

VII
JULIO CASTELO MATRÁN
INTERNATIONAL INSURANCE PRIZE

THE RISK OF LONGEVITY AND ITS PRACTICAL APPLICATION TO SOLVENCY II

European Harmonization for Management Purposes

Authors:

José Miguel Rodríguez-Pardo del Castillo (Coord.)
Irene Albarrán Lozano
Fernando Ariza Rodríguez
Víctor Manuel Cóbreces Juárez
María Luz Durbán Reguera

FUNDACIÓN MAPFRE accepts no responsibility for the contents of this document. Its publication does not imply agreement or association with the opinion herein.

Copying or reproduction of this work in any form without the written consent of the author(s) or editor is prohibited.

© 2015, FUNDACIÓN MAPFRE
Paseo de Recoletos, 23
28004 Madrid (España)
www.fundacionmapfre.org

ISBN: 978-84-9844-574-9
Legal deposit: M-39281-2015
Original design and layout: Zridi Diseño Digital

José Miguel Rodríguez-Pardo del Castillo has a bachelor's degree in Actuarial Science and a PhD in Economics from Universidad Complutense in Madrid, a PhD in Biomedicine and Health Sciences from UEM (Universidad Europea de Madrid), a diploma in Business Management from the EOI (Escuela de Organización Industrial), and a diploma from the Postgraduate Program of the IESE Business School. The former general manager of BBVA Seguros for Spain and Portugal (2000-2010), he teaches on the master's courses in Actuarial Science and Quantitative Methods for Insurance at Universidad Carlos III in Madrid, and also teaches at IEB and ICEA. In addition, he is an honorary fellow in the Finance Area of Universidad Complutense in Madrid.

Irene Albarrán Lozano is an actuary and has a PhD in Economics and Business Studies from Universidad Complutense in Madrid. A tenured professor of Actuarial Statistics since 2001, she currently runs the Master's in Quantitative Methods for Insurance course offered by the Statistics Department of Universidad Carlos III in Madrid.

Fernando Ariza Rodríguez has a dual bachelor's degree in Economics and Actuarial Science and a PhD in Financial, Actuarial and Mathematical Economics from Universidad Complutense in Madrid. He is currently head of the Solvency Area at Mutuality de la Abogacía, the technical coordinator of the Bioactuarial Committee of AGERS (Spanish Association of Risk Management and Insurance), a member of the EurelPro Technical Committee, and a member of the Actuarial Science Master's Thesis Evaluation Board at Universidad Carlos III in Madrid.

Víctor Manuel Cóbreces Juárez has a degree in Business Studies from Universidad Rey Juan Carlos I, a postgraduate diploma in Actuarial Science from Universidad Carlos III in Madrid, and a master's degree in Risk Management for Insurance Companies from IEB (Institut d'Economia de Barcelona). He is currently a Life insurance actuary specializing in longevity at PREMAAT, where he is also responsible for managing and quantifying Solvency II risks.

María Luz Durbán Reguera has a bachelor's degree in Mathematics from Universidad de Granada, a master's degree in Mathematical Statistics from the University of Cambridge, and a PhD in Mathematics from Heriot-Watt University (United Kingdom). She has worked with the CMI since 2000 on the implementation of smoothing models for mortality prediction, and is currently a tenured professor in the Statistics Department of Universidad Carlos III in Madrid.

INTRODUCING

Since 1975 Fundación MAPFRE has been carrying out general interest activities for society in different professional and cultural areas, in addition to many actions aimed at improving the economic and social conditions of the most disadvantaged people and sectors of society.

The aim of the Insurance and Social Protection Area is to promote and disseminate knowledge about the insurance culture and social protection.

With regard to the activities for society in general, we create free, universal content on insurance, which we make available through our Seguros y Pensiones para Todos (Insurance and Pensions for Everyone) website. We organize training courses for teachers which involve educational and awareness-raising activities, as well as workshops for schoolchildren and free group tours of the Insurance Museum. We also publish informative guides to help people understand the basics of insurance.

In addition to this informative work, we support research by preparing reports on insurance markets and other subjects of interest, we award research grants related to insurance and social protection, we publish books and surveys on insurance-related matters, and we organize conferences and seminars. Our commitment to knowledge is embodied in our specialized Documentation Center, which supports all our activities and is open to the general public.

It is within the framework of these activities that we now publish this work stemming from the research project *El riesgo de longevidad y su aplicación práctica a Solvencia II: Modelos actuariales avanzados para su gestión* (The Longevity Risk and its Practical Application for Solvency II: Advanced Actuarial Models for its Management), which won the seventh edition of the Julio Castelo Matrán International Insurance Prize in 2014. The publication examines the *European Longevity Index* and its potential role in harmonizing cross-border pension operations.

Details of all of our activities are available and accessible online to users around the world via our website www.fundacionmapfre.org

Insurance and Social Protection Area
FUNDACIÓN MAPFRE

ABSTRACT

Based on the book "*El riesgo de longevidad y su aplicación práctica a Solvencia II: Modelos actuariales para su gestión*", which received the 7th Julio Castelo Matrán prize awarded by FUNDACIÓN MAPFRE in 2014, this research paper reviews and analyzes the most modern and innovative actuarial techniques linked with longevity risk, and their practical application to risk management. These techniques will enable optimization of longevity risk in relation to the following aspects, among others: better estimate of life expectancy, analysis of sufficiency of technical provisions, sustainability of public and private pension systems, pricing, modeling of regulatory capital under Solvency II, risk-adjusted return, mitigation and transfer of risk, etc. Additionally, it is recommended that public longevity indices be created with the aim of standardizing hedging instruments and new types of reinsurance.

Thanks to these techniques, governments and international bodies and, naturally, the governing bodies of insurance and pension fund firms will be able to make better decisions with regard to management and mitigation of longevity risk.

Keywords: longevity, actuarial models, indices, pensions, solvency, management, mitigation and transfer.

CONTENTS

1. INTRODUCTION	13
2. LONGEVITY RISK	17
2.1. Concerns about longevity risk	17
2.2. Longevity Subrisks	18
3. MODELING THE LONGEVITY RISK	21
3.1. M1: Lee-Carter Model	22
3.2. M2 and M3: Smooth Lee-Carter Models	23
3.3. M4: P-spline 2d Model (Age-Period)	24
4. SPANISH LONGEVITY INDEX	27
5. LONGEVITY RISK UNDER SOLVENCY II	31
5.1. Standard formula	31
5.2. Alternative internal model to the standard formula	32
5.3. Variable analysis	34
5.4. Application to the insurance market	35
5.5. Model prudence	37
5.6. Validation and testing	38
6. OPTIMAL CAPITAL MANAGEMENT: RORAC & CAPITAL ALLOCATION	39
7. LONGEVITY MITIGATORS	43
7.1. The role of private citizens	43
7.2. The role of public authorities	43
7.3. The role of the insurance industry	44
7.3.1. The company's own mitigation measures	45
7.3.2. Transfer of longevity theoretical risk to third party	46
8. LONGEVITY SWAPS	49
8.1. What are longevity swaps?	49
8.2. Types of longevity swaps	49
8.3. Longevity swaps under Solvency II	50
8.4. Practical application to life insurance companies	51
8.4.1. Hypotheses and assumptions	51
8.4.2. Impact in terms of costs	53
8.4.3. Impact under solvency II	56
8.5. Reinsurance Management Tool (RMT)	57
9. SCOPE	61
10. CONTRIBUTION TO INSURANCE INDUSTRY, AND CONCLUSIONS	63
BIBLIOGRAPHY	67

1. INTRODUCTION

Among the risks taken by governments and insurance companies in relation to the human life, survivor risk is the most difficult to measure and handle. This has been shown in recent reports by different International Bodies (OECD, IMF, European Commission, etc.). These documents stress that governments and private organizations that provide pension benefits face high risk derived from the possibility that individuals may live longer than the previously estimated age. For example, if – by 2050 – the average life expectancy rose by three years above the current estimate, the aging-derived costs would increase by 50 percent. Considering the high financial impact of longevity risk, these Bodies recommend that measures for assessing, managing and mitigating this risk be implemented as soon as possible. Otherwise, if corrective action is deferred, Social Security Programs may become insufficient and possibly break down entirely.

Given these premises, this document aims to provide a solution for this economic and social demand, from a comprehensive perspective of dynamic risk management.

Consequently, the concept of longevity risk is first clarified. This is followed by an analysis of the population dynamics and set of subrisks that determine and explain the continuous improvement of life expectancy. From this knowledge, the metrics of longevity is then evaluated. Out of the different subrisks, the trend risk is given particular attention. There is a need for a more accurate understanding and classification due to the risk's systemic nature as well as the difficulty in extrapolating actuarially consistent trends.

Graduation models of survivor risk are the main actuarial tool for appropriately measuring the longevity of a specific target group. For this reason, this paper starts by detailing and comparing the underlying theoretical framework of the models found in the most recent actuarial literature, which have been applied in different markets with proven experience in pricing and reserving of life annuity portfolios.

Once longevity risk and its actuarial graduation have been analyzed, trend risk modeling will be applied to a specific population context. Even though the methodology used is valid for any population, this document contains a practical case based on Spanish mortality data between 1960 and 2009 for the age group 40-100 years old. To this end, four of the most advanced, international actuarial models of age-period have been used; these models have shown robustness in measuring population trends. These four models are: Lee-Carter, P-spline 2d, and two smooth versions of the Lee-Carter

model. Additionally, backtesting was performed to exemplify the models' predictive behavior; the resulting mortality improvement factors are shown.

By combining the aforementioned models, the Spanish Longevity Index (SLI) has been designed. This index is proposed with a view to measuring longevity trends in the Spanish population; it meets the requirements of the usability test applied to this type of metrics by international actuarial standards, and has been configured as a useful tool for all parties in the matter of longevity risk. In other words, it can be used to estimate life expectancy, calculate actuarial liabilities, develop alternative internal models to the standard formula put forward by Solvency II, and even publish an index which determines the transfer price of longevity risk in reinsurance and capital market transactions. Furthermore, the SLI will be updated as the population censuses are updated by the authorities responsible for compiling mortality statistics. Consequently, its application will make it possible to reevaluate liabilities and capitals exposed taking into account a better longevity estimate.

Thus far, most estimates of mortality and its trends have fallen below the actual figures. In this context, this paper contains limits or scenarios (SLI-50 and SLI-99.5) that may help governments, international bodies, life insurers, pension funds, capital markets and, in general, all parties in longevity risk to determine or evaluate the reserves of long-term risks more accurately.

Based on the SLI values at 99.5 percent confidence level (SLI-99.5) and after analyzing the requirements set by the European Directive Solvency II for longevity risk, an internal model has been created with the aim of determining the actual capital consumption for survivor risk. From the results, it can be concluded that this capital consumption decreases with age and the residual duration of insurance contracts. Therefore, this internal model is a real alternative to the standard formula in Solvency II, which assumes a one-off, permanent and instantaneous stress of 20 percent on expected mortality rates. After confirming its statistical goodness, the proposed actuarial trial involved a portfolio of exposed risks of life annuity insurance; its results are very revealing of the actual capital consumption in comparison with the standard formula proposal.

Next, management models for longevity risk are analyzed to determine how they can be optimized by using "risk mitigators". To this end, risk mitigators must first be defined and classified based on the subrisk to be mitigated by the company or government – basis risk or trend risk. After detailing the survival mitigators, a modern methodology is presented for optimal risk-adjusted capital management. A proposal is even made for the practical application of the RORAC and Capital Allocation models to the results of the previous trials.

Lastly, due to its particular relevance and potential, a convenient and comprehensive study has been carried out of one of the leading models of longevity transfer in the

European life annuity market: the longevity swap models in the form of reinsurance contracts or through capital markets. Using the actuarial model developed from the longevity indices obtained in the previous sections, and based on scenarios applicable to the target population situation, it is possible to simulate reinsurance transfer prices and their impact in terms of costs, balance sheet and capital consumption for an insurer under Solvency II. Furthermore, the Reinsurance Management Tool (RMT) for reinsurance optimization is presented. This tool analyzes different alternatives that allow the ceding company to choose the best reinsurance contract for optimal business management based on the company's risk profile and appetite.

To conclude, the purpose of this research paper is the practical application to the longevity business in any country and population situation of a comprehensive set of the most advanced actuarial and risk management techniques. These techniques will allow governments, insurers and reinsurers to improve their control, monitoring, management, mitigation and transfer of survivor risk in their balance sheets. In this way and despite a priori uncertainty, it is demonstrated that this risk can be assumed and made profitable and, as a consequence, result in greater protection of individuals, their well-being and peace of mind after retiring.

Additionally, in order to meet the requirements of the "*Directive on the activities and supervision of institutions for occupational retirement provision*", the need for European harmonization of the methodology for evaluating and projecting longevity trend risk is considered. This methodology will aim to give an appropriate response to the uncertainty brought by biometric risks to the future sustainability of private and public pension plans.

2. LONGEVITY RISK

2.1. Concerns about longevity risk

Longevity is connected with social and economic development. Over the last decades, this has been demonstrated by the intense and continued increase in life expectancy, which coincides with the consolidation of the welfare state, medical and technology advancements, improved lifestyle, healthcare, reduced workplace and traffic accidents, et cetera.

However, there is major uncertainty about how the continuous improvement of longevity will progress in the future, and what its consequences for the insurance industry and domestic pension schemes will be. For every 1 percent increase in mortality improvement factors, life expectancy increases by 1.5 years. For this reason, improved mortality needs to be clearly understood and quantified.

If longevity risk is defined as the risk that people will live longer than expected, this risk will affect individuals, insurers and the public sector. From the point of view of society in general, individuals need to generate enough income to fund their old age. Since the population pyramid tends to invert and the dependency ratio to worsen, retired people's income will tend to decrease – public distribution systems will no longer be able to provide the same level of compensation as was common practice until now. If people themselves take no action to correct this situation, increased life expectancy will lead to poorer quality of life. In order to mitigate this biometric risk, individuals can acquire life annuity products or pension plans that provide them with life periodic payments, thus transferring the risk of high survival to the private insurance industry. From the perspective of the private sector, insurers face the risk of greater payments due to the increased life expectancy of their insured parties.

Given these circumstances and the expected continued increase in improvement factors and life expectancy, the governments of most industrialized countries are expected to gradually reduce their state pensions. Added to this, there is greater awareness that this biometric risk may affect people's well-being in their old age; as such, it is expected that the demand for insurance products that address longevity risk will increase. In other words, it is expected that, in the future, longevity risk will be transferred from the public sector to the individuals and that, through appropriate financial culture, the individuals will transfer the risk to the private sector by taking out insurance contracts.

Consequently, holders of longevity risk must be able to actively manage their underlying risk and, as a consequence, ensure that their exposure to longevity remains within their tolerance margins and risk appetite.

2.2. Longevity Subrisks

Longevity risk can be defined as the “risk that the reserves for pension payments (retirement, widowhood, orphans and disability) may be insufficient for their purpose because they were based on mortality tables that reflect a likelihood of survival below subsequent actual figures”. Therefore, the hypotheses underlying dynamic survival models must be as accurate as possible so as to ensure financial-actuarial return. For this reason, it is necessary to identify and understand the subrisks that comprise the risk of human survival being higher than expected. These are the subrisks:

- **Volatility or process subrisk:** The risk that the mortality of the insured population shows deviations around the expected level due to pure statistical fluctuations.
- **Cohort subrisk:** Possibility that a generation may see greater increase in life expectancy than the generations before or after them.
- **Catastrophic subrisk:** Shocks to mortality rates during a specific year due to pandemics, wars, etc.
- **Trend subrisk:** This is considered to be a systemic risk of longevity risk. In other words, the risk that mortality improvement is higher than the initial forecast. The underlying factors are similar across the entire developed world.

Out of these subrisks, the trend subrisk is the hardest to measure and manage: it cannot be mitigated by diversification since, in general, mortality improvement affects all populations that can underwrite risks. As a consequence, the actuarial models in this document aim to apply the best actuarial practices of trend subrisk estimate and management to any population context.

To achieve correct calibration, actuaries must carry out initial assessments of the period to be used as reference for the projection. This involves some level of subjectivity and actuaries must:

1. Avoid volatilities in estimate results.
2. Compile medical improvements related to improved longevity adequately.

3. Not include periods between wars, or periods of very intense migrations or catastrophic effects in population mortality.
4. Understand the changes in the statistical methodology used for domestic censuses which may generate atypical results from the mortality analysis.
5. The base population must be the population of the country where the annuities are taken out.
6. For very short period such as five years, the trend is often overestimated; on the other hand, for very long periods such as 100 years, estimates are often invalidated due to atypical situations.

3. MODELING THE LONGEVITY RISK

Traditionally, life insurance and pensions have based their mortality models on life tables, and deterministic projections have been used to take improved mortality into account. The spectacular improvement of longevity throughout the 20th century has shown that this approach is inadequate to handle the mortality risk.

Over the years, different proposals for modeling and forecasting the mortality rates dynamics have been put forward. No model is uniformly superior to the others in every situation and for every population. For this reason and so as to minimize the “model risk”, four models have been selected. They match two of the most common approaches used in countries such as the United Kingdom, the United States and Italy: models based on time series techniques, and models based on multidimensional smoothing techniques. There were other models in international actuarial literature to choose from, such as the models that include the cohort variable. However, the use of this variable has caused significant controversy among experts in longevity average; they recommend cautious use, especially when performing future predictions (Currie, 2012).

This document focuses on data about the Spanish population found on the Human Mortality Database (www.mortality.org). The study uses the biometric variables of exposed to risk [$E_{x,t}$] and deceased [$D_{x,t}$], by age and gender from 1960 to 2009; implicitly, the force of mortality is also used, and $\hat{\mu}_{x,t}$ defined as:

$$\hat{\mu}_{x,t} = \frac{D_{x,t}}{E_{x,t}}$$

Where:

$\hat{\mu}_{x,t}$ the force of mortality.

$D_{x,t}$ the number of deceased by age and period.

$E_{x,t}$ central exposed to risk by age and period.

If we consider that $d_{x,t}$ is a random variable and $E_{x,t}$ is a fixed term, can be modelled using Poisson distribution.

$$D_{x,t} \sim P(E_{x,t} \mu_{x,t})$$

Consequently, the aim is to adjust and predict the force of mortality of Spanish population by using the models in Table 1 (see description below):

Model	Formula
M1	$\log (\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t$
M2	$\log (\mu_{x,t}) = \alpha_x + \sum_i \theta_i^\beta B_i(x) \kappa_t$
M3	$\log (\mu_{x,t}) = \sum_i \theta_i^\alpha B_i(x) + \sum_i \theta_i^\beta B_i(x) \kappa_t$
M4	$\log (\mu_{x,t}) = \sum_{ij} \theta_{ij} B_{ij}(x, t)$

Table 1

Equations of the four mortality models analyzed.

β_x and κ_t correspond to age and period, respectively. B are the bases for B-spline, and θ are the weights associated with these bases.

3.1. M1: Lee-Carter Model

One of the most commonly used models in mortality projection is the Lee-Carter model (Lee & Carter, 1992). This is the model:

$$\log (\mu_{x,t}) = \alpha_x + B_x \kappa_t$$

where $\mu_{x,t}$ is the previously determined force of mortality in year t at age x ; α_x is the effect of age; κ_t is the effect of time; and B_x represents the pace at which the force of mortality changes at each age over time. The model is based on the hypothesis that α_x and B_x (estimated from past data) will remain constant in the future, and are estimated using the method of maximum likelihood (Brouhns & Denuit, 2002), while κ_t is estimated based on models of time series (ARIMA models). Since mortality can be regarded as a stochastic process, it makes sense to use a stochastic model to predict future results with regard to mortality trend, and calibrate the trend stress for longevity risk. This stress is calculated from projection confidence bands; these bands are obtained by multiplying the prediction's standard error by $\Phi^{-1}(p)$, where Φ is the distribution function of a variable $N(0;1)$; p is the desired probability, i.e. $p = 0.005$ and $\Phi^{-1}(p) = 0,57$ and in our case.

3.2. M2 and M3: Smooth Lee-Carter Models

M1 was first extended by Delwarde et al. (2007). The idea behind this model is that β_x can be volatile, especially when there is a small number of deaths. This volatility may lead to inconsistent predictions; a possible solution is to replace β_x with a smooth version by using penalized B-splines – P-splines (Eilers & Marx, 1996).

The graph in Figure 1 shows the values of parameter β_x obtained from the M1 model. Since β_x refers to the rate at which $\hat{\mu}_{x,t}$ (force of mortality) changes at each age and over time, one would expect that these changes took place gradually. However, the graph shows that, for example, around 40, 50 and 60, there are unexpected variations. A possible solution is to assume that β_x presents smooth behavior, and to impose this smoothness by using P-splines.

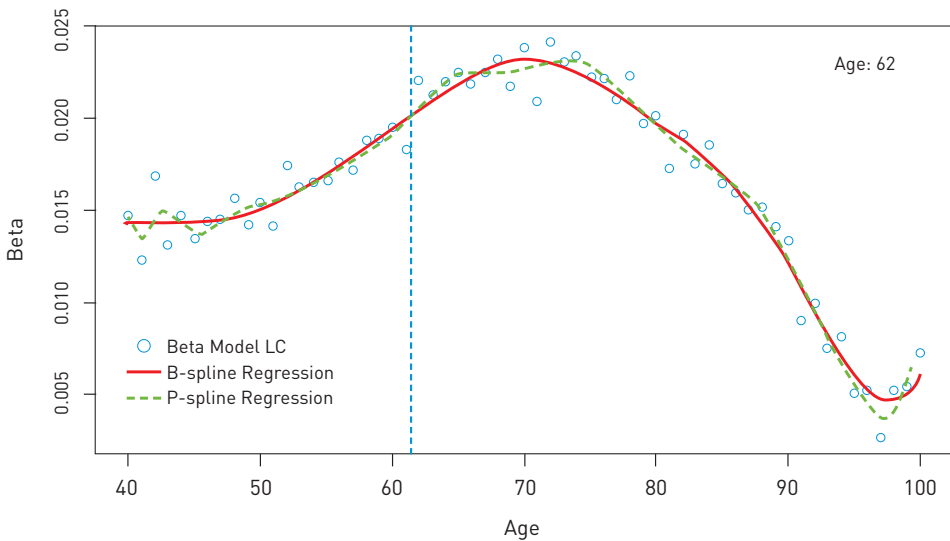


Figure 1
 β_x values estimated using the M1 model and smoothed using B-spline and P-spline regression.

This method uses a B-splines basis for regression. Each B-spline comprises four polynomial pieces that are smoothly joined at positions called knots (see De Boor, 2001, for a detailed description). In this way, β_x is modelled by:

$$\beta_x = \sum \theta_i B_j(x)$$

Smoothness is achieved by applying a penalty to adjacent coefficients, and controlled by a smoothing parameter. Penalized maximum likelihood is used to perform the estimate:

$$lp = \sum_{x=40}^{100} \left(\beta_x - \sum_{i=1}^c \theta_i B_i(x) \right)^2 + \lambda \sum_{i=j+1}^c (\Delta^2 \theta_i)^2$$

The parameter λ [smoothing parameter] is selected using the Bayesian information criterion [BIC] [Schwarz, 1978]. Including P-splines to smooth β_x in the M1 model leads to the M2 model:

$$\log(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \sum_i \theta_i^\beta B_i(x) \kappa_t$$

Figure 1 shows the smooth trajectory of β_x clearly, after this methodology has been applied. Among other consequences, this smooth transition of the parameter from one age to another prevents mortality trends of similar ages from crossing.

Applying the P-spline methodology to smooth α_x leads to the M3 model proposed by Currie [2013]:

$$\log(\mu_{x,t}) = \sum_i \theta_i^\alpha B_i(x) + \sum_i \theta_i^\beta B_i(x) \kappa_t$$

Projection of future observations in models M2 and M3 is carried out in a similar way to model M1 (both α_x and β_x remain constant).

3.3. M4: P-spline 2d Model (Age-Period)

Currie et al. (2004) introduced the idea of using bidimensional P-splines to adjust and project the force of mortality. This model has been used by the Continuous Mortality Investigation (CMI), a department supported by the UK Institute and Faculty of Actuaries, and is widely accepted across the world. The aim is to model $\log(\mu_{x,t})$ as a function of age and time, in the context of the GLM model. To this end, the single dimensional focus described above is expanded so as to enable smoothing of the force of mortality based on age as well as time. B_x is the B-splines matrix built from age, and B_t is the matrix built from the time variable. The regression matrix for the bidimensional model is the Kronecker product of both:

$$B = B_t \otimes B_x$$

Additionally, a penalty is applied to adjacent coefficients, based on their proximity in the direction of age and time. This penalty is:

$$P = \lambda_x \sum (\Delta^2 \theta_i)^2 + \lambda_t \sum (\Delta^2 \theta_j)^2$$

This penalty depends on two parameters that control smoothness in the direction of age and time. With values for λ_x and λ_t , the model is adjusted using the penalized version of the Fisher algorithm proposed by Eilers & Marx (1996). One of the advantages of this method is to be able to obtain the standard errors of adjusted data straightforwardly; this can be used immediately to calculate force of mortality stress.

$$\text{Var}[\log(\hat{\mu}_{x,t})] = B(B' \hat{w} B + P)^{-1} B'$$

where B and P come from the equations described above, and \hat{w} is the weight matrix of the penalized Fisher algorithm once convergence has been achieved.

Figure 2 shows the force of mortality among the Spanish male population, and the force of mortality adjusted using the bidimensional P-spline model. As observed, the smoothed surface reflects the data pattern without any noise.

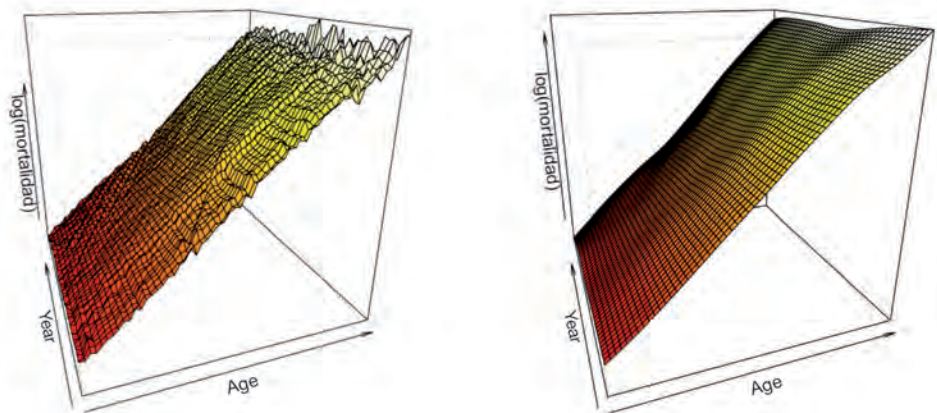


Figure 2.
Force of mortality observed (left) among the Spanish male population between the ages of 40 and 100, from 1960 to 2009, and adjusted force of mortality (right) using the bidimensional P-spline model.

P-splines handle the prediction of future data as missing value problem (Currie et al., 2004). The prediction is completed by extending the B-splines matrix to accommodate the new observations (and the corresponding penalty), and the new coefficients are estimated. These are a linear combination of the two last coefficients used in the adjustment.

Figure 3 shows the adjustment and predictions of force of mortality among 73-year-old men, using models M3 and M4. The predictions of model M3 are lower than the predictions of model M4. However, both predictions fall within the confidence bands of both models and, as such, it can be concluded that the predictions are not statistically different. Nevertheless, it is clear that the stress of model M3 is significantly more marked than the stress of model M4.

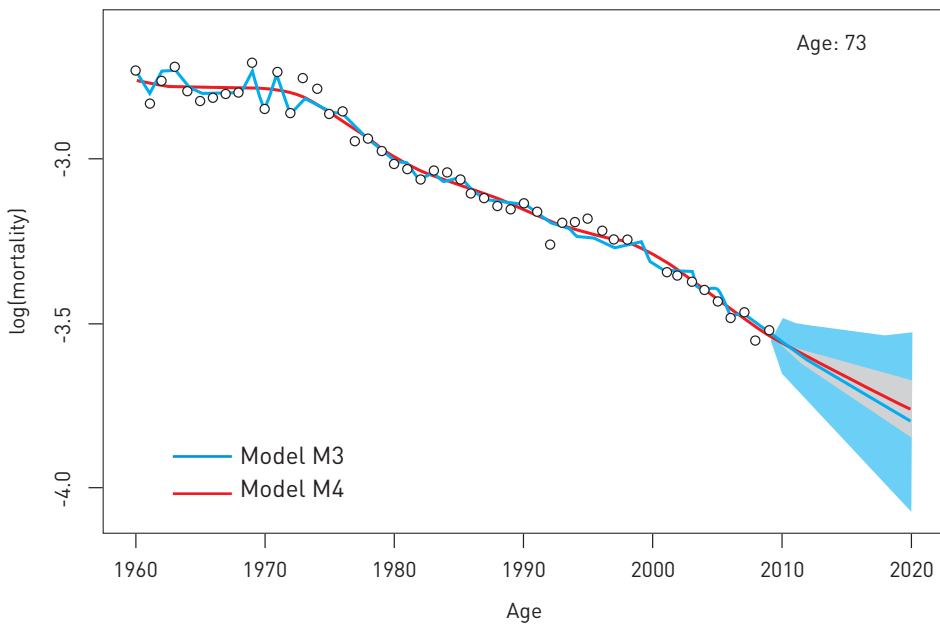


Figure 3.
Force of mortality adjusted and predicted until 2020, and confidence bands for prediction among 73-year-old men; models M3 and M4 used

4. SPANISH LONGEVITY INDEX

Two actions have been taken to study the behavior and progress of the mortality estimated and projected by these four models. First, backtesting was performed. Its results provide acceptable values in terms of mortality. Second, two key variables were analyzed: the mortality improvement rate ($\lambda_{x,t}$) and the mortality reduction factor ($FR^0_{x,t}$). (for the mortality reduction factor, see the book “El Riesgo de Longevidad y su aplicación práctica a Solvencia II”, page 84).

Mortality improvement factors between years have been defined as:

$$\lambda_{x,t} = 1 - \left(\frac{\hat{\mu}_{x,t}}{\hat{\mu}_{x,t-1}} \right)$$

Where:

$\lambda_{x,t}$ improvement factor between periods.

$\hat{\mu}_{x,t}$ mortality strength in period t .

$\hat{\mu}_{x,t-1}$ mortality strength before period t .

The improvement and reduction factors allow us to carry out the following: detailed evaluation of mortality among the target population, and prior study of information to identify possible errors before assuming a recurrent improvement or before working with a specific period of time in the short term.

Next, an indicator is designed from the improvement factors projected for the next few years – the “Spanish Longevity Index”. This indicator (hereinafter SLI) is suggested as a benchmark index for measuring the progress and trend risk of longevity among the Spanish population. This index is defined based on model, age and gender.

Selecting a specific long-term trend value by age is a complicated and clearly subjective task. Different future scenarios could be designed taking into account different causes of death or even professions for adjustment purposes; however, this would be a very subjective exercise, which we leave at the insurer’s discretion.

If they so desire, insurers can use this model to mitigate the longevity trend risk and define a trend for each age, which would be updated on a yearly basis. For example, we have projected the improvement factors for each model (M1, M2, M3 and M4) for the next few years, and can extract mortality in the last period to define an average improvement factor ($\lambda_{x,t}$) which increases geometrically for the next periods and is expressed as:

$$\hat{\mu}_{x,f} = \hat{\mu}_{x,t} (1 + \lambda_{x,t})^{f-t}$$

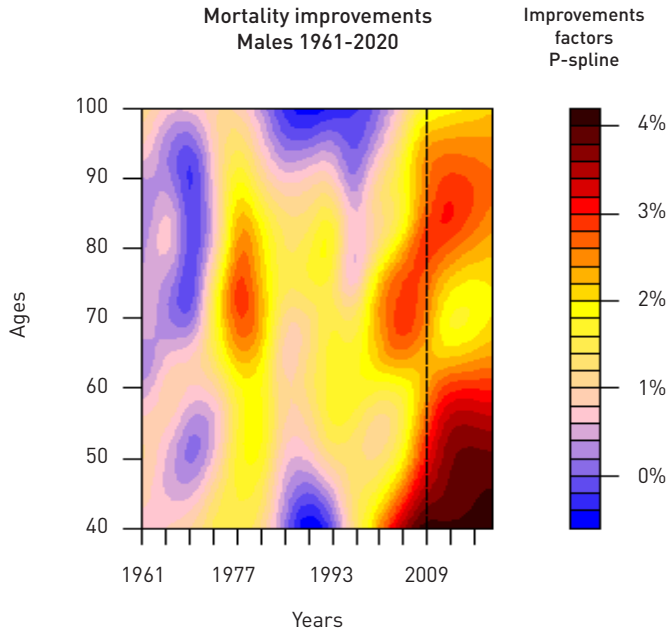


Figura 4.

Projection of improvement factors for male population (model M4) from 2009 to 2020.

Source: Prepared internally

Once the improvement factors by model, age and gender have been obtained, the median of both models is suggested due to the models' thoroughness and robustness.

It should be noted that the benchmark index (SLI) meets the criteria of the "usability test", which must form the basis for all longevity indices. These criteria are:

- Traceability
- Transparency
- Objectivity
- Robustness
- Easy to manage
- Survivor trend
- Continuity
- Consistency
- Simplicity
- Universal

After completing the usability test, it is found that the SLI can be used by the Spanish insurance industry as a management tool for the longevity trend risk. Also, this methodology can be easily applied to any other country or population group. The results are shown in Figure 5:

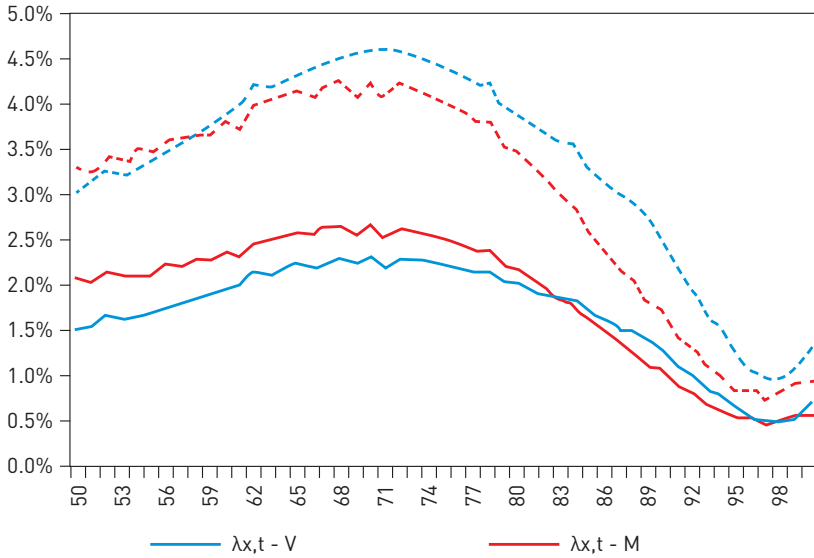


Figure 5.
Median of improvement factors by age for men and women. Dotted lines indicate improvement factors calculated using projection at 99.5 percent.

Source: Prepared internally.

As of this date, most mortality and mortality trend estimates have been below the actual figures. This research includes limits or scenarios (50 percent vs. 99.5 percent) that, when subjected to backtesting, showed enough statistical robustness for the Spanish population, and may help governments, international bodies, life insurers, pension funds, capital markets and, in general, all parties in the longevity risk to determine or evaluate the reserves of long-term risks more accurately.

These indices (SLI-50 and SLI 99.5) are the basis for the active management of longevity risk (see next sections), and for addressing such important issues as consumption of financial and regulatory capital, capital management and longevity risk mitigation and transfer, which form part of government and business balance sheets.

5. LONGEVITY RISK UNDER SOLVENCY II

The new Solvency II framework Directive introduces a new margin of solvency which, unlike the previous margin, will be dynamic. It rewards companies that show better risk management, and protects policy holders and beneficiaries: poorer solvency margins will be immediately reported to the market. These are some of the other goals of the new Directive:

1. To integrate the regulations of the European insurance market.
2. To improve the competitiveness of the insurance industry.
3. To promote a solvency system that is sensitive to the risks assumed.
4. To make decisions that fit the company's actual risk.

To this end, appropriate technical provisions must be defined using statistical and actuarial methods. The concept of Best Estimate was created for this purpose. Additionally, this regulation introduces a Solvency Capital Requirement (SCR) in order to handle potential business deviations. Its calculation is based on a standard formula that allows all companies to evaluate their economic capital objectively. Also, companies can use *"partial or full internal models for calculation"*.

5.1. Standard formula

this paper focuses on analyzing the impact on insurance companies of longevity risk under Solvency II, and the possibility of ensuring that the companies' assets are always enough to cover liabilities generated by this risk. For this, Solvency II introduces a shock equivalent to a permanent, instantaneous and one-off reduction of 20 percent in expected mortality rates.

$$SCR_{long}^{shock} = NAV_0 - (NAV_0 | shock_{longevidad})$$

So that the need for examining the suitability of this shock is understood, we would like to translate this data into more tangible terms. What does a permanent 20 percent

reduction in mortality mean in practice? Well, for example, this means eradicating about 60 percent of male deaths derived from circulatory problems (the same as eliminating ischemic heart disease) permanently and overnight, or eradicating all female deaths from cancer, permanently and overnight. At first glance, these scenarios are markedly extreme. In reality, this is even more so – eradicating illnesses overlooks the natural process where the disappearance of one illness automatically leads to increased prevalence of other illnesses, since causes of death are not independent.

5.2. Alternative internal model to the standard formula

For the aforementioned reasons and since we believe that the standard formula for longevity risk does not fit the actual progress of expected mortality improvements, we suggest that this formula be recalibrated. This modified formula would be used as an Internal Model pursuant to Pillar 1 of Solvency II; naturally, it would also be used for self-assessment closer to the actual longevity risk assumed by an insurance company under Pillar 2 of Solvency II (ORSA/FLAOR).

Additionally, using the base mortality projected as per the trend extrapolation models in Section 3, a one-off shock is suggested. However, this will be linked with the insured party's age and gender in addition to the residual duration of the insurance contract.

Hence, using the index SLI-99.5 as a reference, the estimated mortality is calculated (q'_x):

$$q'_x = [q_x \cdot (1 - \lambda_x)]$$

where:

q_x is the observed probability (INE2011) that an individual aged x dies between x and $x+1$.

q'_x is the expected probability that an individual aged x dies between x and $x+1$.

λ_x is the mortality improvement factor for each age x (SLI-99.5).

For the year $x+1$:

$$q'_{x+1} = [q_{x+1} \cdot (1 - \lambda_x) \cdot (1 - \lambda_{x+1})]$$

And for the last projection period, which corresponds to the termination of the (temporary or life) contract:

$$q'_{x+n} = [q_{x+n} \cdot (1 - \lambda_x) \cdot (1 - \lambda_{x+1}) \cdot \dots \cdot (1 - \lambda_{x+n})]$$

Furthermore, defining longevity shock as the reduction in expected mortality over estimated or base mortality, we have compared the number of deaths among the basis population (with no improvement) at the end of the observed period, over the expected population (with mortality improvements):

$$shock_long = \frac{q_{x+n}}{q'_{x+n}} - 1$$

As a consequence and using the aforementioned methodology and premises, alternative shocks to the standard formula (20 percent) are obtained. These shocks are also one-off, instantaneous and permanent but they combine age, gender and residual duration of contract. Also, in the interest of prudence, an additional two percent biometric shock has been included to reflect potential future abrupt deviations of longevity that were not part of previous experience (e.g. relevant medical advances or changes in habits and lifestyle).

These would be the proposed longevity shocks in the alternative model:

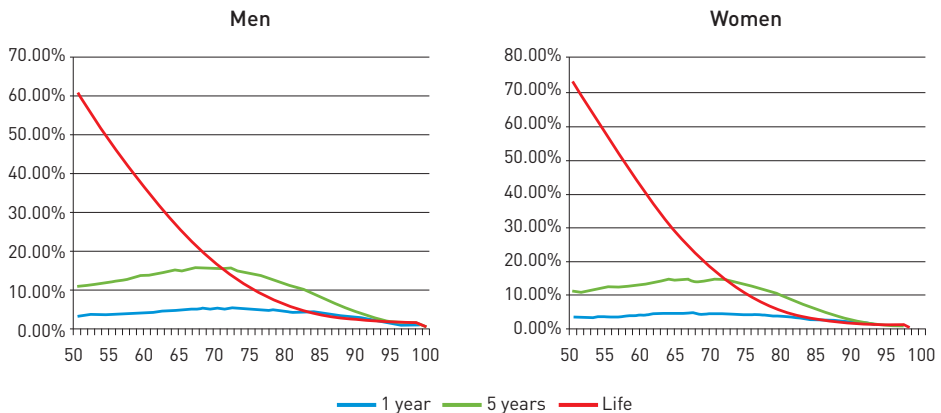


Figure 6.
Longevity shocks in alternative to the Standard Formula.
Source: Prepared internally.

The following can be concluded from these results:

1. For longer durations, there is a higher chance that mortality will improve, with life annuities being the most extreme case. Consequently, it is evident that life annuities should not be handled in the same way as temporary annuities.
2. The same longevity shock should not apply to all ages: the younger you are, the more likely it is that mortality will improve.

3. Since most longevity insurance products target people over 50, our analysis does not focus on younger ages. However, it is clear that a single shock should not be established for the entire insured portfolio; it should vary based on a combination of age, gender and duration.

5.3. Variable analysis

following common practice in the insurance market, a multiple regression study has been carried out to analyze the relationship between the age, duration and gender variables and the longevity shock variable. In other words, an analysis was performed on how the dependent variable can be explained by simultaneous treatment of the three independent variables.

The dependent variable "longevity shock" is predicted from the independent variables of age, gender and contract duration. The following general equation for multiple linear regression is used:

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$$

based on the following premises:

1. Linear relationship between the variables.
2. The distribution of the dependent variable is conditioned by each possible combination of values of the independent variables.
3. Variables are independent of each other. As a consequence, residuals will be independent of each other and comprise a random variable.
4. Homogeneity of variance (homoscedasticity): The dependent variable variance that is conditioned by the values of the independent variables shows homogeneity.

Since Normality is not present in residuals from the multiple regression analysis, a Generalized Linear Model has been developed. This model does not require normality in errors and explains a variability of 80 percent. Hence, it has been possible to conclude that "duration" and "age" are significant variables; and even though "gender" has been deemed not relevant, it can be regarded as a confounding variable since it is closely associated with the response variable.

5.4. Application to the insurance market

Below, the resulting longevity shocks are applied to a specimen portfolio of 10,000 pensioners with the same structure in terms of average age (average age: 72), gender and annuity as the structure for retired pensioners in Spain in 2010 (MEYSS data). Also, the impact of a change in longevity shock on the SCR_{life} of a Life Insurance Company is analyzed.

The alternative shocks for this insured portfolio, for the year of calculation $t=1$ are:

Age range	Class midpoint	one-off shock		
		Total	Men	Women
50-59	57	43.84%	43.62%	51.78%
60-64	63	30.51%	29.85%	34.82%
65-69	67	22.19%	21.67%	24.98%
70-74	72	13.83%	13.55%	15.34%
75-79	77	8.03%	7.93%	8.55%
80-84	82	4.73%	4.77%	4.56%
85 and older	90	2.16%	2.30%	1.75%
		16.19%	16.15%	16.35%

Table 2.

One-off portfolio shock as an alternative to 20 percent..

Source: Prepared internally

So, for the insured portfolio $t=1$, a one-off shock of 16.19 percent, weighted by age, gender and annuity, is obtained; this is clearly lower than the 20 percent of the QIS standard formula. But most importantly, it should be noted that this alternative shock is dynamic: the 16.19 percent shock will keep decreasing for each policy since the contract's residual term decreases every year, and the insured party grows older. For both these reasons, the initial shock will decrease over time for a single insured party.

Lastly, we analyze the impact of the proposed longevity shocks on the solvency capital requirement (SCR) in comparison with the standard formula requirement, excluding all other underwriting subrisks and all other market, counterparty and operational risks, etc.

Based on the following portfolio of insured annuities:

PORTFOLIO BREAKDOWN ACCORDING TO SOCIAL S. DATA (annuities)							
Age range	Class Midpoint	Average monthly annuity			Portfolio annual annuity (14 payment)		
		Total	Men	Women	Total	Hombres	Mujeres
50-59	57	1,923,59	1,924,60	1,889,51	1,478,763	1,438,025	40,738
60-64	63	1,252,55	1,391,26	884,99	17,704,744	15,359,340	2,345,404
65-79	67	1,005,00	1,167,49	694,48	40,855,086	34,472,307	6,382,779
70-74	72	881,87	1,019,37	613,10	27,068,591	22,841,584	4,227,007
75-79	77	829,96	954,79	585,88	23,431,786	19,648,879	3,782,907
80-84	82	760,73	886,21	554,48	14,193,269	11,463,354	2,729,915
85 y más	9	656,86	798,98	502,38	8,716,081	6,391,265	2,324,816
					133,448,321	111,614,754	21,833,567

Table 3.
Breakdown of insured annuities.

Source: Prepared internally

In other words, for this benchmark portfolio of 10,000 insured parties, a total of €133,448,321 must be paid during the current year, which is the same as weighting the monthly annuity by the number of insured parties (male and female) and multiplying by 14 payments per year. This would be the annual annuity to be paid by the insurance company in $t=1$, provided that no death of insured parties occurred.

By comparing the non-stressed Best Estimate and the stressed Best Estimate using the Standard Formula and using the Internal model, the SCR is as follows:

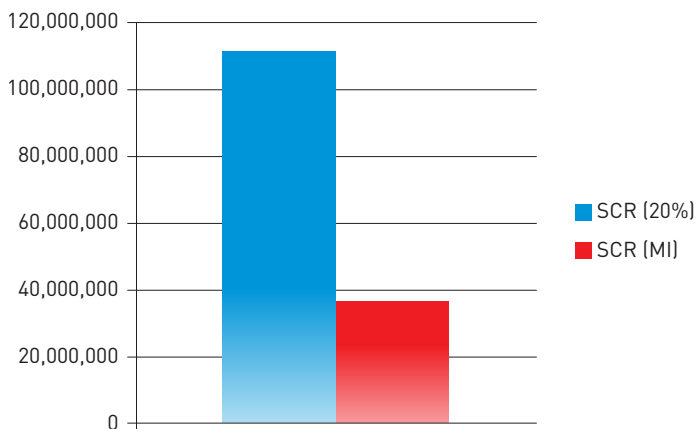


Figure 7.
Comparison of SCR using the standard formula (20 percent) vs. proposed internal model.

Source: Prepared internally

These results confirm the usefulness and validity of our research: the difference in SCR after using the longevity shock from the standard formula (€111,095,277) and the shock proposed in this research (€36,321,535) means €74,773,742 in capital savings for the specimen portfolio, i.e. 67.3 percent in savings vs. standard formula.

This confirms that the shock recommended by the Standard Formula (20 percent) does not adequately reflect the longevity risk faced by life annuity portfolios. In general, this model generates a higher SCR for younger ages with life annuity, while the standard formula requires higher SCR for all other combinations; the difference in relation to older ages is particularly significant. Consequently, depending on the breakdown of the insured portfolio, the standard model's longevity shock will over- or underestimate the actual longevity risk in almost all cases. Insurance companies will have to make payments that do not match the actual longevity risk contained in their balance sheets.

5.5. Model prudence

this model has been developed using methodology premises based on expert considerations. These premises were always the most prudent. Some of the premises were:

1. The benchmark population is the Spanish population, which has shown an improvement mortality history slightly higher than the global EU figures (especially in the last observed years). Therefore, the projected improvement factor and longevity shocks are higher than the factors and shocks of several other EU countries.
2. The projection models weight the last observed years more than the remaining interval; higher results generate higher shocks.
3. The selected SLI is derived from the median of the improvement factor from the four projection models and, as such, gives much more weight to the most conservative model.
4. Improvement factors have been projected by generating multiple scenarios, and choosing the worst 99.5 percent among them all (SLI-99.5). Had the same hypotheses been used with an index of SLI-50, for example, the average shock for the insured portfolio for $t=1$ would have been 11.01 percent.
5. General population rather than insured population data has been used. Even though life expectancy of the general population is lower, its improvement factors are higher since this population shows a higher ability to improve than the insured parties. Consequently, purely biometric shocks will also be higher.

6. The specimen portfolio includes insured parties under 65, thus decreasing the high SCR reduction (67.3 percent).
7. A biometric shock has been included to correct potential future deviations of human survival that are not reflected in the historical data.
8. The base mortality of the specimen portfolio (INE2011) projects the progress of future mortality, which implies that actual mortality would be lower than projected mortality and, as a consequence, the shock would also be slightly lower.
9. The maximum age for human life (ω) has been set at 100 years. In this way, prudence is added to the model: from that age onward, mortality factors are very volatile and start decreasing; for some ages, they are even negative. Had another method been chosen, the resulting longevity shock would be much lower.
10. By choosing 1960 as the start year for the observation period, a prudence margin is achieved – abrupt mortality reduction caused by epidemics and wars is excluded.

5.6. Validation and Testing

Once the qualitative and quantitative analyses were successfully completed, the model was reviewed and tested. Some of these tests and findings are listed below:

1. Results match our a priori expectations.
2. Mortality projection is a very complex and multifaceted process; for this reason, some of the most important aspects have been documented.
3. The model demonstrates usefulness for the purpose of its application to the insurance market.
4. Backtesting was carried out and showed that this method is robust. If applied to different population groups in different time periods and age ranges, the conclusions are the same.
5. As it happens with the standard formula's model, this model is easy to apply.
6. Variables used are statistically well documented and validated, ensuring the model's consistency.
7. This model meets the Usability Test requirements from the supervisory body and, as such, can be used to manage and make business decisions.

6. OPTIMAL CAPITAL MANAGEMENT: RORAC & CAPITAL ALLOCATION

By using advanced techniques for modeling survival (such as the techniques in this paper) and thanks to the benefits of longevity mitigators (such as reinsurance), it is possible to achieve optimal risk management. This disproves the increasingly widespread view within the insurance industry that survival cannot be insured due to its uncertainty.

Levers at the disposal of insurers for optimizing capital allocated to the survival business, and its sustainable performance, can be managed efficiently; this is achieved through techniques that reduce capital charge by means of advanced actuarial models which improve the standards in Solvency II. As seen above, the proposed methodologies result in significant SCR reduction and, as such, mitigate the main element in risk aversion significantly – uncertainty about capital performance in the very long term that stems from underestimating the trend risk.

However, risk managers must also take the following aspects into account:

1. Capital performance expectations “demanded” of the survival business by the market.
2. A company’s cash requirements if the annual business P&L do not show sufficient financial and/or actuarial protection.
3. Corporate strategic decisions that release resources allocated to the biometric business.
4. Determine whether reinsurance transfer prices optimize SCR blocking.
5. Risk of longevity lines: Actuaries who measure longevity must pay particular attention to this issue.
6. E.V.A. (Economic Value Added) will be a key indicator during the suitability analysis of a reinsurance contract: it measures value creation of a reinsurance scheme by comparing its average cost and the saved cost of capital.

- RORAC (Return on Risk Adjusted Capital) is a measurement framework that analyzes the performance of shareholders' equity based on the assumed risk, and including expected loss as another cost.

Next, based on the life annuity portfolio mentioned in Section 5, we analyze the consumption of economic capital and its return with regard to the survival business.

Two scenarios have been compared: In the first scenario, the SCR in the standard formula was not adjusted. As a consequence, and considering only the product's actuarial-financial performance rather than the performance of shareholders' equity (blocked), the resulting RORAC is clearly lower than the RORAC in the second scenario where an internal model for capital consumption is used.

Figure 8 shows how using the internal model generates capital savings during the calculation year ($t = 1$) as well as major SCR savings during each of the portfolio effective years.

Additionally, assuming a longevity internal model such as the one in Section 5 and earnings adjusted to risk after taxes of

$$\text{Earnings_adjusted_to_risk} = 0,30\% * \text{BEL}$$

RORAC increases considerably when using the internal model; also, it remains much higher than the standard formula's until the last policy in the portfolio expires (abscisae axis to the right).

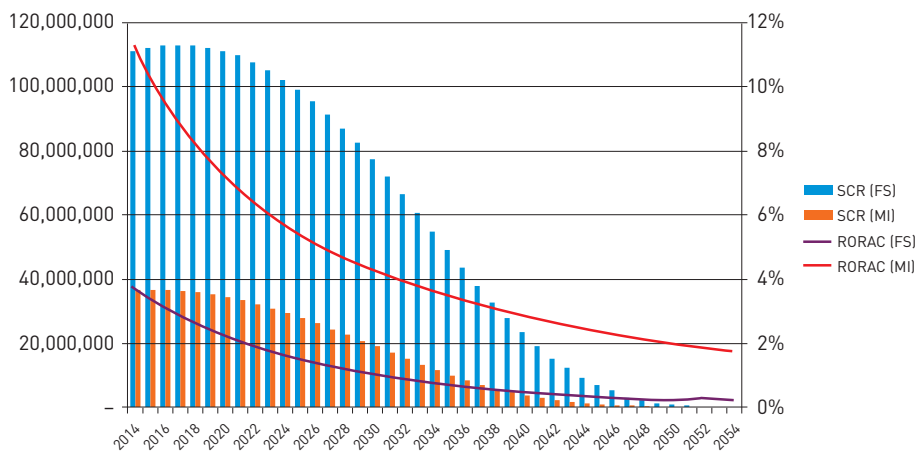


Figure 8.

Comparison of SCR and RORAC using the standard formula and the internal model. Data from the insured portfolio and SCR in Section 5.

Source: Prepared internally.

Thus, it becomes apparent that creating and approving the internal model in Section 5 may make the longevity business attractive for two reasons: reduction of capital charge for the analyzed company; possibility of reaching the performance level demanded by the shareholders.

Furthermore, this analysis could be used as a reference by the insurance company in other business management tasks such as:

1. Current and future capital consumption and RORAC budgets for a specific line of business.
2. Price analysis and price setting during the decision-making process in relation to underwriting and follow-up of insured parties.
3. Influence on the company's pricing and reserving.
4. Analysis of impact on life annuity portfolios of a reinsurance contract's benefit and release of economic capital.
5. From uniform bases, the RORAC methodology makes it possible to compare the performance of operations, clients, portfolios and businesses, and identify risk-adjusted return higher than the company's cost of capital. In this way, risk management is in line with business management with the aim of maximizing value generation, the ultimate goal of the company's senior management.
6. Additionally, the company must carry out periodic evaluations of the RORAC level and progress for its main business units.
7. The minimum return on capital of an operation is determined by the cost of capital, i.e. the minimum return demanded by shareholders. This is objectively calculated by adding the premium required by the shareholder to invest in the company to the risk-free return. This premium will mostly depend on the greater or lesser volatility of stock quotes vs. market development.
8. When an operation or portfolio achieves positive return, it contributes to the company's earnings; however, it only creates value for shareholders when it exceeds the cost of capital.

Consequently, actuaries must develop models that evaluate and optimize RORAC, EVA or MCEV for optimal risk management. As a result, risk managers must think in terms of RORAC, and take into account all tools that can be used for SCR pricing, reserving and optimization. This change in how longevity risk is regarded makes it possible for actuaries to find risk and product profiles that provide sustainable competitive

advantages. This is particularly relevant for companies that have chosen the standard formula and overlook this set of techniques which mitigate and forecast survivor risk. Actuaries may even share part of the competitive advantage inherent to these models with their clients.

7. LONGEVITY MITIGATORS

Lack of attractive and flexible solutions and the increasing distrust of consumers toward financial institutions are major limitations on longevity risk management and hedging. Naturally, the first limitation must be addressed by insurance companies, while the second limitation can be handled by publicizing the role of the State and its commitment to finding a solution which ensures that elderly people's basic financial requirements are met.

Given the importance and significance of transferring longevity risk appropriately, some key aspects for all parties are detailed below.

7.1. The role of private citizens

Governments and the Private Sector must carry out initiatives that aim to disseminate financial knowledge and foster people's financial culture. In this way, each person will be able to make decisions based on their own finances without underestimating the importance of the risks they face, especially in terms of funding their old age. Furthermore, a deeper understanding of the different options available to authorities and the market would improve the quality of the public debate about the advisability of reforming the social security systems and its long-term benefits. Only a suitable financial culture will make it possible for individuals to react to longevity risk and use private insurance as a palliative instrument.

7.2. The role of public authorities

Since current reforms of government pensions aim to gradually transfer part of the longevity risk to households, a substantial increase in the volume of assets generated by the private retirement sector must be expected over the next decades. As a result, governments and competent authorities must encourage and facilitate the current range of public longevity indices and long-term financial instruments that can hedge this risk. At the moment, protection against the risk of increased human survival is a very complex process.

Governments must stimulate the development of the insurance market so that it can share and transfer the longevity risk. Governments can make use of different measures for ensuring that individuals and the private sector find attractive solutions to hedge, or at least mitigate, the risk derived from higher-than-expected survival. Some of these measures are: taxation; issuance of long-term sovereign bonds; development of a solid, transparent and liquid market that offers, among others, longevity or mortality bonds; and encouraging institutions specialized in demographics and actuarial techniques to research how to create longevity indices and actuarial tables detailed enough to be able to support the technical facet of life annuity insurance.

To this end, supervisory and regulatory authorities must cooperate to develop these markets at international and inter-sectorial level with a view to reducing the chances of regulatory arbitration. The aim is to ensure that longevity risk holders have the correct knowledge, skills and information to manage this risk and, as such, handle deviations from expected life expectancy.

Additionally, in order to meet the requirements of the *"Directive on the activities and supervision of institutions for occupational retirement provision"*, European governments must harmonize their methodology and indices for evaluating and projecting longevity trend risk. The goal is to give an appropriate response to the uncertainty brought by biometric risks to the future sustainability of private and public pension plans. In this way, it will be possible to harmonize cross-border operations regarding employment pensions; also, if workers change residence, it will not be necessary to reevaluate their liabilities due to different trend risks or methodologies.

Lastly, and using Solvency II as a reference, Governments and international bodies should foster the actuarial role so that financial and actuarial assumptions for evaluating liabilities always have a reasonable prudence margin in case of unfavorable deviations; a periodic review of risks associated with life expectancy should also be ensured. This conduct framework should also be applicable under the umbrella of the new Directive on occupational retirement provision.

7.3. The role of the insurance industry

When underwriting longevity risk, insurance companies can suffer losses derived from higher-than-expected claims ratios that stem from an unexpected increase in life expectancy. The financial quantification of this deviation is the capital to be provided by shareholders to hedge these unexpected losses. Consequently, and particularly given the current regulatory context and the management requirements applied to insurance companies, these companies must ensure correct management so as to mitigate the biometric risks they are exposed to. Biometric risks refer to the difference between premium rating assumptions and actual biometric and market conditions.

The goal is to determine how, based on their risk appetite, insurance companies are able to mitigate or transfer the undesired part of longevity risk depending on factors such as the portfolio size, risk selection, individual or group business types, portfolio profile, biometric experience gained, mortality lines considered in pricing, regulations, etc.

Based on these premises, we present a list of options that allow life insurers to mitigate their longevity risk; however, this will certainly depend on there being counterparties that wish to assume the risk, and on being able to find appropriate hedging instruments.

7.3.1. The company's own mitigation measures

1. **Portfolio control:** In order to control the risk of random fluctuation, companies must control the size and profile of portfolios, risk selection, and adjustment of their technical basis depending on gained biometric experience.
2. **Lifestyle:** Adjusting the pricing process to the individual circumstances of insured parties dilutes the risk that the insured population does not match the applied survival table.
3. **Economies of scale:** Leverage economies of scale based on portfolio size.
4. **Self-selection:** Adverse selection derived from the fact that people with longer life expectancy tend to be more likely to take out insurance can be mitigated by replacing the biometric risk with a financial guarantee during the contract's first five years.
5. **Underwriting:** Mitigation by only hedging policies with lower life expectancy (selection of risk in connection with elderly people and enhanced and impaired annuities).
6. **Tele-underwriting:** Contributes very effectively to efficient management of longevity risk by setting a specific price depending on the requestor's profile.
7. **Annuity amounts:** This subrisk is often overlooked by actuaries; it refers to necessary homogeneity of the insured payment amounts. Otherwise, biometric exposure should be weighted by exposure to risk.
8. **Modeling:** By using sophisticated prediction techniques for survival and base mortality, and appropriate actuarial tables.
9. **Generalized Linear Models (GLM):** Predict and mitigate risk, provided that there is a great number of variables and enough historical series.

10. **Diversification:** Business diversification through different products, countries or socio-economic groups, except for the trend risk (it cannot be diversified by size or geography as it affects the entire population).
11. **Indexing:** Indexing technical bases to actual life expectancy during the policy term; in this way, life annuities will go up or down depending on the life expectancy.
12. **Mitigation of cohort risk:** Underwriting risks of different generations, provided that the market allows individual risk underwriting.
13. **Natural hedging:** Using reverse mortality, the company compensates for longevity risk in a single contract by adding hedging for death or a combination of temporary insurance and life annuities.
14. **Netting:** Evaluation of exposure net of exposed capital and age in survival and mortality.
15. **Profit sharing:** Include reward schemes in annuity contracts so that the insured party assumes part of the exposure to longevity risk in exchange for additional annuity, if the actuarial-financial result of a predetermined portfolio makes this possible.
16. **Investment in companies with reverse mortality dynamics:** Investment in assets with earnings that grow as population survival increases, such as reverse mortgages or assets linked with healthcare assistance providers, pharmaceutical companies, biotechnology companies, etc.

7.3.2. Transfer of longevity theoretical risk to third party

1. **Full Transfer:** Insurance companies can eliminate all risks in connection with their annuity portfolio by selling the block of life annuities to another insurer; generally, assets linked with these liabilities are also transferred to the recipient. To this end, the recipient company may require additional capital so as to ensure compliance with relevant regulatory, accounting and solvency requirements, while ensuring that the earnings for the insurance parties are not significantly affected. Additionally, under no circumstance does the ceding company assume the counterparty risk.
2. **Reinsurance:** Through a reinsurance contract of any type, the company pays a premium to transfer the risks and, consequently, the technical risk is replaced with the credit risk of the reinsurance company in the first company's balance sheet. The ability to transfer risk is limited, since ultimately it depends on the ability of the reinsurance company to absorb the risks accepted. These are the types of reinsurance available for transferring longevity risk:

- *Quota Share Reinsurance*: The ceding company transfers the agreed share of longevity risk to reinsurance from its life annuity portfolio.
- *Surplus Reinsurance*: Defines a net line on the insured annuity or life expectancy; the surplus is transferred to the reinsurer.
- *Stop-Loss Reinsurance*: The insurer is covered for deviations from a previously agreed limit in a life annuity portfolio.
- *Broker Reinsurance*: A fluctuation range is set that determines whether the reinsurer pays or receives the longevity's surplus if the broker's limit is exceeded.
- *Mortality and longevity swaps*: The risk that the insured parties will live longer than expected is transferred by exchanging a series of fixed flows for a series of variable flows.

3. Capital market: The insurance company can also channel the transfer of longevity risk to the capital market. Although reinsurance has a proven history and is under the regulations of the insurance industry, its ability to assume longevity risk is limited.

These are the instruments for transferring longevity risk through the capital market:

- *Special Purpose Vehicle (SPV)*: This instrument allows a company to turn a great number of assets into negotiable securities in secondary markets. In other words, a series of assets is transferred to a special purpose vehicle (SPV), i.e. a company that issues financial instruments for investors in order to ultimately turn non-negotiable financial instruments into negotiable financial instruments.
- *Mortality-Linked Securities (MLS)*: Financial instruments linked with the progress of a mortality index or population survival. Since there are not enough very long-term free bonds, it is suggested that part of the risk be transferred to the governments by issuing longevity bonds.
- *OTC market*: Insurance companies may mitigate their exposure to longevity risk by using Over-The-Counter (OTC) markets, and entering into exchange contracts such as mortality and longevity swaps or forwards.

8. LONGEVITY SWAPS

With the aim of controlling the longevity business and even making it profitable, we are now going to describe one of the most innovative solutions in the market: longevity swaps. Their main goal is to mitigate or transfer this risk assumed in annuity portfolios. They can be found on the market in the form of reinsurance hedging, or in capital markets.

8.1. What are longevity swaps?

Longevity swaps are a type of contract for mitigating survivor risk that is used by insurance companies to guarantee, manage and mitigate their longevity risk derived from life annuity contracts and pension plans. Swaps are based on life expectancy estimated at the start of the contract; if this increases over the acceptable risk level for the company, the swap contract is activated so that the reinsurer covers additional payments.

So, with longevity swaps, insurers and reinsurers interchange, at different moments, a series of regular payments, usually on a monthly basis. The reinsurer pays the insurer annuities based on the portfolio's observed survival experience (floating leg or variable payments); also, the direct insurer makes a series of payments to reinsurance, which are normally calculated on a fixed basis that has been agreed at the start of the contract (fixed leg or fixed payments).

8.2. Types of longevity swaps

Even though this study focuses on longevity swaps, there are also mortality swaps. The main difference is that for longevity swaps, a fixed series of payments is exchanged in connection with a group of people in a benchmark portfolio who survive for a specific period; for mortality swaps, the benchmark is the number of people who pass away during the benchmark period. Whether to choose one or the other will depend on the type of intrinsic risk assumed by the company.

There are different types of longevity swaps:

- a) **Zero coupon swaps (S-Forward):** A predetermined single payment is swapped for a single random payment depending on longevity at the end of the contract.
- b) **Vanilla swaps (VSS):** Periodic flow exchanges take place up to expiration date.
- c) **Variable-variable survivor swaps:** Exchange of variable payment flow for variable payment flow.
- d) **Other longevity swaps:** For instance, exchanges between two payments at variable interest rates, in different currencies (cross-currency), stock exchange indices, etc.

There could also be another classification based on the benchmark survivor index:

- a) **Compensation swaps:** Swaps linked with survivor experience of pensioners or annuitants involved in the swap contract.
- b) **Parametric swaps:** These swaps are indexed to longevity indices based on statistical publications of survival among the general population. This is the simplest type but the population's experience does not necessarily match the experience of the insured portfolio (basis risk).

8.3. Longevity swaps under Solvency II

The regulatory system of Solvency II will involve significant changes to the European annuity context: the new regulatory capital requirements will have major impact on the insurance business. Together with the uncertainty and concerns about the increase in mortality improvement rates, this regulatory change has led many insurance companies, especially when they have a high volume of life annuity business, to resort to reinsurance and capital markets as a way of improving their management of their exposure to longevity risk. For this reason, this situation is expected to stimulate insurers to increase their exposure to biometric risks, and use swaps to mitigate the consequences of unknown future longevity or mortality.

When Solvency II is seen not only as a new regulatory framework but also as an opportunity for insurance companies to understand and manage risk in a new way, an adequate swap reinsurance strategy must take the following effects into account:

1. Swap survivor contracts do not mean total elimination of risk – even if the entire portfolio were transferred, the ceding company would maintain some longevity

risk in its balance sheet provided that there are survivor differences between the population actually exposed to the risk and the swap's benchmark population index (basis risk).

2. A longevity swap does not require parallel transfer of the assets linked to the annuity portfolio in the contract, which makes it a very attractive option for companies that seek protection from the technical and financial impact of potential mortality improvements and other demographic risks, but wish to remain in control of their assets.
3. The ceding company exchanges the longevity risk for a counterparty risk in the event that the reinsurer defaults on its payment obligations; this could be mitigated by using safeguards arrangements or collateral agreements on the best estimate for future survival.
4. There will always be a model risk, i.e. the risk that initial survival expectations do not match the actual survival of the insured portfolio as observed at the end of the operation.

8.4. Practical application to life insurance companies

Below, there is a description of the mechanics behind a transfer of survivor risk by applying a longevity swap reinsurance to a life insurance company. As a reference, we have used the survival projections, improvement factors, indices SLI-99.5 and SLI-50, cash flows, best estimate, SCR and reinsurance optimization described in previous Sections; in this way, we demonstrate their usefulness and actual application to the insurance market.

This analysis will be made from the perspective of the company ceding the longevity risk, and will observe the potential benefit or loss in terms of cost and capital consumption of entering into a specific swap contract.

8.4.1. Hypotheses and assumptions

So that our study can portray a real market case, we list the main hypotheses and assumptions:

- a) **Insured Portfolio:** Benchmark portfolio in Section 5 (MEYSS data).
- b) **Base Mortality:** As described in Section 5 (INE2011).

- c) **Swap contract effective date:** January 1, 2014.
- d) **Duration of swap contract:** Life.
- e) **Risk transfer:** 100 percent of annuity portfolio.
- f) **Reinsurance risk premium:** Longevity index SLI-50 as described in Section 5.
- g) **Expenses and margins:** Not considered.
- h) **Benchmark index:** Historical mortality experience of insured portfolio (basis mortality risk not included).
- i) **Counterparties:** Ceding company (Fixed Leg) and reinsurer (Floating Leg).
- j) **Credit risk:** The reinsurance company's credit rating is AA.
- k) **Swap type:** Vanilla Survivor Swap on 100 percent of exposed portfolio.
- l) **Settlement:** Annual, based on the net position between the predetermined reinsurance premium and the actual survival observed on an annual basis.
- m) **Assets involved:** Government fixed-income securities only, for a total 1.4 billion euros.
- n) **Other risks:** The ceding company will only be exposed to longevity risks (before the exchange), counterparty risks (after the exchanges) and operational risks (FS); also, this company will benefit from the effects of diversification and adjustment due to deferred taxes.
- o) **Risk Margin:** Obtained using simplification no. 4 contained in the technical specifications of Solvency II.
- p) **Observed mortality:** Two mortality stochastic scenarios have been generated. They are:
 1. *Scenario 1 (Floating Leg 1):* Observed claims ratio matches the survival estimated by the ceding company at the start of the operation. In other words, survival experience will match their best estimate at the start of the operation.
 2. *Scenario 2 (Floating Leg 2):* Claims ratio deviates as per the shock in the internal model described in Section 5 (SLI-99.5).

8.4.2. Impact in terms of costs

Payment flows suggested by reinsurance (orange bars) are always higher than the estimate of the ceding company at the start of the operation (red bars). This is a logical fact since the base mortality benchmark is the same for both counterparties, i.e. a benchmark index from the insured portfolio rather a population index is being used. As a consequence, the base mortality of the company's insured portfolio is perfectly correlated with the benchmark population mortality used to create the survivor index; in this way, there is no potential base mortality risk derived from using different benchmarks.

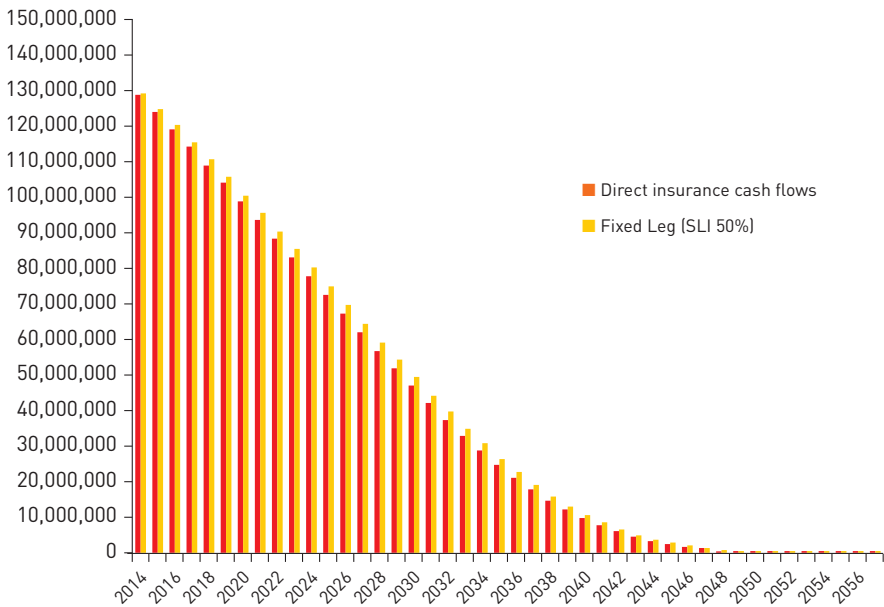


Figure 9.
Comparison between payment flows estimated by the ceding company
and payment flows estimated by the reinsurer

Source: Prepared internally

The swap contract is now signed and the fixed payment flows from the insurer to the reinsurer have been determined over a basis defined at the start of the contract (fixed leg); next, we look at the return received by the ceding company from the longevity swap contract, i.e. the payment flow paid by the swap provider to the ceding company in accordance with the actual observed claims ratio of the insured portfolio (floating leg).

So as to analyze these variable payments, we will confirm the effect of the swap contract on the benchmark portfolio in the context of two stochastic mortality scenarios. They are:

a) Scenario 1 (Floating Leg 1):

If the observed claims ratio matches the initial best estimate by the ceding company, future payments to reinsurance will always be higher than the final observation, and the swap contract involves a cost to the ceding company.

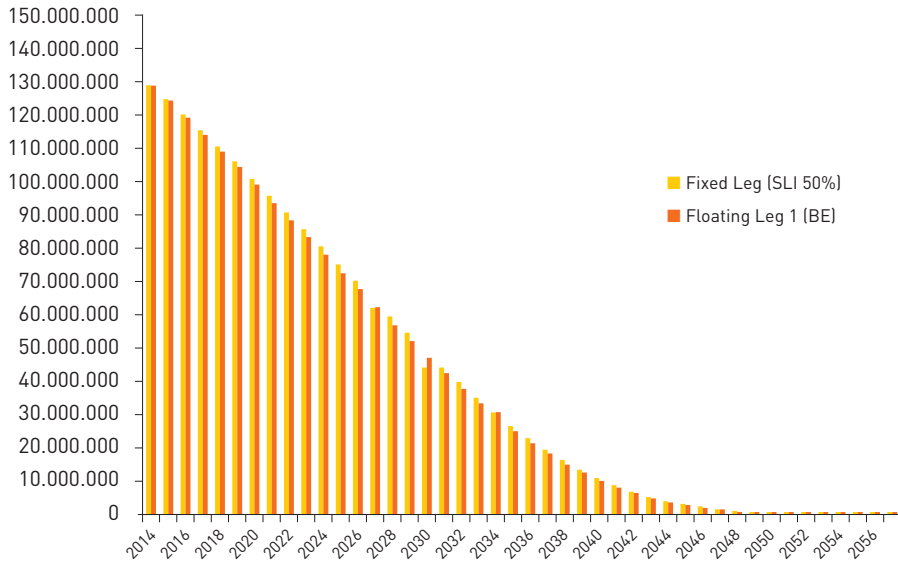


Figure 10.
Comparison between reinsurance premiums and the flows observed in scenario "Floating Leg 1".

Source: Prepared internally

The operation's NPV (Net Present Value), i.e. the result of the difference between the NPV of variable payments and the NPV of fixed payments (updated to the risk-free curve), reflects the loss in terms of cost for the ceding company.

$$NPV_{swap} = NPV_{floatingleg} - NPV_{fixedleg}$$

$$NPV_{swap} = 1.364.577.137 \text{ €} - 1.395.243.101 \text{ €}$$

$$NPV_{swap} = -30.665.964 \text{ €}$$

In practice, since this contract is settled annually by the net value between the reinsurance premium paid by the ceding company and the variable payments expected from the reinsurer, the following Figure shows the payment pattern resulting from this operation.

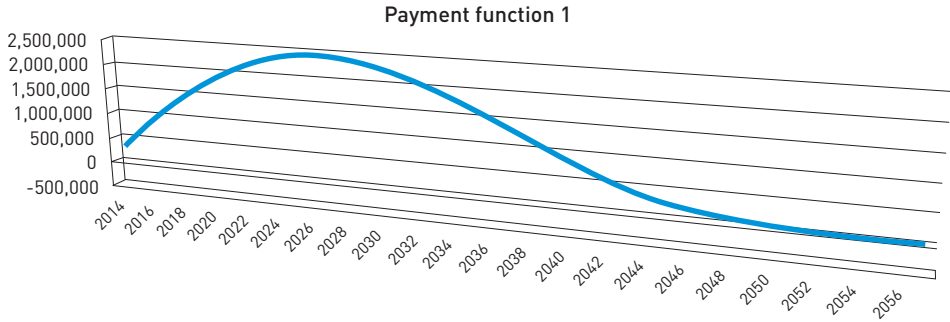


Figure 11.
 Payment pattern of ceding company toward reinsurer in scenario "Floating Leg 1".
 Source: Prepared internally

b) Scenario 2 (Floating Leg 2):

In this scenario, the claims ratio deviates from the portfolio's base mortality as per index SLI-99.5, which is equivalent to a fixed shock on the benchmark portfolio of 16.19 percent during the first year of the contract.

As a result, the observed survival is higher than the estimated survival, and the swap contract will bring a benefit in terms of cost to the ceding company.

$$NPV_{swap} = 1.400.898.672 \text{ €} - 1.395.243.101 \text{ €}$$

$$NPV_{swap} = 5.655.571 \text{ €}$$

And the resulting payment pattern will be as follows:

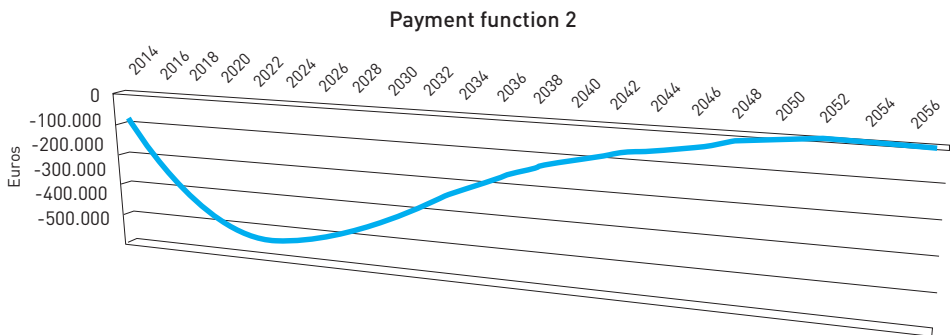


Figure 12.
 Payment pattern of reinsurer toward ceding company in scenario "Floating Leg 2".
 Source: Prepared internally

8.4.3. Impact under Solvency II

In the previous Section, we analyzed the suitability of a reinsurance swap contract from the point of view of reinsurance costs for the ceding company; however, this can be profitable thanks to its positive effects on the consumption of regulatory capital, the exchange of longevity SCR for counterparty SCR and the reduction of the Risk Margin. The balance sheet and availability of shareholders' equity before and after the swap exchange will be as follows:

Before SWAP		After SWAP	
Assets	1,400,000,000	Assets	1,400,000,000
Reinsurance deductible	-	Reinsurance deductible	1,364,577,137
Reinsurance payment	-	Reinsurance payment	1,395,243,101
Total	1,400,000,000	Total	1,369,334,036
BEL	1,364,577,137	BEL	1,364,577,137
Risk Margin	41,374,185	Risk Margin	1,106,945
SCR	87,926,906	SCR	2,352,440
MCR	39,567,108	MCR	1,058,598
Total	1,493,878,228	Total	1,368,036,522
Surplus	-93,878,228	Surplus	1,297,514

Tabla 4.
Financial balance sheet under Solvency II before and after the swap.

Source: Prepared internally

The table shows how, before the longevity swap operation, the ceding company has insufficient shareholders' equity to cover its regulatory capital. However, this situation changes after the longevity swap contract with reinsurance since the composition of the financial balance sheet is altered: an additional asset is included for the value of the difference between the payments the ceding company expects to regain from reinsurance (floating leg) and the fixed payments made by the ceding company as per the contract (fixed leg), which will match the best estimate of the contract's portfolio and, as such, will result in an asset with a negative value. Additionally, the regulatory capital charge for the longevity risk (SCR_{long}) disappears and is replaced with counterparty risk ($SCR_{default}$).

From the combination of these four effects (asset reduction, SCR_{long} reduction, $SCR_{default}$ increase and RM decrease), the benefit or loss of the swap contract can be determined, both in terms of cost for the ceding company and in terms of capital and, consequently, availability of shareholders' equity, and solvency.

As we can see in this case, even though the swap contract may involve a loss in terms of cost (-30 million euros), simply completing a longevity swap will mean a considerable improvement in the company's solvency ratio.

Also, in order to make it clear how the reinsurer's credit rating influences the SCR_{global} and the ceding company's solvency ratio, let us imagine that the AA counterparty is replaced with a BBB reinsurer. The company's solvency ratio would change from 155 percent to -6 percent; in the case of an A reinsurer, this would be 43 percent, which would still be lower than necessary to place the company in a position of regulatory solvency. Although it can be concluded that the reinsurance rating that leads to "break even" in this reinsurance operation is AA, the reinsurance premium required to maintain this credit rating tends to also be higher.

8.5. Reinsurance Management Tool (RMT)

After analyzing the impact of a longevity swap reinsurance contract on a life annuity portfolio, and using the process outputs as a reference, we now focus on deciding which reinsurance structure will be the best match for our business and the company's risk appetite.

These are the reinsurance types or alternatives considered here:

1. Not reinsuring the annuity portfolio.
2. Entering into a longevity swap contract with an AA reinsurer.
3. Entering into a longevity swap contract with an A reinsurer.
4. Entering into a longevity swap contract with an BBB reinsurer.

These are the variables for making a correct decision:

1. Reinsurance cost, where the higher the reinsurer's rating, the higher the premium.
2. Capital savings generated by the contract (RM , SCR_{long} , $SCR_{default}$ and SCR_{global}).
3. Available shareholders' equity.
4. RORAC and EVA which measure, respectively: the return of shareholders' equity based on the assumed risk, and value creation of a reinsurance scheme by comparing its average cost to the saved cost of capital.

The resulting table for decision making will be as follows:

	No swap	With swap AA	No swap A	With swap BBB
Scoring	14	28	23	18
Cost	-	320,847,52	304,805,14	288,762,77
MR	41,374,185,25	1,106,945,34	2,474,709,90	5,416,661,98
SCR _{long}	111,095,277,23	-	-	-
SCR _{default}	-	2,412,758,74	5,394,013,33	11,806,453,33
SCR	87,926,905,76	2,352,439,77	5,259,162,99	11,511,292,00
Available shar. eq.	-93,878,227,95	1,297,513,67	-2,976,974,10	-12,171,055,19
E.V.A.	-	85,253,618,46	82,362,937,62	76,126,850,99
RORAC	5%	160%	66%	28%

Tabla 5.
Key elements for searching for the best reinsurance contract.

Source: Prepared internally

“Scoring” refers to the result of weighting every variable involved in the selection of the most appropriate reinsurance option. Simulated weighting was the same for every variable; the ceding company is responsible for this weighting based on its appetite and risk profile.

From this scoring, our reinsurance management tool (RMT) could be represented as follows:

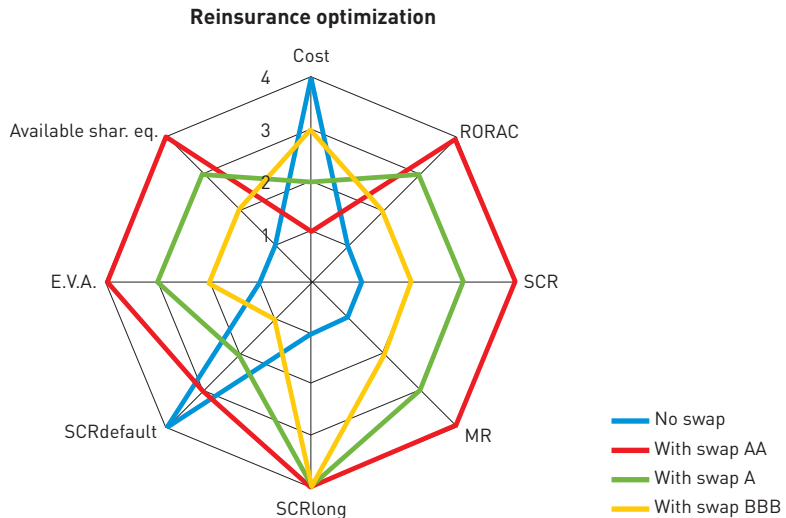


Tabla 13.
Reinsurance Management Tool (RMT).

Source: Prepared internally

As a result, it can be concluded that swap reinsurance with an AA reinsurer is the best option in terms of reduction of regulatory capital; however, strictly in terms of costs, this is the worst option. Consequently, reinsurance selection will depend on the ceding company's risk appetite and the need or lack thereof for obtaining benefit in terms of capital so as to alleviate the availability of shareholders' equity for covering regulatory capital.

9. SCOPE

The mechanisms involved in human longevity are very complex; in fact, they are being studied both by actuaries and experts in demographics, and by other professionals who address this issue from a different perspective. For instance, longevity is studied by medicine, biology, pharmacology, epidemiology, sociology, psychology, gerontology and general economics. Also, it must be analyzed from a state, private, social or personal perspective, and all fields of knowledge must dialog and share their views.

With this aim in mind, this research paper carries out a technical analysis of every uncertainty behind human survival and its limits. It is then possible to measure and manage correctly one of the most complex risks faced by individuals, governments and life insurance companies.

After defining the concept of longevity risk in its entirety and complexity, four of the most advanced and robust models in actuarial literature are developed (Lee-Carter, P-spline 2d, and two smooth versions of the Lee-Carter model) to obtain the Spanish Longevity Index (SLI). This index is proposed with a view to measuring longevity trends in the Spanish population; it meets the requirements of the usability test applied to this type of metrics by international actuarial standards, and has been configured as a useful tool for all financial parties in the matter of longevity risk (Governments, insurance and reinsurance companies, capital markets, end investors, etc.).

Out of the possible applications, this paper uses this index at 99.5 percent confidence level in order to develop an internal model in alternative to the standard formula for longevity risk suggested by Solvency II. After confirming its statistical goodness, a decreasing shock by age and the insurance contract's residual duration is proposed: the higher the age and the shorter the contract duration, the less time for benefiting from future mortality improvement and, consequently, the less shock must be applied. As a consequence, depending on the breakdown of the insured portfolio, the standard model's longevity shock will over- or underestimate the actual longevity risk in almost all cases. Insurance companies will have to make payments that do not match the actual longevity risk contained in their insured portfolios.

Furthermore, the different risk mitigators available to individuals, Governments and private insurers to manage, mitigate and transfer longevity risk are detailed. Also, the most modern models for optimal risk-adjusted capital management are presented,

and a practical application of the RORAC and Capital Allocation models is suggested. Finally, it is concluded that, as an optimal risk management instrument, the actuary must develop models that value and optimize RORAC, EVA or MECV.

Lastly, a comprehensive study and practical application of one of the leading models of longevity transfer in the European life annuity market are presented, in line with what has already occurred in other countries. These are the longevity swap models. The actuarial model developed from the values and results obtained in previous chapters (projection models, mortality improvement factors, SLI-99.5 and SLI-50, best estimate, etc.) makes it possible to determine reinsurance transfer prices and their impact in terms of costs, balance sheet and capital consumption for an insurer under Solvency II, for scenarios applicable to the Spanish situation. In this context, we present a reinsurance optimization tool called RMT (Reinsurance Management Tool) which analyzes different alternatives at the disposal of the ceding company when choosing the most appropriate reinsurance contract for optimal business management based on the company's profile and risk appetite. With this tool, we demonstrate that the longevity business can be very profitable for the company as it improves its solvency ratio and, as such, its impact in relation to the supervisory body and the market.

In any case, such are the dimensions of the Solvency process that insurers must regard this new regulatory framework not only as a future legal obligation but also as an investment aimed at improving management. Therefore, they must gradually adapt to this framework and assimilate this new culture into their entire organization. Even though changing your reference framework brings challenges and, consequently, risks, we believe this process also creates opportunities. Although an extraordinary effort in terms of technical and human resources will be required to achieve a robust, effective and coherent implementation, a prompt and effective adaptation will lead to many benefits and competitive advantages.

Additionally, the conclusions in this paper will also be useful for national and supra-national bodies to the extent that they are able to encourage a uniform methodology for assessing long-term longevity risk; regulate so that capital requirements adjust to the actual risk profile assumed by companies in their balance sheet; and, naturally, to the extent that companies are able to find adequate and sufficient indices in the capital market and reinsurance to be able to mitigate and transfer their longevity risk to a third party.

10. CONTRIBUTION TO INSURANCE INDUSTRY, AND CONCLUSIONS

Below are some of what we believe to be the contributions of this research paper to stakeholders, so that business exposed to longevity risk is no longer regarded as a load but rather as a profitable option; generates earnings for the private insurance industry; and mitigates and absorbs the longevity risk transferred from the State to the individual due to gradually lower pensions, through a wide and appealing range of insurance products. Here are some contributions:

1. Given its uncertainty and the duration of its contracts, we believe that longevity risk must be handled in a holistic fashion so that long-term profitable insurance strategies can be defined.
2. The analysis of different subrisks involved in human survival allows us to identify the keys to developing actuarial models that reflect longevity risk.
3. Four longevity projection models have been applied to the life annuity market of the Spanish population, and it has been possible to graduate the trend risk using the best international actuarial practices. Consequently, the insurance industry is provided with a methodology applied to longevity on a par with the best actuarial research.
4. With the aim of modeling the trend risk, we present the Spanish Longevity Index (SLI). This is calculated from the median of all four models; once its usability test has been completed, it becomes a tool that can be applied immediately by all stakeholders in the longevity risk market. The methodology for this index enables the creation of risk transfer instruments based on analogous indices, and it can be applied to any other population or uniform population groups.
5. Calculated at 99.5 percent confidence level, the values obtained with the SLI allow us to develop an internal model for longevity subrisk in alternative to the standard formula in Solvency II; in this way, insurance companies and international bodies will be able to adapt the regulatory capital requirements to their actual risk profile.

6. With this index, it is also possible to validate whether or not the improvement factors used by countries to calculate technical provisions of annuity products and pensions plans are indeed sufficient.
7. This methodology provides a series of prudence guidelines in line with the draft Directive on occupational retirement provision, with a view to ensuring a high level of security for occupational pension plans, and in the fight against poverty and insecurity among elderly people.
8. As an additional measure of the internal model's effectiveness, we have developed optimal risk management metrics (such as RORAC and Capital Allocation) and provided risk managers with the most modern tools for making value decisions adjusted to the incurred risk.
9. With regard to the item above, we also presented longevity risk mitigators so that insurers can apply different mitigation levels, either by keeping the longevity risk in their balance sheets or transferring it to a third party.
10. To this end, the insurance and pension industries and the Governments are presented with a benchmark index and methodology that can be used to create an international framework for assessing and managing longevity risk, and help to create a liquid, deep and organized market for transferring and mitigating longevity risk.
11. Due to its complexity and little available bibliography, the last contribution is centered on developing an actuarial model for measuring and transferring longevity risk through longevity swap contracts.
12. Additionally, we have developed the Reinsurance Management Tool for better management and decision making in relation to the transfer of assumed risk.

Therefore, the purpose of this research is the practical application of a comprehensive set of the most advanced actuarial and risk management techniques to the longevity business. These techniques will enable the use of different levers for optimizing the business and the capital allocated to survivor risk. As a consequence, a risk that would have been unappealing to governments and particularly life insurance companies becomes appealing, both in terms of their income statement and relief in their financial balance sheet under Solvency II. The insurer will benefit from much higher return than its competitors, and may even share part of the competitive advantage brought by these models with its clients.

Also, Governments and national and supra-national supervisory bodies will find a series of guidelines for stimulating the development of the insurance and pension

market. These aim to help to assess, manage, share and transfer the risk derived from longer-than-expected survival, and are based on actuarial indices and tables that are broken down enough to support the technical facet of life annuity insurance.

Thus far, most estimates of mortality and its trends have fallen below the actual figures. In this context, this document contains limits or scenarios (SLI-50 and SLI-99.5) with the aim of helping to create a single pension market. To this end, we believe it is necessary to look deeper into the proposed actuarial methodologies and their application to an European context, and recommend that an European Longevity Index (ELI) be created so that if there was prudential sufficiency of trend risk, it would be possible to harmonize trans-border pension operations and actuarial liability obligations resulting from assessing the trend risk. If this analysis did not show the required statistical robustness due to the heterogeneity of the analyzed populations, consideration should at least be given to the harmonization of a calculation methodology that, in case workers changed their residence, made it possible to reevaluate liabilities simply based on the difference in trend risk among countries, rather than on the applied methodology.

In other words, a European longevity index will help to stimulate the harmonization of prudential methodologies from the most advanced actuarial technique. Each member state would be able to know its position in relation to other European countries, for non-competitive purposes.

Hence, it becomes clear that the benefits deriving from precise risk knowledge result in a leading position based on actuarial knowledge. This is also one of the arguments at the core of the new Solvency II model, i.e. efficient management of assumed risk.

BIBLIOGRAPHY

- Albarrán, I.; Ariza, F.; Cóbreces, V.M.; Durbán, M.L.; Rodríguez-Pardo, J.M. (2014). *El riesgo de longevidad y su aplicación práctica a Solvencia II: Modelos actuariales para su gestión*. Fundación MAPFRE.
- Ariza, F. (2012), *Incidencia de los Riesgos Técnicos en la Solvencia de las Compañías de Seguros de Vida: Concreción en el Riesgo de Longevidad*. Doctoral thesis, UCM.
- Ariza, F. (2014), El Riesgo de Longevidad: ¿Serán las pensiones públicas suficientes para financiar nuestra vejez? *Revista de la Mutualidad de la Abogacía* N° 81.
- Basel Committee on Banking Supervision (2013), *Longevity risk transfer markets: market structure, growth drivers and impediments, and potential risks*. Joint Forum.
- Blake, D., Courbage, C., MacMinn, R., Sherris, M. (2012), *Longevity risks and capital markets: The 2010-2011 update*. Pensions Institute
- Brouhns, N. y Denuit, M. (2002), A poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables. *Insurance: Mathematics & Economics*, 31: 373-393.
- Cóbreces, V.M., (2013). *Graduación del riesgo de tendencia de longevidad: modelización práctica según metodología INE y CMI*. Master's Final Essay, Universidad Carlos III, Madrid.
- Coughlan, G., Epstein, D., Ong, A., Sinha, A., Hevia-Portocarrero, J., Gingrich, E., Khalaf-Allah, M., Joseph, P. (2007), *Lifemetrics Technical Document*. J.P. Morgan Pension Advisory Group.
- Currie, I. (2012), Forecasting with the age-period-cohort model? In *Proceedings of 27th International Workshop on Statistical Modelling*, Prague, pp: 87-92.
- Currie, I. (2013), Smoothing constrained generalized linear models with an application to the lee-carter model. *Statistical Modelling*, 13:69-93.
- Currie, I., Durban, M. y Eilers, P. (2004), Smoothing and forecasting mortality rates. *Statistical Modelling*, 4:279-298.
- De Boor, C. (2001), *A practical guide to splines*. *Applied Mathematical Sciences*. Springer-Verlag, New York.
- Delwarde, A., Denuit, M. y Eilers, P. (2007), Smoothing the lee-carter and poisson logbilinear models for mortality forecasting: a penalized log-likelihood approach. *Statistical Modelling*, 7:29-48.

- Di Lorenzo, E. y Sibilio, M. (1999), *Longevity Risk: Measurement and Application Perspectives*.
- Eilers, P. y Marx, B. (1996), Flexible smoothing with B-splines and penalties. *Statistical Science*, 11:89-121.
- Frey, A., Kirova, M., Schmidt, C. (2009), *La función de los índices en la transferencia de los riesgos del seguro a los mercados de capitales*. Sigma (Swiss Re).
- Hári, N., De Waegenare, A., Melenberg, B. y Nijman, T.E. (2007). Longevity risk in portfolios of pension annuities. *Insurance Mathematics & Economics*.
- Lee, R. y Carter, L. (1992), Modeling and forecasting U.S. mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87:659-675.
- LLMA (2010), *Longevity Index Framework: A Framework for Building Longevity Indices Developed by the LLMA*.
- Oliveri A. (2001), Uncertainty in mortality projections: an actuarial perspective, *Insurance: Mathematics & Economics*, 29(2): 231-245.
- Oliveri, A., Pitacco, E., (2003), Solvency requirements for pensions annuities. *Journal of Pension Economics & Finance*, 2(2): 127-157.
- Olivieri, A. y Pitacco, E. (2005), The cost of target capital in the valuation of life annuity business. ICA, 2006.
- Olivieri, A. y Pitacco, E. (2008), *Assessing the Cost of Capital for Longevity Risk*.
- European Parliament, Directive 2009/138/EC, of November 25, 2009, on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). Official Journal of the European Union
- Plat (2009), *On Stochastic Mortality Modeling*. University of Amsterdam (UvA).
- Rodríguez-Pardo, J.M., (2011). *La incertidumbre bioactuarial en el riesgo de longevidad: Reflexiones bioéticas*. FUNDACIÓN MAPFRE.
- Rodríguez-Pardo, J.M (2013), *El riesgo de longevidad en personas centenarias*. *Revista Gerencia de Riesgos y Seguros*.
- Schwarz, G. (1978), Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*, 6:461-464.
- Trigo, E., Moreno, R., Betzuen A., de la Peña I., Iturricastillo, I. (2013), Nuevos instrumentos para la gestión de los riesgos de longevidad/mortalidad. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, 3ª época, 19: 101-134.
- UNESPA (2010), *Estudio sobre el riesgo de longevidad*.

WEBSITES

www.actuaries.org

www.cea.eu

www.dgsfp.meh.es/sector/solvencia2.asp

http://ec.europa.eu/spain/index_es.htm

www.eiopa.europa.eu

www.env.go.jp/en/wpaper/1996/ese240000000000html

www.iaisweb.org

www.ine.es

www.lifemetrics.com

www.longevitas.co.uk/site

www.longevity-risk.org

www.mercadoasegurador.com.ar/adetail.asp?id=3576

www.mortality.org

www.mutualidadabogacia.com

www.oecd.org/

www.pensionfundsonline.co.uk/content/pension-funds-insider/governance/expect-more-longevity-swap-transactions-says-report/906

www.pensionsworld.co.uk/pw/article/longevity-swaps-1231391

www.seg-social.es/Internet_1/index.htm

www.unespa.es

VII PREMIO
INTERNACIONAL DE SEGUROS
JULIO CASTELO MATRÁN

EL RIESGO DE LONGEVIDAD Y SU APLICACIÓN PRÁCTICA A SOLVENCIA II

Armonización europea para su gestión

Autores:

José Miguel Rodríguez-Pardo del Castillo (Coord.)
Irene Albarrán Lozano
Fernando Ariza Rodríguez
Víctor Manuel Cóbrecas Juárez
María Luz Durbán Reguera

FUNDACIÓN MAPFRE no se hace responsable del contenido de esta obra, ni el hecho de publicarla implica conformidad o identificación con la opinión del autor o autores.

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista en la ley.

© 2015, FUNDACIÓN MAPFRE
Paseo de Recoletos, 23
28004 Madrid (España)
www.fundacionmapfre.org

ISBN: 978-84-9844-574-9
Depósito Legal: M-39281-2015
Maquetación y producción editorial: Zridi Diseño Digital

José Miguel Rodríguez-Pardo del Castillo es licenciado en Ciencias Actuariales y doctor en Ciencias Económicas por la Universidad Complutense de Madrid, doctor en Biomedicina y Ciencias de la Salud por la UEM, diplomado en Gestión Empresarial por la EOI y Programa de Postgrado en IESE. Fue director general en BBVA Seguros para España y Portugal (2000-2010) y es profesor de la Universidad Carlos III de Madrid en el Máster Ciencias Actuariales y en el Master de Técnicas Cuantitativas para el Sector Asegurador, y profesor en IEB y en ICEA. También es colaborador honorífico en el área de Finanzas de la Universidad Complutense de Madrid.

Irene Albarrán Lozano es actuario y doctora en Ciencias Económicas y Empresariales por la Universidad Complutense de Madrid. Profesora titular de Estadística Actuarial desde 2001, actualmente dirige el Máster en Técnicas Cuantitativas para el Sector Asegurador del Departamento de Estadística de la Universidad Carlos III de Madrid.

Fernando Ariza Rodríguez es doble licenciado en Ciencias Económicas y en Ciencias Actuariales, y doctor en Economía Financiera, Actuarial y Matemática por la Universidad Complutense de Madrid. En la actualidad es responsable del Área de Solvencia en Mutuality de la Abogacía, coordinador técnico del Comité Bioactuarial de AGERS, miembro del Comité Técnico de EurelPro y miembro del Tribunal Evaluador de Tesis del Máster de Ciencias Actuariales de la Universidad Carlos III de Madrid.

Víctor Manuel Cóbreces Juárez es diplomado en Ciencias Empresariales por la Universidad Rey Juan Carlos I, posgraduado en Ciencias Actuariales por la Universidad Carlos III de Madrid y máster en Gestión de Riesgos de Entidades Aseguradoras por el IEB. Actualmente es actuario de vida especialista en longevidad y responsable de la gestión y cuantificación de riesgos de Solvencia II en PREMAAT.

María Luz Durbán Reguera es licenciada en Matemáticas por la Universidad de Granada, máster en Estadística Matemática por la Universidad de Cambridge y doctora en Matemáticas por la Universidad Heriot-Watt (Reino Unido). Desde el año 2000 ha colaborado con el CMI en la implantación de modelos de suavizado para la predicción de mortalidad. En la actualidad es profesora titular del Departamento de Estadística de la Universidad Carlos III de Madrid.

PRESENTACIÓN

Desde 1975 Fundación MAPFRE desarrolla actividades de interés general para la sociedad en distintos ámbitos profesionales y culturales, así como acciones destinadas a la mejora de las condiciones económicas y sociales de las personas y de los sectores menos favorecidos de la sociedad.

Desde el Área de Seguro y Previsión Social trabajamos con el objetivo de promover y difundir el conocimiento y la cultura del seguro y la previsión social.

En cuanto a las actividades orientadas hacia la sociedad en general, creamos contenidos gratuitos y universales en materia de seguros que divulgamos a través de la página web Seguros y Pensiones para Todos. Organizamos actividades educativas y de sensibilización mediante cursos de formación para el profesorado, talleres para escolares y visitas gratuitas para grupos al Museo del Seguro. Asimismo publicamos guías divulgativas para dar a conocer aspectos básicos del seguro.

Además de esta labor divulgativa, apoyamos la investigación mediante la elaboración de informes sobre mercados aseguradores y otros temas de interés, la concesión de ayudas para la investigación en seguros y previsión social, la publicación de libros y cuadernos de temática aseguradora y la organización de jornadas y seminarios. Nuestro compromiso con el conocimiento se materializa en un Centro de Documentación especializado que da soporte a todas nuestras actividades y que está abierto al público en general.

Dentro de estas actividades se encuadra la publicación de esta obra que tuvo su origen en la investigación *El riesgo de longevidad y su aplicación práctica a Solvencia II: Modelos actuariales avanzados para su gestión*, que fue ganadora de la VII edición del Premio Internacional de Seguros Julio Castelo Matrán, en 2014. Esta publicación profundiza en el *European Longevity Index* como elemento que podrá armonizar las operaciones transfronterizas de pensiones.

Todas nuestras actividades se encuentran disponibles y accesibles en internet, para usuarios de todo el mundo, de una manera rápida y eficaz, a través de nuestra página web: www.fundacionmapfre.org

Área de Seguro y Previsión Social
FUNDACIÓN MAPFRE

RESUMEN

Basado en el libro *El riesgo de longevidad y su aplicación práctica a Solvencia II: Modelos actuariales para su gestión*, galardonado por Fundación MAPFRE con el premio Julio Castelo Matrán en su VII edición de 2014, en el presente trabajo de investigación se hace un recorrido por el estudio de las más modernas y novedosas técnicas actuariales vinculadas al riesgo de longevidad y su aplicación práctica a la gerencia de riesgos. Estas técnicas, permitirán la optimización del riesgo de longevidad en aspectos tan diversos como la mejor estimación de esperanza de vida, el análisis de suficiencia de las provisiones técnicas, la sostenibilidad de los sistemas públicos y privados de pensiones, el pricing, la modelización del capital regulatorio bajo Solvencia II, la rentabilidad ajustada al riesgo, la mitigación y transferencia del riesgo, etc. Además, se propone la elaboración de índices públicos de longevidad para la estandarización de instrumentos de cobertura y nuevas modalidades de reaseguro.

El conjunto de todas estas técnicas sin duda redundará en una mejor toma de decisiones acerca de cómo gestionar y mitigar el riesgo de longevidad, tanto por parte de los Estados y organismos internacionales como, por supuesto, por la de los órganos de gobierno de las entidades de seguros y fondos de pensiones.

Palabras clave: longevidad, modelos actuariales, índices, pensiones, solvencia, gestión, mitigación y transferencia.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	81
2. RIESGO DE LONGEVIDAD	85
2.1. Preocupación por el riesgo de longevidad	85
2.2. Subriesgos de longevidad	86
3. MODELIZACIÓN DEL RIESGO DE LONGEVIDAD	89
3.1. M1: Modelo Lee-Carter	90
3.2. M2 Y M3: Modelos Lee-Carter suavizado	91
3.3. M4: Modelo P-spline 2d (Edad-Periodo)	92
4. SPANISH LONGEVITY INDEX	95
5. RIESGO DE LONGEVIDAD BAJO SOLVENCIA II	99
5.1. Fórmula estándar	99
5.2. Modelo interno alternativo a la fórmula estándar	99
5.3. Análisis de variables	102
5.4. Aplicación al mercado asegurador	104
5.5. Prudencia del modelo	105
5.6. Validación y prueba	107
6. GESTIÓN ÓPTIMA DEL CAPITAL: RORAC Y CAPITAL ALLOCATION	109
7. MITIGANTES DE LA LONGEVIDAD	113
7.1. El papel del ciudadano	113
7.2. El papel de las autoridades públicas	113
7.3. El papel del sector asegurador	115
7.3.1. Acciones de mitigación propias de la compañía	115
7.3.2. Transferencia del riesgo teórico de la longevidad a una tercera parte	117
8. SWAPS DE LONGEVIDAD	119
8.1. ¿Qué es un swap de longevidad?	119
8.2. Tipos de swaps de longevidad	119
8.3. Swaps de longevidad bajo Solvencia II	120
8.4. Aplicación práctica en una compañía de seguros de vida	121
8.4.1. Hipótesis y supuestos asumidos	122
8.4.2. Impacto en costes	123
8.4.3. Impacto bajo Solvencia II	126
8.5. Reinsurance Management Tool (RMT)	127
9. ALCANCE	131
10. APORTACIONES A LA INDUSTRIA DEL SEGURO Y CONCLUSIONES	133
BIBLIOGRAFÍA	137

1. INTRODUCCIÓN

Del conjunto de riesgos que habitualmente asumen los Estados y las entidades de seguros relacionados con la vida humana, el más complejo de medir y gestionar es el riesgo de supervivencia. Así queda reflejado en algunos informes recientes de diversos organismos internacionales (OCDE, FMI, Comisión Europea, etc.), en los que se resalta el elevado riesgo que corren los gobiernos y las entidades privadas que ofrecen prestaciones jubilatorias definidas por el hecho de que la gente pueda sobrevivir por encima de la edad previamente estimada. Y es que si, por ejemplo, el promedio de vida aumentara para el año 2050 en tres años más de los hoy previstos, los costes derivados del envejecimiento aumentarían un 50%. En virtud de su elevado impacto financiero, estos organismos recomiendan poner en marcha cuanto antes un conjunto de medidas de valoración, gestión y mitigación del riesgo de longevidad, pues si se posterga la acción correctiva, se podría entrar en insuficiencia y posible quiebra de los sistemas de previsión.

Sobre esta base, y desde de un punto de vista integral de la gestión dinámica del riesgo, el presente documento intenta dar solución a esta demanda económica y social.

De esta manera, una vez presentado conceptualmente el riesgo de longevidad, se aborda la dinámica poblacional y el conjunto de subriesgos que determinan y explican las continuas mejoras de los registros de esperanza de vida, configurando la base de conocimiento previo necesario para valorar la métrica de la longevidad. En todos ellos se incide en el subriesgo de tendencia por la necesidad de ser entendido y graduado con mayor precisión, no sólo por su carácter sistémico, sino también por la dificultad de extrapolar tendencias actuarialmente consistentes.

Dado que los modelos de graduación del riesgo de supervivencia constituyen la principal herramienta de las que dispone el actuario para la adecuada medida de la longevidad del colectivo al que pretende dar cobertura, primero se expone y compara el marco teórico de los distintos modelos que ha desarrollado la literatura actuarial más moderna y que han sido ya aplicados en diferentes mercados con contrastada experiencia en el *pricing* y *reserving* de las carteras de rentas vitalicias.

Una vez sentadas las bases del conocimiento del riesgo de longevidad y su graduación actuarial, el siguiente paso es aplicar la modelización del riesgo de tendencia sobre una realidad poblacional concreta. Pese a que la metodología utilizada es de perfecta

validez para cualquier población, en el presente trabajo se presenta una aplicación práctica con base en los datos de experiencia de mortalidad española entre los años 1960 y 2009 y para edades comprendidas entre los 40 y los 100 años. Para ello, se utilizan cuatro de los modelos actuariales de edad-periodo más avanzados en la práctica internacional y que han demostrado ser robustos en sus aplicaciones para medir la tendencia poblacional. Estos cuatro modelos aplicados son: Lee-Carter, el modelo P-spline 2d y dos versiones suavizadas del modelo Lee-Carter. Además, se hace también un ejercicio de *back-testing* para ilustrar el comportamiento predictivo de los modelos y se presentan los factores de mejora de mortalidad resultantes.

De la combinación de los cuatros modelos anteriores surge lo que se ha convenido en denominar el Spanish Longevity Index (SLI), índice propuesto para medir la tendencia de longevidad de la población española, que cumple con el test de usabilidad exigido a este tipo de métricas según los criterios actuariales internacionales, y configurado como una herramienta de utilidad para todos los intervinientes en el riesgo de longevidad, esto es, tanto para la estimación de la esperanza de vida, para el cálculo de los pasivos actuariales, para el desarrollo de modelos internos alternativos a la fórmula estándar bajo el marco de Solvencia II, como incluso para la publicación de un índice que determine el precio de transferencia del riesgo de longevidad en operaciones de reaseguro y mercado de capitales. Además, conforme las autoridades responsables de la elaboración de estadísticas de mortalidad actualicen los censos, los valores del SLI se verían asimismo actualizados, de tal suerte que su aplicación permitiría reevaluar los pasivos y los capitales expuestos a la mejor estimación de longevidad.

Dado que hasta ahora la gran mayoría de las estimaciones sobre mortalidad y su tendencia han sido inferiores a las observadas, en el presente trabajo se han desarrollado unos límites o escenarios (SLI-50 y SLI-99,5) que pueden ayudar a los Estados, organismos internacionales, aseguradoras de vida, fondos de pensiones, mercados de capitales y, en general, todas las entidades intervinientes en el riesgo de longevidad a determinar o valorar con mayor precisión las reservas de los riesgos asumidos a largo plazo.

Sobre la base de los valores del SLI al 99,5% de confianza (SLI-99,5), y una vez analizados los requerimientos que exige la Directiva Comunitaria de Solvencia II para el riesgo de longevidad, se elabora un modelo interno con el propósito de determinar el consumo real de capital para este riesgo de supervivencia. De los resultados obtenidos, se concluye que dicho consumo de capital es decreciente según la edad alcanzada y la duración residual del contrato de seguro, suponiendo, por tanto, una alternativa real a la fórmula estándar propuesta por Solvencia II, que presupone un estrés único, inmediato y permanente del 20% sobre las tasas de mortalidad esperada. El ensayo actuarial propuesto, una vez contrastada su bondad estadística, se ha simulado para una cartera de riesgos expuestos de seguros de rentas vitalicias, cuyos resultados son muy reveladores acerca del consumo de capital real respecto al propuesto por la llamada fórmula estándar.

Posteriormente, se analiza cómo los modelos de gestión del riesgo de longevidad pueden ser optimizados mediante los llamados mitigantes del riesgo, para lo que en primer lugar será necesario conocerlos y clasificarlos en función del subriesgo que la entidad o Estado desee minorar, según éste sea riesgo base o riesgo de tendencia. Una vez expuestos los mitigantes de la supervivencia, se presenta además una moderna metodología para la gestión óptima del capital ajustada al riesgo, llegando a proponer una aplicación práctica de los modelos de RORAC y Capital Allocation sobre los resultados de los ensayos previos.

Por último, y por su especial relevancia y potencialidad, se presenta un exhaustivo y práctico estudio de uno de los modelos de transferencia de longevidad llamados a tener un protagonismo central en el mercado europeo de rentas vitalicias. Estos son los modelos de permuta *longevity swap* en sus modalidades de contrato de reaseguro o a través de los mercados de capitales. El modelo actuarial desarrollado sobre la base de los índices de longevidad obtenidos en los apartados anteriores permite simular, con escenarios aplicables a la realidad poblacional analizada, precios de transferencia de reaseguro y su impacto no sólo en términos de coste, sino también sobre el balance económico y consumo de capital de una entidad aseguradora bajo el marco de Solvencia II. Además, se presenta la herramienta de optimización de reaseguro RMT (Reinsurance Management Tool) para el análisis de diferentes alternativas con las que la cedente pueda decidir el contrato de reaseguro más idóneo para la gestión óptima de su negocio según el perfil y apetito de riesgo de la entidad.

Como conclusión, se puede afirmar que el presente trabajo de investigación tiene como finalidad, para cualquier país y realidad poblacional, la aplicación práctica al negocio de la longevidad de un conjunto integral de técnicas actuariales y de gestión del riesgo consideradas como las más avanzadas, y que permitirán a los Estados y entidades de seguro y reaseguro la mejora en el control, la monitorización, la gestión, la mitigación y la transferencia del riesgo de supervivencia asumido en sus balances, demostrando que, pese a las incertidumbres que a priori plantea, este puede ser un riesgo asumible y rentable, redundando por tanto en una mayor protección del ciudadano en favor de su bienestar y tranquilidad una vez alcanzada la jubilación.

Además, con el propósito de cumplir con los fundamentos de la *Directiva sobre las actividades y la supervisión de fondos de pensiones de empleo*, se plantea la necesidad de armonizar a nivel europeo la metodología de valoración y proyección del riesgo de tendencia de la longevidad con la que dar cobertura adecuada a la inseguridad que los riesgos biométricos generan sobre la sostenibilidad futura de los planes de pensiones públicos y privados.

2. RIESGO DE LONGEVIDAD

2.1. Preocupación por el riesgo de longevidad

La longevidad es un fenómeno ligado al desarrollo social y económico. Como muestra de ello, en las últimas décadas la esperanza de vida ha crecido de forma intensa y continuada coincidiendo con la consolidación del estado de bienestar, los avances médicos y tecnológicos, la mejora del estilo de vida, la atención sanitaria, la reducción de accidentes laborales y de tráfico, etc.

Sin embargo, existe una elevada incertidumbre de cómo la continua mejora de la longevidad evolucionará en el futuro y qué consecuencias tendrá sobre la industria del seguro y los sistemas nacionales de pensiones. Y es que cada 1% de incremento en los factores de mejora de mortalidad supone un aumento de 1,5 años en la esperanza de vida. Así, la mejora en la mortalidad necesita ser claramente entendida y cuantificada.

Si por riesgo de longevidad entendemos el riesgo de que las personas vivan más de lo esperado, este riesgo afectará a particulares, entidades de seguros y sector público. Desde el enfoque de la sociedad, las personas se enfrentan al reto de conseguir ingresos suficientes para financiar su vejez. Dado que la pirámide poblacional tiende a invertirse, deteriorándose la tasa de dependencia, los ingresos de los jubilados tenderán a decrecer al no poder soportar los sistemas públicos de reparto el nivel retributivo tal como hasta ahora estaba concebido. Si el propio individuo no realiza ninguna acción para remediarlo, los aumentos en la esperanza de vida producirán deficiencias en la calidad de la misma. Para mitigar este riesgo biométrico, el ciudadano tendrá la opción de adquirir productos de rentas vitalicias o planes de pensiones que les proporcione unos flujos de pago periódicos de por vida, trasladando el riesgo de una elevada supervivencia al sector privado del seguro. Desde el enfoque del sector privado, las entidades aseguradoras se enfrentan al riesgo de que una mayor esperanza de vida de sus asegurados incremente las obligaciones con ellos contraídas.

Bajo este enfoque, y dado que se prevé que los factores de mejora y la esperanza de vida sigan incrementándose en la mayoría de países industrializados, se espera que se produzca una progresiva reducción de las pensiones del sector público, que junto con una mayor conciencia ciudadana de cómo el riesgo biométrico puede afectar a su bienestar en la vejez, derivará en una mayor demanda de productos aseguradores destinados a cubrir el riesgo de longevidad. Es decir, en el futuro se espera una

transferencia del riesgo de longevidad del sector público al ciudadano, que, mediante una adecuada cultura financiera, será a su vez capaz de trasladarlo al sector privado a través de un contrato de seguro. De este modo, los titulares de riesgo de longevidad deben saber gestionar activamente su riesgo subyacente y así garantizar que su exposición a la longevidad se mantenga dentro de sus márgenes de tolerancia y apetito de riesgo.

2.2. Subriesgos de longevidad

Si entendemos por riesgo de longevidad aquel “riesgo por el que las reservas constituidas para los pagos de pensiones (jubilación, viudedad, orfandad e invalidez) resulten insuficientes para su finalidad porque se basen en tablas de mortalidad que reflejen hipótesis de supervivencia inferiores a las posteriormente observadas”, es de suponer que las hipótesis sobre las que se construyen los modelos dinámicos de la supervivencia deben ser lo más precisas posible para poder así garantizar la rentabilidad financiero-actuarial, para lo que será necesario identificar y comprender los diferentes subriesgos que componen el riesgo de una mayor supervivencia humana sobre la prevista. Estos subriesgos son:

- **Subriesgo de volatilidad o de proceso:** El riesgo de que la mortalidad experimentada de una población asegurada se desvíe por puras fluctuaciones estadísticas alrededor del nivel esperado.
- **Subriesgo de cohorte:** Posibilidad de que una generación experimente un mayor aumento de la esperanza de vida que las generaciones anteriores o posteriores a ellos.
- **Subriesgo catastrófico:** Shocks en las tasas de mortalidad en un año específico, como por ejemplo una pandemia, una guerra, etc.
- **Subriesgo de tendencia:** Este subriesgo está considerado como un riesgo sistémico del riesgo de longevidad, esto es, el riesgo de que las mejoras de la mortalidad en el conjunto de la población sea mayor de lo previsto inicialmente. Los factores subyacentes son similares en todo el mundo desarrollado.

De entre todos estos subriesgos, el más difícil de medir y gestionar es el de tendencia, pues este no puede ser mitigado mediante la diversificación, ya que, en general, las mejoras en la mortalidad afectan a todas las poblaciones donde se puedan suscribir riesgos. Por este motivo, los modelos actuariales analizados en este trabajo están orientados a aplicar a cualquier realidad poblacional las mejores prácticas actuariales en la estimación y gestión de este subriesgo de tendencia.

Para su correcta calibración, el actuario deberá realizar alguna consideración preliminar que implique cierta subjetividad referida al periodo a tomar como referencia para realizar la proyección, debiendo:

1. Evitar volatilidades en los resultados de las estimaciones.
2. Recoger adecuadamente las mejoras médicas relacionadas con la mejora de la longevidad.
3. No considerar periodos de entreguerras, de migraciones muy acusadas o de efectos catastróficos en la mortalidad poblacional.
4. Entender los cambios en la metodología estadística utilizada en los censos nacionales, que pueden dar resultados atípicos en el análisis de la mortalidad.
5. La población base debe ser la nacional del país donde se suscriben las rentas.
6. Si el periodo es muy corto, por ejemplo de cinco años, normalmente se producen sobrestimaciones de la tendencia; si por el contrario es muy largo, como serían cien años, quedan invalidados por la interferencia de situaciones atípicas.

3. MODELIZACIÓN DEL RIESGO DE LONGEVIDAD

En los seguros de vida y pensiones, los modelos de mortalidad se han basado tradicionalmente en tablas de vida y se han usado proyecciones deterministas para tener en cuenta la mejora de la mortalidad. Las espectaculares mejoras de la longevidad a lo largo del siglo xx han mostrado que este enfoque es inadecuado para el manejo del riesgo de mortalidad.

A lo largo de los años han ido apareciendo distintas propuestas para modelizar y predecir la dinámica de las tasas de mortalidad. Ninguno de estos modelos es uniformemente superior a los demás en todas las ocasiones y para todas las poblaciones, por ello, y para minimizar “el riesgo del modelo”, se han seleccionado cuatro de ellos, que corresponden a dos de los enfoques más utilizados en países como Reino Unido, Estados Unidos o Italia: los basados en técnicas de series temporales y los basados en técnicas de suavizado multidimensional. Existen otros modelos en la literatura actuarial internacional que podrían haberse elegido, como los que incluyen la variable cohorte, pero la utilización de la misma ha creado bastante controversia en la media de la longevidad entre los expertos, que proponen sólo su uso con cautela, especialmente a la hora de hacer predicciones futuras [Currie, 2012].

El presente documento se centra en datos de población española, obtenidos en el Human Mortality Database (www.mortality.org). Las variables biométricas utilizadas en el estudio son los expuestos al riesgo ($E_{x,t}$) y los fallecidos ($D_{x,t}$), por edad y género, durante el periodo 1960-2009, e implícitamente la fuerza de mortalidad $\hat{\mu}_{x,t}$ que viene definida por:

$$\hat{\mu}_{x,t} = \frac{D_{x,t}}{E_{x,t}}$$

Siendo:

$\hat{\mu}_{x,t}$ la fuerza de mortalidad.

$D_{x,t}$ el número de fallecidos en una edad y periodo.

$E_{x,t}$ los expuestos centrales al riesgo en cada edad y periodo.

Si consideramos que $d_{x,t}$ es una variable aleatoria y que $E_{x,t}$ es un término fijo, podemos modelar $\hat{\mu}_{x,t}$ con una distribución Poisson.

$$D_{x,t} \sim P(E_{x,t} \mu_{x,t})$$

El objetivo es, entonces, el ajuste y la predicción de fuerza de mortalidad de la población española mediante los modelos que aparecen en la tabla que describimos a continuación:

Modelo	Fórmula
M1	$\log(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t$
M2	$\log(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \sum_i \theta_i^\beta B_i(x) \kappa_t$
M3	$\log(\mu_{x,t}) = \sum_i \theta_i^\alpha B_i(x) + \sum_i \theta_i^\beta B_i(x) \kappa_t$
M4	$\log(\mu_{x,t}) = \sum_{ij} \theta_{ij} B_{ij}(x, t)$

Tabla 1.

Ecuaciones de los cuatro modelos de mortalidad considerados.

Las funciones β_x y κ_t corresponden a efectos de edad y periodo, respectivamente.

B son las bases de B-spline y θ son los pesos asociados a dichas bases.

3.1. M1: Modelo Lee-Carter

Uno de los modelos más usados en la proyección de mortalidad es el de Lee-Carter (Lee y Carter, 1992). Este es:

$$\log(\mu_{x,t}) = \alpha_x + B_x \kappa_t$$

donde $\mu_{x,t}$ es la fuerza de mortalidad definida anteriormente, en el año t , a la edad x ; α_x es el efecto de la edad, κ_t es el efecto del tiempo y B_x representa la velocidad con la que cambia la fuerza de mortalidad en cada edad a lo largo del tiempo. El modelo se basa en la hipótesis de que α_x y B_x (que se estiman con los datos del pasado) permanecen constantes en el futuro y son estimados mediante el método de máxima verosimilitud (Brouhns y Denuit, 2002), mientras que κ_t se estima mediante modelos de series temporales (modelos ARIMA). Dado que la mortalidad puede verse como un proceso estocástico, y por lo tanto la tendencia de mortalidad también, tiene sentido

utilizar un modelo estocástico para predecir resultados futuros y calibrar un estrés de tendencia para el riesgo de longevidad. Dicho estrés se calcula a partir de las bandas de confianza de la proyección. Las bandas se obtienen multiplicando el error estándar de la predicción por $\Phi^{-1}(p)$, donde Φ es la función de distribución de una variable $N(0;1)$ y p es la probabilidad de interés; en nuestro caso, $p = 0.005$ y $\Phi^{-1}(p) = 0,57$.

3.2. M2 y M3: Modelos Lee-Carter suavizado

La primera extensión del modelo M1 fue introducida por Delwarde *et ál.* (2007). La idea subyacente a este modelo es que β_x puede ser volátil, especialmente cuando el número de muertes es pequeño. Esta volatilidad puede dar lugar a predicciones futuras inconsistentes, de modo que una posible solución es sustituir β_x por una versión suavizada mediante B-splines penalizados o P-splines (Eilers y Marx, 1996).

El gráfico de la figura 1 muestra los valores del parámetro β_x obtenidos del modelo M1. Dado que β_x representa la velocidad con la que cambia $\hat{\mu}_{x,t}$ (fuerza de mortalidad) en cada edad a lo largo del tiempo, sería de esperar que dichos cambios ocurrieran de forma gradual. Sin embargo, en el gráfico se observa que, por ejemplo, alrededor de los 40, los 50 y los 60 años, se producen variaciones inesperadas. Una posible solución es asumir que el parámetro β_x se comporta de forma suave, de modo que impondremos esta suavidad mediante el uso de P-splines.

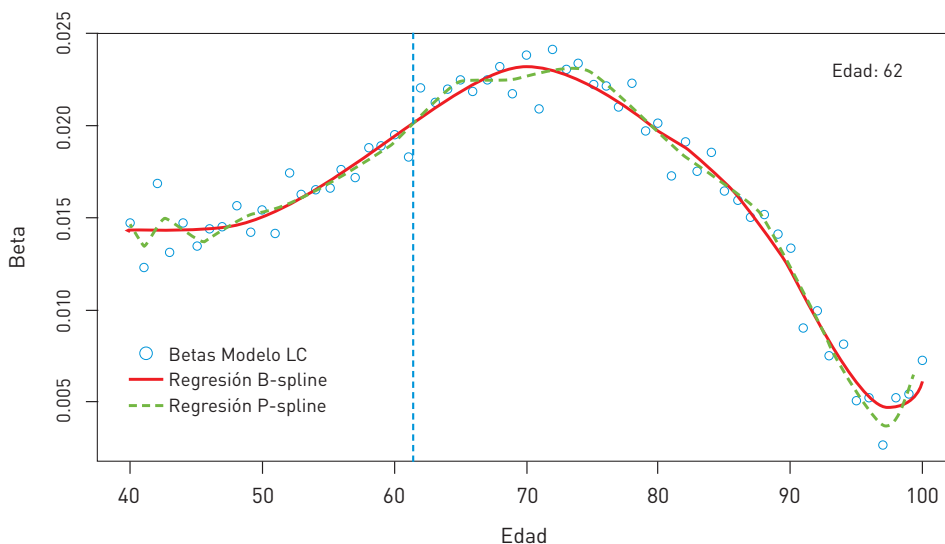


Figura 1. Valores β_x estimados por el modelo M1 y suavizados mediante regresión B-spline y P-spline.

Este método se basa en el uso de una base de B-splines para la regresión. Cada B-spline consiste en cuatro trozos de polinomios que se unen de forma suave en posiciones llamadas nodos (ver De Boor [2001] para una descripción detallada). De este modo, β_x es modelizado mediante:

$$\beta_x = \sum \theta_i B_j(x)$$

La suavidad del ajuste se consigue por medio de una penalización sobre los coeficientes adyacentes, controlada mediante un parámetro de suavizado. La estimación se realiza a través de máxima β_x verosimilitud penalizada:

$$lp = \sum_{x=40}^{100} \left(\beta_x - \sum_{i=1}^c \theta_i B_i(x) \right)^2 + \lambda \sum_{i=j+1}^c (\Delta^2 \theta_i)^2$$

El parámetro λ (llamado parámetro de suavizado) es seleccionado mediante el criterio de información Bayesiano o BIC (Schwarz, 1978). La inclusión del suavizado P-splines para β_x en el modelo M1 da lugar al modelo M2:

$$\log(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \sum_i \theta_i^\beta B_i(x) \kappa_t$$

En la Figura 1 se aprecia claramente la trayectoria suave del parámetro β_x al aplicar esta metodología. Una consecuencia de esta transición suave del parámetro de una edad a otra es que evita que las tendencias de mortalidad de edades próximas se crucen.

Aplicando la metodología P-spline para suavizar α_x , da lugar al modelo M3, propuesto por Currie [2013]:

$$\log(\mu_{x,t}) = \sum_i \theta_i^\alpha B_i(x) + \sum_i \theta_i^\beta B_i(x) \kappa_t$$

En los modelos M2 y M3, la proyección de observaciones futuras se realiza de manera similar al modelo M1 (ya que tanto α_x como β_x permanecen constantes).

3.3. M4: Modelo P-spline 2d (Edad-Periodo)

Currie *et ál.* (2004) introdujo la idea del uso de los P-spline bidimensionales para el ajuste y proyección de la fuerza de mortalidad. Este modelo ha sido utilizado por el Continuous Mortality Investigation (CMI), departamento dependiente del Instituto y Facultad de Actuarios del Reino Unido, y es ampliamente aceptado a nivel internacional. El objetivo es modelizar $\log(\mu_{x,t})$ como una función de la edad y del tiempo dentro

del contexto de un modelo GLM. Para ello, se extiende el enfoque unidimensional presentado anteriormente para poder suavizar simultáneamente la fuerza de mortalidad en función de la edad y el tiempo. Sea B_x la matriz de B-splines construida a partir de la edad, y de forma similar B_t es la matriz construida a partir de la variable tiempo. La matriz de regresión para el modelo bidimensional es el producto de Kronecker de ambas:

$$B = B_t \otimes B_x$$

Además, se define una penalización entre coeficientes adyacentes, teniendo en cuenta la proximidad en la dirección de la edad y del tiempo. La penalización utilizada es:

$$P = \lambda_x \sum (\Delta^2 \theta_i)^2 + \lambda_t \sum (\Delta^2 \theta_j)^2$$

La penalización depende de dos parámetros que controlan la suavidad en la dirección de la edad y del tiempo. Dados los valores de λ_x y λ_t , el modelo se ajusta utilizando la versión penalizada del algoritmo de Fisher propuesto por Eilers y Marx (1996). Una de las ventajas de este método es que es posible obtener de manera sencilla los errores estándar de los datos ajustados (lo cual se puede utilizar de forma inmediata para el cálculo del estrés de la fuerza de mortalidad).

$$Var[\log(\hat{\mu}_{x,t})] = B(B' \hat{w} B + P)^{-1} B'$$

donde B y P vienen dadas por las ecuaciones descritas anteriormente y \hat{w} es la matriz de pesos del algoritmo de Fisher penalizado una vez alcanzada la convergencia.

La figura 2 muestra la fuerza de mortalidad observada para la población española de hombres y la ajustada mediante el modelo P-spline bidimensional. Se puede observar cómo la superficie suavizada recoge el patrón presente en los datos, eliminando el ruido existente en los mismos.

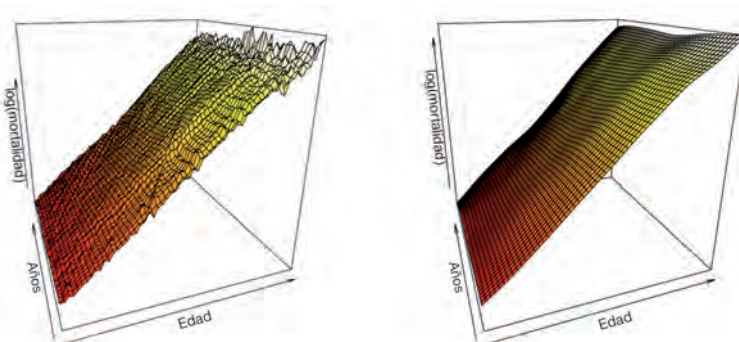


Figura 2.

Fuerza de mortalidad observada (izquierda) en la población de hombres española entre los años 1960 y 2009, para edades entre los 40 y los 100 años, y sus correspondientes valores ajustados (derecha) mediante el modelo P-spline bidimensional.

Los P-splines tratan la predicción de datos futuros como una problema de datos faltantes (Currie *et ál.*, 2004). Para poder llevar a cabo la predicción, se extiende la matriz de B-splines para acomodar las nuevas observaciones (así como la correspondiente penalización) y se estiman los nuevos coeficientes, los cuales son una combinación lineal de los dos últimos coeficientes utilizados en el ajuste.

La figura 3 muestra el ajuste y predicciones de la fuerza de mortalidad de los hombres de 73 años usando los modelos M3 y M4. Las predicciones de modelo M3 son inferiores a las del M4, pero ambas están contenidas en las bandas de confianza de los dos modelos. Por lo tanto, se puede concluir que ambas predicciones no son estadísticamente diferentes. Sin embargo, es claro que el estrés del modelo M3 es significativamente más acusado que el del modelo M4.

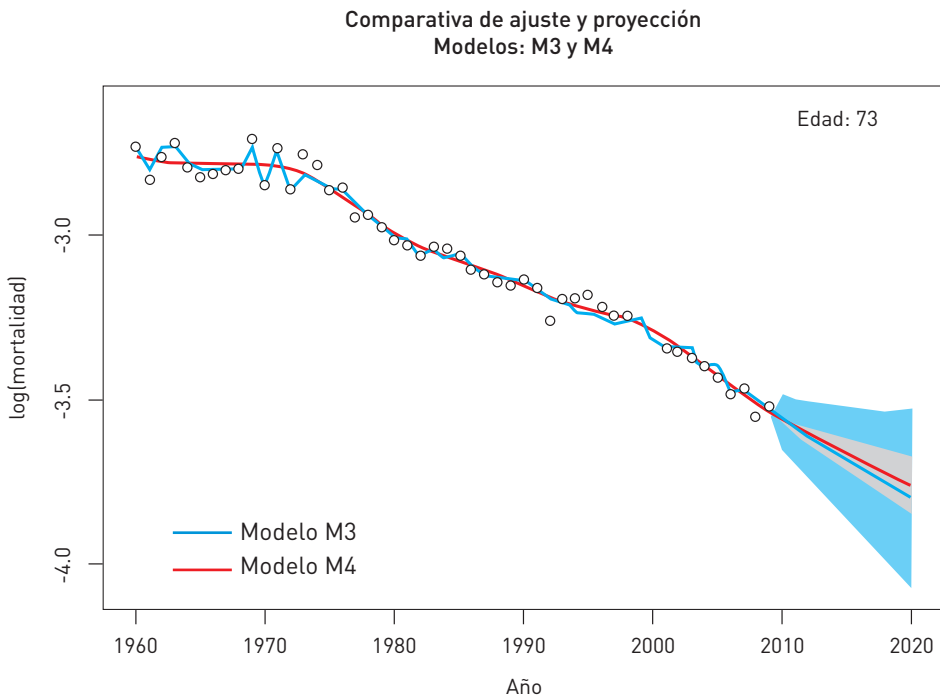


Figura 3. Fuerza de mortalidad ajustada y predicha hasta 2020 y bandas de confianzas para la predicción en hombres de 73 años, median los modelos M3 y M4.

4. SPANISH LONGEVITY INDEX

Para estudiar el comportamiento y la evolución de la mortalidad estimada y proyectada por estos cuatro modelos se han desarrollado dos trabajos. Primeramente, un ejercicio de *back testing*, cuyos resultados proporcionan valores aceptables en los tantos de mortalidad. Y, en segundo lugar, se analizan dos variables claves: la tasa de mejora de la mortalidad ($\lambda_{x,t}$) y el factor de reducción de la mortalidad ($FR_{x,t}^0$). (Para el factor de reducción de la mortalidad véase “El Riesgo de Longevidad y su aplicación práctica a Solvencia II”, pág. 84).

Los factores de mejora de mortalidad entre años se han definido como:

$$\lambda_{x,t} = 1 - \left(\frac{\hat{\mu}_{x,t}}{\hat{\mu}_{x,t-1}} \right)$$

Siendo:

$\lambda_{x,t}$ factor de mejora entre periodos

$\hat{\mu}_{x,t}$ fuerza de mortalidad en período t .

$\hat{\mu}_{x,t-1}$ fuerza de mortalidad en periodo anterior a t .

El factor de mejora y el factor de reducción nos sirven para efectuar una valoración detallada de la mortalidad experimentada por la población objeto de análisis y realizar un estudio previo de la información para observar posibles errores antes de asumir una mejora recurrente o antes de trabajar con determinado periodo de tiempo a corto plazo.

Posteriormente, se elabora un indicador a partir de los factores de mejora proyectados para los próximos años, denominado Spanish Longevity Index. El indicador, en adelante SLI, se propone como un índice de referencia para medir la evolución y el riesgo de tendencia de la longevidad de la población española. El índice queda definido por el modelo, la edad y el género.

La elección de un determinado valor de tendencia a largo plazo por edad es tarea complicada y claramente subjetiva. Podríamos establecer distintos escenarios futuros, considerando las diferentes causas de muerte o incluso profesiones para ajustar la tendencia, pero al ser algo muy interpretable, lo dejamos a la subjetividad del asegurador.

Las aseguradoras que lo decidan podrían utilizar este modelo para mitigar el riesgo de tendencia de longevidad y establecer una tendencia para cada una de las edades para actualizarlas cada año sucesivamente. Por ejemplo, hemos proyectado para los

próximos años los factores de mejora para cada uno de los modelos M1, M2, M3 y M4, de los que podemos extraer la mortalidad en el último periodo y establecer un factor de mejora ($\lambda_{x,t}$) medio, creciente geoméricamente para los próximos periodos, dado como:

$$\hat{\mu}_{x,f} = \hat{\mu}_{x,t} (1 + \lambda_{x,t})^{f-t}$$

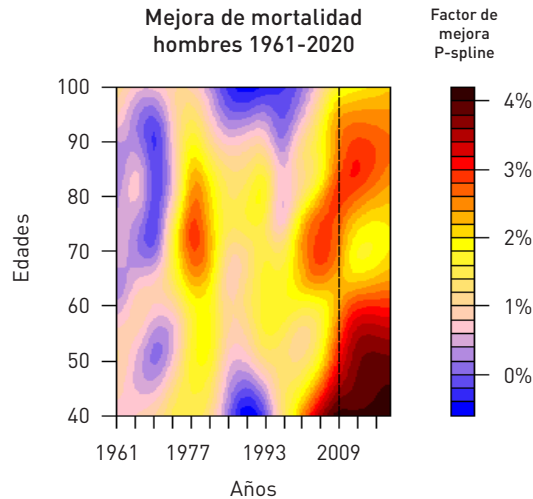


Figura 4.
Proyección de los factores de mejora para varones (modelo M4) desde 2009 hasta 2020.
Fuente: elaboración propia.

Una vez obtenido cada uno de los factores de mejora por modelo, edad y género, se propone la mediana de ambos modelos por la rigurosidad y robustez de ambos.

Es importante considerar que el índice de referencia (SLI) cumple con los criterios del llamado "test de uso", sobre los que se ha de estructurar todo índice de longevidad, y que son:

- trazabilidad,
- transparencia,
- objetividad,
- robustez,
- facilidad de gestión,
- tendencia de supervivencia,
- continuidad,
- consistencia,
- sencillez,
- universalidad.

Así, una vez contrastado el test de usabilidad, se considera que el SLI puede constituirse como una herramienta de gestión del riesgo de tendencia de longevidad para el sector asegurador español. Del mismo modo, esta metodología es de perfecta aplicación para cualquier otro país o grupo poblacional. Los resultados que se obtienen son los que aparecen en la figura 5:

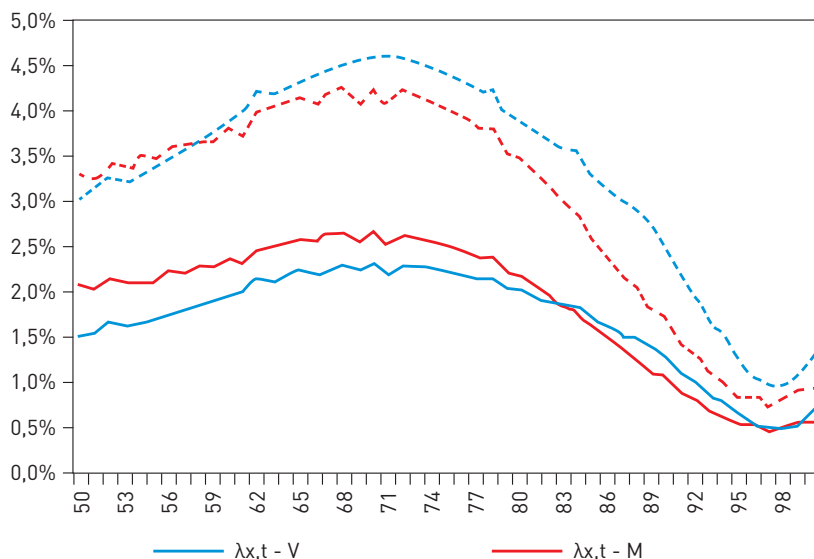


Figura 5.

Mediana de los factores de mejora por edad para varones y mujeres. Las líneas discontinuas indican que los factores de mejora se calcularon con la proyección al 99,5%.

Fuente: elaboración propia.

Hasta ahora, la gran mayoría de las estimaciones sobre mortalidad y su tendencia han sido inferiores a las observadas. En este trabajo se han desarrollado unos límites o escenarios (50% vs. 99.5%) que al realizar el correspondiente *back testing* han demostrado robustez estadística suficiente para la población española, y que pueden ayudar a los Estados, organismos internacionales, aseguradoras de vida, fondos de pensiones, mercados de capitales y, en general, todas las entidades intervinientes en el riesgo de longevidad a determinar o valorar con mayor precisión las reservas de los riesgos asumidos a largo plazo.

Estos índices (SLI-50 y SLI-99,5) conforman la base para la gestión activa del riesgo de longevidad, como veremos en próximos apartados y en cuestiones tan importantes como el consumo de capital económico y regulatorio, la gestión del capital o la mitigación y transferencia del riesgo de longevidad que los Estados y las compañías asumen en sus balances.

5. RIESGO DE LONGEVIDAD BAJO SOLVENCIA II

La nueva Directiva marco de Solvencia II introduce como principal novedad un margen de solvencia que, a diferencia del anterior, será dinámico, y que por tanto premia a las compañías que mejor gestionan sus riesgos, protegiendo así a los tomadores y beneficiarios de las pólizas, pues un deterioro de los niveles de solvencia será automáticamente reportado al mercado. Otros objetivos de la nueva Directiva son:

1. Integrar la normativa del mercado asegurador europeo.
2. Mejorar la competitividad de la industria del seguro.
3. Promover un régimen de solvencia sensible a los riesgos asumidos.
4. Tomar decisiones ajustadas al riesgo real de la entidad.

Para ello, se requerirá de la constitución de provisiones técnicas adecuadas utilizando métodos estadísticos y actuariales, de donde surgirá el concepto de valoración *Best Estimate*. Además, la normativa introduce un requisito de capital regulatorio denominado SCR (Solvency Capital Requirement) para hacer frente a posibles desviaciones del negocio, contemplando para su cálculo una fórmula estándar a fin de permitir a todas las empresas evaluar de forma objetiva su capital económico. Además, se da a las entidades la oportunidad de utilizar “*modelos internos completos o parciales para su cálculo*”.

5.1. Fórmula estándar

En el presente trabajo nos centramos en analizar la incidencia que sobre las compañías de seguros tiene el riesgo de longevidad bajo el marco de Solvencia II y la posibilidad de garantizar que sus activos sean siempre suficientes para cubrir los pasivos generados por este riesgo, para lo cual Solvencia II introduce un shock equivalente a una reducción única, inmediata y permanente del 20% de las tasas de mortalidad esperada.

$$SCR_{long}^{shock} = NAV_0 - (NAV_0 | shocklongevidad)$$

Para comprender la necesidad de investigar acerca de la idoneidad de este shock, traducimos este dato en términos más tangibles. ¿Qué va a significar en la práctica una reducción permanente de un 20% de la mortalidad? Pues bien, esta reducción supone, por ejemplo, erradicar, de un día para otro y de forma permanente, un 60% de las muertes derivadas de problemas circulatorios para hombres (equivalente a eliminar la enfermedad isquémica del corazón) o erradicar, también de un día para otro y de forma permanente, todas las muertes derivadas del cáncer en mujeres. A simple vista estos escenarios parecen exageradamente extremos, y en la práctica lo son aún más, dado que la erradicación de estas enfermedades ignora el proceso natural que implica que la desaparición de una enfermedad supone automáticamente el incremento en la prevalencia de otras, pues las causas de muerte no son nunca independientes unas de otras.

5.2. Modelo interno alternativo a la fórmula estándar

Por los motivos antes expuestos, y dado que consideramos que la fórmula estándar para el riesgo de longevidad no se ajusta a la evolución real de las mejoras esperadas de la mortalidad, se propone una recalibración de la misma que sirva como modelo interno bajo el Pilar 1 de Solvencia II, y por supuesto para una autovaloración más cercana al riesgo real de longevidad que asume una compañía de seguros bajo el Pilar 2 de Solvencia II (ORSA/FLAOR).

De esta manera, y tomando como referencia la mortalidad base proyectada mediante los modelos de extrapolación de tendencias pasadas del apartado 3, se propone también un shock único, aunque en esta ocasión estará vinculado a la edad y el sexo del asegurado, así como a la duración residual del contrato de seguro.

Por tanto, tomando como referencia el índice SLI-99,5, se calcula la mortalidad estimada (q'_x),

$$q'_x = [q_x \cdot (1 - \lambda_x)]$$

donde:

q_x es la probabilidad observada (INE2011) de que un individuo de edad x fallezca entre x y $x+1$;

q'_x es la probabilidad esperada de que un individuo de edad x fallezca entre x y $x+1$;

λ_x es el factor de mejora de la mortalidad para cada edad x (SLI-99,5).

Para el año $x+1$ tendríamos:

$$q'_{x+1} = [q_{x+1} \cdot (1-\lambda_x) \cdot (1-\lambda_{x+1})]$$

Y para el último periodo de la proyección, coincidiendo con el vencimiento del contrato (temporal o vitalicio), tendríamos

$$q'_{x+n} = [q_{x+n} \cdot (1-\lambda_x) \cdot (1-\lambda_{x+1}) \cdot \dots \cdot (1-\lambda_{x+n})]$$

Por otro lado, entendiendo por shock de longevidad la reducción de la mortalidad esperada sobre la estimada o mortalidad base, comparamos el número de fallecidos de la población base (sin mejora) al final del periodo observado sobre la población esperada (con mejoras de mortalidad), de tal manera que

$$shock_long = \frac{q_{x+n}}{q'_{x+n}} - 1$$

En consecuencia, bajo la metodología y premisas hasta ahora descritas, obtenemos unos shocks alternativos al de la fórmula estándar (20%), también únicos, inmediatos y permanentes, pero por combinación de edad, sexo y duración residual del contrato. Además, por criterios de prudencia, se ha incluido un shock biométrico adicional del 2%, que recogerá las posibles desviaciones futuras abruptas de la longevidad no recogidas en la experiencia pasada, tales como relevantes futuros avances médicos o cambios de hábitos y estilo de vida.

De este modo, los shocks de longevidad propuestos en el modelo alternativo quedarían como los siguientes:

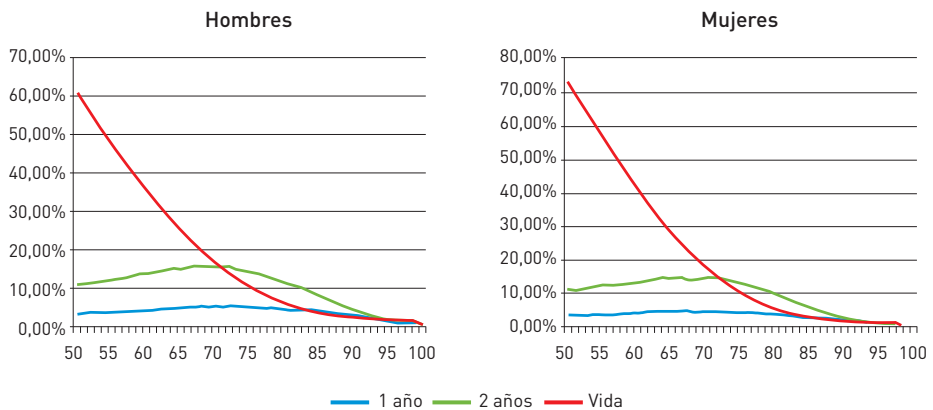


Figura 6.
Shocks de longevidad alternativos a la fórmula estándar.

Fuente: Elaboración propia

Estos resultados arrojan las siguientes conclusiones:

1. En duraciones más largas existe una mayor probabilidad de mejora de la mortalidad, cuyo caso más extremo son las rentas de duración vitalicia. Es por tanto evidente que una renta vitalicia no debería tener el mismo trato que una renta temporal.
2. Todas las edades no deberían tener el mismo shock de longevidad, porque cuanto más joven se es, mayor es la probabilidad y el recorrido para experimentar una mejora de la mortalidad.
3. Dado que la mayoría de productos de seguros que cubren la longevidad tienen por perceptores a personas con edades superiores a los 50 años, no hemos centrado el análisis en edades inferiores, pero lo que es evidente es que no deberíamos establecer un shock único para toda la cartera asegurada, sino uno diferente para combinación de edad, sexo y duración.

5.3. Análisis de variables

Tal como es práctica habitual en el mercado asegurador, se ha realizado un estudio de regresión múltiple para investigar la relación entre las variables edad, duración y sexo con la variable shock de longevidad, es decir, se analiza cómo la variable dependiente es explicada por el conjunto de las tres variables independientes tratadas de forma simultánea.

Se trata, por tanto, de predecir la variable dependiente shock de longevidad a partir de las variables independientes edad, sexo y duración del contrato, partiendo de la siguiente ecuación general de regresión lineal múltiple:

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$$

y basándonos en los siguientes supuestos:

1. Variables relacionadas linealmente.
2. La distribución de la variable dependiente está condicionada por cada posible combinación de valores de las variables independientes.
3. Las variables son independientes unas de otras. En consecuencia, los residuos serán independientes entre sí y constituirán una variable aleatoria.
4. Homogeneidad de las varianzas (homocedasticidad): Las varianzas de la variable dependiente condicionadas por los valores de las variables independientes son homogéneas.

Ante la ausencia de Normalidad de los residuos bajo el análisis de regresión múltiple, se ha desarrollado un modelo lineal generalizado que no exige normalidad en los errores, y que explica una variabilidad del 80%, concluyendo, por tanto, que las variables “duración” y “edad” son significativas; y pese a que la variable “sexo” resulta no ser significativa, la podemos considerar como variable confusión al estar muy asociada con la variable respuesta a pesar de que el modelo diga que no es relevante.

5.4. Aplicación al mercado asegurador

A continuación aplicamos los shocks de longevidad resultantes a una cartera tipo de 10.000 pensionistas, que guarda la misma estructura en cuanto a edad (media de 72 años), género y renta media que la de pensionistas de jubilación en España de 2010 (datos MEYSS); y analizamos el impacto que el cambio de shock de longevidad tiene sobre el SCR_{life} de una compañía de seguros de vida.

Los shocks alternativos para dicha cartera asegurada y para el año de cálculo $t=1$ son:

Edades	Marca de clase	Shock único		
		Total	Hombres	Mujeres
50-59	57	43,84%	43,62%	51,78%
60-64	63	30,51%	29,85%	34,82%
65-69	67	22,19%	21,67%	24,98%
70-74	72	13,83%	13,55%	15,34%
75-79	77	8,03%	7,93%	8,55%
80-84	82	4,73%	4,77%	4,56%
85 y más	90	2,16%	2,30%	1,75%
		16,19%	16,15%	16,35%

Tabla 2.
Shock único de la cartera, alternativo al 20%.
Fuente: Elaboración propia

Por tanto, para la cartera asegurada en $t=1$ obtenemos un shock único ponderado por edad, sexo y renta del 16,19%, que, como vemos, es sensiblemente inferior al 20% planteado por la fórmula estándar de QIS. Sin embargo, y aún más importante, hay que tener en cuenta que este shock alternativo es dinámico, por lo que dicho shock del 16,19% irá disminuyendo para cada una de las pólizas que la componen, ya que cada año la vida residual del contrato es menor y el asegurado va cumpliendo más años. Por ambos motivos el shock inicial irá disminuyendo con el paso del tiempo para una misma cabeza asegurada.

Por último, analizamos el impacto que los shocks de longevidad propuestos tienen sobre el capital requerido de solvencia (SCR) respecto al de fórmula estándar, sin considerar ningún otro subriesgo de suscripción ni ningún otro riesgo de mercado, contraparte, operacional, etc.

Si partimos de la siguiente cartera de rentas aseguradas (tomada como cartera de referencia de 10.000 asegurados),

COMPOSICIÓN DE LA CARTERA SEGÚN DATOS DE LA SEGURIDAD SOCIAL (RENTAS)							
Edades	Marca de clase	Renta media mensual			Renta anual cartera (14 pagas)		
		Total	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres
50-59	57	1.923,59	1.924,60	1.889,51	1.478.763	1.438.025	40.738
60-64	63	1.252,55	1.391,26	884,99	17.704.744	15.359.340	2.345.404
65-79	67	1.005,00	1.167,49	694,48	40.855.086	34.472.307	6.382.779
70-74	72	881,87	1.019,37	613,10	27.068.591	22.841.584	4.227.007
75-79	77	829,96	954,79	585,88	23.431.786	19.648.879	3.782.907
80-84	82	760,73	886,21	554,48	14.193.269	11.463.354	2.729.915
85 y más	9	656,86	798,98	502,38	8.716.081	6.391.265	2.324.816
					133.448.321	111.614.754	21.833.567

Tabla 3.
Composición de rentas aseguradas de la cartera tipo utilizada.
Fuente: Elaboración propia

habrá que afrontar unos pagos en el año en curso de 133.448.321 €, que se corresponde con ponderar la renta mensual por el número de asegurados (hombres y mujeres) y multiplicarla por 14 pagas al año. Esta sería, por tanto, la renta anual que la entidad aseguradora debería pagar en $t=1$ si no se produjera ninguna baja por fallecimiento de alguno de los asegurados en cartera.

Mediante comparativa entre el *best estimate* sin estresar respecto del estresado bajo fórmula estándar y bajo modelo interno, obtenemos un SCR como el siguiente:

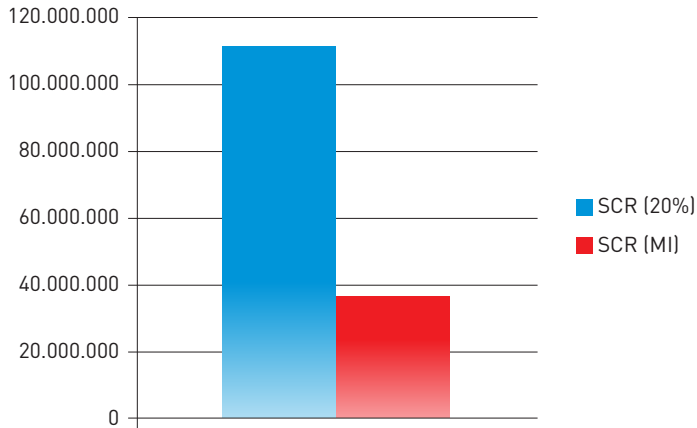


Figura 7.
Comparativa de SCR según fórmula estándar (20%) respecto del modelo interno propuesto.
Fuente: Elaboración propia

Viendo estos resultados acabamos de comprobar la utilidad y validez de nuestro estudio, dado que la diferencia de SCR entre utilizar el shock de longevidad de la fórmula estándar (111.095.277 €) y el propuesto en el estudio (36.321.535 €) supondrá para esta cartera tipo analizada un ahorro de capital de 74.773.742 €, o dicho de otra manera, un ahorro de capital del 67,3% sobre el requerido bajo la fórmula estándar.

De esta manera comprobamos que el shock propuesto por la fórmula estándar (20%) no refleja adecuadamente el riesgo de longevidad al que se exponen las carteras aseguradas de rentas vitalicias. En general, bajo este enfoque se obtiene un SCR mayor para las edades jóvenes de duración vitalicia, mientras que el enfoque de la fórmula estándar exige más SCR para el resto de combinaciones, en el que es especialmente significativa la diferencia para carteras de edades más avanzadas. Por tanto, y dependiendo de la composición de la cartera asegurada, el shock de longevidad del modelo estándar sobreestimaré o subestimaré en casi todos los casos el verdadero riesgo de longevidad, con lo que las compañías se verán obligadas a realizar aportaciones de capital que no se ajusten al riesgo real de longevidad asumido en sus balances.

5.5. Prudencia del modelo

En el desarrollo del modelo se han tomado algunas premisas en cuanto a metodología, basadas en el juicio experto, que han sido siempre las más prudentes. Entre ellas destacamos:

1. La población utilizada de referencia es la española, que presenta un histórico de mejora de mortalidad algo superior al del global de la UE, especialmente en los últimos años de la observación, y que ha obtenido, por tanto, un factor de mejora proyectada superior al de muchos otros países de la UE y, por tanto, unos shocks de longevidad también superiores.
2. Los modelos de proyección utilizados ponderan más los últimos años de la observación que el resto del intervalo, ya que al ser superiores producen unos shocks también superiores.
3. Se ha escogido un SLI resultado de la mediana del factor de mejora de los cuatro modelos de proyección utilizados, dando por tanto mucho más peso al modelo más conservador.
4. Se ha hecho una proyección de los factores de mejora mediante generación de múltiples escenarios, escogiendo el 99,5% peor de todos ellos (SLI-99,5). De haber utilizado las mismas hipótesis pero, por ejemplo, con el índice SLI-50, habríamos obtenido un shock medio de la cartera asegurada para $t=1$ del 11,01%.
5. Se han utilizado datos de población general y no de población asegurada, que si bien tiene una esperanza de vida inferior, también es cierto que sus factores de mejora son superiores al tener mayor capacidad de mejora respecto a los ya asegurados; por tanto, los shocks puramente biométricos también serán superiores.
6. Se ha incluido en la cartera tipo asegurados por debajo de los 65 años, mermando así la ya elevada reducción de SCR (67,3%).
7. Se incorpora un shock biométrico que corrige posibles desviaciones futuras de la supervivencia humana no recogidas en los datos históricos utilizados.
8. La mortalidad base de la cartera tipo (INE2011) proyecta la evolución de la mortalidad futura, por lo que se entiende que la mortalidad real sería algo inferior a la proyectada, y en consecuencia el shock sería también algo inferior.
9. Se ha supuesto como edad límite de la vida humana (ω) los 100 años de edad, aportando prudencia al modelo, ya que a partir de ese momento los factores de la mortalidad no sólo son muy volátiles, sino que empiezan a disminuir e incluso son negativos para algunas edades. De no hacerlo así, el shock de longevidad resultante sería mucho más pequeño.
10. Al tomar el año 1960 como inicio del periodo de observación, aporta un margen de prudencia por estar descartando descensos bruscos de la mortalidad experimentados por epidemias y guerras.

5.6. Validación y prueba

Una vez superados los análisis cualitativos y cuantitativos, el modelo se ha revisado y probado. A continuación se muestran algunas de estas pruebas y conclusiones:

1. Los resultados están en línea con las expectativas que a priori teníamos.
2. Proyectar la mortalidad es un proceso complejo y con muchos matices, por lo que se han documentado algunos de los aspectos más importantes de este proceso.
3. El modelo da un resultado útil para su aplicación al mercado asegurador.
4. Se ha realizado una prueba de *back testing*, demostrando que el método seguido es robusto, pues de aplicarse sobre diferentes grupos poblacionales y en diversos periodos de tiempo y tramos de edad, las conclusiones no se verán alteradas.
5. Al igual que el propuesto por la fórmula estándar, es un modelo de sencilla aplicación.
6. Las variables utilizadas quedan estadísticamente bien documentadas y validadas, aportando consistencia al modelo.
7. Es un modelo que sigue el test de uso exigido por el supervisor, útil por tanto para la gestión y toma de decisiones del neogico.

6. GESTIÓN ÓPTIMA DEL CAPITAL: RORAC Y CAPITAL ALLOCATION

El uso de técnicas avanzadas de modelización de la supervivencia como las ya expuestas a lo largo del trabajo y los beneficios que aportan los distintos mitigantes de la longevidad, entre los que destacan el reaseguro, nos permiten hacer la gestión óptima de este riesgo en contra de la opinión que empieza a extenderse en la industria del seguro de que la supervivencia no puede ser asegurada por el conjunto de incertidumbres que la rodean.

Estas técnicas, enfocadas a la gestión eficiente de las palancas de las que dispone el asegurador para la optimización del capital a asignar al negocio de la supervivencia y su rentabilidad sostenible en el tiempo, pasan por disminuir la carga de capital con modelos actuariales avanzados que mejoren los estándares propuestos por la normativa de Solvencia II, en la que, como hemos podido comprobar, las metodologías propuestas aportan reducciones significativas de SCR, mitigando significativamente el principal elemento de aversión al riesgo, como es la incertidumbre de la rentabilidad del capital a plazos muy largos originada por el subestimación del riesgo de tendencia.

Pero el gerente de riesgo deberá además tener presente otros aspectos como los siguientes:

1. Las expectativas de rentabilidad del capital que el mercado “exige” al negocio de supervivencia.
2. Las necesidades de tesorería de la entidad en caso de que el resultado anual del negocio no esté suficientemente inmunizado financiera y/o actuarialmente.
3. Decisiones estratégicas de la entidad que hagan que se liberen recursos asignados al negocio biométrico.
4. Valorar si los precios de transferencia del reaseguro optimizan el bloqueo del SCR.
5. El riesgo de cola de la longevidad, aspecto que debe ser objeto de especial atención por parte de los actuarios que miden la longevidad.

1. El E.V.A. (Economic Value Added), que será un indicador vital a la hora de analizar la idoneidad de un contrato de reaseguro, ya que mide la creación de valor de un programa de reaseguro mediante comparación entre su coste medio y el coste de capital ahorrado.
1. El RORAC (Return on Risk Adjusted Capital), medida que valora la rentabilidad de los recursos propios en función del riesgo asumido e incorpora la pérdida esperada como un coste más.

A continuación, y tomando como base la cartera de rentas vitalicias expuesta en el apartado 5, analizamos el consumo de capital económico y retorno sobre el mismo para el negocio de supervivencia.

En el siguiente supuesto comparamos dos escenarios. En el primero de ellos no hacemos ningún ajuste de SCR respecto al propuesto por la fórmula estándar; en consecuencia, y teniendo en cuenta exclusivamente la rentabilidad financiero-actuarial del producto y no la de los recursos propios que están bloqueados, vemos cómo el RORAC resultante es sensiblemente inferior al propuesto en el segundo escenario bajo un modelo interno de consumo de capital requerido para el riesgo de longevidad.

En la figura 8 observamos cómo el hecho de utilizar el modelo interno no sólo nos ha reportado un ahorro de capital en el año de cálculo ($t=1$), sino que conseguiremos un ahorro importante de SCR en todos y cada uno de los años de vigencia de la cartera.

Además, tras la asunción de un modelo interno de longevidad como el expuesto en el apartado 5, y suponiendo un beneficio ajustado al riesgo neto de impuestos de

$$\text{Beneficio_ajustado_al_riesgo} = 0,30\% * \text{BEL}$$

el RORAC o rentabilidad ajustada al riesgo de la operación aumenta considerablemente bajo el marco del modelo interno, manteniéndose además muy superior respecto al de fórmula estándar durante todos los años hasta el vencimiento de la última póliza de la cartera (eje de abscisas de la derecha).

De esta forma, podemos comprobar que la elaboración y aprobación del modelo interno propuesto en el apartado 5 puede hacer atractivo el negocio de longevidad no sólo por la disminución de carga de capital en la entidad analizada, sino también por la posibilidad de alcanzar el nivel de rentabilidad demandada por los accionistas.

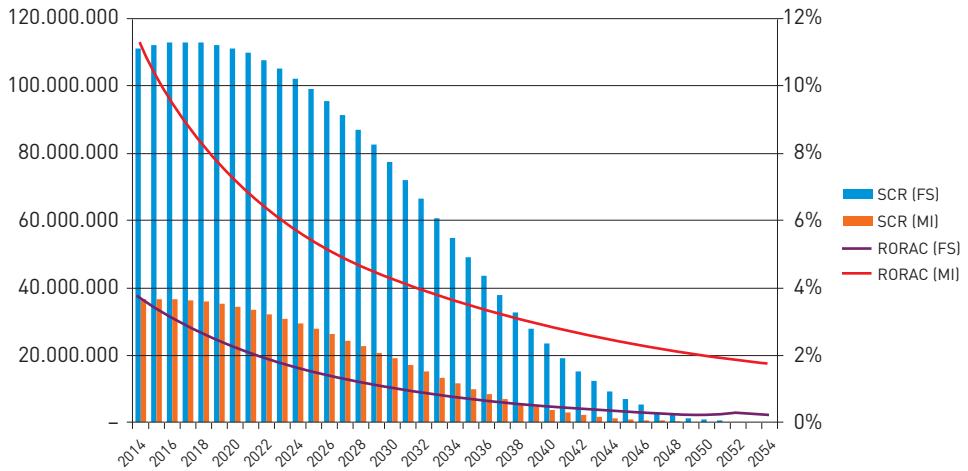


Figura 8.
Comparativa de SCR y RORAC bajo fórmula estándar y modelo interno.
Datos de cartera asegurada y SCR del apartado 5.

Fuente: Elaboración propia

Además, la entidad aseguradora podría tomar este análisis como referencia para otras tareas de gestión del negocio asegurador como las siguientes:

1. Presupuesto del consumo de capital y RORAC presentes y futuros de una línea de negocio determinada.
2. Análisis y fijación de precios en el proceso de toma de decisiones sobre operaciones de suscripción y seguimiento de asegurados.
3. Influencia en el *pricing* y *reserving* de la entidad.
4. El impacto del beneficio y la liberación de capital económico que un contrato de reaseguro pudiera tener sobre nuestra cartera de rentas vitalicias.
5. La metodología RORAC permite comparar, sobre bases homogéneas, el rendimiento de operaciones, clientes, carteras y negocios, identificando aquellos que obtienen una rentabilidad ajustada al riesgo superior del coste de capital de la entidad, alineando así la gestión del riesgo y del negocio con la intención de maximizar la creación de valor, objetivo último de la alta dirección de la entidad aseguradora.
6. Asimismo, la entidad deberá evaluar de forma periódica el nivel y la evolución de la rentabilidad ajustada al riesgo (RORAC) de sus principales unidades de negocio.

7. La tasa mínima de rentabilidad sobre capital que debe alcanzar una operación vendrá determinada por el coste de capital, que es la remuneración mínima exigida por sus accionistas. Para su cálculo, de manera objetiva, se añade a la rentabilidad libre de riesgo la prima que el accionista exige por invertir en la entidad. Esta prima dependerá esencialmente de la mayor o menor volatilidad en la cotización de las acciones con relación a la evolución del mercado.
8. Si una operación o cartera obtiene una rentabilidad positiva, estará contribuyendo a los beneficios de la entidad, pero solo estará creando valor para el accionista cuando dicha rentabilidad exceda el coste del capital.

Concluimos, por tanto que, como instrumento de gestión óptima del riesgo, el actuario deberá desarrollar modelos que conjuntamente valoren y optimicen el RORAC, el EVA o el MCEV; en consecuencia, el gestor de riesgos deberá pensar en términos de RORAC y para ello tomar en consideración todas las herramientas que puede desplegar en el proceso de *pricing*, *reserving* y optimización de SCR. Con este cambio de paradigma en la forma de entender el riesgo de longevidad, el actuario puede encontrar perfiles de riesgo y de productos que aporten ventajas competitivas sostenibles en el tiempo, sobre todo en relación con aquellas entidades que se hayan decantado por la fórmula estándar y desconsideren este conjunto de técnicas mitigantes y de predicción del riesgo de supervivencia, pudiendo incluso entregar al cliente parte de la ventaja competitiva que supone disponer de estos modelos.

7. MITIGANTES DE LA LONGEVIDAD

La carencia de una oferta atractiva y flexible y la creciente desconfianza del ciudadano hacia las entidades financieras son limitaciones importantes a la hora de gestionar y cubrir el riesgo de longevidad. Obviamente el primer aspecto es tarea fundamental de las compañías de seguros, mientras que el segundo se puede gestionar dando a conocer a la población el papel que juega el Estado y su compromiso para buscar la mejor solución al problema para garantizar sus necesidades económicas básicas en la vejez.

Dada la importancia y trascendencia de saber transferir adecuadamente el riesgo de longevidad, a continuación comentamos algunos aspectos clave para todas las partes intervinientes en este riesgo.

7.1. El papel del ciudadano

Los Estados y el sector privado deben emprender acciones para difundir los conocimientos financieros y fomentar la cultura económica de la población, de forma que cada individuo pueda adoptar decisiones fundadas en lo relativo a sus propias finanzas sin subestimar la magnitud de los riesgos a los que se enfrentan, en especial el que nos ocupa, el de la financiación de su vejez. Además, una comprensión más profunda de las distintas opciones de las que disponen las autoridades y el mercado mejoraría la calidad del debate público sobre la conveniencia de las reformas de los sistemas de seguridad social y sus consiguientes beneficios a largo plazo. Y es que sólo a través de una cultura financiera adecuada los ciudadanos podrán reaccionar ante el fenómeno del riesgo de longevidad y utilizar el seguro privado como instrumento paliativo del mismo.

7.2. El papel de las autoridades públicas

Puesto que las actuales reformas de las pensiones públicas están dirigidas a trasladar progresivamente una parte del riesgo de longevidad a los hogares, cabe esperar un aumento sustancial del volumen de activos gestionados por el sector privado para la jubilación durante las próximas décadas. Por tanto, los gobiernos y autoridades competentes deberán fomentar y facilitar la oferta actual de índices públicos de longevidad

e instrumentos financieros a largo plazo que sean aptos para la cobertura de este riesgo, pues en la actualidad protegerse frente al riesgo de una mayor supervivencia humana resulta complejo.

Deben ser, por tanto, los Estados los que impulsen el desarrollo del mercado asegurador a fin de que se pueda compartir y trasladar el riesgo de longevidad. La fiscalidad, la emisión de bonos soberanos de larga duración, el desarrollo de un mercado sólido, transparente y líquido que ofreciera, entre otros, bonos de longevidad o mortalidad, o fomentar que las instituciones especialistas en demografía y técnica actuarial investiguen lo suficiente para construir índices de longevidad y tablas actuariales con el nivel de desagregación suficiente para dar soporte a la vertiente técnica de los seguros de rentas vitalicias son algunas de las medidas que el Estado tiene a su alcance para que el ciudadano y el sector privado encuentren soluciones atractivas para cubrir, o al menos mitigar, el riesgo que genera una supervivencia mayor a la esperada.

Para ello, las autoridades de supervisión y reglamentarias deberán cooperar en el desarrollo de estos mercados a nivel internacional e intersectorial con el fin de reducir las posibilidades de arbitraje regulatorio, tratando de garantizar que los titulares de riesgo de longevidad tengan los conocimientos, habilidades e información adecuados para su gestión y soportar así desviaciones de la esperanza de vida sobre la prevista.

Además, con el propósito de cumplir con los fundamentos de la *Directiva sobre las actividades y la supervisión de fondos de pensiones de empleo*, los Estados deberán armonizar a nivel europeo la metodología y los índices de valoración y proyección del riesgo de tendencia de la longevidad con la que dar cobertura adecuada a la inseguridad que los riesgos biométricos generan sobre la sostenibilidad futura de los planes de pensiones públicos y privados. De esta manera se conseguiría también armonizar las operaciones transfronterizas de pensiones de empleo y, en caso de que el trabajador cambiara su residencia, no tener que reevaluar su pasivo por diferencia de riesgo de tendencia entre países o por razón de la metodología aplicada.

Por último, y tomando como referencia la Directiva de Solvencia II, los Estados y organismos internacionales deberían impulsar la función actuarial de tal forma que se garantice que los supuestos económicos y actuariales para la valoración de los pasivos cuenten siempre con un margen de prudencia razonable para hacer frente a posibles desviaciones desfavorables de los mismos, así como una revisión periódica de los riesgos vinculados a la esperanza de vida. Este marco de actuación debería ser también de perfecta aplicación bajo la nueva directiva de fondos de pensiones de empleo.

7.3. El papel del sector asegurador

Una entidad aseguradora, cuando suscribe riesgo de longevidad, puede tener pérdidas derivadas del exceso de siniestralidad sobre el nivel esperado originado por un aumento no previsto en la esperanza de vida según sus bases técnicas. La cuantificación económica de dicha desviación constituye el capital que debe aportar el accionista para cubrir estas pérdidas inesperadas. Por tanto, y aún más bajo el actual marco regulatorio y de gestión de una entidad aseguradora, es necesario que éstas lleven a cabo una adecuada gestión con el propósito de mitigar los riesgos biométricos a los que se exponen, entendiendo por tales la diferencia entre los supuestos de tarificación asumidos y las condiciones biométricas y de mercado experimentadas.

Nos interesa ver cómo el asegurador, según su apetito de riesgo, puede mitigar o transferir la parte no deseada de riesgo de longevidad en función de algunos factores tales como el tamaño de la cartera, la selección de riesgos, el tipo de negocio individual o colectivo, el propio perfil de la cartera, la experiencia biométrica adquirida, las colas de mortalidad consideradas en el *pricing*, el ámbito regulatorio, etc.

Sobre esta base, a continuación se presentan las diferentes opciones que un asegurador de vida tiene para mitigar su riesgo de longevidad, aunque sin duda dependerá de la existencia de contrapartes deseosas de asumir el riesgo, así como de la capacidad de encontrar instrumentos de cobertura adecuados.

7.3.1. Acciones de mitigación propias de la compañía

1. **Control de la cartera:** Para controlar el riesgo de fluctuación aleatoria, la entidad deberá controlar el tamaño y perfil de la cartera, la selección de riesgos y el ajuste de bases técnicas en función de la experiencia biométrica adquirida.
2. **Lifestyle:** Ajustar el proceso de *pricing* a la realidad personal del asegurado diluye el riesgo de que la población asegurada no se adecue a la tabla de supervivencia utilizada.
3. **Economías de escala:** Aprovechar economías de escala en base al tamaño de la cartera.
4. **Selfselection:** La antiselección originada por la mayor propensión de aseguramiento de aquellos con mejor expectativa de vida puede ser mitigada al considerar en los primeros cinco años del contrato una garantía financiera en sustitución del riesgo biométrico.
5. **Suscripción:** Mitigación mediante la cobertura sólo de aquellas pólizas con menor esperanza de vida (selección de riesgos de mayores y rentas agravadas).

6. **Teleselección:** Contribuye de manera muy efectiva a la gestión efectiva del riesgo de longevidad al establecer un precio específico según el perfil individual del solicitante.
7. **Cuantías de rentas:** Este subriesgo poco considerado por la función actuarial se refiere a la necesaria homogeneidad de las cuantías de las prestaciones aseguradas. De no ser así, la exposición biométrica debería ser ponderada por la exposición al riesgo.
8. **Modelización:** Mediante el uso de sofisticadas técnicas predictivas de la supervivencia y la mortalidad base y el uso de tablas actuariales adecuadas.
9. **Modelos Lineales Generalizados (GLM):** Utilidad predictiva y mitigante del riesgo siempre que se disponga de gran cantidad de variables y serie histórica suficiente.
9. **Diversificación del negocio:** A través de diferentes productos, países o grupos socioeconómicos, excepto el riesgo de tendencia que no podrá ser diversificado por tamaño o geografía, pues afecta a toda la población en su conjunto.
10. **Indexación:** Mediante la indexación de las bases técnicas a la esperanza de vida real durante la vigencia de la póliza, de tal forma que la renta vitalicia varíe al alza o a la baja según fluctúe la esperanza de vida.
11. **Mitigación del riesgo de cohorte:** Suscribiendo riesgos de diferentes generaciones siempre y cuando el mercado permita suscribir riesgo de manera individual.
12. **Natural hedging:** Mediante una dinámica de mortalidad opuesta, la entidad compensa en un mismo contrato el riesgo de longevidad al incorporar una cobertura de fallecimiento o una combinación de seguros temporales y rentas vitalicias.
13. **Neteo:** Valoración de la exposición neta de capitales y edades expuestos en supervivencia y mortalidad.
14. **Participación en beneficios:** Incorporando sistemas de bonificación en los contratos de rentas, de tal forma que el asegurado se haga cargo de una parte de la exposición al riesgo de longevidad y reciba a cambio una rentabilidad adicional en caso de que el resultado financiero-actuarial de una cartera de rentistas predeterminada así lo permitiera.
15. **Inversión en empresas con una dinámica de mortalidad opuesta:** Invirtiendo en activos cuyo beneficio sea mayor cuanto mayor sea la supervivencia de la población, como, por ejemplo, hipotecas inversas o activos vinculados a proveedores de asistencia sanitaria, compañías farmacéuticas, biotecnológicas, etc.

7.3.2. Transferencia del riesgo teórico de la longevidad a una tercera parte

1. **Transferencia Total:** Una aseguradora puede eliminar todos los riesgos relativos a su cartera de rentas mediante la venta del bloque de rentas vitalicias a otra aseguradora, siendo los activos afectos a estos pasivos generalmente también transferidos a la entidad receptora. Para ello, un capital adicional puede ser requerido por la empresa receptora y así asegurar que se cumplen los requisitos de regulación, contables y de solvencia adecuados, garantizando que el beneficio de los asegurados no se verá afectado significativamente. Además, la cedente no asume en ningún caso el riesgo de contraparte.
2. **Reaseguro:** Mediante un contrato de reaseguro, en cualquiera de sus formas posibles, la entidad paga una prima que permite transferir los riesgos, y de esta manera sustituye en su balance un riesgo técnico por el riesgo de crédito de la entidad reaseguradora con la que suscribe el contrato. La capacidad de transferencia de riesgo es limitada, ya que en última instancia dependerá de la capacidad que tenga el reasegurador para absorber los riesgos que acepta. Las diferentes modalidades de reaseguro que se pueden formalizar para la transferencia del riesgo de longevidad, son:
 - Reaseguro Cuota Parte: La cedente transfiere al reaseguro la proporción convenida del riesgo de longevidad procedente de la cartera de rentas vitalicias.
 - Reaseguro de Excedente: Establece un pleno de retención que se fija sobre la renta asegurada o la esperanza de vida y el exceso se cede al reasegurador.
 - Reaseguro *Stop-Loss*: Cubre al asegurador las desviaciones en una cartera de rentas vitalicias sobre un determinado límite establecido previamente en el contrato.
 - Reaseguro Corredor: Se fija una banda de fluctuación por la que el reasegurador paga o recibe el exceso de la longevidad en caso de superar el límite del corredor.
 - *Swaps* de mortalidad y longevidad: Se transfiere el riesgo de que los asegurados vivan más de lo esperado mediante el intercambio de una serie de flujos ciertos por otra de flujos variables.
3. **Mercado de capitales:** El asegurador también podrá canalizar la transferencia del riesgo de longevidad hacia el mercado de capitales. Si bien la vía de reaseguro está mucho más probada y sujeta al régimen regulatorio de la industria del seguro, su capacidad para asumir riesgo de longevidad es limitada.

Los instrumentos de transferencia del riesgo de longevidad a través del mercado de capitales son los siguientes:

- **Special Purpose Vehicle (SPV):** Mediante este instrumento una entidad transforma un gran número de activos en títulos negociables en mercados secundarios. Es decir, transfiere una serie de activos a una sociedad instrumental creada con esa finalidad (SPV), que emitirá instrumentos financieros a colocar entre los inversores con la finalidad última de hacer negociables unos instrumentos financieros que en principio no lo son.
- **Mortality Linked Securities (MLS):** Son instrumentos financieros vinculados a la evolución de un índice representativo de la mortalidad o la supervivencia de una población. Ante la insuficiente oferta de bonos libres a muy largo plazo, se propone transferir parte del riesgo a los gobiernos mediante la emisión de bonos de longevidad.
- **Mercado OTC:** Las entidades de seguros podrán mitigar su exposición al riesgo de longevidad, acudiendo a mercados Over-The-Counter (OTC), mediante contratos de permuta como son los *swaps* o los *forwards* de mortalidad y longevidad.

8. SWAPS DE LONGEVIDAD

Con el propósito de que el negocio de longevidad quede bajo control e incluso pueda resultar rentable, analizamos a continuación una de las soluciones más novedosas que hasta la fecha ofrece el mercado. Estos son los swaps de longevidad, cuyo principal objetivo será el de mitigar o transferir este riesgo asumido en las carteras de rentas, y que podrán encontrarse en el mercado a modo de cobertura de reaseguro o bien en los mercados de capitales.

8.1. ¿Qué es un swap de longevidad?

Un swap de longevidad es aquella modalidad de contrato de mitigación del riesgo de supervivencia utilizado por las compañías de seguros con el fin de garantizar, gestionar y mitigar su riesgo de longevidad derivado de los contratos de rentas vitalicias y planes de pensiones, de tal forma que, basándose en la esperanza de vida estimada al inicio, si ésta aumentara por encima del nivel de riesgo aceptable por la compañía, el contrato swap se activa para que el reasegurador sea quien cubra los desembolsos adicionales.

Por tanto, bajo un swap de longevidad, el asegurador y el reasegurador intercambian, en distintos momentos de tiempo, una serie de pagos regulares, por lo general sobre una base mensual, de tal modo que el reasegurador paga al asegurador las rentas en base a la experiencia de supervivencia observada de la cartera (*floating leg* o pagos variables) y, por otro lado, la aseguradora de directo realiza una serie de pagos al reaseguro generalmente calculados sobre una base fija y acordada al inicio del contrato (*fixed leg* o pagos fijos).

8.2. Tipos de swaps de longevidad

A pesar de que en el presente apartado nos centramos en el funcionamiento de los swaps de longevidad, también existen swaps de mortalidad. La principal diferencia entre ambos es que mientras en el primero se intercambian una serie fija de pagos vinculados a un grupo de personas pertenecientes a una cartera de referencia que so-

breviven en un periodo determinado, bajo un swap de mortalidad la referencia se toma respecto al número de personas que fallecen en ese periodo de referencia. La elección de usar uno u otro dependerá del tipo de riesgo intrínseco asumido por la entidad.

Dentro de los swaps de longevidad podemos distinguir las siguientes modalidades:

- a) Swaps cupón cero (S-forward): Se intercambia un pago único preestablecido por un pago único aleatorio dependiente de la longevidad al final del contrato.
- b) Swaps vanilla (VSS): Se realizan intercambios de flujo periódicos hasta la fecha de vencimiento.
- c) Swaps de supervivencia variable-variable: Se intercambia un flujo de pago variable por otro también variable.
- d) Otros swaps de longevidad: Podrían ser los intercambios entre dos pagos a tipos de interés variables, diferentes divisas (*cross-currency*), índices bursátiles, etc.

Además, podríamos considerar otra clasificación en base al índice de supervivencia utilizado como referencia:

- a) Swaps de indemnización: Son swaps vinculados a la experiencia de supervivencia de los pensionistas o rentistas objeto del contrato swap.
- a) Swaps paramétricos: Estos swaps están indexados en índices de longevidad basados en publicaciones estadísticas de supervivencia de la población general. Es la modalidad más sencilla, pero la experiencia de la población no coincidirá necesariamente con la de la cartera asegurada (riesgo base).

8.3. Swaps de longevidad bajo Solvencia II

El próximo régimen normativo de Solvencia II traerá cambios significativos en el panorama europeo de seguros de rentas dado el elevado impacto que los nuevos requerimientos de capital regulatorio tienen sobre el negocio del seguro. Este cambio normativo, unido a la incertidumbre y preocupación por el aumento de las tasas de mejora de la mortalidad, ha provocado que muchas compañías de seguros, particularmente aquellas con un elevado volumen de negocio de rentas vitalicias, busquen en el reaseguro y los mercados de capitales la manera de mejorar la gestión de su exposición al riesgo de longevidad. Por tanto, se espera que esta situación genere un incentivo para que las aseguradoras aumenten su exposición a los riesgos biométricos, mitigando mediante swaps las consecuencias de una longevidad o mortalidad futura desconocida.

Entendiendo Solvencia II no sólo como un nuevo marco regulatorio para las entidades de seguros, sino también como una oportunidad para que estas asuman una nueva forma de entender y gestionar el riesgo, una adecuada estrategia de reaseguro swap deberá tener en cuenta los siguientes efectos:

1. Un contrato swap de supervivencia no implica la eliminación total del riesgo, pues a pesar de que la transferencia se hiciera para el 100% de la cartera, la cedente mantendrá en su balance cierto riesgo de longevidad, siempre que existan diferencias de supervivencia entre la población realmente expuesta al riesgo y el índice poblacional de referencia utilizado en el swap (riesgo base).
2. Un swap de longevidad no requiere de la cesión paralela de los activos afectos a las carteras de rentas objeto del contrato, lo que resulta una opción muy atractiva para las entidades que sólo deseen protegerse del impacto técnico y financiero de posibles mejoras futuras de la mortalidad u otros riesgos demográficos pero quieran mantener el control de sus activos.
3. La entidad cedente intercambia riesgo de longevidad por un riesgo de contraparte por la posibilidad de que la reaseguradora incumpla con sus obligaciones de pago, que podría mitigarse mediante acuerdos de garantía o colaterales sobre el *best estimate* de la supervivencia futura.
4. Siempre existirá un riesgo de modelo, es decir, el riesgo de que las expectativas de supervivencia previstas al inicio de la operación no se ajusten a la supervivencia real de la cartera asegurada y observada al final de la operación.

8.4. Aplicación práctica en una compañía de seguros de vida

A continuación exponemos la mecánica de una transferencia del riesgo de supervivencia mediante la aplicación práctica de una operación de reaseguro de swaps de longevidad sobre una compañía de seguros de vida. Para ello tomamos como referencia las proyecciones de supervivencia, factores de mejora, índices SLI-99,5 y SLI-50, *cash flows*, *best estimate*, SCR y optimización de reaseguro ya comentados en anteriores apartados, demostrando así su utilidad y aplicación real al mercado asegurador.

El propósito de este análisis será, desde la óptica de la cedente del riesgo de longevidad, observar el potencial beneficio o pérdida, tanto en términos de coste como de consumo de capital que un determinado contrato swap puede suponer para la entidad aseguradora.

8.4.1. Hipótesis y supuestos asumidos

Para orientar nuestro estudio a un caso real de mercado, a continuación comentamos las principales hipótesis y premisas asumidas:

- a) **Cartera asegurada:** La tomada como referencia en el apartado 5 (datos MEYSS).
- b) **Mortalidad base:** La ya expuesta en el apartado 5 (INE2011).
- c) **Fecha de efecto del contrato swap:** 1 de enero de 2014.
- d) **Duración del contrato swap:** Vitalicia.
- e) **Transferencia de riesgo:** 100% de la cartera de rentas.
- f) **Prima de riesgo de reaseguro:** Índice de longevidad SLI-50 expuesto en el apartado 5.
- g) **Gastos y márgenes:** No considerados.
- h) **Índice de referencia:** Experiencia de mortalidad histórica de la cartera asegurada (no hay lugar al riesgo de mortalidad base).
- i) **Contrapartes:** Cedente (*fixed leg*) y reaseguradora (*floating leg*).
- j) **Riesgo de crédito:** La calificación crediticia de la entidad reaseguradora es AA.
- k) **Modalidad de swap:** Swap Vanilla Survivor sobre el 100% de la cartera expuesta.
- l) **Liquidación:** Anual por la posición neta entre la prima de reaseguro preestablecida en el contrato y la supervivencia real observada cada año.
- m) **Activos afectos:** Exclusivamente títulos de renta fija gubernamental por un importe de 1.400 millones de euros.
- n) **Otros riesgos:** La cedente sólo estará expuesta a los riesgos de longevidad (antes de la permuta), contraparte (después de la permuta swap) y operacional (FS), y además la entidad se beneficia de los efectos de diversificación y del ajuste por impuestos diferidos
- o) **Margen de riesgo:** Lo obtendremos mediante la simplificación n.º 4 propuesta en las especificaciones técnicas de Solvencia II.
- p) **Mortalidad observada:** Se han generado dos escenarios estocásticos de la mortalidad. Estos escenarios son:

1. *Escenario 1 (floating leg 1)*: La siniestralidad observada coincide con la supervivencia estimada por la cedente al inicio de la operación. Es decir, la experiencia de supervivencia coincidirá con su best estimate al inicio de la operación.
2. *Escenario 2 (floating leg 2)*: La siniestralidad se desvía conforme al shock del modelo interno propuesto en el apartado 5 (SLI-99,5).

8.4.2. Impacto en costes

Según la figura 9, los flujos de pago propuestos por el reaseguro (barras naranjas) son siempre superiores a los estimados por la cedente al inicio de la operación (barras rojas). Esto es lógico dado que la referencia de mortalidad base es la misma para las dos contrapartes, es decir, se está utilizando un índice de referencia de la propia cartera asegurada y no uno poblacional, por lo que en consecuencia la mortalidad base de la cartera de asegurados de la entidad está perfectamente correlacionada con la mortalidad de la población de referencia empleada para elaborar el índice de supervivencia, eliminando así todo riesgo de mortalidad base que pudiera surgir en el caso de haber utilizado referencias distintas.

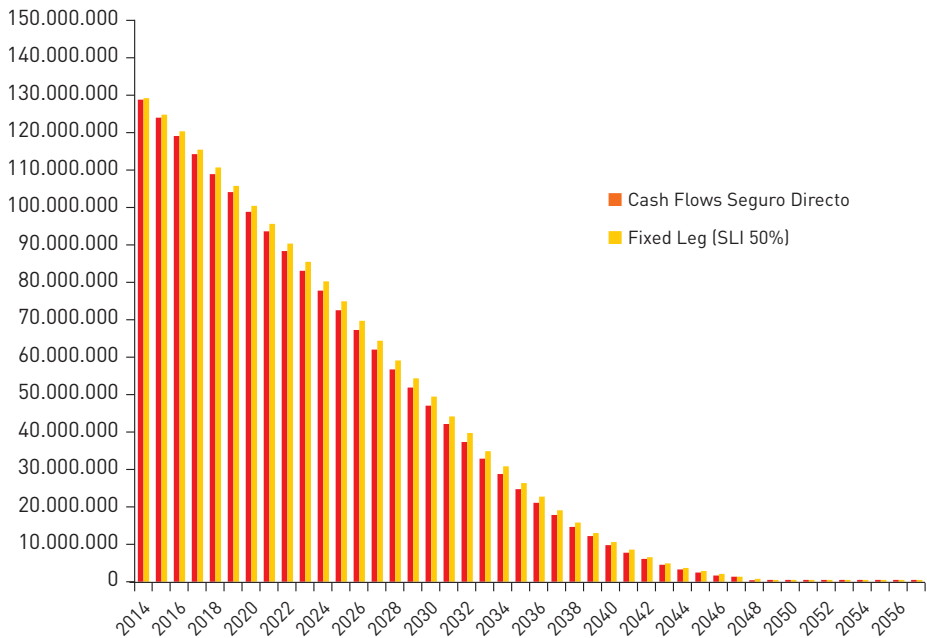


Figura 9.
Comparativa de flujos de pago estimados por la cedente respecto de los estimados por el reasegurador (euros).

Fuente: Elaboración propia

Una vez suscrito el contrato swap, y ya conocidos los flujos fijos que paga la aseguradora al reasegurador sobre una base preestablecida al inicio del contrato (*fixed leg*), ahora vemos el retorno que la cedente obtiene del contrato swap de longevidad, es decir, el flujo de pagos que el proveedor del swap paga a la cedente conforme a la siniestralidad real observada de la cartera asegurada (*floating leg*).

Para analizar estos pagos variables, vamos a comprobar el efecto que el contrato swap tiene sobre la cartera de referencia bajo dos escenarios estocásticos de la mortalidad. Estos escenarios son:

a) Escenario 1 (*floating leg 1*):

Si la siniestralidad observada coincide finalmente con el best estimate inicial de la cedente, los pagos futuros al reaseguro serán siempre superiores a los finalmente observados, por lo que el contrato swap supone un coste para la cedente.

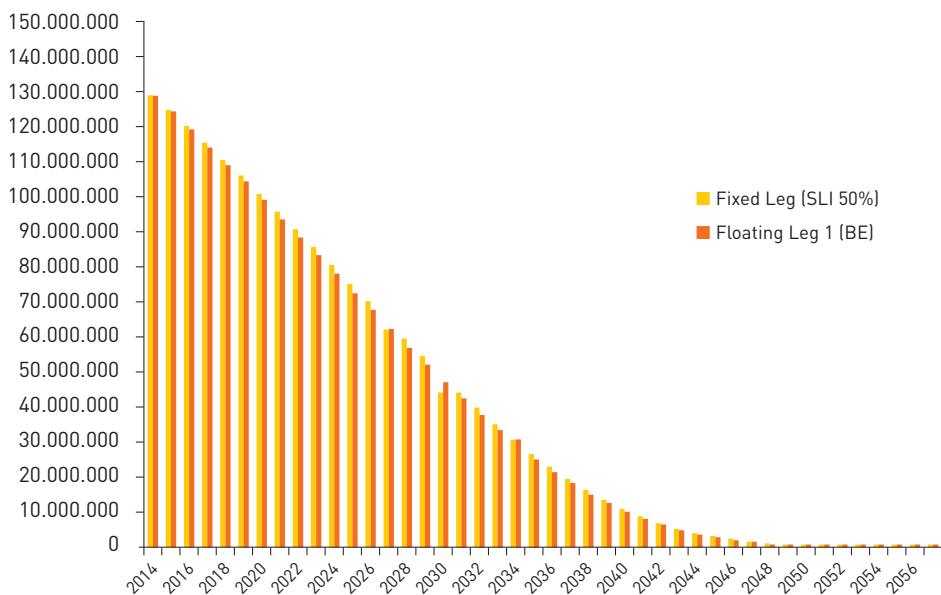


Figura 10.
Comparativa de primas de reaseguro respecto de los flujos observados bajo el escenario *floating leg 1* (euros).

Fuente: Elaboración propia

El NPV (Net Present Value) de la operación, expresado como resultado de la diferencia entre el NPV de los pagos variables respecto del NPV de los pagos fijos (actualizados a la curva libre de riesgo), refleja por tanto una pérdida en términos de coste para la entidad cedente.

$$NPV_{swap} = NPV_{floatingleg} - NPV_{fixedleg}$$

$$NPV_{swap} = 1.364.577.137 \text{ €} - 1.395.243.101 \text{ €}$$

$$NPV_{swap} = -30.665.964 \text{ €}$$

En la práctica, dado que la liquidación de este contrato se hace anualmente por el neto entre la prima de reaseguro pagada por la cedente y los pagos variables que debería pagar el reasegurador, en la siguiente figura podemos ver el patrón de pagos resultante de dicha operación.

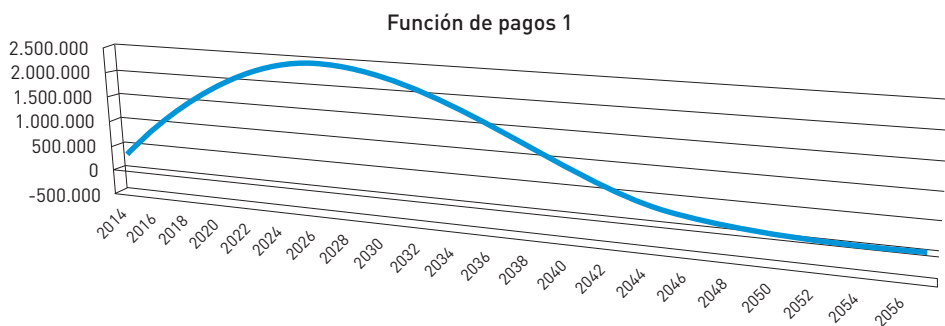


Figura 11.

Patrón de pagos de la cedente al reasegurador bajo el escenario floating leg 1.

Fuente: Elaboración propia

b) Escenario 2 (floating leg 2):

Bajo este escenario, suponemos que la siniestralidad se desvía respecto a la mortalidad base de la cartera conforme al índice SLI-99,5, equivalente a un shock fijo sobre la cartera de referencia del 16,19% en el primer año del contrato.

Como resultado obtenemos que la supervivencia observada es superior a la estimada, por lo que el contrato swap supondrá un beneficio en términos de coste para la cedente.

$$NPV_{swap} = 1.400.898.672 \text{ €} - 1.395.243.101 \text{ €}$$

$$NPV_{swap} = 5.655.571 \text{ €}$$

Y el patrón de pagos resultante de la operación será el siguiente:

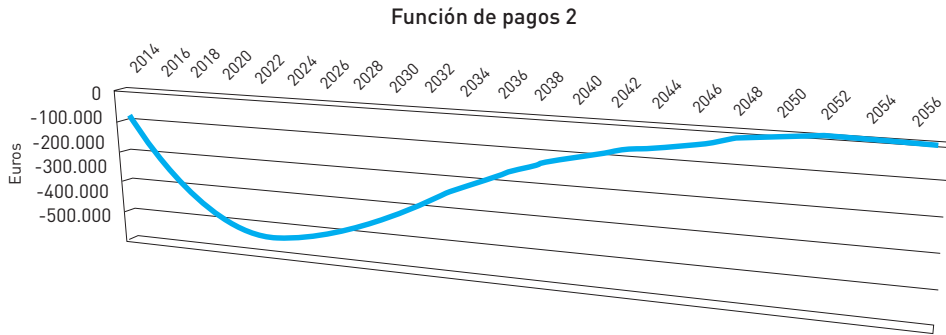


Figura 12.
Patrón de pagos hechos por la reaseguradora a la cedente bajo el escenario floating leg 2.
Fuente: Elaboración propia

8.4.3. Impacto bajo Solvencia II

Si bien en el apartado anterior hemos valorado el nivel de idoneidad de un contrato swap de reaseguro desde el punto de vista del coste de reaseguro que este genera para la entidad cedente, puede darse la circunstancia de que sí resulte rentable por sus efectos positivos sobre el consumo de capital regulatorio en el intercambio de SCR de longevidad por SCR de contraparte y reducción del margen de riesgo. El balance y la disponibilidad de fondos propios antes y después de la permuta swap resultarán como sigue:

Antes del SWAP		Después del SWAP	
Activos	1.400.000.000	Activos	1.400.000.000
Recuperables de reaseguro	-	Recuperables de reaseguro	1.364.577.137
Pagos al reaseguro	-	Pagos al reaseguro	1.395.243.101
Total	1.400.000.000	Total	1.369.334.036
BEL	1.364.577.137	BEL	1.364.577.137
Margen del riesgo	41.374.185	Margen del riesgo	1.106.945
SCR	87.926.906	SCR	2.352.440
MCR	39.567.108	MCR	1.058.598
Total	1.493.878.228	Total	1.368.036.522
Excedente	-93.878.228	Excedente	1.297.514

Tabla 4.
Balance económico bajo Solvencia II antes y después del swap (euros).
Fuente: Elaboración propia

Como podemos observar, antes de la operación de swap de longevidad, la cedente tendrá una insuficiencia de fondos propios para cubrir su capital regulatorio. Sin embargo, esta situación se revierte una vez hecho el contrato de permuta swap de longevidad con el reaseguro al alterarse la composición del balance económico, ya que incluimos un activo adicional por importe de la diferencia entre los pagos que la cedente espera recuperar del reaseguro (*floating leg*) respecto de los pagos fijos que la cedente hace en base a los términos preestablecidos en el contrato de swap de longevidad (*fixed leg*), que coincidirán con el *best estimate* de la cartera de rentas objeto del contrato, y que por tanto resultará un activo con importe negativo. Además, desaparece la carga de capital regulatorio para el riesgo de longevidad (SCR_{long}) y es sustituida por riesgo de contraparte ($SCR_{default}$).

En la combinación de estos cuatro efectos (disminución del activo, reducción de SCR_{long} , aumento de $SCR_{default}$ y disminución del MR), encontraremos el beneficio o pérdida de la permuta swap, no sólo a nivel de coste para la cedente, sino también en términos de capital y por tanto de disponibilidad de fondos propios y solvencia.

Como vemos en este caso, pese a que el contrato swap pueda suponer una pérdida en términos de coste (30 millones de €), el simple hecho de hacer la permuta swap de longevidad supondrá una mejora considerable del ratio de solvencia de la entidad.

Además, para ver la importancia que la calificación crediticia del reasegurador tiene sobre el SCR_{global} y el ratio de solvencia de la cedente, si en lugar de una contraparte AA, como hemos supuesto, hubiéramos escogido una reaseguradora BBB, el ratio de solvencia de la entidad pasaría del 155% al -6%, y un 43% para una reaseguradora A, aún inferior al necesario para situar a la entidad en situación de solvencia regulatoria. Si bien podemos concluir que el *rating* de reaseguro que hace "break even" la operación de reaseguro es el de AA, la prima de reaseguro para mantener esa calificación crediticia también suele ser más elevada.

8.5. Reinsurance Management Tool (RMT)

Una vez analizado el impacto que un contrato de reaseguro swap de longevidad tiene sobre una cartera de rentas vitalicias, y tomando como referencia todos los *outputs* generados en el proceso, ahora nos centramos en decidir cuál será la estructura de reaseguro más apropiada a las características de nuestro negocio y basada en el apetito de riesgo de la entidad.

Las diferentes modalidades o alternativas de reaseguro aquí planteadas son:

1. Opción de no reasegurar la cartera de rentas.

2. Opción de contratar un swap de longevidad con reasegurador AA.
3. Opción de contratar un swap de longevidad con reasegurador A.
4. Opción de contratar un swap de longevidad con reasegurador BBB.

Las variables utilizadas para la adecuada toma de decisiones son:

1. El coste de reaseguro, donde la prima es más elevada cuanto mayor sea el *rating* del reasegurador.
2. El ahorro de capital que genera el contrato (MR, SCR_{long}, SCR_{default} y SCR_{global}).
3. Fondos propios disponibles.
4. RORAC y EVA, que miden respectivamente la rentabilidad de los recursos propios en función del riesgo asumido y la creación de valor de un programa de reaseguro mediante comparación entre su coste medio y el coste de capital ahorrado.

El cuadro resultante para la toma de decisiones será el siguiente:

	Sin swap	Con swap AA	Con swap A	Con swap BBB
Scoring	14	28	23	18
Coste	-	320.847,52	304.805,14	288.762,77
MR	41.374.185,25	1.106.945,34	2.474.709,90	5.416.661,98
SCR _{long}	111.095.277,23	-	-	-
SCR _{default}	-	2.412.758,74	5.394.013,33	11.806.453,33
SCR	87.926.905,76	2.352.439,77	5.259.162,99	11.511.292,00
FF. PP. disponibles	-93.878.227,95	1.297.513,67	-2.976.974,10	-12.171.055,19
E.V.A.	-	85.253.618,46	82.362.937,62	76.126.850,99
RORAC	5%	160%	66%	28%

Tabla 5.
Elementos clave para la búsqueda del contrato de reaseguro óptimo.

Fuente: Elaboración propia

Hemos definido como *scoring* el resultado de ponderar cada una de las variables de decisión presentadas para la elección de la alternativa de reaseguro más apropiada. La ponderación simulada ha sido la misma para cada una de ellas, y es la propia entidad cedente la responsable de dicha ponderación en base a su apetito y perfil de riesgo.

En base a este *scoring*, nuestra herramienta de gestión óptima del reaseguro (RMT) podría tomar la siguiente representación gráfica:

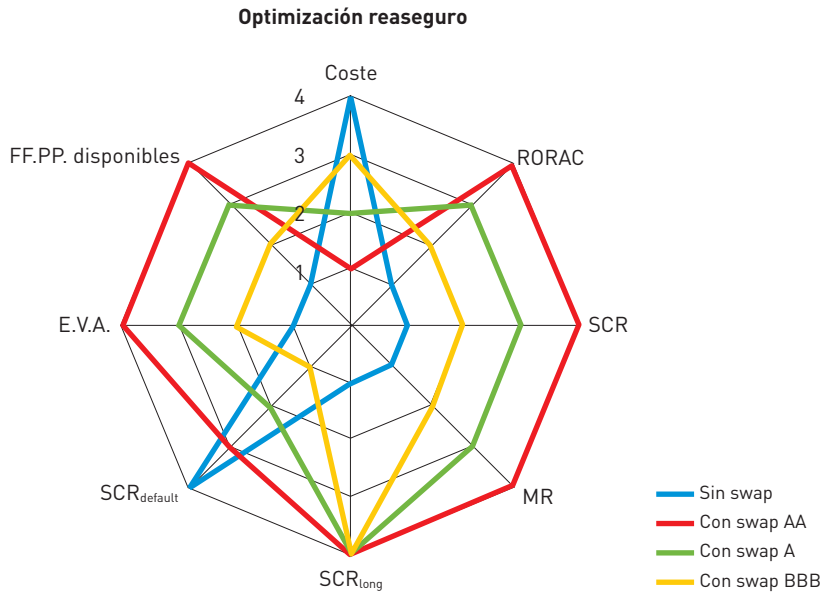


Figura 13.
Reinsurance Management Tool (RMT).
Fuente: Elaboración propia.

Podemos concluir que la opción de reaseguro swap con *rating* del reasegurador de AA será la opción más apropiada en términos de reducción de capital regulatorio, si bien es cierto que en términos estrictamente de coste es la peor de las opciones. En consecuencia, la decisión de reaseguro dependerá del apetito de riesgo de la cedente, así como de la necesidad o no de obtener un beneficio en términos de capital para aliviar la disponibilidad de fondos propios para cobertura de capital regulatorio.

9. ALCANCE

Los mecanismos que intervienen en la longevidad humana son muy complejos y de hecho son estudiados no sólo por actuarios y demógrafos, sino que además intervienen un conjunto de profesionales que lo analizan desde una perspectiva distinta, como se estudia desde la medicina, la biología, la farmacología, la epidemiología, la sociología, la psicología, la gerontología o la economía en general. Además, deberá ser analizada desde una visión de ámbito gubernamental, privado y social o personal, por lo que los diferentes campos de conocimiento deben dialogar y aportar su perspectiva.

Con este propósito, el presente trabajo de investigación analiza desde una visión técnica cada una de las incertidumbres que subyacen en la supervivencia humana y sus límites, para así poder medir y gestionar adecuadamente uno de los riesgos más complejos a los que se enfrentan tanto los propios ciudadanos como los Estados y las compañías de seguros de vida.

Una vez analizado conceptualmente el riesgo de longevidad en toda su dimensión y complejidad, se desarrollan cuatro de los modelos más avanzados y robustos que ofrece la literatura actuarial (Lee-Carter, P-spline 2d y dos versiones suavizadas del modelo Lee-Carter), con los que obtenemos el Spanish Longevity Index (SLI), índice propuesto para medir la tendencia de longevidad de la población española y que cumple con el test de uso exigido internacionalmente a este tipo de métricas, configurado así una herramienta útil para todos los agentes económicos que intervienen en el riesgo de longevidad (Estados, entidades de seguro y reaseguro, mercados de capitales, inversores finales, etc.).

Entre las diferentes aplicaciones posibles, en el presente trabajo se ha utilizado este índice a niveles de confianza del 99,5% al objeto de desarrollar un modelo interno alternativo a la fórmula estándar para el riesgo de longevidad propuesta por la Directiva Comunitaria de Solvencia II, que, una vez contrastada su bondad estadística, propone un shock decreciente según la edad y la duración residual del contrato de seguro, pues a mayor edad y menor duración del contrato, menor tiempo hay para beneficiarse de las mejoras futuras de la mortalidad y, por tanto, menor shock deberemos aplicar. En consecuencia, y dependiendo de la composición de la cartera asegurada, el shock de longevidad del modelo estándar, como ya hemos dicho, sobreestimaré o subestimaré en casi todos los casos el verdadero riesgo de longevidad, con lo que las compañías se verán obligadas a realizar aportaciones de capital que no se ajusten al riesgo real de longevidad asumido en sus carteras aseguradas.

Además, se exponen los diferentes mitigantes del riesgo que ciudadanos, Estados y aseguradoras privadas tienen a su alcance para gestionar, mitigar y transferir el riesgo de longevidad, y nos adentramos en la presentación de los modelos más modernos de la gestión óptima del capital ajustada al riesgo, llegando a proponer una aplicación práctica de los modelos de RORAC y Capital Allocation, concluyendo que, como instrumento de gestión óptima del riesgo, el actuario deberá desarrollar modelos que conjuntamente valoren y optimicen el RORAC, el EVA o el MECV.

Por último, se presenta un estudio exhaustivo, así como una aplicación práctica, de uno de los modelos de transferencia de longevidad llamados a tener un protagonismo central en el mercado de rentas vitalicias, tal como ya ha sucedido en otros países de nuestro entorno. Estos son los modelos de permuta *longevity swap*. El modelo actuarial desarrollado sobre la base de los valores y resultados obtenidos en los apartados anteriores (modelos de proyección, factores de mejora de la mortalidad, SLI-99,5 y SLI-50, *best estimate*, etc.) nos permite conocer, para escenarios aplicables a la realidad española, el precio de transferencia de reaseguro y su impacto no sólo en términos de coste, sino sobre el balance económico y consumo de capital de una entidad aseguradora bajo el marco de Solvencia II. En esta línea, presentamos además una herramienta de optimización de reaseguro para analizar las diferentes alternativas con las que la cedente pueda decidir el contrato de reaseguro más idóneo para la gestión óptima de su negocio con base en el perfil y apetito de riesgo de la entidad, y a la que hemos llamado RMT (Reinsurance Management Tool), mediante la cual comprobamos cómo el negocio de la longevidad puede ser muy beneficioso para la entidad con la mejora de su ratio de solvencia y su consiguiente impacto ante el supervisor y el mercado.

En cualquier caso, el proceso de Solvencia es de tal envergadura que las aseguradoras deberán entender este nuevo marco regulatorio no sólo como una futura obligación legal, sino como una inversión para mejorar la gestión, debiendo por tanto adaptarse a él paulatinamente e interiorizando esta nueva cultura en toda su organización. Y aunque pasar de un marco de referencia a otro nuevo siempre conlleva desafíos y por tanto riesgos, entendemos que también genera oportunidades, pues a pesar de requerir un extraordinario esfuerzo de recursos técnicos y humanos a fin de lograr una implementación robusta, eficaz y coherente, es grande el beneficio muchas las ventajas competitivas que se obtendrán de una pronta y eficaz adaptación.

Además, las conclusiones del presente trabajo serán también de utilidad para los organismos nacionales y supranacionales en la medida en que estos consigan fomentar una metodología homogénea para la valoración en el largo plazo del riesgo de longevidad, regular de tal forma que los requisitos de capital se adapten al perfil de riesgo real que asumen las compañías en sus balances y por supuesto encontrar en el mercado de capitales y de reaseguro índices adecuados y suficientes con los que mitigar y transferir su riesgo de longevidad a una tercera parte.

10. APORTACIONES A LA INDUSTRIA DEL SEGURO Y CONCLUSIONES

A continuación se exponen algunas de las contribuciones que mediante el presente trabajo de investigación creemos haber aportado a los *stakeholders*, de tal forma que seamos capaces de ver el negocio expuesto al riesgo de longevidad no como una carga, sino como un negocio rentable, que por supuesto genere un beneficio para el sector privado del seguro pero que también, mediante una oferta amplia y atractiva de productos aseguradores, consiga aliviar y absorber el riesgo de longevidad transferido del Estado al ciudadano por la progresiva disminución de las pensiones. Algunas de estas aportaciones son las siguientes:

1. Entendemos que el riesgo de longevidad por su nivel de incertidumbre y duración de los contratos asociados a él debe ser abordado de una manera holística para así poder establecer estrategias de aseguramiento rentable a largo plazo.
2. El análisis realizado de los diferentes subriesgos que intervienen en la supervivencia humana nos permite identificar las claves del desarrollo de los modelos de naturaleza actuarial con los que capturar el riesgo de longevidad.
3. Se ha realizado la aplicación de cuatro modelos de proyección de la longevidad sobre el mercado de rentas vitalicias de la población española, permitiendo graduar el riesgo de tendencia con las mejores prácticas actuariales internacionales. De este modo, se pone a disposición de la industria del seguro la metodología aplicada a la longevidad al mejor nivel de las investigaciones de la ciencia actuarial.
4. Para modelar el riesgo de tendencia presentamos el Spanish Longevity Index (SLI), resultante de la mediana de los cuatro modelos aplicados, y que, una vez contrastado su test de usabilidad, constituye una herramienta de aplicación inmediata para todos los intervinientes interesados en el mercado del riesgo de longevidad. La metodología desarrollada para este índice, que permite crear instrumentos de transferencia de riesgo sobre la base de índices análogos, es también de perfecta aplicación para cualquier otra población o grupos de poblaciones homogéneos que se requiera.
5. Los valores obtenidos por el SLI, calculado al nivel de confianza del 99,5%, nos permiten desarrollar un modelo interno para el subriesgo de longevidad que re-

sulte alternativo a la fórmula estándar que establece la normativa de Solvencia II, que permitirá a las compañías de seguros de vida y a los organismos internacionales adaptar los requisitos de capital regulatorio al perfil de riesgo real asumido.

6. Este índice permite además validar la suficiencia o insuficiencia de los factores de mejora utilizados por los diferentes países para el cálculo de las provisiones técnicas de los productos de rentas y planes de pensiones.
7. La presente metodología aporta una serie de pautas prudenciales, en línea con las establecidas en la propuesta de la Directiva de Fondos de Pensiones de Empleo, con el fin de garantizar un alto grado de seguridad para los planes de pensiones profesionales y la lucha contra la pobreza y la inseguridad entre las personas mayores.
8. Como medida adicional de la bondad del modelo interno, desarrollamos las métricas de gestión óptima del riesgo, como son RORAC y Capital Allocation, poniendo a disposición del gestor del riesgo las herramientas más modernas para la toma de decisiones de valor ajustado al riesgo incurrido.
9. En relación con el punto anterior, presentamos también los diferentes mitigantes del riesgo de longevidad, de tal suerte que el asegurador pueda aplicar las diferentes palancas de mitigación, bien manteniendo en el balance el riesgo de longevidad, bien transfiriéndolo a un tercero.
10. En este sentido, se presenta al sector asegurador y de pensiones, así como a los Estados, un índice y metodología de referencia con el que crear un marco internacional de valoración y gestión del riesgo de longevidad y ayudar a la creación de un mercado líquido, profundo y organizado para la transferencia y mitigación del riesgo de longevidad.
11. Por su especial complejidad y escasa bibliografía disponible, la última aportación la centramos en el desarrollo de un modelo actuarial para la medida y la transferencia del riesgo de longevidad mediante el contrato *longevity swap*.
12. Adicionalmente a lo expuesto en el punto anterior, incorporamos el desarrollo de una herramienta (Reinsurance Management Tool) para la mejor gestión y toma de decisiones sobre la transferencia del riesgo asumido.

Podemos, por tanto, afirmar que el presente trabajo de investigación tiene como finalidad la aplicación práctica al negocio de la longevidad de un conjunto integral de técnicas actuariales y de gestión del riesgo consideradas como las más avanzadas, y que permitirán la utilización de las diferentes palancas de optimización del negocio y el capital asignado al riesgo de supervivencia, de tal forma que un riesgo como este,

que a priori pudiera parecer poco atractivo para los Estados, y especialmente para las entidades de seguros de vida, se convierte en atractivo no sólo en términos de cuenta de resultados, sino también para alivio del balance económico en el marco de Solvencia II, donde el asegurador obtendrá rentabilidades muy superiores a las de sus competidores, pudiendo incluso entregar al cliente parte de la ventaja competitiva que supone disponer de estos modelos.

Pero, además, los Estados y supervisores nacionales y supranacionales encontrarán en el presente trabajo una serie de pautas con las que impulsar el desarrollo del mercado asegurador y de pensiones, a fin de que se pueda valorar, gestionar, compartir y trasladar el riesgo que genera una supervivencia mayor a la esperada, basado en índices y tablas actuariales con el nivel de desagregación suficiente que dé soporte a la vertiente técnica de los seguros de rentas vitalicias.

Dado que hasta ahora la gran mayoría de las estimaciones sobre mortalidad y su tendencia han sido inferiores a las observadas, en el presente trabajo se han desarrollado unos límites o escenarios (SLI-50 y SLI-99,5) con el ánimo de contribuir a establecer un mercado único de pensiones, para lo que creemos necesario profundizar en las metodologías actuariales expuestas y su aplicación a un escenario europeo mediante la propuesta de elaboración de un European Longevity Index (ELI), de tal suerte que si se evidenciara una suficiencia prudencial del riesgo de tendencia, se conseguirían armonizar las operaciones transfronterizas de pensiones y las obligaciones de pasivos actuariales que nacen de la evaluación del riesgo de tendencia. Si este análisis careciera de la necesaria robustez estadística por la heterogeneidad entre las poblaciones analizadas, se debe plantear al menos la armonización de una metodología de cálculo que permitiera, en caso de que el trabajador cambiara su residencia, reevaluar el pasivo simplemente por la diferencia de riesgo de tendencia entre países y no por razón de la metodología aplicada.

Dicho de otra manera, un índice europeo de longevidad contribuirá a impulsar desde la técnica actuarial más avanzada la armonización de metodologías prudenciales, permitiendo a cada Estado miembro conocer su posición relativa, que no competitiva, en relación con el resto de países europeos.

Comprobamos así cómo los beneficios que se derivan del conocimiento preciso del riesgo confieren una posición de liderazgo cuyo origen viene del conocimiento actuarial. Este argumento es además uno de los fundamentos sobre los que se construyó el nuevo modelo de Solvencia II, esto es, la gestión eficiente del riesgo asumido.

BIBLIOGRAFÍA

- ALBARRÁN, I.; ARIZA, F.; CÓBRECES, V.M.; DURBÁN, M.L.; RODRÍGUEZ-PARDO, J.M. (2014). *El riesgo de longevidad y su aplicación práctica a Solvencia II: Modelos actuariales para su gestión*. Fundación MAPFRE.
- ARIZA, F. (2012). *Incidencia de los Riesgos Técnicos en la Solvencia de las Compañías de Seguros de Vida: Concreción en el Riesgo de Longevidad*. Tesis Doctoral UCM.
- ARIZA, F. (2014). "El Riesgo de Longevidad: ¿Serán las pensiones públicas suficientes para financiar nuestra vejez?". *Revista de la Mutualidad de la Abogacía*, n.º 81.
- BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION (2013). *Longevity Risk Transfer Markets: Market Structure, Growth Drivers and Impediments, and Potential Risks*. Joint Forum.
- BLAKE, D., COURBAGE, C., MACMINN, R., SHERRIS, M. (2012). *Longevity Risks and Capital Markets: The 2010-2011 Update*. Pensions Institute.
- BROUHNS, N. Y DENUIT, M. (2002). "A Poisson Log-bilinear Regression Approach to the Construction of Projected Lifetables". *Insurance: Mathematics & Economics*, 31: 373-393.
- CÓBRECES, V.M. (2013). *Graduación del riesgo de tendencia de longevidad: modelización práctica según metodología INE y CMI*. Trabajo Fin de Máster, Universidad Carlos III de Madrid.
- COUGHLAN, G., D. EPSTEIN, A. ONG, A. SINHA, J. HEVIA-PORTOCARRERO, E. GINGRICH, M. KHALAF-ALLAH, P. JOSEPH (2007). *Lifemetrics Technical Document*. J.P. Morgan Pension Advisory Group.
- CURRIE, I. (2012). "Forecasting with the Age-Period-Cohort Model?". In *Proceedings of 27th International Workshop on Statistical Modelling*, Prague, pp. 87-92.
- CURRIE, I. (2013). "Smoothing Constrained Generalized Linear Models with an Application to the Lee-Carter Model". *Statistical Modelling*, 13: 69-93.
- CURRIE, I., DURBAN, M. Y EILERS, P. (2004). Smoothing and Forecasting Mortality Rates. *Statistical Modelling*, 4: 279-298.
- DE BOOR, C. (2001). *A Practical Guide to splines*. *Applied Mathematical Sciences*. Springer-Verlag, New York.
- DELWARDE, A., DENUIT, M. Y EILERS, P. (2007). "Smoothing the Lee-Carter and Poisson Log Bilinear Models for Mortality Forecasting: A Penalized Log-Likelihood Approach". *Statistical Modelling*, 7: 29-48.
- DI LORENZO, E. Y SIBILIO, M. (1999). *Longevity Risk: Measurement and Application Perspectives*.
- EILERS, P. Y MARX, B. (1996). "Flexible Smoothing With B-splines and Penalties". *Statistical Science*, 11: 89-121.

- FREY, A., KIROVA, M., SCHMIDT, C. (2009). *La función de los índices en la transferencia de los riesgos del seguro a los mercados de capitales*. Sigma (Swiss Re).
- HÁRI, N., DE WAEGENAERE, A., MELENBERG, B. Y NIJMAN, T.E. (2007). "Longevity Risk in Portfolios of Pension Annuities". *Insurance: Mathematics & Economics*.
- LEE, R. Y CARTER, L. (1992). "Modeling and Forecasting U.S. Mortality". *Journal of the American Statistical Association*, 87: 659-675.
- LLMA (2010). *Longevity Index Framework: A Framework for Building Longevity Indices Developed by the LLMA*.
- OLIVERI A. (2001). "Uncertainty in Mortality Projections: An Actuarial Perspective". *Insurance: Mathematics & Economics*, 29 (2): 231-245.
- OLIVERI, A., PITACCO, E., (2003). Solvency Requirements for Pensions Annuities. *Journal of Pension Economics & Finance*, 2 (2): 127-157.
- OLIVIERI, A. Y PITACCO, E. (2005). *The Cost of Target Capital in the Valuation of Life Annuity Business*. ICA, 2006.
- OLIVIERI, A. Y PITACCO, E. (2008). *Assessing the Cost of Capital for Longevity Risk*.
- PARLAMENTO EUROPEO. Directiva 2009/138/CE de 25 de noviembre de 2009, sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II). *Diario Oficial de la Unión Europea*.
- PLAT, R. (2009). *On Stochastic Mortality Modeling*. University of Amsterdam (UvA).
- RODRÍGUEZ-PARDO, J.M. (2011). *La incertidumbre bioactuarial en el riesgo de longevidad: Reflexiones bioéticas*. Fundación MAPFRE.
- RODRÍGUEZ-PARDO, J.M (2013). "El riesgo de longevidad en personas centenarias". *Revista Gerencia de Riesgos y Seguros*.
- SCHWARZ, G. (1978). "Estimating the Dimension of a Model". *Annals of Statistics*, 6: 461-464.
- TRIGO, E., MORENO, R., BETZUEN A., DE LA PEÑA I., ITURRICASTILLO, I. (2013). "Nuevos instrumentos para la gestión de los riesgos de longevidad/mortalidad". *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, 3.^a época, 19: 101-134.
- UNESPA (2010). *Estudio sobre el riesgo de longevidad*.

WEBS

www.actuaries.org

www.cea.eu

www.dgsfp.meh.es/sector/solvencia2.asp

http://ec.europa.eu/spain/index_es.htm

www.eiopa.europa.eu

www.env.go.jp/en/wpaper/1996/ese240000000000html

www.iaisweb.org

www.ine.es

www.lifemetrics.com

www.longevitas.co.uk/site

www.longevity-risk.org

www.mercadoasegurador.com.ar/adetail.asp?id=3576

www.mortality.org

www.mutualidadabogacia.com

www.oecd.org/

www.pensionfundsonline.co.uk/content/pension-funds-insider/governance/expect-more-longevity-swap-transactions-says-report/906

www.pensionsworld.co.uk/pw/article/longevity-swaps-1231391

www.seg-social.es/Internet_1/index.htm

www.unespa.es