Carlos III de Madrid

PABLO ALONSO GONZÁLEZ

Universidad de Alcalá

Si hubiera que definir qué es lo que más caracteriza a nuestro tiempo sería, sin duda alguna, el cambio, y además continuo, a veces suave, a veces brusco. Todo se modifica: los gustos de los consumidores, sus necesidades y, cómo no, la respuesta empresarial a estas nuevas circunstancias, pues ante una situación que se modifica con tanta facilidad ya no cabe aferrarse a fórmulas o procedimientos que en el pasado demostraron su valía. Por tanto, no queda más remedio que adaptarse, aun cuando ello conlleve un coste de aprendizaje que se traduce en una salida de recursos. Este desembolso no hay que percibirlo como un gasto sino como una inversión absolutamente necesaria para seguir vivo en el mercado. Ya se sabe: camarón que no se mueve, se lo lleva la corriente.

Estas modificaciones de la realidad circundante suponen que lo que antes era seguro –entiéndase como adjetivo– ahora ya no lo es, y que quizá lo único claro



es que, ante tanta incertidumbre, seguro que hace falta un buen seguro –ahora sí, entiéndase como sustantivo–. Pero para que esta protección cumpla con los fines para los que fue creada, hacen falta dos elementos. Por un lado, es necesario tener una buena percepción de las circunstancias y eventualidades que puedan activar el mecanismo indemnizatorio asociado al seguro. Por otro, que quienes ofrecen este servicio a la sociedad sean capaces de responder adecuadamente cuando se les requiera y, de esta forma, no frustren las expectativas depositadas en ellos. ¿Qué quieren decir estas dos exigencias? Simplemente, que las aseguradoras sean capaces de evaluar de forma adecuada la ocurrencia e intensidad de ciertos eventos ante los que se ofrecen a dar protección económica en caso de producirse y que tengan los recursos suficientes para garantizar la contraprestación pactada en los contratos. Lo primero afecta a factores relacionados con el diseño de produc-

tos tales como precios, condiciones de aplicación e indemnizaciones a pagar a los asegurados. Lo segundo afecta al procedimiento de evaluación de su capacidad financiera para hacer frente a las posibles contingencias que se esperan cubrir.

RIESGO Y CAPITAL BASILEA II y SOLVENCIA II

Inmersos en esta dinámica cambiante, en los últimos años se ha dado una especial relevancia al análisis de este último factor. No es un fenómeno privativo de las compañías aseguradoras ni se circunscribe sólo al ámbito europeo. La preocupación por tener entidades con suficiente capacidad financiera no es algo nuevo. De hecho, existe legislación sobre el tema que viene de lejos. Y no sólo en el terreno asegurador, sino también en el bancario. Sin embargo, esta normativa es genera-

lista y no considera las especificidades de cada compañía. Los bancos ya hace años que mostraron cierta preocupación por acompañar la cantidad de recursos propios con las actividades que emprendían. En definitiva, se trata de que, aquéllos que asuman mayor cantidad de riesgos y/o de mayor intensidad, tengan más recursos disponibles que aquellos otros que opten por actividades más conservadoras o por un menor nivel de contratación. El Banco Internacional de Pagos –BIS– emprendió hace años lo que se ha dado en llamar el proceso de Basilea II, que no es más que la plasmación en la práctica del principio anteriormente expuesto.

El equivalente en el ámbito asegurador ha adoptado múltiples formas, una de ellas es la que afectará a los países de la Unión Europea y que se recogerá en una Directiva, que es generalmente conocida como Solvencia II. El objetivo final declarado de la misma es una mejor defensa de los asegurados europeos. Éste es el fin. El medio para conseguirlo no es otro que una adecuada evaluación del riesgo, para lo que es necesario no sólo identificar las distintas causas que puedan suponer pérdidas de recursos para las aseguradoras, sino también cuantificarlas correctamente. Para ello es preciso emplear el arsenal técnico que sea necesario.

Es decir, se exigen dos premisas: por un lado, conocer adecuadamente todas aquellas situaciones que puedan dar lugar a pérdidas, y por otro, evaluar cuánto se puede perder con cada una de ellas, lo cual conlleva la estimación de la probabilidad de ocurrencia de los fenómenos considerados. Para la primera tarea, la UE, a través del CEIOPS –*Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors*–, ha elaborado sucesivos estudios de campo con los cuales espera tener identificadas todas y cada una de las situaciones que puedan dar origen a una merma de recursos propios. Son los conocidos como

QIS –*Quantitative Impact Study*–. De forma muy resumida, se pretende elaborar una clasificación de los riesgos en módulos y, dentro de ellos, incluir aquéllos que sean afines. Hasta la fecha –otoño de 2008– ya se han realizado cuatro, no descartándose un quinto y hasta un sexto. Pero no sólo se trata de identificarlos individualmente, sino también de algo más complicado como es su cuantificación y la evaluación de la relación que guardan estos riesgos entre sí. Sobre estos dos aspectos podría hablarse largo y tendido y cuestionarnos la bondad de los métodos utilizados. Así, cabría pensar que para la calibración de los riesgos se han utilizado los datos de un determinado ramo o situación correspondiente a todos los países de la UE que se verán afectados por la reforma de Solvencia II. Sin embargo, no ha sido así, sino que, en función de la situación que se está analizando, se han utilizado unos u otros datos. Por ejemplo, para todos los riesgos asociados al módulo de mercado, los datos empleados han sido los siguientes:

Para el riesgo de interés, los tipos cupón cero alemanes para títulos con una vida residual de un año y los tipos IRS (Internal Revenue Service) en euros.

Para el riesgo de renta variable, los rendimientos obtenidos por el índice MSCI (Morgan Stanley Capital Investment) de mercados desarrollados, en donde se recogen cotizaciones de 23 países de todo el mundo.

Para inmuebles y propiedades se han utilizado los índices IPD (Investment Property Databank) correspondientes a Holanda, Francia, Alemania, Suecia y Gran Bretaña.

Para el riesgo en divisas, los tipos de cambio contra el euro de un conjunto de divisas



SOLVENCIA II PRETENDE UNA MEJOR DEFENSA DE LOS ASEGURADOS EUROPEOS MEDIANTE UNA ADECUADA EVALUACIÓN DEL RIESGO, PARA LO CUAL ES NECESARIO IDENTIFICAR NO SÓLO LAS CAUSAS QUE PUEDEN SUPONER PÉRDIDAS, SINO TAMBIÉN SU CORRECTA CUANTIFICACIÓN



—dólar estadounidense, libra esterlina, peso argentino, yen japonés, corona sueca, franco suizo y dólar australiano— con los que se forma una cesta cuyos pesos son los correspondientes a las posiciones mantenidas por las instituciones financieras holandesas.

Para el riesgo de diferencial, se han utilizado series de Moody's en las que se toman como referencia los títulos del Tesoro de los EE.UU.

A partir de aquí, el siguiente paso es el de la evaluación de las posibles pérdidas. Esto conduce a la estimación de los capitales expuestos al riesgo, para lo cual es necesario definir el nivel de seguridad que se desea para tal fin. Es decir, cuanto más amplio sea el abanico de situaciones que se quieran proteger y mayor sea la confianza que se quiera tener, mayor ha de ser la cantidad de capital que hará falta para preservar la fortaleza financie-

ra de la empresa. Ello lleva a adentrarse en el campo de la probabilidad y de las herramientas disponibles para evaluar el tamaño de los capitales necesarios. Respecto a este último aspecto, hay que mencionar que la medida elegida ha sido el VaR -*Value at Risk*-, que cuenta con una amplia experiencia de uso en el ámbito bancario. Este concepto lleva necesariamente aparejado, en la mayoría de los casos, la asunción de una determinada función de distribución de probabilidad. La escogida en las pruebas QIS ha sido la Normal o Gaussiana, la cual cuenta con la facilidad de manejo como principal ventaja. No obstante, es temerario asumir este comportamiento sin haber realizado los correspondientes contrastes estadísticos que permitan decantarnos por una u otra distribución. Valga el siguiente ejemplo, basado en la cotización diaria EUR/USD desde 2/1/2004 hasta 10/10/8 ($n = 1.229$), en el que se obtienen los siguientes valores para sus estadísticos básicos:

rendimiento medio diario	(%)	0,007%
desviación típica diaria	(%)	0,547%

Así, el VaR diario¹ a diferentes niveles de probabilidad, obtenido tanto a partir de datos históricos como por el uso de la hipótesis de normalidad, es el siguiente:

Esta utilización de modelos estocásticos no es una originalidad pergeñada para ser usada en Solvencia II.

	empírico	normal	diferencia
al 95,0%	-0,76%	-1,221%	0,345%
al 97,5%	-1,015%	-1,396%	0,381%
al 99,0%	-1,420%	-1,727%	0,307%
al 99,5%	-1,765%	-1,921%	0,148%

Fuente: elaboración propia

¹Aunque Solvencia II establece que se han de calcular las cifras de capital para un horizonte de un año, aquí, a efectos de mera exposición, se han calculado a un día.

Al contrario, existen precedentes históricos. El más remoto data de 1953, cuando en Finlandia se comenzaron a utilizar modelos de capital específicos para cada compañía. También se consideró el carácter estocástico del negocio asegurador mediante las Reservas Especiales de Nivelación -*Special Equalization Reserves*-. Más recientemente, y como antecedente más cercano en el tiempo, se encuentra el Test Suizo de Solvencia -*Swiss Solvency Test* o SST-. Este instrumento persigue una doble finalidad, pues no sólo busca obtener la cifra de capital asociada al riesgo soportado sino también la distribución estadística de esa magnitud. Su cálculo se basa en el uso combinado de modelos estocásticos y escenarios. Los ejes principales del SST, muy semejantes a los de Solvencia II, son los siguientes:

- Valoración a precios de mercado tanto de activos como de pasivos.
- El valor de mercado de los compromisos de pago es igual al mejor estimador más un margen de riesgo.
- Los riesgos clave en una entidad son los de mercado, crédito y los técnicos.



- La medida del riesgo usada es la pérdida esperada en un año o Tail VaR.
- Los riesgos clave tienen un modelo estándar.
- El capital objetivo se obtiene agregando al resultado del uso del modelo estándar el obtenido con el uso de escenarios.
- En caso de dificultades financieras, los tomadores están protegidos por el margen de riesgo.
- Se pueden usar modelos internos, cuyas hipótesis han de estar debidamente documentadas en un informe que se ha de entregar al regulador.
- Se considera el reaseguro.

MONTE CARLO VALORACIÓN DE ACTIVOS

Tanto en el Test Suizo como en Solvencia II, las situaciones que podríamos considerar que están íntimamente relacionadas con la aplicación de técnicas de simulación serían las asociadas a la valoración de mercado, tanto de los activos como de los compromisos de



RESPECTO DE LA VALORACIÓN DE ACTIVOS, EL MÉTODO MONTE CARLO PERMITE OBTENER EL VALOR FINAL QUE TENDRÁ UN ACTIVO FINANCIERO, O UNA CARTERA DE ELLOS, DESPUÉS DE REPLICAR MILES DE VECES LA TRAYECTORIA QUE PUEDE SEGUIR EN EL TIEMPO

pago, más concretamente, lo que se conoce como valor más probable o *Best Estimate*. Una vez obtenidos esos valores se dispondrá de una estimación de la distribución de valores que se pueden presentar en el fenómeno considerado.

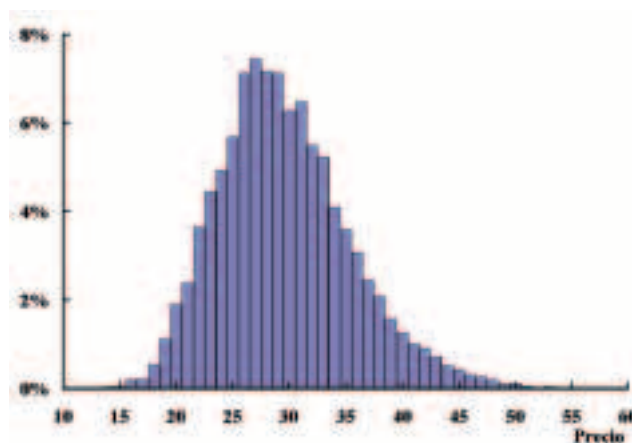
Respecto de la valoración de activos, la utilización del método Monte Carlo permite obtener el valor final que tendría un activo financiero, o una cartera de ellos, después de replicar miles de veces la trayectoria que puede seguir en el tiempo. Este ejercicio irá desde el caso más simple, en el que se valora un único activo básico -un bono o una acción-, hasta el más complejo, en el que se valora una cartera compuesta por varios activos y/o derivados. En todos los casos, la premisa básica es la asunción de alguna hipótesis sobre el comportamiento estocástico de los precios. Tradicionalmente, la teoría financiera supone que los precios siguen una distribución lognormal, o bien que los rendimientos siguen una normal, en cuyo caso el valor del activo en cualquier instante del tiempo se puede expresar como:

$$P_t = P_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \xi} \quad / \quad \xi \sim N(0,1) \quad \Delta t = t - t_0$$



siendo μ el rendimiento medio y σ la volatilidad. Así, si tenemos una acción cuyo precio actual es de 25€, con un rendimiento y volatilidad medios anuales del 15% y 25% respectivamente, y se deseara saber cuál es la pérdida probable que se puede sufrir, no habría más que generar miles de números aleatorios que siguiesen una normal estándar, sustituir cada uno de ellos en la expresión anterior y obtener para cada uno de ellos el precio al cabo del año.

Tras realizar 10.000 réplicas, la distribución de frecuencias que se obtiene para el precio final es la recogida en el gráfico siguiente:



Los valores del VaR y del TVaR para distintos niveles de confianza son los recogidos en la siguiente tabla:

confianza	Pérdida asociada (%)		Precio asociado	
	VaR	Tail VaR	VaR	Tail VaR
90	11,99%	19,53%	22,003	20,12
95	17,94%	24,29%	20,515	18,93
96	19,91%	25,63%	20,023	18,59
97	21,71%	27,22%	19,573	18,20
99	27,90%	32,80%	18,026	16,80
99,5	31,19%	31,19%	17,204	15,99

Al nivel requerido en Solvencia II, el VaR es del 31,19% y la cantidad de capital es la diferencia entre el precio inicial (25€) y el asociado a esa pérdida (17,204€), es decir, 7,796€.

BOOTSTRAPPING DETERMINACIÓN DEL NIVEL DE RESERVAS

Por lo que se refiere a la estimación del valor más probable de las provisiones técnicas, se utiliza la técnica del remuestreo o *bootstrapping*. De una forma muy simple, la simulación consiste en repetir un proceso de generación de muestras un número suficientemente elevado de veces -pongamos 10.000- para poder realizar inferencias. En definitiva, mediante la repetición y generación de muestras de datos se trata de estudiar la precisión asociada a la de determinados estadísticos que queramos utilizar, como por ejemplo, la media o la mediana. El número de posibles muestras diferentes que se pueden extraer se determina a partir de la siguiente expresión² :

$$\binom{(2n-1)}{n} = \frac{(2n-1)!}{n!(n-1)!}$$

Como se ha indicado anteriormente, una de las aplicaciones más extendidas del remuestreo en el ámbito actuarial es la asociada a la estimación de la cifra de reservas. En líneas generales, se trata de combinar el uso de esta metodología con sistemas de cálculo de reservas tan extendidos como puede ser el *Chain Ladder*. Para ello, partiendo de un modelo que explique las cantidades liquidadas por siniestros, se trata de hacer remuestreo con los residuos de ese modelo y obtener una estimación de las cantidades a dotar para hacer frente a siniestros futuros. El primer paso es, por tanto, la elección del modelo a utilizar. No obstante, es un tema que



escapa al objetivo de este trabajo, por lo que el lector interesado en ello puede encontrar una pléyade de artículos científicos sobre el particular, destacando los trabajos de autores como Mack, England, Verrall o Renshaw, entre otros.

El proceso de estimación se basa en la realización de una serie de fases que permitan obtener la cifra deseada. Este proceso ha de repetirse un número elevado de veces, y con los resultados obtenidos en cada iteración se construye la distribución de resultados. De forma muy breve, el camino comienza con la realización de un *Chain Ladder* tradicional, lo cual supone la obtención de los factores de desarrollo, la estimación



LA TÉCNICA DEL REMUESTREO O *BOOTSTRAPPING* CONSISTE EN REPETIR UN PROCESO DE GENERACIÓN DE MUESTRAS UN NÚMERO SUFICIENTEMENTE ELEVADO DE VECES -POR EJEMPLO, UNAS 10.000- PARA PODER REALIZAR INFERENCIAS

de los valores acumulados a partir de estos factores y el cálculo de los incrementos anuales asociados. A partir de estos valores anuales se obtiene lo que se conoce como residuos adimensionales de Pearson. Es precisamente con ellos con los que se va a realizar el *Bootstrapping* mediante extracción aleatoria. A partir de aquí se sigue el camino contrario al seguido hasta ese momento, es decir, partiendo de este nuevo conjunto de residuos se obtienen los valores asociados a las cifras anuales, y a partir de ellas, se obtienen las acumuladas. Con ellas se calculan los nuevos factores de desarrollo y, finalmente, se calculan las reservas a partir de los resultados de la muestra regenerada. El proceso finaliza con la estimación del valor actual de las reservas, ya que ésta es una de las exigencias de Solvencia II. Para ello se hace necesario tener una senda de tipos futuros que permita llevar a cabo el descuento de flujos para así obtener el valor buscado.

Todo este proceso hay que repetirlo un número de veces, por ejemplo 10.000, para lograr la distribución estimada de los pagos, a partir de la cual se puede calcular, al nivel deseado de confianza, el VaR o la medida de riesgo seleccionada. **I**

²Hall, P. (1992): *The Bootstrap and the Edgeworth Expansion*, Springer-Verlag, Appendix I.

³El presente trabajo tiene su origen en el libro «Análisis del riesgo en seguros en el marco de Solvencia II: técnicas estadísticas avanzadas. Monte Carlo y Bootstrapping», de los mismos autores. Este libro ha sido editado por FUNDACIÓN MAPFRE con el número 119 de la colección Cuadernos de la Fundación y es el resultado de una Beca Riesgo y Seguro de la misma Fundación, obtenida por los autores en la convocatoria de 2005.

CONSIDERACIONES FINALES

En este trabajo se ofrece una breve visión de lo que son y cómo se pueden aplicar las técnicas de simulación al ámbito de las entidades aseguradoras, principalmente Monte Carlo y *Bootstrapping*. A pesar de su enorme flexibilidad, todas ellas parten de unas premisas o modelos de partida, cuya validez debe ser absolutamente necesario comprobar, así como estar prestos a su modificación o actualización, especialmente si, como ocurre en nuestros días, el entorno cambia continuamente y con una magnitud hasta ahora desconocida³.

BIBLIOGRAFÍA

- APRA (2002). **Future Policy directions for the regulation and prudential supervision of the General Insurance Industry.**
- Artzner, P.; Delbaen, J.; Eber, M. y Heath, D. (1999). **Coherent measures of Risk.** *Mathematical Finance*, (9), pp. 203-228.
- Bennett, D.J. (1998). **Randomness.** Cambridge: Harvard University Press.
- Beran, R. y Ducharme, G. (1991). **Asymptotic theory for bootstrap in Statistics.** University of Montreal.
- Beran, R.J. (1997). **Diagnosing bootstrap success.** *Ann. Inst. Statist. Math.*, (49), pp. 1-24.
- Beran, R.J. (2003). **The impact of the bootstrap on statistical algorithms and theory.** *Statist. Sci.*, (18), pp. 175-184.
- Bühlmann, P. (2002). **Bootstraps for time series.** *Statist. Sci.*, (17), pp. 52-72.
- Bühlmann, P. (2002). **Sieve bootstrap with variable-length Markov chains for stationary categorical time series (with discussion).** *J. Amer. Statist. Assoc.*, (97), pp. 443-471.
- CEIOPS (2005). **EU Solvency II project -the first Quantitative Impact Study.** CEIOPS-FS-12/05.

CEIOPS (2006). **Quantitative Impact Study 2. Technical Specifications.** CEIOPS-PI-08/06.

CEIOPS (2007). **QIS3: Calibration of the credit risk.** CEIOPS-FS-23/07.

CEIOPS (2007). **QIS3: Calibration of the underwriting risk, market risk and MCR.** CEIOPS-FS-14/07.

CEIOPS (2007). **QIS3: Technical Specifications. Part I: Instructions.** CEIOPS-FS-11/07.

CEIOPS (2007). **QIS3: Technical Specifications. Part II: Background Informations.** CEIOPS-FS-12/07.

Chernick, M.R. (1999). **Bootstrap Methods: A Practitioner's Guide.** John Wiley & Sons.

Comité Européen des Assurances and Chief Risk Officers Forum (2005). **Solutions to major issues for Solvency II.**

Davison, A.C. (2003). **Statistical Models.** Cambridge Univ. Press.

Davison, A.C. y Hinkley, D.V. (1997). **Bootstrap Methods and Their Application.** Cambridge Univ. Press.

DiCiccio, T. y Efron, B. (1996). **Bootstrap confidence intervals (with discussion).** *Statist. Sci.*, (11), pp. 189-228.

DiCiccio, T.J. y Romano, J.P. (1995). **On bootstrap procedures for second-order accurate confidence limits in parametric models.** *Statist. Sinica*, (5), pp. 141-160.

Efron, B. (1979). **Bootstrap methods: Another look at the Jackknife.** *Ann. Statist.*, (7), pp. 1-26.

Efron, B. (1981). **Non parametric estimates of standard error: the Jackknife, the Bootstrap, and other methods.** *Biometrika*, (68), pp. 589-599.

Efron, B. (1982). **The Jackknife, the Bootstrap and other resampling plans.** SIAM.

Efron, B. y Tibshirani, R. (1993). **An Introduction to the Bootstrap.** Chapman and Hall.

European Commission (2005). **Amended Framework for Consultation on Solvency II.** MARKT 2506-04.

European Commission (2006). **Amended Framework for Consultation on Solvency II.** MARKT 2515-06.

FSA (2003). **Enhanced Capital Requirements and individual capital assessments for non-life insurers.** Consultative Paper 190.

FSA (2003). **Enhanced Capital Requirements and individual capital assessments for life insurers.** Consultative Paper 195.

FSA (2006). **Solvency II: a new framework for prudential regulation of insurance in the EU.** A discussion paper.

IAA (2004). **A Global Framework for Insurer Solvency Assessment.** International Actuarial Association.

Joy, C.; Boyle, P.P. y Tan, K.S. (1996). **Quasi-Monte Carlo Methods in Numerical Finance.** *Management Science*, (42-2), pp. 926.

McCullagh, P. (2000). **Resampling and exchangeable arrays.** *Bernoulli*, (6), pp. 285-301.

Mercer, Oliver Wyman (2004). **Life at the end of the tunnel.** June 2004.

Miller, R.G. (1974). **The Jackknife: a review.** *Biometrika*, (61), pp. 1-15.

Parr, W.C. (1983). **A note on the Jackknife, the Bootstrap and the Delta method estimators of bias and variance.** *Biometrika*, (70-3), pp. 719-722.

Pensioenverzekeraarskamer (2004). **Financial Assessment Framework.** Consultation Document.

Quenouille, M. (1949). **Approximate tests of correlation in time-series.** *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B*, (11), pp. 18-44.

Samworth, R.J. (2003). **A note on methods of restoring consistency to the bootstrap.** *Biometrika*, (90), pp. 985-990.

Shao, J. y Tu, D. (1995). **The Jackknife and Bootstrap.** Springer-Verlag.

Sharma, P. (2002). **Prudential Supervision of Insurance Undertakings.** Conference of Insurance Supervisory of the Member States of the European Union, December 2002.

Swiss Federal Office of Private Insurance (2004). **White Paper of the Swiss Solvency Test.**

Swiss Re (2006). **Solvency II: an integrated risk approach for European insurers.** Sigma n° 4.